



# **TÜBINGER GEOWISSENSCHAFTLICHE ARBEITEN (TGA)**

Reihe C:  
Hydro-, Ingenieur- und Umweltgeologie

Schriftleitung:  
G. Teutsch, G. Einsele

**Ulf Mohrlök**

## **Parameter-Identifikation in Doppel-Kontinuum-Modellen am Beispiel von Karstaquiferen**

**TGA, C31, 1996**

# **Parameter-Identifikation in Doppel-Kontinuum-Modellen am Beispiel von Karstaquiferen**

Ulf Mohrlök

*Lehrstuhl für Angewandte Geologie  
Institut für Geologie und Paläontologie  
Universität Tübingen  
Sigwartstraße 10  
72076 Tübingen  
FRG.*

Herausgeber:

Institut und Museum für Geologie und Paläontologie  
der Universität Tübingen  
Sigwartstraße 10, D-72076 Tübingen

Schriftleitung der Reihe C:

Lehrstuhl für Angewandte Geologie  
Prof. Dr. G. Teutsch & Prof. Dr. G. Einsele

ISSN 0935-4948

*Zu einer Antwort, die man nicht aussprechen kann, kann man auch die Frage nicht aussprechen.*

*Das Rätsel gibt es nicht.*

*Wenn sich eine Frage überhaupt stellen läßt, so kann sie auch beantwortet werden.*

Wittgenstein



TGA	Reihe C	Nr. 31	125 S., 69 Abbildungen, 20 Tabellen	Tübingen, August 1996
-----	---------	--------	-------------------------------------	-----------------------

## Parameter-Identifikation in Doppel-Kontinuum-Modellen am Beispiel von Karstaquifern

*von Ulf Mohrlok<sup>1</sup>*

**Kurzfassung:** Die Grundwasserströmung in Karstaquifern wurde in den letzten Jahren mehrfach mit Hilfe von Doppel-Kontinuum-Modellen beschrieben. Die hydraulischen Parameter solcher Modelle, Durchlässigkeiten und Speicherkoeffizienten für die beiden Kontinua sowie Austauschkoefizienten, ließen sich bisher nicht aus geometrischen und physikalischen Überlegungen abschätzen sondern nur durch eine Kalibrierung ermitteln. In dieser Arbeit wird ein Ansatz vorgestellt, mit dem diese Parameter zu den geometrischen und hydraulischen Parametern eines Karstaquifers in Beziehung gesetzt werden können. Da ein natürlicher Karstaquifer nicht in dem Maße erkundet werden kann, wie es für die Aufstellung solcher Beziehungen erforderlich ist, wurde ein synthetischer Karstaquifer generiert. Dessen hydraulische Eigenschaften wurden mit Hilfe eines diskreten Modells numerisch beschrieben, wobei die tektonischen Klüfte als Kontinuum und die Karströhren als diskrete Diskontinuitäten innerhalb dieses Kontinuums betrachtet wurden. Um zu prüfen, inwieweit dieser synthetische Aquifer ein Karstsystem repräsentiert, wurde dessen hydraulische Reaktion auf Grundwasserneubildungsereignisse mit Beobachtungen am Malmaquifer der Schwäbischen Alb verglichen.

An den Reaktionen mehrerer diskreter Modelle mit bekannten, jedoch unterschiedlichen geometrischen und hydraulischen Parametern wurde jeweils ein Doppel-Kontinuum-Modell kalibriert. Dadurch ließen sich deren hydraulische Parameter über die Parameter der diskreten Modelle identifizieren. Dazu wurden sowohl ein realitätsnahes als auch ein stark vereinfachtes Quelleinzugsgebiet untersucht, wobei letzteres zusätzlich durch analytische Lösungen für den diskreten und den Doppel-Kontinuum-Ansatz beschrieben werden konnte. Mit Hilfe dieser Lösungen konnten die hydraulischen Parameter des Doppel-Kontinuum-Modells abgeschätzt werden.

Die hydraulischen Durchlässigkeitsbeiwerte lassen sich aus dem Mittelungsansatz der Kontinuumbetrachtung ableiten. Die Austauschkoefizienten können durch die Einflußbereiche einzelner Röhren und die hydraulischen Durchlässigkeitsbeiwerte des Kluftkontinuums bestimmt werden, die Speicherkoeffizienten hingegen durch die Aufteilung des gesamten Hohlraumvolumens des diskreten Modells auf die beiden Kontinua. Dabei wird der Speicherkoeffizient des Röhrenkontinuums durch den Teil des Kluftkontinuums festgelegt, der dasselbe hydraulische Verhalten wie die Röhren aufweist. Über die gefundenen Beziehungen können aus den hydraulischen Parametern eines Doppel-Kontinuum-Modells, mit dem die Grundwasserströmung in einem natürlichen Karstaquifer beschrieben werden soll, die geometrischen und hydraulischen Parameter des Drainagesystems abgeleitet werden. Dadurch wird zugleich eine Plausibilitätsbetrachtung der, über die Kalibrierung ermittelten Parameter ermöglicht.

---

<sup>1</sup>Dissertation an der Geowissenschaftlichen Fakultät der Universität Tübingen  
Anschrift des Verfassers: Ulf Mohrlok, Roßbergstraße 47, 72072 Tübingen

## Parameter identification in double continuum models by example of karst aquifers

**Abstract:** In recent years groundwater flow in karst terranes has been described using double continuum models. Up to now the hydraulic parameters of such models, the conductivities and the storage coefficients for both continua as well as the exchange coefficients, could not be derived from geometric and physical considerations but could only be obtained by calibration. Within this thesis an approach is proposed to relate these parameters to the geometric and hydraulic parameters of a karst aquifer. Because a natural karst aquifer cannot be explored in a way necessary to set up such relationships, a synthetic karst aquifer has been generated. Its hydraulic properties have been described by a discrete model numerically where the tectonic fractures are considered as a continuum and the karst conduits as discrete discontinuities within this continuum. To prove whether this synthetic aquifer represents a karst system its hydraulic response to recharge events has been compared to observations at the Malm aquifer of the Swabian Alb.

Double continuum models has been calibrated for different cases according to the responses of several discrete models with well known but different geometric and hydraulic parameters. By this their hydraulic parameters could be identified from the parameters of the discrete models. A realistic as well as a strongly simplified catchment area of a spring has been considered and the latter could be described by analytical solutions for the discrete and for the double continuum approach. Using these solutions the hydraulic parameters of the double continuum model could be estimated.

The hydraulic conductivities can be derived from the averaging approach within the continuum consideration. The exchange coefficients are defined by the regions of influence of the single conduits and the hydraulic conductivity of the fracture continuum. However, the storage coefficients are defined by splitting the whole void volume of the discrete model between the two continua and the storage coefficient of the conduit continuum is determined by that part of the fracture continuum with the same hydraulic response as the conduits. By these relationships the geometric and hydraulic parameters of its drainage system can be derived from the hydraulic parameters of a double continuum model used to describe the groundwater flow in a natural karst aquifer. At the same time it is possible to consider the plausibility of the parameters obtained by calibration.

## Vorwort

Die vorliegende Arbeit wurde im Rahmen des DFG-Projekts "Äquivalenzmodelle zur Beschreibung von Strömungs- und Transportvorgängen in Karstaquiferen" (Te 155/6-1) verfaßt.

Herrn Prof. Dr. Georg Teutsch möchte ich in besonderem Maße für die Überlassung und die Begutachtung dieser Arbeit, sowie die eingehende Betreuung während der Erstellung herzlich danken.

Ebenso möchte ich mich bei Herrn Prof. Dr.-Ing. Werner Zielke sowohl für die Begutachtung dieser Arbeit als auch für die Überlassung des Programms ROCKFLOW ausdrücklich danken, durch welches die Erstellung wesentlicher Teile dieser Arbeit ermöglicht wurde.

Für die gemeinsamen Diskussionen über die hydraulische Beschreibung von Karstgebieten auf der Schwäbischen Alb gilt Herrn Dr. Martin Sauter mein ausgesprochen Dank.

Weiterhin möchte ich mich bei Herrn Dr. Rudolf Liedl für die Überprüfung der analytischen Lösungen bedanken.

Desweiteren gilt mein Dank allen Kollegen, insbesondere im "Hilzingerbau", für die angenehme Arbeitsatmosphäre, hilfreiche Diskussionen und die gemeinsame Freizeitgestaltung.

Ein ganz besonders herzlicher Dank gilt meinen Eltern, die mich auf meinem Bildungsweg bis zur Erstellung dieser Arbeit unterstützt haben und an der erfolgreichen Fertigstellung einen wesentlichen Anteil haben.

Weiterhin möchte ich mich bei meiner Freundin Silvia Pollini ganz herzlich für die Korrektur der Arbeit, sowie vor allem für die Unterstützung in den schwierigen Phasen während deren Erstellung bedanken.



# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1	Problemstellung . . . . .	1
1.2	Zielsetzung . . . . .	2
1.3	Vorgehensweise . . . . .	2
<b>2</b>	<b>Hydrogeologische Beschreibung von Karstsystemen</b>	<b>5</b>
2.1	Charakterisierung von Karstsystemen . . . . .	5
2.1.1	Geologische Charakterisierung . . . . .	5
2.1.2	Hydrogeologische Charakterisierung . . . . .	6
2.1.3	Verkarstung der Schwäbischen Alb . . . . .	8
	Geologie . . . . .	8
	Hydrogeologie . . . . .	9
2.2	Hydraulische Modelle . . . . .	10
2.2.1	Definitionen und Übersicht . . . . .	10
2.2.2	Diskretes Modell . . . . .	12
	Mathematische Beschreibung . . . . .	12
	Programmtechnische Realisierung . . . . .	14
2.2.3	Doppel-Kontinuum-Modell . . . . .	15
	Mathematische Beschreibung . . . . .	15
	Programmtechnische Realisierung . . . . .	15
2.2.4	Grundwasserneubildung . . . . .	15
2.3	Vorgehensweise zur Identifizierung der Parameter . . . . .	17
<b>3</b>	<b>System einer Einzelkluft in einem Kontinuumblock</b>	<b>19</b>
3.1	Diskretes Einzelkluftsystem . . . . .	19
3.1.1	Analytische Lösung . . . . .	19
3.1.2	Numerisches Modell . . . . .	22
3.2	Äquivalentes Doppel-Kontinuum-System . . . . .	25
3.2.1	Analytische Lösung . . . . .	26
3.2.2	Numerisches Modell . . . . .	29
3.3	Vergleich beider Systeme . . . . .	30
3.3.1	Numerische Modelle . . . . .	30
3.3.2	Analytische Lösungen . . . . .	35

<b>4 Einzugsgebiete mit diskreten Röhrennetzen</b>	<b>41</b>
4.1 Erstellen der diskreten Modelle . . . . .	41
4.1.1 Stationäre Modelle . . . . .	42
Vorüberlegungen . . . . .	42
Modell mit vermaschtem Röhrennetz . . . . .	43
Modell mit dendritischem Röhrennetz . . . . .	46
4.1.2 Instationäre Modelle . . . . .	46
Modell mit vermaschtem Röhrennetz . . . . .	46
Modell mit dendritischem Röhrennetz . . . . .	50
4.2 Kalibrierung der Doppel-Kontinuum-Modelle . . . . .	53
4.2.1 Vorgehensweise . . . . .	54
4.2.2 Modell mit vermaschtem Röhrennetz . . . . .	56
Kalibrierung des Einfach-Kontinuum-Modells, stationär . . . . .	56
Kalibrierung der Doppel-Kontinuum-Modelle, instationär . . . . .	58
4.2.3 Modell mit dendritischem Röhrennetz . . . . .	62
Kalibrierung des Einfach-Kontinuum-Modells, stationär . . . . .	62
Kalibrierung der Doppel-Kontinuum-Modelle, instationär . . . . .	63
4.3 Identifizierung der hydraulischen Parameter . . . . .	68
4.3.1 Modelle mit vermaschtem Röhrennetz . . . . .	68
4.3.2 Modelle mit dendritischem Röhrennetz . . . . .	71
4.4 Einfluß der Lage der Meßstellen . . . . .	72
<b>5 Diskussion der Ergebnisse</b>	<b>81</b>
5.1 Einzelkluftsystem . . . . .	81
5.2 Realitätsnahes Modell-Karstsystem . . . . .	83
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>87</b>
<b>A Ermittlung der analytischen Lösungen</b>	<b>91</b>
A.1 Analytische Lösung des diskreten Einzelkluftsystems . . . . .	91
A.1.1 Lösung des Gleichungssystems im Laplace-Raum . . . . .	91
A.1.2 Rücktransformation der analytischen Lösung aus dem Laplace-Raum . . . . .	92
A.2 Analytische Lösung des Doppel-Kontinuum-Systems . . . . .	95
A.2.1 Lösung des Gleichungssystems im Laplace-Raum . . . . .	95
A.2.2 Rücktransformation der analytischen Lösung aus dem Laplace-Raum . . . . .	96
A.3 Abschätzungen der hydraulischen Parameter . . . . .	97
<b>B Weitere Modellrechnungen und Kalibrierungen</b>	<b>101</b>

# Abbildungsverzeichnis

2.1	Quellschüttungen zweier Karstquellen der Schwäbischen Alb: a) Todsburgquelle, Seichter Karst; b) Gallusquelle, Tiefer Karst . . . . .	7
2.2	Wasserstände zweier Bohrungen auf der Schwäbischen Alb: a) Bohrung nahe bei einem Karsthohlraum; b) Bohrung weiter entfernt von einem Karsthohlraum . . . . .	8
2.3	Idealisiertes synthetisches Karstsystem, Grundlage für die folgenden Untersuchungen . . . . .	10
2.4	Beschreibung eines Karstsystems durch einen diskreten Ansatz und einen Doppel-Kontinuum-Ansatz . . . . .	13
2.5	Elementtypen des Finite-Element-Programms ROCKFLOW-SM (Wollrath et al., 1991) und deren Kopplung . . . . .	14
2.6	Austausch zwischen Modellzellen in unterschiedlichen Zuständen in einem zweidimensionalen Doppel-Kontinuum-Modell (umgezeichnet nach Lang, 1995) . . . . .	16
2.7	Schematische Darstellung der Vorgehensweise zur Identifizierung der hydraulischen Parameter eines Doppel-Kontinuum-Modells, das ein Karstsystem beschreibt. . . . .	17
3.1	System einer diskreten Einzelkluft (Kluftebene, schattiert) in einem Kontinuumblock mit Piezometerhöhen . . . . .	20
3.2	Zufluß durch Grundwasserneubildung in das System einer diskreten Einzelkluft $Q_{n,k}(t)$ in einem Kontinuumblock $Q_{n,m}(t)$ als Funktion der Zeit bezogen auf eine Gesamtfläche von $F_m = 1.728 \text{ km}^2$ . . . . .	22
3.3	Analytische Lösung für die Piezometerhöhe in der Kluftebene $h_k(y, t)$ und die Quellschüttung $Q_k(t)$ . . . . .	23
3.4	Diskretisierung des numerischen Modells (ROCKFLOW-SM) des diskreten Einzelkluftsystems . . . . .	24
3.5	Quellschüttung $Q_k(t)$ und Piezometerhöhe $h_k(y_0 = 100, t)$ für die Parameterkombinationen Nr. 1, 4, 5 und 11 . . . . .	26
3.6	Äquivalentes Doppel-Kontinuum-System mit Piezometerhöhen der beiden Continua . . . . .	27

3.7	Analytische Lösung für die Piezometerhöhe im Kontinuum b $h_b(y, t)$ und die Quellschüttung $Q_b(t)$ . . . . .	28
3.8	Quellschüttung $Q_b(t)$ und Piezometerhöhe $h_b(y_0 = 100, t)$ für unterschiedliche Parameterkombinationen aus analytischer Lösung und numerischem Modell . .	30
3.9	a) Quellschüttungen $Q_k(t)$ , $Q_b(t)$ ; b) Ganglinien der Piezometerhöhen $h_k(y, t)$ , $h_b(y, t)$ an den Stellen $y = 10 m$ , $100 m$ , $190 m$ ; c) Profile der Piezometerhöhen $h_k(y, t)$ , $h_b(y, t)$ zu den Zeitpunkten $t = 2 h$ , $24 h$ , $48 h$ des diskreten Einzelkluftmodells und des kalibrierten Doppel-Kontinuum-Modells für die Parameterkombination Nr. 1 (Referenz) . . . . .	32
3.10	Quellschüttungen $Q_k(t)$ , $Q_b(t)$ und Piezometerhöhen $h_k(y_0, t)$ , $h_b(y_0, t)$ des diskreten Einzelkluftmodells und des kalibrierten Doppel-Kontinuum-Modells an der Stelle $y_0 = 100 m$ für die Parameterkombinationen Nr. 1 – 11: a) Referenz (1), erhöhte Transmissivität $T_m$ (2), größere Mächtigkeit $M$ (3), geringere Transmissivität $T_k$ (5); b) Referenz (1), größerer Speicherkoeffizient $S_m$ (4), kleinere Breite des Kontinuumblocks $L_x$ (6), kürzere Dauer der Grundwasserneubildung $t_0$ (7); c) Referenz (1), unterschiedliche Aufteilung der Grundwasserneubildung (8 – 11) . . . . .	33
3.11	Piezometerhöhen in der Kluftebene $h_k(y_0, t)$ , im Kontinuumblock $h_m(x_i, y_0, t)$ des diskreten Einzelkluftmodells und in den beiden Kontinua $h_b(y_0, t)$ und $h_a(y_0, t)$ des Doppel-Kontinuum-Modells an der Stelle $y_0 = 100 m$ . . . . .	36
3.12	Quellschüttungen $Q_b(t)$ und an der Stelle $y_0 = 100 m$ die Piezometerhöhen $h_b(y_0 = 100, t)$ der Doppel-Kontinuum-Modelle sowohl mit den kalibrierten als auch den abgeschätzten Parametern verglichen mit denen der diskreten Modelle; a) Referenzkombination, b) Parameterkombination Nr. 2, c) Parameterkombination Nr. 4 . . . . .	39
4.1	Modellgebiet mit vermaschtem Röhrennetz als Drainage, zunehmende Röhrendurchmesser zur Quelle hin . . . . .	44
4.2	Diskretisierung des Modellgebietes zusammen mit der Lage der Meßstellen, an denen die Piezometerhöhen bestimmt wurden . . . . .	44
4.3	Verteilung der Piezometerhöhen und Geschwindigkeiten für die stationäre Berechnung des Modells mit vermaschtem Röhrennetz . . . . .	45
4.4	Modellgebiet mit dendritischem Röhrennetz als Drainage, zunehmende Röhrendurchmesser zur Quelle hin . . . . .	47
4.5	Diskretisierung des Modellgebietes zusammen mit der Lage der Meßstellen, an denen die Piezometerhöhen bestimmt wurden . . . . .	47
4.6	Verteilung der Piezometerhöhen und Geschwindigkeiten für die stationäre Berechnung des Modells mit dendritischem Röhrennetz . . . . .	48
4.7	Grundwasserneubildung für die instationären Berechnungen . . . . .	50
4.8	Ganglinien der Quellschüttung und der Piezometerhöhen an den Meßstellen, vermaschtes Röhrennetz, Modell 1 . . . . .	51

4.9	Ganglinien der Quellschüttung und der Piezometerhöhen an den Meßstellen, dendritisches Röhrennetz, Modell 1 . . . . .	52
4.10	Diskretisierung der Doppel-Kontinuum-Modelle zur Beschreibung des Einzugsgebietes und Lage der Meßstellen im Modellgebiet . . . . .	54
4.11	Schematische Darstellung der Vorgehensweise zur Kalibrierung der Doppel-Kontinuum-Modelle . . . . .	55
4.12	a) Verteilung der Piezometerhöhen des diskreten Modells mit vermaschtem Röhrennetz; b) Isolinienplan aus den an den Meßstellen im diskreten Modell "gemessenen" Piezometerhöhen und Verteilung der Piezometerhöhen des kalibrierten Einfach-Kontinuum-Modells; c) Verteilung der hydraulischen Durchlässigkeitsbeiwerte des kalibrierten Einfach-Kontinuum-Modells, Referenzwert und Verteilung der Faktoren . . . . .	57
4.13	Quellschüttung und Piezometerhöhen an den Meßstellen P1 – P4 des diskreten und des kalibrierten Doppel-Kontinuum-Modells; vermaschtes Röhrennetz, Modell 1 . . . . .	59
4.14	Piezometerhöhen an den Meßstellen P5 – P10 des diskreten und des kalibrierten Doppel-Kontinuum-Modells; vermaschtes Röhrennetz, Modell 1 . . . . .	60
4.15	Lage der Meßstellen bezüglich des Röhrennetzes und der kalibrierten Verteilung der Faktoren . . . . .	63
4.16	a) Verteilung der Piezometerhöhen des diskreten Modells mit dendritischem Röhrennetz; b) Isolinienplan aus den an den Meßstellen im diskreten Modell "gemessenen" Piezometerhöhen und Verteilung der Piezometerhöhen des kalibrierten Einfach-Kontinuum-Modells; c) Verteilung der hydraulischen Durchlässigkeitsbeiwerte des kalibrierten Einfach-Kontinuum-Modells, Referenzwert und Verteilung der Faktoren . . . . .	64
4.17	Quellschüttung und Piezometerhöhen an den Meßstellen P1 – P4 des diskreten und des kalibrierten Doppel-Kontinuum-Modells; dendritisches Röhrennetz, Modell 1 . . . . .	65
4.18	Piezometerhöhen an den Meßstellen P5 – P10 des diskreten und des kalibrierten Doppel-Kontinuum-Modells; dendritisches Röhrennetz, Modell 1 . . . . .	66
4.19	Lage der Meßstellen bezüglich des Röhrennetzes und der kalibrierten Verteilung der Faktoren . . . . .	68
4.20	Diskretisierung des Modellgebietes zusammen mit der Lage der neu gewählten Meßstellen, P1' – P10', an denen die Piezometerhöhen bestimmt wurden . . . .	74
4.21	Ganglinien der Piezometerhöhen an den neu gewählten Meßstellen, dendritisches Röhrennetz, Modell 1 . . . . .	74

4.22 a) Verteilung der Piezometerhöhen des diskreten Modells mit dendritischem Röhrennetz; b) Isolinenplan aus den an den neuen Meßstellen im diskreten Modell "gemessenen" Piezometerhöhen und Verteilung der Piezometerhöhen des kalibrierten Einfach-Kontinuum-Modells; c) Verteilung der hydraulischen Durchlässigkeitsbeiwerte des kalibrierten Einfach-Kontinuum-Modells, Referenzwert und Verteilung der Faktoren . . . . .	75
4.23 Quellschüttung und Piezometerhöhen an den neuen Meßstellen P1' – P4' des diskreten und des kalibrierten Doppel-Kontinuum-Modells; dendritisches Röhrennetz, Modell 1 . . . . .	77
4.24 Piezometerhöhen an den neuen Meßstellen P5' – P10' des diskreten und des kalibrierten Doppel-Kontinuum-Modells; dendritisches Röhrennetz, Modell 1 . . . . .	78
4.25 Lage der neuen Meßstellen bezüglich des Röhrennetzes und der kalibrierten Verteilung der Faktoren . . . . .	79
A.1 Bestimmung der Polstellen $p_{nl}$ , exakte Lösung und Näherungen . . . . .	94
B.1 Ganglinien der Quellschüttung und der Piezometerhöhen an den Meßstellen; vermaschtes Röhrennetz, Aufteilung der Grundwasserneubildung: 25% Kluftkontinuum, 75% Röhrennetz, Durchlässigkeit des Kluftkontinuums um den Faktor 2.5 erhöht, Modell 2 . . . . .	102
B.2 Ganglinien der Quellschüttung und der Piezometerhöhen an den Meßstellen; vermaschtes Röhrennetz, Speicherkoeffizient des Kluftkontinuums um den Faktor 3 erniedrigt, Modell 3 . . . . .	103
B.3 Ganglinien der Quellschüttung und der Piezometerhöhen an den Meßstellen; vermaschtes Röhrennetz, Kapazität der Röhren um 30% erhöht, Modell 4 . . . . .	104
B.4 Ganglinien der Quellschüttung und der Piezometerhöhen an den Meßstellen; vermaschtes Röhrennetz, Kapazität der Röhren um 30% erniedrigt, Modell 5 . . . . .	105
B.5 Ganglinien der Quellschüttung und der Piezometerhöhen an den Meßstellen; dendritisches Röhrennetz, Aufteilung der Grundwasserneubildung: 25% Kluftkontinuum, 75% Röhrennetz, Durchlässigkeit des Kluftkontinuums um den Faktor 2.5 erhöht, Modell 2 . . . . .	106
B.6 Ganglinien der Quellschüttung und der Piezometerhöhen an den Meßstellen; dendritisches Röhrennetz, Speicherkoeffizient des Kluftkontinuums um den Faktor 3 erniedrigt, Modell 3 . . . . .	107
B.7 Ganglinien der Quellschüttung und der Piezometerhöhen an den Meßstellen; dendritisches Röhrennetz, Kapazität der Röhren um 30% erhöht, Modell 4 . . . . .	108
B.8 Ganglinien der Quellschüttung und der Piezometerhöhen an den Meßstellen; dendritisches Röhrennetz, Kapazität der Röhren um 30% erniedrigt, Modell 5 . . . . .	109
B.9 Angepaßte Ganglinien der Quellschüttung und Piezometerhöhen an den Meßstellen P1 – P4; vermaschtes Röhrennetz, Modell 2 . . . . .	110

B.10 Angepaßte Ganglinien der Piezometerhöhen an den Meßstellen P5 – P10; vermaschtes Röhrennetz, Modell 2 . . . . .	111
B.11 Angepaßte Ganglinien der Quellschüttung und Piezometerhöhen an den Meßstellen P1 – P4; vermaschtes Röhrennetz, Modell 3 . . . . .	112
B.12 Angepaßte Ganglinien der Piezometerhöhen an den Meßstellen P5 – P10; vermaschtes Röhrennetz, Modell 3 . . . . .	113
B.13 Angepaßte Ganglinien der Quellschüttung und Piezometerhöhen an den Meßstellen P1 – P4; vermaschtes Röhrennetz, Modell 4 . . . . .	114
B.14 Angepaßte Ganglinien der Piezometerhöhen an den Meßstellen P5 – P10; vermaschtes Röhrennetz, Modell 4 . . . . .	115
B.15 Angepaßte Ganglinien der Quellschüttung und Piezometerhöhen an den Meßstellen P1 – P4; vermaschtes Röhrennetz, Modell 5 . . . . .	116
B.16 Angepaßte Ganglinien der Piezometerhöhen an den Meßstellen P5 – P10; vermaschtes Röhrennetz, Modell 5 . . . . .	117
B.17 Angepaßte Ganglinien der Quellschüttung und Piezometerhöhen an den Meßstellen P1 – P4; dendritisches Röhrennetz, Modell 2 . . . . .	118
B.18 Angepaßte Ganglinien der Piezometerhöhen an den Meßstellen P5 – P10; dendritisches Röhrennetz, Modell 2 . . . . .	119
B.19 Angepaßte Ganglinien der Quellschüttung und Piezometerhöhen an den Meßstellen P1 – P4; dendritisches Röhrennetz, Modell 3 . . . . .	120
B.20 Angepaßte Ganglinien der Piezometerhöhen an den Meßstellen P5 – P10; dendritisches Röhrennetz, Modell 3 . . . . .	121
B.21 Angepaßte Ganglinien der Quellschüttung und Piezometerhöhen an den Meßstellen P1 – P4; dendritisches Röhrennetz, Modell 4 . . . . .	122
B.22 Angepaßte Ganglinien der Piezometerhöhen an den Meßstellen P5 – P10; dendritisches Röhrennetz, Modell 4 . . . . .	123
B.23 Angepaßte Ganglinien der Quellschüttung und Piezometerhöhen an den Meßstellen P1 – P4; dendritisches Röhrennetz, Modell 5 . . . . .	124
B.24 Angepaßte Ganglinien der Piezometerhöhen an den Meßstellen P5 – P10; dendritisches Röhrennetz, Modell 5 . . . . .	125

# Tabellenverzeichnis

3.1	Geometrische und hydraulische Parameter sowie Aufteilung der Grundwasserneubildung für unterschiedliche Parameterkombinationen innerhalb des diskreten Einzelkluftsystems; Referenzwerte und geänderte Werte fett dargestellt . . .	25
3.2	Geometrische und hydraulische Parameter sowie Aufteilung der Grundwasserneubildung der Parameterkombinationen für das Doppel-Kontinuum-System . . .	29
3.3	Kalibrierte, hydraulische Parameter der Doppel-Kontinuum-Modelle für die entsprechenden Parameterkombinationen des diskreten Einzelkluftmodells . . . . .	31
3.4	Vergleich der kalibrierten, hydraulischen Parameter der Doppel-Kontinuum-Modelle $T_b$ , $\alpha$ und $S_b$ mit den aus den Gleichungen (3.16) und (3.17) ermittelten sowie Bestimmung des Bereichs des Kontinuumblocks $\bar{L}_x$ mit vergleichbarem hydraulischen Verhalten zur Kluftebene (Gleichung 3.18) . . . . .	35
3.5	Gegenüberstellung der kalibrierten, hydraulischen Parameter $\alpha$ und $S_b$ des Doppel-Kontinuum-Modells mit den aus den Abschätzungen ermittelten Werten $\tilde{\alpha}$ und $\tilde{S}_b$ sowie die Bereiche des Kontinuumblocks $\bar{L}_x$ und $\tilde{L}_x$ mit vergleichbarem hydraulischen Verhalten wie die Kluftebene; für Abbildung 3.12 ausgewählte Parameterkombinationen sind fett dargestellt . . . . .	37
4.1	Vergleich der im diskreten Modell "gemessenen" und der mit dem kalibrierten Einfach-Kontinuum-Modell berechneten Piezometerhöhen . . . . .	58
4.2	Referenzwerte der bei der Kalibrierung der Doppel-Kontinuum-Modelle ermittelten hydraulischen Parameter . . . . .	61
4.3	Zusammenstellung der relativen mittleren Abweichungen $\sigma_0$ der Quellschüttungen und Piezometerhöhen an den Meßstellen für die instationären Modellrechnungen 1 – 5 und die jeweiligen kalibrierten Doppel-Kontinuum-Modelle . . . . .	62
4.4	Vergleich der im diskreten Modell "gemessenen" und der mit dem kalibrierten Einfach-Kontinuum-Modell berechneten Piezometerhöhen . . . . .	62
4.6	Zusammenstellung der relativen mittleren Abweichungen $\sigma_0$ der Quellschüttungen und Piezometerhöhen an den Meßstellen für die instationären Modellrechnungen 1 – 5 und die jeweiligen kalibrierten Doppel-Kontinuum-Modelle . . . . .	67
4.5	Referenzwerte der bei der Kalibrierung der Doppel-Kontinuum-Modelle ermittelten hydraulischen Parameter . . . . .	67

4.7	Breiten der Kontinuumblocke $L'$ , wie sie sich für unterschiedliche Röhrendurchmesser aus den Verteilungen der hydraulischen Durchlässigkeitsbeiwerte der jeweiligen Modelle (1 – 5) ergeben . . . . .	70
4.8	Größen der Kontinuumblocke $L^*$ , wie sie sich aus den Austauschkoefizienten der jeweiligen Modelle (1 – 5) ergeben . . . . .	70
4.9	Bereiche $\bar{L}$ der Kontinuumblocke für die Modelle 1 – 5, die dasselbe hydraulische Verhalten wie die Röhren besitzen . . . . .	70
4.10	Breiten der Kontinuumblocke $L'$ , wie sie sich für unterschiedliche Röhrendurchmesser aus den Verteilungen der hydraulischen Durchlässigkeitsbeiwerte der jeweiligen Modelle (1 – 5) ergeben . . . . .	72
4.11	Größen der Kontinuumblocke $L^*$ , wie sie sich aus den Verteilungen der Austauschkoefizienten der jeweiligen Modelle (1 – 5) ergeben . . . . .	73
4.12	Bereiche $\bar{L}$ der Kontinuumblocke für die Modelle 1 – 5, die dasselbe hydraulische Verhalten wie die Röhren besitzen . . . . .	73
4.13	Vergleich der im diskreten Modell "gemessenen" und der mit dem kalibrierten Einfach-Kontinuum-Modell berechneten Piezometerhöhen . . . . .	76
4.14	Zusammenstellung der relativen mittleren Abweichungen $\sigma_0$ der Quellschüttungen und Piezometerhöhen an den neuen Meßstellen für die instationäre Modellrechnung und das neue kalibrierte Doppel-Kontinuum-Modell . . . . .	76
4.15	Breiten der Kontinuumblocke $L'$ , wie sie sich für unterschiedliche Röhrendurchmesser aus den Verteilungen der hydraulischen Durchlässigkeitsbeiwerte des alten und des neuen Doppel-Kontinuum-Modells ergeben . . . . .	80

# Symbolverzeichnis

Symbol	Einheit	Bedeutung
$A$	$[m^2]$	durchflossene Querschnittsfläche
$A_b$	$[m^2]$	durchflossene Querschnittsfläche des Kontinuums b
$A_{ex}$	$[m^2]$	Austauschfläche
$A_k$	$[m^2]$	durchflossene Querschnittsfläche der Röhre, Kluft
$B$	$[m]$	Kluftweite
$d$	$[m]$	Röhrendurchmesser
$F$	$[m^2]$	relevante Fläche für die Grundwasserneubildung
$F_k$	$[m^2]$	Oberfläche der Kluftebene
$F_m$	$[m^2]$	Oberfläche des Kontinuumblocks
$g$	$[m/s^2]$	Erdbeschleunigung
$h$	$[m]$	Piezometerhöhe
$h_0$	$[m]$	Piezometerhöhe am Festpotentialrand
$h_a$	$[m]$	Piezometerhöhe im Kontinuum a
$h_b$	$[m]$	Piezometerhöhe im Kontinuum b
$h_k$	$[m]$	Piezometerhöhe in der Kluftebene
$h_m$	$[m]$	Piezometerhöhe im Kontinuumblock
$K_f$	$[m/s]$	hydraulische Durchlässigkeit
$\mathbf{K}_{fa}$	$[m/s]$	hydraulischer Durchlässigkeitstensor des Kontinuums a
$\mathbf{K}_{fb}$	$[m/s]$	hydraulischer Durchlässigkeitstensor des Kontinuums b
$\mathbf{K}_{fm}$	$[m/s]$	hydraulischer Durchlässigkeitstensor des Kontinuumblocks
$K_{fa}$	$[m/s]$	hydraulische Durchlässigkeit des Kontinuums a
$K_{fb}$	$[m/s]$	hydraulische Durchlässigkeit des Kontinuums b
$K_{fk}$	$[m/s]$	hydraulische Durchlässigkeit der Kluftebene
$K_{fm}$	$[m/s]$	hydraulische Durchlässigkeit des Kontinuumblocks
$L^*$	$[m]$	Größe der Kontinuumblocks abgeschätzt aus den kalibrierten Austauschkoefizienten (2-d Modell)
$\bar{L}$	$[m]$	Bereich des Kontinuumblocks mit hydraulischen Eigenschaften der Röhren aus Kalibrierung
$\tilde{L}$	$[m]$	Bereich des Kontinuumblocks mit hydraulischen Eigenschaften der Röhren aus Abschätzung
$L_x$	$[m]$	Breite des Kontinuumblocks (1-d Modell)

Symbol	Einheit	Bedeutung
$L'_x$	[m]	Breite des äquivalenten Doppel-Kontinuum-Modells (1-d Modell)
$L_y$	[m]	Länge des Kontinuumblocks, der Kluftebene und des äquivalenten Doppel-Kontinuum-Modells (1-d Modell)
$M$	[m]	Mächtigkeit des Aquifersystems
$N$	[m/s]	Grundwasserneubildung
$N_a$	[m/s]	Grundwasserneubildung in das Kontinuum a
$N_b$	[m/s]	Grundwasserneubildung in das Kontinuum b
$N_k$	[m/s]	Grundwasserneubildung in die Kluftebene
$N_m$	[m/s]	Grundwasserneubildung in den Kontinuumblock
$n_e$	[m/s]	speicherwirksame Porosität
$n_{ek}$	[m/s]	speicherwirksame Porosität der Kluftebene
$n_{em}$	[m/s]	speicherwirksame Porosität des Kontinuumblocks
$p$	[Pa]	Druck
$p_{n1}, p_{n2}, p_{nl}$	[1/s]	Entwicklungskoeffizienten der analytischen Lösungen
$Q$	[m <sup>3</sup> /s]	Durchfluß
$Q_b$	[m <sup>3</sup> /s]	Quellschüttung des Doppel-Kontinuum-Modells
$Q_k$	[m <sup>3</sup> /s]	Quellschüttung des diskreten Modells
$Q_n$	[m <sup>3</sup> /s]	Zufluß über Grundwasserneubildung
$q_m$	[m/s]	spezifischer Fluß zwischen Kontinuumblock und Kluftebene
$q_\alpha$	[m/s]	spezifischer Fluß zwischen den beiden Kontinua des Doppel-Kontinuum-Modells
$Re$	[–]	Reynoldszahl
$S_{0a}$	[1/m]	spezifischer Speicherkoefizient des Kontinuums a
$S_{0b}$	[1/m]	spezifischer Speicherkoefizient des Kontinuums b
$S_{0k}$	[1/m]	spezifischer Speicherkoefizient der Kluftebene
$S_{0m}$	[1/m]	spezifischer Speicherkoefizient des Kontinuumblocks
$S_a$	[–]	Speicherkoefizient des Kontinuums a
$S_b$	[–]	Speicherkoefizient des Kontinuums b
$\tilde{S}_b$	[–]	Speicherkoefizient des Kontinuums b aus Abschätzung
$S_k$	[–]	Speicherkoefizient der Kluftebene
$S_m$	[–]	Speicherkoefizient des Kontinuumblocks
$T_a$	[m <sup>2</sup> /s]	Transmissivität des Kontinuums a
$T_b$	[m <sup>2</sup> /s]	Transmissivität des Kontinuums b
$T_k$	[m <sup>2</sup> /s]	Transmissivität der Kluftebene
$T_m$	[m <sup>2</sup> /s]	Transmissivität des Kontinuumblocks
$t_0$	[s]	Dauer der Grundwasserneubildung
$v$	[m/s]	Fließgeschwindigkeit in den Röhren
$V_{ges}$	[m <sup>3</sup> ]	Volumen des Gesamtsystems
$W_{0a}$	[1/s]	spezifischer Zufluß in das Kontinuum a
$W_{0b}$	[1/s]	spezifischer Zufluß in das Kontinuum b
$W_{0m}$	[1/s]	spezifischer Zufluß in den Kontinuumblock

Symbol	Einheit	Bedeutung
$\alpha$	[1/s]	Austauschkoeffizient
$\alpha'$	[1/s]	Austauschkoeffizient nach Barenblatt
$\alpha_0$	[1/ms]	spezifischer Austauschkoeffizient
$\tilde{\alpha}$	[1/s]	Austauschkoeffizient aus Abschätzung
$\beta$	[ms <sup>2</sup> /kg]	Kompressibilität des porösen Mediums
$\kappa$	[ms <sup>2</sup> /kg]	Kompressibilität des Wassers
$\lambda$	[–]	Reibungsbeiwert nach Darcy-Weisbach
$\nu$	[m <sup>2</sup> /s]	kinematische Viskosität des Wassers
$\rho$	[kg/m <sup>3</sup> ]	Fluidichte
$\sigma$	[m]	mittlere Abweichung der Piezometerhöhen an den Meßstellen
$\sigma_0$	[–]	relative mittlere Abweichung der Ganglinien der Quellschüttung und der Piezometerhöhen

# Kapitel 1

## Einleitung

### 1.1 Problemstellung

Trotz der Wasserarmut an der Oberfläche von Karstgebieten speichern Karstaquifere erhebliche Wasservolumen und dienen in weiten Teilen der Welt der Trinkwasserversorgung. Annähernd 25% der Weltbevölkerung beziehen ihr Trinkwasser aus Karstaquiferen (Ford und Williams, 1989). In Deutschland befindet sich unter der Schwäbischen Alb der größte Karstaquifer. Durch den Zweckverband Landeswasserversorgung werden ungefähr 3 Millionen Menschen (LW, 1993), vorwiegend im Großraum Stuttgart, mit Trinkwasser aus dem Karst versorgt.

Auf Grund der hydraulischen Eigenschaften von Karstaquiferen entsteht jedoch ein weitreichender Nutzungskonflikt zwischen der Trinkwasserversorgung und der Landnutzung in Karstgebieten. Da in Karstaquiferen teilweise sehr hohe Fließgeschwindigkeiten auftreten, würden nach den DVWK-Richtlinien ausgewiesene Trinkwasserschutzgebiete in manchen Regionen die gesamten Karstflächen umfassen. Dies würde wiederum die Landnutzung stark einschränken bzw. unmöglich machen. Um die Gefährdung des Trinkwassers aus Karstaquiferen durch bereits bestehende Landnutzung besser abzuschätzen und aufgetretene Beeinträchtigungen besser zu beurteilen, ist es erforderlich, die Grundwasserströmung und den Stofftransport quantitativ zu erfassen.

Zur Beschreibung der Strömungs- und Transportprozesse werden im Allgemeinen numerische Modelle verwendet. Die Anwendung ein-

facher numerischer Modelle auf Karstaquifere hat gezeigt, daß sich die beobachteten Phänomene mit den Ansätzen für poröse Medien meist nicht modellieren lassen. Der Grund dafür ist in der komplexen Geometrie der Karsthohlräume zu suchen, die die Hydraulik der Karstsysteme auf unterschiedlichen Skalen bestimmen. Hierbei lassen sich nach Teutsch und Sauter (1991) drei Arten von Hohlräumen unterscheiden:

- die primäre Porosität des Kalksteins, welche sich bei der Sedimentation und der darauffolgenden Diagenese ausbildet;
- die sekundäre Porosität, welche von Klüften gebildet wird, die durch tektonische Beanspruchung entstanden sind;
- die tertiäre Porosität, welche aus Röhren besteht, die durch Auflösung des Kalkes entlang tektonischer Klüfte entstanden und für Karstsysteme typisch sind.

Die hydraulischen Eigenschaften eines Karstaquifers werden insbesondere durch die sekundäre und tertiäre Porosität bestimmt. Der primären Porosität wird im Allgemeinen keine hydraulische Bedeutung zugemessen.

Ein numerisches Modell zur Beschreibung eines Karstaquifers muß die hydraulischen Eigenschaften erfassen, die sich auf Grund dieser komplexen geometrischen Verhältnisse ergeben. Erfolgreiche Anwendung haben bisher verschiedene Modelle gefunden:

- Modelle, die den Aquifer als eine Black-Box betrachten und deren Eigenschaften mit Hilfe von Transferfunktionen beschrei-

ben (z.B. Mangin, 1975);

- numerische Modelle, welche das hydraulisch dominierende Röhrensystem als diskrete Diskontinuitäten und den geklüfteten Kalkstein als Kontinuum betrachten (z.B. Kiraly, 1988);
- numerische Doppel-Kontinuum-Modelle, die sowohl das Röhrensystem als auch die geklüfteten Kalksteinblöcke als Kontinuum betrachten. Mit Hilfe derartiger Modelle wurden bereits mehrere Quelleinzugsgebiete auf der Schwäbischen Alb erfolgreich beschrieben (Deutsch, 1988; Sauter, 1992; Lang et al., 1992a).

Die Aussagekraft und Prognosefähigkeit der Doppel-Kontinuum-Modelle beruht auf einer zur Beschreibung der jeweiligen Gebiete durchgeführten Kalibrierung. Im Zusammenhang mit der Kalibrierung eines Doppel-Kontinuum-Modells treten jedoch zwei Fragestellungen auf:

- Wie lassen sich die zwei Grundwasserstände der beiden Kontinua im Doppel-Kontinuum-Modell mit dem an einem bestimmten Ort im Gelände gemessenen Wasserstand vergleichen?
- Wie sind die hydraulischen Parameter eines Doppel-Kontinuum-Modells durch die geometrischen und hydraulischen Parameter eines Karstaquifers bestimmt?

Die erste dieser Fragestellungen wurde von Lang (1995) untersucht. Dort erfolgte die Interpretation der Wasserstände des Doppel-Kontinuum-Modells mit Hilfe des Abstands einer Bohrung zu einer nahegelegenen Kluft, bzw. einer Röhre. In der vorliegenden Arbeit steht dagegen die zweite Fragestellung im Vordergrund, d.h. die Identifikation der kalibrierten hydraulischen Parameter eines Doppel-Kontinuum-Modells.

## 1.2 Zielsetzung

In der Praxis hat es sich gezeigt, daß sich zur Beantwortung wasserwirtschaftlicher Fragestellungen in einem Karstgebiet numerische Modelle einsetzen lassen, die auf dem Doppel-Kontinuum-Ansatz beruhen. Dieser bietet gegenüber dem Ansatz, die hydraulisch relevanten Einheiten als diskrete Diskontinuitäten zu beschreiben, den Vorteil, daß er einfacher zu handhaben ist und keine Aussagen zur Geometrie der Diskontinuitäten erfordert. Allerdings hat er den Nachteil, daß sich die hydraulischen Parameter eines Doppel-Kontinuum-Modells nicht einfach mit den geometrischen und hydraulischen Parametern des Untersuchungsgebietes, vor allem der hydraulisch relevanten Diskontinuitäten, in Zusammenhang bringen lassen. Ein solcher Zusammenhang ist zu erwarten, da beim Doppel-Kontinuum-Ansatz sowohl die hydraulischen Parameter des Kalksteins als auch die des Röhrennetzes auf Grund der Kontinuumbetrachtung durch eine Art Mittelwertbildung bestimmt sind.

Ziel der vorliegenden Arbeit ist es, diesen Zusammenhang genauer zu untersuchen, und soweit möglich einen formalen Zusammenhang zwischen den hydraulischen Parametern des Doppel-Kontinuum-Modells und den geometrischen und hydraulischen Parametern des Untersuchungsgebietes aufzustellen. Dabei werden auch die Fragen nach der Interpretation der Wasserstände des Doppel-Kontinuum-Modells sowie die Interpretation der kalibrierten Parameter im Hinblick auf mit Hilfe hydraulischer Tests im Gelände ermittelte Parameter eines Karstaquifers diskutiert.

## 1.3 Vorgehensweise

Für den Vergleich der hydraulischen Parameter eines Doppel-Kontinuum-Modells mit den geometrischen und hydraulischen Parametern eines Karstaquifers ist es nicht möglich, ein Doppel-Kontinuum-Modell an einem realen

Karstaquifer zu kalibrieren. Dessen geometrische und hydraulische Parameter lassen sich zu ungenau ermitteln. Der grundlegende Ansatz der vorliegenden Arbeit basiert deshalb auf der Idee, diesen Vergleich an einem synthetischen Karstaquifer durchzuführen, dessen geometrische Größen und hydraulische Parameter a priori bekannt sind.

Die Erstellung des synthetischen Karstaquifers beruht auf Erkenntnissen, die sich zum einen aus der Literatur (z.B. Ford und Williams, 1989) und zum anderen aus Geländebeobachtungen gewinnen lassen. Für diesen synthetischen Karstaquifer wird ein numerisches Modell erstellt, das die hydraulisch relevanten Einheiten durch diskrete Diskontinuitäten beschreibt. Um einen Vergleich mit natürlichen Karstsystemen zu ermöglichen, muß der synthetische Karstaquifer dieselben hydraulischen Eigenschaften wie ein natürliches Karstsystem besitzen.

Die Berechnung dieses diskreten, numerischen Modells erfolgte mit dem Programmsystem ROCKFLOW-SM (Wollrath et al., 1991). Damit wurde die Reaktion des Aquifers auf Perioden mit unterschiedlicher Grundwasserneubildung simuliert, so daß dieses synthetische, diskrete Modell als eine naturnahe Referenz für ein Karstsystem angesehen werden konnte. Es ließen sich Quellschüttung und Grundwasserstände im Modell ermitteln, die dann wie gemessene Größen behandelt wurden. An diesen "gemessenen" Größen wurde ein Doppel-Kontinuum-Modell kalibriert, dessen Berechnung mit dem Programm DP-MODFLOW (Lang et al., 1992b) erfolgte. Auf

diese Weise ließen sich die kalibrierten Parameter des Doppel-Kontinuum-Modells mit den vorgegebenen geometrischen und hydraulischen Parametern des diskreten Modells vergleichen.

Dieser Vergleich der Parameter erfolgte im Rahmen der vorliegenden Arbeit an zwei qualitativ unterschiedlichen Karstsystemen:

- an einem stark vereinfachten System, einer Einzelkluft in einem Kontinuumblock, erfolgte der Vergleich der Parameter auch mit Hilfe von analytischen Lösungen;
- an einem realitätsnahen, synthetischen Quelleinzugsgebiet erfolgte der Vergleich unter Bedingungen, wie sie bei der praktischen Anwendung von Doppel-Kontinuum-Modellen auftreten.

Das vereinfachte System besteht aus einem quaderförmigen Kontinuumblock, der von einer Einzelkluft drainiert wird. Wird ein Einzelereignis der Grundwasserneubildung betrachtet, so konnte für das Differentialgleichungssystem, welches dieses Einzelkluftsystem beschreibt, eine analytische Lösung angegeben werden. Das realitätsnahe, synthetische Quelleinzugsgebiet hingegen besitzt die Geometrie eines Kreissegments und wird von einem Röhrennetz drainiert. Dabei wurde sowohl ein vollständig vermaschtes als auch ein dendritisches Röhrennetz als Drainagesystem angenommen. Die Grundwasserneubildung wurde durch eine beinahe zweijährige Zeitreihe beschrieben, wie sie für die Schwäbische Alb typisch ist.



# Kapitel 2

## Hydrogeologische Beschreibung von Karstsystemen

### 2.1 Charakterisierung von Karstsystemen

#### 2.1.1 Geologische Charakterisierung

Karstgebiete treten in Gesteinsformationen auf, in denen die chemische Verwitterung schneller vonstatten geht als die mechanische. Die chemische Verwitterung wirkt auf Grund der Wasserzirkulation in tektonischen Klüften nicht nur an der Oberfläche sondern auch im Inneren dieser Gesteinsformationen. Dieses Phänomen prägt sowohl die Landschaftsentwicklung als auch die Hydrogeologie der Karstgebiete.

Karstgebiete treten vor allem in Karbonatgesteinen auf. Der Grund dafür ist zum einen, daß Karbonate weiter verbreitet und meist mit größerer Mächtigkeit abgelagert sind, als andere verkarstungsfähige Gesteine wie Gips oder Steinsalz. Zum anderen lösen sich die Karbonate langsamer auf als zum Beispiel Gips, wodurch verkarstete Karbonatgesteine länger erhalten bleiben als verkarstete Gipsgesteine. Die Lösung des Kalksteins beruht in der Hauptsache auf der Auflösung von  $\text{CaCO}_3$  unter Einwirkung von Kohlensäure  $\text{H}_2\text{CO}_3$ :



Karstgebiete in Karbonatgesteinen unterscheiden sich je nach geologischen Gegebenheiten und klimatischen Verhältnissen. Auf

Grund der geologischen Gegebenheiten lassen sich die Karstgebiete zunächst in Offenen und Überdeckten Karst unterteilen. Als Offenen Karst bezeichnet man Gebiete, in denen die Karbonatgesteine an der Oberfläche anstehen. Fehlt in diesen Gebieten eine Bodenbedeckung, so entstehen oberflächliche Lösungserscheinungen wie Karren oder Schratten. Als Überdeckten Karst werden Gebiete bezeichnet, in denen die verkarsteten Karbonatgesteine von einer anderen Gesteinsformation abgelagert werden.

Offener und Überdeckter Karst unterscheiden sich auch in der Geometrie des ausgebildeten Entwässerungssystems (Palmer, 1975). In Gebieten des Offenen Karsts wird das neugebildete Grundwasser über Schlotten in der ungesättigten, vadosen Zone direkt dem Aquifer, der phreatischen Zone, zugeführt, wodurch sich häufig ein weitgehend dendritisch ausgebildetes Röhrennetz entwickelt. Dagegen wird in Gebieten des Überdeckten Karsts das neugebildete Grundwasser meist diffus dem Aquifer zugeführt. Dadurch entwickeln sich vermaschte Netzwerke, die entweder regelmäßig, gitterförmig, oder unregelmäßig, anastomos oder schwammartig, ausgebildet sind.

Ähnliche Unterschiede im Entwässerungsnetz finden sich für die Ausbildung der Karbonate als gebankte Fazies bzw. riffartige Massenkalkfazies. In der gebankten Fazies entwickelt sich auf Grund der Bankung eine engständige Klüftung. Werden diese Klüfte durch Kalklösung erweitert, so entsteht eher ein ver-

maschtes Netzwerk, wobei die Hohlräume meist klein ausgebildet sind (z.B. Muschelkalkkarst in Baden-Württemberg; Hagedorn und Simon, 1988). In der Massenkalkfazies sind dagegen die Karsthohlräume meist groß ausgebildet. Man findet dort große Höhlen, die durch wenige oft große Röhren untereinander verbunden sind.

Die tektonischen Gegebenheiten prägen ebenfalls die Formen der Verkarstung. In Karbonatgesteinen, die sich nach ihrer Sedimentation wenig gehoben haben und sich heute noch auf Meeresspiegelniveau befinden, wie z.B. die Bahama-Bank in der Karibik, wird die Verkarstung vorwiegend durch die Mischung des salinaren Meerwassers mit dem meteorischen Süßwasser beeinflusst. Es bilden sich kammerförmige Hohlräume, die fingerartig in den Rand der Karbonat tafel eindringen ("flank margin caves"; Mylroie, 1988).

Dagegen entwickelt sich in Gebieten, die einer starken tektonischen Hebung ausgesetzt sind, eine andere Form der Verkarstung. Auf Grund der Hebung werden Vorflut- bzw. Quellniveau eingetieft. Es können aber auch andere Vorfluten Bedeutung erlangen oder sich neue Quellen bilden. Dadurch entsteht meist ein komplexes Entwässerungssystem, in dem ältere Systeme von jüngeren überprägt werden. Solche Gebiete werden als alpiner Karst bezeichnet (Bögli, 1980).

Die klimatischen Verhältnisse beeinflussen unmittelbar die chemische Reaktion der Kalklösung. Sowohl bei geringerer Temperatur als auch bei höherem  $\text{CO}_2$ -Partialdruck wird mehr  $\text{CO}_2$  im Wasser gelöst, wodurch die Karbonatlösung erhöht wird. Ebenfalls mit erhöhter Karbonatlösung ist in humiden Klimazonen zu rechnen, da durch das hohe Wasserdargebot sich größere Mengen Karbonat lösen lassen. Dieser Effekt ist wohl eine der Ursachen dafür, daß in gemäßigten Breiten eher Dolinenkarst und in den Tropen eher der weiterentwickelte Kegelkarst auftritt (Ford und Williams, 1989).

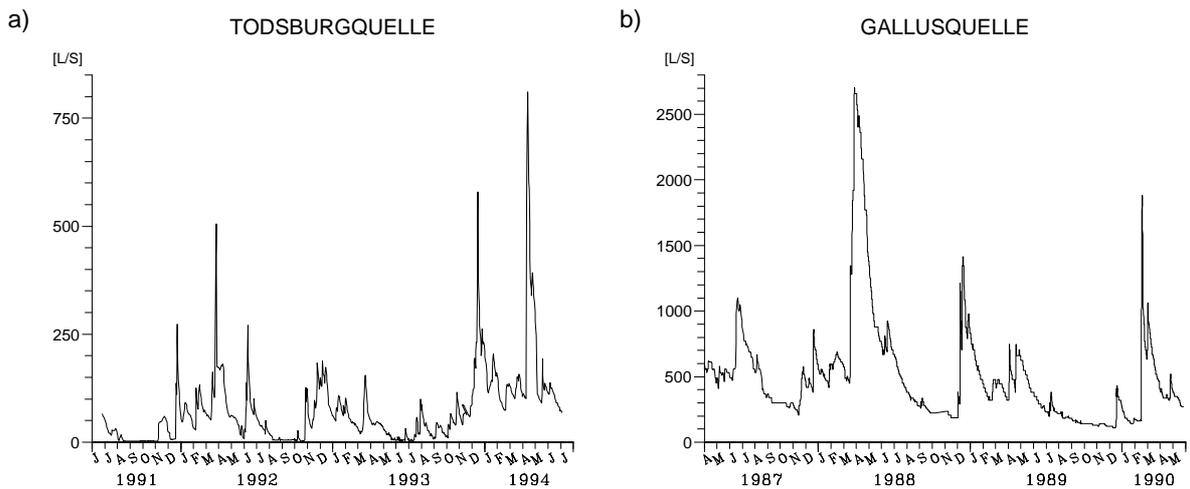
### 2.1.2 Hydrogeologische Charakterisierung

Hydrogeologisch zeichnen sich Karstgebiete dadurch aus, daß sie bedingt durch Kalklösung im Untergrund häufig keinen oberirdischen Abfluß aufweisen. Deswegen besitzen Karstquellen oft eine starke Quellschüttung und das Hohlraumvolumen von Karstaquifere ist verglichen mit anderen Festgesteinen recht groß. Effektive Porositäten in der Größenordnung von 1–2% sind nicht ungewöhnlich (Sauter, 1992). Auf Grund dieser Eigenschaften besitzen Karstaquifere eine hohe Ergiebigkeit, weswegen sie häufig zur Trinkwasserversorgung genutzt werden.

Durch die Beziehung zwischen dem Vorflut- bzw. Quellniveau und dem Karstaquifer wird hydrogeologisch zwischen Seichtem und Tiefem Karst unterschieden (z.B. Villinger, 1972). Im Seichten Karst liegt der Karstaquifer über dem Quellniveau. Die Quellen entspringen an der Basis des Aquifers. In den meisten Fällen bilden sich Karstgerinne aus. Dagegen liegt im Tiefen Karst das Quellniveau über der Aquiferbasis, wodurch sich ein Teil des Aquifers unterhalb des Quellniveaus befindet. Es bildet sich eine mehr oder weniger mächtige phreatische Zone aus.

Die Quellschüttungen der Karstquellen reagieren abhängig von der Ausbildung der Karstaquifere unterschiedlich auf Neubildungsereignisse (z.B. Padilla et al., 1994). So reagieren die Quellen des Seichten Karsts heftiger auf solche Ereignisse. Das Verhältnis der Schüttungen zwischen Hoch- und Niedrigwasser ist oft weit größer als 10:1. Während der Trockenperioden oder in semiariden Klimazonen können diese Quellen zeitweise trockenfallen. Dagegen reagieren Quellen des Tiefen Karsts gedämpfter auf Neubildungsereignisse, da dort die phreatische Zone ein weit größeres Wasservolumen umfaßt. Das Schüttungsverhältnis zwischen Hoch- und Niedrigwasser ist meist kleiner als 10:1.

In Abbildung 2.1 sind die Quellschüttungen zweier Karstquellen der Schwäbischen Alb ge-



**Abbildung 2.1:** Quellschüttungen zweier Karstquellen der Schwäbischen Alb: a) Todsburgquelle, Seichter Karst; b) Gallusquelle, Tiefer Karst

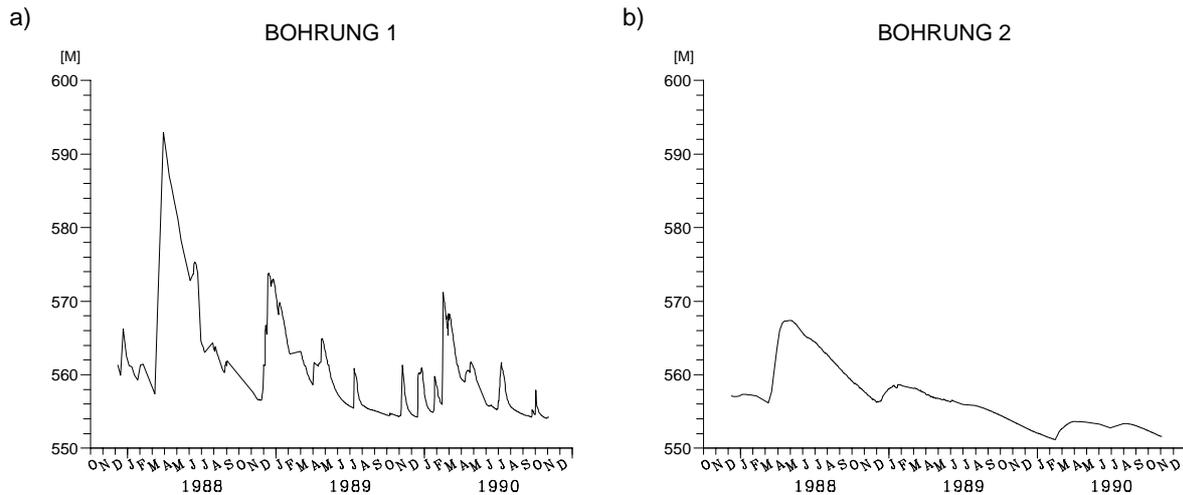
genübertgestellt. Die Todsburgquelle liegt im Seichten Karst und reagiert heftig. Die Gallusquelle liegt zwar im Tiefen Karst, zeigt aber dennoch eine heftige Reaktion. Die Ursache dafür ist eine geringmächtige phreatische Zone. Weiterhin gibt es in den meisten Karstgebieten noch Quellen, die nur bei Hochwasser eine Schüttung aufweisen. Diese liegen auf der Höhe alter Quellniveaus und haben durch die Eintiefung der Vorflut ihre Bedeutung als Karstquellen verloren. Sie können jedoch periodisch als Überlaufquellen in Funktion treten.

Auch die Grundwasserstände eines Karstaquifers zeigen ein unterschiedliches Verhalten. Dies ist aber weniger von den allgemeinen geologischen und hydrogeologischen Verhältnissen in dem jeweiligen Karstsystem abhängig, als von den zufälligen lokalen Gegebenheiten. Vor allem die Lage der Bohrung bezüglich eines benachbarten und vom Grundwasser durchströmten Karsthohlraums, einer Röhre, bestimmt das zeitliche Verhalten des dort ermittelten Wasserstandes (Lang, 1995). Je geringer der Abstand einer Bohrung zu einem solchen Karsthohlraum, desto schneller und heftiger ist die Reaktion des Grundwasserstandes auf ein Neubildungsereignis. Andererseits wird mit zunehmendem Abstand der Bohrung zu einem Karsthohlraum die Reaktion gedämpfter und immer

mehr verzögert (Abb. 2.2).

Im Allgemeinen wird angenommen, daß der wesentliche Teil der Grundwasserzirkulation in den Karströhren stattfindet. Diese nehmen einen relativ kleinen Teil des gesamten Aquifervolumens ein. Dieses Volumen entspricht einer Porosität von ungefähr  $n_e \simeq 10^{-5}$ , im Gegensatz zu einer Gesamtporosität von  $n_e \simeq 1\%$  (Sauter, 1992). Dadurch treten in diesen Röhren Fließgeschwindigkeiten von bis  $v \simeq 1\text{ m/s}$  auf (Gale, 1984) und bei Tracerversuchen werden üblicherweise Abstandsgeschwindigkeiten von bis zu mehreren hundert  $\text{m/h}$  ermittelt (z.B. Villinger und Ufrecht, 1989). Eine Konsequenz daraus ist, daß die Zone II der Trinkwasserschutzgebiete in Karstgebieten die gesamten Quelleinzugsgebiete umfassen würde, wenn sie mit Hilfe der 50-Tage-Linie ausgewiesen werden würde. Aus diesem Grund werden auf der Schwäbischen Alb die Zonen II so ausgewiesen, daß sie nur die Bereiche des Einzugsgebietes umfassen, von denen angenommen wird, daß sie direkt mit dem Röhrennetz in Verbindung stehen, wie z.B. Dolinen (GLA, 1991).

Die Grenzen von Quelleinzugsgebieten sind durch die unterirdischen Wasserscheiden festgelegt. Durch die Entwicklung der Verkarstung weichen die unterirdischen Wasserscheiden in Karstgebieten in ihrer Lage stark von



**Abbildung 2.2:** Wasserstände zweier Bohrungen auf der Schwäbischen Alb: a) Bohrung nahe bei einem Karsthohlraum; b) Bohrung weiter entfernt von einem Karsthohlraum

den oberirdischen ab. Die Ermittlung der unterirdischen Wasserscheiden erfolgt daher üblicherweise durch Färbeversuche, die allerdings nicht immer erfolgreich verlaufen. So kann z.B. in Karstgebieten wie der Schwäbischen Alb, deren Entwässerung durch verschieden alte Karstsysteme geprägt ist, der Effekt eintreten, daß bei unterschiedlichen hydrologischen Zuständen (Niedrigwasser bzw. Hochwasser) diese Karstsysteme in unterschiedlichem Maße aktiviert werden und sich somit die unterirdische Wasserscheide verschiebt (z.B. Strayle, 1970).

In Karstaquifereen korrelieren die durch hydraulische Tests ermittelten hydraulischen Parameter gut mit der Längenskala, die von dem entsprechenden Test erfaßt wird. So fand Kiraly (1975), daß sich die ermittelte hydraulische Durchlässigkeit mit Zunahme dieser Skala um mehrere Größenordnungen erhöht. Diese Beobachtung läßt sich damit erklären, daß mit zunehmender Skala immer mehr und hydraulisch wirksamere Karsthohlräume, insbesondere Röhren, erfaßt werden.

### 2.1.3 Verkarstung der Schwäbischen Alb

#### Geologie

In der vorliegenden Arbeit wird als Grundlage zur Beschreibung der hydraulischen Eigenschaften ein Karstsystem gewählt, das unter vergleichbaren geologischen Bedingungen entstanden sein könnte wie ein System auf der Schwäbischen Alb. Damit lassen sich die Eigenschaften der betrachteten synthetischen Karstsysteme mit den Eigenschaften realer Karstsysteme der Schwäbischen Alb vergleichen, da für diese Systeme sowohl die Geologie bekannt, als auch hydrologische (meteorologische Daten, Quellschüttung) und hydrogeologische Messungen (Grundwasserstände, Pump- und Tracerversuche) verfügbar sind.

Die Karbonattafel der Schwäbischen Alb ist aus mehreren stratigraphischen Schichten aufgebaut. Ihre Basis bilden die Oxford-Mergel (ox1, Weißjura  $\alpha$ ), die zwar geklüftet sind, aber wegen ihres hohen Mergelanteils nicht zur Verkarstung neigen. Darüber lagern die wohlgebankten Oxford-Kalke (ox2, Weißjura  $\beta$ ), die dann verkarsten, wenn sie im Bereich der Grundwasseroberfläche liegen. Die darüberliegenden Kimmeridge-Mergel (ki1, Weißjura  $\gamma$ ) sind von Kalksteinbänken durch-

zogen und ebenfalls verkarstet, wenn sie im Bereich der Grundwasseroberfläche liegen. In diesen Fällen wird eine Verbindung zwischen den Oxford-Kalken im Liegenden und den Kimmeridge-Kalken im Hangenden hergestellt. Dieses Phänomen tritt auf der Schwäbischen Alb vor allem im Bereich des Seichten Karsts auf. Die mächtigen Schichten des Kimmeridge-Kalkes (ki2,3, Weißjura  $\delta$ ,  $\epsilon$ ) bestehen vorwiegend aus einer verschwammten Massenkalkfazies. Dort ist die hauptsächliche Verkarstung der Schwäbischen Alb ausgebildet. Darüber befinden sich lokal noch gebankte Kalke und die Zementmergel des Tithon (th1,2, Weißjura  $\epsilon$ ,  $\zeta$ ), die keine Verkarstung zeigen.

Die Karbonate der Schwäbischen Alb wurden im Jura abgelagert. In der Kreidezeit lagen sie auf Meeresspiegelniveau. Durch Einbruch des Oberrheingrabens und Auffaltung der Alpen im Tertiär wurden sie mehrfach gekippt. Zuerst fielen sie gegen O dann gegen SO ein. Durch die Hebung über den Meeresspiegel wurden sie der meteorischen Wasserzirkulation zugänglich, und eine erste Phase der Verkarstung begann. Zur Zeit des Molassemeeres wurde die Karbonatplattform im Süden wieder überflutet. Heute findet man auf der südlichen Schwäbischen Alb noch die Klifflinie dieses Meeres. Während der Eiszeiten im Quartär wurde die Wasserzirkulation durch Permafrostbedingungen stark vermindert. In den zwischeneiszeitlichen Warmzeiten hatte sich die Donau eingetieft und ein neues Vorflutniveau geschaffen. Damit wurde eine erneute Phase der Verkarstung eingeleitet. Im Nordwesten wird die Karbonatplatte seit dem Tertiär durch die Eintiefung des Neckars abgetragen. Diese Eintiefung hat eine weitere, heute noch wirksame Phase der Verkarstung zur Folge.

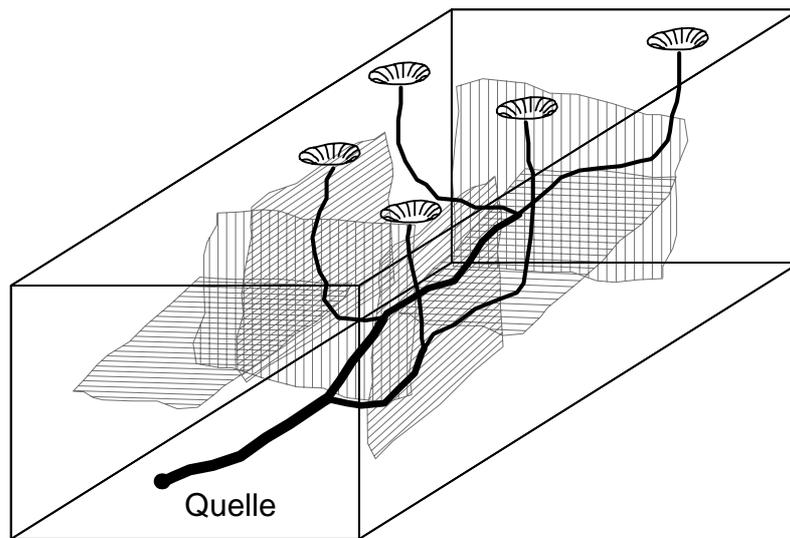
### Hydrogeologie

Die Verkarstung der Schwäbischen Alb ist vor allem durch die Vorflut- bzw. Quellniveaus geprägt. Auf Grund der skizzierten, landschaftsgeschichtlichen Entwicklung sind heu-

te mehrere Karstsysteme überlagert. Über die Entwässerung der Schwäbischen Alb herrscht die Vorstellung, daß das neugebildete Grundwasser im Epikarst in den Bereichen der Dolinen und Karstwannen konzentriert wird (Williams, 1983; Sauter, 1992) und über die vadosen Zone dem Karstaquifer, der phreatischen Zone, zugeführt wird. Die Karsthohlräume, die Röhrensysteme, über die die Entwässerung erfolgt, sind durch die Richtungen der tektonischen Klüfte aber auch durch die jeweilige Entwässerungsrichtung geprägt.

Auf der Schwäbischen Alb lassen sich mindestens drei Entwässerungsrichtungen nachweisen. Eine Entwässerung, pleistozänen bis pliozänen Alters (Villinger und Ufrecht, 1989), war in Richtung O zur Urdonau hin gerichtet. Sie entspricht der Richtung der meisten Trockentäler der Schwäbischen Alb. Diese Entwässerungsrichtung wurde zwischen den Eiszeiten durch die Eintiefung der Donau überprägt. Die dadurch entstandene Richtung weist nach S und ist für den südlichen Teil der Schwäbischen Alb noch heute bestimmend. Sie wird im Bereich des Tiefen Karsts vorgefunden, der im nördlichen Teil offen ist und im südlichen Teil von den Ablagerungen des Molassemeeres überdeckt wird. Die dritte Entwässerungsrichtung weist nach NW über den Albtrauf in Richtung des Neckartals und bestimmt den Seichten Karst. Deren Einfluß dringt immer weiter nach SO vor und entzieht dem Tiefen Karst immer mehr Wasser.

Auf Grund des Wechsels der Entwässerungsrichtungen ist das Karstsystem der Schwäbischen Alb insgesamt nicht einfach zu beschreiben. Es haben sich dadurch Karstaquifere in unterschiedlichen stratigraphischen Einheiten ausgebildet. Die hauptsächliche Verkarstung der Schwäbischen Alb ist in den Kimmeridge-Kalken ausgebildet und stellt den größten Teil des Aquifers des Tiefen Karsts dar. In Bereichen, wo die Vorflut entweder in den Oxford-Kalken (Donautal bei Friedingen) oder an der Grenze Oxford-Mergel – Oxford-Kalke (Seichter Karst) liegt, sind sowohl die Kimmeridge-Mergel als auch die Oxford-Kalke verkarstet und bilden den maßgeblichen Aquifer. In den



**Abbildung 2.3:** *Idealisiertes synthetisches Karstsystem, Grundlage für die folgenden Untersuchungen*

lokal vorhandenen Zementmergeln treten vereinzelt noch hangende Grundwasserstockwerke auf.

Um für die im Folgenden beschriebenen Untersuchungen ein synthetisches Karstsystem zu definieren, müssen die hydrogeologischen Verhältnisse, wie sie auf der Schwäbischen Alb vorgefunden werden, vereinfacht werden. Es wird ein Quelleinzugsgebiet mit vereinfachtem Entwässerungssystem betrachtet. Dieses Entwässerungssystem besitzt ein einheitliches Alter und somit eine einheitliche Entwässerungsrichtung sowie ein wohldefiniertes Quellniveau. Weiterhin wird keine Verbindung zu benachbarten Einzugsgebieten angenommen, wodurch die Größe des Einzugsgebietes eindeutig bestimmt ist.

Das im Folgenden betrachtete Karstsystem besteht aus einem dendritischen Netz von Röhren, welche die Dolinen mit der Quelle verbinden. Außerdem enthält es ein Netz tektonischer Klüfte, in denen ebenfalls Grundwasserströmung erfolgt (Abb. 2.3). Wie dieses Karstsystem in ein hydraulisches Modell umgesetzt werden kann, ist im nächsten Abschnitt beschrieben.

## 2.2 Hydraulische Modelle

### 2.2.1 Definitionen und Übersicht

Die Grundwasserströmung ist durch die Geometrie und Konnektivitäten der Hohlräume eines Aquifers bestimmt. Es lassen sich vor allem in Festgesteinen mehrere Arten von Hohlräumen auf Grund ihrer hydraulischen Eigenschaften unterscheiden, die dann als *Porositäten* bezeichnet werden. In Karstsystemen sind dies z.B. drei Arten (Teutsch und Sauter, 1991):

- die primäre Porosität des Kalksteins, welche sich bei der Sedimentation und der darauffolgenden Diagenese ausbildet;
- die sekundäre Porosität, welche von Klüften gebildet wird, die durch tektonische Beanspruchung entstanden sind;
- die tertiäre Porosität, welche aus Röhren besteht, die durch Auflösung des Kalkes entlang tektonischer Klüfte entstanden und für Karstsysteme typisch sind.

Dabei wird der primären Porosität keine hydraulische Bedeutung zugemessen. Die sekundäre Porosität besitzt eine geringe, jedoch nicht vernachlässigbare Durchlässigkeit

und ein hohes Speichervermögen. Die tertiäre Porosität dagegen ist durch eine hohe Durchlässigkeit und ein geringes Speichervermögen charakterisiert.

Ein Aquifersystem, das aus zwei oder mehr sich in ihren hydraulischen Eigenschaften unterscheidenden Porositäten besteht, wird als *Doppel-* oder *Mehr-Porositäts-System* bezeichnet. In diesem Sinne stellt ein Karstaquifer ein Doppel-Porositäts-System dar. Ein anderes Beispiel für ein Doppel-Porositäts-System wäre ein Kluftaquifer, in dem in der Nähe einer regionalen Störungszone die Grundwasserströmung auf lokalem Maßstab (10 ... 100 m) beschrieben werden soll.

Die Grundwasserströmung in einem Aquifer oder in einem Teil eines solchen wird im Allgemeinen durch ein *hydraulisches Modell* beschrieben. Ein hydraulisches Modell besteht in erster Linie aus einem Konzept, das festlegt, mit welchen physikalischen Gesetzen diese Strömung beschrieben werden soll. Dieses Konzept wird dann in ein mathematisches Modell umgesetzt, das in den meisten Fällen aus einem System partieller Differentialgleichungen besteht. Die Lösungen dieses Differentialgleichungssystems werden unter Vorgabe von Rand- und Anfangsbedingungen häufig numerisch ermittelt, wozu entsprechende Computer-Programme verwendet werden. Als *numerisches Modell* eines vorgegebenen Untersuchungsgebietes wird die numerische Lösung eines mathematischen Modells bezeichnet, wobei die Parameter des zugrunde liegenden Differentialgleichungssystems das Untersuchungsgebiet charakterisieren.

Hydraulische Modelle zur Beschreibung der Grundwasserströmung basieren in den meisten Fällen auf der Annahme der Strömung in einem porösen Medium. Läßt sich ein sogenanntes *repräsentatives Elementarvolumen (REV)* (Bear, 1972) definieren, in dem die hydraulischen Parameter als konstant angenommen werden können, kann dieses poröse Medium als *Kontinuum* betrachtet und die Strömung durch das Darcy'sche Fließgesetz

$$Q = A K_f \text{grad } h \quad (2.1)$$

beschrieben werden. Dabei ist  $Q$  der Durchfluß durch den Querschnitt  $A$  und  $K_f$  der hydraulische Durchlässigkeitsbeiwert des porösen Mediums. Die *Piezometerhöhe*

$$h = \frac{p}{g\rho} + z \quad (2.2)$$

ist durch den Druck  $p$ , die Erdbeschleunigung  $g$ , die Dichte der strömenden Flüssigkeit  $\rho$  und die Lage über einem Bezugsniveau  $z$  definiert. Für Lockergesteinsaquifere besitzt das REV Abmessungen von wenigen *dm*. Für Aquifere in geklüfteten oder verkarsteten Festgesteinen ist es wesentlich größer. Long (1983) und Wollrath (1990) versuchten für Kluftaquifere REV's mit Hilfe von numerischen Modelluntersuchungen zu bestimmen. Ihr Ergebnis war, daß ein REV eine Mindestanzahl statistisch verteilter Klüfte enthalten muß. Seine Größe hängt demnach mit dem Abstand der einzelnen Klüfte zusammen.

Doppel- bzw. Mehr-Porositäts-Systeme können mit unterschiedlichen Ansätzen in hydraulische Modelle übertragen werden. Der gewählte Ansatz hängt meist von der Fragestellung ab. Diese unterschiedlichen Ansätze sind z.B. von Teutsch und Sauter (1991) zusammengestellt worden. Die beiden Ansätze, die in der vorliegenden Arbeit zur Anwendung kommen, werden im Folgenden ausführlicher besprochen.

Bei regionaler Betrachtung kann in Karstsystemen das System der tektonischen Klüfte mit Hilfe eines Kontinuumsansatzes beschrieben werden. Auf dieser Skala findet man genügend Klüfte und es läßt sich somit ein REV bestimmen. So konnte Hartmann (1994) zeigen, daß die Transmissivitäten, die aus Pumpversuchsauswertungen mit einfachporösen Ansätzen ermittelt wurden, sich in Karstsystemen dann mit den aus Kluftmessungen abgeschätzten vergleichen lassen, wenn das betrachtete Gebiet lokal nicht von großen Karsthohlräumen hydraulisch beeinflusst ist. Dagegen kann für das System der Karsthohlräume kein REV bestimmt werden, da deren Anzahl auch auf regionaler Skala zu gering ist.

Die beiden verwendeten Ansätze unterscheiden sich nur in der Beschreibung des Systems der Karsthohlräume. Der eine, im Folgenden diskreter Ansatz genannt, beschreibt diese durch diskrete Diskontinuitäten. Der andere, der Doppel-Kontinuum-Ansatz, beschreibt auch die Karsthohlräume als ein Kontinuum, das sich an derselben Stelle im Raum befindet wie das Kontinuum, das die tektonischen Klüfte beschreibt. Obwohl für dieses System kein REV bestimmt werden kann, wird dieser Ansatz gewählt, da sich die Geometrie der Karsthohlräume nicht ermitteln läßt. Weiterhin hat es sich gezeigt, daß sich mit einem solchen Ansatz Karstsysteme erfolgreich modellieren lassen (Teutsch, 1988; Sauter, 1992; Lang et al., 1992a). In Abbildung 2.4 ist schematisch die Beschreibung eines Karstsystems mit Hilfe dieser beiden Ansätze dargestellt.

Der Doppel-Kontinuum-Ansatz ist ein einfacher Ansatz, der bei der Beschreibung von Karstsystemen in der Praxis erfolgreich ist. Allerdings lassen sich die in einem Doppel-Kontinuum-Modell verwendeten Parameter nicht aus Geländemessungen sondern nur durch eine Kalibrierung, d.h. eine Invers-Modellierung, bestimmen. Wie bereits erwähnt, ist es Ziel der vorliegenden Arbeit, aufzuzeigen, welche Zusammenhänge zwischen diesen Parametern und den tatsächlichen geometrischen und hydraulischen Parametern eines Karstsystems bestehen. Zu diesem Zweck wurde ein synthetisches Karstsystem mit Hilfe des diskreten Ansatzes modelliert und für ein dazu äquivalentes Doppel-Kontinuum-System dessen Parameter identifiziert. In den folgenden Abschnitten ist die Umsetzung der beiden Ansätze in jeweils ein numerisches Modell beschrieben.

## 2.2.2 Diskretes Modell

### Mathematische Beschreibung

Im diskreten Modell werden, gemäß dem diskreten Ansatz, die Karsthohlräume als diskrete Diskontinuitäten in einem Kontinuum be-

trachtet. Im Kontinuum wird die Grundwasserströmung durch das Darcy'sche Fließgesetz (Gleichung 2.1) beschrieben. Damit gilt dort die Differentialgleichung

$$\operatorname{div}(\mathbf{K}_{fm} \operatorname{grad} h_m) = S_{0m} \frac{\partial h_m}{\partial t} - W_{0m}. \quad (2.3)$$

Dabei sind  $\mathbf{K}_{fm}$  der hydraulische Durchlässigkeitstensor,  $S_{0m}$  der spezifische Speicherkoeffizient und  $W_{0m}$  die spezifischen Zu- bzw. Abflüsse. Diese Parameter weisen im Allgemeinen eine heterogene Verteilung auf.

Die Grundwasserströmung in den diskreten Diskontinuitäten läßt sich durch unterschiedliche Fließgesetze beschreiben. Werden diese Diskontinuitäten als zweidimensionale offene Kluftflächen betrachtet, so können die Fließgesetze nach Louis (1967) angewendet werden, die sowohl für laminare als auch für turbulente Strömung gelten. Werden die Diskontinuitäten z.B. als Scherzonen betrachtet, läßt sich auch das Darcy'sche Fließgesetz (Gleichung 2.1) anwenden.

In Karstsystemen kann dagegen davon ausgegangen werden, daß die meisten dieser Diskontinuitäten offene Röhren sind. In diesen lassen sich die laminare Strömung durch das Gesetz von Hagen-Poiseuille und die turbulente Strömung durch das Widerstandsgesetz von Darcy-Weisbach

$$v^2 = \frac{2g}{\lambda} d \operatorname{grad} h \quad (2.4)$$

beschreiben. Dabei ist  $d$  der Röhrendurchmesser und  $\lambda$  ein empirisch ermittelter Reibungskoeffizient, der durch das Verhältnis der Oberflächenrauheit zum Röhrendurchmesser  $k/d$  bestimmt ist. Dieser läßt sich zum Beispiel mit Hilfe des Nikuradse-Moodey-Diagramms ermitteln. In Karströhren können Fließgeschwindigkeiten von bis zu  $v \simeq 1 \text{ m/s}$  auftreten (Gale, 1984). Bei einem Röhrendurchmesser von  $d \simeq 0,1 \text{ m}$  ergibt sich eine Reynoldszahl  $Re = vd/\nu > 10^5$ , so daß von turbulenter Strömung in den Karsthohlräumen ausgegangen werden muß.  $\nu \simeq 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$  ist die kinematische Viskosität des Wassers bei der Temperatur des Grundwassers.

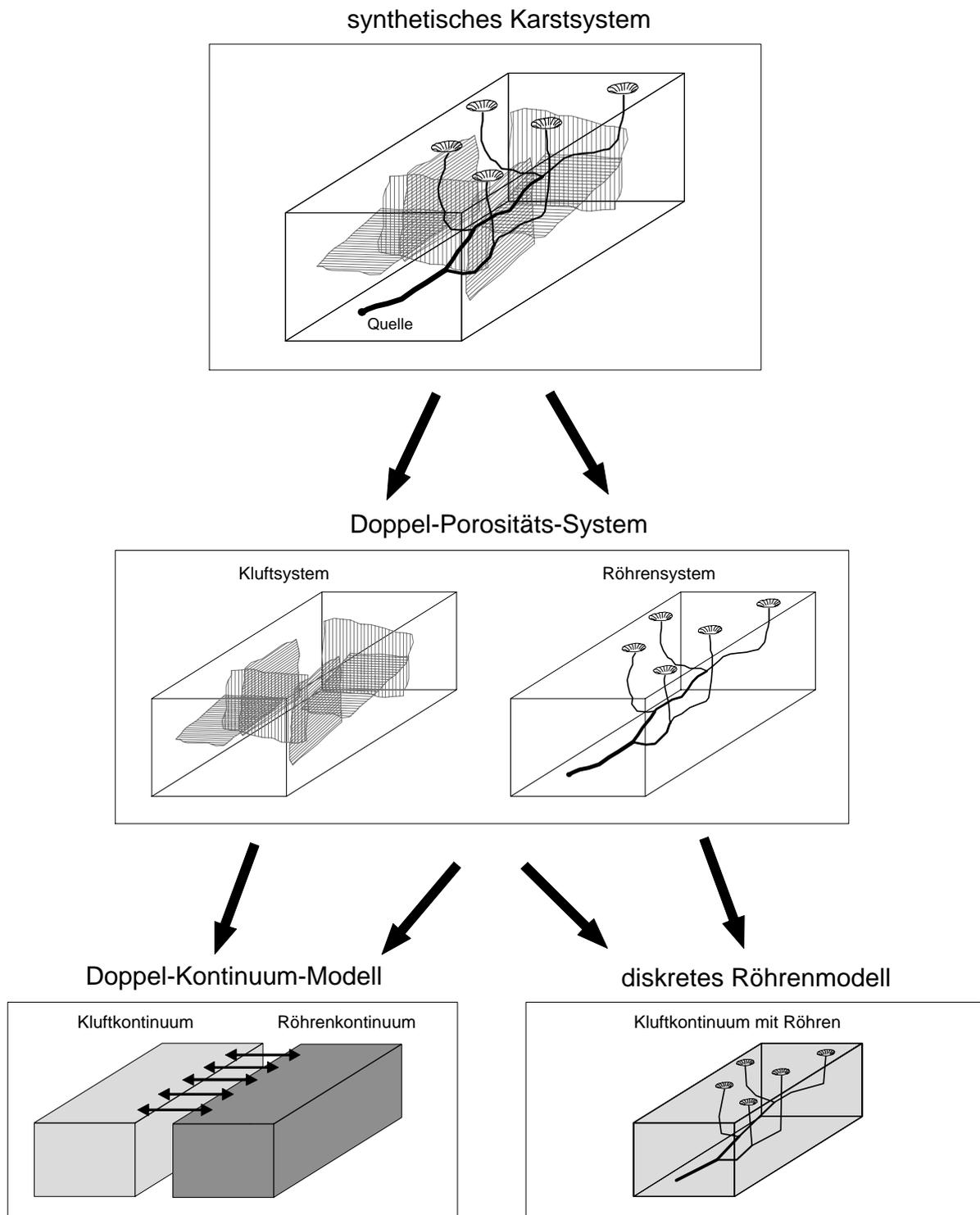


Abbildung 2.4: Beschreibung eines Karstsystems durch einen diskreten Ansatz und einen Doppel-Kontinuum-Ansatz

Die Kopplung des Klufftkontinuums an das diskrete Röhrensystem erfolgt dadurch, daß an der Stelle im Raum, an der sich eine Röhre befindet, die dort vorherrschende Piezometerhöhe für das Klufftkontinuum eine zeitlich veränderliche Festpotential-Randbedingung darstellt. Der Austausch zwischen den beiden Systemen wird durch den spezifischen Fluß über diese innere Randbedingung beschrieben:

$$q_m = -\frac{A_{ex}}{V_{ges}} \mathbf{K}_{fm} \text{grad } h_m(\vec{x}_m = \vec{x}_k), \quad (2.5)$$

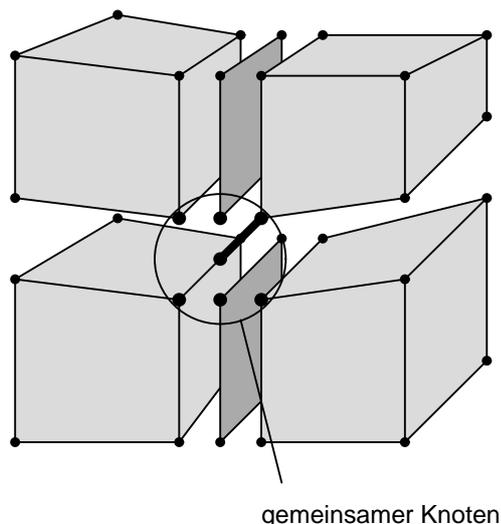
wobei  $A_{ex}$  die Austauschfläche und  $V_{ges}$  das Volumen des Gesamtsystems ist. Er wird auch als instationärer Austausch bezeichnet (Huyakorn et al., 1983).

### Programmetechnische Realisierung

Ein solches diskretes System kann mit dem Finite-Elemente-Programm ROCKFLOW-SM (Wollrath et al., 1991) in ein numerisches Modell umgesetzt werden. Dieses Programm wurde entwickelt, um die Strömung und den Transport in geklüftet porösen Medien zu beschreiben. Es lassen sich Linien- (1d), Quadrilateral- (2d) und Hexaeder-Elemente (3d) definieren. Die Kopplung der einzelnen Elemente erfolgt an den Knoten (Abb. 2.5). Dadurch können die geometrischen Verhältnisse des Systems der diskreten Diskontinuitäten gut umgesetzt werden.

Bei der Finite-Elemente-Methode wird in jedem Element der Durchfluß entsprechend der Differentialgleichung des verwendeten Fließgesetzes mit Hilfe eines numerischen Näherungsverfahrens berechnet. Durch die Kopplung der Elemente kann für die unbekannte Größe, die Piezometerhöhe  $h$ , an den Knoten ein algebraisches Gleichungssystem aufgestellt werden. Die Beschreibung der Grundwasserströmung im gesamten Modellgebiet ergibt sich aus der Lösung dieses Gleichungssystems.

In dreidimensionalen Elementen wird die Strömung nach dem Darcy'schen Fließge-



**Abbildung 2.5:** Elementtypen des Finite-Element-Programms ROCKFLOW-SM (Wollrath et al., 1991) und deren Kopplung

setz berechnet. Es lassen sich auch anisotrope Verhältnisse beschreiben. Für die zweidimensionalen Elemente stehen das Darcy'sche Fließgesetz oder Fließgesetze zur Beschreibung laminarer oder turbulenter Spaltströmung zur Verfügung. Die Strömung in den eindimensionalen Elementen läßt sich entweder mit dem Darcy'schen Fließgesetz oder mit Fließgesetzen berechnen, die laminare oder turbulente Rohrströmung beschreiben. Wird ein Fließgesetz verwendet, das entweder Spalt- oder Rohrströmung, laminar oder turbulent, beschreibt, ist dies nichtlinear. In einem solchen Fall ist eine Iteration zur Lösung des nichtlinearen Problems notwendig.

Das Programm ROCKFLOW-SM (Wollrath et al., 1991) bietet jedoch für keinen der Elementtypen die Möglichkeit, Grundwasserströmung mit freiem Wasserspiegel zu berechnen. Andererseits kann durch die Art und Weise der Kopplung der Elemente in einem dreidimensionalen Modell die Durchströmung zweidimensionaler Elemente bzw. in einem zweidimensionalen Modell die Überströmung eindimensionaler Elemente beschrieben werden.

### 2.2.3 Doppel-Kontinuum-Modell

#### Mathematische Beschreibung

Im Doppel-Kontinuum-Modell werden beide Porositäten, die Karsthohlräume und die tektonischen Klüfte, als Kontinuum betrachtet. In beiden Kontinua wird die Grundwasserströmung mit dem Darcy'schen Fließgesetz (Gleichung 2.1) beschrieben. Die Kopplung beider Kontinua erfolgt über einen sogenannten Austauschterm. Dieser beschreibt den spezifischen Fluß  $q_\alpha$  zwischen den beiden Kontinua a und b durch die Differenz der Piezometerhöhen  $h_a$  und  $h_b$  beider Kontinua und einen spezifischen Austauschkoefizienten  $\alpha_0$ :

$$q_\alpha = \alpha_0 (h_a - h_b) \quad (2.6)$$

Diese Art von Austauschterm wurde von Barrenblatt et al. (1960) eingeführt und wird als stationärer Austausch bezeichnet. Das Doppel-Kontinuum-System wird durch das Differentialgleichungssystem

$$\begin{aligned} \operatorname{div}(\mathbf{K}_{fa} \operatorname{grad} h_a) &= S_{0a} \frac{\partial h_a}{\partial t} - W_{0a} + q_\alpha \\ \operatorname{div}(\mathbf{K}_{fb} \operatorname{grad} h_b) &= S_{0b} \frac{\partial h_b}{\partial t} - W_{0b} - q_\alpha \end{aligned} \quad (2.7)$$

beschrieben (Teutsch, 1988). Dabei sind  $\mathbf{K}_{fa}$  und  $\mathbf{K}_{fb}$  die hydraulischen Durchlässigkeits-tensoren der beiden Kontinua,  $S_{0a}$  und  $S_{0b}$  die beiden spezifischen Speicherkoeffizienten und  $W_{0a}$  und  $W_{0b}$  die spezifischen Zuflüsse in das jeweilige Kontinuum.

Da die beiden Kontinua sich an derselben Stelle im Raum befinden, besitzen sie auch dieselben Ränder, aber nicht notwendigerweise dieselben Randbedingungen. Im Folgenden repräsentiert das Kontinuum a das Kontinuum der tektonischen Klüfte. Es wird oft auch als langsames oder Matrix-Kontinuum bezeichnet. Das Kontinuum b, das im Folgenden die Karströhren repräsentiert, wird oft auch als schnelles oder Kluft-Kontinuum bezeichnet. In der vorliegenden Arbeit wird die Bezeichnung Kontinuum a und b gewählt, um die Unterscheidung zu den diskreten Modellen zu ermöglichen.

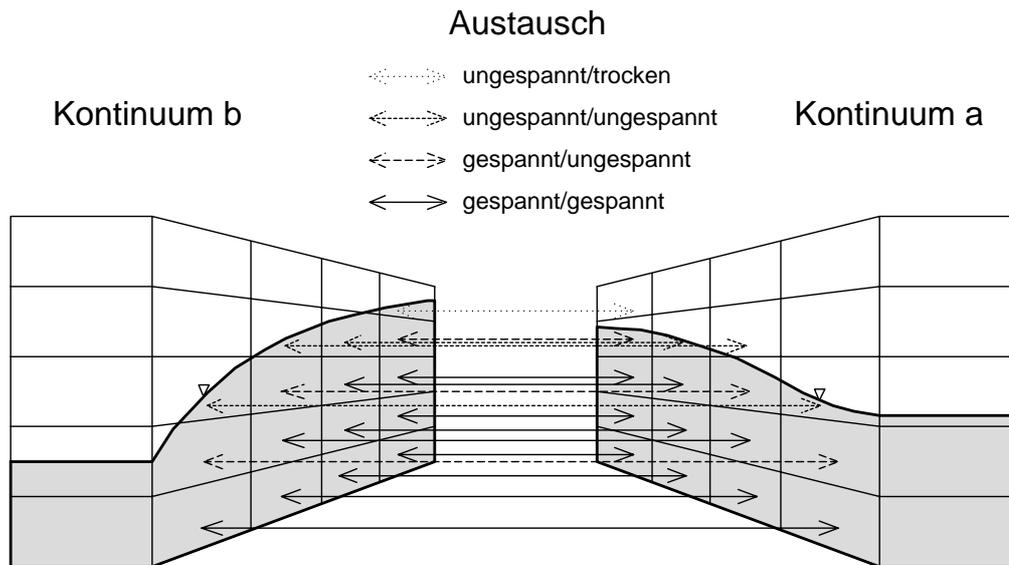
#### Programmtechnische Realisierung

Ein solches Doppel-Kontinuum-System kann mit dem Finite-Differenzen-Programm DP-MODFLOW (Lang et al., 1992b) in ein numerisches Modell umgesetzt werden. Dieses Programm ist eine Weiterentwicklung des weit verbreiteten Programms MODFLOW (McDonald und Harbough, 1984). Die Diskretisierung eines dreidimensionalen Gebietes erfolgt durch quaderförmige Modellzellen. Die Grundwasserströmung wird durch den Fluß zwischen jeweils zwei benachbarten Zellen beschrieben. Der Austausch zwischen den beiden Kontinua erfolgt durch einen Austausch zwischen den jeweiligen, sich am selben Ort befindenden Zellen der beiden Kontinua. Man erhält dadurch für jedes Kontinuum ein algebraisches Gleichungssystem, das für die beiden Kontinua getrennt gelöst wird.

Das Programm MODFLOW (McDonald und Harbough, 1984) ist in der Lage, Systeme mit freiem Grundwasserspiegel zu berechnen. Dadurch wird bei der Lösung des Gleichungssystems eine Iteration über die wassererfüllten Mächtigkeiten der Modellzellen notwendig. Zum anderen führt das dazu, daß Modellzellen trockenfallen können. Um diese Zellen unter instationären Bedingungen wieder benetzen zu können, wurde von Mohrlok (1992b) das Programm MODFLOW (McDonald und Harbough, 1984) weiterentwickelt. Diese Weiterentwicklung findet auch im Programm DP-MODFLOW (Lang et al., 1992b) Anwendung. In dem Programm DP-MODFLOW (Lang et al., 1992b) wurde bei der Formulierung des Austausches weiterhin berücksichtigt, daß Modellzellen gespannt, ungespannt oder trocken gefallen sein können. Es kann ein Austausch zwischen Modellzellen in beliebigem Zustand stattfinden (Abb. 2.6).

### 2.2.4 Grundwasserneubildung

In Karstgebieten wie der Schwäbischen Alb wird davon ausgegangen, daß man den oberirdischen Abfluß vernachlässigen kann. Da-



**Abbildung 2.6:** Austausch zwischen Modellzellen in unterschiedlichen Zuständen in einem zweidimensionalen Doppel-Kontinuum-Modell (umgezeichnet nach Lang, 1995)

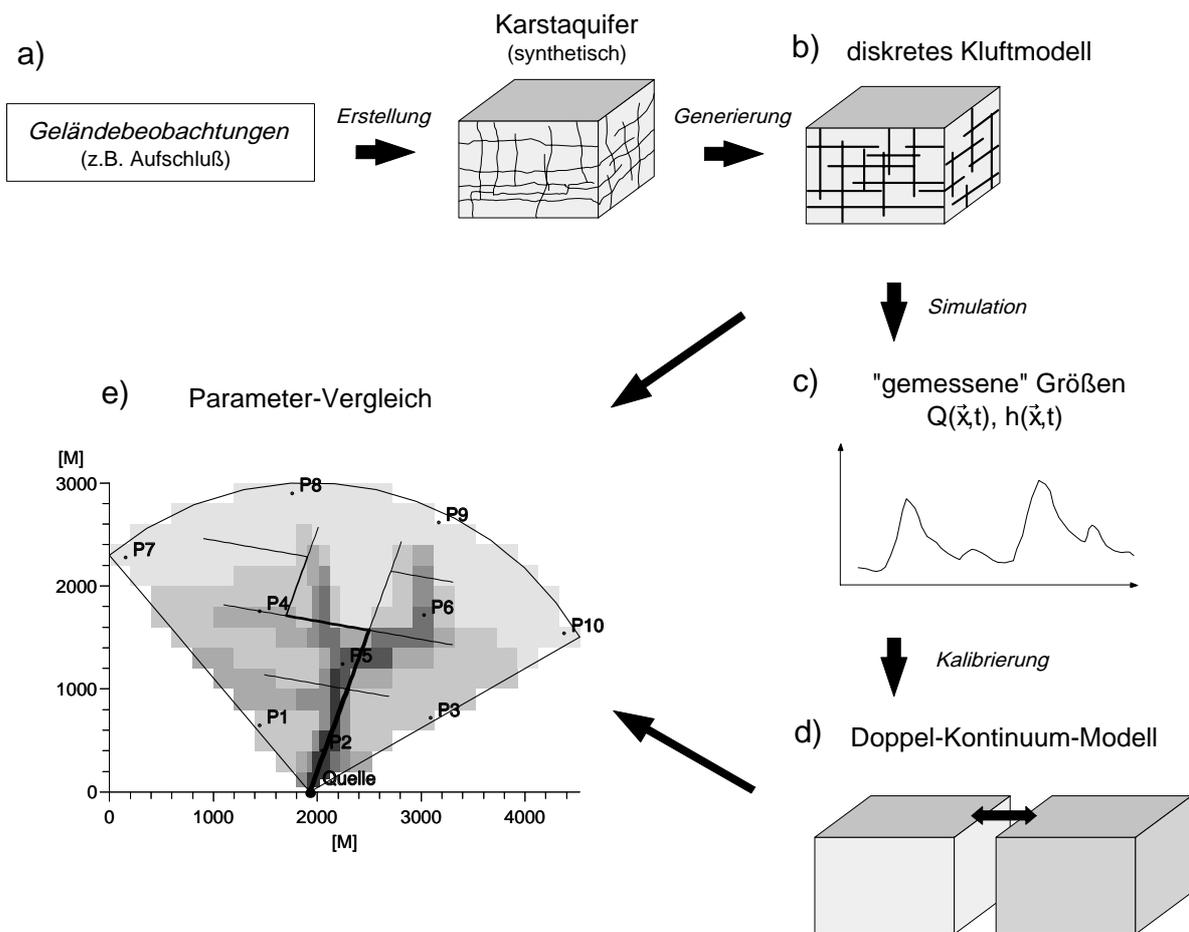
mit vereinfacht sich die Betrachtung der Wasserbilanz zur Ermittlung der Grundwasserneubildung wesentlich. Der gefallene Niederschlag kann entweder verdunsten oder versickern. Die Wasserbilanz kann dann auf die folgende Weise erstellt werden. Die potentielle Evapotranspiration wird nach Haude (1955) berechnet. Sie hängt von der Temperatur (über den Sättigungsdampfdruck der Luft), der relativen Luftfeuchte und der Vegetation ab. Für trockene Böden wird sie nach einem Verfahren von Renger et al. (1974) auf eine aktuelle Evapotranspiration korrigiert. Die Bodenwasserbilanz wird nach Uhlig (1959) erstellt. Das Speichervermögen des Bodens wird dabei durch die nutzbare Feldkapazität bestimmt. Im Falle einer Schneebedeckung wird diese Bodenwasserbilanz modifiziert, indem die Schneedecke einen Zwischenspeicher darstellt. Der Anteil des Niederschlagswassers, der bei vollem Bodenwasserspeicher versickert, wird als Grundwasserneubildung dem Aquifer zugeführt.

Zur Berechnung der Grundwasserneubildung nach diesem Verfahren wurde das dazu entwickelte Programm RECHARGE (Mohrlok et al., 1992a) verwendet. Mit diesem Programm kann aus vorgegebenen meteorologischen Da-

ten (Niederschlag, Temperatur, relative Luftfeuchte) eine regional differenzierte Grundwasserneubildung auf Tagesbasis berechnet und direkt in die entsprechenden Eingabedateien für DP-MODFLOW (Lang et al., 1992b) ausgegeben werden.

Bei der Verteilung des neugebildeten Grundwassers auf die zwei Porositäten des betrachteten Karstsystems wird vernachlässigt, daß jenes im Epikarst noch einmal zwischengespeichert wird. Ferner bleibt für die nachfolgenden Untersuchungen unberücksichtigt, daß die Grundwasserneubildung über das Kluftkontinuum verzögert erfolgt, wie von Sauter (1992) angenommen wurde. Diese Vereinfachungen sollten auf die Ergebnisse der Untersuchung keinen Einfluß haben, da sie sich in beiden Modellansätzen vergleichbar auswirken.

Für die realitätsnahen Modell-Karstsysteme im vierten Kapitel dieser Arbeit wurde die tägliche Grundwasserneubildung aus meteorologischen Daten berechnet, die an Wetterstationen auf der Schwäbischen Alb gemessen wurden. Die Berechnung erfolgte unter Annahme einer einheitlichen Vegetation und nutzbaren Feldkapazität.



**Abbildung 2.7:** Schematische Darstellung der Vorgehensweise zur Identifizierung der hydraulischen Parameter eines Doppel-Kontinuum-Modells, das ein Karstsystem beschreibt.

## 2.3 Vorgehensweise zur Identifizierung der Parameter

Die Identifizierung der hydraulischen Parameter eines Doppel-Kontinuum-Modells, das die Grundwasserströmung in einem Karstsystem beschreibt, kann nicht an einem realen Karstsystem erfolgen. Für ein reales Karstsystem lassen sich weder die Geometrie der Karströhren noch die hydraulischen Parameter mit der Genauigkeit und Auflösung ermitteln, die zu einer Identifizierung der hydraulischen Parameter eines Doppel-Kontinuum-Modells erforderlich sind. Als Grundlage für diese Arbeit diente deswegen das oben beschriebene synthetische Karstsystem (vgl. Kapitel 2.1).

In Abbildung 2.7 ist schematisch die gewähl-

te Vorgehensweise zur Identifizierung der hydraulischen Parameter eines Doppel-Kontinuum-Modells dargestellt. Zur Erstellung des betrachteten Karstsystems wurde allerdings im Rahmen dieser Arbeit keine direkte Geländearbeit durchgeführt. Es wurde vielmehr ein repräsentatives jedoch hypothetisches Karstsystem erstellt, das in seinen Eigenschaften den Ergebnissen der bisher auf der Schwäbischen Alb durchgeführten Untersuchungen entspricht (Abb. 2.7a).

Von diesem synthetischen Karstsystem wurde mit Hilfe des diskreten Ansatzes ein numerisches Modell erstellt. Es wurde die Reaktion des Modells auf eine zeitlich variable Grundwasserneubildung simuliert, die aus auf der Schwäbischen Alb gemessenen meteorologischen Daten berechnet wurde. Die hy-

draulischen Parameter sowie die Geometrie und Verteilung der als diskrete Diskontinuitäten umgesetzten Karströhren wurden für dieses Modells so gewählt, daß dessen hydraulische Eigenschaften mit denen auf der Schwäbischen Alb untersuchter Karstaquifere vergleichbar waren (Abb. 2.7b). Um daran ein Doppel-Kontinuum-Modell kalibrieren zu können, wurden im Modellgebiet des diskreten Modells einige Knoten ausgewählt. Die dort berechneten Piezometerhöhen wurden zusammen mit der Quellschüttung als Messungen in einem realen Karstsystem betrachtet (Abb. 2.7c).

Die Kalibrierung des Doppel-Kontinuum-Modells erfolgte anschließend sowohl an Hand der "gemessenen" Quellschüttung als auch der "gemessenen" Piezometerhöhen (Abb. 2.7d). Dabei war auch zu klären, inwieweit sich die "gemessene" Piezometerhöhe aus dem diskreten Modell mit den Piezometerhöhen der beiden Kontinua des kalibrierten Doppel-Kontinuum-Modells vergleichen läßt. Bei der Kalibrierung wurden Verteilungen für die hydraulischen Parameter des Doppel-Kontinuum-Modells ermittelt. Die Geome-

trie der diskreten Diskontinuitäten und die hydraulischen Parameter des diskreten Modells wurden vorgegeben und waren damit vollständig bekannt. Das Ziel war nun, mit deren Hilfe die hydraulischen Parameter des kalibrierten Doppel-Kontinuum-Modells zu identifizieren (Abb. 2.7e).

In den folgenden zwei Kapiteln werden zwei unterschiedliche Ansätze zur Identifikation der Parameter beschrieben. Zuerst wurde an einem sehr vereinfachten Karstsystem, einer Einzelkluft in einem Kontinuumblock, für ein Einzelereignis der Grundwasserneubildung die Parameteridentifikation durchgeführt. Für dieses stark vereinfachte System konnten analytische Lösungen der jeweiligen Differentialgleichungen abgeleitet werden, was die Identifikation erleichterte. Desweiteren wurde ein realitätsnahes, synthetisches Einzugsgebiet modelliert, das von zwei unterschiedlichen Röhrennetzwerken drainiert wird, einem regelmäßig vermaschten und einem dendritischen. Die Kalibrierung dieser Systeme erfolgte durch eine einfaches Verfahren, das auch in der Praxis Anwendung finden könnte.

# Kapitel 3

## System einer Einzelkluft in einem Kontinuumblock

In diesem Kapitel wird die Identifikation der hydraulischen Parameter eines Doppel-Kontinuum-Modells für ein stark vereinfachtes Karstsystem vorgestellt. Dazu wird ein Quelleinzugsgebiet betrachtet, das eine quaderförmige Geometrie besitzt und in der Mitte von einer einzigen Großkluft vollständig durchzogen wird (vgl. Abb. 3.1). Diese repräsentiert die Gesamtheit der Karströhren. Der Zufluß zu diesem Gebiet erfolgt über Grundwasserneubildung und der Abfluß über die Quelle, die sich an einem Ende der Klufft befindet.

Es lassen sich sowohl für das Differentialgleichungssystem, welches das diskrete Modell dieses Karstsystems beschreibt, als auch für jenes, welches das äquivalente Doppel-Kontinuum-Modell beschreibt, analytische Lösungen angeben. Somit kann die Identifikation der hydraulischen Parameter des Doppel-Kontinuum-Modells an Hand der geometrischen und hydraulischen Parameter des diskreten Modells durch eine Kalibrierung des Doppel-Kontinuum-Modells und mit Hilfe der analytischen Lösungen erfolgen.

### 3.1 Diskretes Einzelklufft-system

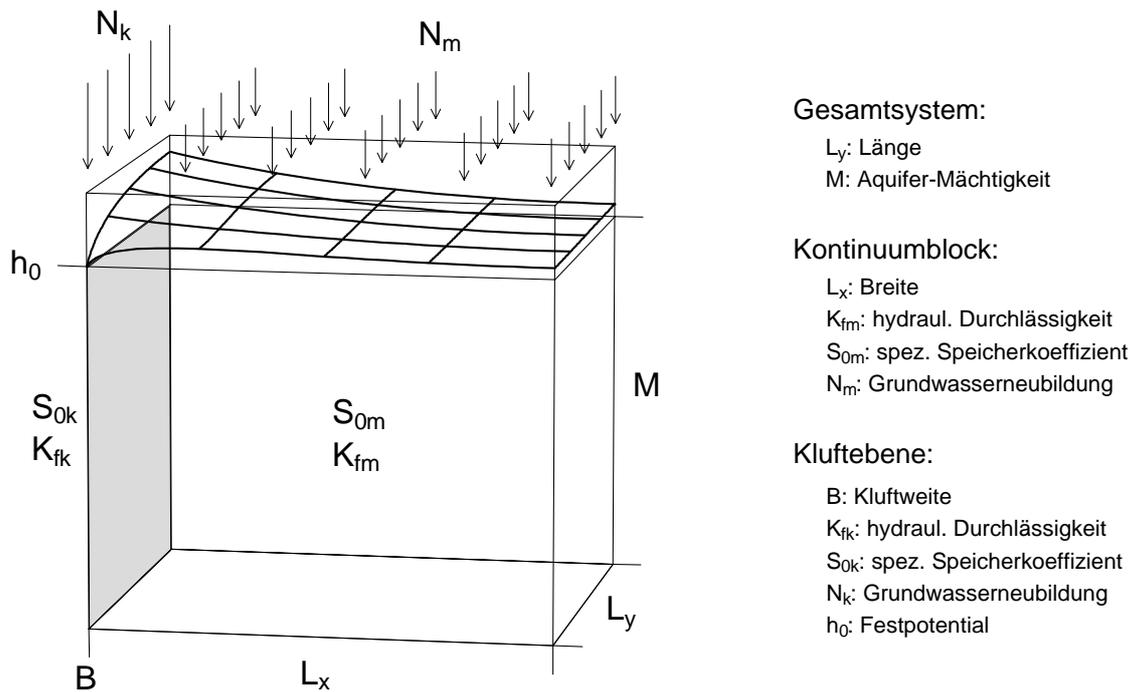
Das stark vereinfachte Karstsystem besteht aus einem porösen Medium, das eine quaderförmige Geometrie besitzt und in der Mitte von einer Einzelklufft drainiert wird. Aus

Symmetriegründen ist es ausreichend, nur die Hälfte des Blocks auf einer Seite der Klufft zu betrachten (Abb. 3.1). Somit wird das poröse Medium durch einen Kontinuumblock der Länge  $L_y$ , der Breite  $L_x$  und der Mächtigkeit  $M$  beschrieben. Die Einzelklufft liegt an einer Seitenfläche dieses Blocks. Sie wird als ebene Platte betrachtet, die auf Grund ihrer Orientierung im Raum die Länge  $L_y$ , die Mächtigkeit  $M$  und die Klufftweite  $B$  besitzt.

Dieses System erhält seinen Zufluß über Grundwasserneubildung. Diese kann auf die Klufftebene  $N_k$  und den Kontinuumblock  $N_m$  aufgeteilt werden, wobei eine räumliche Differenzierung weder für den Kontinuumblock noch für die Klufftebene vorgenommen wurde. Der Abfluß erfolgt über den Festpotentialrand  $h_0$  am einen Ende der Klufftebene, der die Quelle repräsentiert. Für die übrigen Randbedingungen werden Randstromlinien angenommen. Die Grundwasserströmung sowohl im Kontinuumblock als auch in der Klufftebene wird durch das Darcy'sche Fließgesetz (Gleichung 2.1) beschrieben. Damit lassen sich die hydraulischen Eigenschaften des Kontinuumblocks und der Klufftebene jeweils durch einen hydraulischen Durchlässigkeitsbeiwert  $K_{fm}$ ,  $K_{fk}$  und durch einen spezifischen Speicherkoeffizienten  $S_{0m}$ ,  $S_{0k}$  charakterisieren.

#### 3.1.1 Analytische Lösung

Ausgehend von der allgemeinen Differentialgleichung zur Beschreibung der Grundwasser-



**Abbildung 3.1:** System einer diskreten Einzelklufte (Kluftebene, schattiert) in einem Kontinuumblock mit Piezometerhöhen

strömung nach Darcy in drei Dimensionen (Gleichung 2.3) kann für das System einer diskreten Einzelklufte in einem Kontinuumblock unter den folgenden Annahmen eine analytische Lösung angegeben werden.

Die erste Vereinfachung ist eine tiefenintegrierte Betrachtung nach Dupuit (vgl. z.B. Bear, 1979). Danach muß eine differenzierte Betrachtung der Piezometerhöhe  $h(x, y, z, t)$  in vertikaler Richtung nicht erfolgen, wenn die Vertikalkomponenten der auftretenden Filtergeschwindigkeiten gegenüber den Horizontalkomponenten vernachlässigbar sind. Diese Bedingung kann erfüllt werden, wenn die Aquifergeometrie so gewählt wird, daß die Mächtigkeit gegenüber der horizontalen Erstreckung klein ist.

Wird ein Aquifer mit freiem Wasserspiegel betrachtet, erhält man auf Grund der durchzuführenden Integration in  $z$ -Richtung eine nichtlineare Differentialgleichung. Die Behandlung einer nichtlinearen Differentialgleichung erweist sich im Allgemeinen als

schwierig, weswegen oft versucht wird, wenn möglich, Nichtlinearitäten durch Linearisierung der entsprechenden Differentialgleichung zu vermeiden. Der Fehler durch eine solche Linearisierung bleibt klein, wenn für das betrachtete Aquifersystem die Bedingung erfüllt ist, daß die wassererfüllte Mächtigkeit  $M$  im Aquifer groß ist gegenüber den dort auftretenden räumlichen und zeitlichen Veränderungen der Piezometerhöhe  $h(x, y, t)$ .

Bei tiefenintegrierter Betrachtung und nach Durchführung der Linearisierung der Differentialgleichung ergeben sich aus den hydraulischen Durchlässigkeitsbeiwerten  $K_{fm}$  und  $K_{fk}$  die Transmissivitäten  $T_m$  und  $T_k$ . Die Speicherkoeffizienten für den Kontinuumblock  $S_m$  und die Kluftebene  $S_k$  ergeben sich aus folgender Überlegung. Da in Karstsystemen die hydraulisch wirksamen Hohlräume im Allgemeinen durch ein Röhrensystem gebildet werden, werden in der Einzelklufte gespannte Verhältnisse angenommen. Damit ergibt sich der Speicherkoeffizient  $S_k$  für die Kluftebene im Wesentlichen aus der Kom-

pressibilität des Wassers (vgl. z.B. Freeze und Cherry, 1979):

$$S_k = g \rho (\beta + n_{ek} \kappa) M. \quad (3.1)$$

Dabei ist  $g$  die Erdbeschleunigung,  $\rho$  die Dichte des Wassers,  $\beta$  die Kompressibilität des porösen Mediums,  $n_{ek}$  die speicherwirksame Porosität,  $\kappa$  die Kompressibilität des Wassers und  $M$  die Mächtigkeit der Kluftebene. Unter Annahme einer offenen Kluft,  $n_{ek} = 1$  und  $\beta \simeq 0$ , ergibt sich  $S_k = 4.6 \cdot 10^{-6} m^{-1} \cdot M$ . Für den Kontinuumblock wird angenommen, daß die Strömung dort bei freiem Wasserspiegel stattfindet. Damit ist dort der Speicherkoeffizient gleich der speicherwirksamen Porosität  $S_m = n_{em}$ .

Die Strömung in der Kluftebene kann ein-dimensional betrachtet werden, da deren Mächtigkeit  $M$  im Vergleich zur Kluftweite  $B$  groß ist. Zur Ermittlung einer analytischen Lösung des Differentialgleichungssystems, mit dem dieses diskrete Einzelkluftsystem beschrieben wird, ist noch eine weitere Annahme erforderlich. Zur Vereinfachung dieses Systems ist es notwendig, im Kontinuumblock eine starke Anisotropie im Durchlässigkeitsbeiwert  $K_{fm}$  vorauszusetzen, wodurch die kluftparallele Strömung innerhalb des Blocks vernachlässigt wird. Mit diesen Annahmen erhält man folgendes System von Differentialgleichungen:

$$\begin{aligned} T_k \frac{\partial^2 h_k}{\partial y^2}(y, t) &= S_k \frac{\partial h_k}{\partial t}(y, t) - N'_k(t) + q_m(y, t) \\ T_m \frac{\partial^2 h_m}{\partial x^2}(x, y, t) &= S_m \frac{\partial h_m}{\partial t}(x, y, t) - N'_m(t). \end{aligned} \quad (3.2)$$

Dabei sind  $h_k(y, t)$  die Piezometerhöhe in der Kluftebene,  $h_m(x, y, t)$  die Piezometerhöhe im Kontinuumblock,  $N'_k(t)$  der Anteil der Grundwasserneubildung direkt in die Kluftebene,  $N'_m(t)$  der Anteil der Grundwasserneubildung in den Kontinuumblock und  $q_m(y, t)$  der spezifische Fluß zwischen Kluftebene und Kontinuumblock über den gemeinsamen Rand. Dieser Fluß  $q_m(y, t)$  ist durch den Fluß über die Randbedingung des Kontinuumblocks gegeben (instationärer Austausch, vgl. Gleichung 2.5):

$$q_m(y, t) = -\frac{T_m}{B} \frac{\partial h_m}{\partial x}(x=0, y, t). \quad (3.3)$$

Die Lösungen dieses Differentialgleichungssystems müssen die folgenden Randbedingungen

$$\begin{aligned} h_k(y=0, t) &= h_0, \\ \frac{\partial h_k}{\partial y}(y=L_y, t) &= 0, \\ h_m(x=0, y, t) &= h_k(y, t), \\ \frac{\partial h_m}{\partial x}(x=L_x, y, t) &= 0 \end{aligned} \quad (3.4)$$

und die Anfangsbedingungen

$$h_k(y, t=0) = h_m(x, y, t=0) = h_0 \quad (3.5)$$

erfüllen.

Die betrachtete Grundwasserneubildung besteht aus einem Einzelereignis mit nachfolgender Trockenperiode. Für das Einzelereignis der Dauer  $t_0$  ist die Grundwasserneubildung  $N_0$  konstant. Danach ist sie  $N_0 = 0$  (Abb. 3.2). Mathematisch kann sie mit Hilfe der Heaviside-Funktion  $H$  beschrieben werden:

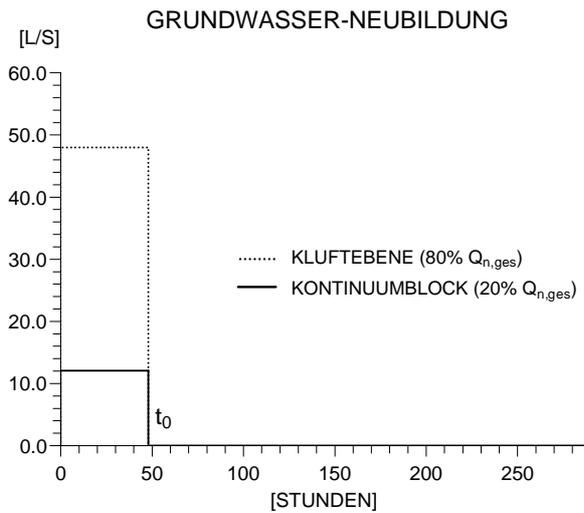
$$\begin{aligned} N'_0(t) &= N_0 (1 - H(t - t_0)) \\ &= \begin{cases} N_0, & \text{für } t \leq t_0 \\ 0, & \text{für } t > t_0 \end{cases}. \end{aligned} \quad (3.6)$$

Bei der Aufteilung der Grundwasserneubildung in die Kluftebene  $N'_k(t)$  und in den Kontinuumblock  $N'_m(t)$  ist zu beachten, daß die unterschiedlichen Oberflächen, über die die Grundwasserneubildung erfolgt, eine Rolle spielen. Für den Zufluß durch Grundwasserneubildung gilt:

$$\begin{aligned} Q_{n,ges}(t) &= Q_{n,k}(t) + Q_{n,m}(t) \\ &= N'_k(t) F_k + N'_m(t) F_m. \end{aligned} \quad (3.7)$$

$F_k = B L_y$  ist die Fläche der Kluftebene, über die die Grundwasserneubildung erfolgt, und  $F_m = L_x L_y$  ist die entsprechende Fläche des Kontinuumblocks. Setzt man  $Q_{n,ges}(t) = N'_0(t) F_m$ , erhält man für den Anteil der Grundwasserneubildung in die Kluftebene

$$N'_k(t) = (N'_0(t) - N'_m(t)) \frac{L_x}{B}. \quad (3.8)$$



**Abbildung 3.2:** Zufluß durch Grundwasserneubildung in das System einer diskreten Einzelklufte  $Q_{n,k}(t)$  in einem Kontinuumblock  $Q_{n,m}(t)$  als Funktion der Zeit bezogen auf eine Gesamtfläche von  $F_m = 1.728 \text{ km}^2$

Diese Beziehung ist notwendig, um die richtige Aufteilung der Zuflüsse durch Grundwasserneubildung unter Berücksichtigung der unterschiedlichen Zuflußflächen zu erhalten.

Die Ermittlung der analytischen Lösung dieses Differentialgleichungssystems (3.2) mit den beschriebenen Anfangs- und Randbedingungen erfolgt mit Methoden, die üblicherweise für solche Problemstellungen angewendet werden. An dieser Stelle wird der Weg skizziert, über den diese Lösung ermittelt wurde. Eine detaillierte Beschreibung der Ermittlung der Lösung findet sich in Anhang A.1.

Zuerst wird über eine Laplace-Transformation eine Lösung des Differentialgleichungssystems im Laplace-Raum ermittelt. Die Lösung des ursprünglichen Differentialgleichungssystems erhält man dann über eine inverse Laplace-Transformation. Die Durchführung dieser Rücktransformation ist für viele Funktionen mit Hilfe von mathematischen Tabellen möglich. Für die Rücktransformation der hier ermittelten Funktionen ist es allerdings notwendig, diese bzgl. der komplexen Variable im Laplace-Raum unter Anwendung des Residuen-Satzes zu integrieren. Das Ergebnis

ist eine Reihenentwicklung über alle Polstellen der jeweiligen Funktion im Laplace-Raum.

Auf diese Weise läßt sich die Rücktransformation allerdings nur für die Piezometerhöhe in der Kluftebene  $h_k(y, t)$  durchführen. Doch kann aus dieser direkt eine analytische Lösung für die Quellschüttung  $Q_k(t)$  abgeleitet werden (Abb. 3.3). Die analytische Lösung für die Piezometerhöhe in der Kluftebene  $h_k(y, t)$  besteht aus drei Termen. Der erste Term beschreibt die Festpotential-Randbedingung  $h_0$ . Der zweite Term beschreibt die stationäre Lösung. Und der dritte Term besteht aus einer doppelten Reihe mit den Laufindizes  $n$  und  $l$  und enthält im Wesentlichen die Zeitabhängigkeiten. Auf Grund des negativen Vorzeichens der Größen  $p_{nl}$  tragen nur Terme mit kleinem  $l$  und kleinem  $n$  zur analytischen Lösung bei; und zwar umso weniger Terme je größer die Zeit  $t$  wird.

Zur Ermittlung der Polstellen  $p_{nl}$  der Funktion im Laplace-Raum ist eine Näherung erforderlich. Dies führt zu einer Fallunterscheidung bzgl. des Parameters  $l_0$ , der von den geometrischen und hydraulischen Parametern des Systems bestimmt ist. Ebenso lassen sich die Größen  $f_{nl}$  nur mit Hilfe einer Näherung angeben. Dabei ist es wichtig, daß für diese Näherungen Terme höherer Ordnung berücksichtigt werden, woraus die recht komplizierte Struktur der Größe  $f_{nl}$  resultiert. Weiterhin ist wegen der durchgeführten Näherungen die analytische Lösung nicht vom Speicherkoeffizienten in der Kluftebene  $S_k$  abhängig.

Im nächsten Abschnitt wird diese analytische Lösung mit einem numerischen Modell verglichen, wobei mehrere unterschiedliche Kombinationen der geometrischen und hydraulischen Parameter betrachtet werden.

### 3.1.2 Numerisches Modell

Der Vergleich des diskreten Einzelklufte-systems mit dem dazu äquivalenten Doppel-Kontinuum-System erfolgte auch mit Hilfe eines numerischen Modells. Ein numeri-

$$h_k(y, t) =$$

$$h_0 + \frac{N_k + N_m \frac{L_x}{B}}{T_k} \left( L_y y - \frac{y^2}{2} \right) (1 - H(t - t_0)) -$$

$$2 \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} \frac{\sin \left( (n + \frac{1}{2}) \pi \frac{y}{L_y} \right)}{(n + \frac{1}{2})^3 \pi^3} \frac{N_k - N_m \frac{\eta'}{S_m p_{nl}}}{T_k} L_y^2 (1 - H(t - t_0) e^{-p_{nl} t_0}) f_{nl} e^{p_{nl} t}$$

$$Q_k(t) =$$

$$(N_k B + N_m L_x) L_y (1 - H(t - t_0)) -$$

$$2 \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} \frac{1}{(n + \frac{1}{2})^2 \pi^2} \left( N_k - N_m \frac{\eta'}{S_m p_{nl}} \right) B L_y (1 - H(t - t_0) e^{-p_{nl} t_0}) f_{nl} e^{p_{nl} t}$$

mit:

$$p_{nl} = -\frac{T_m}{S_m L_x^2} \begin{cases} \left( l + \frac{1}{2} \right)^2 \pi^2 \left( \frac{1}{1 + a_n} \right)^2, & \text{für } l < l_0 \\ l^2 \pi^2 \left( 1 + \frac{1}{l^2 \pi^2 a_n} - \frac{1}{l^4 \pi^4 a_n^2} \right)^2, & \text{für } l > l_0 \end{cases}$$

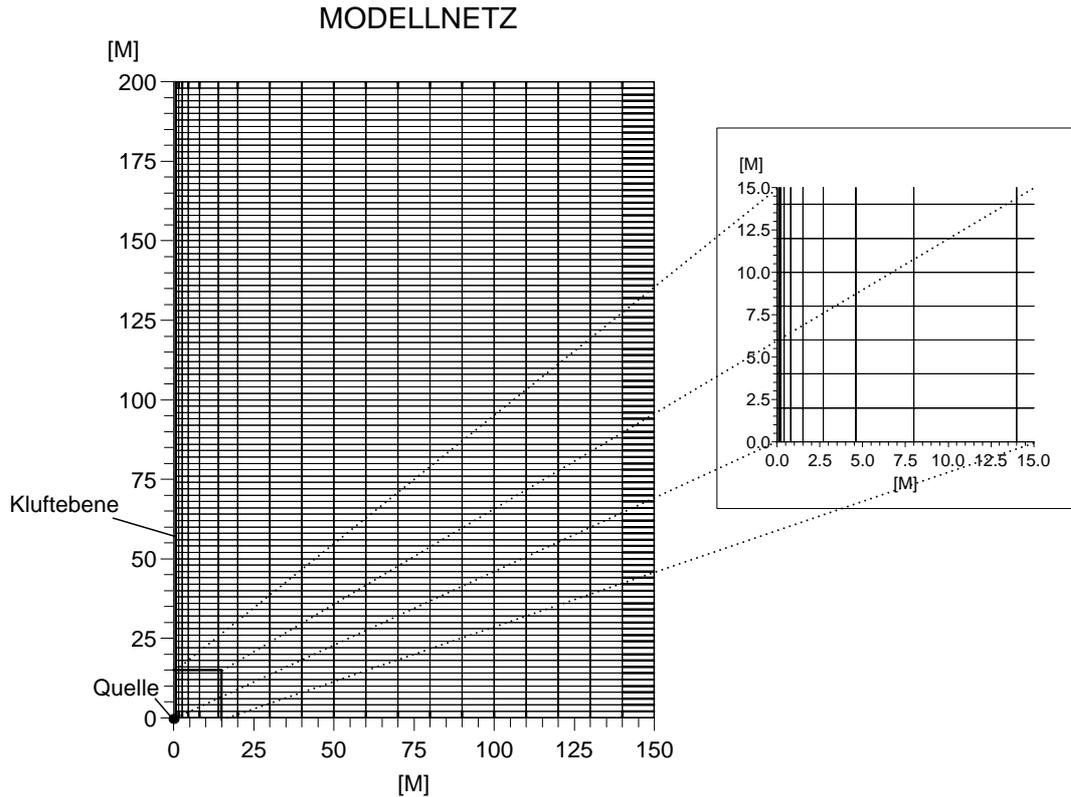
$$f_{nl} = \begin{cases} \frac{2 a_n}{1 + a_n} g_{nl}, & \text{für } l < l_0 \\ \frac{2 \frac{1}{l^2 \pi^2 a_n}}{1 + \frac{1}{l^2 \pi^2 a_n} - \frac{1}{l^4 \pi^4 a_n^2}} h_{nl}, & \text{für } l > l_0 \end{cases}$$

$$\eta' = \left( n + \frac{1}{2} \right)^2 \pi^2 \frac{T_k}{L_y^2}, \quad a_n = \frac{T_m}{\eta' B L_x}, \quad l_0 = \frac{\sqrt{1 + a_n}}{a_n \pi}$$

$$g_{nl} = \frac{(1 + a_n)^3 + \frac{4}{3} \left( l + \frac{1}{2} \right)^2 \pi^2 \left( 1 + \frac{1}{2} a_n \right)^3}{(1 + a_n)^3 + \frac{4}{3} \left( l + \frac{1}{2} \right)^2 \pi^2 \left( 1 + \frac{3}{2} a_n + \frac{3}{2} a_n^2 \right) + \frac{4}{3} \left( l + \frac{1}{2} \right)^4 \pi^4 a_n^2 \left( 1 + \frac{1}{2} a_n \right)^2 \frac{1}{(1 + a_n)^3}}$$

$$h_{nl} = \frac{1 + \frac{3}{4} \frac{1}{l^2 \pi^2} + \frac{1}{3} \frac{1}{l^2 \pi^2 a_n^2} + \frac{3}{2} \frac{1}{l^2 \pi^2 a_n} - \frac{1}{6} \frac{1}{l^4 \pi^4 a_n^3} + \frac{1}{3} \frac{1}{l^4 \pi^4 a_n^2}}{1 + \frac{3}{4} \frac{1}{l^2 \pi^2} + \frac{1}{l^2 \pi^2 a_n^2} + \frac{7}{2} \frac{1}{l^2 \pi^2 a_n} + \frac{1}{l^4 \pi^4 a_n^2} + \frac{3}{2} \frac{1}{l^4 \pi^4 a_n}}$$

**Abbildung 3.3:** Analytische Lösung für die Piezometerhöhe in der Kluftebene  $h_k(y, t)$  und die Quellschüttung  $Q_k(t)$



**Abbildung 3.4:** Diskretisierung des numerischen Modells (ROCKFLOW-SM) des diskreten Einzelkluftsystems

ches Modell bietet den Vorteil, daß es nicht nur auf einfache Geometrien und Vereinfachungen bezüglich der Parameter beschränkt ist. Die Berechnung des numerischen Modells des diskreten Einzelkluftsystems wurde mit dem Programm ROCKFLOW-SM (Wollrath et al., 1991) durchgeführt.

Auf Grund der tiefenintegrierten Betrachtung kann der Kontinuumblock durch zweidimensionale Elemente und die Kluftebene durch eindimensionale Elemente diskretisiert werden. Die Diskretisierung entlang der Kluftebene ist gleichmäßig. Die Diskretisierung des Kontinuumblocks ist senkrecht zur Kluftebene zuerst fein und wird dann zunehmend gröber (Abb. 3.4).

Um einen Vergleich mit der analytischen Lösung zu ermöglichen, wurden im numerischen Modell vergleichbare Vereinfachungen vorgenommen. Die linearisierte Differentialgleichung wurde unter der Annah-

me numerisch gelöst, daß die wassererfüllte Mächtigkeit  $M$  verglichen mit den räumlichen und zeitlichen Änderungen der Piezometerhöhe  $h(x, y, t)$  groß ist. Die Transmissivität im Kontinuumblock  $T_m$  wurde extrem anisotrop angenommen. Das Verhältnis der richtungsabhängigen Transmissivitäten  $T_{m,xx}$  und  $T_{m,yy}$  betrug 1000:1.

Das numerische Modell wurde für unterschiedliche Kombinationen der geometrischen und hydraulischen Parameter berechnet. Es wurde eine Kombination als Referenz gewählt und gegenüber dieser Referenzkombination jeweils ein Parameter variiert:

- Nr. 1: Referenz
- Nr. 2: Durchlässigkeitsbeiwert des Kontinuumblocks ( $K_{fm}$ )
- Nr. 3: Mächtigkeit des Kontinuumblocks und der Kluftebene ( $M$ )
- Nr. 4: Speicherkoeffizient des Kontinuumblocks ( $S_m$ )

Nr.	System		Kontinuumblock			Kluftebene			Neubildung	
	$L_y$ [m]	$M$ [m]	$L_x$ [m]	$T_m$ [m <sup>2</sup> /s]	$S_m$ [-]	$B$ [m]	$T_k$ [m <sup>2</sup> /s]	$S_k$ [-]	$t_0$ [h]	$N_m : N_k$ [%]
1	<b>200</b>	<b>20</b>	<b>150</b>	<b><math>2 \cdot 10^{-5}</math></b>	<b>0.005</b>	<b>0.01</b>	<b>2.0</b>	<b><math>9.2 \cdot 10^{-5}</math></b>	<b>48</b>	<b>0 : 100</b>
2	200	20	150	$8 \cdot 10^{-5}$	0.005	0.01	2.0	$9.2 \cdot 10^{-5}$	48	0 : 100
3	200	<b>50</b>	150	<b><math>5 \cdot 10^{-5}</math></b>	0.005	0.01	<b>5.0</b>	<b><math>2.3 \cdot 10^{-4}</math></b>	48	0 : 100
4	200	20	150	$2 \cdot 10^{-5}$	<b>0.02</b>	0.01	2.0	$9.2 \cdot 10^{-5}$	48	0 : 100
5	200	20	150	$2 \cdot 10^{-5}$	0.005	0.01	<b>0.5</b>	$9.2 \cdot 10^{-5}$	48	0 : 100
6	200	20	<b>70</b>	$2 \cdot 10^{-5}$	0.005	0.01	2.0	$9.2 \cdot 10^{-5}$	48	0 : 100
7	200	20	150	$2 \cdot 10^{-5}$	0.005	0.01	2.0	$9.2 \cdot 10^{-5}$	<b>24</b>	0 : 100
8	200	20	150	$2 \cdot 10^{-5}$	0.005	0.01	2.0	$9.2 \cdot 10^{-5}$	48	<b>20 : 80</b>
9	200	20	150	$2 \cdot 10^{-5}$	0.005	0.01	2.0	$9.2 \cdot 10^{-5}$	48	<b>50 : 50</b>
10	200	20	150	$2 \cdot 10^{-5}$	0.005	0.01	2.0	$9.2 \cdot 10^{-5}$	48	<b>70 : 30</b>
11	200	20	150	$2 \cdot 10^{-5}$	0.005	0.01	2.0	$9.2 \cdot 10^{-5}$	48	<b>90 : 10</b>

**Tabelle 3.1:** Geometrische und hydraulische Parameter sowie Aufteilung der Grundwasserneubildung für unterschiedliche Parameterkombinationen innerhalb des diskreten Einzelkluftsystems; Referenzwerte und geänderte Werte fett dargestellt

Nr. 5: Durchlässigkeitsbeiwert der Kluftebene ( $K_{fk}$ )

Nr. 6: Breite des Kontinuumblocks ( $L_x$ )

Nr. 7: Dauer der Grundwasserneubildung ( $t_0$ )

Nr. 8 – 11: Verteilung der Grundwasserneubildung ( $N_m : N_k$ )

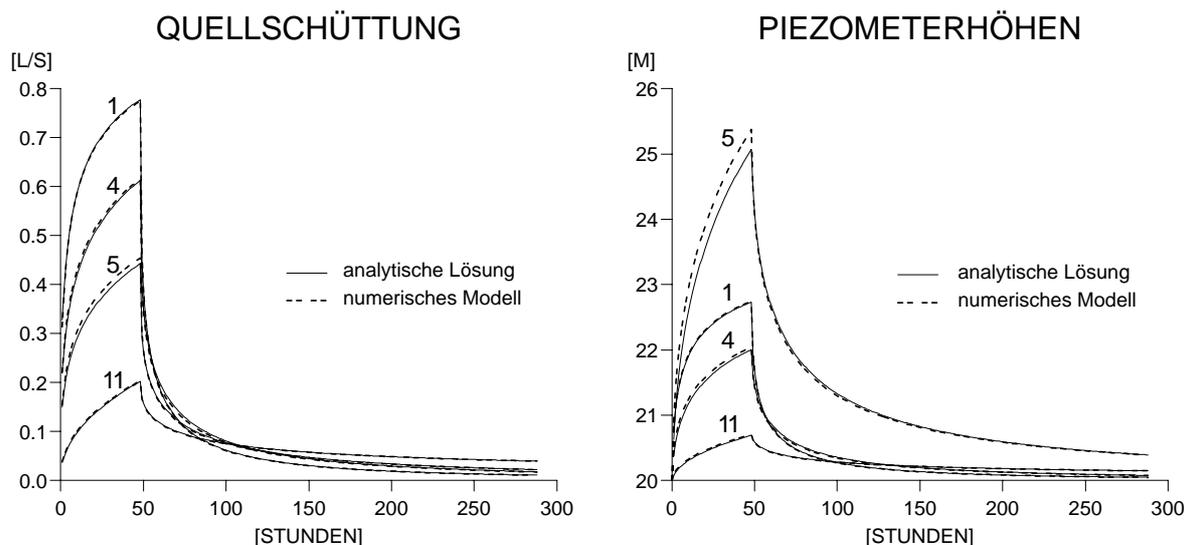
Die Länge des Kontinuumblocks und der Kluftebene  $L_y = 200 \text{ m}$  wurde ebenso wie die Kluftweite  $B = 0.01 \text{ m}$  nicht variiert. Wie oben beschrieben, war der Speicherkoeffizient der Kluftebene  $S_k = 4.6 \cdot 10^{-6} \text{ m}^{-1} \cdot M$ , wobei  $M$  die Mächtigkeit ist. Er wurde nur im Zusammenhang mit der Mächtigkeit  $M$  variiert. Die geometrischen und hydraulischen Parameter der einzelnen Kombinationen sind in Tabelle 3.1 zusammengestellt, dabei sind die Referenzwerte und die jeweils geänderten Werte der Parameter fett dargestellt.

In Abbildung 3.5 sind die Quellschüttung  $Q_k(t)$  und an der Stelle  $y_0 = 100 \text{ m}$  die Piezometerhöhe in der Kluftebene  $h_k(y_0 = 100, t)$  für die Parameterkombinationen Nr. 1, 4, 5 und 11 dargestellt, wie sie sich sowohl aus der analytischen Lösung als auch aus dem numerischen Modell ergeben. Diese stimmen sehr

gut überein. Die Abweichung, die sich für die Parameterkombination Nr. 5 ergibt, liegt darin begründet, daß für diese Kombination die Näherung, mit der die Polstellen  $p_{nl}$  der Funktion im Laplace-Raum und die Größen  $f_{nl}$  bestimmt werden, zu grob ist, so daß der Fehler, der durch die Näherung entsteht, merklich wird.

### 3.2 Äquivalentes Doppel-Kontinuum-System

Für das im vorangegangenen Abschnitt beschriebene diskrete Einzelkluftsystem wurde als äquivalentes Ersatzsystem ein Doppel-Kontinuum-System erstellt. Das Kontinuum a repräsentiert dabei den Kontinuumblock und das Kontinuum b die Kluftebene. Die Geometrie dieses Doppel-Kontinuum-Systems muß mit der Geometrie des diskreten Einzelkluftsystems vergleichbar sein. Die beiden Kontinua a und b besitzen daher dieselbe Länge  $L_y$  und dieselbe Mächtigkeit  $M$  wie die Kluftebene und der Kontinuumblock. Die Breite  $L'_x$  beider Kontinua entspricht ungefähr der Brei-



**Abbildung 3.5:** Quellschüttung  $Q_k(t)$  und Piezometerhöhe  $h_k(y_0=100, t)$  für die Parameterkombinationen Nr. 1, 4, 5 und 11

te des Kontinuumblocks  $L_x$  (Abb. 3.6):

$$L'_x = L_x + B \simeq L_x. \quad (3.9)$$

Der Zufluß erfolgt ebenfalls über Grundwasserneubildung, wobei der Anteil, der dem Kontinuumblock zukommt, dem Kontinuum a und der Anteil, der der Kluftebene zukommt, dem Kontinuum b zugeführt wird:

$$\begin{aligned} Q_{n,ges}(t) &= Q_{n,k}(t) + Q_{n,m}(t) \\ &= N'_b(t) F_m + N'_a(t) F_m. \end{aligned} \quad (3.10)$$

Der Abfluß erfolgt ebenfalls über einen Festpotentialrand, der sich, diesem Konzept entsprechend, an der einen Seite des Kontinuums b befindet. Die hydraulischen Eigenschaften des Doppel-Kontinuum-Systems werden durch die hydraulischen Durchlässigkeitsbeiwerte  $K_{fa}$  und  $K_{fb}$ , die spezifischen Speicherkoeffizienten  $S_{0a}$  und  $S_{0b}$  der beiden Kontinua a und b sowie den spezifischen Austauschkoefizienten  $\alpha_0$  bestimmt.

### 3.2.1 Analytische Lösung

Wie für das diskrete Einzelklufteystem erfolgen eine tiefenintegrierte Betrachtung und eine Linearisierung des Differentialgleichungssystems. Dadurch erhält man als hydraulische Parameter die Transmissivitäten  $T_a$  und  $T_b$ , die Speicherkoeffizienten  $S_a$  und  $S_b$  sowie den Austauschkoefizienten  $\alpha$ .

Auf Grund der gewählten Randbedingungen und, da innerhalb des Kontinuumblocks keine Differenzierung erfolgt, kann das äquivalente Doppel-Kontinuum-System eindimensional in  $y$ -Richtung betrachtet werden. Damit ist jedoch die Breite  $L'_x$  der beiden Kontinua a und b des Doppel-Kontinuum-Systems nicht mehr definiert und die Festpotential-Randbedingung in  $x$ -Richtung nicht mehr lokalisiert. Zum Vergleich beider Systeme ist es daher erforderlich, entweder beide Systeme gleich groß zu wählen, oder den Fluß über den Festpotentialrand des Doppel-Kontinuum-Systems entsprechend zu bestimmen.

Zur Aufstellung des Differentialgleichungssystems für das äquivalente Doppel-Kontinuum-System ist die Vernachlässigung der Strömung innerhalb des Kontinuums a erforderlich. Dies entspricht der im Kontinuumblock des

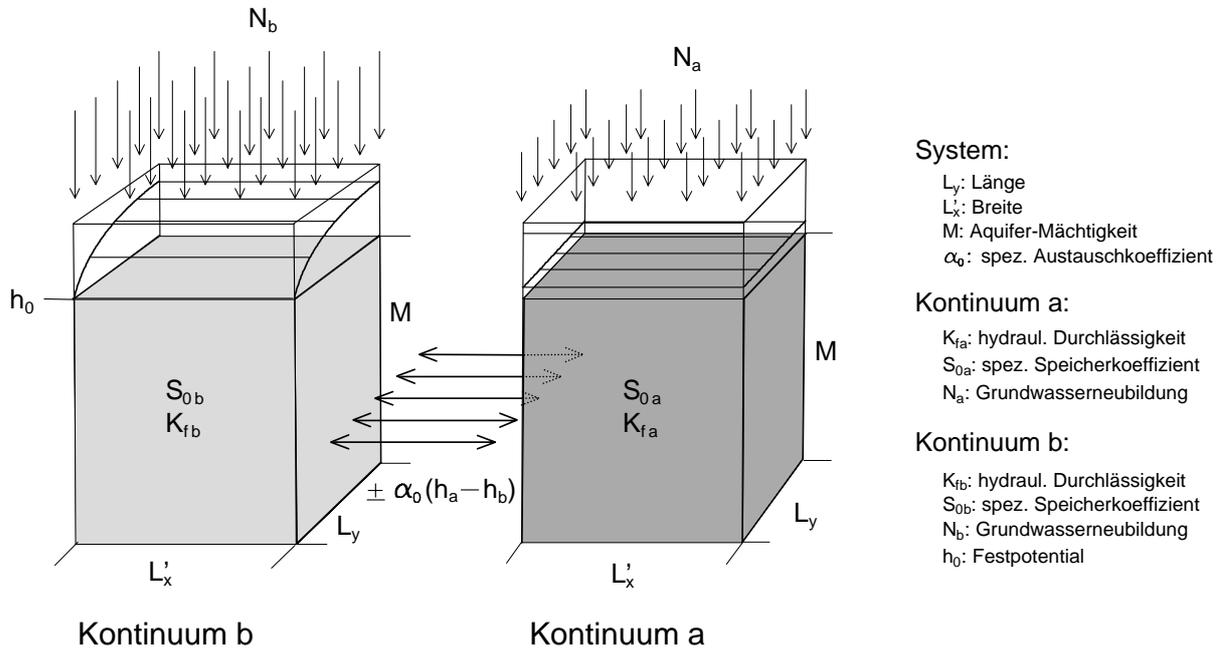


Abbildung 3.6: Äquivalentes Doppel-Kontinuum-System mit Piezometerhöhen der beiden Kontinua

diskreten Modells vernachlässigten Strömung parallel zur Kluftebene. Damit ist folgendes Differentialgleichungssystem zu lösen:

$$\begin{aligned} T_b \frac{\partial^2 h_b}{\partial y^2}(y, t) &= S_b \frac{\partial h_b}{\partial t}(y, t) - N'_b(t) + q_\alpha(y, t) \\ 0 &= S_a \frac{\partial h_a}{\partial t}(y, t) - N'_a(t) - q_\alpha(y, t). \end{aligned} \quad (3.11)$$

Dabei sind  $h_a(y, t)$  die Piezometerhöhe des Kontinuums a,  $h_b(y, t)$  die Piezometerhöhe des Kontinuums b,  $N'_a(t)$  der Anteil der Grundwasserneubildung in das Kontinuum a,  $N'_b(t)$  der Anteil der Grundwasserneubildung in das Kontinuum b und  $q_\alpha$  der spezifische Fluß zwischen den beiden Kontinua. Dieser Fluß ist durch den stationären Austausch (vgl. Gleichung 2.6) gegeben:

$$q_\alpha(y, t) = \alpha \left( h_b(y, t) - h_a(y, t) \right). \quad (3.12)$$

Die Lösungen dieses Differentialgleichungssystems müssen die Randbedingungen

$$\begin{aligned} h_b(y=0, t) &= h_0, \\ \frac{\partial h_b}{\partial y}(y=L_y, t) &= 0, \end{aligned} \quad (3.13)$$

und die Anfangsbedingungen

$$h_a(y, t=0) = h_b(y, t=0) = h_0 \quad (3.14)$$

erfüllen. Die Grundwasserneubildung erfolgt mit der zeitlichen Verteilung gemäß Gleichung (3.6).

Die Methoden, mit denen dieses Differentialgleichungssystem gelöst werden kann, sind dieselben wie im Abschnitt 3.1.1. An dieser Stelle soll wieder nur der Weg zum Auffinden der Lösung skizziert werden. Eine detaillierte Beschreibung erfolgt in Anhang A.2.

Zuerst wird wieder eine Laplace-Transformation durchgeführt und eine Lösung des Differentialgleichungssystems im Laplace-Raum ermittelt. Wie im letzten Abschnitt muß für die Rücktransformation dieser Lösung eine Integration bzgl. der komplexen Variablen im Laplace-Raum unter Anwendung des Residuen-Satzes durchgeführt werden. Das Ergebnis ist wiederum eine Reihenentwicklung über die Polstellen der jeweiligen Funktion im Laplace-Raum.

Auf diese Weise läßt sich hier ebenfalls

$$h_b(y, t) =$$

$$h_0 + \frac{N_b + N_a}{T_b} \left( L_y y - \frac{y^2}{2} \right) (1 - H(t - t_0)) - 2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sin \left( \left( n + \frac{1}{2} \right) \pi \frac{y}{L_y} \right)}{\left( n + \frac{1}{2} \right)^3 \pi^3}$$

$$\left[ \frac{N_b + N_a \frac{1}{1 + p_{n1} \frac{S_a}{\alpha}}}{T_b} L_y^2 (1 - H(t - t_0)) e^{-p_{n1} t_0} \frac{p_{n1} + \frac{\alpha}{S_b} + \frac{\alpha}{S_a}}{p_{n1} - p_{n2}} e^{p_{n1} t} + \frac{N_b + N_a \frac{1}{1 + p_{n2} \frac{S_a}{\alpha}}}{T_b} L_y^2 (1 - H(t - t_0)) e^{-p_{n2} t_0} \frac{p_{n2} + \frac{\alpha}{S_b} + \frac{\alpha}{S_a}}{p_{n2} - p_{n1}} e^{p_{n2} t} \right]$$

$$Q_b(t) =$$

$$(N_b + N_a) L'_x L_y (1 - H(t - t_0)) - 2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\left( n + \frac{1}{2} \right)^2 \pi^2}$$

$$\left[ \left( N_b + N_a \frac{1}{1 + p_{n1} \frac{S_a}{\alpha}} \right) L'_x L_y (1 - H(t - t_0)) e^{-p_{n1} t_0} \frac{p_{n1} + \frac{\alpha}{S_b} + \frac{\alpha}{S_a}}{p_{n1} - p_{n2}} e^{p_{n1} t} + \left( N_b + N_a \frac{1}{1 + p_{n2} \frac{S_a}{\alpha}} \right) L'_x L_y (1 - H(t - t_0)) e^{-p_{n2} t_0} \frac{p_{n2} + \frac{\alpha}{S_b} + \frac{\alpha}{S_a}}{p_{n2} - p_{n1}} e^{p_{n2} t} \right]$$

mit:

$$p_{n1, n2} = -\frac{1}{2} \left( \frac{\eta}{S_b} + \frac{\alpha}{S_b} + \frac{\alpha}{S_a} \right) \pm \frac{1}{2} \sqrt{\left( \frac{\eta}{S_b} + \frac{\alpha}{S_b} + \frac{\alpha}{S_a} \right)^2 - 4 \frac{\alpha}{S_a} \frac{\eta}{S_b}}$$

$$\eta = \left( n + \frac{1}{2} \right)^2 \pi^2 \frac{T_b}{L_y^2}$$

**Abbildung 3.7:** Analytische Lösung für die Piezometerhöhe im Kontinuum b  $h_b(y, t)$  und die Quellschüttung  $Q_b(t)$

die Rücktransformation nur für die Piezometerhöhe des Kontinuums b  $h_b(y, t)$  durchführen. Aus dieser analytischen Lösung kann dann wiederum die Quellschüttung  $Q_b(t)$  abgeleitet werden (Abb. 3.7). Die analytische Lösung für die Piezometerhöhe des Kontinuums b des Doppel-Kontinuum-Systems  $h_b(y, t)$  hat eine ähnliche Struktur wie die analytische Lösung für die Piezometerhöhe in der diskreten Einzelkluft  $h_k(y, t)$  (vgl. Abb. 3.3 und 3.7). Es lassen sich ebenfalls drei Terme mit denselben Eigenschaften unterscheiden. Der erste Term beschreibt die Festpotential-Randbedingung  $h_0$ , der zweite die stationäre Lösung und der dritte, eine

aus zwei Summanden bestehende Reihenentwicklung über den Laufindex  $n$ , wiederum die Zeitabhängigkeit. Auf Grund der Definition der Polstellen  $p_{n2}$  trägt der zweite Summand der Reihenentwicklung nur für kleine  $n$  zur Lösung bei. Da zur Ermittlung dieser Lösung keine Näherung durchgeführt wurde, haben alle Parameter des Differentialgleichungssystems einen Einfluß auf die Lösung. Im Gegensatz zur analytischen Lösung der Piezometerhöhe in der diskreten Kluftebene  $h_k(y, t)$  ist hier auch keine Näherung zur Ermittlung der Polstellen  $p_{n1, n2}$  der Funktion im Laplace-Raum erforderlich.

Nr.	Gesamtsystem				Kontinuum a		Kontinuum b		Neubildung	
	$L_y$ [m]	$M$ [m]	$L'_x$ [m]	$\alpha$ [1/s]	$T_a$ [m <sup>2</sup> /s]	$S_a$ [-]	$T_b$ [m <sup>2</sup> /s]	$S_b$ [-]	$t_0$ [h]	$N_a : N_b$ [%]
1	200	20	6	$3.2 \cdot 10^{-9}$	$2 \cdot 10^{-8}$	$4.4 \cdot 10^{-3}$	$1.33 \cdot 10^{-4}$	$6.0 \cdot 10^{-4}$	48	0 : 100
2	200	20	6	$6.6 \cdot 10^{-9}$	$2 \cdot 10^{-8}$	$1.9 \cdot 10^{-2}$	$1.33 \cdot 10^{-4}$	$1.0 \cdot 10^{-3}$	48	0 : 100
3	200	20	6	$3.6 \cdot 10^{-9}$	$2 \cdot 10^{-8}$	$4.55 \cdot 10^{-3}$	$3.33 \cdot 10^{-5}$	$4.5 \cdot 10^{-4}$	48	0 : 100
4	200	20	6	$8.0 \cdot 10^{-9}$	$2 \cdot 10^{-8}$	$4.85 \cdot 10^{-3}$	$1.33 \cdot 10^{-4}$	$1.5 \cdot 10^{-4}$	48	90 : 10

**Tabelle 3.2:** Geometrische und hydraulische Parameter sowie Aufteilung der Grundwasserneubildung der Parameterkombinationen für das Doppel-Kontinuum-System

Im folgenden Abschnitt ist für ausgewählte Kombinationen von Parametern der Vergleich mit dem numerischen Modell beschrieben.

### 3.2.2 Numerisches Modell

Das numerische Modell für das äquivalente Doppel-Kontinuum-System wurde mit DP-MODFLOW (Lang et al., 1992b) berechnet. Die Diskretisierung der Länge  $L_y$  erfolgte in derselben Weise wie für das numerische Modell des diskreten Einzelkluftsystems. Obwohl es sich um ein eindimensionales Modell handelt, wurde aus numerischen Gründen die beliebige Breite  $L'_x$  durch mehrere Reihen quaderförmiger Modellzellen diskretisiert. Um den Rechenaufwand zu minimieren, wurde jedoch nicht die vollständige Breite  $L'_x$  im Modell umgesetzt. Deswegen mußte dann, wie schon erwähnt, der Fluß über den Festpotentialrand entsprechend umgerechnet werden.

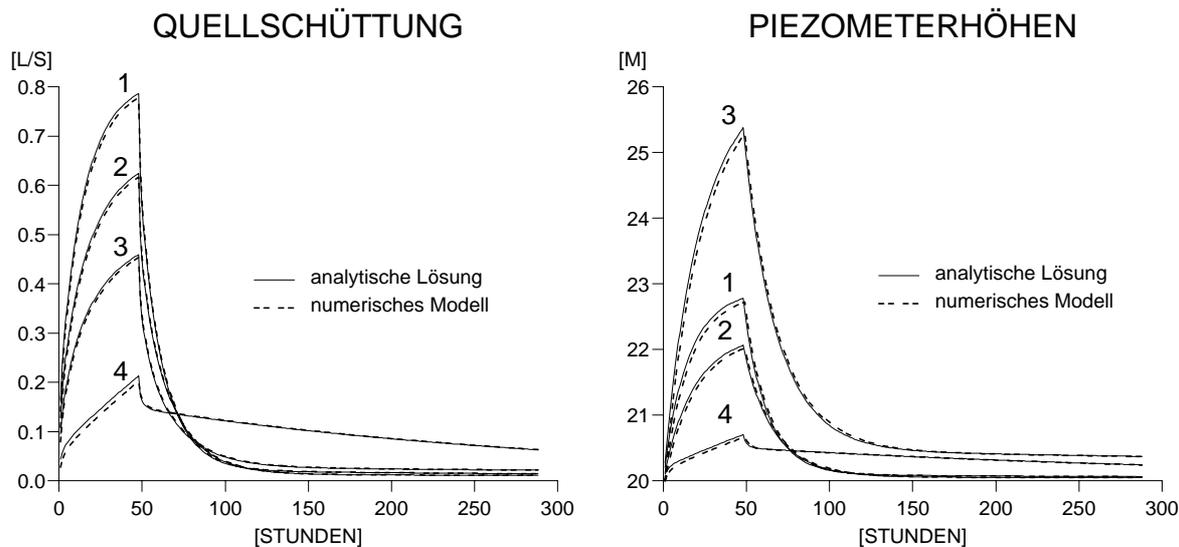
Die Vernachlässigung der Transmissivität im Kontinuum a,  $T_a \simeq 0$ , das den Kontinuumblock repräsentiert, wurde durch einen Anisotropiefaktor  $T_{a,xx} : T_{a,yy}$  von 1000:1 realisiert. Die numerischen Probleme wurden dadurch reduziert, indem ein Ausgleich zwischen den Modellzellen der einzelnen Reihen möglich war.

Obwohl es mit DP-MODFLOW (Lang et al., 1992b) möglich ist, Modelle mit freiem Wasserspiegel zu berechnen, wurde hier, wie schon für das Modell des diskreten Einzelkluftsystems und die beiden analytischen Lösun-

gen, die Differentialgleichung in ihrer linearisierten Form betrachtet, um einen Vergleich sowohl mit der analytischen Lösung als auch mit dem diskreten Einzelkluftsystem zu ermöglichen. Es gelten dieselben Annahmen, wie sie oben beschrieben wurden.

Das numerische Modell des Doppel-Kontinuum-Systems wurde mit den Kombinationen der hydraulischen Parameter gerechnet, wie sie in Tabelle 3.2 aufgeführt sind. Die Geometrie wurde, mit Ausnahme der Breite  $L'_x$ , gleich der Geometrie des Modells des diskreten Einzelkluftsystems gewählt. Unter der Annahme, daß der Kontinuumblock des diskreten Einzelkluftsystems und das Kontinuum a, das diesen repräsentiert, hydraulisch äquivalent sind, wurde die Transmissivität des Kontinuums a gleich der Transmissivität des Kontinuumblocks gesetzt:  $T_{a,xx} = T_{m,xx}$  und  $T_{a,yy} = T_{m,yy}$ .

In Abbildung 3.8 sind für die Parameterkombinationen aus Tabelle 3.2 die Quellschüttung  $Q_b(t)$  und an der Stelle  $y_0 = 100 \text{ m}$  die Piezometerhöhen des Kontinuums b  $h_b(y_0=100, t)$  zusammen mit den entsprechenden analytischen Lösungen dargestellt. Das numerische Modell und die analytischen Lösungen stimmen sehr gut überein. Die systematisch auftretenden, geringen Abweichungen sind darauf zurückzuführen, daß im numerischen Modell die Transmissivität des Kontinuums a,  $T_a$ , nicht vernachlässigt wird.



**Abbildung 3.8:** Quellschüttung  $Q_b(t)$  und Piezometerhöhe  $h_b(y_0 = 100, t)$  für unterschiedliche Parameterkombinationen aus analytischer Lösung und numerischem Modell

### 3.3 Vergleich beider Systeme

Der Vergleich des diskreten Einzelkluftsystems mit dem dazu äquivalenten Doppel-Kontinuum-System erfolgte auf zwei unterschiedliche Arten. Zum einen wurden für die verschiedenen Parameterkombinationen (Tab. 3.1) des diskreten Einzelkluftsystems äquivalente Doppel-Kontinuum-Modelle ermittelt, indem die Ganglinien der Quellschüttung und der Piezometerhöhen angeglichen wurden. Die durch diese Kalibrierungen ermittelten hydraulischen Parameter der Doppel-Kontinuum-Modelle wurden dann mit den geometrischen und hydraulischen Parametern der diskreten Einzelkluftmodelle verglichen. Zum anderen wurde ein Vergleich der analytischen Lösungen für die beiden Systeme durchgeführt, wobei zum Teil sehr grobe Näherungen notwendig waren. Dadurch ließen sich bei diesem Vergleich die hydraulischen Parameter des Doppel-Kontinuum-Systems aus den geometrischen und hydraulischen Parametern des diskreten Einzelkluftsystems nur abschätzen.

#### 3.3.1 Numerische Modelle

Für den Vergleich der beiden numerischen Modelle wurden verschiedene Kombinationen der geometrischen und hydraulischen Parameter des Einzelkluftsystems sowie Unterschiede in der Dauer der Grundwasserneubildung und deren Verteilung auf Kluftebene und Kontinuumblock betrachtet (Tab. 3.1). Für jede dieser Parameterkombinationen des diskreten Einzelkluftmodells wurde ein Doppel-Kontinuum-Modell durch Angleich der Quellschüttungen und Piezometerhöhen kalibriert.

Die Geometrie dieser Doppel-Kontinuum-Modelle wurde bis auf die Breite  $L'_x$  gleich mit der Geometrie der diskreten Einzelkluftmodelle gewählt. Da bei eindimensionaler Betrachtung der Strömung im Doppel-Kontinuum-Modell diese Breite  $L'_x$  beliebig ist, jedoch aus numerischen und rechen-technischen Gründen wesentlich kleiner war als die Breite  $L_x$  des Kontinuumblocks, mußte der Durchfluß durch das Doppel-Kontinuum-System entsprechend umgerechnet werden. Die Verteilung der Grundwasserneubildung auf die beiden Kontinua des Doppel-Kontinuum-Systems wurde so

Nr.	Gesamtsystem				Kontinuum a		Kontinuum b		Neubildung	
	$L_y$ [m]	$M$ [m]	$L'_x$ [m]	$\alpha$ [1/s]	$T_a$ [m <sup>2</sup> /s]	$S_a$ [-]	$T_b$ [m <sup>2</sup> /s]	$S_b$ [-]	$t_0$ [h]	$N_a : N_b$ [%]
1	200	20	6	$3.2 \cdot 10^{-9}$	$2 \cdot 10^{-8}$	$4.4 \cdot 10^{-3}$	$1.33 \cdot 10^{-4}$	$6.0 \cdot 10^{-4}$	48	0 : 100
2	200	20	6	$7.6 \cdot 10^{-9}$	$8 \cdot 10^{-8}$	$4.05 \cdot 10^{-3}$	$1.33 \cdot 10^{-4}$	$9.5 \cdot 10^{-4}$	48	0 : 100
3	200	50	6	$5.0 \cdot 10^{-9}$	$5 \cdot 10^{-8}$	$3.9 \cdot 10^{-3}$	$3.33 \cdot 10^{-4}$	$1.1 \cdot 10^{-3}$	48	0 : 100
4	200	20	6	$6.6 \cdot 10^{-9}$	$2 \cdot 10^{-8}$	$1.9 \cdot 10^{-2}$	$1.33 \cdot 10^{-4}$	$1.0 \cdot 10^{-3}$	48	0 : 100
5	200	20	6	$3.6 \cdot 10^{-9}$	$2 \cdot 10^{-8}$	$4.55 \cdot 10^{-3}$	$3.33 \cdot 10^{-5}$	$4.5 \cdot 10^{-4}$	48	0 : 100
6	200	20	6	$8.2 \cdot 10^{-9}$	$2 \cdot 10^{-8}$	$3.85 \cdot 10^{-3}$	$2.86 \cdot 10^{-4}$	$1.15 \cdot 10^{-3}$	48	0 : 100
7	200	20	6	$4.8 \cdot 10^{-9}$	$2 \cdot 10^{-8}$	$4.63 \cdot 10^{-3}$	$1.33 \cdot 10^{-4}$	$3.7 \cdot 10^{-4}$	24	0 : 100
8	200	20	6	$3.0 \cdot 10^{-9}$	$2 \cdot 10^{-8}$	$4.43 \cdot 10^{-3}$	$1.33 \cdot 10^{-4}$	$5.7 \cdot 10^{-4}$	48	20 : 80
9	200	20	6	$2.0 \cdot 10^{-9}$	$2 \cdot 10^{-8}$	$4.47 \cdot 10^{-3}$	$1.33 \cdot 10^{-4}$	$5.3 \cdot 10^{-4}$	48	50 : 50
10	200	20	6	$2.0 \cdot 10^{-9}$	$2 \cdot 10^{-8}$	$4.5 \cdot 10^{-3}$	$1.33 \cdot 10^{-4}$	$5.0 \cdot 10^{-4}$	48	70 : 30
11	200	20	6	$8.0 \cdot 10^{-9}$	$2 \cdot 10^{-8}$	$4.85 \cdot 10^{-3}$	$1.33 \cdot 10^{-4}$	$1.5 \cdot 10^{-4}$	48	90 : 10

**Tabelle 3.3:** Kalibrierte, hydraulische Parameter der Doppel-Kontinuum-Modelle für die entsprechenden Parameterkombinationen des diskreten Einzelkluftmodells

gewählt, daß die Grundwasserneubildung ins Kontinuum a gleich der Grundwasserneubildung in den Kontinuumblock  $N_a = N_m$  und diejenige ins Kontinuum b gleich derjenigen in die Kluftebene  $N_b = N_k B/L_x$  war (vgl. Gleichung 3.8 und 3.10). In Tabelle 3.3 sind die kalibrierten, hydraulischen Parameter des jeweiligen Doppel-Kontinuum-Modells für die einzelnen Kombinationen der geometrischen und hydraulischen Parameter des diskreten Einzelkluftmodells zusammengestellt.

An Hand der Parameterkombination Nr. 1, der Referenzkombination, ist ein detaillierter Vergleich des Einzelkluftmodells mit dem Doppel-Kontinuum-Modell dargestellt. In Abbildung 3.9 sind die Quellschüttungen  $Q_k(t)$  und  $Q_b(t)$ , die Ganglinien der Piezometerhöhen an mehreren Stellen  $y_i$  in der Kluftebene  $h_k(y_i, t)$  und im Kontinuum b  $h_b(y_i, t)$  sowie für mehrere Zeitpunkte  $t_i$  die Profile der beiden Piezometerhöhen  $h_k(y, t_i)$  und  $h_b(y, t_i)$  dargestellt. Für die anderen Parameterkombinationen sind die Ergebnisse der Kalibrierung nur für die Quellschüttungen  $Q_k(t)$  und  $Q_b(t)$  und an einer Stelle  $y_0 = 100 \text{ m}$  die Ganglinien der Piezometerhöhen  $h_k(y_0, t)$  und  $h_b(y_0, t)$  dargestellt (Abb. 3.10).

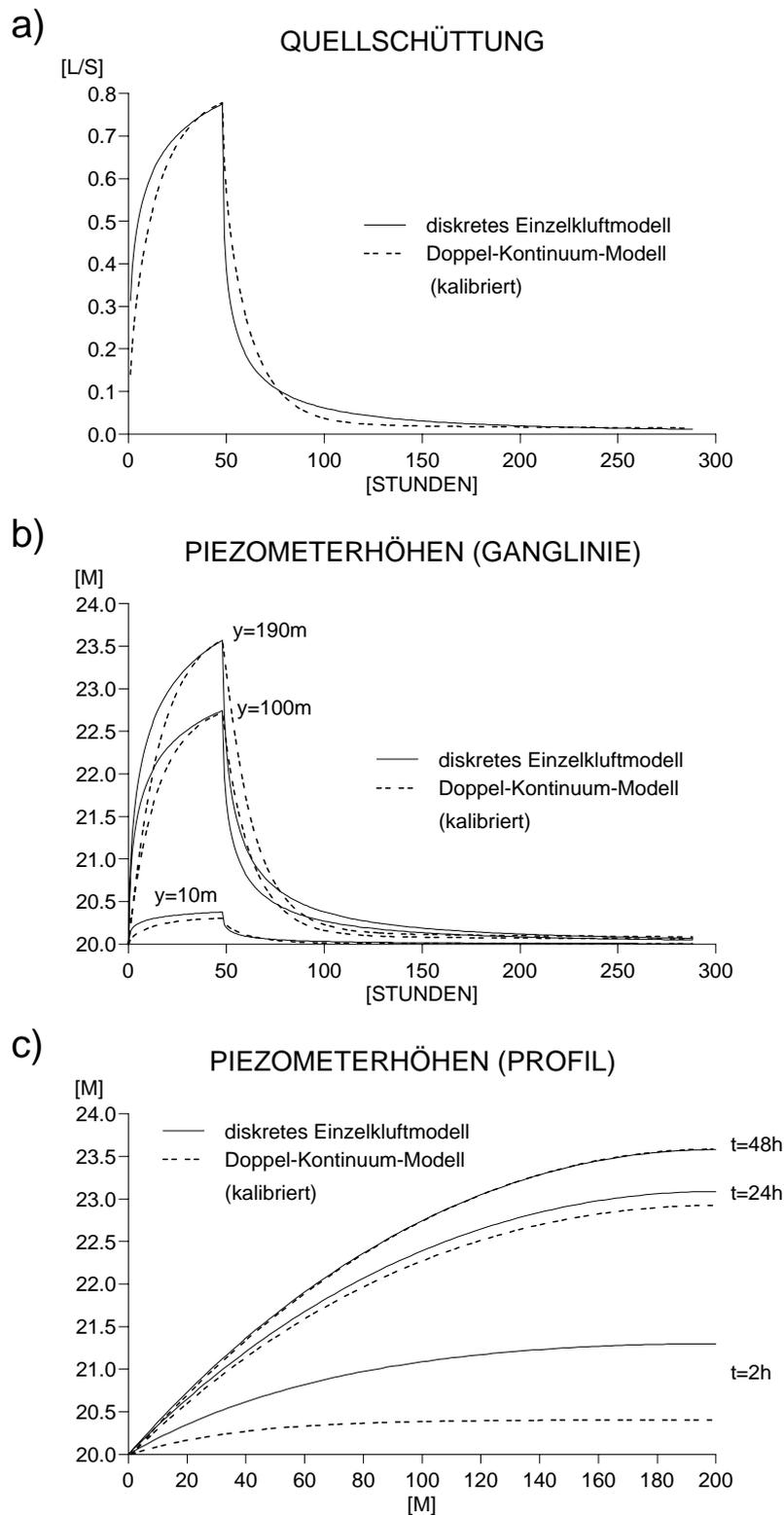
Die Kalibrierung der jeweiligen Doppel-

Kontinuum-Modelle hatte als erstes Ziel das Maximum der Ganglinien der Quellschüttung und der Piezometerhöhen in der Kluftebene an mehreren Stellen nachzubilden. Eine exakte Nachbildung des zeitlichen Verhaltens dieser Größen war nicht möglich. Die bestmögliche Anpassung der Ganglinien für die Referenzkombination der Parameter ist in Abbildung 3.9 a,b dargestellt. Die zum Teil erheblichen Abweichungen zeigen sich auch deutlich im Profil der Piezometerhöhen für kurze Zeiten,  $t = 2 \text{ h}$  (Abb. 3.9 c).

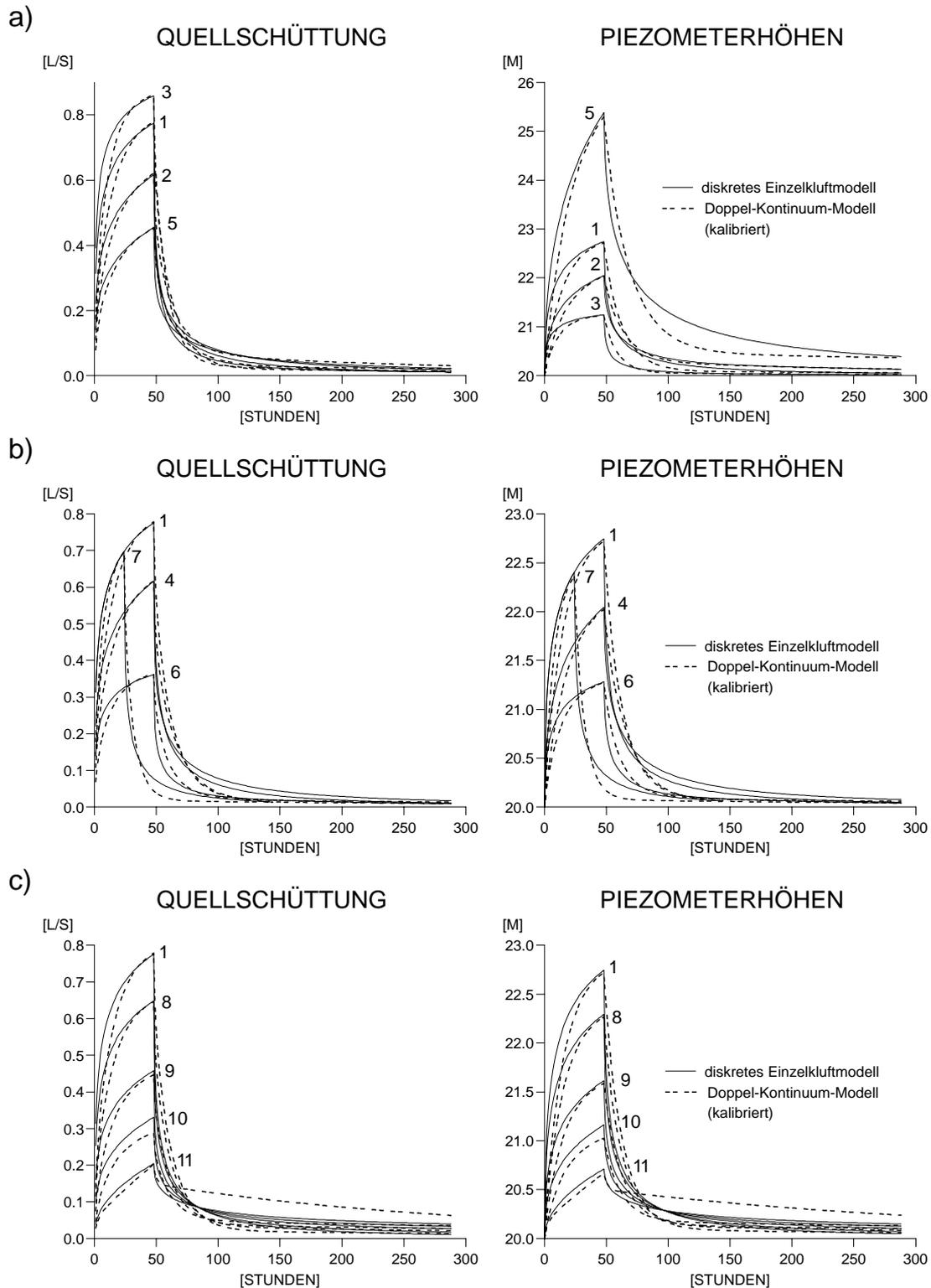
Die Kalibrierung erfolgte nur für drei hydraulische Parameter des Doppel-Kontinuum-Modells: die Transmissivität des Kontinuums b  $T_b$ , den Speicherkoeffizienten des Kontinuums b  $S_b$  und den Austauschkoefizienten  $\alpha$ . Die Transmissivität des Kontinuums a  $T_a$  wurde, wie oben beschrieben, vernachlässigt. Für die Speicherkoeffizienten des Doppel-Kontinuum-Modells wurde die Annahme getroffen, daß sich das gesamte Hohlräumvolumen des diskreten Einzelkluftmodells auf die beiden Kontinua a und b aufteilen muß, gemäß:

$$S_m \simeq S_a + S_b \quad (3.15)$$

Dadurch war nur einer der beiden Speicherkoeffizienten  $S_a$  oder  $S_b$  frei wählbar. Fer-



**Abbildung 3.9:** a) Quellschüttungen  $Q_k(t)$ ,  $Q_b(t)$ ; b) Ganglinien der Piezometerhöhen  $h_k(y, t)$ ,  $h_b(y, t)$  an den Stellen  $y=10\text{ m}$ ,  $100\text{ m}$ ,  $190\text{ m}$ ; c) Profile der Piezometerhöhen  $h_k(y, t)$ ,  $h_b(y, t)$  zu den Zeitpunkten  $t=2\text{ h}$ ,  $24\text{ h}$ ,  $48\text{ h}$  des diskreten Einzelkluftmodells und des kalibrierten Doppel-Kontinuum-Modells für die Parameterkombination Nr. 1 (Referenz)



**Abbildung 3.10:** Quellschüttungen  $Q_k(t)$ ,  $Q_b(t)$  und Piezometerhöhen  $h_k(y_0, t)$ ,  $h_b(y_0, t)$  des diskreten Einzelkluftmodells und des kalibrierten Doppel-Kontinuum-Modells an der Stelle  $y_0 = 100 \text{ m}$  für die Parameterkombinationen Nr. 1 – 11: a) Referenz (1), erhöhte Transmissivität  $T_m$  (2), größere Mächtigkeit  $M$  (3), geringere Transmissivität  $T_k$  (5); b) Referenz (1), größerer Speicherkoeffizient  $S_m$  (4), kleinere Breite des Kontinuumblocks  $L_x$  (6), kürzere Dauer der Grundwasserneubildung  $t_0$  (7); c) Referenz (1), unterschiedliche Aufteilung der Grundwasserneubildung (8 – 11)

ner konnte das Hohlraumvolumen der Einzelklufte gegenüber dem des Kontinuumblocks vernachlässigt werden.

Bei der Kalibrierung hat es sich gezeigt, daß die drei kalibrierten, hydraulischen Parameter verhältnismäßig sensitiv sind. Dies bedeutet, daß sie im Rahmen der Kalibrierungsvorgaben sehr gut bestimmt werden können. Die Transmissivität  $T_b$  wird dabei im Wesentlichen durch das Profil der Piezometerhöhen  $h_b(y, t_0)$  zum Ende der Periode der Grundwasserneubildung festgelegt und läßt sich nur im Bereich weniger Prozent variieren. Der Speicherkoeffizient  $S_b$  und der Austauschkoefizient  $\alpha$  lassen sich mittels der Ganglinien ermitteln. Deren Form ist im Wesentlichen durch den Speicherkoeffizienten  $S_b$  und deren Maximum durch den Austauschkoefizienten  $\alpha$  bestimmt. Diese beiden Parameter lassen sich zur Kalibrierung nur um weniger als 50% variieren.

Für die an den übrigen Parameterkombinationen (Nr. 2 – 11) des diskreten Einzelklufte-Modells kalibrierten Doppel-Kontinuum-Modelle lassen sich die hydraulischen Parameter in derselben Weise ebenfalls gut bestimmen, da sie eine ähnliche Sensitivität zeigen (Abb. 3.10 a-c). Eine Ausnahme bilden die Modelle, bei denen ein relativ großer Anteil der Grundwasserneubildung in den Kontinuumblock bzw. das Kontinuum a eingegeben wird (Abbildung 3.10 c). Je größer dieser Anteil wird, desto schlechter lassen sich diese Modelle kalibrieren. Entweder wird das Maximum nicht erreicht, oder die Ganglinien unterscheiden sich stark in ihrer Form. Offensichtlich ist für diese Modelle die eindimensionale Betrachtung nur noch eingeschränkt möglich, da ein großer Teil des Durchflusses innerhalb des Kontinuumblocks erfolgt.

Auf Grund der Sensitivität der einzelnen Parameter des Doppel-Kontinuum-Modells lassen sich diese nicht einfach aus den geometrischen und hydraulischen Parametern des diskreten Einzelklufte-Modells ableiten. Nur die Transmissivität  $T_b$  läßt sich zur Transmissivität  $T_k$ , der Kluftebreite  $B$  und der Breite des

Kontinuumblocks  $L_x$  direkt in Beziehung setzen. Die Beziehung

$$T_b = T_k \frac{B}{L_x} \quad (3.16)$$

erhält man aus einer einfachen Bilanzbetrachtung für die Durchflüsse, wenn man den Fluß in der Kluftebene auf die Breite des Kontinuumblocks bezieht. Die kalibrierten und die aus dieser Betrachtung ermittelten Werte stimmen überein (vgl. Tab. 3.4).

Für den Austauschkoefizient  $\alpha$  läßt sich keine direkte Beziehung mehr finden, obwohl die kalibrierten Werte in derselben Größenordnung liegen wie die Werte, die sich aus der von Barenblatt et al. (1960) und Warren und Root (1963) angegebenen Beziehung

$$\alpha' = \frac{T_m}{L_x^2} \quad (3.17)$$

für die einzelnen Parameterkombinationen ermitteln lassen. Die kalibrierten Werte unterscheiden sich von den aus dieser Beziehung ermittelten Werten um einen Faktor, der kleiner 10 und für die Modelle mit den unterschiedlichen Parameterkombinationen nicht einheitlich ist. Sie sollten jedoch auf Grund ihrer Sensitivität höchstens um einen Faktor 2 voneinander abweichen (vgl. Tab. 3.4), wenn der Austauschkoefizient durch Gleichung (3.17) bestimmt wäre.

Die kalibrierten Werte des Speicherkoeffizienten des Kontinuums b  $S_b$  liegen in der Größenordnung zwischen dem Speicherkoeffizienten der Kluftebene  $S_k$  und dem Speicherkoeffizienten des Kontinuumblocks  $S_m$ . Da auch dieser Parameter sensitiv ist, kann er nicht einfach einem der beiden Speicherkoeffizienten des diskreten Einzelklufte-Systems zugeordnet werden. Eine Erklärungsmöglichkeit wird durch die Abbildung 3.11 veranschaulicht. Die Piezometerhöhen des Kontinuumblocks  $h_m(x, y, t)$  zeigen bis zu einem bestimmten Abstand von der Kluftebene (ca. 20 m) ein vergleichbares zeitliches Verhalten wie die Piezometerhöhe in dieser  $h_k(y, t)$ . Es hat den Anschein, daß dieser Bereich  $\bar{L}_x$  des Kontinuumblocks, der ein vergleichbares hydraulisches Verhalten wie die Kluftebene zeigt,

Nr.	Transmissivitäten		Austauschkoeffizienten			Speichercoeffizienten		
	$T_b$ [m <sup>2</sup> /s]	$T_k B/L_x$ [m <sup>2</sup> /s]	$\alpha$ [1/s]	$\alpha'$ [1/s]	$\alpha/\alpha'$ [-]	$S_b$ [-]	$S_m$ [-]	$\bar{L}_x$ [m]
1	$1.33 \cdot 10^{-4}$	$1.33 \cdot 10^{-4}$	$3.2 \cdot 10^{-9}$	$8.89 \cdot 10^{-10}$	3.6	$6.0 \cdot 10^{-4}$	$5.0 \cdot 10^{-3}$	18
2	$1.33 \cdot 10^{-4}$	$1.33 \cdot 10^{-4}$	$7.6 \cdot 10^{-9}$	$3.56 \cdot 10^{-9}$	2.1	$9.5 \cdot 10^{-4}$	$5.0 \cdot 10^{-3}$	28.5
3	$3.33 \cdot 10^{-4}$	$3.33 \cdot 10^{-4}$	$5.0 \cdot 10^{-9}$	$2.22 \cdot 10^{-9}$	2.3	$1.1 \cdot 10^{-3}$	$5.0 \cdot 10^{-3}$	33
4	$1.33 \cdot 10^{-4}$	$1.33 \cdot 10^{-4}$	$6.6 \cdot 10^{-9}$	$8.89 \cdot 10^{-10}$	7.4	$1.0 \cdot 10^{-3}$	$2.0 \cdot 10^{-2}$	7.5
5	$3.33 \cdot 10^{-5}$	$3.33 \cdot 10^{-5}$	$3.6 \cdot 10^{-9}$	$8.89 \cdot 10^{-10}$	4.1	$4.5 \cdot 10^{-4}$	$5.0 \cdot 10^{-3}$	13.5
6	$2.86 \cdot 10^{-4}$	$2.86 \cdot 10^{-4}$	$8.2 \cdot 10^{-9}$	$4.08 \cdot 10^{-9}$	2.0	$1.15 \cdot 10^{-3}$	$5.0 \cdot 10^{-3}$	16
7	$1.33 \cdot 10^{-4}$	$1.33 \cdot 10^{-4}$	$4.8 \cdot 10^{-9}$	$8.89 \cdot 10^{-10}$	5.4	$3.7 \cdot 10^{-4}$	$5.0 \cdot 10^{-3}$	11
8	$1.33 \cdot 10^{-4}$	$1.33 \cdot 10^{-4}$	$3.0 \cdot 10^{-9}$	$8.89 \cdot 10^{-10}$	3.4	$5.7 \cdot 10^{-4}$	$5.0 \cdot 10^{-3}$	17
9	$1.33 \cdot 10^{-4}$	$1.33 \cdot 10^{-4}$	$2.0 \cdot 10^{-9}$	$8.89 \cdot 10^{-10}$	2.3	$5.3 \cdot 10^{-4}$	$5.0 \cdot 10^{-3}$	16
10	$1.33 \cdot 10^{-4}$	$1.33 \cdot 10^{-4}$	$2.0 \cdot 10^{-9}$	$8.89 \cdot 10^{-10}$	2.3	$5.0 \cdot 10^{-4}$	$5.0 \cdot 10^{-3}$	15
11	$1.33 \cdot 10^{-4}$	$1.33 \cdot 10^{-4}$	$8.0 \cdot 10^{-9}$	$8.89 \cdot 10^{-10}$	9.0	$1.5 \cdot 10^{-4}$	$5.0 \cdot 10^{-3}$	4.5

**Tabelle 3.4:** Vergleich der kalibrierten, hydraulischen Parameter der Doppel-Kontinuum-Modelle  $T_b$ ,  $\alpha$  und  $S_b$  mit den aus den Gleichungen (3.16) und (3.17) ermittelten sowie Bestimmung des Bereichs des Kontinuumblocks  $\bar{L}_x$  mit vergleichbarem hydraulischen Verhalten zur Kluftebene (Gleichung 3.18)

ebenfalls durch das Kontinuum b des Doppel-Kontinuum-Modells repräsentiert wird. Bestimmt man diesen Bereich  $\bar{L}_x$  aus dem Anteil des Speichercoeffizienten  $S_m$  des Kontinuumblocks, der dem kalibrierten Speichercoeffizienten  $S_b$  des Kontinuums b entspricht

$$\bar{L}_x = \frac{S_b}{S_m} L_x, \quad (3.18)$$

weist dieser Bereich  $\bar{L}_x$  (vgl. Tab. 3.4) ungefähr dieselbe Größe auf wie der, in dem die Piezometerhöhen  $h_m(x, y, t)$  des Kontinuumblocks ein vergleichbares hydraulisches Verhalten zeigen wie die Piezometerhöhen in der Kluftebene (vgl. Abb. 3.11).

Aus Abbildung 3.11 ist ebenfalls ersichtlich, daß sich die Piezometerhöhe des Kontinuums a,  $h_a(y, t)$ , nicht in eindeutiger Weise lokalisieren, d.h. einer bestimmten Piezometerhöhe  $h_m(x_0, y, t)$  mit einem Abstand  $x_0$  zur Kluftebene zuordnen läßt. Diese Beobachtung ist nicht unerwartet, da jene Piezometerhöhe auf Grund des Doppel-Kontinuum-Ansatzes eine gemittelte Größe darstellt.

### 3.3.2 Analytische Lösungen

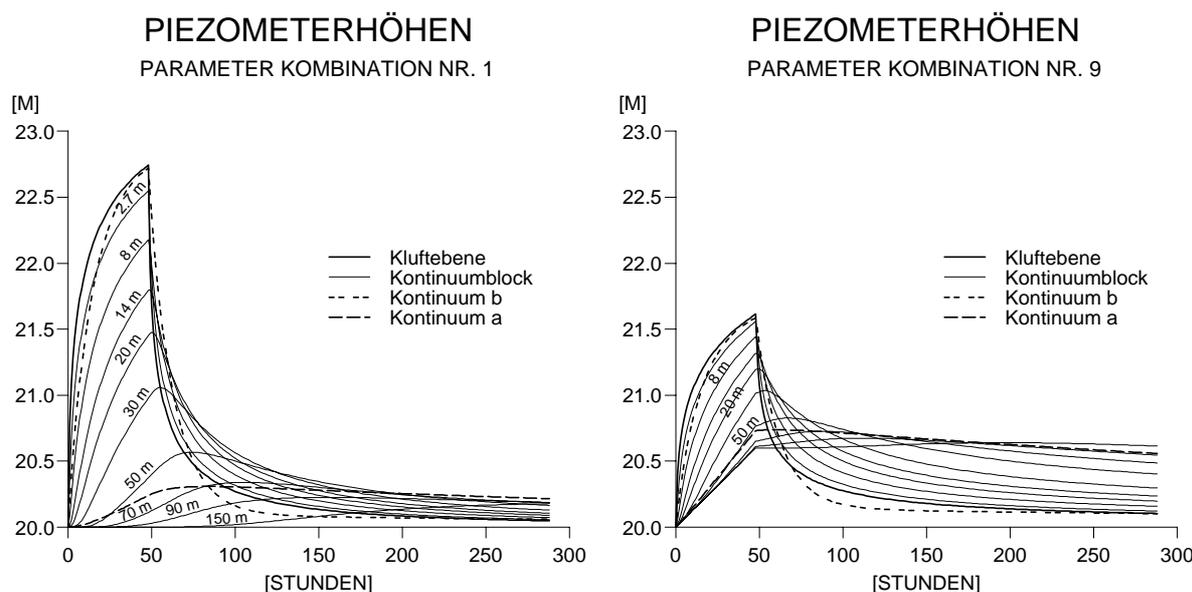
Für den Vergleich der analytischen Lösungen des diskreten Einzelkluftsystems (Abb. 3.3) und des äquivalenten Doppel-Kontinuum-Systems (Abb. 3.7) ist es erforderlich, die Struktur dieser Lösungen detaillierter zu betrachten. Da beide eine ähnliche Struktur besitzen, lassen sich einzelne Terme direkt vergleichen. Dabei ist es gleichgültig, ob die Piezometerhöhen  $h_k(y, t)$  und  $h_b(y, t)$  oder die Quellschüttung  $Q_k(y, t)$  und  $Q_b(y, t)$  betrachtet werden.

Der erste Term, der sich gut vergleichen läßt, ist derjenige, der die stationäre Lösung beschreibt. Falls die Systeme äquivalent sind, lassen sich die folgenden Größen gleichsetzen:

$$\frac{N_k + N_m \frac{L_x}{B}}{T_k} = \frac{N_b + N_a}{T_b}. \quad (3.19)$$

Geht man davon aus, daß die gesamte Grundwasserneubildung  $N_0$  in das System der diskreten Einzelkluft durch die Gleichung (3.8) beschrieben wird, erhält man über Gleichung (3.10):

$$N_k \frac{B}{L_x} + N_m = N_b + N_a. \quad (3.20)$$



**Abbildung 3.11:** Piezometerhöhen in der Kluftebene  $h_k(y_0, t)$ , im Kontinuumblock  $h_m(x_i, y_0, t)$  des diskreten Einzelkluftmodells und in den beiden Kontinua  $h_b(y_0, t)$  und  $h_a(y_0, t)$  des Doppel-Kontinuum-Modells an der Stelle  $y_0 = 100 \text{ m}$

Damit läßt sich die Transmissivität des Kontinuums b  $T_b$  aus Gleichung 3.19 bestimmen:

$$T_b = T_k \frac{B}{L_x}. \quad (3.21)$$

Diese Beziehung ist dieselbe, die sich über eine Bilanzbetrachtung beim Vergleich der numerischen Modelle im vorangegangenen Abschnitt ergeben hat (Gleichung 3.16).

Für den Vergleich der Terme, die die Zeitabhängigkeit beschreiben, wird zur Vereinfachung erst einmal angenommen, daß keine Grundwasserneubildung in den Kontinuumblock, und somit in das Kontinuum a, erfolgt:  $N_m = N_a = 0$ . Mit dieser Vereinfachung und dem Ergebnis aus Gleichung (3.21) bleibt für den Vergleich folgende Gleichung zu betrachten:

$$\sum_{l=0}^{\infty} f_{nl} e^{p_{nl}t} = \frac{p_{n1} + \frac{\alpha}{S_b} + \frac{\alpha}{S_a}}{p_{n1} - p_{n2}} e^{p_{n1}t} + \frac{p_{n2} + \frac{\alpha}{S_b} + \frac{\alpha}{S_a}}{p_{n2} - p_{n1}} e^{p_{n2}t}, \quad (3.22)$$

wobei die Polstellen  $p_{nl}$  und die Größen  $f_{nl}$  wie in Abbildung 3.3 und die Polstellen  $p_{n1}$

und  $p_{n2}$  wie in Abbildung 3.7 definiert sind. Die linke Seite dieser Gleichung besteht aus bekannten Größen, die jedoch nicht einfach miteinander verknüpft sind. Die rechte Seite beinhaltet die zwei Parameter, Speicherkoeffizient  $S_b$  und Austauschkoefizient  $\alpha$ , die es zu bestimmen gilt. Der Speicherkoeffizient  $S_a$  ist wiederum durch die Annahme festgelegt, daß das gesamte Hohlraumvolumen  $S_m$  des diskreten Einzelkluftsystems auf die beiden Speicherkoeffizienten  $S_a$  und  $S_b$  aufgeteilt wird (Gleichung 3.15).

Die Parameter  $S_b$  und  $\alpha$ , ergeben sich aus der Lösung des Minimierungsproblems, die Gleichung (3.22) für mehrere Zeitpunkte möglichst gut zu erfüllen. Eine Möglichkeit, dieses Problem zu lösen, ist mittels einer Kalibrierung eine möglichst gute Übereinstimmung der Form der Ganglinien zu erzielen, wie dies im vorangegangenen Abschnitt beschrieben wurde.

Mit Hilfe der analytischen Lösungen lassen sich die Parameter  $S_b$  und  $\alpha$  nicht exakt bestimmen. Es lassen sich jedoch Abschätzungen angeben, wenn zur Lösung der Gleichung

Nr.	$C_l$	Austauschkoeffizienten				Speicherkoefizienten			
		Kalibrierung		Abschätzung		Kalibrierung		Abschätzung	
		$\alpha$ [1/s]	$\alpha/\alpha'$ [-]	$\tilde{\alpha}$ [1/s]	$\tilde{\alpha}/\alpha'$ [-]	$S_b$ [-]	$\bar{L}_x$ [m]	$\tilde{S}_b$ [-]	$\tilde{L}_x$ [m]
<b>1</b>	<b>1.7</b>	<b><math>3.2 \cdot 10^{-9}</math></b>	<b>3.6</b>	<b><math>4.1 \cdot 10^{-9}</math></b>	<b>4.6</b>	<b><math>6.0 \cdot 10^{-4}</math></b>	<b>18</b>	<b><math>6.1 \cdot 10^{-4}</math></b>	<b>18</b>
<b>2</b>	<b>1.1</b>	<b><math>7.6 \cdot 10^{-9}</math></b>	<b>2.1</b>	<b><math>1.6 \cdot 10^{-8}</math></b>	<b>4.6</b>	<b><math>9.5 \cdot 10^{-4}</math></b>	<b>28.5</b>	<b><math>1.3 \cdot 10^{-3}</math></b>	<b>39</b>
3	1.3	$5.0 \cdot 10^{-9}$	2.3	$7.0 \cdot 10^{-9}$	3.1	$1.1 \cdot 10^{-3}$	33	$1.3 \cdot 10^{-3}$	39
<b>4</b>	<b>2.7</b>	<b><math>6.6 \cdot 10^{-9}</math></b>	<b>7.4</b>	<b><math>9.1 \cdot 10^{-9}</math></b>	<b>10.3</b>	<b><math>1.0 \cdot 10^{-3}</math></b>	<b>7.5</b>	<b><math>7.8 \cdot 10^{-4}</math></b>	<b>6</b>
5	1.4	$3.6 \cdot 10^{-9}$	4.1	$1.1 \cdot 10^{-8}$	12.6	$4.5 \cdot 10^{-4}$	13.5	$6.0 \cdot 10^{-4}$	18
6	1.1	$8.2 \cdot 10^{-9}$	2.0	$2.2 \cdot 10^{-8}$	5.4	$1.15 \cdot 10^{-3}$	16	$1.3 \cdot 10^{-3}$	18
7	2.2	$4.8 \cdot 10^{-9}$	5.4	$6.2 \cdot 10^{-9}$	7.0	$3.7 \cdot 10^{-4}$	11	$3.5 \cdot 10^{-4}$	10.5
8	1.4	$3.0 \cdot 10^{-9}$	3.4	$3.1 \cdot 10^{-9}$	3.5	$5.7 \cdot 10^{-4}$	17	$4.6 \cdot 10^{-4}$	14
9	1.2	$2.0 \cdot 10^{-9}$	2.3	$2.5 \cdot 10^{-9}$	2.8	$5.3 \cdot 10^{-4}$	16	$3.4 \cdot 10^{-4}$	10
10	1.1	$2.0 \cdot 10^{-9}$	2.3	$2.2 \cdot 10^{-9}$	2.5	$5.0 \cdot 10^{-4}$	15	—	—
11	1.1	$8.0 \cdot 10^{-9}$	9.0	$2.2 \cdot 10^{-9}$	2.5	$1.5 \cdot 10^{-4}$	4.5	—	—

**Tabelle 3.5:** Gegenüberstellung der kalibrierten, hydraulischen Parameter  $\alpha$  und  $S_b$  des Doppel-Kontinuum-Modells mit den aus den Abschätzungen ermittelten Werten  $\tilde{\alpha}$  und  $\tilde{S}_b$  sowie die Bereiche des Kontinuumblocks  $\bar{L}_x$  und  $\tilde{L}_x$  mit vergleichbarem hydraulischen Verhalten wie die Kluftebene; für Abbildung 3.12 ausgewählte Parameterkombinationen sind fett dargestellt

chung (3.22) einige, zum Teil sehr grobe Näherungen durchgeführt werden. Diese Abschätzungen werden für das System mit der Referenz-Parameterkombination durchgeführt und dann auf die Systeme mit den anderen Parameterkombinationen übertragen. Wie diese Abschätzungen ermittelt werden, wird in Anhang A.3 im Detail beschrieben. In Tabelle 3.5 sind die abgeschätzten den aus den Kalibrierungen ermittelten Werten gegenübergestellt.

Der Austauschkoeffizient  $\tilde{\alpha}$  läßt sich danach durch

$$\tilde{\alpha} = \alpha' \frac{2C_l}{1 + \frac{\alpha'}{\eta} - 2C_l \frac{\alpha'}{\eta}} \quad (3.23)$$

abschätzen. Dabei ist die Größe  $C_l > 1$  und hängt von den Parametern  $S_m$ ,  $t$ ,  $\alpha'$  (Gleichung 3.17),  $\eta$  (Abb. 3.7) und dem Laufindex  $l$  (Abb. 3.3) ab. Mit dieser Abschätzung lassen sich die bei der Kalibrierung im vorigen Abschnitt ermittelten Abweichungen des Austauschkoeffizienten  $\alpha$  zu den nach Barenblatt et al. (1960) ermittelten Werten  $\alpha'$  (Gleichung 3.17) qualitativ erklären: es ist immer  $\tilde{\alpha} > 2\alpha'$ .

Die Abschätzung für den Speicherkoefizient  $\tilde{S}_b$  lautet:

$$\tilde{S}_b = \eta t \frac{1 + \frac{\alpha'}{\eta}}{1 + \frac{\alpha'}{\eta} - 2C_l \frac{\alpha'}{\eta}} \quad (3.24)$$

$$\frac{1}{K_0 t - \ln[K_0 t] - \ln \left[ \frac{8C_l}{\pi^2} \left( 1 + \frac{\alpha'}{\eta} \right) - 1 \right]}$$

mit

$$K_0 = \frac{\alpha'}{S_m} \frac{\pi^2}{4} \frac{1}{\left( 1 + \frac{\alpha'}{\eta} \right)^2}. \quad (3.25)$$

Sie zeigt, daß der Speicherkoefizient  $\tilde{S}_b$  des Kontinuum b ebenfalls in nicht einfacher Weise von den Parametern  $S_m$ ,  $t$ ,  $\alpha'$ ,  $\eta$  und  $l$  abhängt. Dabei bestimmen die beiden Größen, die als Argumente des Logarithmus auftreten, den abgeschätzten Wert wesentlich. Obwohl sich eine starke Abhängigkeit dieser Abschätzung von der Größe  $\eta$  andeutet, die wiederum nach Gleichung (3.21) von der Transmissivität  $T_k$  abhängt, ist der abgeschätzte Wert  $\tilde{S}_b$  gleich groß, wenn diese Transmissivität geändert wird.

In Abbildung 3.12 sind für die Parameterkombinationen 1, 2 und 4 die Quellschüttung  $Q_b(t)$  und an der Stelle  $y_0 = 100 \text{ m}$  die Piezometerhöhen  $h_b(y_0 = 100, t)$  dargestellt, die sich sowohl aus der Kalibrierung als auch aus der Abschätzung der Parameter für das jeweilige Doppel-Kontinuum-Modell ergeben. Zum Vergleich ist auch noch die entsprechende Größe des diskreten Modells dargestellt. An Hand dieser Abbildung wird deutlich, daß sich bei Abweichungen der abgeschätzten zu den kalibrierten Parametern die dargestellten Größen merklich unterscheiden. Diese Abbildung liefert zusätzlich einen Eindruck von der Sensitivität der einzelnen Parameter.

Für die Referenzkombination (Abb. 3.12 a) unterscheiden sich diese Größen des Doppel-Kontinuum-Modells mit den abgeschätzten Parametern nur wenig von denen des Modells mit den kalibrierten Parametern. Die errechneten Ganglinien besitzen dieselbe Form, da für diese Parameterkombination nur der abgeschätzte Austauschkoefizient  $\tilde{\alpha}$  um ungefähr 30% von dem kalibrierten  $\alpha$  abweicht, der somit noch innerhalb des Bereichs liegt, der als nicht sensitiv angesehen wird. Werden diese Unterschiede größer und liegen außerhalb dieses Bereichs, wie z.B. für die Parameterkombination Nr. 2 (Abb. 3.12 b), so zeigt sich eine signifikante Abweichung in den dargestellten Größen. Für die Parameterkombination Nr. 4 (Abb. 3.12 c) liegen die Abweichungen der Parameter wieder innerhalb dieses Bereichs, der als nicht sensitiv gilt. Die dargestellten Größen weisen keine signifikanten Abweichungen auf. Allerdings

ändert sich die Form der Ganglinien, da der abgeschätzte Speicherkoeffizient  $\tilde{S}_b$  eine Abweichung vom kalibrierten  $S_b$  aufweist.

Die abgeschätzten Werte des Speicherkoeffizienten  $\tilde{S}_b$  stimmen im Allgemeinen für die 11 Parameterkombinationen besser mit den kalibrierten Werten  $S_b$  überein, als die abgeschätzten Austauschkoefizienten  $\tilde{\alpha}$  mit den kalibrierten  $\alpha$  (Tab. 3.5). Die Unterschiede zwischen dem Ergebnis der Kalibrierung und der Abschätzung lassen sich unter anderem dadurch begründen, daß die Abschätzungen mit den Parametern der Referenzkombination ermittelt wurden und für die anderen Parameterkombinationen die durchgeführten Näherungen unterschiedlich gut sind. So lassen sich zum Beispiel für die Parameterkombinationen Nr. 10 und 11 keine Speicherkoeffizienten  $\tilde{S}_b$  abschätzen, weil das Argument des Logarithmus negativ wird (Gleichung 3.24).

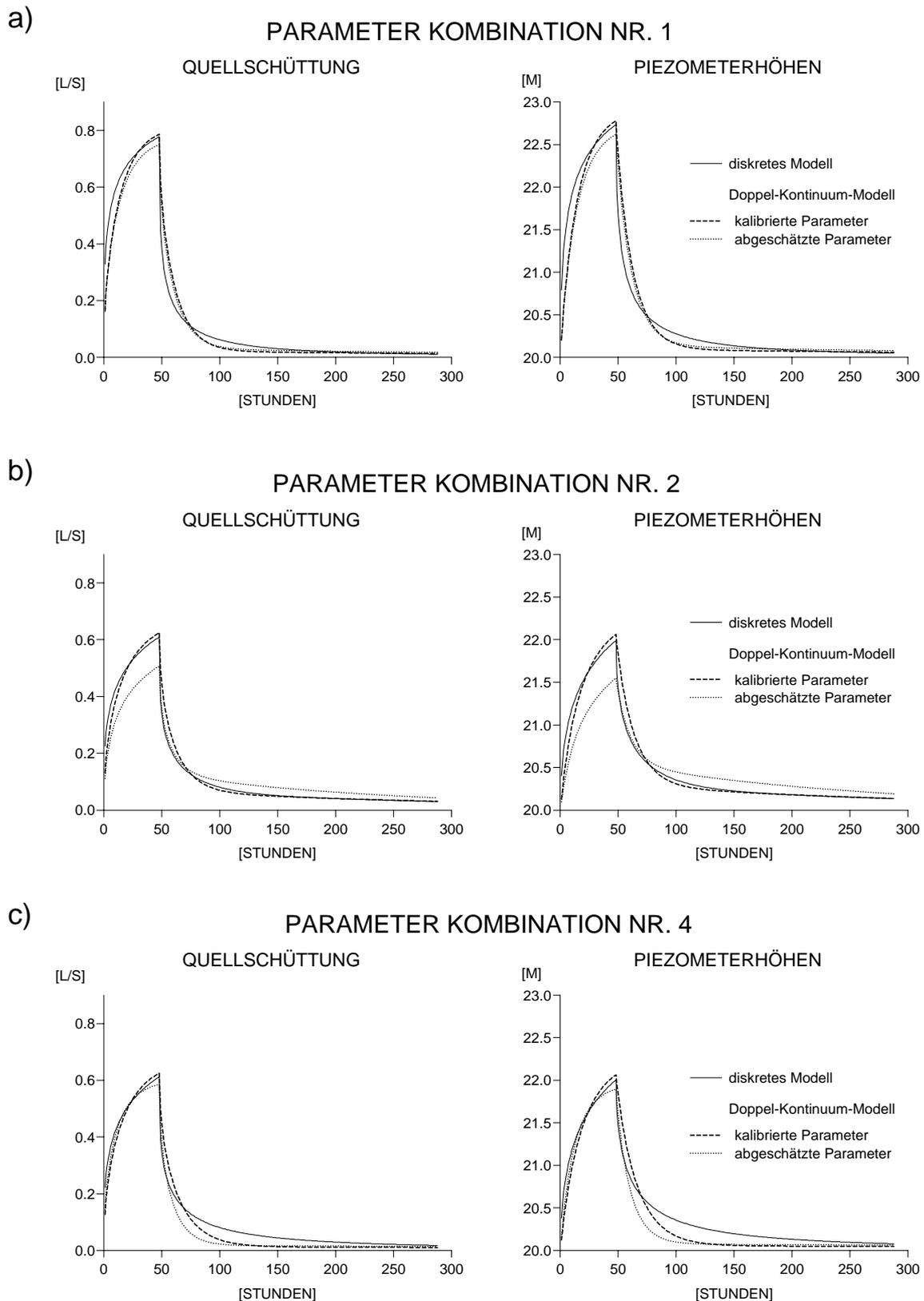
Bei einer Aufteilung der Grundwasserneubildung in die Kluftebene und den Kontinuumblock, bzw. in die beiden Kontinua a und b, üben die Terme

$$-N_m \frac{\eta'}{S_m p_{nl}} \quad (3.26)$$

und

$$N_a \frac{1}{1 + p_{ni} \frac{S_a}{\alpha}} \quad (3.27)$$

in der Reihenentwicklung der jeweiligen analytischen Lösung (Abb. 3.3 und 3.7) einen unterschiedlichen Einfluß aus. Dies läßt sich mit Hilfe einer weiteren Abschätzung zeigen (s. Anhang A.3). Dadurch wird die schlechtere Anpassung bei der Kalibrierung mit zunehmender Grundwasserneubildung in den Kontinuumblock erklärbar.



**Abbildung 3.12:** Quellschüttungen  $Q_b(t)$  und an der Stelle  $y_0 = 100$  m die Piezometerhöhen  $h_b(y_0 = 100, t)$  der Doppel-Kontinuum-Modelle sowohl mit den kalibrierten als auch den abgeschätzten Parametern verglichen mit denen der diskreten Modelle; a) Referenzkombination, b) Parameterkombination Nr. 2, c) Parameterkombination Nr. 4



# Kapitel 4

## Einzugsgebiete mit diskreten Röhrennetzen

In diesem Kapitel wird zur Identifikation der hydraulischen Parameter eines Doppel-Kontinuum-Modells ein synthetisches, doch realitätsnahes Modell-Karstsystem betrachtet. Es stellt ein Quelleinzugsgebiet dar, das die Form eines Kreissegments besitzt und von einem Röhrennetz drainiert wird. Eine der Röhren endet an der Quelle, die an der Spitze des Kreissegments lokalisiert ist (vgl. z.B. Abb. 4.1). Der Zufluß zu diesem Karstsystem erfolgt über Grundwasserneubildung. Der gesamte Abfluß wird über das Röhrennetz der Quelle zugeführt.

Als Drainage für dieses Karstsystem wurden zwei qualitativ unterschiedliche Röhrennetze verwendet, ein vollständig vermaschtes (Abb. 4.1) und ein dendritisches (Abb. 4.4). Für diese zwei Systeme mit den unterschiedlichen Röhrennetzen wurden jeweils mehrere diskrete Modelle erstellt, deren hydraulische Parameter für die zwei Systeme in derselben Weise variiert wurden. Zu jedem dieser diskreten Modelle wurde über eine Kalibrierung ein äquivalentes Doppel-Kontinuum-Modell ermittelt.

### 4.1 Erstellen der diskreten Modelle

Die diskreten Modelle dieses realitätsnahen Modell-Karstsystems bestehen aus einem Kluftkontinuum mit der Geometrie des Quelleinzugsgebietes sowie einem diskreten

Röhrennetz, das dieses Einzugsgebiet drainiert. Dabei wurde wie für das Einzelkluftsystem eine tiefenintegrierte Betrachtung vorgenommen, da die Mächtigkeit des Aquifers mit  $40\text{ m}$  sehr viel kleiner ist als dessen horizontale Erstreckung von  $3\text{ km}$ .

Die Grundwasserneubildung für die Modelle wurde aus meteorologischen Daten berechnet, die auf der Schwäbischen Alb gemessen wurden (s. Kapitel 2.2.4, Abb. 4.7). Gemäß der Vorstellung, daß das neugebildete Grundwasser im Epikarst gesammelt und über Schloten in der vadosen Zone dem Aquifer, der phreatischen Zone, zugeführt wird, wurde in den Modellen der größte Teil der Grundwasserneubildung in das Röhrensystem eingegeben. Unter der Annahme, daß ein geringer Teil des neugebildeten Grundwassers diffus in den Aquifer gelangt, wurde im Modell der übrige Teil dem Kluftkontinuum zugegeben. Die äußere Randbedingung für das Kluftkontinuum ist eine Randstromlinie. Dagegen bilden die diskreten Röhren in Form von zeitlich veränderlichen Festpotentialen innere Randbedingungen für das Kluftkontinuum. Das Röhrennetz besitzt als Randbedingung ein Festpotential, das die Quelle repräsentiert. Die diskreten Modelle wurden aus programmtechnischen Gründen ohne freie Grundwasseroberfläche berechnet.

### 4.1.1 Stationäre Modelle

#### Vorüberlegungen

Einige der hydraulischen Parameter, die die diskreten Modelle bestimmen, lassen sich auf der Grundlage von Geländebeobachtungen vorab festlegen. Andere können nur über die Plausibilität der Verteilungen der Piezometerhöhen und Geschwindigkeiten aus Modellrechnungen bestimmt werden. Die stationären Modellrechnungen in der vorliegenden Arbeit wurden mit der Vorstellung durchgeführt, daß sie mittlere hydrologische Verhältnisse repräsentieren. Somit konnte eine Grundwasserneubildung angenommen werden, die der mittleren jährlichen Grundwasserneubildung der Schwäbische Alb entspricht.

Die hydraulischen Parameter der Röhren lassen sich durch Vorstellungen über die Strömungsverhältnisse im Röhrensystem festlegen. Unter der Annahme, daß bei mittleren hydrologischen Verhältnissen die größte Fließgeschwindigkeit,  $0.1 < v_0 < 1.0 \text{ m/s}$ , an der Quelle auftritt, kann der Querschnitt  $A_0$  der Röhre, die an der Quelle endet, aus der Grundwasserneubildung  $N$  und der Fläche des Einzugsgebietes  $F$  mit Hilfe der Beziehung

$$Q_0 = v_0 A_0 = N F \quad (4.1)$$

berechnet werden.

Mit diesen Vorgaben ergeben sich im Röhrennetz Reynoldszahlen, die größer sind als  $Re > 10^4$ . Deswegen muß in den Röhren turbulente Strömung betrachtet werden, die mit dem Fließgesetz von Darcy-Weisbach beschrieben werden kann (Gleichung 2.4). Der dort enthaltene Reibungsbeiwert  $\lambda$  kann mit Hilfe des Nikuradse-Moodey-Diagramms unter Vorgabe einer relativen Wandrauheit  $k/d$  ermittelt werden. Mit der Vorstellung, daß die Karströhren meist zwar glatt jedoch nicht gerade sind, wurde für die betrachteten Röhren eine relative Wandrauheit von  $k/d \simeq 1/5$  angenommen und ein Reibungsbeiwert von  $\lambda \simeq 0.26$  ermittelt.

Weiterhin wurde für mittlere hydrologi-

sche Verhältnisse angenommen, daß die Strömungszustände im Röhrennetz räumlich nicht stark variieren. Das bedeutet, daß die Strömungsgeschwindigkeiten in den einzelnen Röhren dieselbe Größenordnung besitzen müssen. Zusammen mit der Vorstellung, daß lokal keine extremen hydraulischen Gradienten auftreten sollen, müssen dann die hydraulischen Kapazitäten der Röhren zur Quelle hin zunehmen. Das heißt, daß der Durchmesser der Röhren entsprechend dem Durchfluß in den jeweiligen Röhren zur Quelle hin zunimmt. Unter der Annahme, daß der hydraulische Gradient in allen Röhren gleich ist und die Durchflüsse in den einzelnen Röhren  $Q_i$  bekannt sind, lassen sich aus dem Fließgesetz für turbulente Rohrströmung (Gleichung 2.4) die Durchmesser  $d_i$  der einzelnen Röhren aus dem Durchmesser  $d_0$  der Röhre, die an der Quelle endet, berechnen:

$$d_i = d_0 (Q_i/Q_0)^{2/5} . \quad (4.2)$$

Dabei ist die Quellschüttung  $Q_0$  aus der Beziehung (4.1) bekannt. Die Aufteilung der Grundwasserneubildung spielt keine Rolle, da davon ausgegangen werden kann, daß das gesamte neugebildete Grundwasser letztlich durch das Röhrensystem abfließt.

Für ein Röhrennetz mit vorgegebenen hydraulischen Eigenschaften ist der regionale hydraulische Gradient durch das Verhältnis  $N_m/K_{fm}$  bestimmt. Diese Gradienten liegen in den Karstsystemen der Schwäbischen Alb bei 1%. Sauter (1992) ermittelte in einem solchen Karstsystem auf lokaler und sublokaler Skala hydraulische Durchlässigkeitsbeiwerte im Bereich von  $10^{-6} \dots 10^{-4} \text{ m/s}$ . Der Durchlässigkeitsbeiwert des Kluftkontinuums wurde für die betrachteten diskreten Modelle aus diesem Bereich so gewählt, daß sich für eine vorgegebene Aufteilung der Grundwasserneubildung ein regionaler hydraulischer Gradient von ungefähr 1% einstellte.

Die bei diesen Überlegungen umgesetzten Vorstellungen über Geschwindigkeiten und Gradienten lassen wenig Freiraum, die hydraulischen Parameter des diskreten Modells zu variieren. Ausgehend von der Fließge-

schwindigkeit an der Quelle über die Bestimmung der Durchflüsse durch einzelne Röhren bis hin zur Vorstellung über den regionalen hydraulischen Gradient wird das gesamte realitätsnahe Modell-Karstsystem nahezu vollständig bestimmt.

### Modell mit vermaschtem Röhrennetz

Zuerst wird das Karstsystem betrachtet, das von einem vollständig vermaschten Röhrennetz drainiert wird. Die Geometrie dieses Netzes wird in Anlehnung an ein tektonisches Kluftnetz gewählt. Unter der Annahme, daß ein Teil der Klüfte der Hauptklufrichtungen in regelmäßigem Abstand, 400 bzw. 600 m, durch Kalklösung vollständig erweitert wurde, ergibt sich das in Abbildung 4.1 dargestellte Modell-Röhrennetz.

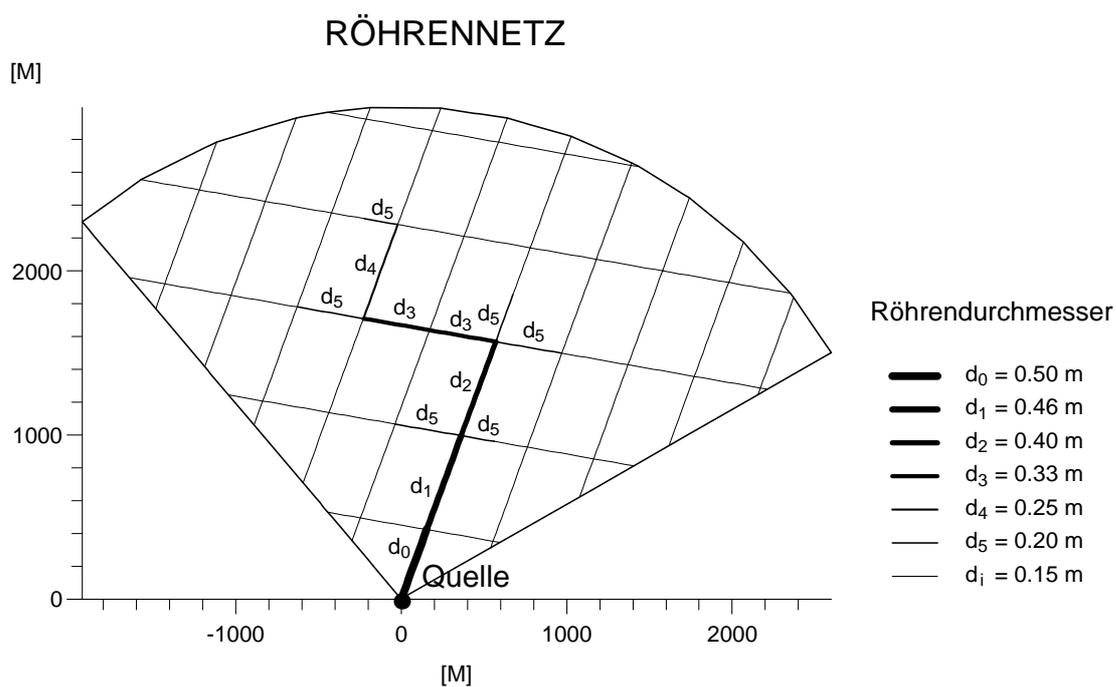
Unter der Annahme einer Fließgeschwindigkeit von  $v = 0.6 \text{ m/s}$  an der Quelle und einer mittleren Grundwasserneubildung von  $N = 480 \text{ mm/a}$ , erhält man aus Gleichung (4.1) einen Durchmesser  $d_0 = 0.5 \text{ m}$  für die Röhre, die an der Quelle endet. Die Durchmesser der übrigen Röhren nehmen zur Quelle hin zu und sind aus Abbildung 4.1 ersichtlich. Die Mächtigkeit des Aquifers beträgt 40 m. Die Grundwasserneubildung wurde nicht regional differenziert und zu 90% direkt in das Röhrennetz eingegeben. Die übrigen 10% wurden auf das Kluftkontinuum verteilt. Mit einem hydraulischen Durchlässigkeitsbeiwert des Kluftkontinuums von  $2 \cdot 10^{-6} \text{ m/s}$  stellte sich im Modellgebiet ein regionaler hydraulischer Gradient von ungefähr 1.5% ein. Das Festpotential, welches die Quelle repräsentiert, wurde auf 450 m festgesetzt.

Die Diskretisierung der Röhren erfolgte durch eindimensionale, ungefähr 50 m lange Elemente. Durch die Maschen des Röhrennetzes werden Kontinuumblocke gebildet, die mit zweidimensionalen Elementen diskretisiert wurden. Die Kantenlängen dieser Elemente in der Nähe der Röhren entsprechen der Länge der eindimensionalen Röhrenelemente. Zum Innern der Blöcke hin nehmen

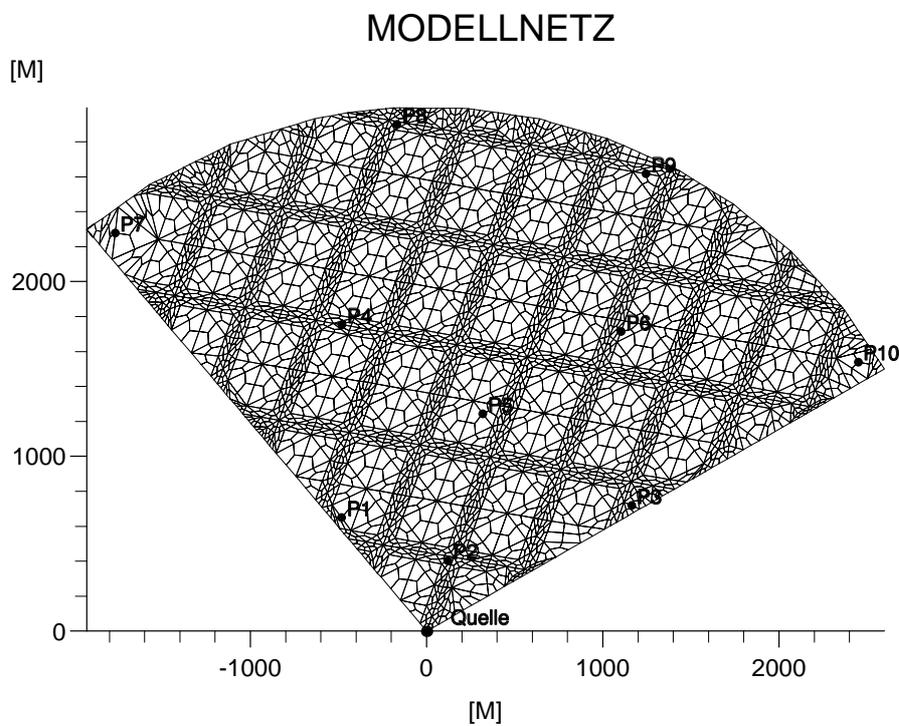
die Kantenlängen der Elemente zu. Abbildung 4.2 zeigt die Diskretisierung des Modells, das durch ein vermaschtes Röhrennetz drainiert wird. Dort ist ebenfalls die Lage fiktiver Grundwasser-Meßstellen dargestellt, an denen die Piezometerhöhen zur Beschreibung des Einzugsgebietes ermittelt wurde. Die Positionierung dieser Meßstellen erfolgte ohne Kenntnis der Lage der Röhren.

Das Ergebnis der stationären Berechnung ist an Hand der Verteilungen der Piezometerhöhen und der Geschwindigkeiten dargestellt (Abb. 4.3). Die Piezometerhöhen weisen in dem Bereich des Modells, in dem die Röhren aufgeweitet sind, einen gleichmäßigen hydraulischen Gradient auf, der mit an realen Karstsystemen ermittelten Gradienten vergleichbar ist. Zu den von der Quelle entfernten Rändern des Modellgebietes hin nimmt dieser Gradient stark ab. Aus der Betrachtung der Verteilung der Geschwindigkeiten ist ersichtlich, daß die Röhren im Randbereich des Modells kaum eine Drainagewirkung zeigen; vor allem, wenn sie entgegen der regionalen Fließrichtung durchflossen werden müßten. Dagegen besitzen die erweiterten Röhren eine gute Drainagewirkung, was durch die Geschwindigkeitsverteilungen in den angrenzenden Kontinuumblocken belegt wird.

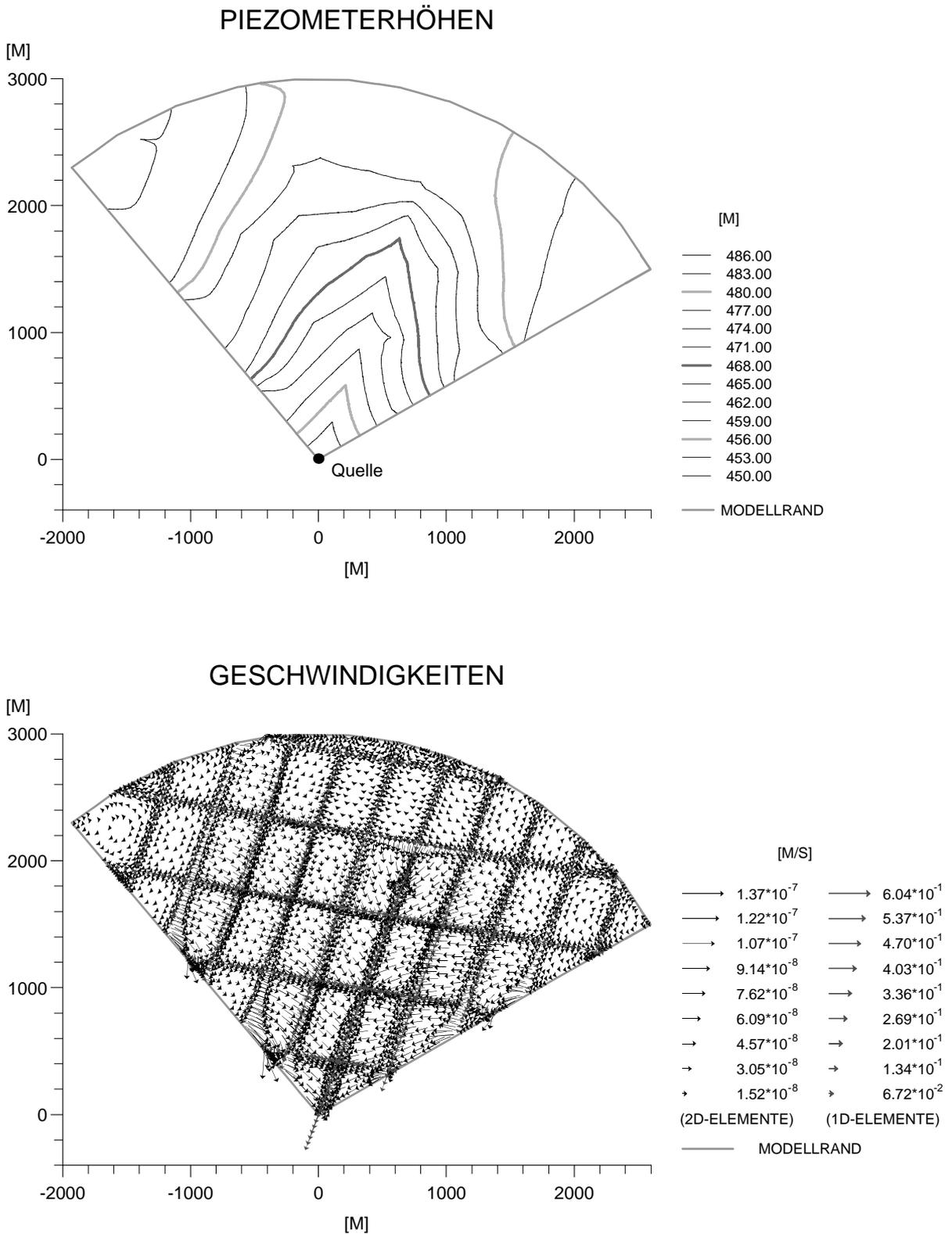
Dieses stationär berechnete Modell zeigt ein sehr sensibles Verhalten, wenn die Anzahl und die Lage der erweiterten Röhren variiert wird. Zudem können die Parameter des Röhrennetzes nicht ohne Weiteres so gewählt werden, daß das gesamte Röhrennetz eine gute Drainagewirkung zeigt und gleichzeitig noch eine Verteilung der Piezometerhöhen generiert wird, die einen mehr oder weniger ausgeglichenen hydraulischen Gradient im gesamten Modellgebiet erzeugt. Sowohl die Aufteilung der Grundwasserneubildung als auch der hydraulische Durchlässigkeitsbeiwert des Kluftkontinuums können nur in geringem Maße unabhängig voneinander verändert werden, ohne das hydraulische Verhalten des gesamten Systems zu verändern.



**Abbildung 4.1:** Modellgebiet mit vermaschtem Röhrennetz als Drainage, zunehmende Röhrendurchmesser zur Quelle hin



**Abbildung 4.2:** Diskretisierung des Modellgebietes zusammen mit der Lage der Meßstellen, an denen die Piezometerhöhen bestimmt wurden



**Abbildung 4.3:** Verteilung der Piezometerhöhen und Geschwindigkeiten für die stationäre Berechnung des Modells mit vermaschtem Röhrennetz

### Modell mit dendritischem Röhrennetz

Zur Erstellung des Modells mit dendritischem Röhrennetz als Drainage wird von demselben tektonischen Kluftnetz ausgegangen. Im Gegensatz zu dem vermaschten Röhrennetz erhält man das dendritische Röhrennetz unter der Annahme, daß sich nur ein Teil des Kluftnetzes durch Kalklösung wesentlich erweitert hat. Die Durchmesser der entstandenen Röhren nehmen wiederum zur Quelle hin zu (Abb. 4.4). Setzt man dieselbe Fließgeschwindigkeit an der Quelle und dieselbe Grundwasserneubildung voraus, erhält man aus Gleichung (4.1) auch denselben Durchmesser  $d_0 = 0.5\text{ m}$  für die Röhre, die an der Quelle endet. Hier lassen sich mit der Gleichung (4.2) direkt die Durchmesser der anderen Röhren angeben, wenn der Teil des Einzugsgebietes bestimmt werden kann, der von der jeweiligen Röhre drainiert wird.

Die Diskretisierung dieses Modells mit dem dendritischen Röhrennetz ist vergleichbar mit der Diskretisierung des vermaschten Röhrennetzes. Die eindimensionalen Elemente mit denen die Röhren diskretisiert wurden, besitzen ebenfalls eine Länge von  $50\text{ m}$ . Die Kantentlängen der zweidimensionalen Elemente, die das Kluftkontinuum diskretisieren, sind in der Nähe der Röhren wieder mit der Länge der eindimensionalen Elemente vergleichbar. Sie werden zum Rand des Modellgebietes schrittweise vergrößert (Abb. 4.5). Die Mächtigkeit des zweidimensionalen Aquifers beträgt ebenfalls  $40\text{ m}$ .

Die stationäre Berechnung dieses Modells erfolgte mit derselben Grundwasserneubildung, demselben hydraulischen Durchlässigkeitsbeiwert des Kluftkontinuums und demselben Festpotential wie die Berechnung des Modells mit vermaschtem Röhrennetz. Die Ergebnisse sind wiederum an Hand der Verteilungen der Piezometerhöhen und der Geschwindigkeiten dargestellt (Abb. 4.6). Aus der Verteilung der Piezometerhöhen ergab sich ein relativ ausgeglichener hydraulischer Gradient von ungefähr  $1.5\%$  für das gesamte Modellgebiet. Ebenso ist aus der Verteilung der Ge-

schwindigkeiten ersichtlich, daß das dendritische Röhrennetz die Drainagewirkung wesentlich besser erfüllt. In diesem Modell sind die Vorstellungen von einem System, das durch ein Röhrennetz drainiert wird, eher realisiert als in dem Modell mit dem vermaschten Drainagenetz.

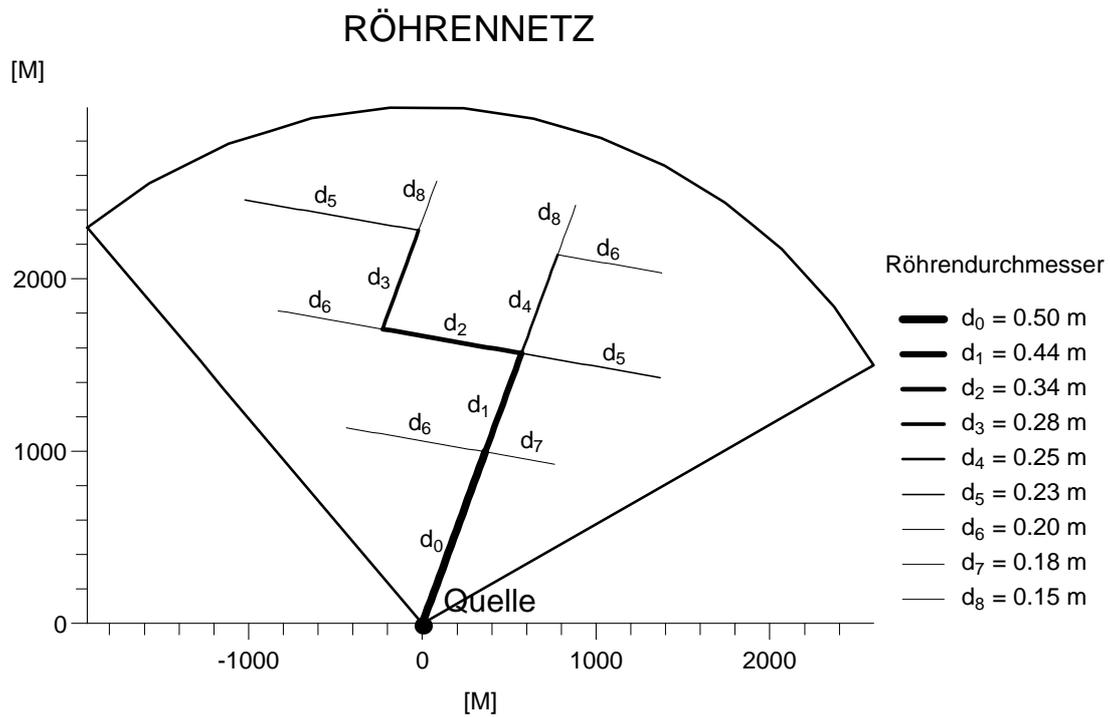
Die Sensitivität des Modells mit dendritischem Röhrennetz ist vergleichbar mit der des Modells mit dem vermaschten Röhrennetz. Die Verteilungen der Geschwindigkeiten der beiden Modelle aus den stationären Berechnungen (Abb. 4.3 und 4.6) sind auf die großen Röhren hin ausgerichtet, zeigen aber auch Bereiche, die im Wesentlichen vom regionalen hydraulischen Gradient bestimmt sind. Dies zeigt, daß die Grundwasserströmung in beiden Modellen sowohl durch den regionalen hydraulischen Gradient als auch durch die Lage und hydraulische Kapazität der drainierenden Röhren bestimmt ist.

### 4.1.2 Instationäre Modelle

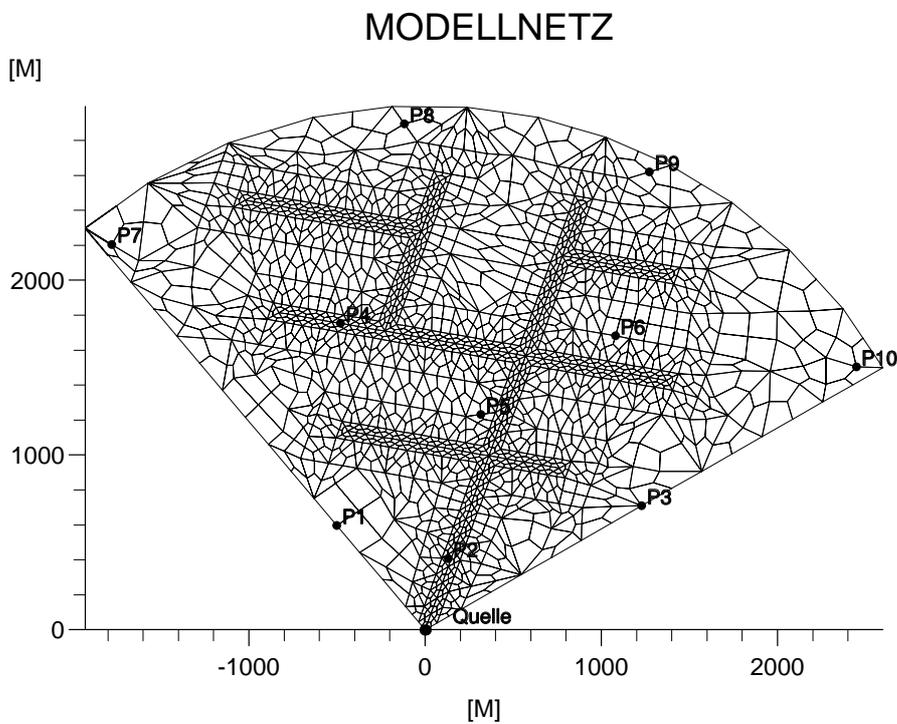
#### Modell mit vermaschtem Röhrennetz

Auf der Grundlage der stationären Berechnungen mit den beiden im vorangegangenen Abschnitt beschriebenen Modellen wurden instationäre Berechnungen durchgeführt. Für die instationären Berechnungen wurden die geometrischen und hydraulischen Parameter dieser Modelle übernommen. Zusätzlich mußten noch für die jeweiligen Modelle als zwei weitere hydraulische Parameter die Speicherkoeffizienten der Röhren und des Kluftkontinuums festgesetzt werden.

Der Speicherkoeffizient in den Röhren war im Wesentlichen durch die Kompressibilität des Wassers bestimmt (s. Kapitel 3.1). Es wurde Druckabfluß im Röhrensystem angenommen. In realen Karstsystemen in der Art, wie sie hier betrachtet wurden, muß im Kluftkontinuum von Grundwasserströmung mit freiem Wasserspiegel ausgegangen werden. Damit war der Speicherkoeffizient dieses Kontinuums im Wesentlichen durch dessen Poro-



**Abbildung 4.4:** Modellgebiet mit dendritischem Röhrennetz als Drainage, zunehmende Röhrendurchmesser zur Quelle hin



**Abbildung 4.5:** Diskretisierung des Modellgebietes zusammen mit der Lage der Meßstellen, an denen die Piezometerhöhen bestimmt wurden

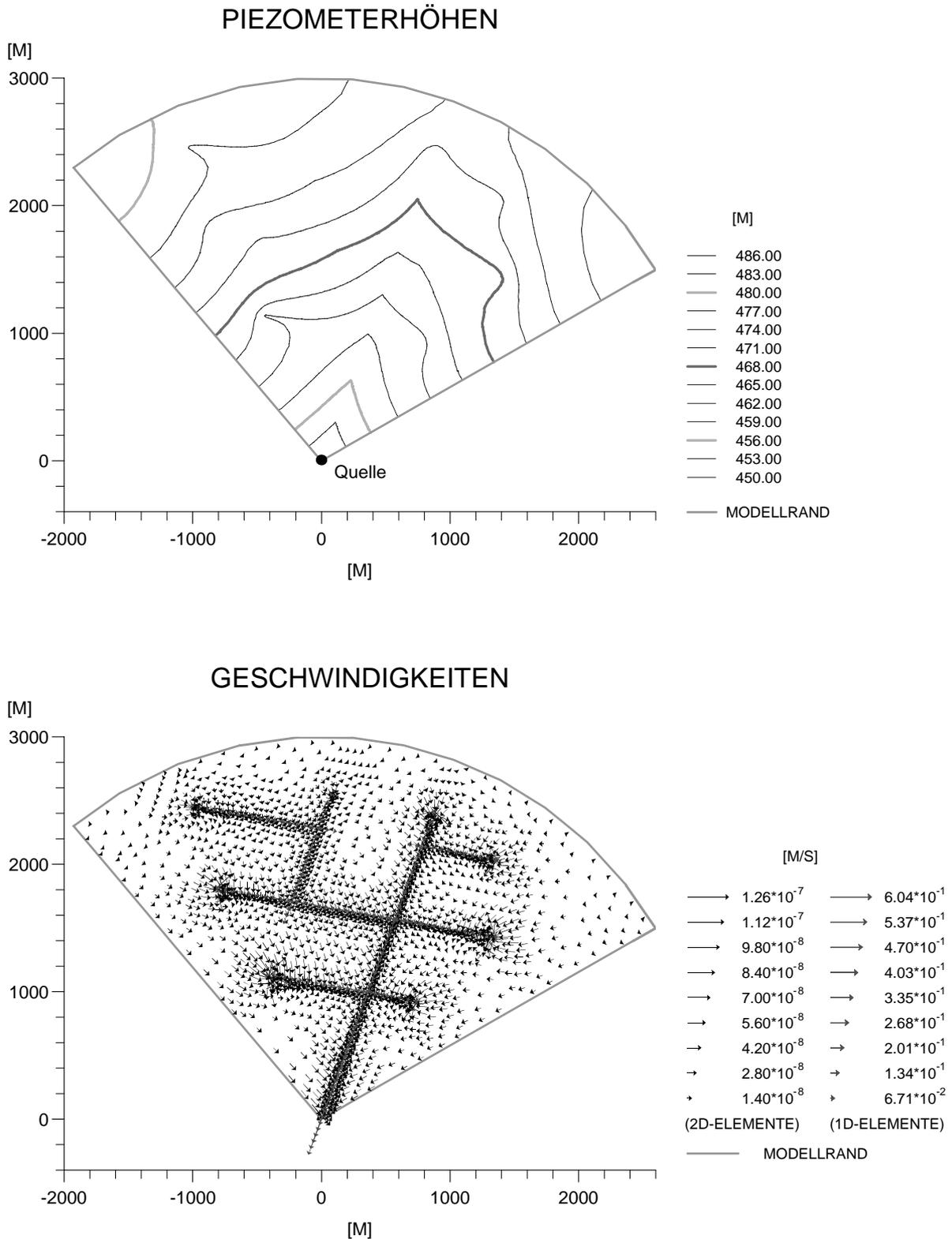


Abbildung 4.6: Verteilung der Piezometerhöhen und Geschwindigkeiten für die stationäre Berechnung des Modells mit dendritischem Röhrennetz

sität definiert. Diese wurde mit 1% angenommen und liegt somit im Bereich der von Sauter (1992) angegebenen Werte.

Die Grundwasserneubildung wurde, wie in Abschnitt 2.2.4 beschrieben, aus meteorologischen Daten von Meßstellen auf der Stubbersheimer Alb des Zeitraums 1.12.1987 – 1.10.1989 mit dem Programm RECHARGE (Mohrlok et al., 1992a) berechnet. Die daraus auf Tagesbasis errechnete Grundwasserneubildung (Abb. 4.7) wurde zu 90% direkt in das Röhrennetz eingegeben und zu 10% auf das Kluftkontinuum verteilt. Als Anfangsbedingung für die instationären Berechnungen wurden die Verteilungen der Piezometerhöhen aus den stationären Berechnungen verwendet.

Zur Identifizierung der hydraulischen Parameter von Doppel-Kontinuum-Modellen wurde für mehrere diskrete Modelle mit unterschiedlichen hydraulischen Eigenschaften jeweils ein äquivalentes Doppel-Kontinuum-Modell ermittelt. Die folgenden Variationen der geometrischen und hydraulischen Parameter der diskreten Modelle wurden betrachtet:

- Modell 1: Die geometrischen und hydraulischen Parameter des stationären Modells wurden übernommen. Der Speicherkoeffizient des Kluftkontinuums betrug 1% und die Grundwasserneubildung wurde zu 10% ins Kluftkontinuum und zu 90% direkt in das Röhrennetz eingegeben;
- Modell 2: wie Modell 1, jedoch wurde die Grundwasserneubildung zu 25% in das Kluftkontinuum und zu 75% in das Röhrensystem eingegeben. Um das Verhältnis  $N_m/K_{fm}$  festzuhalten, wurde die hydraulische Durchlässigkeit des Kluftkontinuums um den Faktor 2.5 erhöht;
- Modell 3: wie Modell 1, jedoch wurde der Speicherkoeffizient des Kluftkontinuums um den Faktor 3 erniedrigt;
- Modell 4: wie Modell 1, jedoch wurde die hydraulische Kapazität des gesamten Röhrensystems um 30% erhöht, was einer Vergrößerung der Röhrendurchmesser um ca. 11% entspricht;

- Modell 5: wie Modell 1, jedoch wurde die hydraulische Kapazität des gesamten Röhrensystems um 30% erniedrigt, was einer Verkleinerung der Röhrendurchmesser um ca. 13% entspricht.

Die Ergebnisse der instationären Berechnungen sind an Hand der Ganglinien der Quellschüttung und der Piezometerhöhen an den Meßstellen (vgl. Abb. 4.2) in Abbildung 4.8 dargestellt (Modell 1). Die Quellschüttung besitzt einen schnellen Anstieg sowie ein schnelles Abfallen nach einem Neubildungsereignis und ein langsames Auslaufen in der darauffolgenden Trockenperiode. Die maximale Schwankung der Schüttung ist für dieses Modell kleiner als drei. Nach der in Kapitel 2.1 vorgenommenen Klassifizierung würde dieses Karstsystem dem Tiefen Karst zugeordnet werden. Die Piezometerhöhen an den Meßstellen, die auf bzw. nahe bei einer Röhre gelegen sind, zeigen schnelle und starke Schwankungen nach Neubildungsereignisse. Dagegen zeigen die Piezometerhöhen der Meßstellen weiter innen im Kluftkontinuum deutlich verzögerte und schwächere Schwankungen. Der maximale Anstieg der Piezometerhöhen liegt bei ungefähr 40 m und wird an einer quellfernen Meßstelle auf einer Röhre beobachtet.

Die Ergebnisse der weiteren instationären Modellrechnungen (2 – 5) sind im Anhang B grafisch dargestellt (Abb. B.1 – B.4). Die Variationen der einzelnen Parameter wirken sich unterschiedlich auf die hydraulischen Eigenschaften der diskreten Modelle aus. Wird mehr Grundwasserneubildung in das Kluftkontinuum eingegeben, weisen die Piezometerhöhen dort schnellere und stärkere Schwankungen auf, da dort dann der Grundwasserumsatz höher ist. Dadurch werden auch die Maxima der Quellschüttung verringert, da mehr Grundwasser verzögert dem Röhrensystem zuströmt. Besitzt das Kluftkontinuum ein geringeres Speichervermögen, weisen die Piezometerhöhen in diesem ebenfalls schnellere und stärkere Schwankungen auf, da für das neugebildete Grundwasser weniger Hohlraumvolumen zur Verfügung steht. Anderer-

## GRUNDWASSERNEUBILDUNG

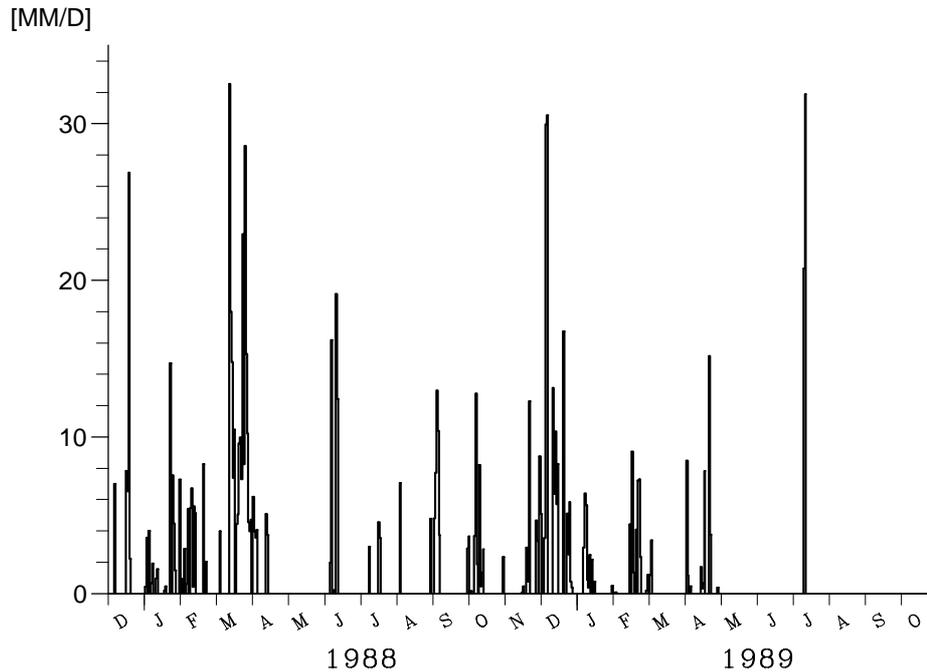


Abbildung 4.7: Grundwasserneubildung für die instationären Berechnungen

seits vergrößern sich dann die Maxima in der Quellschüttung, da auf Grund des schnellen Anstiegs der Piezometerhöhen im Kluftkontinuum weniger Wasser in dieses eindringen kann.

#### Modell mit dendritischem Röhrennetz

Für das Modell mit dem dendritischen Röhrennetz wurden vergleichbare instationäre Modellrechnungen durchgeführt. Es wurden die geometrischen und hydraulischen Parameter aus der stationären Modellrechnung übernommen und die Speicherkoeffizienten äquivalent zum Modell mit dem vermaschten Röhrennetz gewählt (Modell 1). Die Ganglinie (Abb. 4.7) und die Aufteilung der Grundwasserneubildung (Kluftkontinuum 10%, Röhrennetz 90%) waren ebenfalls dieselben. Als Anfangsbedingung wurde die Verteilung der Piezometerhöhen der stationären Modellrechnung verwendet.

Auch die Ergebnisse dieser instationären Berechnung sind an Hand der Ganglinien

der Quellschüttung und der Piezometerhöhen ausgewählter Meßstellen (vgl. Abb. 4.5) in Abbildung 4.9 dargestellt (Modell 1). Die Quellschüttung in diesem Modell zeigt ein für ein gut ausgebildetes Karstsystem typisches Verhalten, einen schnellen Anstieg sowie einen schnellen Abfall nach einem Neubildungsereignis und danach ein langsames Auslaufen. Sie weist maximale Schwankungen um einen Faktor fünf auf und reagiert damit stärker als die Quellschüttung im Modell mit dem vermaschten Röhrennetz. Die Schwankungen der Piezometerhöhen besitzen ebenfalls eine andere Charakteristik als im Modell mit dem vermaschten Röhrennetz. Diese sind in dem Modell mit dem dendritischen Röhrennetz an einer Meßstelle auf einer Röhre schneller und stärker und an einer weiter von einer Röhre entfernten Meßstelle mehr verzögert und schwächer als im Modell mit dem vermaschten Röhrennetz.

Die Ursache für das unterschiedliche Verhalten der beiden Modelle mit vermaschtem und dendritischem Röhrennetz liegt hauptsächlich darin begründet, daß das vermaschte Netz ei-



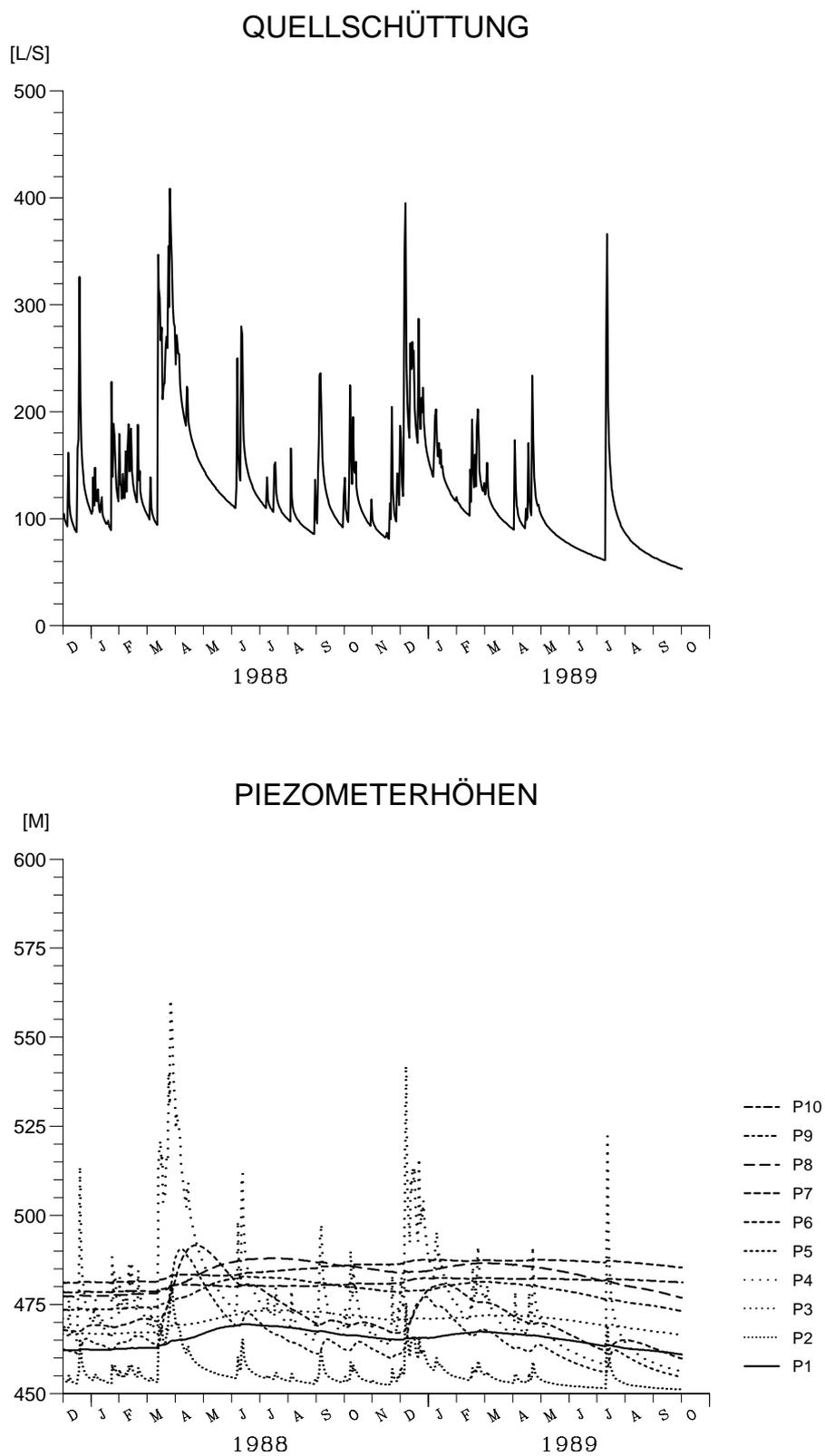


Abbildung 4.9: Ganglinien der Quellschüttung und der Piezometerhöhen an den Meßstellen, dendritisches Röhrennetz, Modell 1

ne ungefähr viermal so große Gesamtlänge besitzt und damit die hochdurchlässigen Bereiche im Modellgebiet gleichmäßiger verteilt sind. Dadurch wird auch der Anteil der Grundwasserneubildung, der direkt in das Röhrennetz eingegeben wird, gleichmäßiger im Modellgebiet und zusätzlich auf mehr Röhrenelemente verteilt. So erhält jedes Röhrenelement eine geringere Wassermenge. Die größere Länge des Röhrennetzes bewirkt außerdem, daß zwischen den Röhren und dem Kluftkontinuum eine größere Kontaktfläche existiert. Daher kann auch unter denselben hydraulischen Bedingungen eine größere Wassermenge in das Kluftkontinuum abströmen, die dann verzögert wieder in das Röhrensystem zurückströmt.

Auch für das Modell mit dem dendritischen Röhrennetz wurden weitere instationäre Berechnungen mit den im letzten Abschnitt beschriebenen Parametervariationen durchgeführt (Modell 2 – 5). Die Ergebnisse dieser Berechnungen sind in Anhang B grafisch zusammengestellt (Abb. B.5 – B.8). Die Einflüsse der einzelnen Parameter sind, qualitativ betrachtet, dieselben wie in dem Modell mit dem vermaschten Röhrennetz.

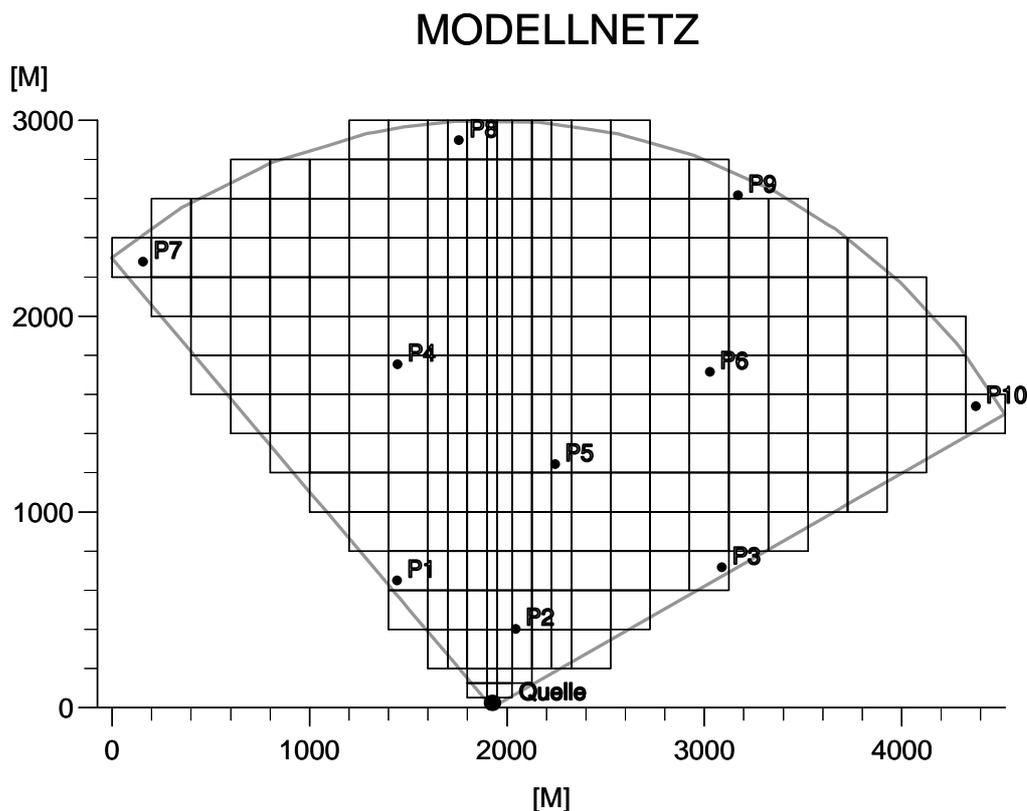
Die instationären Modellrechnungen mit den diskreten Modellen stellen die Grundlage für die Kalibrierung der jeweils äquivalenten Doppel-Kontinuum-Modelle dar. Die Quellschüttung und die an den Meßstellen bestimmten Piezometerhöhen dienen dabei als Messungen, wie sie an einem realen Karstsystem durchgeführt werden würden. Wie die dargestellten Ergebnisse (Abb. 4.8 und 4.9) zeigen, besitzen die Ganglinien der Quellschüttung und Piezometerhöhen der diskreten Modelle eine Charakteristik, wie sie für reale Karstsysteme typisch ist (vgl. Abb. 2.1 und 2.2).

## 4.2 Kalibrierung der Doppel-Kontinuum-Modelle

Zu jedem der im vorangegangenen Abschnitt beschriebenen diskreten Modelle wurde ein äquivalentes Doppel-Kontinuum-Modell kalibriert. Da das verwendete Programm DP-MODFLOW (Lang et al., 1992b) auf der numerischen Methode der finiten Differenzen beruht, kann die Geometrie des gewählten Quelleinzugsgebietes nicht exakt nachgebildet werden (Abb. 4.10). Die Diskretisierung und die Randbedingungen waren für die jeweiligen Doppel-Kontinuum-Modelle identisch und wurden wie folgt festgelegt.

Die Diskretisierung erfolgte so, daß sich in den Randbereichen des Modells keine großen Unterschiede in der Kantenlänge der einzelnen Modellzellen ergeben sollten. Die Modellzelle, welche die Quelle durch eine Festpotential-Randbedingung repräsentiert, besitzt mit  $50\text{ m}$  die kleinste Kantenlänge. Die Kantenlängen der übrigen Modellzellen nehmen zum Rand des Modellgebietes hin auf  $200\text{ m}$  zu (Abb. 4.10). Die Diskretisierungen der beiden Kontinua sind identisch. Vergleichbar mit den diskreten, zweidimensionalen Modellen bestehen die beiden Kontinua je aus einer  $40\text{ m}$ -mächtigen Schicht.

Der Zufluß in das Doppel-Kontinuum-Modell erfolgte über Grundwasserneubildung, die vergleichbar mit dem diskreten Modell gewählt und auf die beiden Kontinua aufgeteilt wurde. Im Kontinuum b, welches das Röhrennetz repräsentiert, befindet sich am Ort der Quelle eine Festpotential-Randbedingung von  $450\text{ m}$ , über die der gesamte Abfluß aus dem Modellgebiet erfolgt. Die übrigen Randbedingungen der beiden Kontinua werden von Randstromlinien gebildet. Um mit den diskreten Modellen vergleichbare Verhältnisse zu simulieren, wurden auch die Modellrechnungen zur Kalibrierung der Doppel-Kontinuum-Modelle ohne freien Wasserspiegel durchgeführt.



**Abbildung 4.10:** Diskretisierung der Doppel-Kontinuum-Modelle zur Beschreibung des Einzugsgebietes und Lage der Meßstellen im Modellgebiet

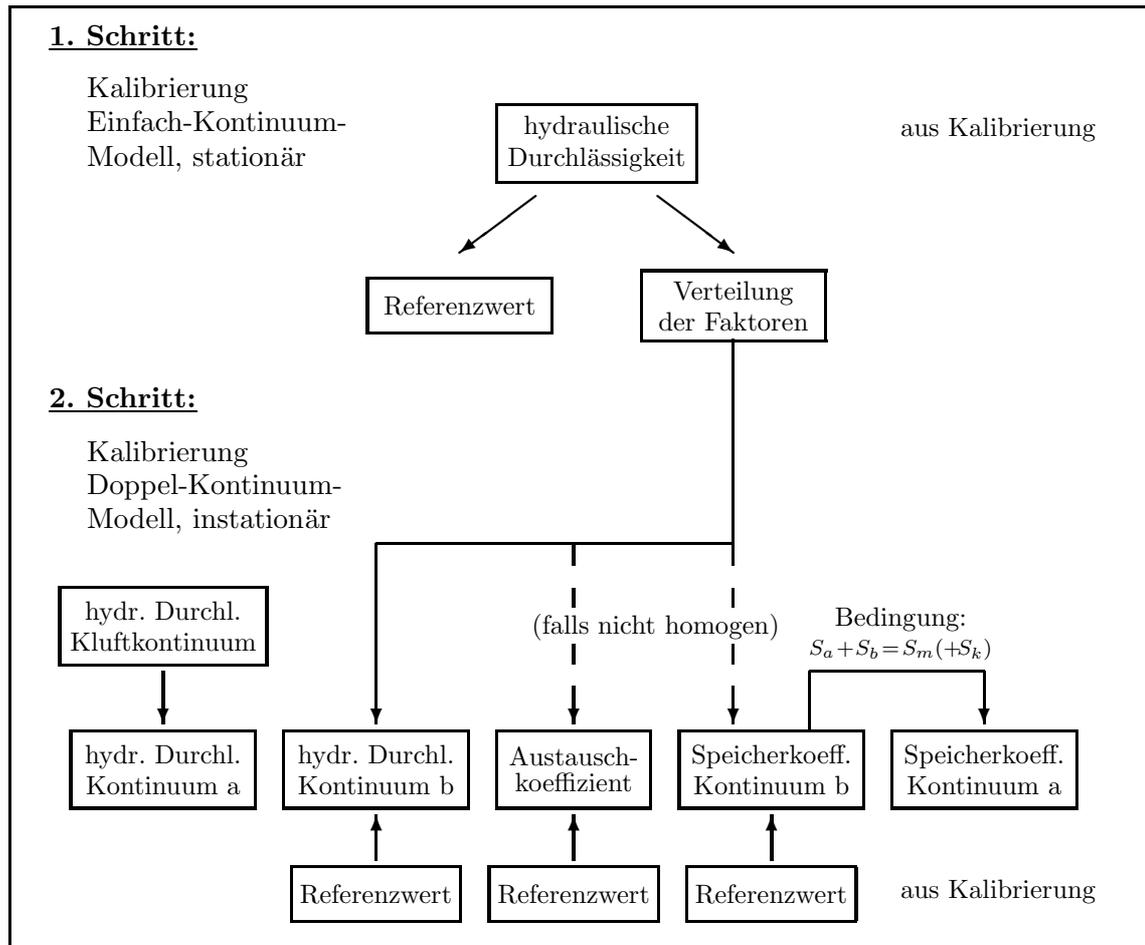
#### 4.2.1 Vorgehensweise

Die Kalibrierung der äquivalenten Doppel-Kontinuum-Modelle erfolgte in zwei Schritten. Zuerst wurde an der stationären Modellrechnung des jeweiligen, diskreten Modells ein Einfach-Kontinuum-Modell kalibriert. Das Ergebnis dieser Kalibrierung diente dann als Grundlage für die Kalibrierung des äquivalenten Doppel-Kontinuum-Modells der jeweiligen, instationären Modellrechnung.

Um die Kalibrierung unter realitätsnahen Bedingungen durchzuführen, wurden die Doppel-Kontinuum-Modelle nicht an der Verteilung der Piezometerhöhen der stationären Modellrechnungen kalibriert, sondern es wurden an ausgewählten Meßstellen die Piezometerhöhen bestimmt, die daraufhin als "gemessen" betrachtet wurden. Die Lage dieser Meßstellen wurde mit der Vorgabe ausgewählt, das Quelleinzugsgebiet hydraulisch zu erkun-

den. Dabei wurden die Lage der Quelle und die ungefähre Lage der Grenzen des Einzugsgebietes als bekannt vorausgesetzt, jedoch keine Information über das drainierende Röhrennetz berücksichtigt. Dieselben Meßstellen wurden schon zur Beschreibung der instationären Modellrechnungen der diskreten Modelle verwendet.

Aus den an diesen Meßstellen ermittelten Piezometerhöhen wurde durch Interpolation über die Methode der Triangulation für die jeweilige stationäre Modellrechnung ein Isolinenplan erstellt. An diesem Isolinenplan wurde das Einfach-Kontinuum-Modell kalibriert. Über diese Kalibrierung erhielt man eine Verteilung der hydraulischen Durchlässigkeitsbeiwerte. Diese wurde durch einen Referenzwert, den kleinsten Wert, und eine Verteilung von Faktoren beschrieben, indem sich die Werte der Verteilung der hydraulischen Durchlässigkeitsbeiwerte durch Multiplika-



**Abbildung 4.11:** Schematische Darstellung der Vorgehensweise zur Kalibrierung der Doppel-Kontinuum-Modelle

tion des Referenzwertes mit den Faktoren errechneten.

Für die Kalibrierung der Doppel-Kontinuum-Modelle wurden die Ergebnisse der Untersuchungen an dem Einzelkluftsystem aus dem vorangegangenen Kapitel berücksichtigt. In Abbildung 4.11 ist schematisch dargestellt, wie die einzelnen hydraulischen Parameter ermittelt wurden. Das Kontinuum a repräsentiert das Kluftkontinuum. Für dessen hydraulischen Durchlässigkeitsbeiwert kann somit angenommen werden, daß er gleich der des Kluftkontinuums ist. Diese Annahme läßt sich dadurch rechtfertigen, daß das Kontinuum a in derselben Weise wie das Kluftkontinuum einen Kontinuumansatz für das tektonische gebildete Kluftnetz darstellt.

Das Kontinuum b repräsentiert das Röhrennetz. Dessen hydraulische Parameter müssen mit Hilfe einer Kalibrierung ermittelt werden. Unter der Voraussetzung, daß die hydraulisch wesentlichen Bereiche bereits durch die Kalibrierung eines Einfach-Kontinuum-Modells ermittelt werden, kann die dort erhaltene Verteilung der Durchlässigkeitsbeiwerte für das Kontinuum b übernommen werden. Der Referenzwert für diese Verteilung muß allerdings durch die Kalibrierung ermittelt werden. Er sollte etwas geringer als für die Verteilung des Einfach-Kontinuum-Modells sein, da zu erwarten ist, daß ein Teil der Strömung auch im Kontinuum a erfolgt.

Zur Bestimmung des Austauschkoefizienten können zwei unterschiedliche, aber einfache Ansätze angewendet werden. Zum einen kann

ein konstanter Austauschkoeffizient angenommen werden oder einer, der sich durch die Verteilung der Faktoren aus der Kalibrierung des Einfach-Kontinuum-Modells beschreiben läßt. In beiden Fällen wird bei der Kalibrierung des Doppel-Kontinuum-Modells nur ein Referenzwert bestimmt. Welcher der beiden Ansätze besser geeignet ist, ein äquivalentes Doppel-Kontinuum-Modell zu kalibrieren, hängt von den hydraulischen Eigenschaften des Karstsystems ab (s.u.).

Zur Ermittlung der Speicherkoeffizienten der beiden Kontinua wird vorausgesetzt, daß das gesamte Hohlräumvolumen des Karstsystems auf die beiden Kontinua aufgeteilt wird, was wiederum im Wesentlichen durch den Speicherkoeffizient des Kluftkontinuums bestimmt ist. Damit reicht es aus nur den Speicherkoeffizient des Kontinuums b zu bestimmen, der des Kontinuums a ist dann festgelegt. Zur Bestimmung des Speicherkoeffizienten des Kontinuums b können ebenfalls zwei Ansätze angewendet werden. Entweder wird er als konstant angenommen oder durch eine Verteilung beschrieben, die aus den Wurzeln der bei der Kalibrierung des Einfach-Kontinuum-Modells ermittelten Faktoren besteht.

Die Anfangsbedingungen für die instationären Modellrechnungen mit den Doppel-Kontinuum-Modellen wurden dadurch ermittelt, daß mit dem jeweiligen Doppel-Kontinuum-Modell eine stationäre Modellrechnung durchgeführt wurde. Dabei wurde die Grundwasserneubildung entsprechend auf die beiden Kontinua aufgeteilt.

#### 4.2.2 Modell mit vermaschtem Röhrennetz

##### Kalibrierung des Einfach-Kontinuum-Modells, stationär

Zuerst wurde, wie im vorangegangenen Abschnitt beschrieben, für das stationäre, diskrete Modell mit dem vermaschten Röhrennetz ein äquivalentes Einfach-Kontinuum-Modell ermittelt. Die Isolinien der mit dem kalibrier-

ten Modell berechneten Piezometerhöhenverteilung passen gut die Isolinien an, die durch die Interpolation der Piezometerhöhen an den Meßstellen bestimmt wurden (Abb. 4.12b). Vergleicht man die interpolierte Verteilung jedoch mit der im diskreten Modell errechneten (Abb. 4.12a), sind deutliche Unterschiede erkennbar. Obwohl die Verteilungen in der Nähe der Quelle ähnlich sind, zeichnet sich der Einfluß der dominierenden Röhre zum Rand des Modellgebietes hin in einer anderen Richtung im Isolinienplan ab. Ebenso weist die Verteilung der mit dem kalibrierten Modell errechneten Piezometerhöhen im gesamten Modellgebiet einen ausgeglicheneren Gradienten auf.

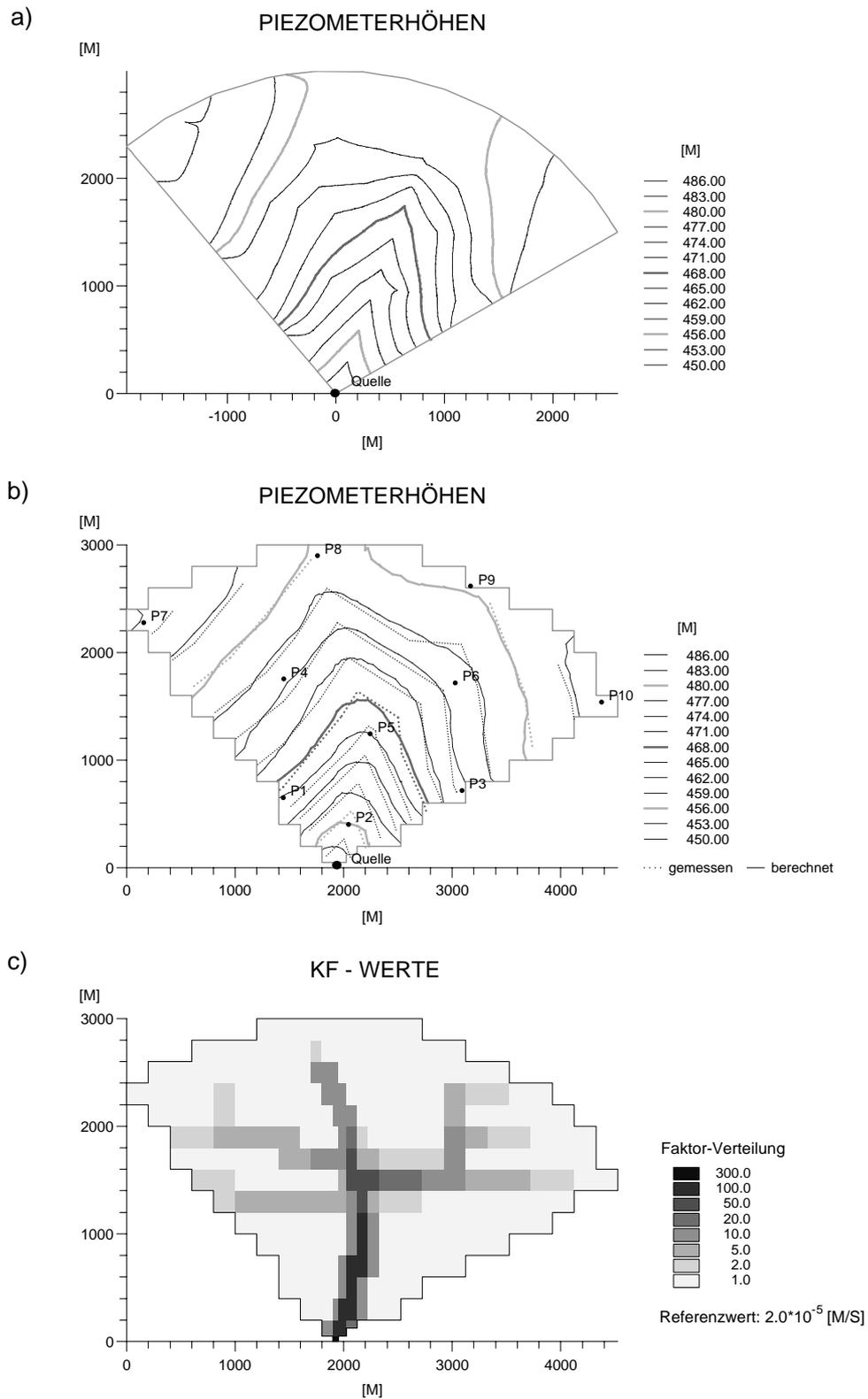
Die Verteilung der hydraulischen Durchlässigkeitsbeiwerte zeichnet eine Struktur nach, die dem Röhrennetz ähnlich ist. Sie bildet jedoch den falschen Verlauf der dominierenden Röhre nach (Abb. 4.12c), der durch die aus den "gemessenen" Piezometerhöhen interpolierten Isolinien angedeutet wird. Die Ermittlung dieser Verteilung erfolgte aus numerischen Gründen unter der Vorgabe, daß der Kontrast der Werte zweier benachbarter Modellzellen nicht größer als ein Faktor 10 sein sollte.

Die an den Meßstellen "gemessenen" Piezometerhöhen  $h'_i$  und die mit dem kalibrierten Einfach-Kontinuum-Modell berechneten Piezometerhöhen  $h_i$  sind in Tabelle 4.1 zusammengestellt. Die mittlere Abweichung  $\sigma$  der Kalibrierung läßt sich über die Beziehung

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (h_i - h'_i)^2} \quad (4.3)$$

bestimmen. Dabei ist  $N$  die Anzahl der Meßstellen.

Für die Kalibrierung des Einfach-Kontinuum-Modells erhält man eine mittlere Abweichung  $\sigma = 1.69 \text{ m}$ . Diese ist deutlich größer als die Abweichung, die aus den angepaßten Isolinien der Piezometerhöhen (Abb. 4.12b) zu erwarten ist. Große Abweichungen ergeben sich, wenn die Anpassung der Piezometerhöhen in der Umgebung einer Meßstelle nicht besonders gut ist (z.B. Meßstelle P4).



**Abbildung 4.12:** a) Verteilung der Piezometerhöhen des diskreten Modells mit vermaschtem Röhrennetz; b) Isolinienplan aus den an den Meßstellen im diskreten Modell "gemessenen" Piezometerhöhen und Verteilung der Piezometerhöhen des kalibrierten Einfach-Kontinuum-Modells; c) Verteilung der hydraulischen Durchlässigkeitsbeiwerte des kalibrierten Einfach-Kontinuum-Modells, Referenzwert und Verteilung der Faktoren

Meßst.	"gemessen"	berechnet	Abweich.
P1	467.3 m	465.1 m	-2.2 m
P2	454.5 m	457.0 m	+2.5 m
P3	475.0 m	472.1 m	-2.9 m
P4	475.6 m	473.6 m	-2.0 m
P5	464.3 m	465.8 m	+1.5 m
P6	475.6 m	475.4 m	-0.2 m
P7	487.2 m	486.1 m	+1.1 m
P8	479.8 m	479.7 m	-0.1 m
P9	479.1 m	480.0 m	+0.9 m
P10	485.0 m	484.2 m	-0.8 m

**Tabelle 4.1:** Vergleich der im diskreten Modell "gemessenen" und der mit dem kalibrierten Einfach-Kontinuum-Modell berechneten Piezometerhöhen

Ebenso lassen sich die zum Teil großen Abweichungen an den einzelnen Meßstellen erklären, wenn man deren Lage innerhalb der Modellzellen des Einfach-Kontinuum-Modells (Abb. 4.10) berücksichtigt. Die mit dem Einfach-Kontinuum-Modell berechneten Piezometerhöhen sind am Mittelpunkt der jeweiligen Modellzelle lokalisiert. Daher können bei einer Anpassung an die interpolierten Isolinien die Piezometerhöhen einer am Rand bzw. in der Ecke einer Modellzelle gelegenen Meßstelle (z.B. Meßstelle P2) nicht mit den in der Modellzelle berechneten übereinstimmen.

Die in der Nähe der Quelle stark gekrümmten, interpolierten Isolinien der Piezometerhöhen lassen sich mit dem kalibrierten Einfach-Kontinuum-Modell nicht gut nachbilden, da dieser Bereich zu grob diskretisiert ist und die Unterschiede der hydraulischen Durchlässigkeitsbeiwerte benachbarter Modellzellen, wie oben beschrieben, eingeschränkt sind.

### Kalibrierung der Doppel-Kontinuum-Modelle, instationär

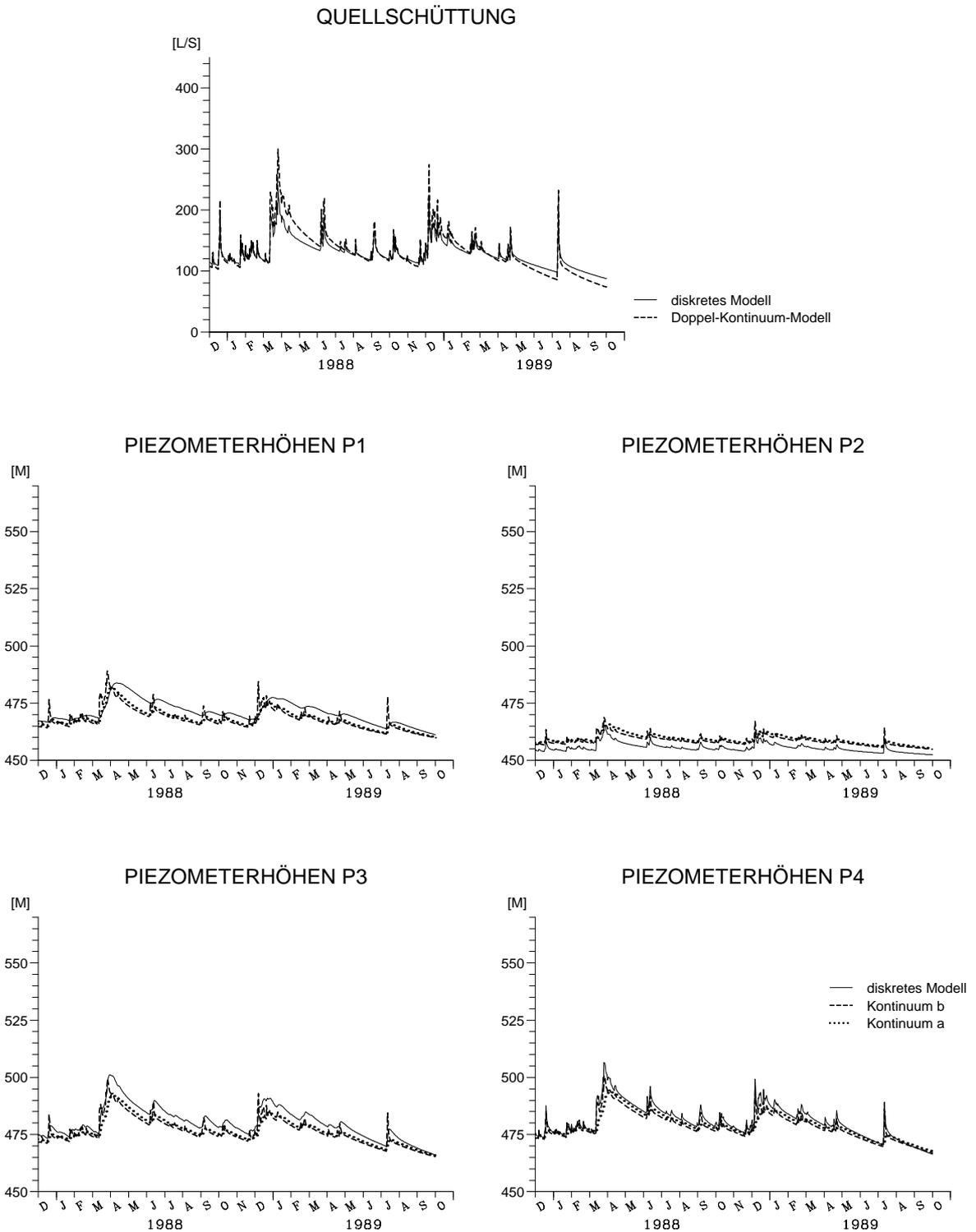
Zur Kalibrierung der äquivalenten Doppel-Kontinuum-Modelle werden die Ganglinien der Quellschüttung und der Piezometerhöhen an den Meßstellen an die der entsprechenden

diskreten Modelle angepaßt. Diese Anpassung erfolgt in erster Linie für die Quellschüttung. Zur Anpassung der Piezometerhöhen muß zuerst geklärt werden, ob eine der Piezometerhöhen der beiden Kontinua, und wenn, dann welche, sich an die "gemessene" anpassen läßt. Da diese Zuordnung nicht immer möglich ist, wird an Hand der Ganglinien der Piezometerhöhen geprüft, ob die hydraulische Eigenschaften des kalibrierten Doppel-Kontinuum-Modells mit denen des jeweiligen diskreten Modells vergleichbar sind. Ist keine Zuordnung möglich, sollten die Ganglinien der Piezometerhöhen der beiden Kontinua den Schwankungsbereich definieren, in dem die "gemessene" Ganglinie liegt.

Die Anpassung der Ganglinien der oben beschriebenen diskreten Modelle erfolgte durch die Ermittlung der Verteilungen der Speicherkoeffizienten des Kontinuums  $b$  und des Austauschkoefizienten. Für die Modelle mit dem vermaschten Röhrennetz wurde vorausgesetzt, daß diese hydraulischen Parameter homogen verteilt sind. Es mußte jeweils nur ein Referenzwert ermittelt werden. Der Speicherkoeffizient des Kontinuums  $a$  war durch die Aufteilung des gesamten Hohlraumvolumens des diskreten Modells dann festgelegt.

In Abbildung 4.13 und 4.14 sind für das Modell 1 als Ergebnis der Kalibrierung die Ganglinien der Quellschüttung und der Piezometerhöhen an den Meßstellen dargestellt. Die entsprechenden Darstellungen der Ergebnisse der Kalibrierung der Modelle 2 – 5 mit den variierten Parametern befinden sich in Anhang B (Abb. B.9 – B.16). Die Referenzwerte der kalibrierten hydraulischen Parameter der jeweiligen Modelle sind in Tabelle 4.2 zusammengefaßt.

Zur Auswertung der Anpassung wurde für die jeweiligen Ganglinien eine relative mittlere Abweichung  $\sigma_0$  berechnet. Es wurden zu jedem Zeitpunkt die Quellschüttungen bzw. die Piezometerhöhen des jeweiligen diskreten und Doppel-Kontinuum-Modells verglichen und auf die Differenz zwischen Maximal- und Minimalwert der jeweiligen Größe  $x' = Q', h'$



**Abbildung 4.13:** Quellschüttung und Piezometerhöhen an den Meßstellen P1 – P4 des diskreten und des kalibrierten Doppel-Kontinuum-Modells; vermashtes Röhrennetz, Modell 1

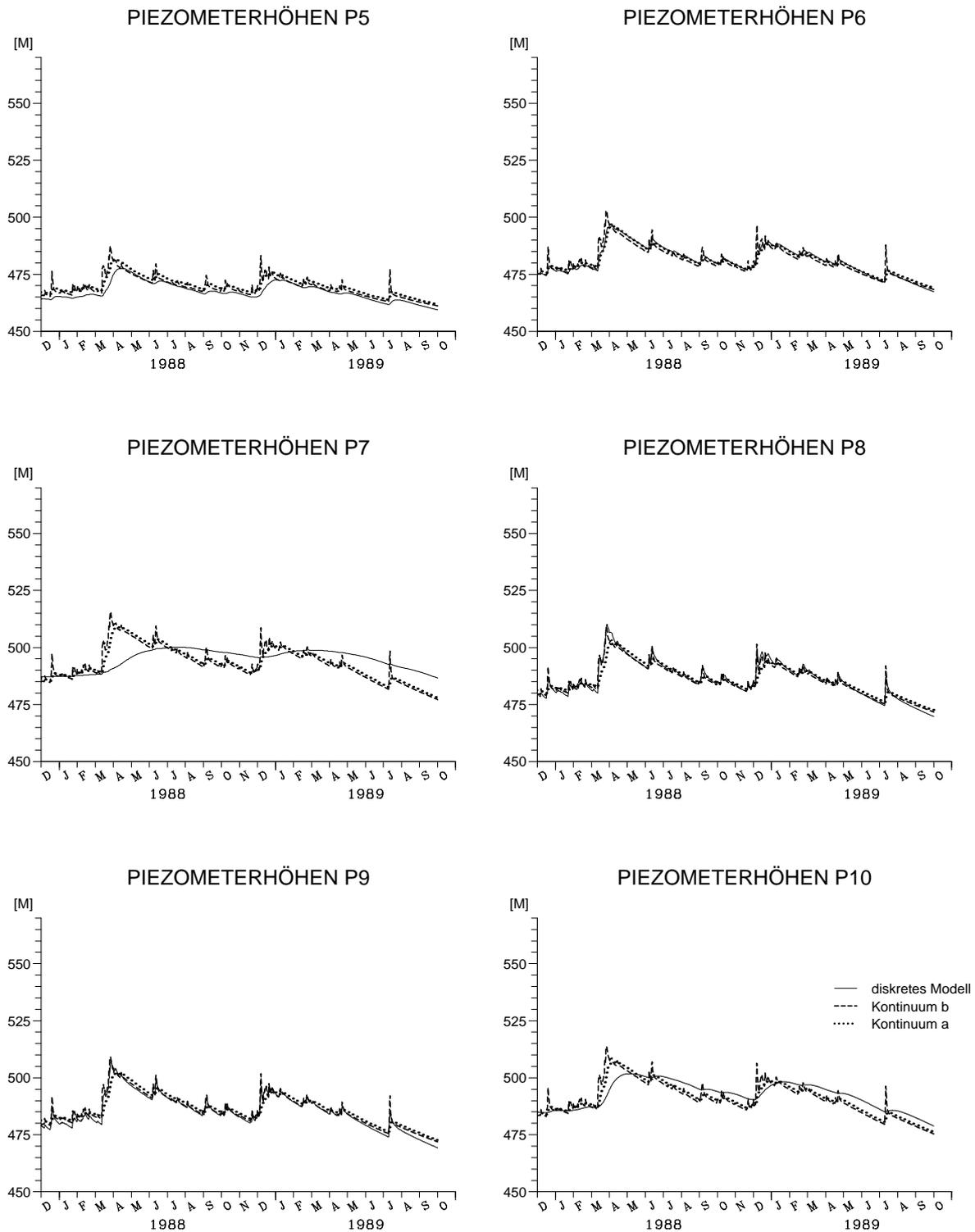


Abbildung 4.14: Piezometerhöhen an den Meßstellen P5 – P10 des diskreten und des kalibrierten Doppel-Kontinuum-Modells; vermashtes Röhrennetz, Modell 1

Mod.	Durchl. [m/s]	Speicherh. [-]	Austauschk. [1/s]
1	$1.8 \cdot 10^{-5}$	$1.8 \cdot 10^{-3}$	$1.2 \cdot 10^{-8}$
2	$1.8 \cdot 10^{-5}$	$2.0 \cdot 10^{-3}$	$1.8 \cdot 10^{-8}$
3	$1.8 \cdot 10^{-5}$	$8.0 \cdot 10^{-4}$	$6.0 \cdot 10^{-9}$
4	$3.2 \cdot 10^{-5}$	$2.8 \cdot 10^{-3}$	$9.2 \cdot 10^{-9}$
5	$0.9 \cdot 10^{-5}$	$1.1 \cdot 10^{-3}$	$1.1 \cdot 10^{-8}$

**Tabelle 4.2:** Referenzwerte der bei der Kalibrierung der Doppel-Kontinuum-Modelle ermittelten hydraulischen Parameter

des diskreten Modells normiert:

$$\sigma_0 = \frac{\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x(t_i) - x'(t_i))^2}}{x'_{max} - x'_{min}}. \quad (4.4)$$

Dabei ist  $N$  die Anzahl der Zeitpunkte. Im Falle der Piezometerhöhen wurde dieser Vergleich für beide Kontinua des Doppel-Kontinuum-Modells durchgeführt. Diese relativen mittleren Abweichungen  $\sigma_0$  sind für alle instationären Modellrechnungen (1 – 5) in Tabelle 4.3 zusammengestellt. Sie können als Maß für die Güte der Kalibrierung und zur Zuordnung der "gemessenen" Piezometerhöhe zu einem der beiden Kontinua verwendet werden. Eine solche Zuordnung kann über die kleinere der beiden relativen mittleren Abweichungen  $\sigma_0$  der Piezometerhöhen erfolgen.

Die angepaßten Ganglinien zeigen für die Quellschüttungen aller fünf Modelle eine systematische Abweichung. Das jeweilige äquivalente Doppel-Kontinuum-Modell kann die "gemessene" Quellschüttung nicht exakt nachbilden. Nach Neubildungsereignissen steigt sie zu stark an und fällt in den Trockenperioden zu weit ab. Der Austausch zwischen den beiden Kontinua der äquivalenten Doppel-Kontinuum-Modelle beschreibt demnach nur näherungsweise die hydraulische Wechselwirkung zwischen Kluftkontinuum und Röhren für die Modelle mit dem vermaschten Röhrennetz.

Die Lage der Meßstelle bestimmt sowohl im diskreten als auch im kalibrierten Doppel-

Kontinuum-Modell die Charakteristik der jeweiligen Ganglinie der Piezometerhöhe. Im diskreten Modell ist der Abstand zu einer Röhre maßgebend im Doppel-Kontinuum-Modell die hydraulischen Parameter in der entsprechenden Modellzelle (Abb. 4.15). Die "gemessenen" Ganglinien an den Meßstellen P2, P4, P8 und P9 weisen schnelle und starke Schwankungen nach Neubildungsereignissen auf und werden gut durch die jeweiligen Piezometerhöhen des Kontinuums b nachgebildet. Diese besitzen dementsprechend auch eine geringe relative mittlere Abweichung  $\sigma_0$  (vgl. Tab. 4.3). An den Meßstellen P1, P3, P5 und P6 weisen die Piezometerhöhen im diskreten Modell verzögerte und schwache Schwankungen nach Neubildungsereignissen auf und werden besser durch die Piezometerhöhen des Kontinuums a nachgebildet. Diese Meßstellen liegen mehr oder weniger in der Nähe einer Röhre. An den Meßstellen P7 und P10, die weit entfernt von einer Röhre gelegen sind, weisen die "gemessenen" Piezometerhöhen kaum Schwankungen auf. Sie werden von keiner der Piezometerhöhen der beiden Kontinua nachgebildet. Dieses hängt zum einen damit zusammen, daß der Austauschkoefizient als homogen angenommen wurde, und zum anderen, daß die Piezometerhöhen des Kontinuums a eine Mittelung über die Piezometerhöhen im Kluftkontinuum darstellen.

An den Meßstellen P1, P2, P3 und P5 werden die Niveaus der Piezometerhöhen weniger gut durch das äquivalente Doppel-Kontinuum-Modell bestimmt. Diese Abweichungen haben ihren Ursprung in der weniger gut nachgebildeten Verteilung der "gemessenen" Piezometerhöhen durch das kalibrierte Einfach-Kontinuum-Modell in der Umgebung dieser Meßstellen. Dadurch weisen diese Piezometerhöhen recht hohe relative mittlere Abweichungen  $\sigma_0$  auf, obwohl sie sich durch das eine oder andere Kontinuum beschreiben lassen (Abb. 4.13 und 4.14).

Das Modell 2 zeigt im Gegensatz zum Modell 1 generell eine bessere Anpassung (Abb. B.9, B.10). Für dieses Modell wird durch

Meßst.	Modell 1		Modell 2		Modell 3		Modell 4		Modell 5	
	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b
Quelle	0.081		0.083		0.105		0.093		0.074	
P1	0.144	0.187	0.115	0.131	0.102	0.122	0.128	0.174	0.191	0.235
P2	0.294	0.247	0.348	0.269	0.146	0.098	0.206	0.152	0.436	0.372
P3	0.109	0.118	0.078	0.082	0.092	0.097	0.097	0.105	0.131	0.142
P4	0.080	0.062	0.059	0.061	0.081	0.080	0.082	0.065	0.081	0.062
P5	0.149	0.168	0.125	0.104	0.051	0.081	0.091	0.135	0.284	0.273
P6	0.027	0.067	0.035	0.043	0.065	0.079	0.050	0.078	0.067	0.103
P7	0.451	0.509	0.135	0.158	0.181	0.202	0.420	0.471	0.394	0.473
P8	0.054	0.031	0.039	0.027	0.067	0.066	0.064	0.044	0.077	0.062
P9	0.056	0.049	0.057	0.049	0.061	0.062	0.058	0.038	0.118	0.112
P10	0.147	0.201	0.051	0.076	0.106	0.128	0.160	0.208	0.158	0.241

**Tabelle 4.3:** Zusammenstellung der relativen mittleren Abweichungen  $\sigma_0$  der Quellschüttungen und Piezometerhöhen an den Meßstellen für die instationären Modellrechnungen 1 – 5 und die jeweiligen kalibrierten Doppel-Kontinuum-Modelle

den homogenen Austauschkoefizienten die hydraulische Wechselwirkung zwischen dem Klufftkontinuum und dem Röhrennetz besser beschrieben. Durch den höheren Austauschkoefizienten liegen die Piezometerhöhen der beiden Kontinua näher beieinander. Die Modelle 3 – 5 weisen dagegen eine schlechtere Anpassung auf (Abb. B.11 – B.16). Durch den homogenen Austauschkoefizienten wird jene Wechselwirkung schlechter beschrieben.

### 4.2.3 Modell mit dendritischem Röhrennetz

#### Kalibrierung des Einfach-Kontinuum-Modells, stationär

Die Kalibrierung des stationären Modells erfolgte nach der oben beschriebenen Vorgehensweise. In Abbildung 4.16 sind die Piezometerhöhen des diskreten Modells, die des kalibrierten Einfach-Kontinuum-Modells zusammen mit den interpolierten Isolinien und die Verteilung der hydraulischen Durchlässigkeitsbeiwerte dargestellt. Diese Verteilung wird durch einen Referenzwert und eine Verteilung von Faktoren charakterisiert.

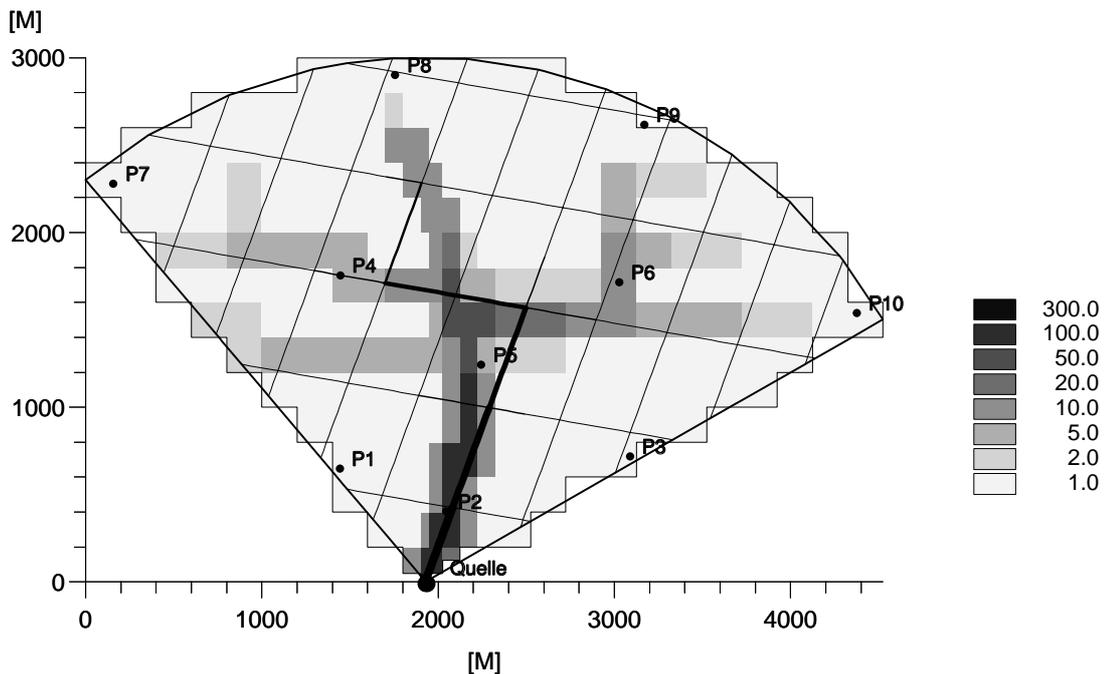
Die an den Meßstellen "gemessenen" und

Meßst.	"gemessen"	berechnet	Abweich.
P1	462.2 m	462.5 m	+0.3 m
P2	454.2 m	456.0 m	+1.8 m
P3	466.7 m	465.7 m	-1.0 m
P4	471.1 m	471.5 m	+0.4 m
P5	462.4 m	463.1 m	+0.7 m
P6	467.9 m	468.3 m	+0.4 m
P7	481.6 m	482.2 m	+0.6 m
P8	477.9 m	477.6 m	-0.3 m
P9	473.6 m	473.6 m	$\pm 0.0$ m
P10	478.5 m	478.2 m	-0.3 m

**Tabelle 4.4:** Vergleich der im diskreten Modell "gemessenen" und der mit dem kalibrierten Einfach-Kontinuum-Modell berechneten Piezometerhöhen

die mit dem kalibrierten Einfach-Kontinuum-Modell in der entsprechenden Modellzelle berechneten Piezometerhöhen sind in Tabelle 4.4 zusammengestellt. Es läßt sich eine mittlere Abweichung  $\sigma = 0.75$  m ermitteln (Gleichung 4.3). Diese ist zwar verglichen mit dem Modell mit dem vermaschten Röhrennetz geringer, doch immer noch größer als die an die interpolierten Isolinien angepaßten Piezometerhöhen vermuten lassen. Dieses läßt sich wieder mit der Lage der Meß-

## RÖHRENNETZ UND VERTEILUNG DER FAKTOREN



**Abbildung 4.15:** Lage der Meßstellen bezüglich des Röhrennetzes und der kalibrierten Verteilung der Faktoren

stellen in der jeweiligen Modellzelle erklären. Die Abweichung für dieses Modell ist geringer, da die Isolinien zum einen keine so starke Krümmung aufweisen und zum anderen der regionale hydraulische Gradient ebenfalls etwas geringer ist.

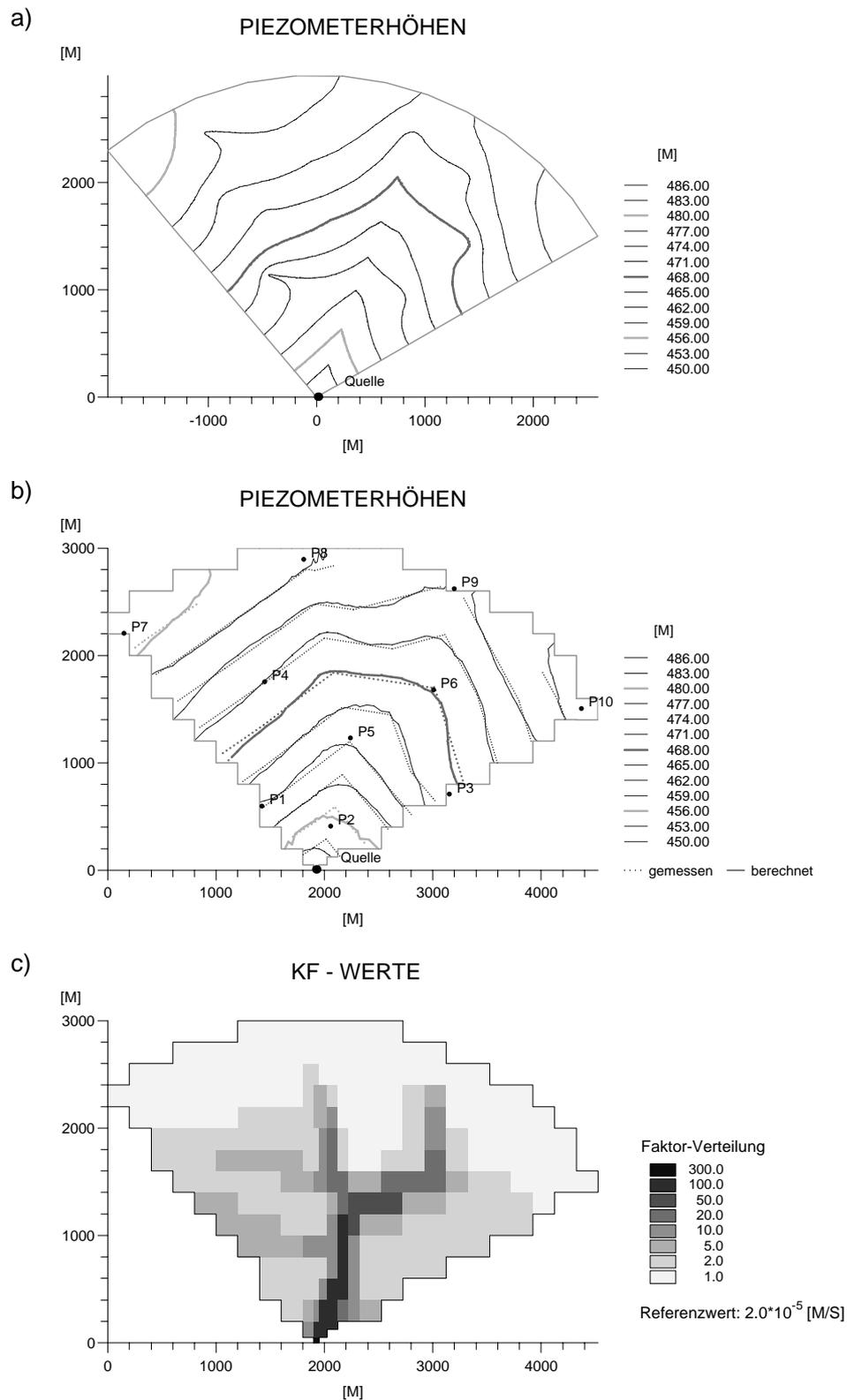
### Kalibrierung der Doppel-Kontinuum-Modelle, instationär

Zur Kalibrierung der Modelle mit dendritischem Röhrennetz wurden die Ganglinien der Quellschüttung und der an den Meßstellen bestimmten Piezometerhöhen angepaßt, indem jeweils eine Verteilung des Speicherkoeffizienten des Kontinuums  $b$  und des Austauschkoefizienten bestimmt wurde. Für die Kalibrierung der Modelle mit dendritischem Röhrennetz wurde vorausgesetzt, daß sich die Verteilung des Austauschkoefizienten durch dieselbe Verteilung der Faktoren wie die hydraulischen Durchlässigkeitsbeiwerte beschreiben läßt. Zur Beschreibung der Verteilung des Speicherkoeffizienten des Kontinuums  $b$  wur-

de die Verteilung der Wurzeln dieser Faktoren verwendet. Bei der Kalibrierung wurden damit für diese Parameter nur Referenzwerte ermittelt. Die Verteilung des Speicherkoeffizienten des Kontinuums  $a$  war wiederum über die Aufteilung des Hohlraums des Kluftkontinuums auf die beiden Kontinua festgelegt.

Das Ergebnis der Kalibrierung für das Modell 1 wird durch die Ganglinien der Quellschüttung und der Piezometerhöhen an den Meßstellen dargestellt (Abb. 4.17 und 4.18). Die entsprechenden Darstellungen der Ergebnisse der Kalibrierungen der Modelle mit den variierten Parametern (2 – 5) befinden sich in Anhang B (Abb. B.17 – B.24). Die Referenzwerte der kalibrierten hydraulischen Parameter der jeweiligen Modelle sind in Tabelle 4.5 zusammengefaßt.

Auch für diese Modelle wurden die relativen mittleren Abweichungen  $\sigma_0$  (Gleichung 4.4) der Quellschüttungen und der Piezometerhöhen der beiden Kontinua ermittelt (Tab.



**Abbildung 4.16:** a) Verteilung der Piezometerhöhen des diskreten Modells mit dendritischem Röhrennetz; b) Isolinienplan aus den an den Meßstellen im diskreten Modell "gemessenen" Piezometerhöhen und Verteilung der Piezometerhöhen des kalibrierten Einfach-Kontinuum-Modells; c) Verteilung der hydraulischen Durchlässigkeitsbeiwerte des kalibrierten Einfach-Kontinuum-Modells, Referenzwert und Verteilung der Faktoren

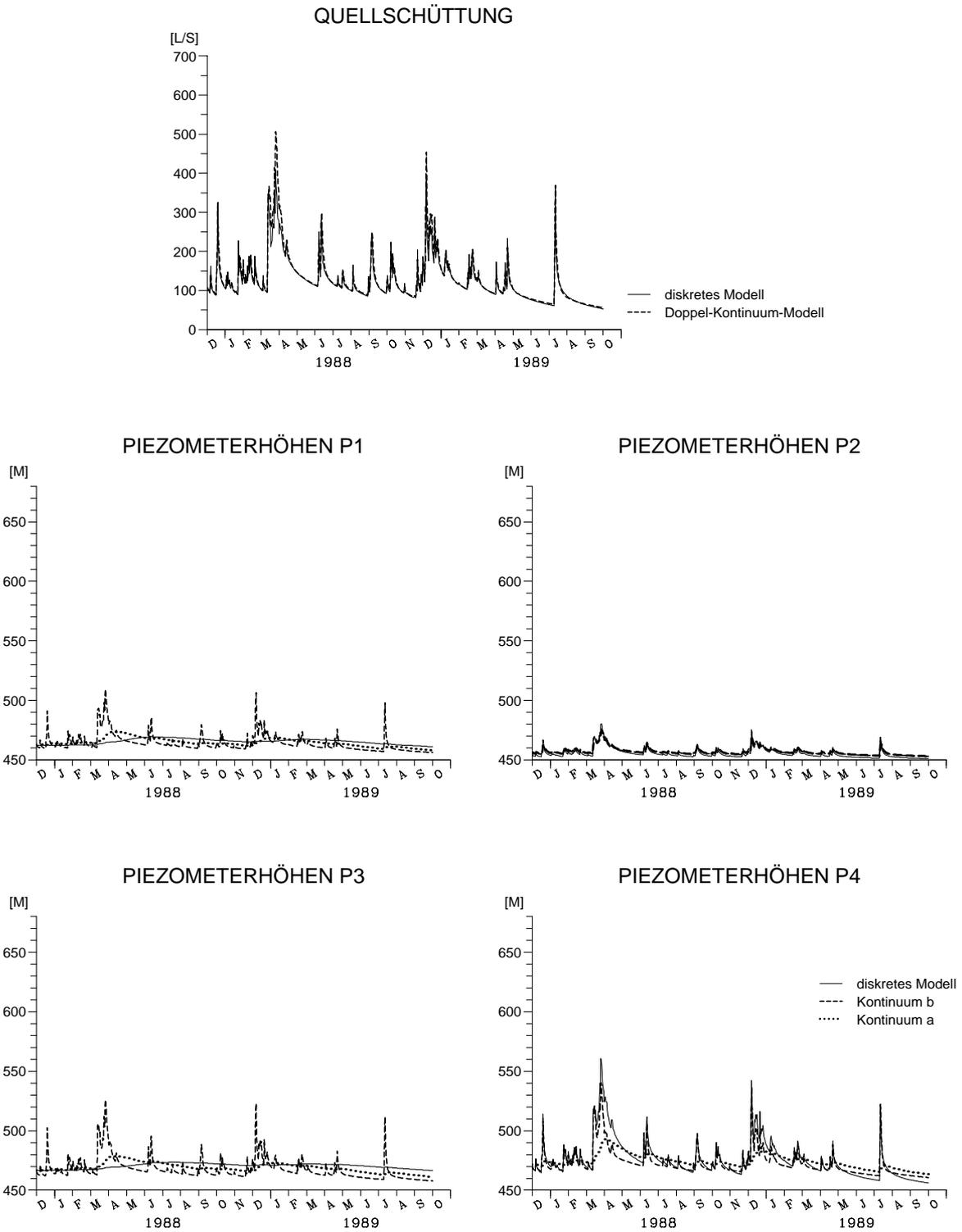


Abbildung 4.17: Quellschüttung und Piezometerhöhen an den Meßstellen P1 – P4 des diskreten und des kalibrierten Doppel-Kontinuum-Modells; dendritisches Röhrennetz, Modell 1

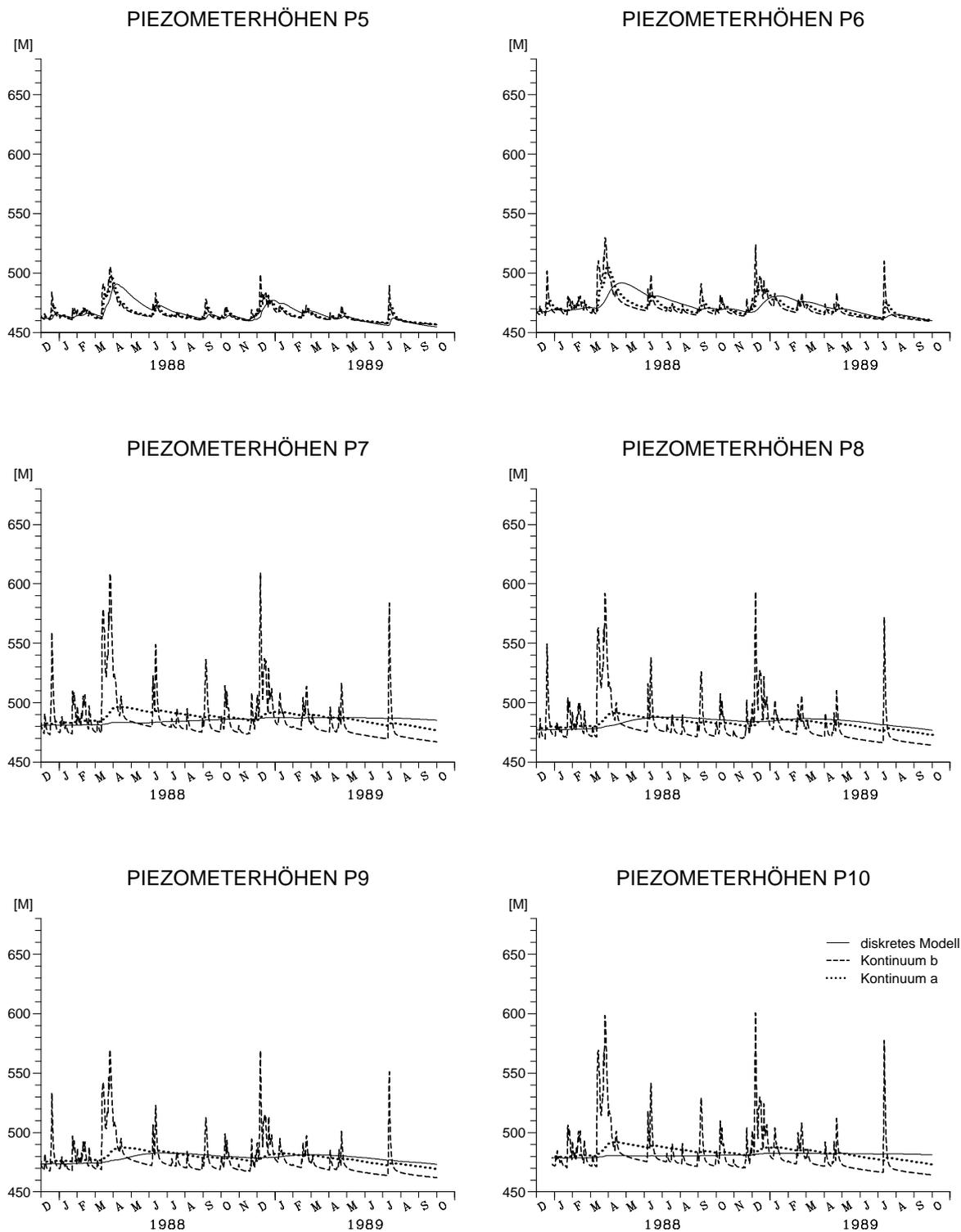


Abbildung 4.18: Piezometerhöhen an den Meßstellen P5 – P10 des diskreten und des kalibrierten Doppel-Kontinuum-Modells; dendritisches Röhrennetz, Modell 1

Meßst.	Modell 1		Modell 2		Modell 3		Modell 4		Modell 5	
	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b
Quelle	0.046		0.035		0.057		0.066		0.029	
P1	0.358	0.885	0.144	0.278	0.170	0.328	0.340	0.898	0.376	0.973
P2	0.070	0.060	0.093	0.086	0.046	0.041	0.061	0.046	0.086	0.076
P3	0.559	1.427	0.216	0.408	0.215	0.430	0.535	1.434	0.510	1.473
P4	0.112	0.061	0.087	0.060	0.100	0.066	0.118	0.057	0.124	0.090
P5	0.139	0.181	0.081	0.094	0.095	0.111	0.142	0.192	0.134	0.174
P6	0.205	0.322	0.100	0.144	0.117	0.165	0.205	0.345	0.200	0.319
P7	0.850	3.199	0.468	1.165	0.367	0.918	0.664	3.084	0.806	3.330
P8	0.318	1.691	0.127	0.510	0.132	0.454	0.236	1.505	0.404	2.000
P9	0.335	1.602	0.143	0.488	0.134	0.463	0.263	1.488	0.321	1.862
P10	1.186	4.698	0.629	1.419	0.683	1.592	0.963	4.352	1.903	5.493

**Tabelle 4.6:** Zusammenstellung der relativen mittleren Abweichungen  $\sigma_0$  der Quellschüttungen und Piezometerhöhen an den Meßstellen für die instationären Modellrechnungen 1 – 5 und die jeweiligen kalibrierten Doppel-Kontinuum-Modelle

Mod.	Durchl. [m/s]	Speicherh. [-]	Austauschk. [1/s]
1	$1.9 \cdot 10^{-5}$	$3.0 \cdot 10^{-4}$	$8.0 \cdot 10^{-10}$
2	$1.9 \cdot 10^{-5}$	$2.8 \cdot 10^{-4}$	$2.0 \cdot 10^{-9}$
3	$1.8 \cdot 10^{-5}$	$1.8 \cdot 10^{-4}$	$6.0 \cdot 10^{-10}$
4	$3.0 \cdot 10^{-5}$	$5.0 \cdot 10^{-4}$	$6.0 \cdot 10^{-10}$
5	$1.0 \cdot 10^{-5}$	$2.0 \cdot 10^{-4}$	$8.0 \cdot 10^{-10}$

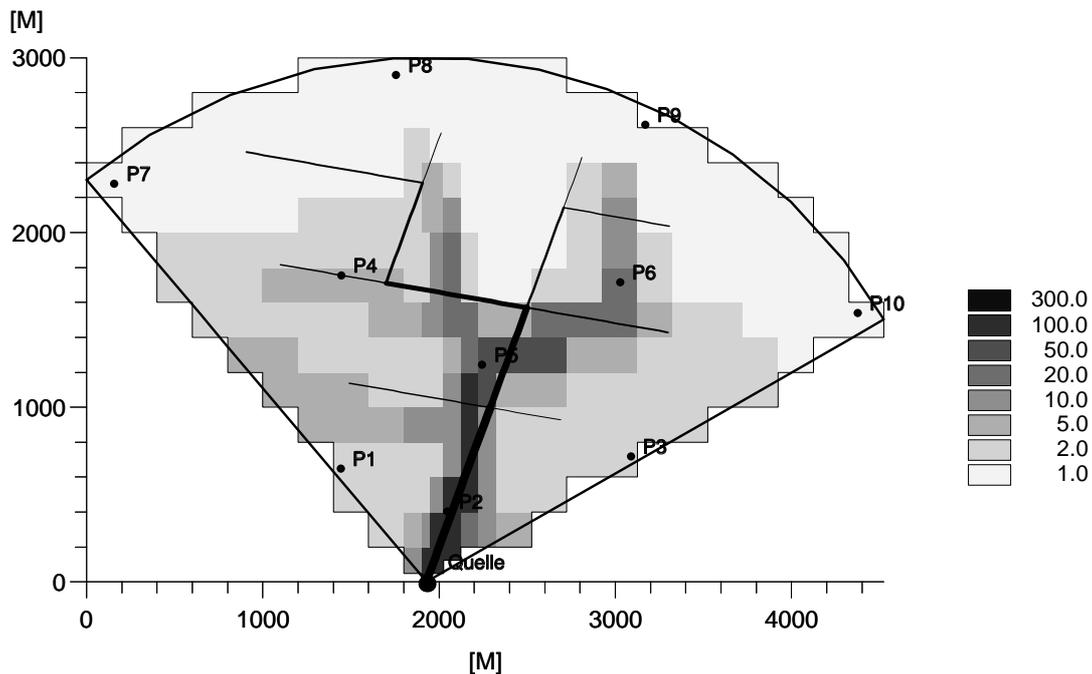
**Tabelle 4.5:** Referenzwerte der bei der Kalibrierung der Doppel-Kontinuum-Modelle ermittelten hydraulischen Parameter

4.6). Die Quellschüttungen dieser Modelle ließen sich besser anpassen, so daß auch deren Abweichungen  $\sigma_0$  kleiner sind. Die Lage der Meßstellen bezüglich des Röhrennetzes (diskretes Modell) und der Modellzellen mit hohen hydraulischen Durchlässigkeitsbeiwerten (Doppel-Kontinuum-Modell) bestimmen die Charakteristik der Ganglinien der Piezometerhöhen (Abb. 4.19). Dadurch daß die Verteilung der Austauschkoefizienten mit der Verteilung der hydraulischen Durchlässigkeitsbeiwerte korreliert, besitzen die Modellzellen mit hohen hydraulischen Durchlässigkeitsbeiwerten ebenfalls große Austauschkoefizienten. Daher unterscheiden sich in diesen Modellzellen die Piezometerhöhen der beiden Kontinua

nur geringfügig (Meßstelle P2, P5).

Wie erwartet, zeigen die Piezometerhöhen des diskreten Modells an den Meßstellen P2 und P4 schnelle und starke Schwankungen nach Neubildungsereignissen. Sie liegen in der Nähe bzw. auf einer Röhre und werden gut von den Piezometerhöhen des Kontinuums b nachgebildet, wobei an Meßstelle P2 sich die beiden Kontinua praktisch nicht unterscheiden. An den Meßstellen P5 und P6 zeigen die "gemessenen" Piezometerhöhen schon deutlich verzögerte und schwache Schwankungen. Diese Meßstellen liegen weiter von einer Röhre entfernt. Da beide in einer Modellzelle mit mehr oder weniger hohen hydraulischen Durchlässigkeitsbeiwerten und damit hohem Austauschkoefizienten liegen, weisen die Piezometerhöhen beider Kontinua wesentlich schnellere und stärkere Schwankungen auf. Deswegen werden die Piezometerhöhen an diesen Meßstellen von keinem der beiden Kontinua nachgebildet. Die Piezometerhöhen an den übrigen Meßstellen zeigen sehr geringe bis überhaupt keine Schwankungen nach Neubildungsereignissen. Sie werden nur an den Meßstellen P8 und P9 von denen des Kontinuums a nachgebildet. Da durch den Doppel-Kontinuum-Ansatz die geometrische Beziehung der einzelnen Meßstellen zu den nächst-

## RÖHRENNETZ UND VERTEILUNG DER FAKTOREN



**Abbildung 4.19:** Lage der Meßstellen bezüglich des Röhrennetzes und der kalibrierten Verteilung der Faktoren

gelegenen Röhren verloren geht, können die Piezometerhöhen der weit von einer Röhre entfernten Meßstellen nicht mehr nachgebildet werden. Für diese Meßstellen liegen deswegen auch die errechneten relativen mittleren Abweichungen  $\sigma_0$  bei 1 und darüber.

Wie für die Modelle mit dem vermaschten Röhrennetz wird das Modell 2 besser durch ein äquivalentes Doppel-Kontinuum-Modell beschrieben (Abb. B.17, B.18). Die Anpassungen der Modelle 3 – 5 sind mit der des Modells 1 vergleichbar (vgl. Abb. 4.17, 4.18 und B.19 – B.24). Dieses wird auch durch die relativen mittleren Abweichungen  $\sigma_0$  bestätigt.

### 4.3 Identifizierung der hydraulischen Parameter

#### 4.3.1 Modelle mit vermaschtem Röhrennetz

Die hydraulischen Parameter der äquivalenten Doppel-Kontinuum-Modelle wurden durch eine Kalibrierung an den verschiedenen diskreten Modellen ermittelt. Zuerst wurde unter stationären Bedingungen für ein Einfach-Kontinuum-Modell eine Verteilung der hydraulischen Durchlässigkeitsbeiwerte bestimmt. Es wurde vorausgesetzt, daß diese Verteilung die hydraulischen Durchlässigkeitsbeiwerte des Kontinuums  $b$  beschreibt, welches das Röhrennetz repräsentiert. Für die hydraulischen Durchlässigkeitsbeiwerte des Kontinuums  $a$ , welches das Kluftkontinuum repräsentiert, wurde angenommen, daß diese aus dem Kluftkontinuum bekannt und homogen sind. Hartmann (1994) konnte zeigen, daß sich die hydraulischen Durchlässigkeits-

beiwerte dieses Kluftkontinuums in Karstsystemen der Fränkischen Alb mit Pumpversuchen ermitteln und zu dem vorgefundenen Kluftinventar in Beziehung setzen lassen. Über die instationären Modellrechnungen wurden dann homogene Speicherkoeffizienten und Austauschkoefizienten ermittelt. Für die Speicherkoeffizienten wurde angenommen, daß das gesamte Hohlraumvolumen des jeweiligen diskreten Modells auf die beiden Kontinua des Doppel-Kontinuum-Modells aufgeteilt wird.

Diese hydraulischen Parameter der einzelnen Doppel-Kontinuum-Modelle sind charakteristisch für das jeweilige diskrete Modell und lassen sich zu dessen geometrischen und hydraulischen Parametern in Beziehung setzen. Die über die stationäre Modellrechnung ermittelte Verteilung der hydraulischen Durchlässigkeitsbeiwerte bildet in erstaunlich guter Weise die Verteilung des Röhrensystems im diskreten Modell ab (vgl. Abb. 4.15). Dadurch läßt sich recht gut für die in den einzelnen Modellzellen bestimmten hydraulischen Durchlässigkeitsbeiwerte eine Beziehung zu der jeweiligen, in der Nähe gelegenen Röhre aufstellen.

Über die Fließgesetze im Kontinuum b (Gleichung 2.1) und in den Röhren (Gleichung 2.4) kann durch einen Vergleich der Durchflüsse der hydraulische Durchlässigkeitsbeiwert des Kontinuums b bestimmt werden. Unter der Annahme, daß die hydraulischen Gradienten in der Röhre und im Kontinuum b gleich sind, erhält man den Zusammenhang

$$K_{fb} A_b = K_{fk} A_k \frac{1}{\sqrt{\text{grad } h}}. \quad (4.5)$$

Dabei sind  $A_b = L'M$ ,  $A_k = \pi d_i^2/4$  die durchflossenen Querschnittsflächen im Kontinuum b bzw. in der jeweiligen Röhre und  $\text{grad } h$  der regionale hydraulische Gradient. Durch Umformung erhält man aus dem bei der Kalibrierung ermittelten hydraulischen Durchlässigkeitsbeiwert die Breite eines Kontinuumblocks, der einen mit der entsprechen-

den Röhre vergleichbaren Durchfluß besitzt:

$$L' = \frac{K_{fk} A_k}{K_{kb} M} \frac{1}{\sqrt{\text{grad } h}}. \quad (4.6)$$

Die Breiten der jeweiligen Kontinuumblocke, die sich so aus den Werten der jeweiligen hydraulischen Durchlässigkeitsbeiwerte bestimmen lassen, sind in Tabelle 4.7 zusammengestellt. Für die Modelle 1 – 3 wurde mit den Röhrendurchmessern gerechnet, wie sie in Abbildung 4.1 angegeben sind. Der regionale hydraulische Gradient war ungefähr 0.015. Im Modell 4 wurde mit um 11% vergrößerten Röhrendurchmessern und einem hydraulischen Gradient von 0.011 gerechnet. Im Modell 5 waren die Röhrendurchmesser um 13% kleiner und der hydraulische Gradient war 0.02.

Im Bereich der erweiterten Röhren entsprechen die Breiten  $L'$  der Kontinuumblocke ungefähr den Breiten der jeweiligen Modellzellen. Für die Übergangsbereiche bestimmen die ermittelten Breiten  $L'$  der Kontinuumblocke die Breiten der Bereiche mit höherer Durchlässigkeit. In den Randbereichen entsprechen die ermittelten Breiten  $L'$  der Größe der durch das vermaschte Röhrennetz abgeteilten Kontinuumblocke. Diese Blockgrößen liegen für die Röhrennetze mit unterschiedlicher Kapazität der Röhren in einer ähnlichen Größenordnung.

Der Austauschkoefizient bestimmt ebenfalls eine Größe für einen repräsentativen Kontinuumblock. Diese Blockgröße ergibt sich jedoch nicht durch einen Vergleich der Durchflüsse, sondern ist durch den Einfluß einer Randbedingung definiert. In dem hier betrachteten System ist es der Abstand der Röhren zur Mitte der jeweiligen durch das vermaschte Röhrennetz gebildeten Kontinuumblocke. Über den homogenen Austauschkoefizient (Tab. 4.2) läßt sich für die einzelnen Modelle eine mittlere Blockgröße ermitteln. Ausgehend von der Gleichung (3.23) ergibt sich die Beziehung

$$L^{*2} = \frac{T_m}{\alpha} \left( 2C_l + \frac{\alpha}{\eta} (2C_l - 1) \right). \quad (4.7)$$

Modell	Ref.-Wert [m/s]	hydraulische Durchlässigkeiten							
		Faktoren							
		300	100	50	20	10	5	2	1
1,2,3	$1.8 \cdot 10^{-5}$	d <sub>0</sub> : 45 m	d <sub>0</sub> : 140 m d <sub>1</sub> : 110 m	d <sub>2</sub> : 160 m d <sub>3</sub> : 100 m	d <sub>3</sub> : 240 m d <sub>4</sub> : 120 m	d <sub>4</sub> : 240 m d <sub>5</sub> : 140 m	d <sub>5</sub> : 280 m d <sub>i</sub> : 130 m	d <sub>i</sub> : 335 m	d <sub>i</sub> : 670 m
4	$3.2 \cdot 10^{-5}$	d <sub>0</sub> : 40 m	d <sub>0</sub> : 120 m d <sub>1</sub> : 95 m	d <sub>2</sub> : 130 m d <sub>3</sub> : 85 m	d <sub>3</sub> : 210 m d <sub>4</sub> : 105 m	d <sub>4</sub> : 210 m d <sub>5</sub> : 115 m	d <sub>5</sub> : 230 m d <sub>i</sub> : 120 m	d <sub>i</sub> : 300 m	d <sub>i</sub> : 610 m
5	$0.9 \cdot 10^{-5}$	d <sub>0</sub> : 50 m	d <sub>0</sub> : 160 m d <sub>1</sub> : 135 m	d <sub>2</sub> : 190 m d <sub>3</sub> : 120 m	d <sub>3</sub> : 300 m d <sub>4</sub> : 150 m	d <sub>4</sub> : 300 m d <sub>5</sub> : 160 m	d <sub>5</sub> : 320 m d <sub>i</sub> : 160 m	d <sub>i</sub> : 410 m	d <sub>i</sub> : 820 m

**Tabelle 4.7:** Breiten der Kontinuumblocke  $L^*$ , wie sie sich für unterschiedliche Röhrendurchmesser aus den Verteilungen der hydraulischen Durchlässigkeitsbeiwerte der jeweiligen Modelle (1 – 5) ergeben

Da für die hier betrachteten Systeme die Größen  $C_l$  und  $\eta$  nicht bestimmt werden können, kann nach Vernachlässigung dieser Größen ( $C_l \simeq 1$ ,  $\alpha/\eta \simeq 0$ ) für die Blockgröße  $L^*$  nur eine Abschätzung angegeben werden:

$$L^* = \sqrt{2 \frac{T_m}{\alpha}}. \quad (4.8)$$

Diese abgeschätzte Blockgröße  $L^*$  ist ein Mindestwert, da die vernachlässigten Größen den Ausdruck in der Klammer vergrößern würden (vgl. Kapitel 3.3.2). Die für die Modelle 1 – 5 ermittelten Blockgrößen  $L^*$  sind in Tabelle 4.8 zusammengestellt. Diese sind auf Grund der oben genannten Vernachlässigungen kleiner als die erwartete Blockgröße von ungefähr 250 m.

Modell	Austauschk. [1/s]	Blockgr. $L^*$ [m]
1	$1.2 \cdot 10^{-8}$	120
2	$1.8 \cdot 10^{-8}$	150
3	$6.0 \cdot 10^{-9}$	160
4	$9.2 \cdot 10^{-9}$	130
5	$1.1 \cdot 10^{-8}$	120

**Tabelle 4.8:** Größen der Kontinuumblocke  $L^*$ , wie sie sich aus den Austauschkoefizienten der jeweiligen Modelle (1 – 5) ergeben

Die Speicherkoeffizienten des Kontinuums b ergeben sich dadurch, daß ein gewisser Bereich des Klufkontinuums dasselbe hydraulische

Modell	Speicherkoef. [-]	Bereich $\bar{L}$ [m]
1	$1.8 \cdot 10^{-3}$	20
2	$2.0 \cdot 10^{-3}$	30
3	$8.0 \cdot 10^{-4}$	40
4	$2.8 \cdot 10^{-3}$	35
5	$1.1 \cdot 10^{-3}$	15

**Tabelle 4.9:** Bereiche  $\bar{L}$  der Kontinuumblocke für die Modelle 1 – 5, die dasselbe hydraulische Verhalten wie die Röhren besitzen

sche Verhalten zeigt wie die Röhren (vgl. Kapitel 3.3). Mit den über die Beziehung 4.8 abgeschätzten Blockgrößen  $L^*$  kann dieser Bereich  $\bar{L}$  ebenfalls abgeschätzt werden

$$\bar{L} = L^* \frac{S_b}{S_m}. \quad (4.9)$$

In Tabelle 4.9 sind die Werte dieser Bereiche  $\bar{L}$  für die Modelle 1 – 5 zusammengestellt. Die Abschätzungen liegen alle in der Größenordnung von 50 m. Dieses Ergebnis paßt gut zu der Beobachtung, daß die Ganglinien der Piezometerhöhen der Meßstellen (P2, P8), die ungefähr diesen Abstand zu einer Röhre und eine ähnliche Charakteristik besitzen wie die der Meßstelle P4, die auf einer Röhre liegt. Die Piezometerhöhen der etwas weiter von einer Röhre entfernten Meßstellen P6 und P9 (Abstand ca. 100 m) weisen verzögerte und geringere Schwankungen auf.

### 4.3.2 Modelle mit dendritischem Röhrennetz

Auch für die Modelle mit dem dendritischen Röhrennetz wurde zuerst die Verteilung der hydraulischen Durchlässigkeitsbeiwerte durch Kalibrierung eines Einfach-Kontinuum-Modells an einer stationären Modellrechnung ermittelt. Sie wurde ebenfalls über eine Verteilung von Faktoren sowie einen Referenzwert charakterisiert und als Verteilung der hydraulischen Durchlässigkeitsbeiwerte für das Kontinuum b angenommen. Für das Kontinuum a wurde wie für die Modelle mit dem vermaschten Röhrennetz die hydraulischen Durchlässigkeitsbeiwerte des Kluftkontinuums als bekannt vorausgesetzt.

Die Verteilung der Austauschkoefizienten wurde unter der Annahme bestimmt, daß diese durch die Verteilung der Faktoren gegeben ist, welche die Verteilung der hydraulischen Durchlässigkeitsbeiwerte beschreibt. Diese Annahme bedeutet, daß die Größen der Kontinuumblocke, die für den Durchfluß relevant sind,  $L'$ , und den Abstand  $L^*$  der Randbedingung bestimmen miteinander zusammenhängen, indem der Kontinuumblock mit äquivalentem Durchfluß durch eine Randbedingung bestimmt wird. Bei der Kalibrierung wurde nur noch ein Referenzwert ermittelt.

Grundlage für die Verteilung des Speicherkoeffizienten des Kontinuums b war ebenfalls die Verteilung der Faktoren, die sowohl die hydraulische Durchlässigkeit als auch den Austauschkoefizienten bestimmt. Da die Größen  $L^*$  quadratisch in den Austauschkoefizienten eingehen (Gleichung 4.8), jedoch den Bereich  $\bar{L}$  durch eine lineare Abhängigkeit definieren (Gleichung 4.9), wurde die Verteilung dieses Speicherkoeffizienten durch die Wurzeln jener Faktoren beschrieben. Auf diese Weise ergibt sich ein einheitlicher Wert für den Bereich  $\bar{L}$  für das gesamte Modellgebiet. Bei der Kalibrierung wurde für den Speicherkoeffizienten des Kontinuums b somit auch nur ein Referenzwert ermittelt. Die Speicherkoeffizienten des Kontinuums a sind wiederum über die

Aufteilung des Hohlraumvolumens des Kluftkontinuums bestimmt.

Aus der Verteilung der hydraulischen Durchlässigkeitsbeiwerte ergeben sich Breiten  $L'$  von Kontinuumblocken, die durch einen mit den Röhren vergleichbaren Durchfluß definiert sind. Sie werden ebenfalls mit Hilfe der Beziehung (4.6) ermittelt und sind für die Modelle 1 – 5 in Tabelle 4.10 zusammengestellt. Die Durchmesser der einzelnen Röhren sind in Abbildung 4.4 angegeben und wurden für die Modelle 4 und 5 wie oben vergrößert bzw. verkleinert. In den Modellen 1 – 3 betrug der regionale hydraulische Gradient 0.015, 0.011 im Modell 4 und 0.02 im Modell 5.

Die ermittelten Breiten  $L'$  entsprechen in der unmittelbaren Nähe der Röhren den Breiten der jeweiligen Modellzellen. Für dieses Röhrennetz treten jedoch auch Breiten  $L'$  auf, die in der Größenordnung der Abstände zweier Röhren bzw. einer Röhre zum Rand des Modellgebietes liegen. Diese Breiten ergeben sich, da die einzelnen Röhren jeweils einen Bereich des Quelleinzugsgebietes vollständig drainieren. Sie entsprechen somit der Größe der Einzugsgebiete der einzelnen Röhren und hängen mit dem Abstand zu einer Randbedingung zusammen. Aus diesem Grund läßt sich die ermittelte Verteilung der Faktoren auch für die Beschreibung der Austauschkoefizienten verwenden. Der Wert, der sich für den Faktor 1 ergibt, wird viel zu groß bestimmt, da die Röhre links hinten im Modellgebiet nicht durch einen Bereich erhöhter Durchlässigkeit repräsentiert ist (vgl. Abb. 4.19). Die ermittelte Breite wäre größer als das Einzugsgebiet dieser Röhre.

Aus der Verteilung der Austauschkoefizienten über die Beziehung (4.8) kann eine repräsentative Größe  $L^*$  der Kontinuumblocke für einzelne Bereiche ermittelt werden. Diese Blockgrößen sind in Tabelle 4.11 für die Modelle 1 – 5 und die einzelnen Faktoren zusammengestellt. Für die kleinen Werte der Faktoren, welche die Verteilung in den Randbereichen des Modellgebietes beschreiben, liegt die ermittelte Blockgröße  $L^*$  in der Größenord-

Modell	hydraulische Durchlässigkeiten								
	Ref.-Wert [m/s]	Faktoren							
		300	100	50	20	10	5	2	1
1,2	$1.9 \cdot 10^{-5}$	d <sub>0</sub> : 45 m	d <sub>0</sub> : 130 m	d <sub>1</sub> : 190 m d <sub>2</sub> : 100 m	d <sub>3</sub> : 150 m d <sub>4</sub> : 115 m d <sub>5</sub> : 90 m	d <sub>3</sub> : 300 m d <sub>4</sub> : 230 m d <sub>6</sub> : 130 m	d <sub>5</sub> : 360 m d <sub>6</sub> : 260 m d <sub>8</sub> : 130 m	d <sub>7</sub> : 500 m d <sub>8</sub> : 320 m	d <sub>5</sub> : 1800 m
3	$1.8 \cdot 10^{-5}$	d <sub>0</sub> : 45 m	d <sub>0</sub> : 140 m	d <sub>1</sub> : 200 m d <sub>2</sub> : 100 m	d <sub>3</sub> : 160 m d <sub>4</sub> : 120 m d <sub>5</sub> : 100 m	d <sub>3</sub> : 320 m d <sub>4</sub> : 240 m d <sub>6</sub> : 140 m	d <sub>5</sub> : 400 m d <sub>6</sub> : 280 m d <sub>8</sub> : 140 m	d <sub>7</sub> : 530 m d <sub>8</sub> : 340 m	d <sub>5</sub> : 1900 m
4	$3.0 \cdot 10^{-5}$	d <sub>0</sub> : 40 m	d <sub>0</sub> : 130 m	d <sub>1</sub> : 180 m d <sub>2</sub> : 100 m	d <sub>3</sub> : 145 m d <sub>4</sub> : 110 m d <sub>5</sub> : 95 m	d <sub>3</sub> : 290 m d <sub>4</sub> : 220 m d <sub>6</sub> : 120 m	d <sub>5</sub> : 370 m d <sub>6</sub> : 250 m d <sub>8</sub> : 130 m	d <sub>7</sub> : 480 m d <sub>8</sub> : 320 m	d <sub>5</sub> : 1900 m
5	$1.0 \cdot 10^{-5}$	d <sub>0</sub> : 50 m	d <sub>0</sub> : 145 m	d <sub>1</sub> : 215 m d <sub>2</sub> : 110 m	d <sub>3</sub> : 170 m d <sub>4</sub> : 140 m d <sub>5</sub> : 110 m	d <sub>3</sub> : 340 m d <sub>4</sub> : 270 m d <sub>6</sub> : 140 m	d <sub>5</sub> : 430 m d <sub>6</sub> : 290 m d <sub>8</sub> : 150 m	d <sub>7</sub> : 620 m d <sub>8</sub> : 370 m	d <sub>5</sub> : 2200 m

**Tabelle 4.10:** Breiten der Kontinuumblocke  $L'$ , wie sie sich für unterschiedliche Röhrendurchmesser aus den Verteilungen der hydraulischen Durchlässigkeitsbeiwerte der jeweiligen Modelle (1 – 5) ergeben

nung des Abstandes der Röhren zum Modellrand. Dies trifft ebenfalls für die Blockgrößen in der Nähe der Quelle zu. Für die Faktoren, die den mittleren Bereich des Modellgebietes beschreiben, ist die ermittelte Blockgröße  $L^*$  wesentlich kleiner, als aus dem Abstand zweier Röhren zu erwarten ist. Dieses zeigt, daß für die verwendete Verteilung der Faktoren, die durch die Verteilung der hydraulischen Durchlässigkeitsbeiwerte bestimmt ist, sich diese mittleren Werte nicht geometrisch in Form von Blockgrößen identifizieren lassen. Die auftretende Abweichung läßt sich möglicherweise aber auch dadurch erklären, daß in diesem Bereich die Abschätzung der Blockgröße  $L^*$  aus den Austauschkoefizienten (Gleichung 4.8) viel zu klein ist, da die Größen aus Gleichung (4.7) nicht vernachlässigt werden können.

Die Speicherkoeffizienten des Kontinuums  $b$  definieren wieder einen Bereich  $\bar{L}$  des Kluftkontinuums, der dasselbe hydraulische Verhalten wie die Röhren besitzt. Dieser Bereich  $\bar{L}$  läßt sich aus dem abgeschätzten Speicherkoeffizienten ermitteln (Gleichung 4.9). In Tabelle 4.12 sind die Größen dieser Bereiche  $\bar{L}$  für die unterschiedlichen Modelle (1 – 5) zusammengestellt. Dieser Bereich  $\bar{L}$  ist für diese Modelle mit dem dendritischen Röhrennetz

wesentlich kleiner als für die Modelle mit dem vermaschten Röhrennetz. Betrachtet man die Meßstelle P2, die auch in diesen Modellen ungefähr einen Abstand von 50 m zu der nächstgelegenen Röhre besitzt und an der auch die Piezometerhöhen ein ähnliches hydraulisches Verhalten zeigen wie diejenigen in den Röhren (Meßstelle P4), ist der Bereich  $\bar{L}$  zu gering bestimmt. Dieses hat möglicherweise dieselbe Ursache wie die zu gering bestimmte Blockgröße  $L^*$ . Da die Verteilungen dieser beiden Parameter durch das Vorgehen bei der Kalibrierung voneinander abhängen, wird, wenn die Blockgröße  $L^*$  über den Austauschkoefizient zu klein bestimmt wird, auch der Bereich  $\bar{L}$  über den Speicherkoeffizient zu gering ermittelt.

#### 4.4 Einfluß der Lage der Meßstellen

In diesem Abschnitt wird der Einfluß der Lage der Meßstellen auf die oben beschriebenen Ergebnisse diskutiert. Obwohl die ausgewählten Meßstellen Grundlage für die Kalibrierung der Doppel-Kontinuum-Modelle sind, ist nicht zu erwarten, daß deren Lage einen

Modell	Ref.-Wert [1/s]	Austauschkoeffizienten							
		Faktoren							
		300	100	50	20	10	5	2	1
1	$8.0 \cdot 10^{-10}$	26 m	45 m	63 m	100 m	140 m	200 m	320 m	450 m
2	$2.0 \cdot 10^{-9}$	26 m	45 m	63 m	100 m	140 m	200 m	320 m	450 m
3	$6.0 \cdot 10^{-10}$	22 m	39 m	55 m	87 m	120 m	170 m	275 m	390 m
4	$6.0 \cdot 10^{-10}$	22 m	39 m	55 m	87 m	120 m	170 m	275 m	390 m
5	$8.0 \cdot 10^{-10}$	26 m	45 m	63 m	100 m	140 m	200 m	320 m	450 m

**Tabelle 4.11:** Größen der Kontinuumblocke  $L^*$ , wie sie sich aus den Verteilungen der Austauschkoeffizienten der jeweiligen Modelle (1 – 5) ergeben

Modell	Speicherk. [-]	Bereich $\bar{L}$ [m]
1	$3.0 \cdot 10^{-4}$	13
2	$2.8 \cdot 10^{-4}$	13
3	$1.8 \cdot 10^{-4}$	23
4	$5.0 \cdot 10^{-4}$	19
5	$2.0 \cdot 10^{-4}$	9

**Tabelle 4.12:** Bereiche  $\bar{L}$  der Kontinuumblocke für die Modelle 1 – 5, die dasselbe hydraulische Verhalten wie die Röhren besitzen

wesentlichen Einfluß auf die Identifizierung der hydraulischen Parameter der Doppel-Kontinuum-Modelle besitzt. Dabei ist jedoch Voraussetzung, daß sich durch die gewählte Anzahl von Meßstellen das Modellgebiet, bzw. im Allgemeinen das Karstsystem, in vergleichbarem Maße charakterisieren läßt.

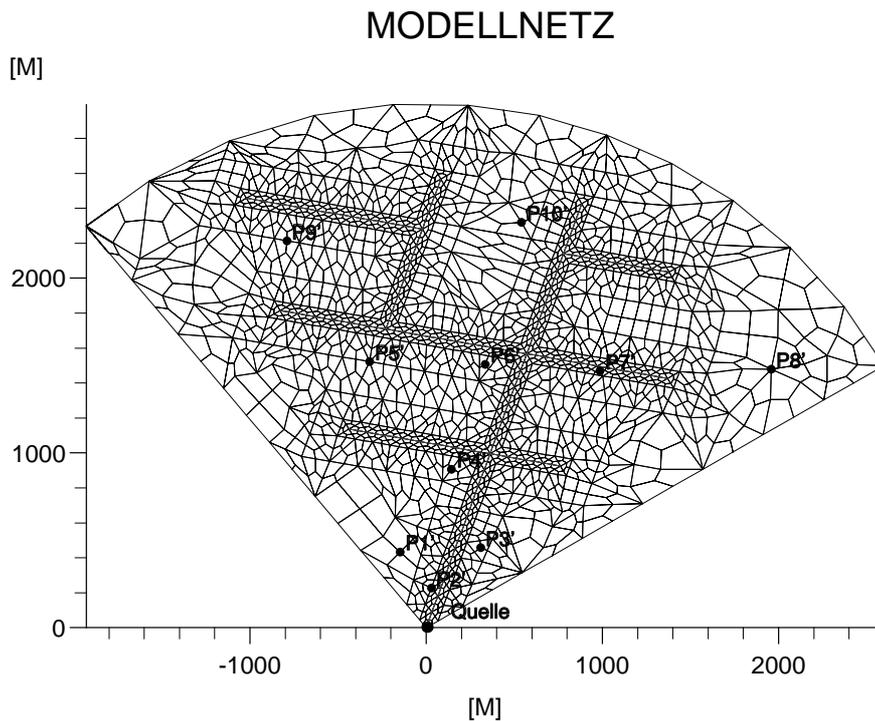
Der Einfluß der Lage der Meßstellen wurde nur für eine Parameterkombination des diskreten Modells (Modell 1) mit dem dendritischen Röhrennetz untersucht. Dazu wurden im Modellgebiet neue Meßstellen ausgewählt, und zwar wieder ohne die Lage des dendritischen Röhrennetzes zu berücksichtigen. Die Lage dieser neuen Meßstellen im Modellgebiet des diskreten Modells ist in Abbildung 4.20 dargestellt (vgl. Abb. 4.5). Wie durch diese Meßstellen das diskrete Modell mit dem dendritischen Röhrennetz aus Kapitel 4.1.2 charakterisiert wird, ist aus Abbildung 4.21 er-

sichtlich (vgl. Abb. 4.9).

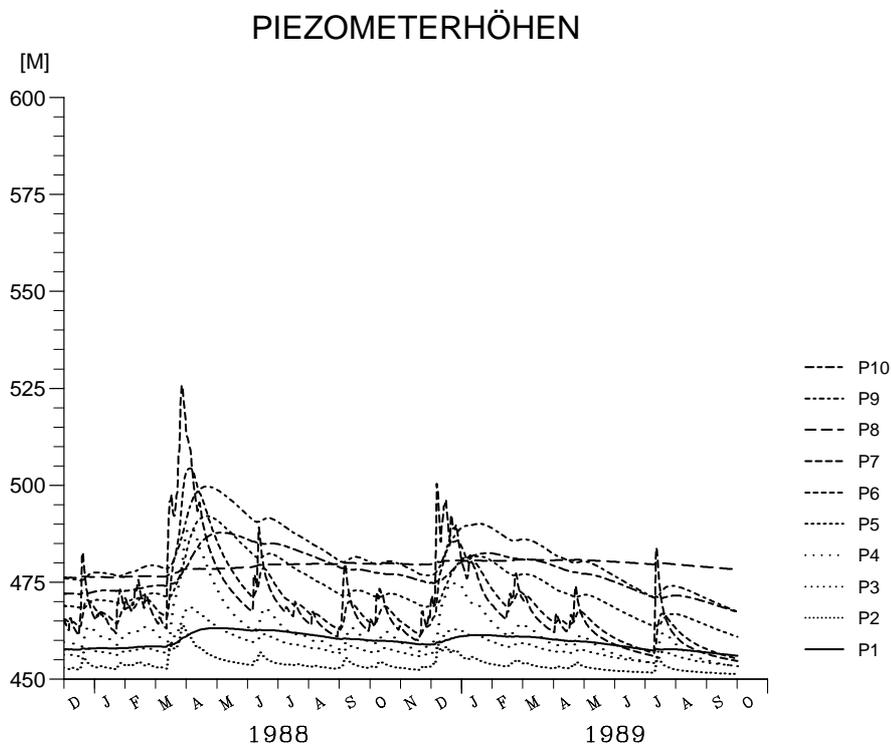
Mit Hilfe dieser neuen Meßstellen wurde nach der oben beschriebenen Vorgehensweise (Kapitel 4.2.1) ein äquivalentes Doppel-Kontinuum-Modell kalibriert. Zuerst wurde wieder für ein Einfach-Kontinuum-Modell unter stationären Bedingungen eine Verteilung der hydraulischen Durchlässigkeitsbeiwerte ermittelt. Diese diente dann, wie oben beschrieben, als Grundlage für die Verteilungen des Austauschkoeffizienten und der Speicherkoeffizienten des Doppel-Kontinuum-Modells. Für diese Parameter wurde unter instationären Bedingungen wieder nur ein Referenzwert bestimmt.

Die Diskretisierung und die Randbedingungen des zu kalibrierenden Einfach- sowie des Doppel-Kontinuum-Modells sind identisch mit den im vorangegangenen Abschnitt beschriebenen. Die Aufteilung der Grundwasserneubildung auf die beiden Kontinua und der hydraulische Durchlässigkeitsbeiwert des Kontinuums  $a$  waren wieder durch die Verhältnisse im diskreten Modell (Modell 1) vorgegeben.

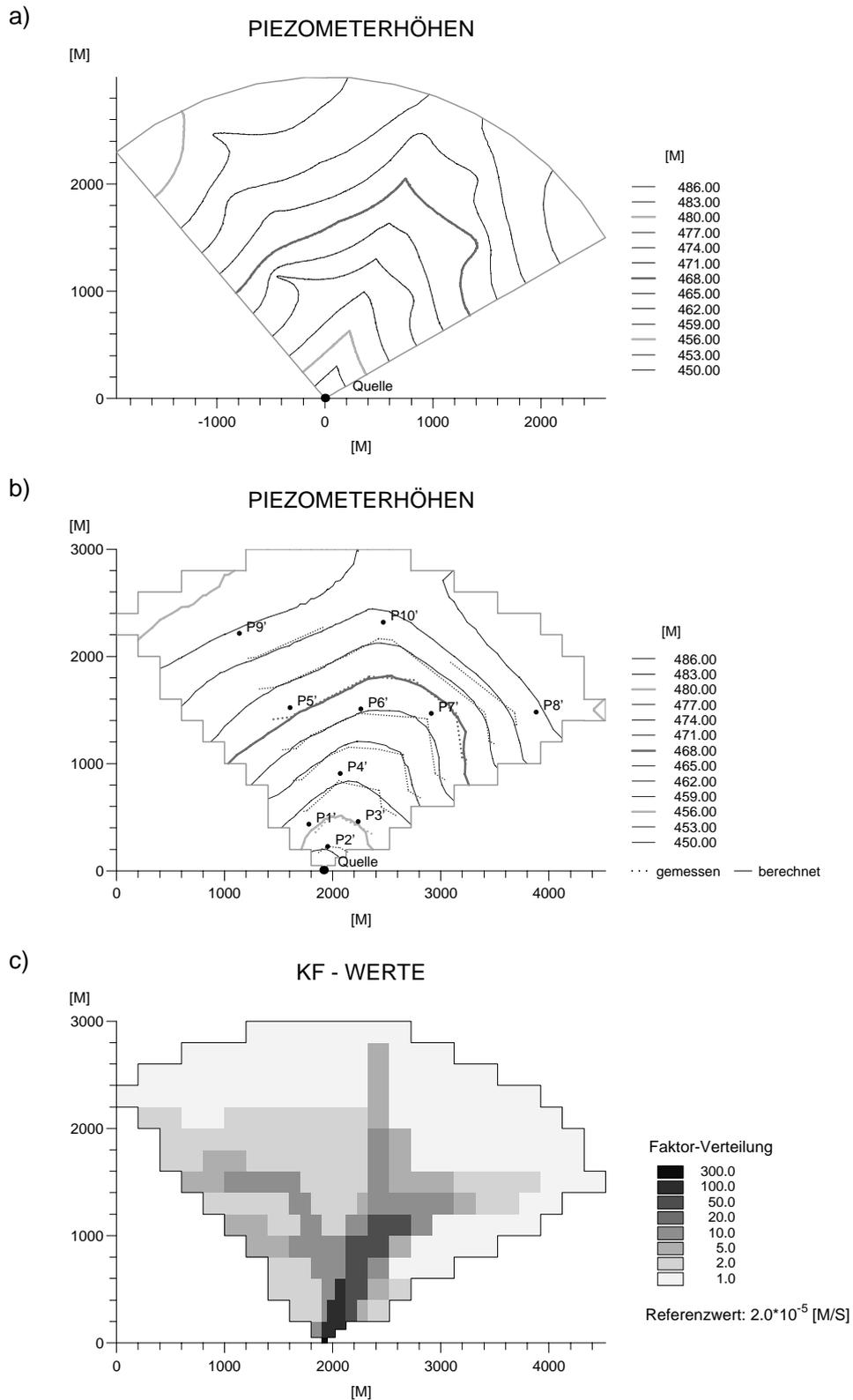
Das neue äquivalente Einfach-Kontinuum-Modell wurde wieder über die Anpassung der Piezometerhöhen an einen Isolinenplan ermittelt, der sich aus der Interpolation der Piezometerhöhen an den neuen Meßstellen ergibt (Abb. 4.22b). Über diese Anpassung erhält man eine neue Verteilung der hydraulischen



**Abbildung 4.20:** Diskretisierung des Modellgebietes zusammen mit der Lage der neu gewählten Meßstellen,  $P1' - P10'$ , an denen die Piezometerhöhen bestimmt wurden



**Abbildung 4.21:** Ganglinien der Piezometerhöhen an den neu gewählten Meßstellen, dendritisches Röhrennetz, Modell 1



**Abbildung 4.22:** a) Verteilung der Piezometerhöhen des diskreten Modells mit dendritischem Röhrennetz; b) Isolinienplan aus den an den neuen Meßstellen im diskreten Modell "gemessenen" Piezometerhöhen und Verteilung der Piezometerhöhen des kalibrierten Einfach-Kontinuum-Modells; c) Verteilung der hydraulischen Durchlässigkeitsbeiwerte des kalibrierten Einfach-Kontinuum-Modells, Referenzwert und Verteilung der Faktoren

Durchlässigkeiten (Abb. 4.22c).

Die an den Meßstellen "gemessenen" und die mit dem kalibrierten Einfach-Kontinuum-Modell in der entsprechenden Modellzelle berechneten Piezometerhöhen sind in Tabelle 4.13 zusammengestellt. Es läßt sich eine mittlere Abweichung  $\sigma = 0.55 m$  ermitteln (Gleichung 4.3). Diese mittlere Abweichung ist geringer als diejenige, die für das mit den ursprünglichen Meßstellen kalibrierte Einfach-Kontinuum-Modell ermittelt wurde. Jedoch ist sie immer noch größer als die an die interpolierten Isolinien angepaßten Piezometerhöhen vermuten lassen. Dieses läßt sich wieder mit der Lage der Meßstellen in der jeweiligen Modellzelle erklären.

Meßst.	"gemessen"	berechnet	Abweich.
P1'	457.7 m	457.9 m	+0.2 m
P2'	453.0 m	454.1 m	+1.1 m
P3'	456.4 m	456.7 m	+0.3 m
P4'	459.6 m	459.6 m	$\pm 0.0 m$
P5'	468.9 m	468.5 m	-0.4 m
P6'	465.4 m	465.3 m	-0.1 m
P7'	465.5 m	465.6 m	+0.1 m
P8'	476.2 m	475.9 m	-0.3 m
P9'	476.4 m	477.5 m	+1.1 m
P10'	472.3 m	472.8 m	+0.5 m

**Tabelle 4.13:** Vergleich der im diskreten Modell "gemessenen" und der mit dem kalibrierten Einfach-Kontinuum-Modell berechneten Piezometerhöhen

Die ermittelte Verteilung der hydraulischen Durchlässigkeiten (Abb. 4.22c) ist der mit den ursprünglichen Meßstellen ermittelten (Abb. 4.16c) ähnlich. Damit ist kein wesentlicher Einfluß auf die Identifikation der Parameter zu erwarten. Bei der Kalibrierung des äquivalenten Doppel-Kontinuum-Modells wurden dieselben Referenzwerte für den Austauschkoefizienten und den Speicherkoeffizienten des Kontinuums b ermittelt (Tab. 4.5). Die Verteilungen dieser Parameter waren, wie im letzten Abschnitt beschrieben, festgelegt. Die Quellschüttung und die Piezometerhöhen an den neuen Meßstellen des neuen kalibrier-

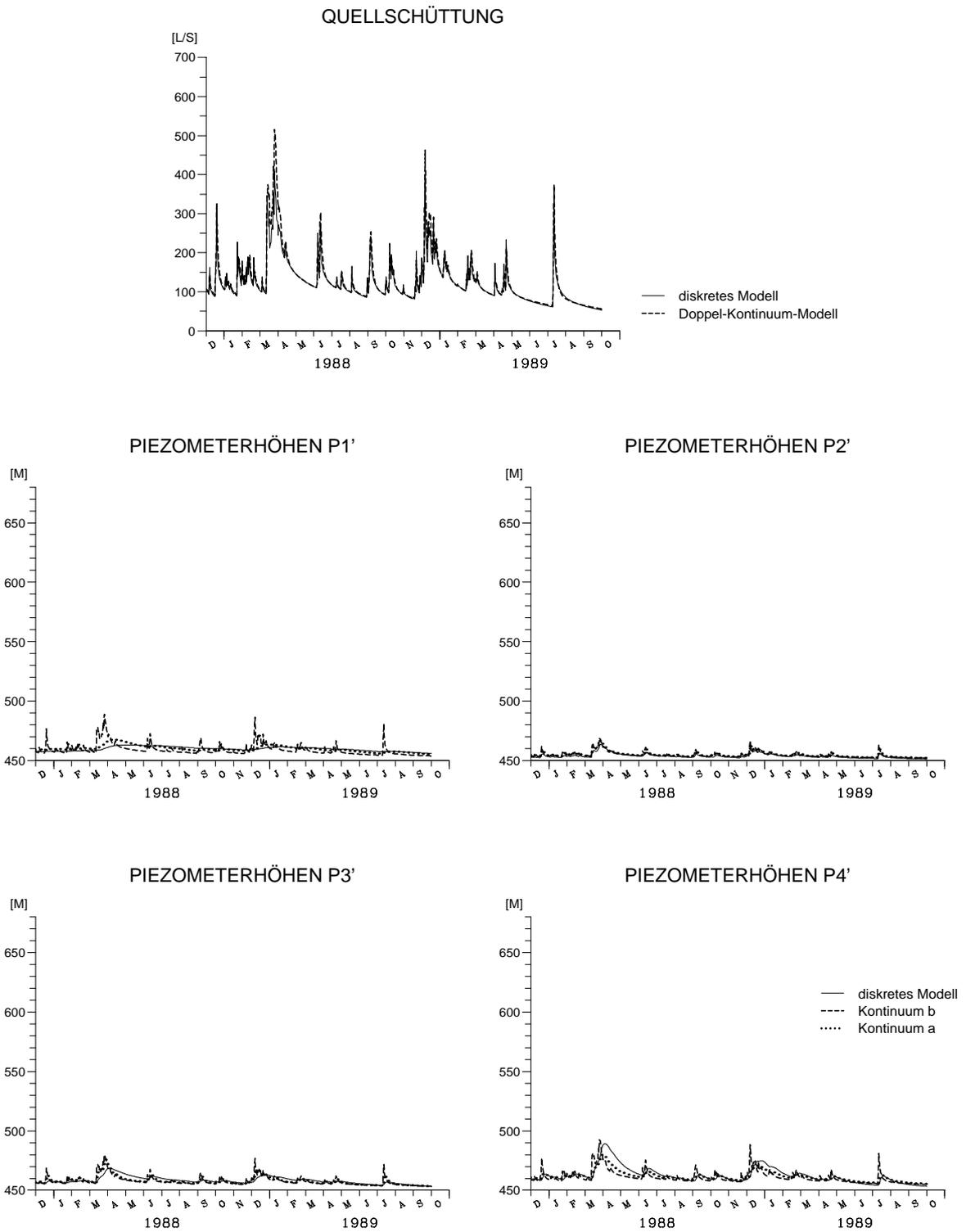
ten Doppel-Kontinuum-Modells sind in Abbildung 4.23 und 4.24 dargestellt.

Auch für dieses Modell wurden die relativen mittleren Abweichungen  $\sigma_0$  (Gleichung 4.4) der Quellschüttungen und der Piezometerhöhen der beiden Kontinua ermittelt (Tab. 4.14). Diese sind vergleichbar mit den Abweichungen, die sich für das an Hand der ursprünglichen Meßstellen kalibrierte Doppel-Kontinuum-Modell ergeben (vgl. Tab. 4.6).

Meßst.	Modell 1 neu	
	a	b
Quelle	0.051	
P1'	0.233	0.670
P2'	0.099	0.109
P3'	0.149	0.204
P4'	0.083	0.151
P5'	0.153	0.334
P6'	0.101	0.167
P7'	0.103	0.076
P8'	1.137	3.701
P9'	0.104	0.510
P10'	0.226	0.675

**Tabelle 4.14:** Zusammenstellung der relativen mittleren Abweichungen  $\sigma_0$  der Quellschüttungen und Piezometerhöhen an den neuen Meßstellen für die instationäre Modellrechnung und das neue kalibrierte Doppel-Kontinuum-Modell

Die Lage der Meßstellen bezüglich des Röhrennetzes (diskretes Modell) und der Modellzellen mit hohen hydraulischen Durchlässigkeitsbeiwerten (Doppel-Kontinuum-Modell) bestimmen auch hier wieder die Charakteristik der Ganglinien der Piezometerhöhen (Abb. 4.25). Dabei sind, wie oben beschrieben, die Verteilungen des Austausch- und des Speicherkoeffizienten des Kontinuums b mit der Verteilung der hydraulischen Durchlässigkeit durch das Vorgehen bei der Kalibrierung über die Verteilung der Faktoren korreliert. Dadurch daß sich die neuen Meßstellen, P1' – P10', gegenüber den ursprünglichen, P1 – P10, diesbezüglich unterscheiden, sind auch die Anpassungen der Piezometerhöhen unterschiedlich. Auf Grund einer ähnlichen



**Abbildung 4.23:** Quellschüttung und Piezometerhöhen an den neuen Meßstellen P1' – P4' des diskreten und des kalibrierten Doppel-Kontinuum-Modells; dendritisches Röhrennetz, Modell 1

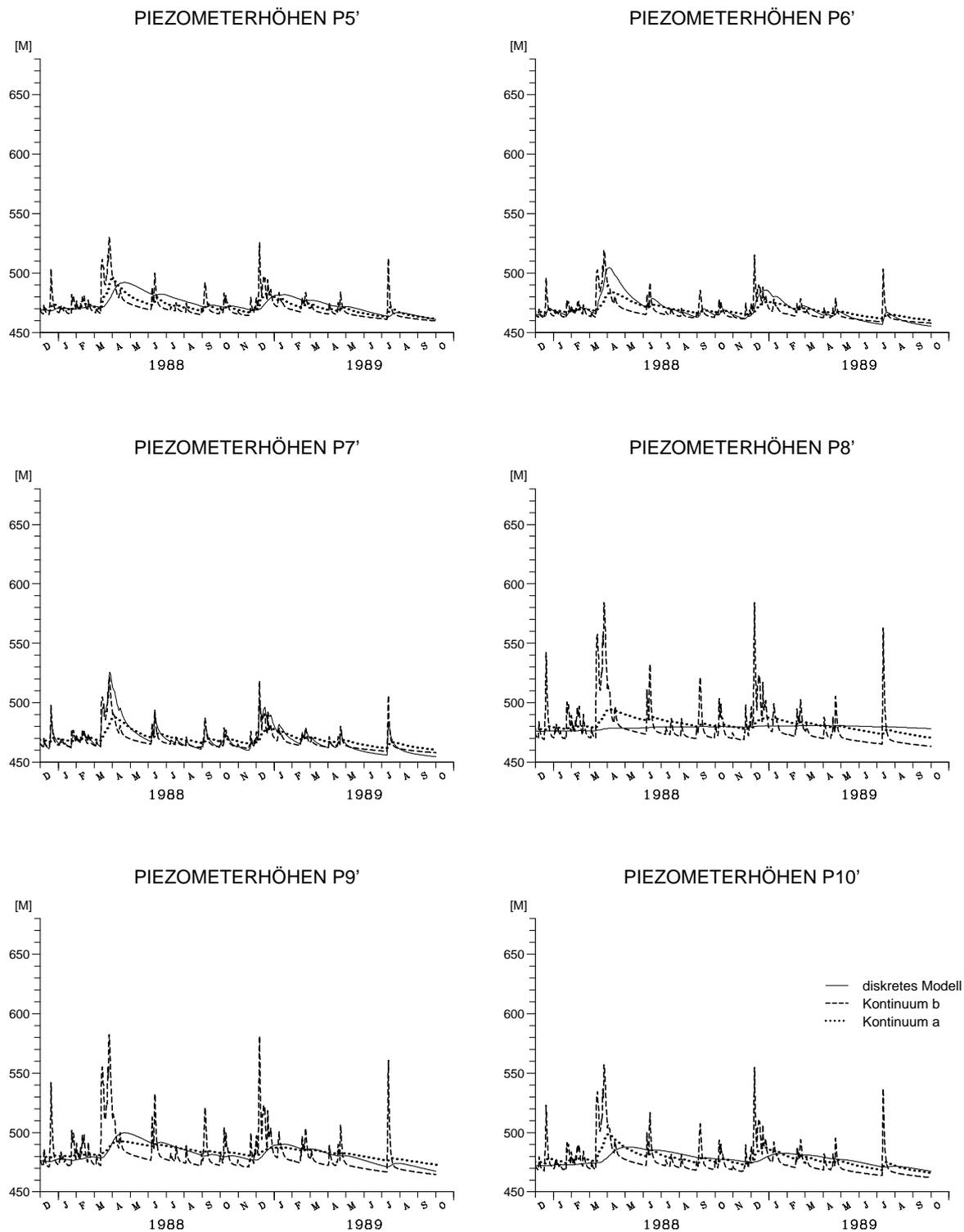
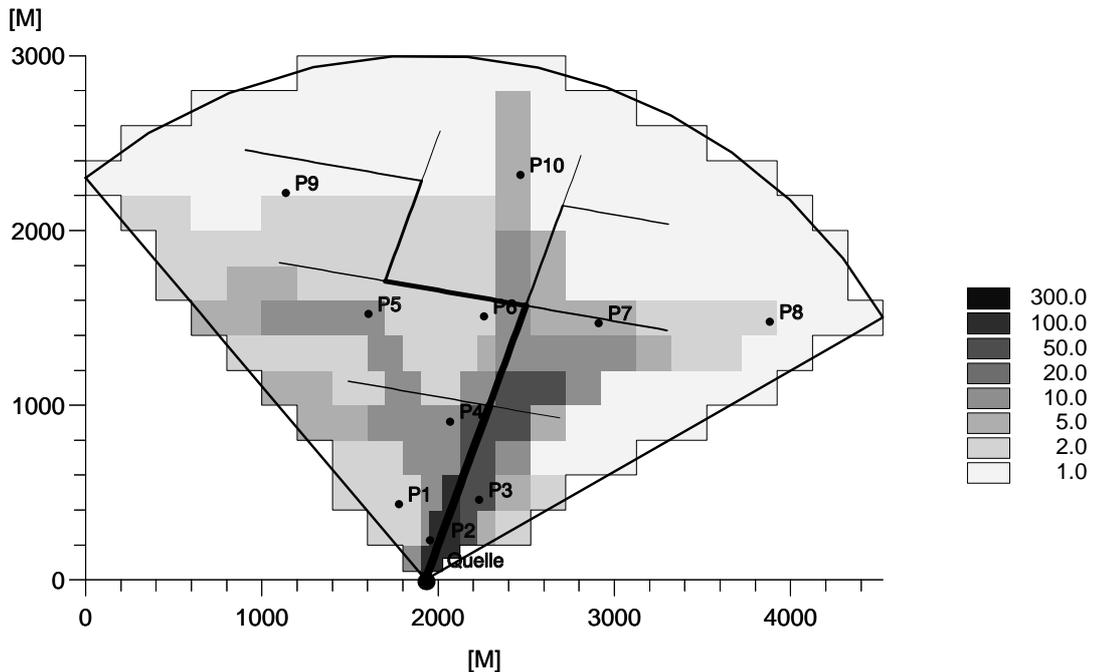


Abbildung 4.24: Piezometerhöhen an den neuen Meßstellen P5' – P10' des diskreten und des kalibrierten Doppel-Kontinuum-Modells; dendritisches Röhrennetz, Modell 1

## RÖHRENNETZ UND VERTEILUNG DER FAKTOREN



**Abbildung 4.25:** Lage der neuen Meßstellen bezüglich des Röhrennetzes und der kalibrierten Verteilung der Faktoren

Lage sind diese Unterschiede an den neuen Meßstellen P1', P2' und P8' gegenüber den ursprünglichen Meßstellen P1, P2 und P10 gering. An den übrigen Meßstellen unterscheidet sich entweder die Charakteristik der Piezometerhöhe im diskreten Modell wegen der unterschiedlichen Lage bezüglich des Röhrennetzes oder die Piezometerhöhe eines anderen Kontinuums paßt wegen der geänderten Lage bezüglich der Verteilung der Faktoren die "gemessene" besser an.

Aus der für dieses Doppel-Kontinuum-Modell ermittelten Verteilung der hydraulischen Durchlässigkeitsbeiwerte können wiederum Breiten  $L'$  von Kontinuumblocken bestimmt werden, die durch einen mit den Röhren vergleichbaren Durchfluß definiert sind. Diese werden ebenfalls mit Hilfe der Beziehung (4.6) ermittelt. In Tabelle 4.15 sind diese Breiten, wie sich für die Verteilung des alten (vgl. Abb. 4.19) und des neuen Doppel-Kontinuum-Modells (vgl. Abb. 4.25) ergeben, zusammengestellt.

Diese Breiten  $L'$  für das neue Modell lassen sich in derselben Weise interpretieren wie für das alte (vgl. Kapitel 4.2.3). Durch sie wird entweder die Breite der Modellzellen mit hohen Durchlässigkeitsbeiwerten oder der Bereich mit erhöhter Durchlässigkeit oder das Einzugsgebiet einer einzelnen Röhre beschrieben. Da jedoch die räumliche Verteilung der Faktoren des neuen Modells sich von der des alten unterscheidet, erhält man eine andere Zuordnung der einzelnen Röhrendurchmesser zu den Werten der Faktoren.

Die Breiten  $L^*$ , die aus dem Austauschkoefizient bestimmt werden (Gleichung 4.8) und den Abstand zu einer Randbedingung definieren, sind für das neue und das alte Modell dieselben, da die Faktoren und der Referenzwert identisch sind. Auch die Interpretation, der über die Kalibrierung bestimmten Breiten  $L^*$  sind dieselben. Nur für die kleinen Werte der Faktoren können in den Randbereichen des Modells diese Breiten sinnvoll als Abstand der Röhren zum Modellrand identifiziert werden.

Modell	Ref.-Wert [m/s]	hydraulische Durchlässigkeiten							
		300	100	50	Faktoren				
					20	10	5	2	1
alt	$1.9 \cdot 10^{-5}$	d <sub>0</sub> : 45 m	d <sub>0</sub> : 130 m	d <sub>1</sub> : 190 m d <sub>2</sub> : 100 m	d <sub>3</sub> : 150 m d <sub>4</sub> : 115 m d <sub>5</sub> : 90 m	d <sub>3</sub> : 300 m d <sub>4</sub> : 230 m d <sub>6</sub> : 130 m	d <sub>5</sub> : 360 m d <sub>6</sub> : 260 m d <sub>8</sub> : 130 m	d <sub>7</sub> : 500 m d <sub>8</sub> : 320 m	d <sub>5</sub> : 1800 m
neu	$1.9 \cdot 10^{-5}$	d <sub>0</sub> : 45 m	d <sub>0</sub> : 130 m	d <sub>0</sub> : 260 m d <sub>1</sub> : 190 m		d <sub>1</sub> : 940 m d <sub>4</sub> : 230 m d <sub>5</sub> : 190 m d <sub>6</sub> : 130 m	d <sub>4</sub> : 460 m d <sub>5</sub> : 360 m d <sub>6</sub> : 260 m d <sub>8</sub> : 130 m	d <sub>3</sub> : 1520 m d <sub>5</sub> : 930 m	d <sub>5</sub> : 2200 m d <sub>6</sub> : 1300 m d <sub>8</sub> : 640 m

**Tabelle 4.15:** Breiten der Kontinuumblocke  $L'$ , wie sie sich für unterschiedliche Röhrendurchmesser aus den Verteilungen der hydraulischen Durchlässigkeitsbeiwerte des alten und des neuen Doppel-Kontinuum-Modells ergeben

Da auch für den Speicherkoeffizienten im neuen Modell identische Faktoren und ein identischer Referenzwert wie im alten Modell be-

stimmt wurden, ist der Bereich  $\bar{L} = 13 \text{ m}$  ebenfalls identisch. Auch dieser ist damit zu klein, was in der starken Korrelation mit dem Austauschkoefizient begründet liegt (Gleichung 4.9), der einen vor allem für die großen Werte der Faktoren eine zu kleine Breite  $L^*$  liefert.

Durch diese Untersuchung konnte somit gezeigt werden, daß sich die Lage der Meßstellen im Modellgebiet nicht wesentlich auf die Identifikation der Parameter eines kalibrierten, äquivalenten Doppel-Kontinuum-Modells auswirkt. Das bedeutet andererseits, daß sich die geometrischen und hydraulischen Eigenschaften eines realen Einzugsgebietes durch eine ausreichende Anzahl von Meßstellen unabhängig von deren Lage charakterisieren läßt.

# Kapitel 5

## Diskussion der Ergebnisse

### 5.1 Einzelkluftsystem

Zur Identifikation der Parameter eines Doppel-Kontinuum-Modells wurden mehrere diskrete Modelle unterschiedlicher Komplexität erstellt. Zuerst wurde in Kapitel 3 ein stark vereinfachtes Quelleinzugsgebiet betrachtet. Es besteht aus einem Kluftkontinuum, das von einer einzigen Großkluft drainiert wird. An diesem Einzelkluftsystem wurde die Reaktion auf ein Einzelereignis der Grundwasserneubildung untersucht. Sowohl in dem Kluftkontinuum als auch in der Einzelkluft wurde die Grundwasserströmung mit dem Darcy'schen Fließgesetz beschrieben (Gleichung 2.1). Mit einigen, vereinfachenden Annahmen kann dieses Einzelkluftsystem durch eine analytische Lösung der Differentialgleichungen beschrieben werden (Abb. 3.3).

Für dieses System wurden mehrere numerische Modelle mit unterschiedlichen geometrischen und hydraulischen Parametern erstellt. Zu jedem dieser diskreten Modelle wurde über eine Kalibrierung ein äquivalentes Doppel-Kontinuum-Modell bestimmt. Mit denselben Annahmen wie für das diskrete System kann auch für das äquivalente Doppel-Kontinuum-System eine analytische Lösung der Differentialgleichungen gefunden werden (Abb. 3.7). Die beiden analytischen Lösungen besitzen eine sehr ähnliche Struktur und können mit gewissen Einschränkungen verglichen werden (Kapitel 3.3.2).

Mit der Vorstellung, daß die tektonischen Klüfte in einem Karstsystem durch einen Kontinuumansatz beschrieben werden, konn-

ten identische hydraulische Parameter für das Kluftkontinuum des diskreten Einzelkluftsystems und das Kontinuum a des Doppel-Kontinuum-Systems angenommen werden. Die hydraulischen Parameter des Kontinuums b des Doppel-Kontinuum-Systems, das die Einzelkluft repräsentiert, blieben zu identifizieren. Ebenso wurde die Bedeutung des Austauschkoefizienten, der die Wechselwirkung zwischen dem Kluftkontinuum und der Einzelkluft beschreibt, über eine Identifikation bestimmt. Diese Identifikationen konnten sowohl über den Vergleich der analytischen Lösungen als auch über die Kalibrierung der Doppel-Kontinuum-Modelle an den diskreten Modellen mit den unterschiedlichen Parametern durchgeführt werden.

Für das Kontinuum b wurden die hydraulischen Parameter Transmissivität und Speicherkoeffizient identifiziert. Die Transmissivität konnte mit Hilfe der Kalibrierungen durch einen Vergleich der Durchflüsse in der Einzelkluft und im Kontinuum b bestimmt werden (Gleichung 3.16). Denselben Zusammenhang (Gleichung 3.21) ergab der Vergleich der analytischen Lösungen für den stationären Fall.

Der Speicherkoeffizient des Kontinuums b konnte über die Kalibrierungen als ein Teil des Hohlraumvolumens des Kontinuumblocks identifiziert werden. Aus der Betrachtung der Ganglinien im Kontinuumblock in unterschiedlichen Abständen von der Einzelkluft konnte ein Bereich des Kontinuumblocks ermittelt werden, der dasselbe hydraulische Verhalten wie die Einzelkluft zeigt (Abb. 3.11).

Dieser Bereich wird in dem betrachteten, diskreten Einzelluftsystem durch den Speicherkoeffizient des Kontinuums  $b$  charakterisiert. Aus dem Vergleich der analytischen Lösungen läßt sich dieser Speicherkoeffizient nur mit Hilfe von Abschätzungen ermitteln (Gleichung 3.24). Die abgeschätzten Werte liegen in derselben Größenordnung wie die über die Kalibrierung ermittelten Werte (Tab. 3.5). Auf beide Arten wird ein Speicherkoeffizient bestimmt der weit größer ist als das Hohlraumvolumen der Einzelkluft. Der Speicherkoeffizient des Kontinuums  $a$  ergibt sich dann aus der Aufteilung des gesamten Hohlraumvolumens des Einzelluftsystems auf die beiden Kontinua.

Der sich aus der Kalibrierung ergebende Austauschkoefizient stimmt mit dem nicht überein, der nach der von Barenblatt et al. (1960) sowie Warren und Root (1963) angegebenen Beziehung errechnet werden kann (Gleichung 3.17). Er liegt zwar in derselben Größenordnung, ist jedoch systematisch größer. Eine Übereinstimmung dieser Parameter kann nicht angenommen werden, da der durch die Sensitivität bei der Kalibrierung vorgegebene Variationsbereich kleiner ist, als die beobachtete Abweichung. Diese Abweichung liegt in der Tatsache begründet, daß Barenblatt et al. (1960) sowie auch Warren und Root (1963) ein System betrachtet haben, bei dem ein Kontinuum von einem regelmäßigen Großkluftnetz in Blöcke unterteilt wird. Dieses System besitzt im Gegensatz zu dem hier betrachteten System andere innere Randbedingungen. Somit kann nicht erwartet werden, daß die Austauschkoefizienten vergleichbar sind. Durch den Vergleich der analytischen Lösungen kann der Austauschkoefizient ebenfalls nur abgeschätzt werden (Gleichung 3.23). Die abgeschätzten Werte liegen in derselben Größenordnung wie die über die Kalibrierung ermittelten und auch innerhalb des durch die Sensitivität vorgegebenen Variationsbereichs.

Daß sich die beiden hydraulischen Parameter Speicherkoeffizient und Austauschkoefizient über die analytischen Lösungen nicht eindeu-

tig bestimmen lassen, erklärt auch die bei der Kalibrierung auftretenden Abweichungen der Ganglinien der Quellschüttungen und Piezometerhöhen der beiden Systeme (vgl. Abb. 3.9 und 3.10). Diese Abweichungen werden größer, wenn der Anteil der Grundwasserneubildung in den Kontinuumblock zunimmt. Dieser Effekt wird auch durch den Vergleich der entsprechenden Terme im instationären Anteil der analytischen Lösungen bestätigt (Anhang A.3).

Sowohl durch den Vergleich der analytischen Lösungen als auch über die Kalibrierung zeigt sich, daß die jeweiligen Doppel-Kontinuum-Modelle nicht vollständig äquivalent zu den diskreten Modellen sind. Dieses Ergebnis ist nicht überraschend, da nicht davon ausgegangen werden kann, daß die hydraulischen Eigenschaften einer Einzelkluft vollständig durch einen Kontinuumansatz äquivalent beschrieben werden können. Andererseits ist es möglich die diskreten Einzelluftsysteme, für die die Parameter variiert wurden (vgl. Tab. 3.1), jeweils näherungsweise durch ein kalibriertes Doppel-Kontinuum-Modell zu beschreiben. Die über die Kalibrierung ermittelten hydraulischen Parameter lassen sich zu den geometrischen und hydraulischen Parametern des diskreten Modells zumindest mit Einschränkungen in Beziehung setzen. Sie können in jedem Fall in ihrer Größenordnung aus den entsprechenden Parametern des diskreten Modells abgeleitet werden.

Ferner zeigt sich bei der Betrachtung der Ganglinien der Piezometerhöhen im Kontinuumblock (Abb. 3.11), daß sich die Piezometerhöhe des Kontinuums  $a$  nicht lokalisieren läßt. Sie stellt, wie durch den Ansatz vorgegeben, eine gemittelte Größe dar und kann zu keiner im Kontinuumblock bestimmten Piezometerhöhe in Beziehung gesetzt werden. Aus praktischer Sicht ist es somit schwierig, die Piezometerhöhe des Kontinuums  $a$  eines kalibrierten Doppel-Kontinuum-Modells mit einer im Kluftkontinuum gemessenen zu vergleichen.

## 5.2 Realitätsnahes Modell-Karstsystem

In einem weiteren Schritt wurde ein realitätsnahes, synthetisches Quelleinzugsgebiet betrachtet (Kapitel 4). Dieses Quelleinzugsgebiet wurde von zwei qualitativ unterschiedlichen Röhrennetzen drainiert, einem vollständig vermaschten und einem dendritischen. Für die Modelle mit den beiden Röhrennetzen wurden in derselben Weise die hydraulischen Parameter variiert und über eine Kalibrierung jeweils ein äquivalentes Doppel-Kontinuum-Modell ermittelt. Die Art und Weise, auf die die Kalibrierung an diesem System durchgeführt wurde, läßt sich auch auf reale Karstsysteme anwenden.

Dieses synthetische Quelleinzugsgebiet wurde tiefenintegriert betrachtet. Dies ist gerechtfertigt, da zum einen das betrachtete Quelleinzugsgebiet eine Mächtigkeit von 40 m besitzt, die verglichen mit der lateralen Ausdehnung von 3 km klein ist. Zum anderen bietet das verwendete Programmsystem ROCKFLOW-SM (Wollrath et al., 1991) auf Grund der Art und Weise der Kopplung der Elemente die Möglichkeit, daß eindimensionale Röhrenelemente überströmt werden können. Somit können auch dreidimensionale Effekte simuliert werden.

Eine Einschränkung für die Modellierung des Quelleinzugsgebietes ist programmtechnisch bedingt, da das Programmsystem ROCKFLOW-SM (Wollrath et al., 1991) keine Grundwasserströmung mit freiem Wasserspiegel berechnen kann. Die durch einen freien Wasserspiegel auftretende Abhängigkeit der Transmissivität von der Piezometerhöhe führt zu einer nichtlinearen Differentialgleichung. Im Rahmen dieser Arbeit konnte der Einfluß dieser Nichtlinearität nicht untersucht werden. Dies hätte eine aufwendige Weiterentwicklung des Programmsystems ROCKFLOW-SM (Wollrath et al., 1991) bedeutet, da davon ausgegangen werden mußte, daß sich diese Nichtlinearität und diejenige, die in dem Fließgesetz für turbulente Rohr-

strömung (Gleichung 2.4) enthalten ist, bzgl. der Anforderungen an die Numerik gegenseitig beeinflusst hätten. Da jedoch sowohl die Grundwasserströmung in den diskreten Modellen als auch in den Doppel-Kontinuum-Modellen mit einer konstanten Transmissivität berechnet wurde, wurde in dieser Arbeit davon ausgegangen, daß die Vernachlässigung dieser Nichtlinearität keinen Einfluß auf die Identifizierung der hydraulischen Parameter der kalibrierten Doppel-Kontinuum-Modelle hat.

Die Modelle mit den unterschiedlichen Röhrennetzen zeigen ein unterschiedliches hydraulisches Verhalten, das in beiden Fällen für Karstsysteme typisch ist. Die Modelle mit dem vermaschten Röhrennetz reagieren gedämpfter auf Neubildungsereignisse, da die Wechselwirkung zwischen dem Kluftkontinuum und den Röhren effektiver ist. Außerdem wird durch das längere Röhrennetz der Anteil der Grundwasserneubildung, der direkt in das Röhrennetz eingegeben wird, gleichmäßiger auf das gesamte Quelleinzugsgebiet verteilt.

Um den Realitätsbezug der durchgeführten Untersuchungen zu gewährleisten, wurden im Modellgebiet fiktive Grundwasser-Meßstellen festgelegt, ohne daß Informationen über das jeweilige Röhrennetz berücksichtigt wurden. Bei der Festlegung der Lage dieser Meßstellen hat es sich gezeigt, daß diese oft zufällig in der Nähe einer Röhre liegen. Diese unbeabsichtigte Korrelation zwischen der Lage der Röhren und der Meßstellen entsteht dadurch, daß die Lage der Röhren so angenommen wird, daß das Modellgebiet möglichst effektiv drainiert wird. Andererseits wird die Lage der Meßstellen so gewählt, daß das Gebiet möglichst gut erkundet wird. Um diese beiden Ziele zu erreichen, werden im Modellgebiet dieselben Positionen bevorzugt ausgewählt. Überträgt man dies auf ein reales Karstsystem mit einfachem Drainagesystem, kann davon ausgegangen werden, daß sich die Lage gut ausgewählter Meßstellen in der Nähe des Drainagesystems befindet.

Die Kalibrierung der jeweiligen Doppel-Kontinuum-Modelle erfolgte in zwei Schritten. Als erstes wurden für mittlere hydrologische Verhältnisse, stationärer Fall, über die Kalibrierung eines Einfach-Kontinuum-Modells für das jeweilige diskrete Modell die hydraulisch relevanten Bereiche identifiziert. Aus dieser Kalibrierung erhielt man eine Verteilung der hydraulischen Durchlässigkeitsbeiwerte. Diese Verteilung diente in einem zweiten Schritt als Grundlage für die Kalibrierungen der Doppel-Kontinuum-Modelle unter instationären Bedingungen.

Da sowohl das Kluftkontinuum des diskreten Systems als auch das Kontinuum a des Doppel-Kontinuum-Systems das System des tektonischen Kluftnetzes in derselben Weise durch einen Kontinuumansatz beschreibt, können die Parameter des Kluftkontinuums für das Kontinuum a übernommen werden. Dagegen sind die Parameter des Kontinuums b und der Austauschkoefizient durch die Eigenschaften des Röhrensystems bestimmt und mußten durch die Kalibrierung ermittelt werden. Wie für das Einzelkluftsystem wird dabei das gesamte Hohlraumvolumen des diskreten Modells auf die Speicherkoeffizienten der beiden Kontinua aufgeteilt.

Die Verteilung der hydraulischen Durchlässigkeitsbeiwerte des Einfach-Kontinuum-Modells beschreibt sowohl im Falle des vermaschten als auch des dendritischen Röhrennetzes recht gut die Lage der größeren Röhren. Die Werte dieser Verteilung definieren die Breite eines Kontinuumblocks (Gleichung 4.6), der einen zu den Röhren äquivalenten Durchfluß aufweist. Die Werte dieser Breiten reichen von der Größe der Modellzellen mit erhöhten Durchlässigkeiten bis hin zur Breite der Einzugsgebiete einzelner Röhren im Falle des dendritischen Röhrennetzes.

Wie für das Einzelkluftsystem beschreibt der Speicherkoeffizient des Kontinuums b einen Bereich des eine Röhre umgebenden Kontinuumblocks, in dem die Piezometerhöhen ein ähnliches hydraulisches Verhalten zeigen wie in einer Röhre (Gleichung 4.9). Da die Größe

dieses Kontinuumblocks über eine Randbedingung und somit über den Austauschkoefizient festgelegt ist (Gleichung 4.8), korreliert dieser Speicherkoeffizient mit dem Austauschkoefizient.

Für die Modelle, die das System mit dem vermaschten Röhrennetz beschreiben, wurde bei der Kalibrierung ein homogener Austauschkoefizient bestimmt, da durch das vermaschte Röhrennetz die hydraulische Wechselwirkung zwischen Röhren und Kluftkontinuum gleichmäßig auf das gesamte Modellgebiet verteilt ist. Aus den Werten der Austauschkoefizienten wurde eine Blockgröße bestimmt, die nahezu derjenigen entspricht, die durch die Maschen des Röhrennetzes vorgegeben ist. Auf Grund der Korrelation mit dem Austauschkoefizienten wurde auch ein homogener Speicherkoeffizient angenommen. Dieser beschreibt einen Bereich der Kontinuumblöcke mit ähnlichem hydraulischen Verhalten wie die Röhren, wie er sich auch aus der Beobachtung der Piezometerhöhen an unterschiedlich weit von einer Röhre entfernten Meßstellen ergibt (vgl. Abb. 4.17 und 4.18).

Für die Modelle, die das System mit dem dendritischen Röhrennetz beschreiben, wurde der Austauschkoefizient durch dieselbe Verteilung von Faktoren wie die hydraulischen Durchlässigkeitsbeiwerte bestimmt. Dies spiegelt den Zusammenhang zwischen Kontinuumblöcken mit zu den Röhren äquivalenten Durchflüssen und den Einzugsgebieten einzelner Röhren wieder. Auf Grund der Zusammenhänge, mit dem zum einen die Größen der Kontinuumblöcke aus dem Austauschkoefizienten und zum anderen die Bereiche dieser Blöcke mit zu den Röhren vergleichbarem hydraulischen Verhalten aus dem Speicherkoeffizienten des Kontinuums b ermittelt werden, wurde die Verteilung dieses Speicherkoeffizienten durch die Verteilung der Wurzeln der Faktoren bestimmt. Diese geometrischen Größen weichen für die Bereiche der Modellgebiete stark von den geometrischen Eigenschaften des Röhrennetzes ab, für die die Bestimmung des jeweiligen Kontinuumblocks aus dem Austauschkoefizient zu ungenau war

(Tab. 4.11).

Betrachtet man die angepaßten Piezometerhöhen, zeigt sich, daß, wie aus den Ergebnissen des Einzelluftsystems erwartet, eine Zuordnung der Piezometerhöhen der diskreten Modelle zu einem der beiden Kontinua des jeweiligen Doppel-Kontinuum-Modells nur für diejenigen möglich ist, die an einer Meßstelle auf bzw. in der Nähe einer Röhre "gemessen" werden (vgl. Abb. 4.13, 4.14, 4.17, 4.18). Die schlechten Anpassungen der Ganglinien der Piezometerhöhen an den weiter von einer Röhre entfernten Meßstellen bedeuten nicht, daß das jeweilige Doppel-Kontinuum-Modell nicht zu dem entsprechenden diskreten Modell äquivalent ist, da die Piezometerhöhe des Kontinuums  $a$  nicht im Kontinuumblock lokalisiert werden kann. Diese Schwierigkeiten bei der Zuordnung treten sowohl für die Modelle mit dem vermaschten als auch für die mit dem dendritischen Röhrennetz auf.

Auf die einfache Weise, wie die äquivalenten Doppel-Kontinuum-Modelle in der vorliegenden Arbeit kalibriert wurden, konnten durch die Doppel-Kontinuum-Modelle die Quelleinzugsgebiete mit dem dendritischen Röhrennetz generell besser beschrieben werden als die mit dem vermaschten. Für beide Arten von Modellen konnten die hydraulischen Parameter der Doppel-Kontinuum-Modelle bis zu einem gewissen Grad über die geometrischen und hydraulischen Parameter der jeweiligen diskreten Modelle identifiziert werden. Durch ein anderes Vorgehen bei der Kalibrierung, indem z.B. sowohl für den Speicher- als auch den Austauschkoefizienten eine eigene Verteilung ermittelt wird, kann möglicherweise für beide Arten von

Röhrennetzen eine vergleichbare Anpassung der Doppel-Kontinuum-Modelle erzielt werden. Allerdings müßte dann geprüft werden, ob die Identifikation der hydraulischen Parameter, wie sie in dieser Arbeit erfolgte, übernommen werden kann.

In der vorliegenden Arbeit konnte gezeigt werden, daß für unterschiedliche Drainagesysteme auf eine einfachen Art und Weise eine befriedigende Kalibrierung äquivalenter Doppel-Kontinuum-Modelle möglich ist. Damit eignen sich Doppel-Kontinuum-Modelle für die praktische Anwendung zur Beschreibung der Grundwasserströmung in Karstaquiferen. Allerdings kann die Güte einer Kalibrierung nur dann an Hand der Piezometerhöhen bestimmt werden, wenn diese auf bzw. in der Nähe einer Röhre ermittelt werden. Ferner hat sich gezeigt, daß die über eine Kalibrierung ermittelten hydraulischen Parameter sehr wohl eine physikalische Bedeutung besitzen. Damit können über die in dieser Arbeit aufgezeigten Zusammenhänge die durch eine Kalibrierung ermittelten hydraulischen Parameter eines Doppel-Kontinuum-Modells einer Plausibilitätsbetrachtung unterzogen werden, indem geometrische Eigenschaften des Drainagesystems abgeschätzt werden können. Ein nächster Schritt wäre, für ein gut erkundetes reales Karstsystem, ein Doppel-Kontinuum-Modell zu erstellen. Über die ermittelten hydraulischen Parameter kann dann mit Hilfe der aufgezeigten Zusammenhänge ein Drainagesystem generiert werden. Dessen Parameter können daraufhin einer Plausibilitätsbetrachtung unterzogen und mit den aus Geländeuntersuchungen bekannten Größen des realen Systems verglichen werden.



# Literaturverzeichnis

Barenblatt, G.E., Zheltov, I.P., Kochina, I.N. (1960): "Basic concepts in the theory of the seepage of homogeneous liquids in fissured rocks", J. Appl. Math. Mech., USSR, S. 1286-1303

Bear, J. (1972): "Dynamics of fluids in porous media", Elsevier, New York, 764 S

Bear, J. (1979): "Hydraulics of Groundwater", Mc Graw-Hill, New York, 569 S

Bögli, A. (1980): "Karst hydrology and physical speleology", Springer, Berlin Heidelberg New York

Ford, D., Williams, P. (1989): "Karst geomorphology and hydrology", Unwin London, 601 S

Freeze, R.A., Cherry, J.A. (1979): "Groundwater", Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 604 S

Gale, S.J. (1984): "The hydraulics of conduit flow in carbonate aquifers", J. Hydrol., 70, S. 309-327

Geologisches Landesamt Baden-Württemberg (1991): "Hydrogeologische Kriterien für die Abgrenzung von Wasserschutzgebieten in Baden-Württemberg", Informationen Geologisches Landesamt Baden-Württemberg, 2/91, Freiburg, S. 5-21

Hagedorn, H., Simon, T. (1988): "Geologie und Landschaft des Hohenloher Landes", Jan Thorbecke Verlag, Sigmaringen, 192 S

Hartmann, J.-W. (1994): "Untersuchungen zur Durchlässigkeitsverteilung des Malmaquifers der Südlichen Frankenalb unter Anwendung hydrogeologischer, gefügekundlicher und fernerkundlicher Methoden", Dissertation, GSF-Bericht 23/94, GSF-Forschungszentrum, Oberschleißheim-Neuherberg, 122 S

Haude, W. (1955): "Zur Bestimmung der Verdunstung auf möglichst einfache Weise", Mitt. Dt. Wetterdienst Nr. 11, S. 1-24

Huyakorn, P.S., Lester, B.H., Faust, C.R. (1983): "Finite element technique for modelling groundwater flow in fractured aquifers", Water Res. Research, 19(4), S. 1019-1035

Kiraly, L. (1975): "Rapport sur l'état actuel des connaissances dans le domaine des caractères physiques des roches karstiques", in Hydrogeology of karstic terrains, A. Burger und L. Dubertret (eds), International Union of Geol. Sci, Series B, 3, S. 53-67

Kiraly, L. (1988): "Large scale 3-D groundwater flow modelling in highly heterogeneous medium", in E. Custodio et al. (eds) Groundwater Flow and Quality Modelling, Reidel Publishing Company, S. 761-775

- Landeswasserversorgung (1993): "Geschäftsbericht 1993", Zweckverband Landeswasserversorgung Stuttgart
- Lang, U., Teutsch, G., Kobus, H. (1992a): "Weißjura-Grundwasserbilanzmodell Stubersheimer Alb, Stationäre Modelleichung", Technischer Bericht, Nr. 92/19 (HG 164), Institut für Wasserbau, Universität Stuttgart
- Lang, U., Mohrlök, U., Teutsch, G., Kobus, H. (1992b): "Weißjura-Grundwasserbilanzmodell Stubersheimer Alb, Modelltechnik des 3D-Doppel-Porositäts-Programms DP-MODFLOW", Technischer Bericht, Nr. 92/29 (HG 169), Institut für Wasserbau, Universität Stuttgart
- Lang, U. (1995): "Simulation regionaler Strömungs- und Transportvorgänge in Karstaquifereen mit Hilfe des Doppelkontinuum-Ansatzes: Methodenentwicklung und Parameterstudie", Dissertation am Institut für Wasserbau, Universität Stuttgart, 179 S
- Long, J.C.S. (1983): "Investigation of equivalent porous medium permeability in networks of discontinuous fractures", Ph.D. thesis, Berkeley, 277 S
- Louis, C. (1967): "Strömungsvorgänge in klüftigen Medien und ihre Wirkung auf die Standicherheit von Bauwerken und Böschungen im Fels", Dissertation am Institut für Bodenmechanik und Felsmechanik, Universität Karlsruhe, 122 S
- Mangin, A. (1975): "Contribution a l'étude hydrodynamique des aquifères karstique", Dissertation, Univ. Dijon, Frankreich, Ann. Spéléol., 30, S. 21-124
- McDonald, M.G., Harbaugh, A.W. (1984): "A modular three-dimensional finite-difference groundwater flow model", USGS, Reston, 527 S
- Mohrlök, U., Teutsch, G., Kobus, H. (1992a): "Weißjura-Grundwasserbilanzmodell Stubersheimer Alb, Ermittlung der Grundwasserneubildung, Programmentwicklung und Parameterstudie", Technischer Bericht, Nr. 92/13 (HG 161), Institut für Wasserbau, Universität Stuttgart
- Mohrlök, U. (1992b): "Programmentwicklung und Verifizierung des Moduls zur Wiederbenetzung trockengefallener Modellzellen", in Weißjura-Grundwasserbilanzmodell Stubersheimer Alb, Modelltechnik des 3D-Doppel-Porositäts-Programms DP-MODFLOW, Technischer Bericht, Nr. 92/29 (HG 169), Institut für Wasserbau, Universität Stuttgart
- Mylroie, J.E. (ed.) (1988): "Field guide to the karst geology of San Salvador Island, Bahamas", College Center of the Finger Lakes, San Salvador Is, Bahamas
- Padilla, A., Pulido-Bosch, A., Mangin, A. (1994): "Relative importance of baseflow and quick-flow from hydrographs of karst springs", Groundwater, 32(2), S. 267-277
- Palmer, A.N. (1975): "The origin of maze caves", Bull. Nat. Speleo. Soc. Am., 37(3), S. 56-76
- Renger, M., Strebel, O., Giesel, W. (1974): "Beurteilung bodenkundlicher, kulturtechnischer und hydrologischer Fragen mit Hilfe von klimatischer Wasserbilanz und bodenphysikalischen Kennwerten; 4. Bericht: Grundwasserneubildung", Z. f. Kulturtechnik und Flurbereinigung, 15, S. 353-366
- Sauter, M. (1992): "Quantification and forecasting of regional groundwater flow and transport in a karst aquifer (Gallusquelle, Malm, SW. Germany)", Dissertation, Tübinger geowissenschaftliche Arbeiten, C13, 150 S

Strayle, G. (1970): "Karsthydrologische Untersuchungen auf der Ebinger Alb (Schwäbischer Jura)", Jh. Geol. Landesamtes Baden-Württemberg, 12, Freiburg, . 109-206

Teutsch, G. (1988): "Grundwassermodelle im Karst: Praktische Ansätze am Beispiel zweier Einzugsgebiete im Tiefen und Seichten Malmkarst der Schwäbischen Alb", Dissertation am Geologisch-Paläontologischen Institut der Universität Tübingen, 220 S

Teutsch, G., Sauter, M. (1991): "Groundwater modelling in karst terranes: scale effects, data acquisition and field validation", Proc. Third Conference on Hydrogeology, Ecology, Monitoring and Management of Ground Water in Karst Terranes, Dec. 1991, Nashville

Uhlig, S. (1959): "Wasserhaushaltsbetrachtungen nach Thornthwaite", Z. f. Acker- und Pflanzenbau, 109, S. 384-407

Villinger, E. (1972): "Seichter Karst und Tiefer Karst in der Schwäbischen Alb", Geol. Jb., C2, S. 153-188

Villinger, E., Ufrecht, W. (1989): "Ergebnisse neuer Markierungsversuche im Einzugsgebiet des Blautopfs (mittlere Schwäbische Alb)", Mitt. Verb. dt. Höhlen- und Karstforsch., 35, S. 25-38

Warren, J.E., Root, P.J. (1963): "The behaviour of naturally fractured reservoirs", Soc. Pet. Eng. J., 3, S. 245-255

Williams, P.W. (1983): "The role of the subcutaneous zone in karst hydrology", J. Hydrol., 61, S. 45-67

Wollrath, J. (1990): "Ein Strömungs- und Transportmodell für klüftiges Gestein und Untersuchungen zu homogenen Ersatzsystemen", Dissertation, Inst. f. Strömungsmechanik und Elektronisches Rechnen im Bauwesen, Universität Hannover, Bericht Nr. 28/1990, 140 S

Wollrath, J., R. Helmig (1991): "SM-2, Strömungsmodell für inkompressible Fluide, Theorie und Benutzerhandbuch", Institut für Strömungsmechanik, Universität Hannover, Techn. Bericht 1991



# Anhang A

## Ermittlung der analytischen Lösungen

### A.1 Analytische Lösung des diskreten Einzelkluftsystems

#### A.1.1 Lösung des Gleichungssystems im Laplace-Raum

Für das diskrete Einzelkluftsystem (Kapitel 3.1) ist das folgende Differentialgleichungssystem zu lösen:

$$\begin{aligned} T_k \frac{\partial^2 h_k}{\partial y^2}(y, t) &= S_k \frac{\partial h_k}{\partial t}(y, t) - N'_k(t) + q_m(y, t) \\ T_m \frac{\partial^2 h_m}{\partial x^2}(x, y, t) &= S_m \frac{\partial h_m}{\partial t}(x, y, t) - N'_m(t). \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

Dabei ist  $h_k(y, t)$  die Piezometerhöhe in der Kluftebene,  $h_m(x, y, t)$  die Piezometerhöhe im Kontinuumblock,  $N'_k(t)$  der Anteil der Grundwasserneubildung direkt in die Kluftebene,  $N'_m(t)$  der Anteil der Grundwasserneubildung in den Kontinuumblock und  $q_m(y, t)$  der spezifische Fluß zwischen Kluftebene und Kontinuumblock über den gemeinsamen Rand. Dieser Fluß  $q_m(y, t)$  ist durch den Fluß über die Randbedingung des Kontinuumblocks gegeben:

$$q_m(y, t) = -\frac{T_m}{B} \frac{\partial h_m}{\partial x}(x=0, y, t). \quad (\text{A.2})$$

Die Lösungen dieses Differentialgleichungssystems müssen die Randbedingungen

$$h_k(y=0, t) = h_0,$$

$$\frac{\partial h_k}{\partial y}(y=L_y, t) = 0,$$

$$h_m(x=0, y, t) = h_k(y, t),$$

$$\frac{\partial h_m}{\partial x}(x=L_x, y, t) = 0$$

und die Anfangsbedingungen

$$h_k(y, t=0) = h_m(x, y, t=0) = h_0 \quad (\text{A.4})$$

erfüllen. Die Grundwasserneubildung  $N'_0$  wird so auf den Kontinuumblock und die Kluftebene aufgeteilt, daß für die Volumenströme gilt:

$$\begin{aligned} Q_{ges}(t) &= Q_k(t) + Q_m(t) \\ N'_0(t) F_{ges} &= N'_k(t) F_k + N'_m(t) F_m. \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

Mit den Definitionen  $F_{ges} \simeq L_x L_y$ ,  $F_k = B L_y$  und  $F_m = L_x L_y$  erhält man die Beziehung

$$N'_0(t) = N'_k(t) \frac{B}{L_x} + N'_m(t). \quad (\text{A.6})$$

Die zeitliche Verteilung der Grundwasserneubildung wird durch

$$\begin{aligned} N'_0(t) &= N_0 \left(1 - H(t - t_0)\right) \\ &= \begin{cases} N_0, & \text{für } t \leq t_0 \\ 0, & \text{für } t > t_0 \end{cases}. \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

beschrieben, wobei  $H$  die Heaviside-Funktion ist.

Der erste Schritt zur Lösung des Differentialgleichungssystems ist die Transformation dieses Systems mit seinen Randbedingungen in den Laplace-Raum:

$$\begin{aligned} T_k \frac{\partial^2 H_k}{\partial y^2}(y, p) &= \\ S_k (H_k(y, p) p - h_0) - N_k \frac{1 - e^{-pt_0}}{p} + Q_m(y, p) \\ T_m \frac{\partial^2 H_m}{\partial x^2}(x, y, p) &= \\ S_m (H_m(x, y, p) p - h_0) - N_m \frac{1 - e^{-pt_0}}{p}. \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

$H_k(y, p)$  und  $H_m(x, y, p)$  sind die Piezometerhöhen,  $Q_m(y, p)$  der Fluß zwischen Kluftebene und Kontinuumblock und  $p$  die unabhängige Variable im Laplace-Raum. Die Randbedingungen lauten

$$\begin{aligned} H_k(y=0, p) &= \frac{h_0}{p}, \\ \frac{\partial H_k}{\partial y}(y=L_y, p) &= 0, \\ H_m(x=0, y, p) &= H_k(y, p), \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

$$\frac{\partial H_m}{\partial x}(x=L_x, y, p) = 0,$$

Die Lösung des Differentialgleichungssystems im Laplace-Raum erhält man, indem man zuerst die Differentialgleichung für die Piezometerhöhe  $H_m(x, y, p)$  des Kontinuumblocks löst. Die Piezometerhöhe  $H_m(x, y, p)$  ist dann

$$\begin{aligned} H_m(x, y, p) &= \\ H_k(y, p) \frac{\cosh(k_m(L_x - x))}{\cosh(k_m L_x)} + \\ \left( \frac{N_m}{S_m} \frac{1 - e^{-pt_0}}{p^2} + \frac{h_0}{p} \right) \\ \left( 1 - \frac{\cosh(k_m(L_x - x))}{\cosh(k_m L_x)} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

mit

$$k_m = \sqrt{\frac{S_m}{T_m} p} \quad (\text{A.11})$$

und hängt auf Grund der Randbedingung von der Piezometerhöhe  $H_k(y, p)$  ab. Mit Hilfe dieser Lösung ermittelt man den Durchfluß  $Q_m(y, p)$  und setzt den berechneten Ausdruck in die Differentialgleichung für die Piezometerhöhe  $H_k(y, p)$  der Kluftebene ein.

Die Lösung der resultierenden Differentialgleichung lautet:

$$\begin{aligned} H_k(y, p) &= \\ \frac{h_0}{p} + \frac{N_k + N_m \frac{L_x}{B} \frac{\tanh(k_m L_x)}{k_m L_x}}{S_k + S_m \frac{L_x}{B} \frac{\tanh(k_m L_x)}{k_m L_x}} \frac{1 - e^{-pt_0}}{p^2} \\ \left( 1 - \frac{\cosh(k_k(L_y - y))}{\cosh(k_k L_y)} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

mit  $k_m$  aus Gleichung (A.11) und

$$k_k = \sqrt{\frac{S_k + S_m \frac{L_x}{B} \frac{\tanh(k_m L_x)}{k_m L_x}}{T_k} p}. \quad (\text{A.13})$$

Das Differentialgleichungssystem (A.8) ist somit vollständig lösbar.

### A.1.2 Rücktransformation der analytischen Lösung aus dem Laplace-Raum

Die Rücktransformation läßt sich nur für die Piezometerhöhe  $H_k(y, p)$  im Laplace-Raum durchführen. Da diese Funktion in zu komplizierter Weise von der unabhängigen Variablen  $p$  im Laplace-Raum abhängt, muß für die Rücktransformation bzgl. der komplexen Variablen  $p$  integriert werden. Diese Integration wird mit Hilfe des Residuen-Satzes durchgeführt. Damit ist die Piezometerhöhe

$$\begin{aligned} h_k(y, t) &= \\ &= \frac{1}{2\pi i} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} e^{pt} H_k(y, p) dp \\ &= \sum_{n=1}^N \frac{1}{m-1!} \lim_{p \rightarrow p_n} \frac{d^{m-1}}{dp^{m-1}} \left[ (p-p_n)^m e^{pt} H_k(y, p) \right]. \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

Der erste Schritt nun ist die Ermittlung aller Polstellen  $p_n$  der Funktion  $H_k(y, p)$ . Diese besitzt dreierlei Polstellen:

- (i)  $p = 0$ ,
- (ii)  $S_k + S_m \frac{L_x}{B} \frac{\tanh(k_m L_x)}{k_m L_x} = 0$ ,
- (iii)  $\cosh(k_k L_y) = 0$ .

Die erste Art Polstelle (i) führt zur stationären Lösung

$$h_k(y) = h_0 + \frac{N_k + N_m \frac{L_x}{B}}{T_k} \left( L_y y - \frac{1}{2} y^2 \right). \quad (\text{A.15})$$

Für die Polstellen (ii) wird auch die Größe  $k_k = 0$  und man kann zeigen, daß diese Polstellen deswegen keinen Beitrag liefern.

Da die Funktion  $\cosh$  im Reellen keine Nullstellen besitzt, sind die Polstellen (iii) durch die Gleichung

$$\cos(i k_k L_y) = 0 \quad (\text{A.16})$$

bestimmt. Diese Gleichung ist erfüllt, wenn

$$i k_k L_y = \left( n + \frac{1}{2} \right) \pi \quad (\text{A.17})$$

bzw.

$$\frac{S_k}{T_k} L_y^2 \left( p + p \frac{S_m}{S_k} \frac{L_x}{B} \frac{\tanh(k_m L_x)}{k_m L_x} \right) = - \left( n + \frac{1}{2} \right)^2 \pi^2, \quad (\text{A.18})$$

wobei  $k_m$  auch von  $p$  abhängt. Die Polstellen (iii) sind die Lösung dieser Gleichung. Mit der Variablentransformation

$$p' = -p \frac{S_m}{T_m} L_x^2, \quad (\text{A.19})$$

der Definition

$$\eta' = \left( n + \frac{1}{2} \right)^2 \pi^2 \frac{T_k}{L_y^2} \quad (\text{A.20})$$

und durch Umformung erhält man die Gleichung

$$\frac{\eta'}{T_m} B L_x = p' \frac{S_k}{S_m} \frac{B}{L_x} + \sqrt{p'} \tan \sqrt{p'}. \quad (\text{A.21})$$

Diese nichtlineare Gleichung läßt sich nur noch näherungsweise lösen. Zur Vereinfachung wird angenommen, daß der Term

$$p' \frac{S_k}{S_m} \frac{B}{L_x} \simeq 0 \quad (\text{A.22})$$

ist, was näherungsweise erfüllt ist, wenn  $L_x \gg B$  ist. Nach Einführen der Größe

$$a_n = \frac{T_m}{\eta' B L_x} \quad (\text{A.23})$$

sind die Polstellen (iii) durch die Gleichung

$$\frac{1}{a_n} \frac{1}{\sqrt{p'}} = \tan \sqrt{p'} \quad (\text{A.24})$$

bestimmt. Diese Gleichung kann graphisch, mit Hilfe von Iterationsverfahren oder einer Näherungsformel gelöst werden. Um die Abhängigkeiten der Piezometerhöhe  $h_k(y, t)$  von den einzelnen Parametern zu bestimmen, ist an dieser Stelle weder eine graphische noch eine Lösung mit Hilfe von Iterationsverfahren sinnvoll. Die Gleichung (A.24) muß mit einer Näherung gelöst werden. Die Güte der Näherung kann dann entweder durch eine graphische Lösung, wie in Abbildung A.1, oder eine Lösung mit Hilfe von Iterationsverfahren geprüft werden.

Es lassen sich zwei Bereiche unterscheiden, in denen unterschiedliche Näherungen möglich sind:

$$\begin{aligned} \tan \sqrt{p'} &\simeq \frac{1}{\varepsilon}, & \text{für } \sqrt{p'} &= (l + \frac{1}{2})\pi - \varepsilon \\ \tan \sqrt{p'} &\simeq \varepsilon, & \text{für } \sqrt{p'} &= l\pi + \varepsilon \end{aligned} \quad (\text{A.25})$$

Mit diesen Näherungen erhält man  $n$  Polstellen aus der Gleichung (A.16) bzw. (A.17) und  $l$  aus der Gleichung (A.24):

$$p_{nl} = \frac{-T_m}{S_m L_x^2} \begin{cases} (l + \frac{1}{2})^2 \pi^2 \left( \frac{1}{1 + a_n} \right)^2, & \text{für } l < l_0 \\ l^2 \pi^2 \left( 1 + \frac{1}{l^2 \pi^2 a_n} - \frac{1}{l^4 \pi^4 a_n^2} \right)^2, & \text{für } l > l_0 \end{cases} \quad (\text{A.26})$$

Auf Grund der zwei unterschiedlichen Näherungen für den Term  $\tan \sqrt{p'}$  (Gleichung A.25), ergibt sich die Fallunterscheidung für die Polstellen  $p_{nl}$ . Der Parameter  $l_0$  der die Fallunterscheidung festlegt, kann durch Gleichsetzen der aus den zwei Näherungen bestimmten Größen  $\varepsilon$  abgeschätzt werden:

$$l_0 \simeq \frac{\sqrt{1 + a_n}}{a_n \pi}. \quad (\text{A.27})$$

Aus Abbildung A.1 ist ersichtlich, daß die Näherung für die Polstellen  $p_{nl}$  relativ schlecht ist, deren Index  $l$  in der Nähe des Parameters  $l_0$  liegt, dem Übergang von der einen Näherung zur anderen.

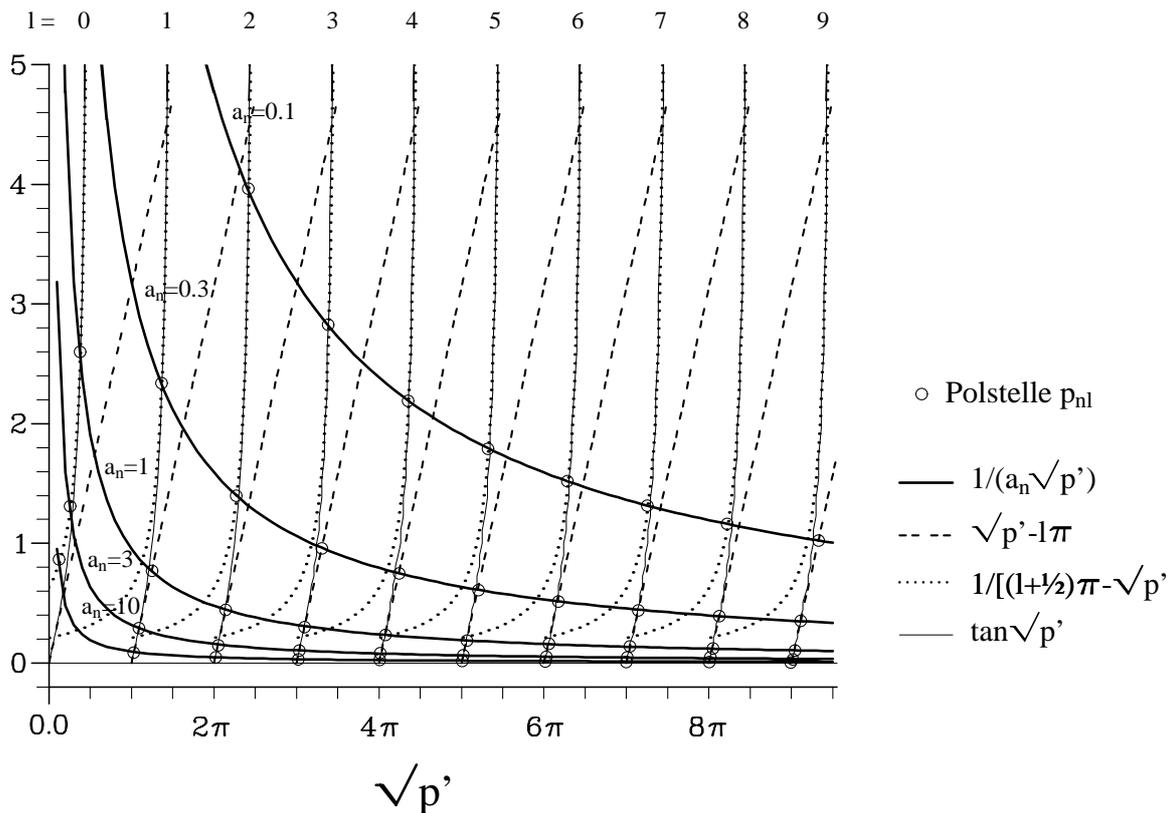


Abbildung A.1: Bestimmung der Polstellen  $p_{nl}$ , exakte Lösung und Näherungen

Als nächstes wird die jeweilige Polstelle aus der Funktion im Laplace-Raum eliminiert. Dazu muß der Term

$$(p - p_{nl}) \frac{1}{\cosh(k_k L_y)} \quad (\text{A.28})$$

berechnet werden, wobei  $k_k$  von  $p_{nl}$  abhängt. In der Nähe der Polstellen  $p_{nl}$  kann die Funktion  $\cosh(k_k L_y)$  angenähert werden durch

$$\cosh(k_k L_y) \simeq \left(n + \frac{1}{2}\right) \pi - i k_k L_y. \quad (\text{A.29})$$

Damit erhält der Term, der berechnet werden muß, die Form

$$\frac{(p - p_{nl})}{\left(n + \frac{1}{2}\right) \pi - i k_k L_y}. \quad (\text{A.30})$$

Unter den Bedingungen  $S_k \ll S_m$ ,  $B \ll L_x$  erhält man durch Rationalisieren des Nenners und Abspalten des dadurch auftretenden Vorfaktors für diesen Term näherungsweise:

$$\frac{(p - p_{nl})}{\frac{\eta'}{S_k} + p \frac{S_m L_x \tanh(k_m L_x)}{S_k B} \frac{1}{k_m L_x}} \quad (\text{A.31})$$

mit  $\eta'$  aus Gleichung (A.20).

Da der Nenner dieses Terms sich nicht in Faktoren zerlegen läßt, um die jeweilige Polstelle  $p_{nl}$  abzuspalten, muß eine weitere Näherung durchgeführt werden. An dieser Stelle reicht es nicht aus die Näherungen aus Gleichung (A.25) zu verwenden. Die Größe  $\tan \sqrt{p'}$  muß um zwei weitere Ordnungen entwickelt werden. Man erhält für  $\sqrt{p'} = (l + \frac{1}{2})\pi - \varepsilon$  ( $l < l_0$ )

$$\tan \sqrt{p'} \simeq \frac{1}{\varepsilon + \frac{1}{3}\varepsilon^3}, \quad (\text{A.32})$$

bzw. für  $\sqrt{p'} = l\pi + \varepsilon$  ( $l > l_0$ )

$$\tan \sqrt{p'} \simeq \varepsilon + \frac{1}{3}\varepsilon^3. \quad (\text{A.33})$$

Dadurch ergeben sich zwei unterschiedliche Terme nach der Gleichung (A.31). Für  $l < l_0$  erhält man

$$\frac{(p - p_{nl})}{S_k - \frac{\frac{S_m L_x}{S_k B} \sqrt{\frac{T_m}{S_m L_x}} \frac{1}{\sqrt{-p}}}{c_0 + c_1 \sqrt{-p} + c_2 p + c_3 p \sqrt{-p}}} \quad (\text{A.34})$$

mit

$$\begin{aligned} c_0 &= (l + \frac{1}{2})\pi \left[ 1 + \frac{1}{3}(l + \frac{1}{2})^2 \pi^2 \right] \\ c_1 &= - \left[ 1 + (l + \frac{1}{2})^2 \pi^2 \right] \sqrt{\frac{S_m}{T_m}} L_x \\ c_2 &= -(l + \frac{1}{2})\pi \frac{S_m}{T_m} L_x^2 \\ c_3 &= \frac{1}{3} \left[ \sqrt{\frac{S_m}{T_m}} L_x \right]^3 \end{aligned} \quad (\text{A.35})$$

und für  $l > l_0$

$$\frac{(p - p_{nl})}{c'_0 + c'_1 \sqrt{-p} + c'_2 p + c'_3 p \sqrt{-p} + c'_4 p^2} \quad (\text{A.36})$$

mit

$$\begin{aligned} c'_0 &= \frac{\eta'}{S_k} \\ c'_1 &= -\frac{S_m}{S_k} \frac{L_x}{B} l \pi \left( 1 + \frac{1}{3} l^2 \pi^2 \right) \sqrt{\frac{T_m}{S_m}} \frac{1}{L_x} \\ c'_2 &= -\frac{S_m}{S_k} \frac{L_x}{B} (1 + l^2 \pi^2) \\ c'_3 &= \frac{S_m}{S_k} \frac{L_x}{B} l \pi \sqrt{\frac{S_m}{T_m}} L_x \\ c'_4 &= \frac{1}{3} \frac{S_m}{S_k} \frac{L_x}{B} \frac{S_m}{T_m} L_x^2. \end{aligned} \quad (\text{A.37})$$

Wird für diese Terme jeweils eine Rationalisierung des Nenners durchgeführt, kann die jeweilige Polstelle  $p_{nl}$  näherungsweise durch Polynomdivision im Nenner abgespalten werden, wobei die Polstellen nach Gleichung (A.26) eingesetzt werden. Ebenfalls durch Einsetzen der Polstellen  $p_{nl}$  in die übrigen Terme der Funktion  $H_k(y, p)$  und die bei den Umformungen aufgetretenen Vorfaktoren erhält man nach Vereinfachung der Terme die Lösung der Piezometerhöhe in der Kluftebene  $h_k(y, t)$  (Abb. 3.3). Dabei wird beim Einsetzen der Polstellen in die Terme

$$\begin{aligned} N_m \frac{L_x}{B} \frac{\tanh(k_m L_x)}{k_m L_x}, \\ S_k + S_m \frac{L_x}{B} \frac{\tanh(k_m L_x)}{k_m L_x} \quad \text{und} \quad (\text{A.38}) \\ \cosh(k_k (L_y - y)) \end{aligned}$$

nicht deren Näherungslösung sondern die Bestimmungsgleichung (Gleichung A.17) verwendet.

Die analytische Lösung der Quellschüttung  $Q_k(t)$  erhält man aus der Lösung für die Piezometerhöhe in der Kluftebene  $h_k(y, t)$  über

die Beziehung

$$Q_k(t) = -T_k B \frac{\partial h_k}{\partial y}(y=0, t). \quad (\text{A.39})$$

## A.2 Analytische Lösung des Doppel-Kontinuum-Systems

### A.2.1 Lösung des Gleichungssystems im Laplace-Raum

Das zu dem Einzelkluftsystem äquivalente Doppel-Kontinuum-System (Kapitel 3.2) wird durch das Differentialgleichungssystem

$$\begin{aligned} T_b \frac{\partial^2 h_b}{\partial y^2}(y, t) &= S_b \frac{\partial h_b}{\partial t}(y, t) - N'_b(t) + \alpha (h_b - h_a) \\ 0 &= S_a \frac{\partial h_a}{\partial t}(y, t) - N'_a(t) + \alpha (h_a - h_b). \end{aligned} \quad (\text{A.40})$$

beschrieben. Dabei ist  $h_a(y, t)$  die Piezometerhöhe des Kontinuums a,  $h_b(y, t)$  die Piezometerhöhe des Kontinuums b,  $N'_a(t)$  der Anteil der Grundwasserneubildung in das Kontinuum a,  $N'_b(t)$  der Anteil der Grundwasserneubildung in das Kontinuum b und  $\pm \alpha (h_a - h_b)$  der spezifische Austausch zwischen den beiden Kontinua.

Die Lösungen dieses Differentialgleichungssystems müssen die Randbedingungen

$$\begin{aligned} h_b(y=0, t) &= h_0, \\ \frac{\partial h_b}{\partial y}(y=L_y, t) &= 0, \end{aligned} \quad (\text{A.41})$$

und die Anfangsbedingungen

$$h_a(y, t=0) = h_b(y, t=0) = h_0 \quad (\text{A.42})$$

erfüllen. Die Grundwasserneubildung erfolgt mit der zeitlichen Verteilung gemäß Gleichung (A.7) und wird auf die beiden Kontinua aufgeteilt

$$N'_0(t) = N'_b(t) + N'_a(t). \quad (\text{A.43})$$

Der erste Schritt zur Lösung dieses Differentialgleichungssystems mit den gegebenen

Randbedingungen ist wiederum die Transformation in den Laplace-Raum:

$$\begin{aligned} T_b \frac{\partial^2 H_b}{\partial y^2}(y, p) &= S_b (H_b(y, p) p - h_0) - \\ &N_b \frac{1 - e^{-pt_0}}{p} + \alpha (H_b - H_a) \\ 0 &= S_a (H_a(y, p) p - h_0) - \\ &N_a \frac{1 - e^{-pt_0}}{p} + \alpha (H_a - H_b). \end{aligned} \quad (\text{A.44})$$

$H_b(y, p)$  und  $H_a(y, p)$  sind die Piezometerhöhen und  $p$  die unabhängige Variable im Laplace-Raum. Die Randbedingungen lauten dann

$$\begin{aligned} H_b(y=0, p) &= \frac{h_0}{p}, \\ \frac{\partial H_b}{\partial y}(y=L_y, p) &= 0. \end{aligned} \quad (\text{A.45})$$

Die zweite Gleichung dieses Systems enthält keine Ableitungen mehr und kann direkt nach der transformierten Piezometerhöhe des Kontinuums a  $H_a(y, p)$  aufgelöst werden:

$$\begin{aligned} H_a(y, p) &= \\ \frac{h_0}{p} \frac{S_a \frac{p}{\alpha}}{1 + S_a \frac{p}{\alpha}} + H_b(y, p) \frac{1}{1 + S_a \frac{p}{\alpha}} + \\ \frac{N_a}{S_a} \frac{1 - e^{-pt_0}}{p^2} \frac{S_a \frac{p}{\alpha}}{1 + S_a \frac{p}{\alpha}}. \end{aligned} \quad (\text{A.46})$$

Wird dieser Ausdruck in die verbleibende Differentialgleichung eingesetzt, kann diese für die transformierte Piezometerhöhe des Kontinuums b  $H_b(y, p)$  gelöst werden. Man erhält als Lösung

$$\begin{aligned} H_b(y, p) &= \\ \frac{h_0}{p} + \frac{N_b + N_a \frac{1}{1 + S_a \frac{p}{\alpha}}}{S_b + S_a \frac{1}{1 + S_a \frac{p}{\alpha}}} \frac{1 - e^{-pt_0}}{p^2} \\ \left( 1 - \frac{\cosh(k(L_y - y))}{\cosh(k L_y)} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.47})$$

mit

$$k = \sqrt{\frac{S_b + S_a \frac{1}{1 + S_a \frac{p}{\alpha}}}{T_b}} p. \quad (\text{A.48})$$

Auch dieses Differentialgleichungssystem ist damit vollständig lösbar.

## A.2.2 Rücktransformation der analytischen Lösung aus dem Laplace-Raum

Für das Doppel-Kontinuum-System kann die Rücktransformation auch nur für die transformierte Piezometerhöhe des Kontinuums b  $H_b(y, p)$  erfolgen. Diese muß ebenfalls wegen der komplizierten Abhängigkeit von der komplexen Variablen  $p$  über eine Integration unter Verwendung des Residuensatzes (Gleichung A.14) erfolgen.

Zuerst werden wieder die Polstellen  $p_n$  bestimmt. Die Funktion  $H_b(y, p)$  besitzt ebenfalls dreierlei Polstellen:

- (i)  $p = 0$ ,
- (ii)  $S_b + S_a \frac{1}{1 + S_a \frac{p}{\alpha}} = 0$ ,
- (iii)  $\cosh(k L_y) = 0$ .

Auch hier führt die erste Art Polstelle (i) zur stationären Lösung

$$h_b(y) = h_0 + \frac{N_b + N_a}{T_b} \left( L_y y - \frac{1}{2} y^2 \right). \quad (\text{A.49})$$

Ebenso wird für die Polstellen (ii) die Größe  $k = 0$  und es kann gezeigt werden, daß diese Polstellen (ii) keinen Beitrag liefern.

Die Polstellen (iii) müssen wie im vorangegangenen Abschnitt bestimmt werden. Die Nullstellen der Funktion  $\cosh$  sind rein imaginär und die Polstellen werden durch

$$i k L_y = \left( n + \frac{1}{2} \right) \pi \quad (\text{A.50})$$

bzw.

$$\frac{S_b}{T_b} L_y^2 p \left( 1 + \frac{S_a}{S_b} \frac{1}{1 + S_a \frac{p}{\alpha}} \right) = - \left( n + \frac{1}{2} \right)^2 \pi^2 \quad (\text{A.51})$$

bestimmt. Durch Umformen dieser Gleichung erhält man eine quadratische Gleichung, die die Lösung

$$p_{n1, n2} = -\frac{1}{2} \left( \frac{\eta}{S_b} + \frac{\alpha}{S_b} + \frac{\alpha}{S_a} \right) \quad (\text{A.52})$$

$$\pm \frac{1}{2} \sqrt{\left( \frac{\eta}{S_b} + \frac{\alpha}{S_b} + \frac{\alpha}{S_a} \right)^2 - 4 \frac{\alpha}{S_a} \frac{\eta}{S_b}}$$

besitzt. Die Größe  $\eta$  ist definiert durch

$$\eta = \left(n + \frac{1}{2}\right)^2 \pi^2 \frac{T_b}{L_y^2}. \quad (\text{A.53})$$

Die Polstellen  $p_{n1,n2}$  der Funktion  $H_b(y,p)$  lassen sich somit exakt berechnen.

Die Elimination der Polstellen  $p_{n1,n2}$  aus der Funktion  $H_b(y,p)$  erfolgt ebenfalls analog zum vorangegangenen Abschnitt. Jedoch ist es hier nicht erforderlich, Näherungen durchzuführen. Der zu berechnende Term hat die Form

$$\frac{(p - p_{n1,n2})}{\left(n + \frac{1}{2}\right) \pi - i k L_y}. \quad (\text{A.54})$$

Durch Rationalisieren des Nenners und Abspalten des auftretenden Vorfaktors bleibt der Term

$$\frac{(p - p_{n1,n2})}{p + \frac{\eta}{S_b} + p \frac{S_a}{S_b} \frac{1}{1 + S_a \frac{p}{\alpha}}} \quad (\text{A.55})$$

zu berechnen. Der Nenner dieses Terms läßt sich in die zwei Faktoren zerlegen, die jeweils aus den beiden Polstellen  $p_{n1}$  und  $p_{n2}$  bestehen, so daß eine einfache Abspaltung der jeweiligen Polstelle möglich ist.

Beim Einsetzen der jeweiligen Polstelle  $p_{n1,n2}$  in die Terme

$$\begin{aligned} N_a \frac{1}{1 + S_a \frac{p}{\alpha}}, \\ S_b + S_a \frac{1}{1 + S_a \frac{p}{\alpha}} \quad \text{und} \\ \cosh(k(L_y - y)) \end{aligned} \quad (\text{A.56})$$

wird wieder die Bestimmungsgleichung (Gleichung A.51) verwendet. Auf diese Weise erhält man die in Abbildung 3.7 dargestellte Lösung für das Doppel-Kontinuum-System.

Die analytische Lösung der Quellschüttung  $Q_b(t)$  erhält man aus der Lösung für die Piezometerhöhe des Kontinuums b  $h_b(y,t)$  über die Beziehung

$$Q_b(t) = -T_b L'_x \frac{\partial h_b}{\partial y}(y=0, t), \quad (\text{A.57})$$

wobei  $L'_x$  die Breite des Kontinuums b ist.

### A.3 Abschätzungen der hydraulischen Parameter

Zur Abschätzung des Austauschkoeffizienten  $\alpha$  und des Speicherkoeffizienten des Kontinuums b  $S_b$  wird als Vereinfachung angenommen, daß in den Kontinuumblock keine Grundwasserneubildung erfolgt,  $N_m = N_a = 0$ . Aus dem Vergleich der stationären analytischen Lösungen ergibt sich zwischen den Transmissivitäten der Kluftebene  $T_k$  und des Kontinuums b  $T_b$  der Zusammenhang (Gleichung 3.16):

$$T_b = T_k \frac{B}{L_x}. \quad (\text{A.58})$$

Damit sind die zwei Parameter über den Vergleich der analytischen Lösungen der Piezometerhöhen der Kluftebene und des Kontinuums b durch die Gleichung (3.22)

$$\begin{aligned} \sum_{l=0}^{\infty} f_{nl} e^{p_{nl}t} &= \frac{p_{n1} + \frac{\alpha}{S_b} + \frac{\alpha}{S_a}}{p_{n1} - p_{n2}} e^{p_{n1}t} + \\ &\frac{p_{n2} + \frac{\alpha}{S_b} + \frac{\alpha}{S_a}}{p_{n2} - p_{n1}} e^{p_{n2}t} \end{aligned} \quad (\text{A.59})$$

bestimmt. Die Auflösung dieser Gleichung nach den einzelnen Parametern ist nur noch mit zum Teil sehr groben Näherungen möglich.

Die erste Näherung, die durchgeführt wird, betrifft die Polstellen der Lösung des Doppel-Kontinuum-Systems  $p_{n1,n2}$ . Unter der Annahme, daß  $\alpha/S_a \ll \eta/S_b$  ist, erhält man

$$\begin{aligned} p_{n1} &= -\frac{\alpha}{S_a} \frac{1}{1 + \frac{\alpha}{\eta} \left(1 + \frac{S_b}{S_a}\right)} \\ p_{n2} &= -\left(\frac{\eta}{S_b} + \frac{\alpha}{S_b} + \frac{\alpha}{S_a}\right) + \frac{\alpha}{S_a} \frac{1}{1 + \frac{\alpha}{\eta} \left(1 + \frac{S_b}{S_a}\right)}. \end{aligned} \quad (\text{A.60})$$

Als weitere grobe Vereinfachung wird vorausgesetzt, daß

$$S_a + S_b \simeq S_a \simeq S_m \quad (\text{A.61})$$

ist. Damit erhält man für die rechte Seite der

Gleichung (A.59) die Näherung:

$$\frac{\frac{\alpha}{\eta}}{1+\frac{\alpha}{\eta}} e^{-\frac{\alpha}{S_m} t \frac{1}{1+\frac{\alpha}{\eta}}} + \frac{1}{1+\frac{\alpha}{\eta}} e^{-\frac{\eta}{S_b} t \left(1 + \frac{\alpha}{\eta}\right)}. \quad (\text{A.62})$$

Auf der linken Seite, der Reihe über  $l$ , wird der erste Term ( $l = 0$ ) ausgeklammert. Die verbleibenden Terme werden in der Größe  $C_l$  zusammengefaßt. Die linke Seite erhält damit die Form:

$$\frac{2 \frac{\alpha'}{\eta}}{1 + \frac{\alpha'}{\eta}} g_{n0} e^{-\frac{\alpha'}{S_m} t \frac{\pi^2}{4} \frac{1}{\left(1 + \frac{\alpha'}{\eta}\right)^2}} C_l \quad (\text{A.63})$$

mit  $g_{n0}$  aus Abbildung 3.3 und

$$\alpha' = \frac{T_m}{L_x^2}. \quad (\text{A.64})$$

Diese Form ist immer noch exakt und die Größe  $C_l$  hängt ausschließlich von Größen des diskreten Einzelkluftsystems ab und kann in der Form

$$C_l = 1 + F(\eta, \alpha', S_m, t, l) \quad (\text{A.65})$$

geschrieben werden, wobei immer  $F > 0$  ist. Sie kann näherungsweise durch Auswerten der ersten Terme der Reihenentwicklung bestimmt werden. Zur Vereinfachung wird im Folgenden angenommen, daß die Größe  $g_{n0} \simeq 1$  ist. Mit diesen Vereinfachungen läßt sich die Gleichung (A.59) in der Form

$$\frac{2 C_l \frac{\alpha'}{\eta}}{1 + \frac{\alpha'}{\eta}} e^{-\frac{\alpha'}{S_m} t \frac{\pi^2}{4} \frac{1}{\left(1 + \frac{\alpha'}{\eta}\right)^2}} = \frac{\frac{\alpha}{\eta}}{1 + \frac{\alpha}{\eta}} e^{-\frac{\alpha}{S_m} t \frac{1}{1 + \frac{\alpha}{\eta}}} + \frac{1}{1 + \frac{\alpha}{\eta}} e^{-\frac{\eta}{S_b} t \left(1 + \frac{\alpha}{\eta}\right)} \quad (\text{A.66})$$

schreiben.

Zur Abschätzung des Austauschkoeffizienten  $\alpha$  müssen die Exponentialfunktionen in dieser Gleichung sehr grob angenähert werden. Durch Einsetzen der bekannten bzw. kalibrierten Größen in die Argumente der Exponentialfunktion der linken Seite und des ersten Summanden der rechten Seite ergibt sich, daß diese klein gegen 1 sind. Die erste grobe Näherung besteht nun in der Annahme, daß diese Argumente verschwinden und somit

diese Exponentialfunktionen den Wert 1 besitzen. Setzt man in die verbleibende Exponentialfunktion die bekannten und kalibrierten Größen ein, besitzt diese einen kleinen Wert. Eine weitere grobe Näherungen besteht nun in der Annahme, daß deren Argument so groß ist, daß sie keinen Beitrag liefert. Damit kann der Austauschkoefizient durch die verbleibende Beziehung bestimmt werden:

$$\frac{2 C_l \frac{\alpha'}{\eta}}{1 + \frac{\alpha'}{\eta}} = \frac{\frac{\alpha}{\eta}}{1 + \frac{\alpha}{\eta}}. \quad (\text{A.67})$$

Daraus ergibt sich als Abschätzung für den Austauschkoefizient

$$\tilde{\alpha} = \alpha' \frac{2 C_l}{1 + \frac{\alpha'}{\eta} - 2 C_l \frac{\alpha'}{\eta}}. \quad (\text{A.68})$$

Auf Grund dieser recht groben Abschätzungen ist zu erwarten, daß Abweichungen zwischen den abgeschätzten und kalibrierten Austauschkoefizienten auftreten.

Zur Abschätzung des Speicherkoefizienten  $S_b$  müssen in der Gleichung (A.66) ebenfalls Näherungen durchgeführt werden. Zuerst wird die Exponentialfunktion auf der linken Seite der Gleichung nach rechts gebracht. Dann wird die durch diese Umformung gebildete Exponentialfunktion des ersten Summanden der rechten Seite bis zur ersten Ordnung entwickelt. Nach weiteren Umformungen und unter Berücksichtigung der Gleichung (A.67) erhält man die Gleichung

$$\ln \left[ \frac{\alpha}{\eta} t \frac{1}{1 + \frac{\alpha}{\eta}} - \frac{\alpha'}{\eta} t \frac{\pi^2}{4} \frac{1}{\left(1 + \frac{\alpha'}{\eta}\right)^2} \right] = -\frac{\eta}{S_b} t \left(1 + \frac{\alpha}{\eta}\right) + \frac{\alpha'}{S_m} t \frac{\pi^2}{4} \frac{1}{\left(1 + \frac{\alpha'}{\eta}\right)^2}. \quad (\text{A.69})$$

Durch Einsetzen der Abschätzung des Austauschkoefizienten  $\alpha$  (Gleichung A.68) erhält man die Abschätzung für den Speicherkoefizienten  $S_b$ :

$$\tilde{S}_b = \eta t \frac{1 + \frac{\alpha'}{\eta}}{1 + \frac{\alpha'}{\eta} - 2 C_l \frac{\alpha'}{\eta}} \quad (\text{A.70})$$

$$\frac{1}{K_0 t - \ln[K_0 t] - \ln \left[ \frac{8 C_l}{\pi^2} \left(1 + \frac{\alpha'}{\eta}\right) - 1 \right]}$$

mit

$$K_0 = \frac{\alpha'}{S_m} \frac{\pi^2}{4} \frac{1}{\left(1 + \frac{\alpha'}{\eta}\right)^2}. \quad (\text{A.71})$$

Wird nun ein Anteil der Grundwasserneubildung in den Kontinuumblock berücksichtigt, müssen auch die Terme

$$\frac{-N_m}{T_k} \frac{\eta'}{S_m p_{nl}} \quad (\text{A.72})$$

und

$$\frac{N_a}{T_b} \frac{1}{1 + p_{n1, n2} \frac{S_a}{\alpha}} \quad (\text{A.73})$$

verglichen werden, wobei  $N_a = N_m$ , die Beziehung (A.58) und die Annahme (A.61) vorausgesetzt werden. Nach Einsetzen der Polstelle  $p_{n0}$  aus der Lösung des diskreten Einzelkluftsystems (Gleichung A.26) in den ersten (A.72) und der Näherung der Polstelle  $p_{n1}$  aus der Lösung des Doppel-Kontinuum-Systems (Gleichung A.60) in den zweiten Term (A.73) sowie

Gleichsetzen der beiden Terme, erhält man die Gleichung

$$\frac{1}{\alpha'} \frac{\pi^2}{4} \frac{1}{\left(1 + \frac{\alpha'}{\eta}\right)^2} = \frac{1}{\alpha} \left(1 + \frac{\alpha}{\eta}\right) \quad (\text{A.74})$$

Aus dieser Gleichung wird als Austauschkoefizient

$$\alpha = \alpha' \frac{1}{\frac{\pi^2}{4} \frac{1}{\left(1 + \frac{\alpha'}{\eta}\right)^2} + \frac{\alpha'}{\eta}} \quad (\text{A.75})$$

bestimmt. Dieser ist im Gegensatz zu dem mit Gleichung (A.68) abgeschätzten und dem kalibrierten immer kleiner als  $\alpha'$ . Damit ist ersichtlich, daß, falls Grundwasserneubildung in den Kontinuumblock erfolgt ( $N_m = N_a \neq 0$ ), bei der Kalibrierung eines Doppel-Kontinuum-Modells Abweichungen zu erwarten sind und eine Anpassung schwierig wird. Der Effekt ist umso größer, desto mehr Grundwasserneubildung in den Kontinuumblock erfolgt (vgl. Abb. 3.10).



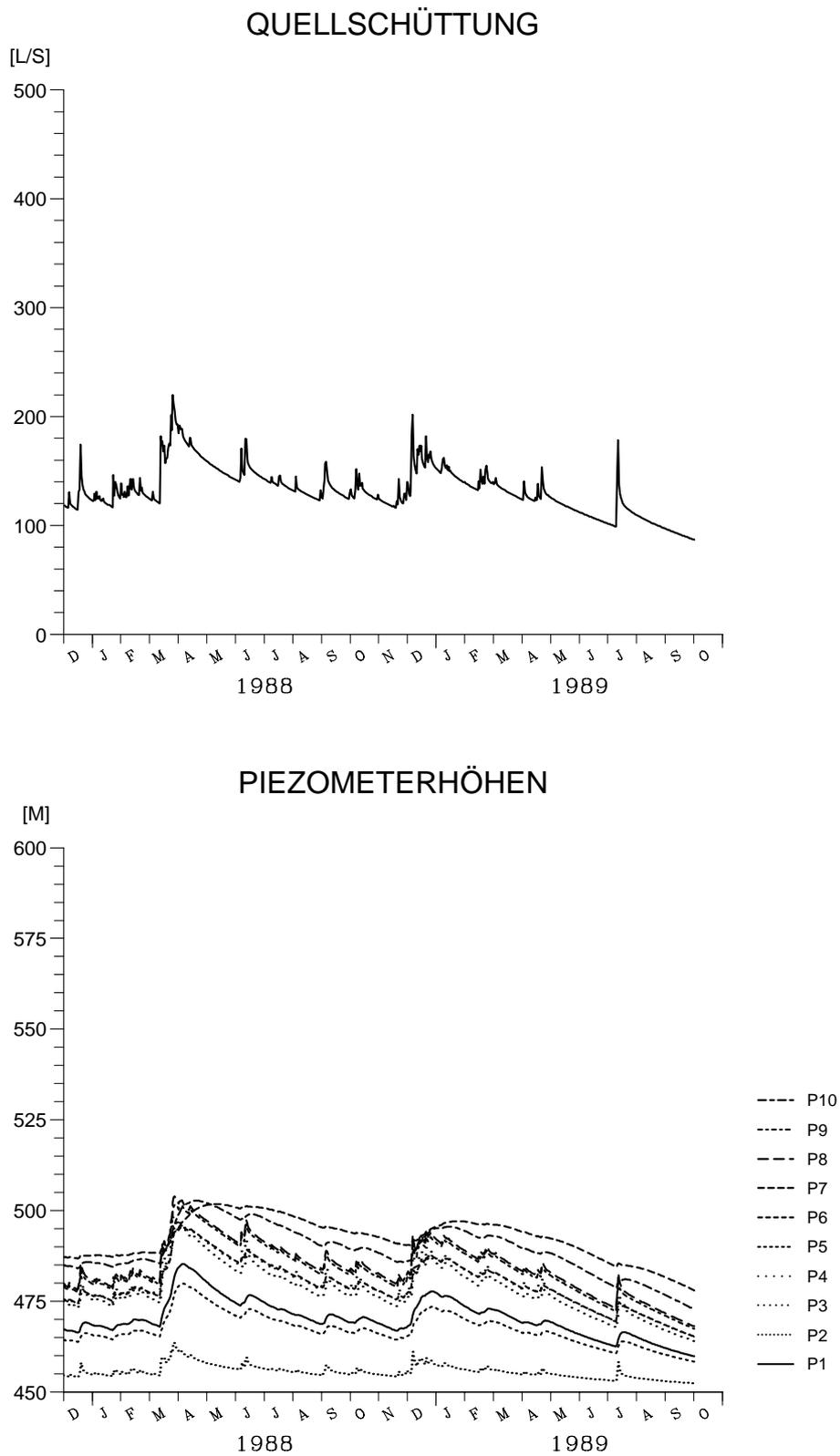
## Anhang B

# Weitere Modellrechnungen und Kalibrierungen

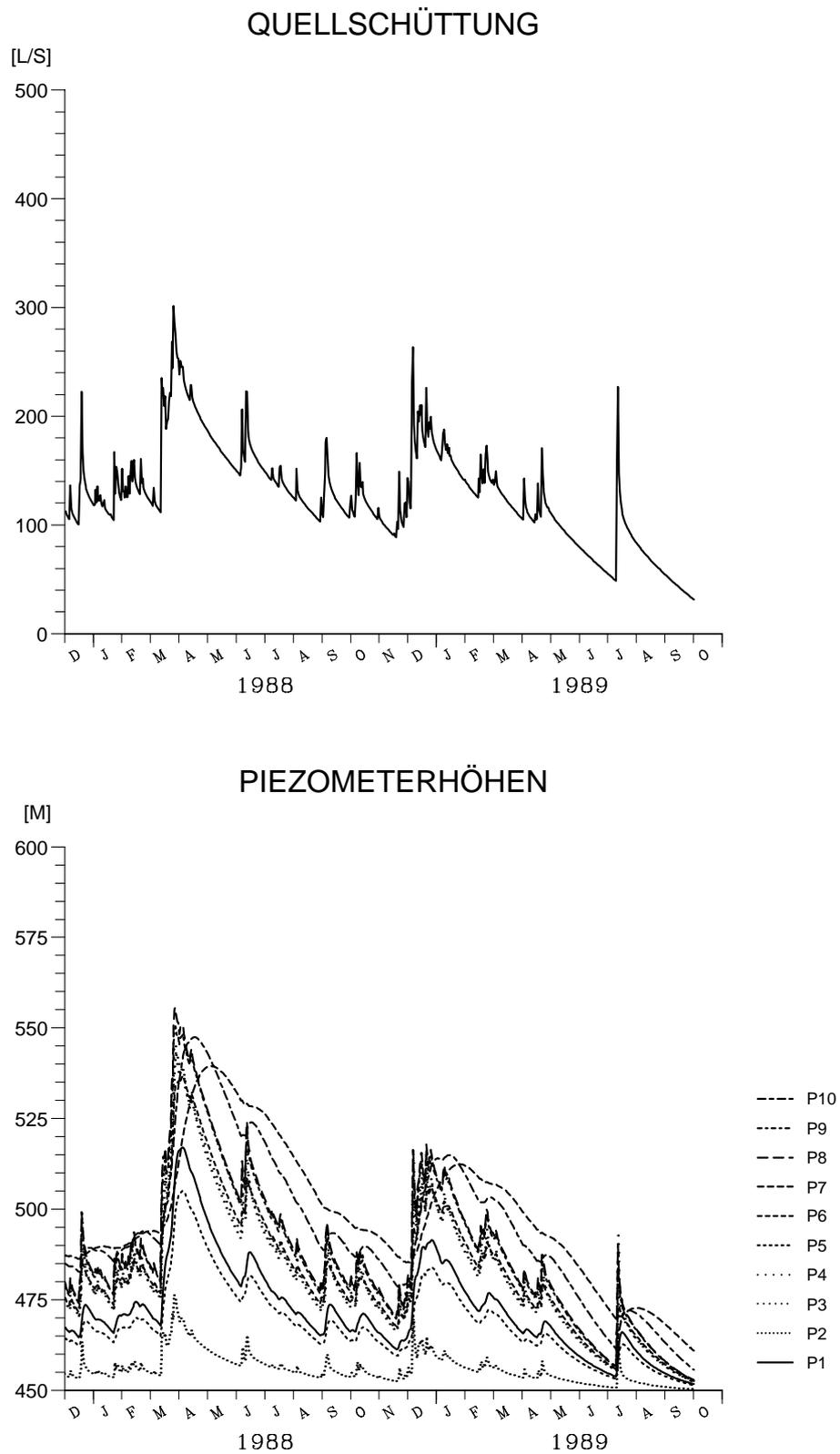
Im Folgenden sind für die diskreten Modelle des realitätsnahen Modell-Karstsystems mit den variierten Parameter (Modell 2 – 5) die Ergebnisse der instationären Modellrechnungen zusammengestellt. Die Variationen erfolgten sowohl für das Modell mit dem vermaschten als auch für das mit dem dendritischen Röhrennetz. Die Ergebnisse der instationären Modellrechnungen, die Ganglinien der Quellschüttungen und der Piezometerhöhen an den Meßstellen, sind zuerst für das Modell mit dem vermaschten (Abb. B.1 –

B.4) und dann für das Modell mit dem dendritischen Röhrennetz (Abb. B.5 – B.8) dargestellt.

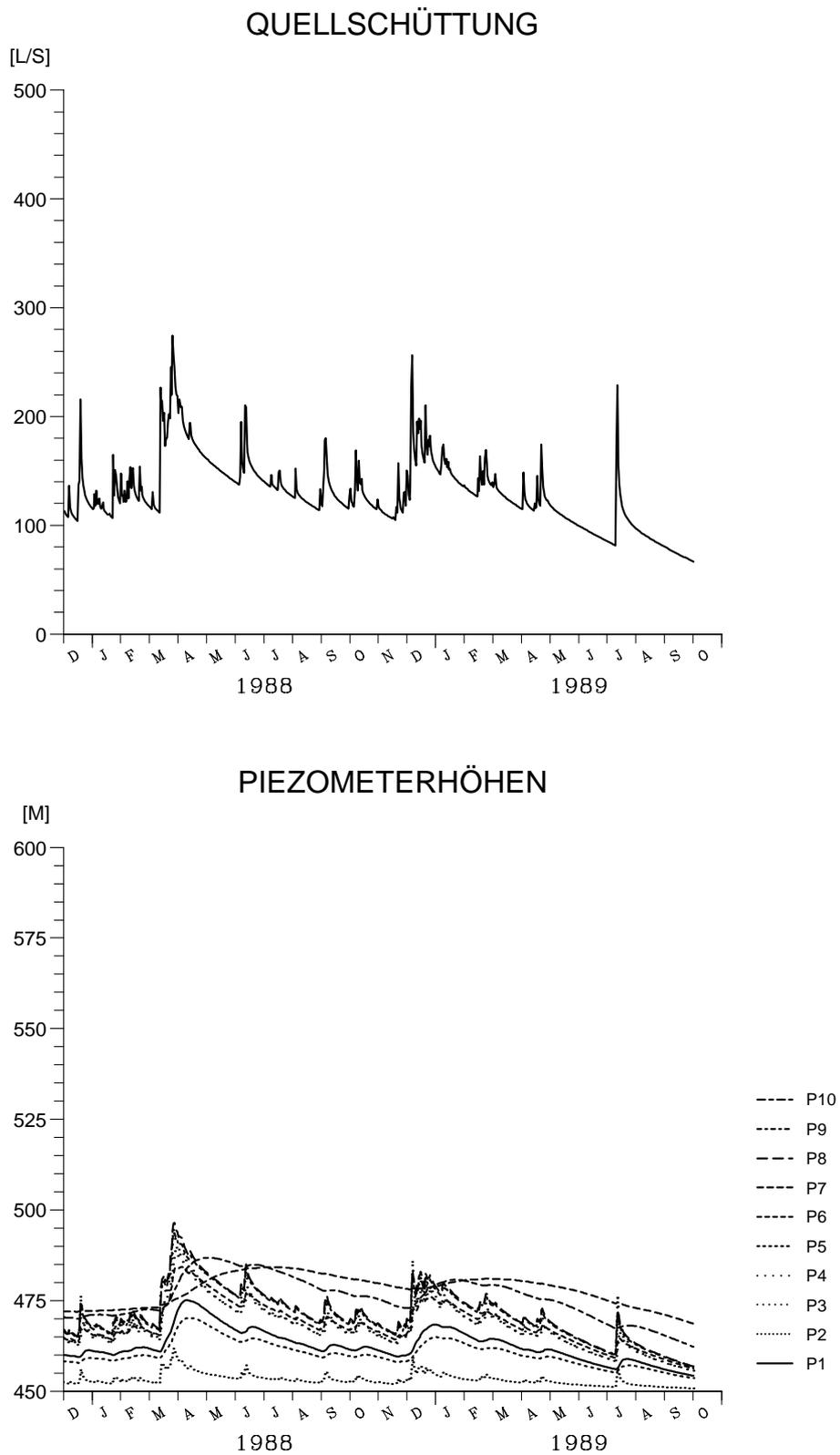
Desweiteren sind für diese Modelle die angepaßten Ganglinien des jeweiligen kalibrierten Doppel-Kontinuum-Modells dargestellt. In den Abbildungen B.9, B.10 bis B.15, B.16 befinden sich die Ergebnisse der Modelle mit dem vermaschten und in den Abbildungen B.17, B.18 bis B.23, B.24 die Ergebnisse der Modelle mit dem dendritischen Röhrennetz.



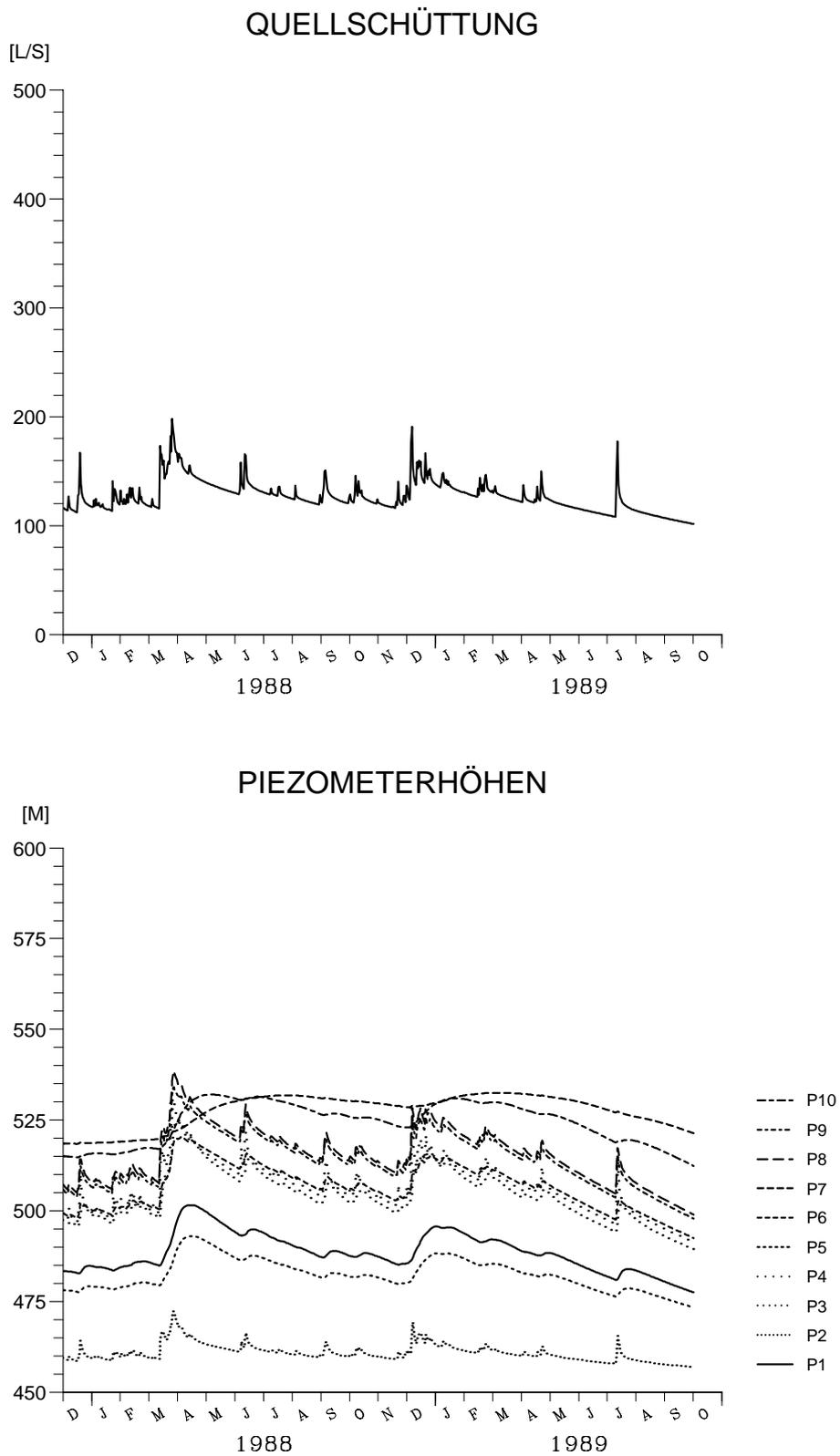
**Abbildung B.1:** Ganglinien der Quellschüttung und der Piezometerhöhen an den Meßstellen; vermaschtes Röhrennetz, Aufteilung der Grundwasserneubildung: 25% Kluftkontinuum, 75% Röhrennetz, Durchlässigkeit des Kluftkontinuums um den Faktor 2.5 erhöht, Modell 2



**Abbildung B.2:** Ganglinien der Quellschüttung und der Piezometerhöhen an den Meßstellen; vermaschtes Röhrennetz, Speicherkoeffizient des Kluftkontinuums um den Faktor 3 erniedrigt, Modell 3

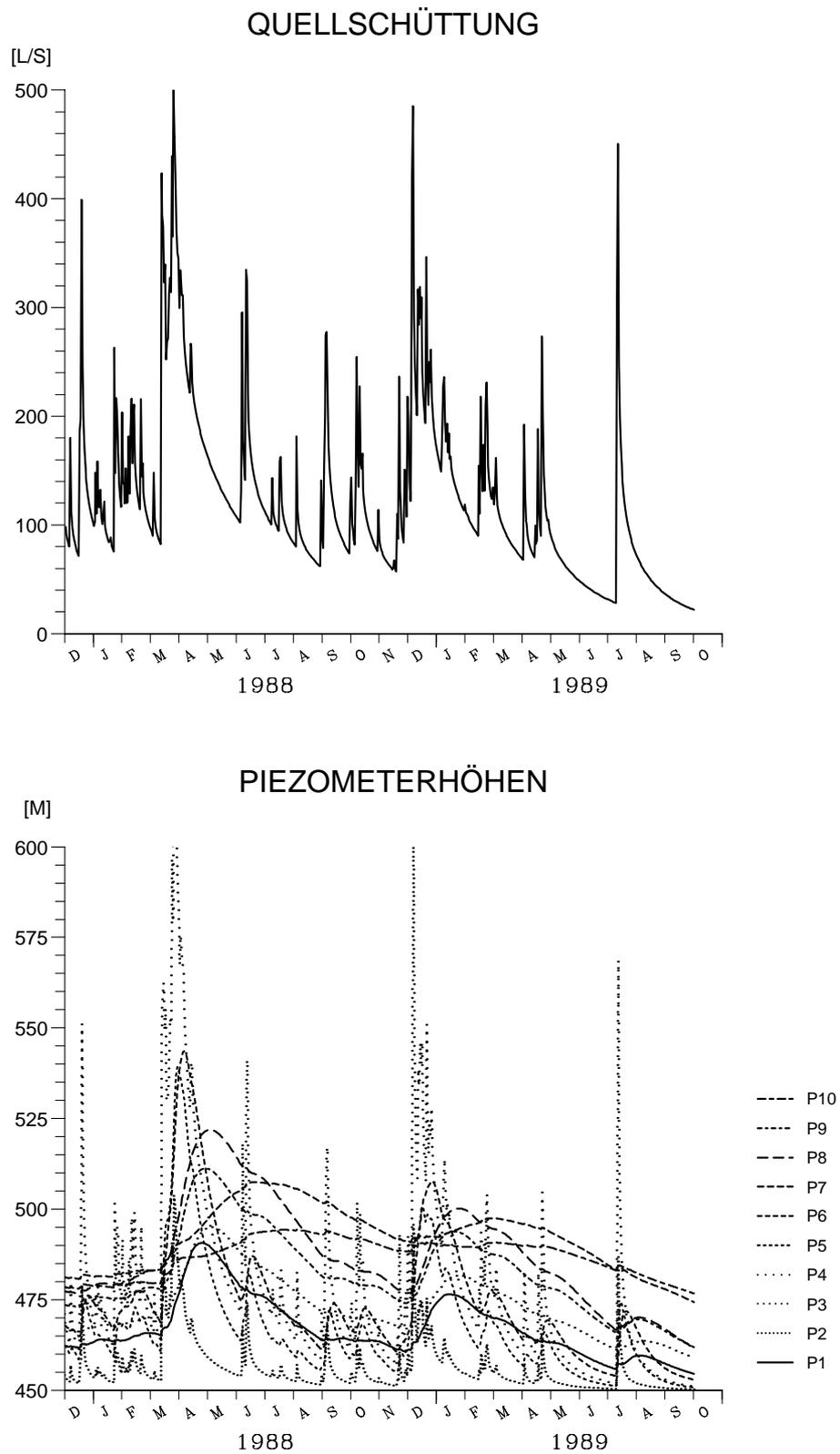


**Abbildung B.3:** Ganglinien der Quellschüttung und der Piezometerhöhen an den Meßstellen; vermaschtes Röhrennetz, Kapazität der Röhren um 30% erhöht, Modell 4

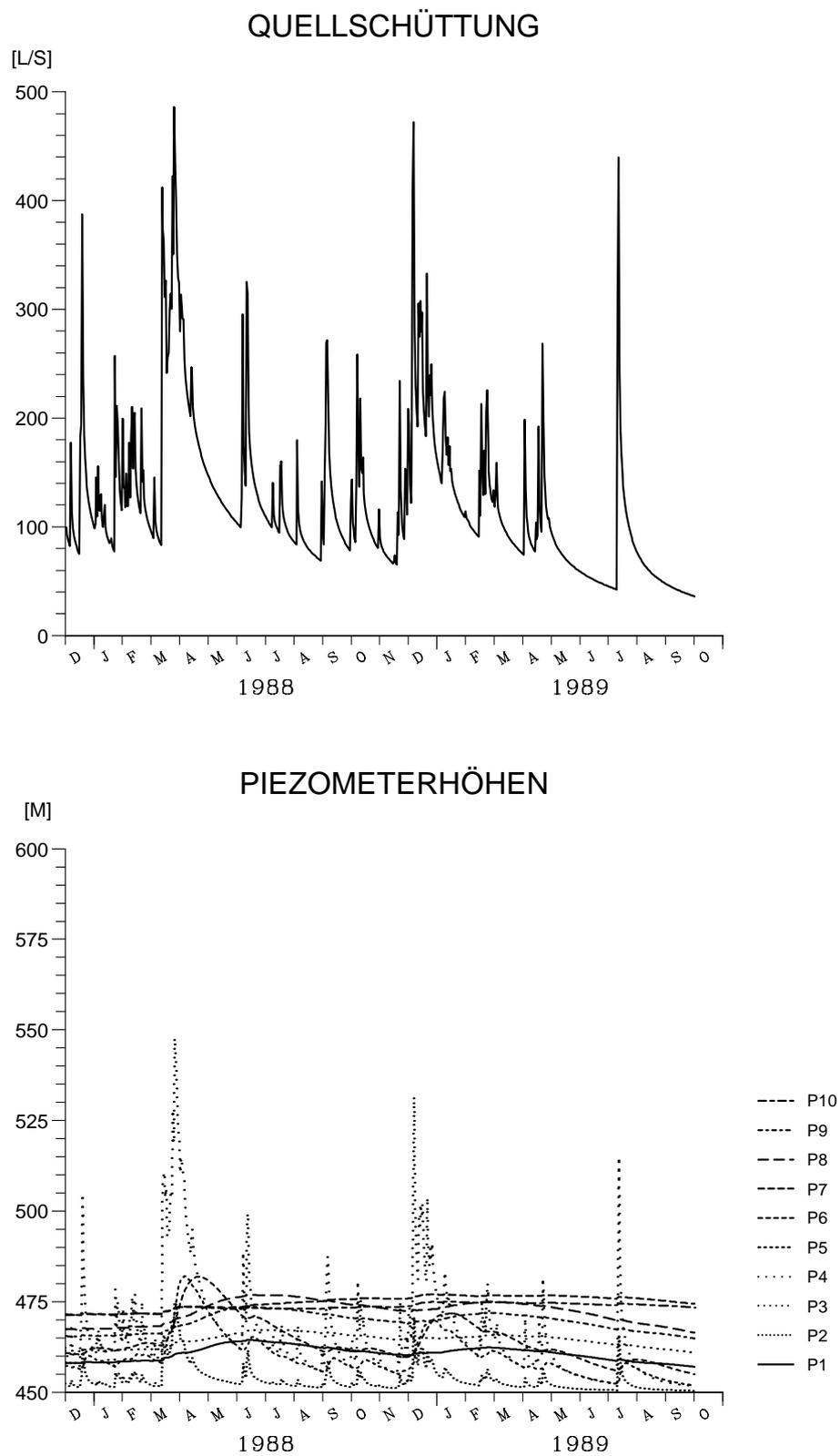


**Abbildung B.4:** Ganglinien der Quellschüttung und der Piezometerhöhen an den Meßstellen; vermaschtes Röhrennetz, Kapazität der Röhren um 30% erniedrigt, Modell 5

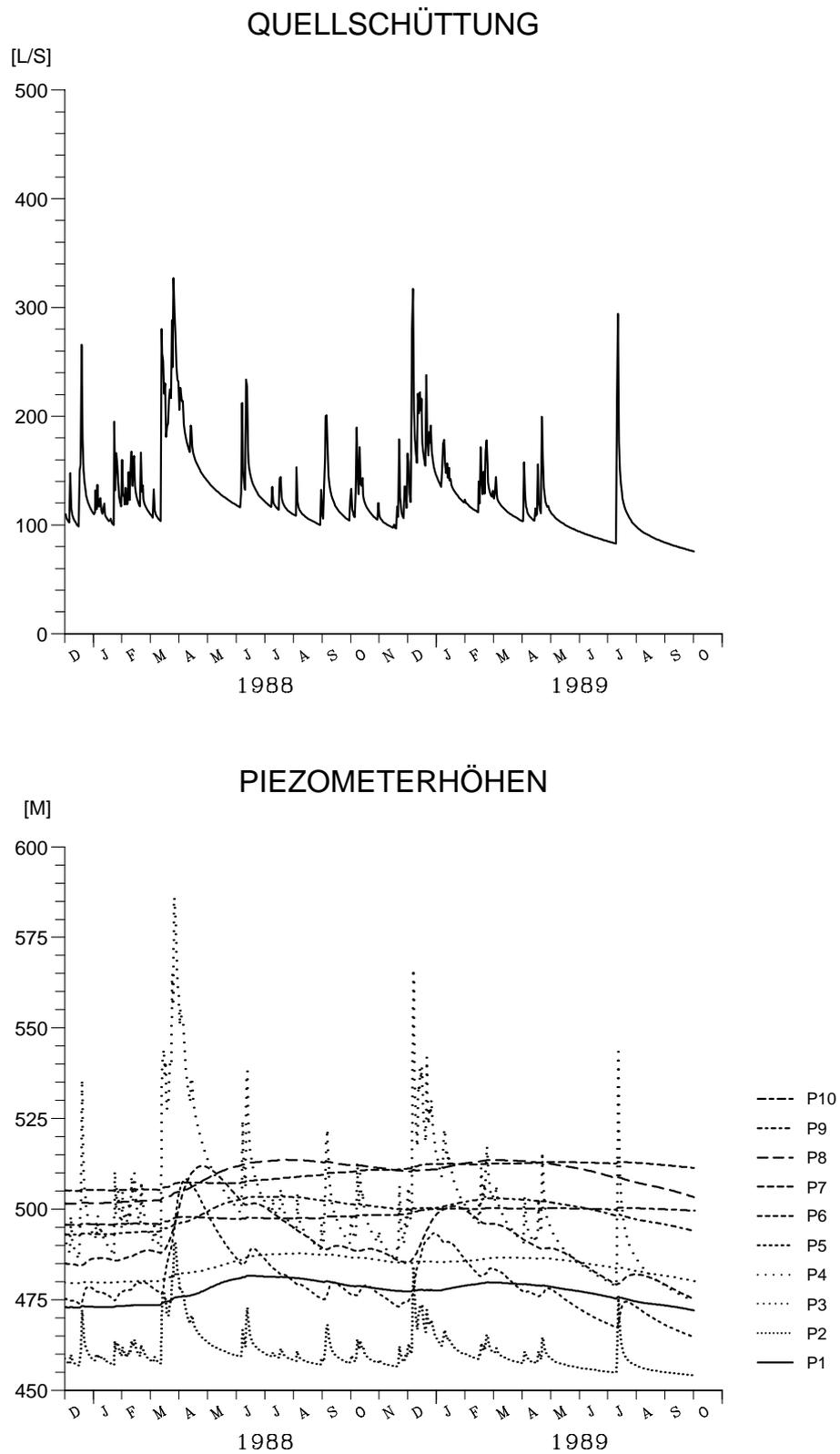




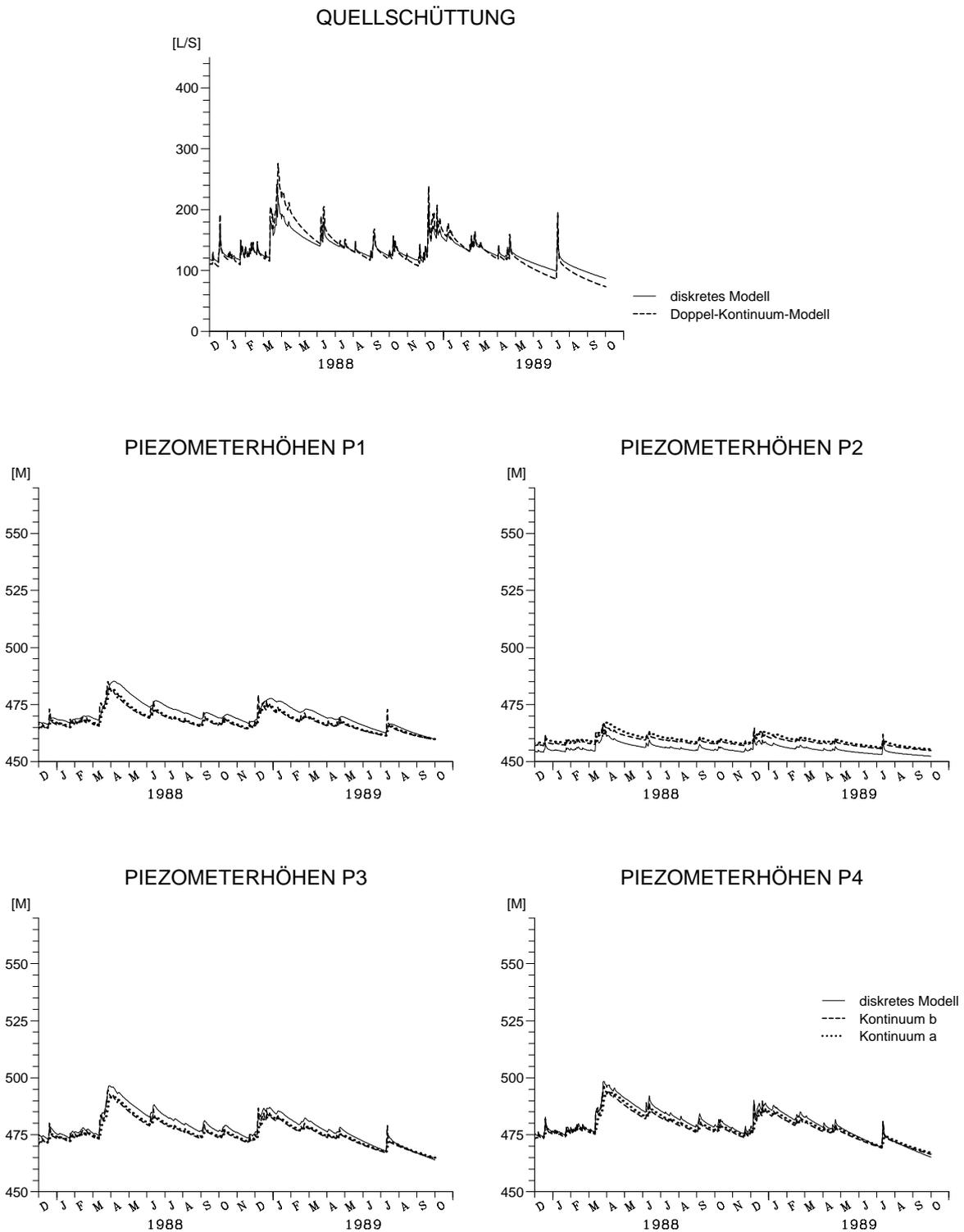
**Abbildung B.6:** Ganglinien der Quellschüttung und der Piezometerhöhen an den Meßstellen; dendritisches Röhrennetz, Speicherkoeffizient des Kluftkontinuums um den Faktor 3 erniedrigt, Modell 3



**Abbildung B.7:** Ganglinien der Quellschüttung und der Piezometerhöhen an den Meßstellen; dendritisches Röhrennetz, Kapazität der Röhren um 30% erhöht, Modell 4



**Abbildung B.8:** Ganglinien der Quellschüttung und der Piezometerhöhen an den Meßstellen; dendritisches Röhrennetz, Kapazität der Röhren um 30% erniedrigt, Modell 5



**Abbildung B.9:** Angepaßte Ganglinien der Quellschüttung und Piezometerhöhen an den Meßstellen P1 – P4; vermashtes Röhrennetz, Modell 2

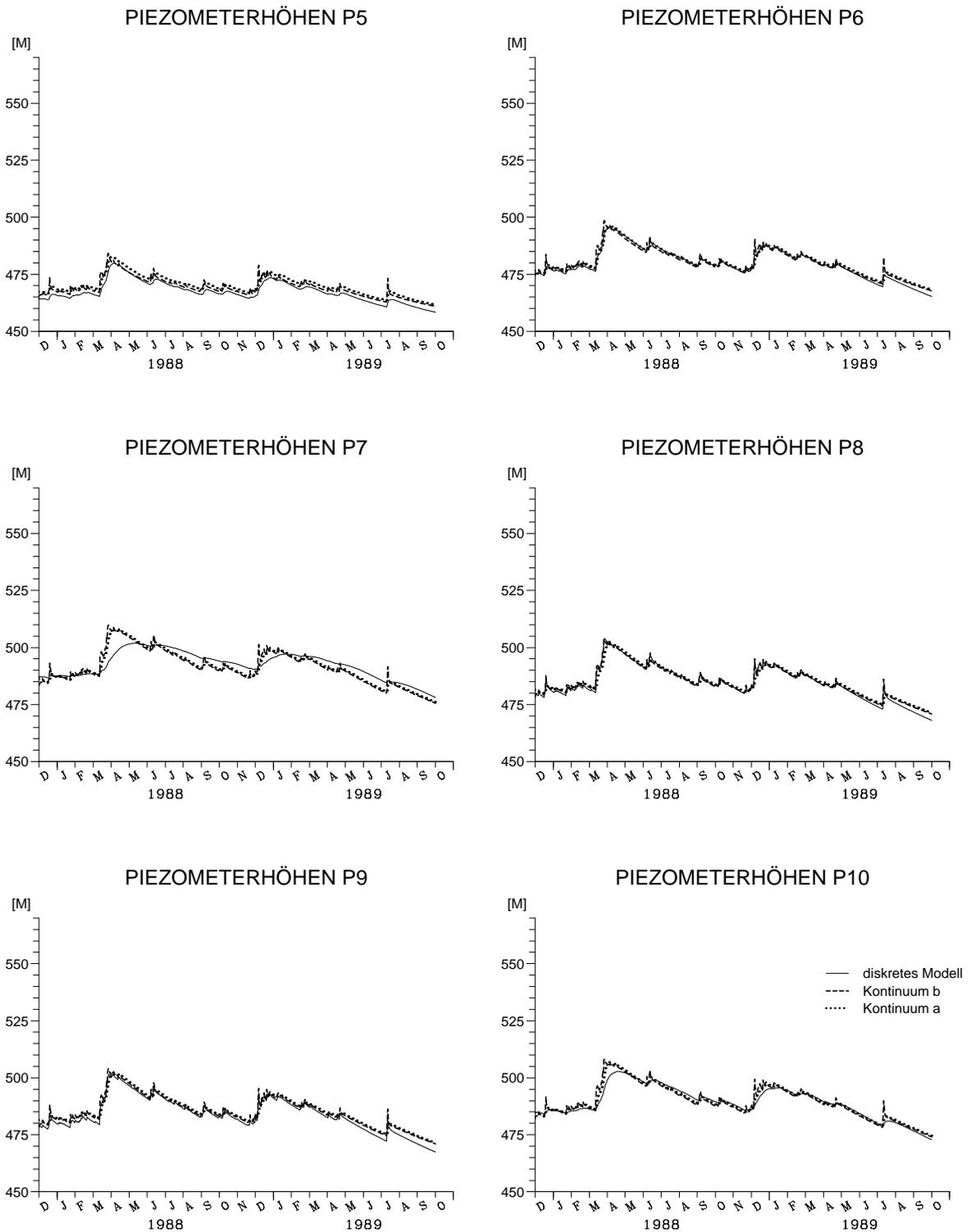
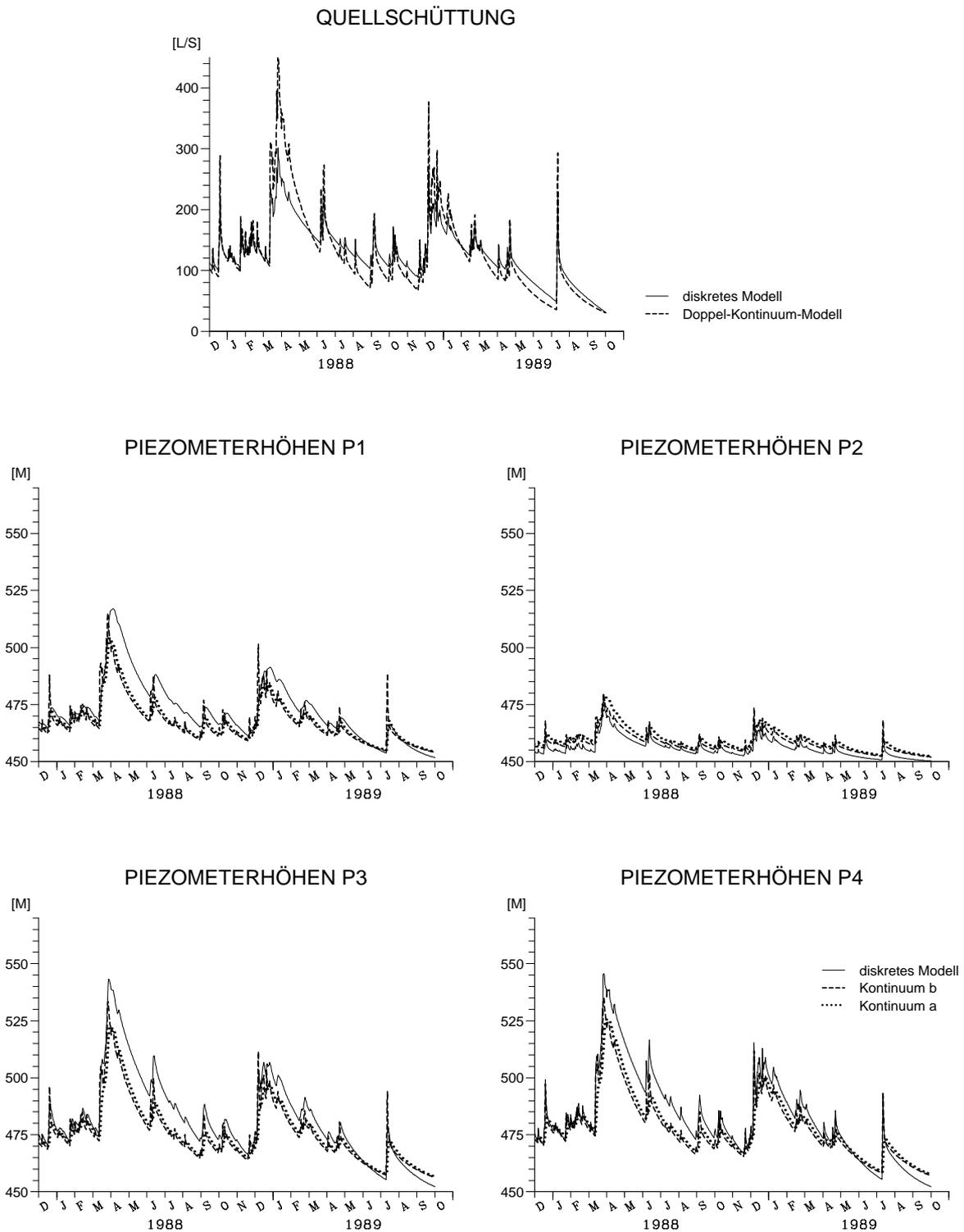


Abbildung B.10: Angepaßte Ganglinien der Piezometerhöhen an den Meßstellen P5 – P10; vermaschtes Röhrennetz, Modell 2



**Abbildung B.11:** Angepaßte Ganglinien der Quellschüttung und Piezometerhöhen an den Meßstellen P1 – P4; vermashtes Röhrennetz, Modell 3

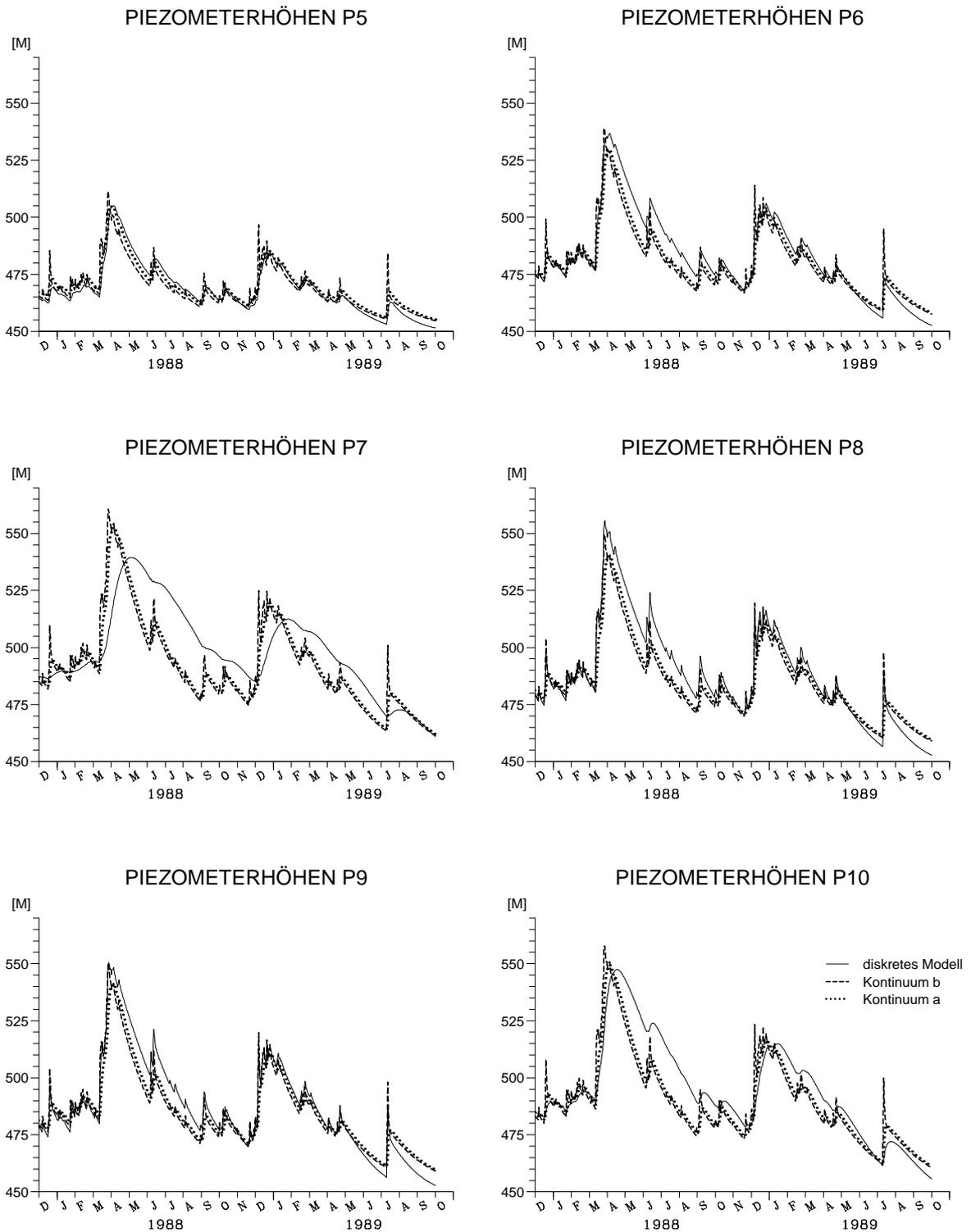
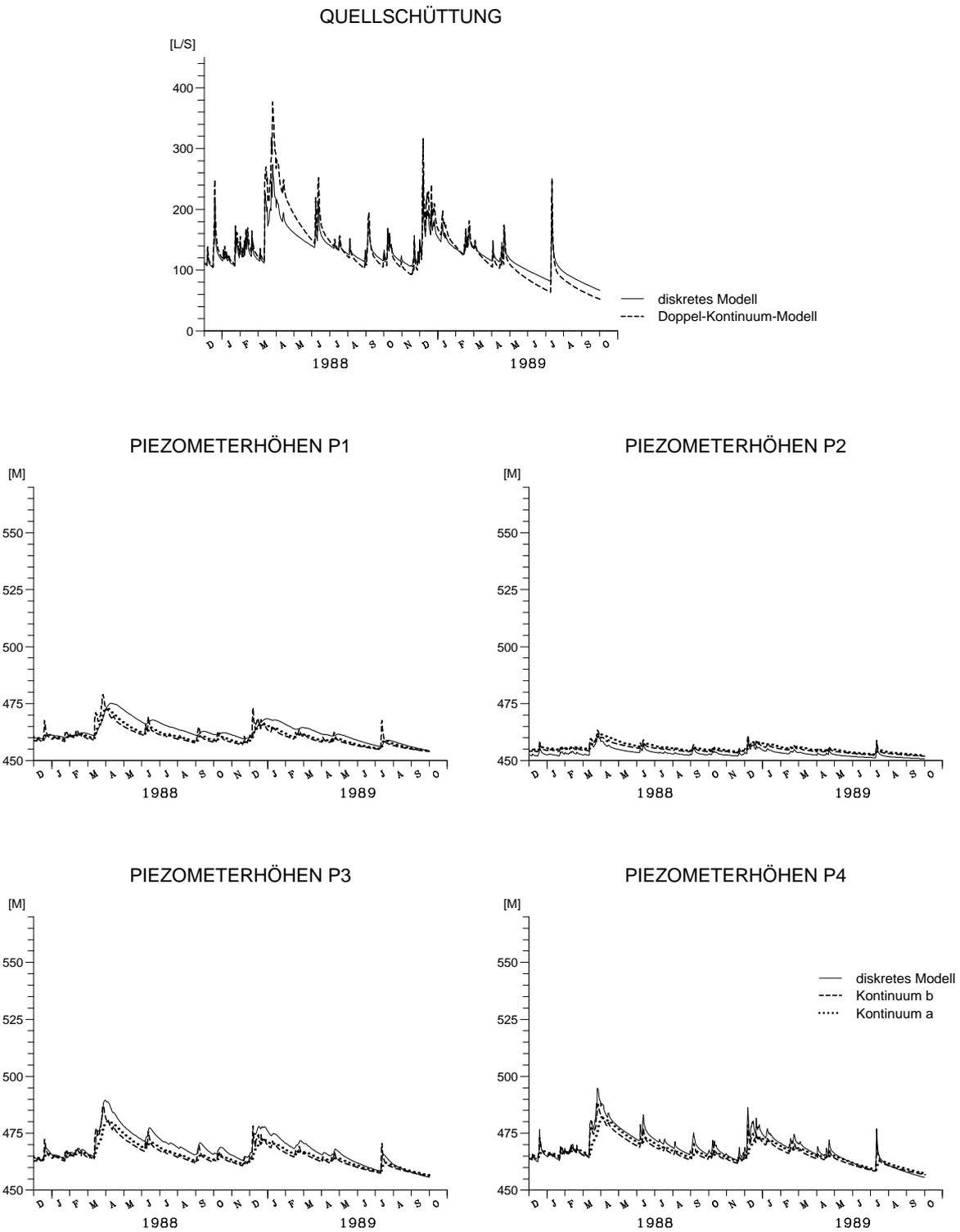


Abbildung B.12: Angepaßte Ganglinien der Piezometerhöhen an den Meßstellen P5 – P10; vermaschtes Röhrennetz, Modell 3



**Abbildung B.13:** Angepaßte Ganglinien der Quellschüttung und Piezometerhöhen an den Meßstellen P1 – P4; vermashtes Röhrennetz, Modell 4

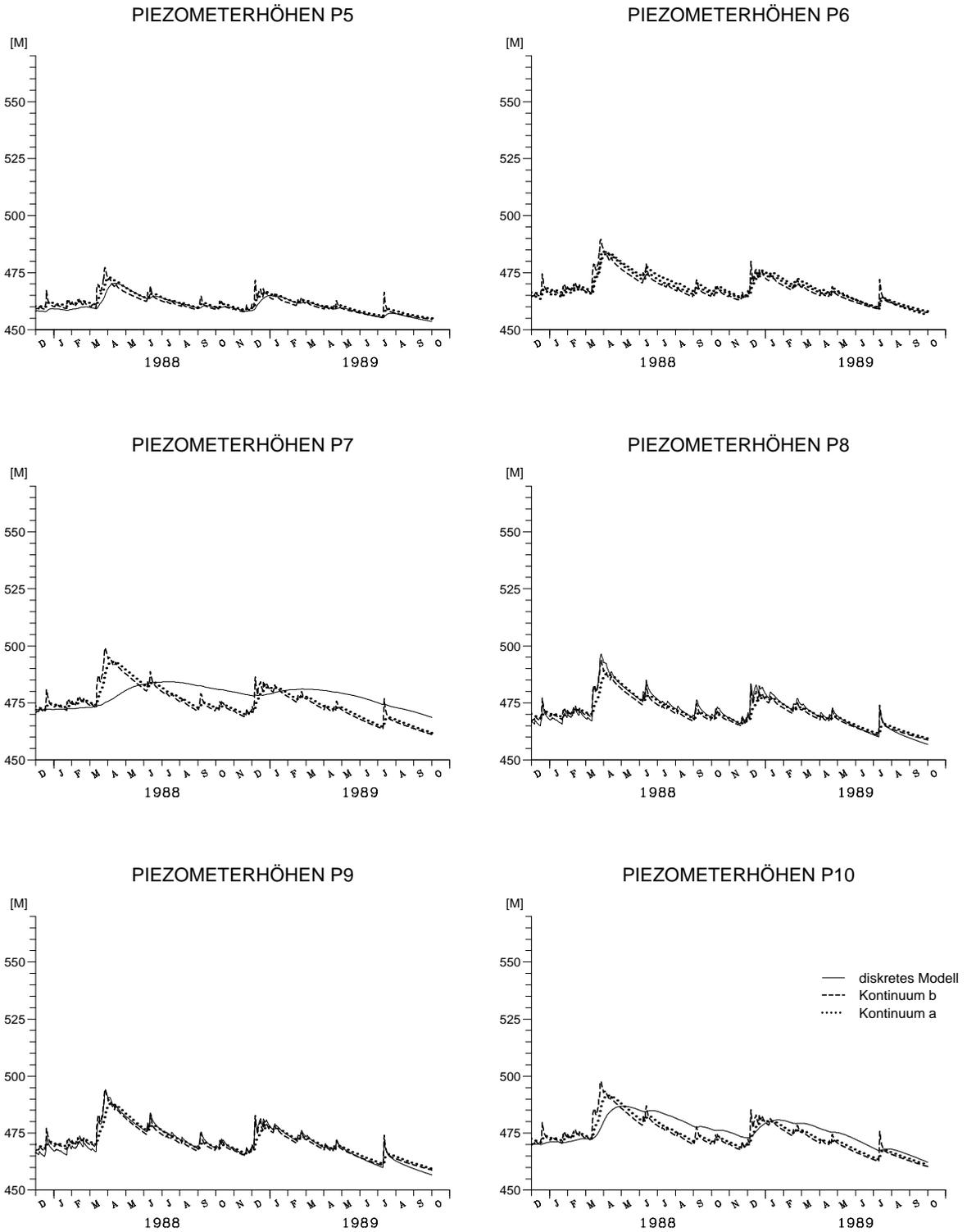
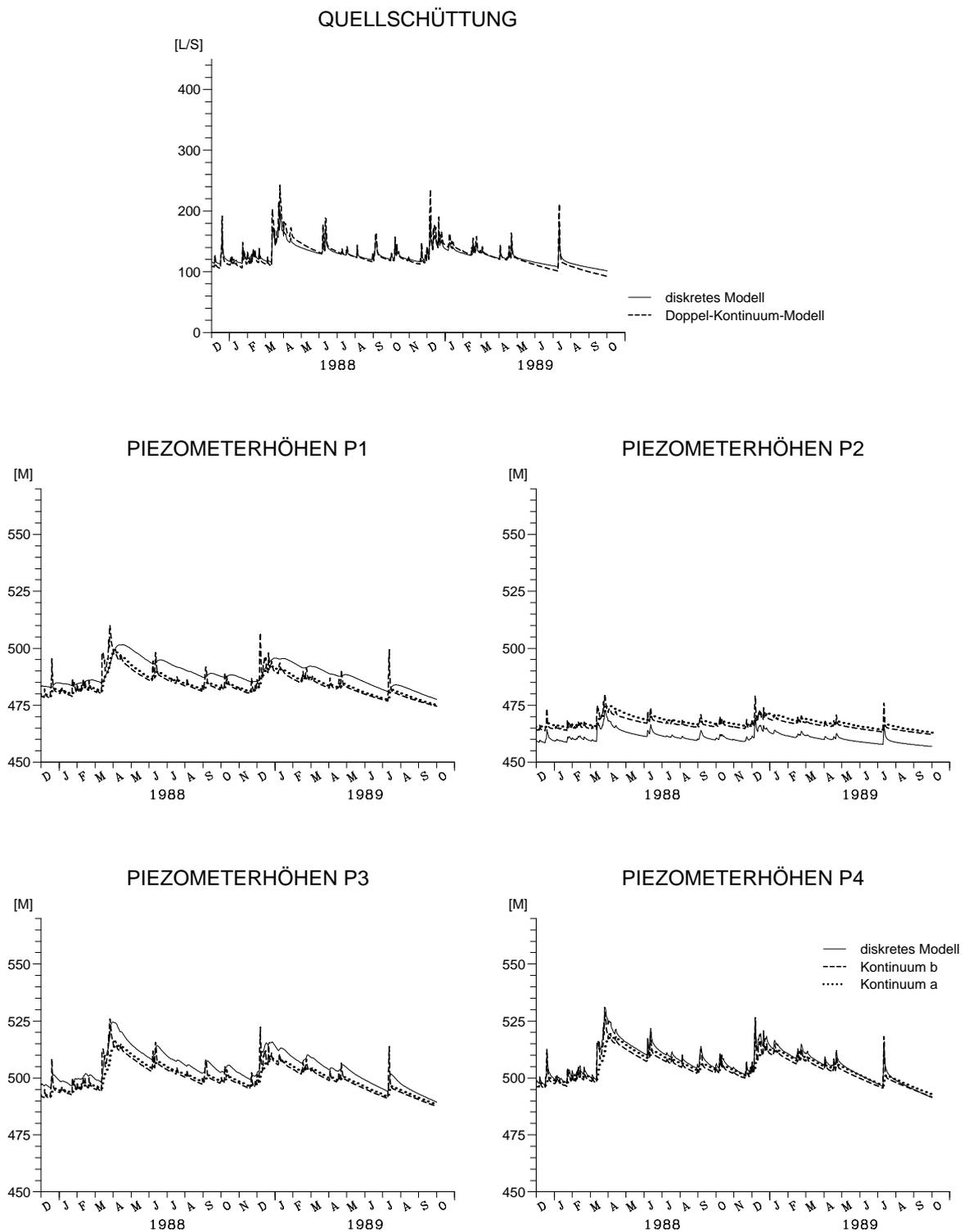


Abbildung B.14: Angepaßte Ganglinien der Piezometerhöhen an den Meßstellen P5 – P10; vermaschtes Röhrennetz, Modell 4



**Abbildung B.15:** Angepaßte Ganglinien der Quellschüttung und Piezometerhöhen an den Meßstellen P1 – P4; vermashtes Röhrennetz, Modell 5

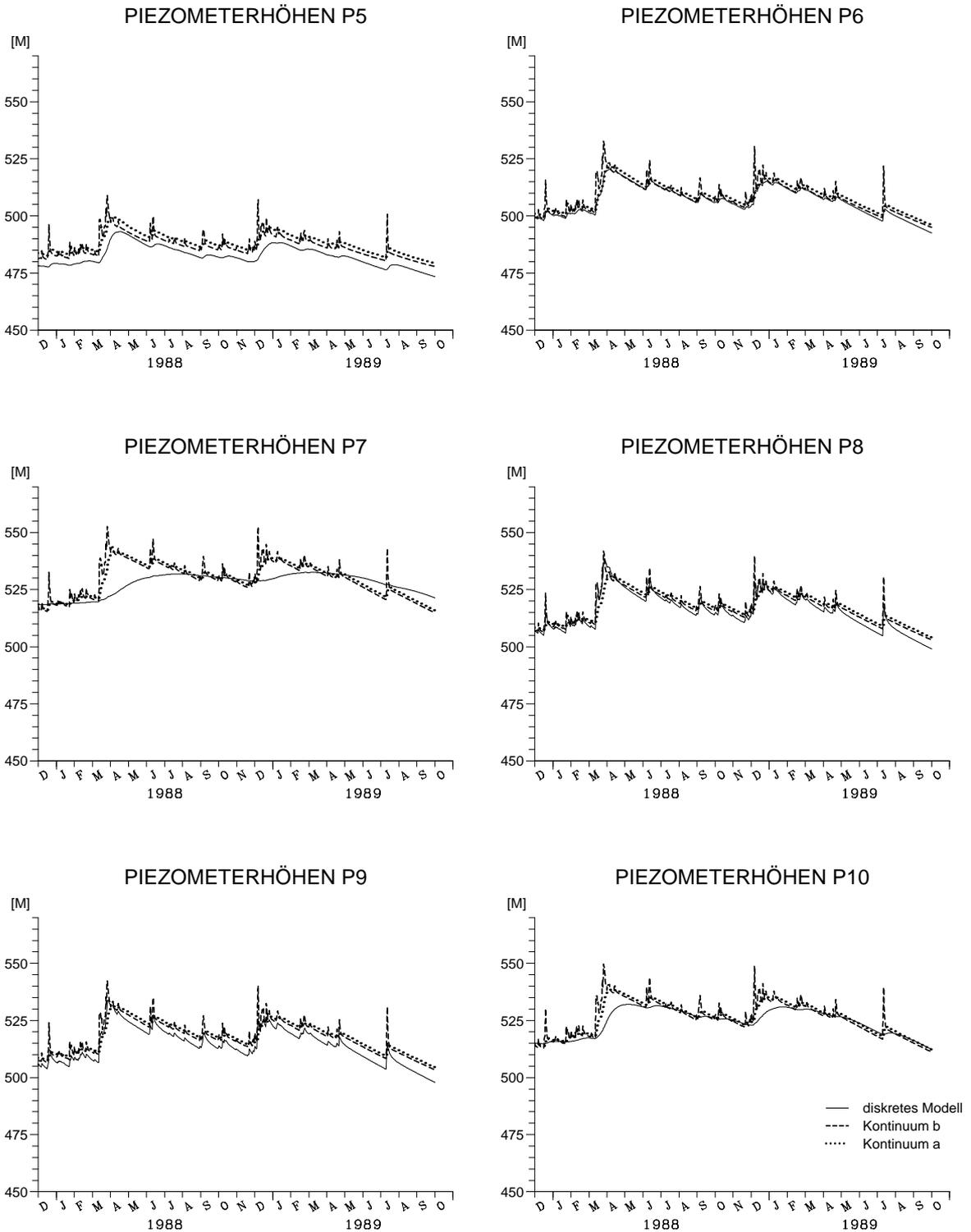
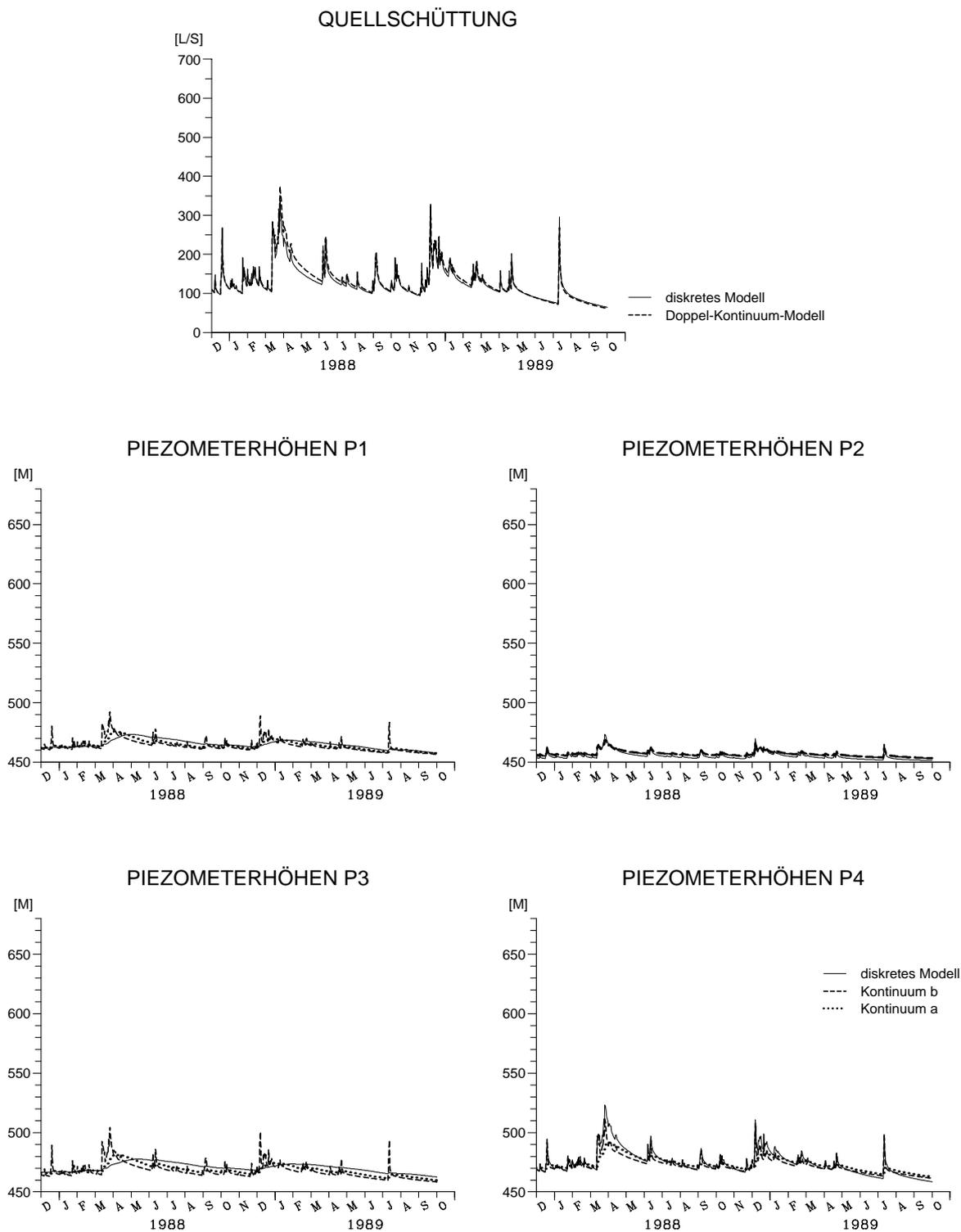


Abbildung B.16: Angepaßte Ganglinien der Piezometerhöhen an den Meßstellen P5 – P10; vermaschtes Röhrennetz, Modell 5



**Abbildung B.17:** Angepaßte Ganglinien der Quellschüttung und Piezometerhöhen an den Meßstellen P1 – P4; dendritisches Röhrennetz, Modell 2

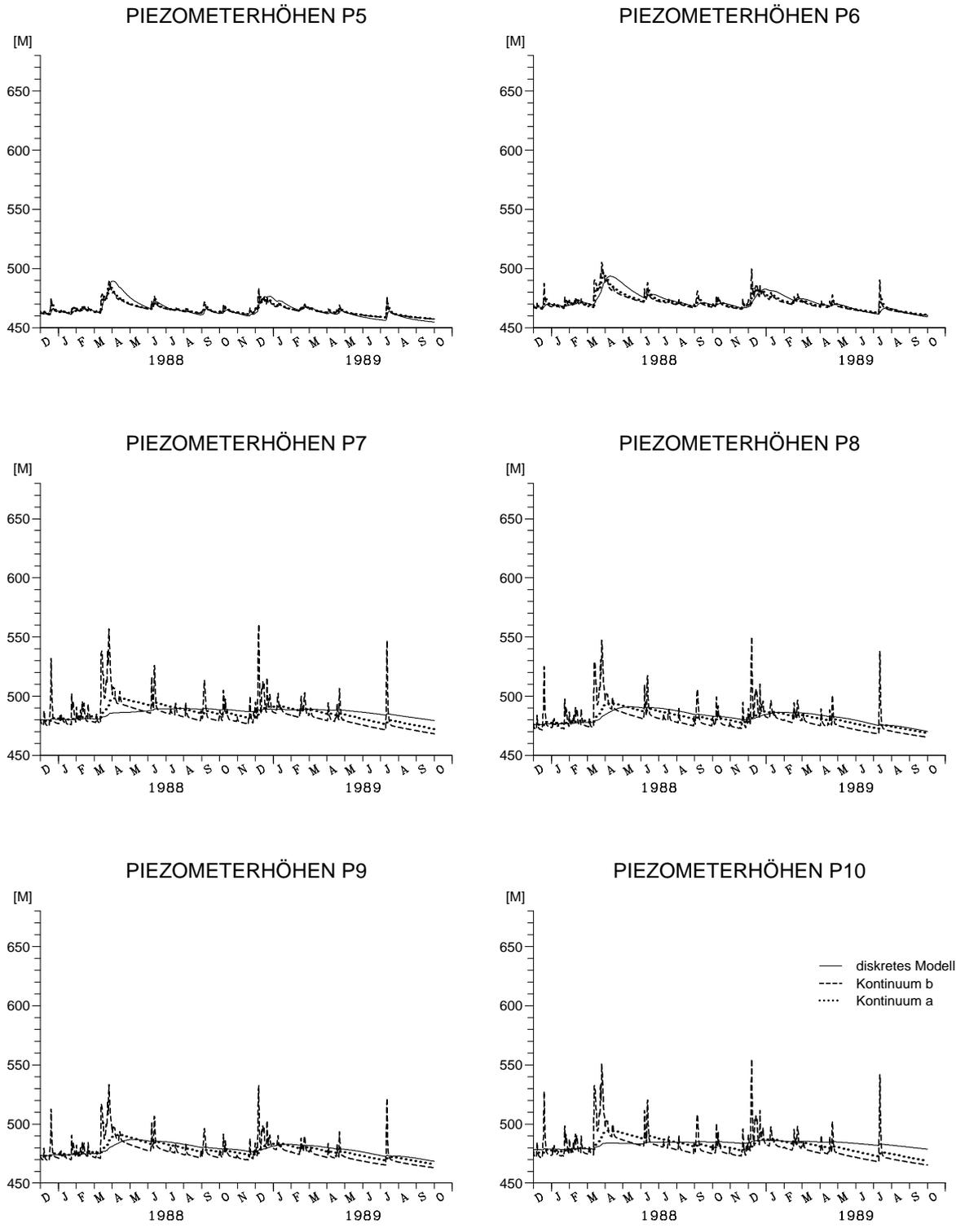


Abbildung B.18: Angepaßte Ganglinien der Piezometerhöhen an den Meßstellen P5 – P10; dendritisches Röhrennetz, Modell 2

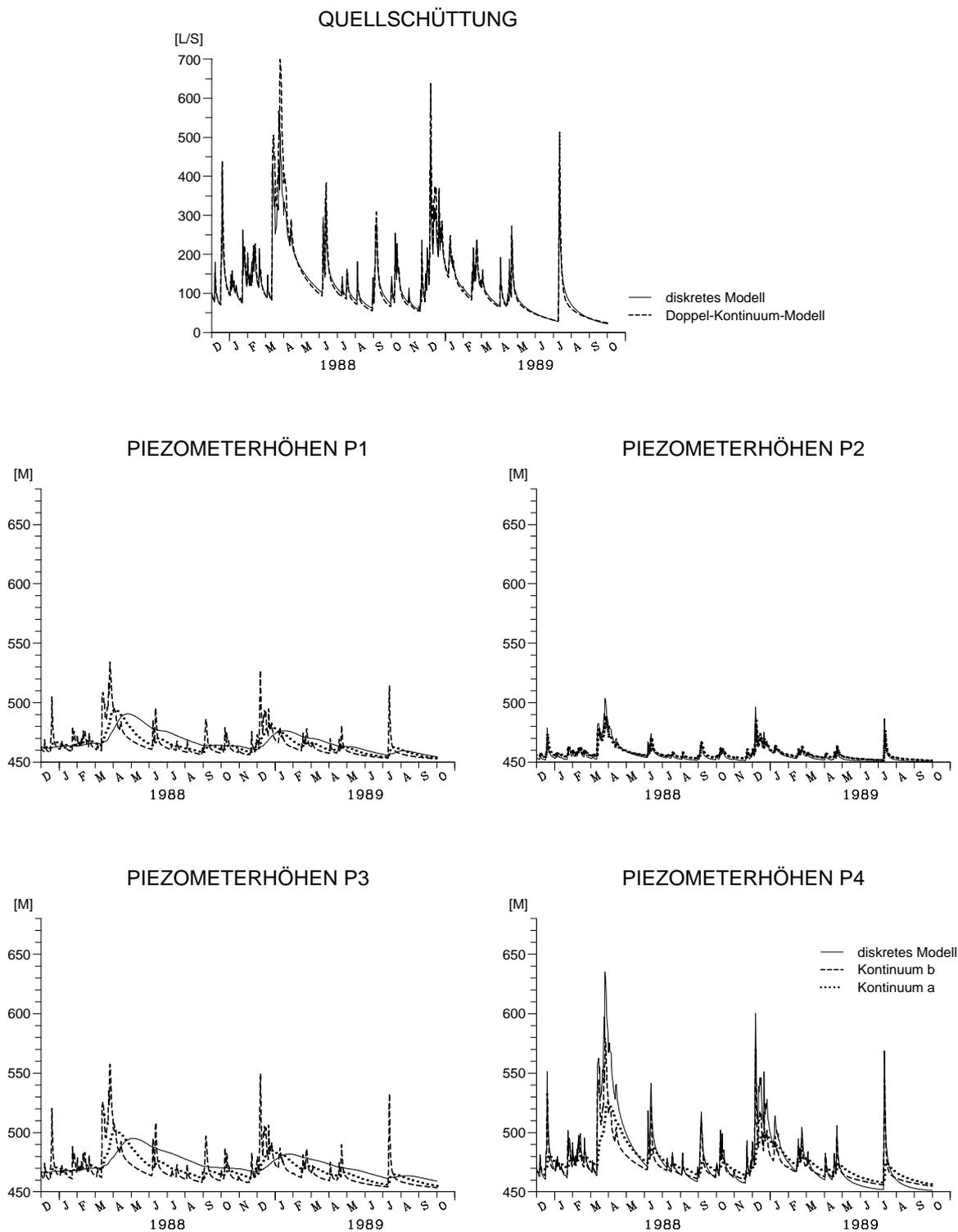


Abbildung B.19: Angepaßte Ganglinien der Quellschüttung und Piezometerhöhen an den Meßstellen P1 – P4; dendritisches Röhrennetz, Modell 3

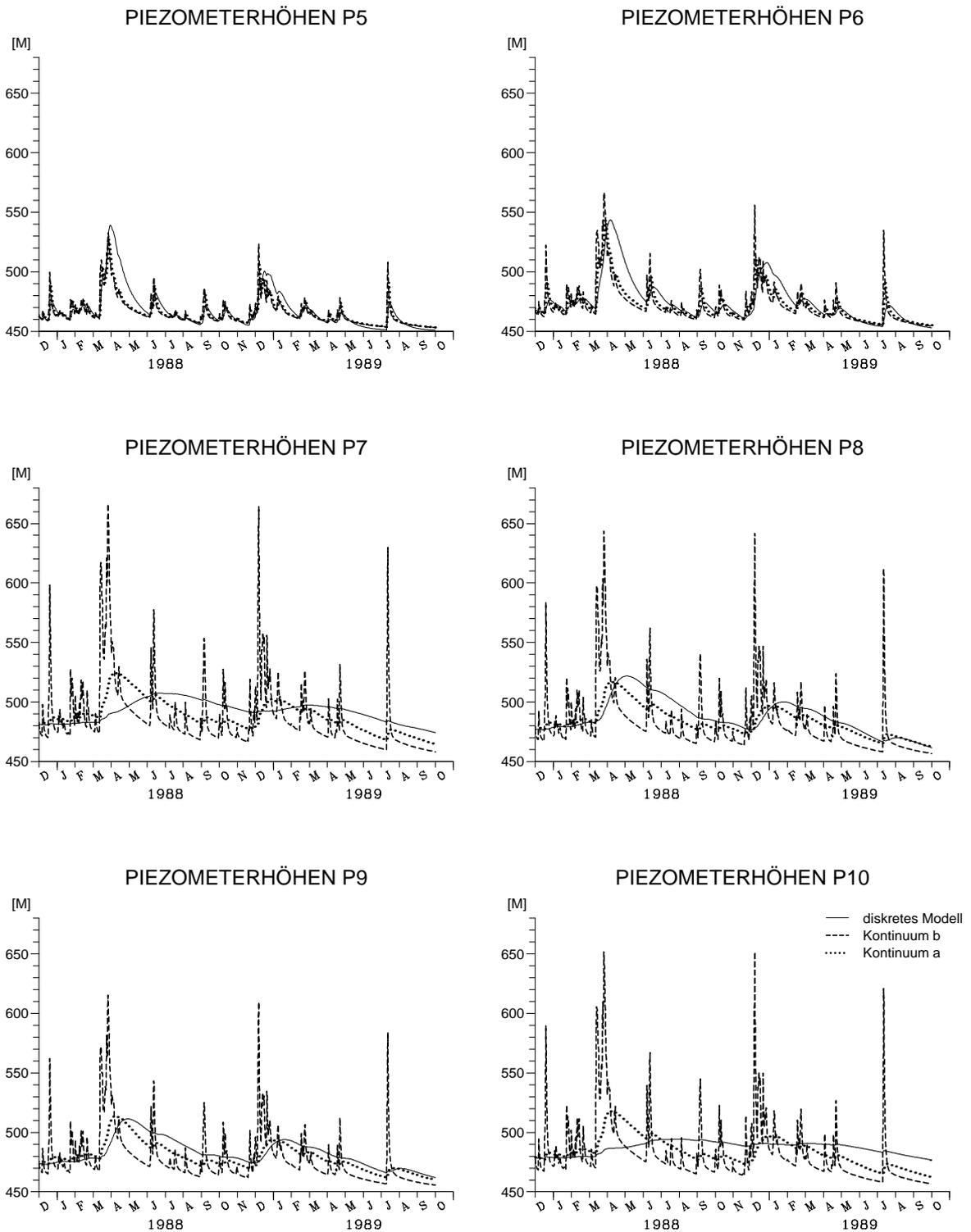
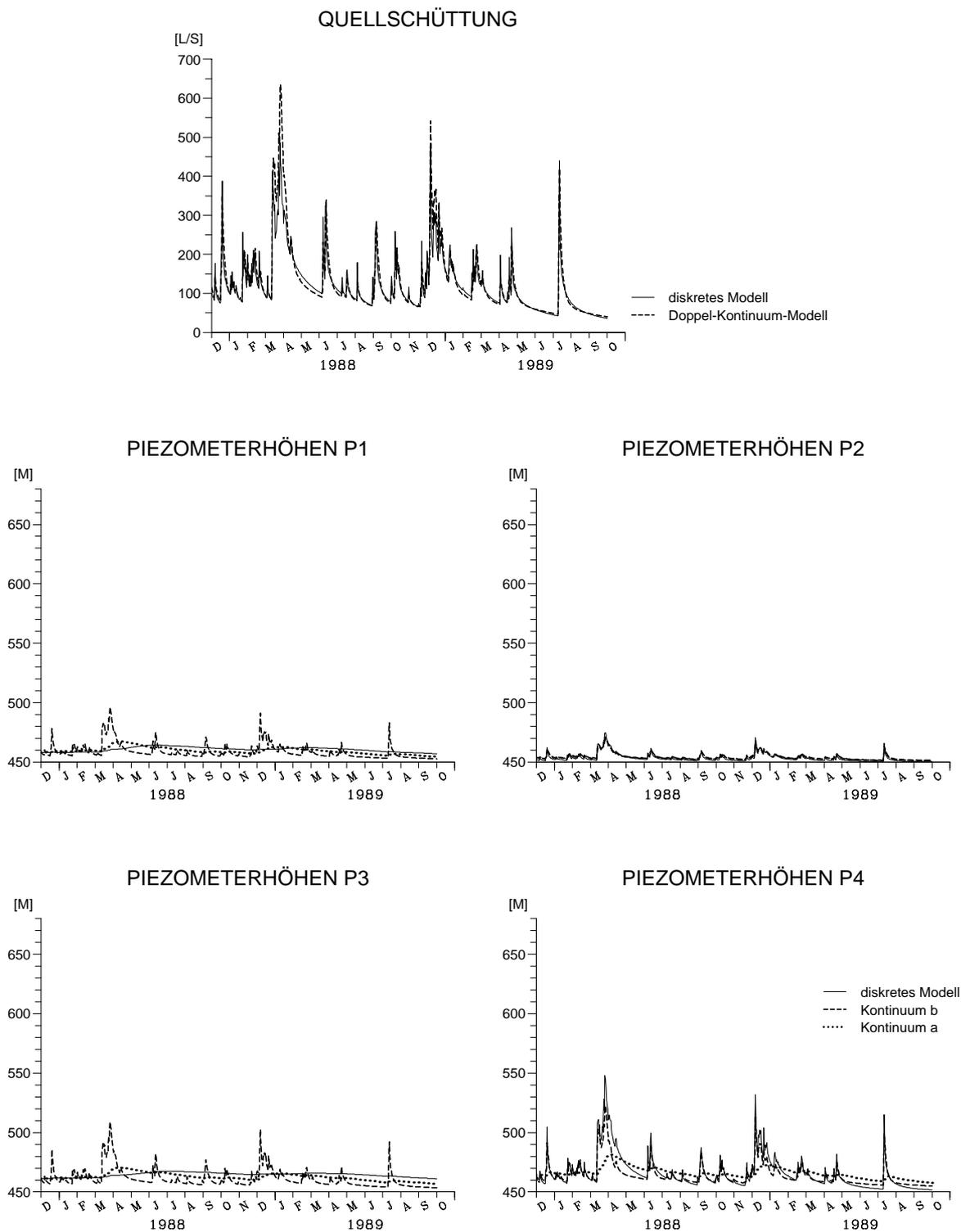


Abbildung B.20: Angepaßte Ganglinien der Piezometerhöhen an den Meßstellen P5 – P10; dendritisches Röhrennetz, Modell 3



**Abbildung B.21:** Angepaßte Ganglinien der Quellschüttung und Piezometerhöhen an den Meßstellen P1 – P4; dendritisches Röhrennetz, Modell 4

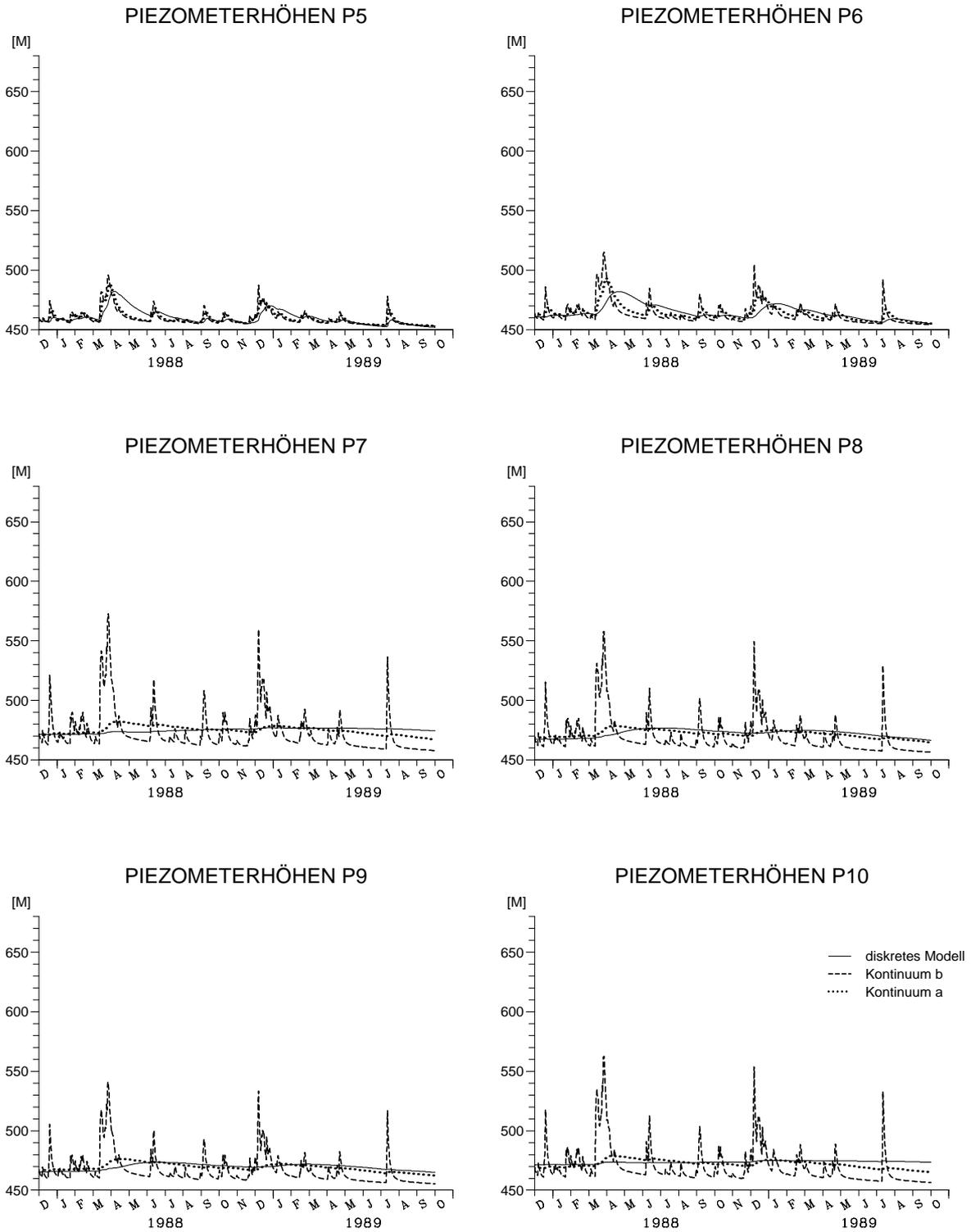
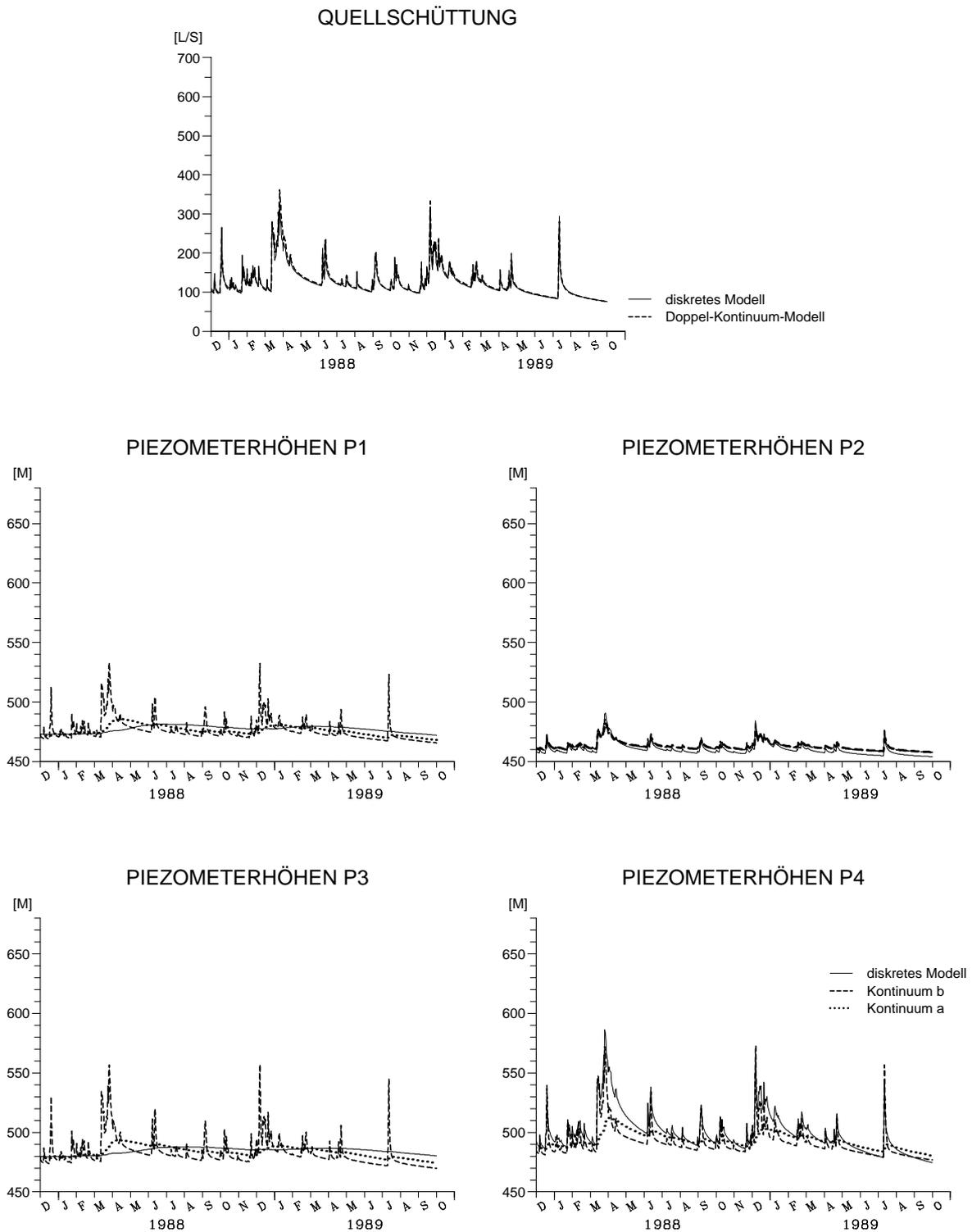


Abbildung B.22: Angepaßte Ganglinien der Piezometerhöhen an den Meßstellen P5 – P10; dendritisches Röhrennetz, Modell 4



**Abbildung B.23:** Angepaßte Ganglinien der Quellschüttung und Piezometerhöhen an den Meßstellen P1 – P4; dendritisches Röhrennetz, Modell 5

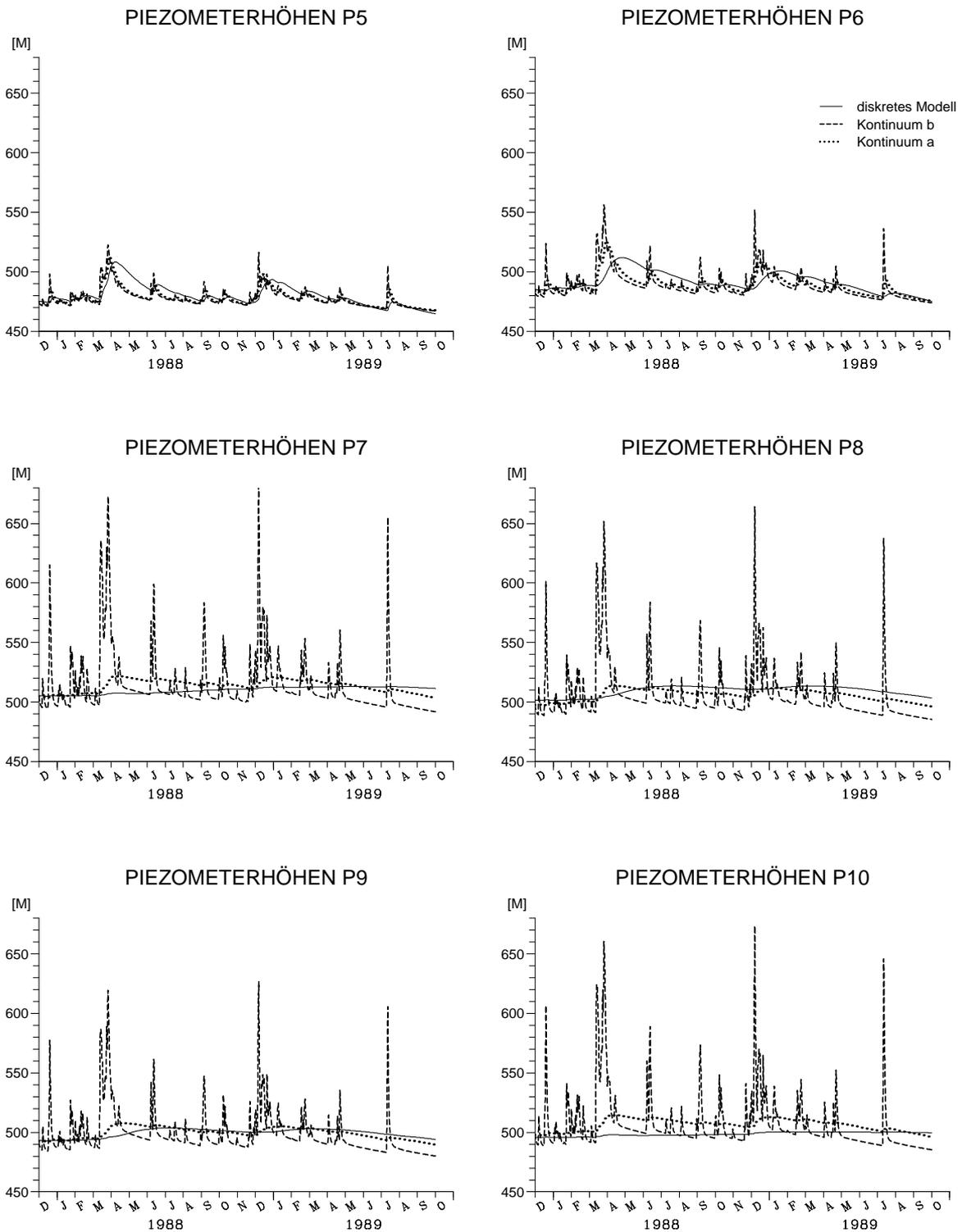


Abbildung B.24: Angepaßte Ganglinien der Piezometerhöhen an den Meßstellen P5 – P10; dendritisches Röhrennetz, Modell 5

**In der Reihe C der Tübinger Geowissenschaftlichen Arbeiten (TGA) sind bisher erschienen:**

- Nr. 1: Grathwohl, Peter (1989): Verteilung unpolarer organischer Verbindungen in der wasserunge-sättigten Bodenzone am Beispiel der leichtflüchtigen aliphatischen Chlorkohlenwasserstoffe. 102 S.
- Nr. 2: Eisele, Gerhard (1989): Labor- und Felduntersuchungen zur Ausbreitung und Verteilung leichtflüchtiger chlorierter Kohlenwasserstoffe (LCKW) im Übergangsbereich wasserungesät-tigte/wassergesättigte Zone. 84 S.
- Nr. 3: Ehmann, Michael (1989): Auswirkungen atmogener Stoffeinträge auf Boden- und Grund-wässer sowie Stoffbilanzierungen in drei bewaldeten Einzugsgebieten im Oberen Bunt-sandstein (Nordschwarzwald). 134 S.
- Nr. 4: Irouschek, Thomas (1990): Hydrogeologie und Stoffumsatz im Buntsandstein des Nordsch-warzwaldes. 144 S.
- Nr. 5: Sanns, Matthias (1990): Experimentelle Untersuchungen zum Ausbreitungsverhalten von leichtflüchtigen Chlorkohlenwasserstoffen (LCKW) in der wassergesättigten Zone. 122 S.
- Nr. 6: Seeger, Thomas (1990): Abfluß- und Stofffrachtseparation im Buntsandstein des Nord-schwarzwaldes. 154 S.
- Nr. 7: Einsele, Gerhard & Pfeffer, Karl-Heinz (Hrsg.) (1990): Untersuchungen über die Auswir-kungen des Reaktorunfalls von Tschernobyl auf Böden, Klärschlamm und Sickerwasser im Raum von Oberschwaben und Tübingen. 151 S.
- Nr. 8: Douveas, Nikon G. (1990): Verwitterungstiefe und Untergrundabdichtung beim Tal-sperrenbau in dem verkarsteten Nord-Pindos-Flysch (Projekt Pigai-Aoos, NW-Griechenland). 165 S.
- Nr. 9: Schlöser, Heike (1991): Quantifizierung der Silikatverwitterung in karbonatfreien Deck-schichten des Mittleren Buntsandsteins im Nordschwarzwald. 93 S.
- Nr. 10: Köhler, Wulf-Rainer (1992): Beschaffenheit ausgewählter, nicht direkt anthropogen beein-flußter oberflächennaher und tiefer Grundwasservorkommen in Baden-Württemberg. 144 S.
- Nr. 11: Bundschuh, Jochen (1991): Der Aquifer als thermodynamisch offenes System. - Untersu-chungen zum Wärmetransport in oberflächennahen Grundwasserleitern unter besonderer Be-rücksichtigung von Quellwassertemperaturen (Modellversuche und Geländebeispiele). 100 S.
- Nr. 12: Herbert, Mike (1992): Sorptions- und Desorptionsverhalten von ausgewählten polyzyklischen aromatischen Kohlenwasserstoffen (PAK) im Grundwasserbereich. 111 S.
- Nr. 13: Sauter, Martin (1993): Quantification and forecasting of regional groundwater flow and transport in a karst aquifer (Gallusquelle, Malm, SW-Germany). 150 S.
- Nr. 14: Bauer, Michael (1993): Wasserhaushalt, aktueller und holozäner Lösungsabtrag im Wutach-gebiet (Südschwarzwald). 130 S.
- Nr. 15: Einsele, Gerhard & Ricken, Werner (Hrsg.) (1993): Eintiefungsgeschichte und Stoffaustag im Wutachgebiet (SW-Deutschland). 215 S.

- Nr. 16: Jordan, Ulrich (1993): Die holozänen Massenverlagerungen des Wutachgebietes (Südschwarzwald). 132 S.
- Nr. 17: Krejci, Dieter (1994): Grundwasserchemismus im Umfeld der Sonderabfalldeponie Billigheim und Strategie zur Erkennung eines Deponiesickerwassereinflusses. 121 S.
- Nr. 18: Hekel, Uwe (1994): Hydrogeologische Erkundung toniger Festgesteine am Beispiel des Opalinustons (Unteres Aalenium). 170 S.
- Nr. 19: Schüth, Christoph (1994): Sorptionskinetik und Transportverhalten von polyzyklischen aromatischen Kohlenwasserstoffen (PAK) im Grundwasser - Laborversuche. 80 S.
- Nr. 20: Schlöser, Helmut (1994): Lösungsgleichgewichte im Mineralwasser des überdeckten Muschelkalks in Mittel-Württemberg. 76 S.
- Nr. 21: Pyka, Wilhelm (1994): Freisetzung von Teerinhaltstoffen aus residualer Teerphase in das Grundwasser: Laboruntersuchungen zur Lösungsrate und Lösungsvermittlung. 76 S.
- Nr. 22: Biehler, Daniel (1995): Kluftgrundwässer im kristallinen Grundgebirge des Schwarzwaldes - Ergebnisse von Untersuchungen in Stollen. 103 S.
- Nr. 23: Schmid, Thomas (1995): Wasserhaushalt und Stoffumsatz in Grünlandgebieten im württembergischen Allgäu. 145+ 92 S.
- Nr. 24: Kretzschmar, Thomas (1995): Hydrochemische, petrographische und thermodynamische Untersuchungen zur Genese tiefer Buntsandsteinwässer in Baden-Württemberg. 142 S.
- Nr. 25: Hebestreit, Christoph (1995): Zur jungpleistozänen und holozänen Entwicklung der Wutach (SW-Deutschland). 88 S.
- Nr. 26: Hinderer, Matthias (1995): Simulation langfristiger Trends der Boden- und Grundwasserver-sauerung im Buntsandstein-Schwarzwald auf der Grundlage langjähriger Stoffbilanzen. 175 S.
- Nr. 27: Körner, Johannes (1996): Abflußbildung, Interflow und Stoffbilanz im Schönbuch Wald-gebiet. 206 S.
- Nr. 28: Gewalt, Thomas (1996): Der Einfluß der Desorptionskinetik bei der Freisetzung von Tri-chlorethen (TCE) aus verschiedenen Aquifersanden. 67 S.
- Nr. 29: Schanz, Ulrich (1996): Geophysikalische Untersuchungen im Nahbereich eines Karstsystems (westliche Schwäbische Alb). 114 S.
- Nr. 30: Renner, Sven (1996): Wärmetransport in Einzelklüften und Kluftaquiferen - Untersuchungen und Modellrechnungen am Beispiel eines Karstaquifers. 89 S.



**ATTEMPTO SERVICE GmbH**  
Wilhelmstraße 7 · 72074 Tübingen  
Telefon: 0 70 71 / 29 7 59 95 / 29 7 35 58