

Spektrale Eigenschaften von lateralen Quantenpunkten

**Untersuchungen mittels Ladungssensoren
basierend auf Quantenpunktkontakten**

Dissertation

der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät
der Eberhard Karls Universität Tübingen
zur Erlangung des Grades eines
Doktors der Naturwissenschaften
(Dr. rer. nat.)

vorgelegt von
Johannes Bredenbach
aus Nagold

Tübingen
2020

Gedruckt mit Genehmigung der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät
der Eberhard Karls Universität Tübingen.

Tag der mündlichen Qualifikation:	03.12.2020
Stellvertretender Dekan:	Prof. Dr. József Fortágh
1. Berichterstatter:	Prof. Dr. David A. Wharam
2. Berichterstatter:	Prof. Dr. Monika Fleischer

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung	1
2. Physikalischer Hintergrund	3
2.1. Mesoskopische Physik	3
2.1.1. Heterostrukturen	4
2.1.2. Verwendete GaAs/AlGaAs-Heterostruktur	5
2.1.3. Zweidimensionales Elektronengas	7
2.1.4. Reduzierung der Dimensionalität	9
2.2. Quantenpunktkontakte	11
2.2.1. Ballistische Systeme	11
2.2.2. Wide-Narrow-Wide Modell	13
2.2.3. Adiabatisches Modell	15
2.2.4. 0,7-Anomalie	17
2.2.5. Nichtlineare Leitwertmessungen	17
2.3. Quantenpunkte	18
2.3.1. Constant-Interaction-Modell	19
2.3.2. Coulomb-Blockade-Oszillationen	20
2.3.3. Charakterisierung durch nichtlineare Messungen	24
2.3.4. Spektrale Eigenschaften	26
2.3.5. Gekoppelte Quantenpunkte	30
2.4. Quantenpunktkontakte als Elektrometer für Quantenpunkte	32
3. Probenherstellung	37
3.1. Ausgangsmaterial	37
3.2. Optische Lithographie	39
3.2.1. Ätzen der Mesa	39
3.2.2. Herstellung ohmscher Kontakte	41
3.2.3. Metallisierung von Zuleitungen und Bondpads	43
3.3. Elektronenstrahlithographie	44
3.3.1. Herstellung der Nanostruktur	44
3.3.2. Einfluss der Elektronenstrahlithographie auf die Leitfähigkeit	46
3.4. Kontaktierung	49

4. Messmethodik	53
4.1. Kryotechnik	53
4.1.1. Verdampfungskühlen	53
4.1.2. ^3He - ^4He -Entmischungskryostat	54
4.1.3. ^4He -Verdampfungskryostat	57
4.2. Messungen	57
4.2.1. Messequipment	57
4.2.2. Messverfahren	58
4.3. Probenhalter mit Tiefpassfiltern	63
5. Charakterisierung	69
5.1. Quanten-Hall-Effekt	69
5.2. Widerstände im Messaufbau	74
5.2.1. Serielle Widerstände	74
5.2.2. Ohmsche Kontakte	76
6. Ergebnisse	79
6.1. Probengeometrie	79
6.2. Quantenpunktkontaktkennlinien	80
6.3. Quantenpunktconfiguration	84
6.3.1. Ermittlung einer Quantenpunktconfiguration	84
6.3.2. Charakterisierung der Quantenpunktconfiguration mittels NL-Messungen	88
6.3.3. Bestimmung der Elektronentemperatur	92
6.4. Passive Ladungssensoren	97
6.4.1. Wahl des Bias-Punkts des Sensors	98
6.4.2. Einfluss der Sensorspannung auf die Coulomb-Blockade-Oszillationen	105
6.4.3. Korrektur der Umladungspositionen	112
6.4.4. Spektralanalyse	116
6.5. Aktive Ladungssensoren	124
6.5.1. Aktive Sensormessung	125
6.5.2. Spektralanalyse einer Quantenpunktconfiguration mit Störpotential	129
6.5.3. Aktive Sensormessungen eines Quantenpunkts im NL-Regime	139
7. Zusammenfassung	147
A. Anhang	151
Literatur	159

1. Einleitung

Schon seit dem berühmten Millikan-Versuch, mit dem bereits 1910 die Elementarladung relativ genau bestimmt werden konnte [Mil10], sind Untersuchungen zur Quantisierung von Elektronen in der Experimentalphysik beliebt. In Festkörpern wurden erstmals 1951 Tunnelprozesse von Einzelelektronen durch *C. J. Gorter* nachgewiesen [Gor51]. In den 1980er Jahren hielten Experimente, bei denen die Quantisierungseffekte kontrolliert werden konnten, Einzug in die mesoskopische Festkörperphysik. Ausschlaggebend hierfür war die Entwicklung der Elektronenstrahlolithographie, welche die Herstellung von Strukturen mit Abmessungen von wenigen Nanometern ermöglicht, sowie die Entwicklung der Molekularstrahlepitaxie, welche es erlaubt, das Wachstum von Halbleitern auf Ebene weniger Monolagen zu kontrollieren. Hervorzuheben ist hier das 1987 veröffentlichte Experiment von *T. Fulton* und *G. J. Dolan*, in dem erstmals Tunnelprozesse von Einzelelektronen in Tunnelkontakten zwischen Metallen kontrolliert werden konnten [FD87].

Um Quantisierungseffekte der Elektronen in Festkörpern auflösen zu können, müssen die Abmessungen der untersuchten Strukturen im Bereich von wenigen Vielfachen der Fermi-Wellenlänge der Elektronen liegen. Dies kann erreicht werden, indem die Abmessungen der Strukturen soweit wie möglich miniaturisiert werden, oder indem die Fermi-Wellenlänge der Elektronen modifiziert wird. Meistens ist jedoch beides nötig. Dank der Elektronenstrahlolithographie können die Strukturen bis in den Nanometerbereich miniaturisiert werden. Die Fermi-Wellenlänge der Elektronen kann durch die Wahl der Materialien sowie durch deren Schichtfolge beeinflusst werden. Eine weitere Bedingung, um Quantisierungseffekte auflösen zu können, ist, dass die diskreten Energieniveaus nicht durch Verbreiterungen zu einem kontinuierlichen Energieband verschmieren. Dies erreicht man ebenfalls durch ausreichend kleine Strukturgrößen oder durch eine Reduktion der Temperatur. Die Entwicklung des ^3He - ^4He -Entmischungskryostaten durch *H. London et al.* ermöglicht es, Messungen bei Temperaturen im Bereich weniger zehn Millikelvin durchzuführen [LCM62].

Dank dieser Technologien konnten 1988 *D. A. Wharam et al.* und *B. J. v. Wees et al.* die Leitwertquantisierung in Quantenpunktkontakten nachweisen [Wha+88; Wee+88]. Bei einem Quantenpunktkontakt handelt es sich um einen eindimensionalen Leitwertkanal. Dieser wurde durch elektrostatische Verdrängung eines zweidimensionalen Elektronengases durch Top-Gate-Elektroden erzeugt. Zwei Jahre

später konnte von *U. Meirav et al.* mittels der gleichen Methode erstmals ein kontrollierbarer Quantenpunkt erzeugt werden [MKW90]. Quantenpunkte werden als nulldimensionale Systeme aufgefasst, da die Elektronen in allen Raumrichtungen auf die Größenordnung der Fermi-Wellenlänge eingeschränkt werden. Sie zeichnen sich durch diskrete Energieniveaus aus, die je nach Lage bezogen auf die Reservoirs einen Stromfluss über den Quantenpunkt zulassen oder blockieren, man spricht von der Coulomb-Blockade. Basierend auf der Arbeit von *P. H. Lafarge et al.* gelang es *M. Field et al.* 1993, die diskreten Zustände eines Quantenpunkts mit einem Quantenpunktkontakt als Sensor indirekt zu messen [Laf+91; Fie+93]. Seither hat sich die Methode, einen Quantenpunktkontakt als Sensor für Umladungen, aber auch für weitere Eigenschaften der Zustände eines Quantenpunkts zu verwenden, als eine Standardmethode etabliert. Ein Quantenpunktkontakt reagiert allerdings nur zwischen zwei Werten seines quantisierten Leitwerts sensitiv. *M. Field et al.* haben den sensitiven Bereich vergrößert, indem sie den Leitwert des Sensors durch eine Variation der Gatespannung zurückgesetzt haben, wenn die Sensitivität zu stark abgenommen hatte. Dabei wurde allerdings vernachlässigt, dass solch eine Variation der Sensorspannung einen Einfluss auf den Quantenpunkt ausübt. *D. Schefzyk* und *C. Dieter* haben 2014 bzw. 2017 gezeigt, dass sich dieser Einfluss messen lässt, wodurch die Messdaten nachträglich korrigiert werden können [Sch14; Die17]. Dies ermöglichte es ihnen, eine aktive Elektromettermessung zu entwickeln, bei welcher der Leitwert des Sensors durch eine Regelung der Gatespannung während der gesamten Messung konstant gehalten wird, was den sensitiven Bereich prinzipiell unendlich vergrößert und somit die Verfolgung der Umladungen über einen sehr großen Bereich bis hin zur vollständigen Entleerung des Quantenpunkts ermöglicht. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurde ein Manuskript zur Veröffentlichung eingereicht, welches diese Messmethodik detailliert erläutert [Bre+20].

Von *D. Schefzyk* und *C. Dieter* sowie im eingereichten Manuskript wurde angenommen, dass der Einfluss der Sensorspannung auf alle Umladungspositionen gleich ist. Ob dies der Fall ist, wird im Folgenden systematisch untersucht. Darüber hinaus werden sowohl aus direkten Transportmessungen des Quantenpunkts als auch aus passiven sowie aktiven Sensormessungen Energiespektren der Einzelteilchenzustände berechnet und mit den Vorhersagen der für chaotische Quantenpunkte häufig angeführten Random-Matrix-Theorie verglichen. Als Ausgangsmaterial der für diese Arbeit hergestellten Nanostrukturen diente eine GaAs/Al_{0,33}Ga_{0,67}As-Heterostruktur. Daher werden im Folgenden zunächst die physikalischen Eigenschaften einer solchen Heterostruktur sowie die des darin entstehenden zweidimensionalen Elektronengases diskutiert, bevor theoretische Modelle zur Beschreibung von Quantenpunktkontakten und Quantenpunkten vorgestellt werden. Anschließend werden der Herstellungsprozess und die Messmethodik erläutert, ehe das Probenmaterial charakterisiert wird und abschließend die Ergebnisse präsentiert werden.

2. Physikalischer Hintergrund

2.1. Mesoskopische Physik

In der Festkörperphysik wird der Bereich zwischen der mikroskopischen Physik auf atomarer Ebene und der makroskopischen Physik nach dem griechischen Wort *μέσο* für Mitte als mesoskopische Physik bezeichnet. In diesem Bereich ist die quantenmechanische Diskretisierung der Energieniveaus bereits ausreichend groß, dass einzelne Niveaus unter gewissen Voraussetzungen getrennt werden können. Dadurch lassen sich viele auf quantenmechanischen Effekten beruhende Phänomene beobachten. Medien wie Wafer oder Leiterbahnen auf den Wafern können hier aber generell noch als kontinuierliche Objekte angenommen werden. Wenn man durch Miniaturisierung eines elektronischen Bauteils in den mesoskopischen Bereich kommt, ändert sich zumeist sein Verhalten. Verkleinert man beispielsweise den Querschnitt eines leitenden Bereichs immer weiter, so beobachtet man, dass der Widerstandswert quantisiert wird, wenn die Abmessungen des Bereichs in der Größenordnung von wenigen Vielfachen der Fermi-Wellenlänge λ_F der Elektronen liegen [Wha+88; Wee+88]. Es gibt keine exakten Grenzen, ab denen man von der mikroskopischen, mesoskopischen und makroskopischen Physik spricht. In der mesoskopischen Physik untersucht man typischerweise Strukturen mit geometrischen Abmessungen im Bereich von wenigen Vielfachen der Fermi-Wellenlänge. Je nach Material liegt dieser Bereich für gewöhnlich zwischen einigen 10 nm und ca. 1 μm .

Um quantenmechanische Effekte zuverlässig untersuchen zu können, muss die Kohärenz der Zustände zumindest auf der Größenordnung der Strukturen erhalten bleiben. Dies bedeutet, dass die mittlere freie Weglänge $l_m = v_F \tau$, also die mittlere Länge, bis sich der Impuls der Ladungsträger ändert, sowie die Phasenrelaxationslänge $l_\phi = \sqrt{D\tau_\phi}$, also die mittlere Länge, bis sich die Phase der Ladungsträger ändert, größer als die Abmessungen L der untersuchten Strukturen sein müssen, also $l_m, l_\phi > L$. Dabei ist v_F die Fermi-Geschwindigkeit, τ die mittlere Streuzzeit, D die Diffusionskonstante und τ_ϕ die Phasenkohärenzzeit. Die immer weiter gehende Miniaturisierung reicht alleine meistens noch nicht aus, um diese Bedingung zu erfüllen. Deshalb werden die Strukturen häufig bei tiefen Temperaturen untersucht, was die Streu- und Kohärenzlänge signifikant erhöht.

2. Physikalischer Hintergrund

Die in dieser Arbeit untersuchten Nanostrukturen sind der mesoskopischen Physik zuzuordnen. Nanostrukturen zeichnen sich dadurch aus, dass ihre Abmessungen in einer oder mehreren Dimensionen im Bereich der Fermi-Wellenlänge der Ladungsträger liegen. Diese Reduzierung der Dimensionalität wird auf unterschiedliche Weise erreicht. Die Elektronen der hier untersuchten Strukturen werden bereits durch das Ausgangsmaterial, ein Heterostrukturschichtsystem, auf zwei Dimensionen beschränkt. Die weitere Reduzierung der Dimensionalität wird durch Top-Gate-Elektroden erreicht, die die unter ihnen befindlichen Ladungsträger verdrängen. In den folgenden Abschnitten wird dies genauer erläutert.

2.1.1. Heterostrukturen

Neben sogenannten Elementarhalbleitern, bei denen ein Element in seiner kristallinen Form halbleitend ist, wie z.B. Silizium (Si) oder Germanium (Ge), gibt es Verbindungshalbleiter, die aus mehreren Elementen bestehen, welche in ihrer reinen Form prinzipiell nicht halbleitend sein müssen, dies in der Verbindung aber werden. Verbindungshalbleiter werden nach den Hauptgruppen ihrer Bestandteile benannt. Beispielsweise gehören Siliziumgermanium (SiGe) und Siliziumcarbid (SiC) zu den IV-IV-Halbleitern, Nitride wie Galliumnitrid (GaN) oder Indiumnitrid (InN) sowie Arsenide wie Galliumarsenid (GaAs) oder Aluminiumarsenid (AlAs) zu den III-V-Halbleitern und Sulfide wie Zinksulfid (ZnS) oder Cadmiumsulfid (CdS) sowie Selenide wie Zinkselenid (ZnSe) oder Cadmiumselenid (CdSe) zu den II-VI-Halbleitern. Alle bisher genannten Beispiele von Verbindungshalbleitern gehören zu den binären Verbindungen, bei denen beide Elemente zu gleichen Teilen vertreten sind. Bei ternären Verbindungen werden Teile eines Elements durch ein anderes Element derselben Hauptgruppe ersetzt, wie z.B. bei dem III-V-Halbleiter Aluminiumgalliumarsenid ($\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$). Dabei gibt x den prozentualen Anteil an Aluminium an. Je nach Zusammensetzung der Verbindungshalbleiter und je nach Mengenverhältnis bei ternären Verbindungen variiert die Bandlücke. Bei $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ kann so die Bandlücke bei Raumtemperatur (300 K) zwischen $E_{g,\text{GaAs}} = 1,424 \text{ eV}$ ($x = 0$) und $E_{g,\text{AlAs}} = 2,168 \text{ eV}$ ($x = 1$) variiert werden, wobei bei $x = 0,45$ ein Übergang von einer direkten zu einer indirekten Bandlücke stattfindet. Die Bandlücke kann im Bereich der direkten Energielücke ($x < 0,45$) über eine lineare Interpolation bestimmt werden [Ada85]:

$$E_{g,\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}} = 1,424 \text{ eV} + x \cdot 1,247 \text{ eV} \quad (2.1)$$

Beim sogenannten *Band-Gap-Engineering* nutzt man die Variation der Bandlücke, indem man verschiedene Halbleiter aufeinander wachsen lässt und somit den Verlauf der Energielücke in Wachstumsrichtung gezielt modifiziert. Die dabei entstehende Schichtfolge verschiedener Halbleiter wird *Heterostruktur* genannt.

Für Untersuchungen im Bereich der mesoskopischen Physik ist es entscheidend, dass die mittlere freie Weglänge möglichst groß ist, um reproduzierbare und rauscharme Messungen zu ermöglichen. Kristallfehler wirken auch bei tiefen Temperaturen noch als potentielle Streuzentren. Aus diesem Grund kommen für Heterostrukturen nur Materialien mit sehr ähnlichen Gitterkonstanten in Frage. Bei Untersuchungen, die eine extrem hohe Elektronenbeweglichkeit benötigen, haben sich aufgrund der maximalen Abweichung der Gitterkonstanten von 0,14 % Schichtsysteme aus GaAs, AlAs und $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ etabliert [UDH97]. Die Gitterkonstante von $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ bewegt sich zwischen der von GaAs $a_{\text{GaAs}} = 5,6533 \text{ \AA}$ sowie der von AlAs $a_{\text{AlAs}} = 5,6611 \text{ \AA}$ und kann nach der *Vegard'schen Regel* [Veg21] durch lineare Interpolation berechnet werden:

$$a_{\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}} = x \cdot a_{\text{AlAs}} + (1 - x) \cdot a_{\text{GaAs}} = 5,6533 \text{ \AA} + x \cdot 0,0078 \text{ \AA} \quad (2.2)$$

Sämtliche in diesem Kapitel genannten Zahlenwerte wurden [Ada85] entnommen.

2.1.2. Verwendete GaAs/AlGaAs-Heterostruktur

Die für diese Arbeit verwendete Heterostruktur wurde an dem *Cavendish Laboratory* der *University of Cambridge* mittels Molekularstrahlepitaxie hergestellt. Sie besteht aus GaAs, $\text{Al}_{0,33}\text{Ga}_{0,67}\text{As}$ und mit Silizium dotiertem $\text{Al}_{0,33}\text{Ga}_{0,67}\text{As}$. Die Bandlücke sowie die Gitterkonstante von $\text{Al}_{0,33}\text{Ga}_{0,67}\text{As}$ können nach den Formeln 2.1 und 2.2 berechnet werden:

$$E_{g,\text{Al}_{0,33}\text{Ga}_{0,67}\text{As}} = 1,836 \text{ eV} \quad (2.3)$$

$$a_{\text{Al}_{0,33}\text{Ga}_{0,67}\text{As}} = 5,6559 \text{ \AA} \quad (2.4)$$

Die Schichtfolge sowie die zugehörige Bandstruktur ist in Abbildung 2.1 dargestellt. Ausgehend vom in [100]-Richtung orientierten GaAs Substrat folgen eine weitere, 50 nm dicke Schicht GaAs sowie eine ebenfalls 50 nm dicke Schicht $\text{Al}_{0,33}\text{Ga}_{0,67}\text{As}$, die zur Pufferung eventueller Kristallfehler im Substrat dienen. Am Randbereich der daran anschließenden 1 μm dicken Schicht GaAs zur folgenden 40 nm dicken Schicht $\text{Al}_{0,33}\text{Ga}_{0,67}\text{As}$ entsteht ein sogenanntes *Zweidimensionales Elektronengas* (2DEG), da hier die Leitungsbandkante unter die Fermi-Energie sinkt, siehe Abbildung 2.1. In diesem Bereich können sich die Elektronen parallel zur Oberfläche näherungsweise frei bewegen, was die Grundlage der in dieser Arbeit durchgeführten Untersuchungen legt. Im folgenden Kapitel 2.1.3 wird der physikalische Hintergrund des 2DEG genauer erläutert. Der Großteil der Elektronen im 2DEG stammt aus der über der 40 nm- $\text{Al}_{0,33}\text{Ga}_{0,67}\text{As}$ -Schicht befindlichen, ebenfalls 40 nm dicken und mit Silizium dotierten Schicht $\text{Al}_{0,33}\text{Ga}_{0,67}\text{As}$. Durch Tunnelprozesse sowie thermische Anregung gelangen die freien Ladungsträger in den Bereich des 2DEG und bleiben

2. Physikalischer Hintergrund

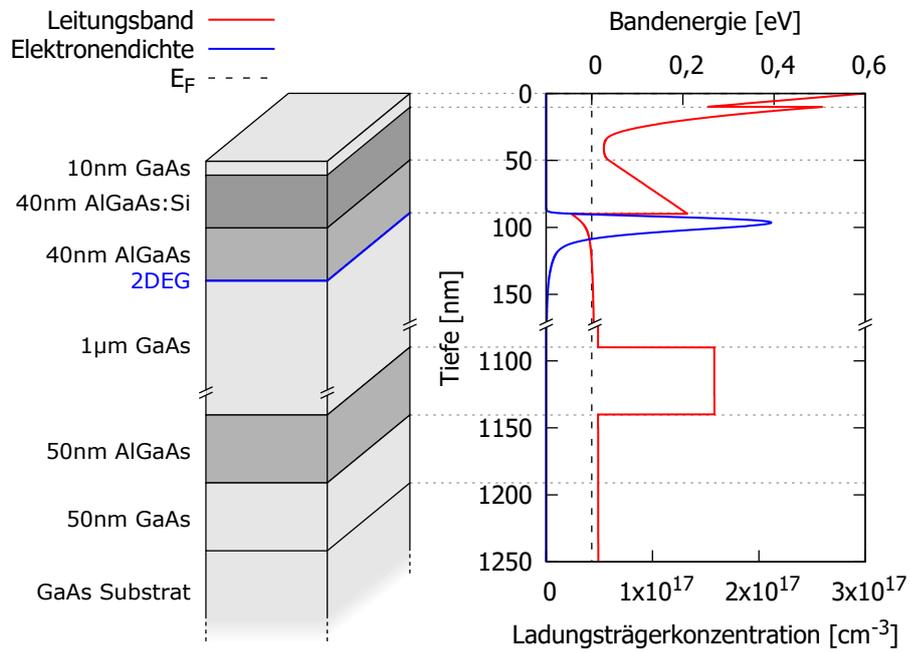


Abbildung 2.1.: Schichtfolge der GaAs/AlGaAs Heterostruktur mit zugehörigem Verlauf des Leitungsbands und Elektronendichte. Simulationsergebnisse der Software *1D Poisson* [Sni].

dort aufgrund der hohen Energiestufe. Der räumliche Abstand der dotierten Schicht vermeidet die etwaige Streuung der Elektronen des 2DEG an ionisierten Donatorrümpfen. Die Deckschicht bildet eine 10 nm dicke Schicht GaAs, die eine Oxidation des darunter befindlichen Aluminiums verhindert. Die Charakterisierung des Probenmaterials wird in Kapitel 5.1 diskutiert. Dort werden auch die resultierenden Materialparameter aufgelistet.

Um den in Abbildung 2.1 dargestellten Bandkantenverlauf sowie die zugehörige Elektronendichte aus den Materialparametern zu berechnen, ist es nötig, die Schrödingergleichung

$$-\frac{\hbar^2}{2} \frac{d}{dz} \left(\frac{1}{m^*(z)} \frac{d}{dz} \right) \psi(z) = (\varepsilon - V(z)) \psi(z) \quad (2.5)$$

sowie die Poissongleichung

$$\frac{d}{dz} \left(\epsilon_0 \epsilon_r(z) \frac{d}{dz} \right) \phi(z) = -e (N_D(z) - n(z)) \quad (2.6)$$

zu lösen. Hierbei steht $m^*(z)$ für die effektive Elektronenmasse, welche den Einfluss des Kristallgitters auf die Elektronen berücksichtigt, $\psi(z)$ für die Wellenfunktion, ε für die Energie, $\epsilon_r(z)$ für die Dielektrizitätskonstante, $\phi(z)$ für das elektrostatische Potential und $N_D(z)$ für die Verteilung der ionisierten Donatoratome. Diese beiden Gleichungen sind über die potentielle Energie

$$V(z) = -e\phi(z) + \Delta E_c(z) \quad (2.7)$$

sowie über die Ladungsträgerdichteverteilung

$$n(z) = \sum_{k=1}^m |\psi_k(z)|^2 n_k \quad (2.8)$$

miteinander gekoppelt. Dabei beschreibt $\Delta E_c(z)$ den Energieoffset der Leitungsbänder zwischen verschiedenen Schichten der Heterostruktur und n_k die Besetzung des k -ten Zustands. Aufgrund der hohen Komplexität der gekoppelten Gleichungen löst man sie zumeist mit numerischen Methoden. Der hier dargestellte Bandkantenverlauf wurde mit dem Simulationsprogramm *1D Poisson* von G. Snider berechnet [Sni]. Das dabei angewandte numerische Verfahren zur selbstkonsistenten Lösung der Schrödinger- und Poissongleichung wird in [Tan+90] erläutert.

2.1.3. Zweidimensionales Elektronengas

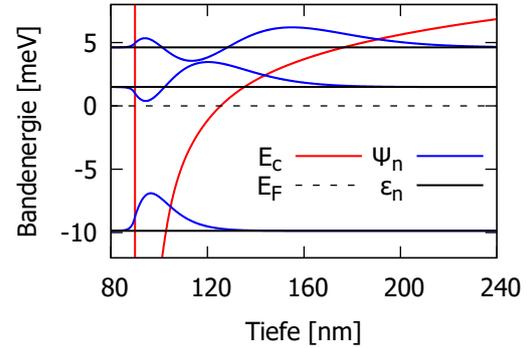
Wie im vorherigen Kapitel diskutiert, gibt es bei der verwendeten GaAs/Al_{0,33}Ga_{0,67}As-Heterostruktur einen Bereich, in dem die Leitungsbänder unter das Fermi-Niveau sinkt, siehe Abbildung 2.1. Dadurch gibt es im Leitungsband Zustände, die auch bei sehr tiefen Temperaturen von Elektronen besetzt werden können. Typischerweise finden die Messungen bei Temperaturen um oder unter 100 mK statt. Der thermische Einfluss auf die Besetzung kann dadurch vernachlässigt werden: Während 100 mK einer Energie von etwa 8,6 μ eV entsprechen, beträgt beispielsweise die Fermi-Energie des verwendeten Materials etwa 5,8 meV, vgl. Kapitel 5.1. Mit der umgekehrten Wachstumsrichtung der Heterostruktur z lässt sich das Einschlusspotential dieser Zustände unterhalb des Fermi-Niveaus als Näherung durch ein Dreieckspotential beschreiben [Dav06]:

$$V(z) = \begin{cases} eFz & \text{für } z > 0 \\ \infty & \text{für } z \leq 0 \end{cases} \quad (2.9)$$

Dabei ist es üblich, das Potential so darzustellen, dass es ein Elektron mit Ladung e in einem elektrischen Feld F beschreibt. Durch die angenommene unendliche Potentialstufe folgt sofort die Bedingung $\psi(z \leq 0) = 0$, man betrachtet also nur das Verhalten in der GaAs-Schicht. Aufgrund dessen ist die effektive Masse m^* nicht

2. Physikalischer Hintergrund

Abbildung 2.2.: Leitungsbandkante E_c mit Fermi-Energie E_F sowie die ersten drei Eigenzustände ψ_n und zugehörige Eigenenergien ε_n des 2DEG. Simulationsergebnisse der Software *1D Poisson* [Sni] für die verwendete Heterostruktur.



mehr abhängig von der Tiefe z , und die Schrödingergleichung 2.5 vereinfacht sich zu:

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + eFz \right) \psi(z) = \varepsilon \psi(z) \quad (2.10)$$

Diese Gleichung wird durch Airy-Funktionen mit einem zugehörigen diskreten Energiespektrum gelöst. In Abbildung 2.2 sind die Energieniveaus mit den zugehörigen Eigenzuständen dargestellt. Dabei handelt es sich um Simulationsergebnisse der Software *1D Poisson* [Sni] für die Materialparameter der verwendeten Heterostruktur. Bei der Simulation wurde die tatsächliche Höhe der Potentialbarriere berücksichtigt, weshalb die Wellenfunktionen eine Überlappung mit dem klassisch verbotenen Bereich aufweisen. Diese Überlappung ist die Ursache dafür, dass die Donatoren einen räumlichen Abstand zu dieser Grenzschicht benötigen, um Streuprozesse mit den Donatorrümpfen zu verhindern, vgl. vorheriges Kapitel 2.1.2.

Betrachtet man nun alle drei Raumrichtungen, so ergibt sich als Lösung für die Schrödingergleichung:

$$\Psi(x, y, z) = e^{ik_x x} e^{ik_y y} \psi(z) \quad (2.11)$$

$$E_n(k_x, k_y) = \frac{\hbar^2}{2m^*} (k_x^2 + k_y^2) + \varepsilon_n \quad (2.12)$$

Neben den diskreten Zuständen in z -Richtung kann die Bewegung in der x - y -Ebene frei erfolgen, weshalb man von einem zweidimensionalen Elektronengas (2DEG) spricht. Dieses wird als Gas bezeichnet, da die Elektronendichte sehr gering ist und die Bewegung der Elektronen in der x - y -Ebene hauptsächlich durch Stöße bestimmt wird, während weitere Einflüsse, wie z.B. die Elektron-Elektron Wechselwirkung, eine untergeordnete Rolle spielen. Aufgrund der Tatsache, dass die Besetzungszahl der z -Komponente von der Elektronendichte abhängt, ist bei niedrigen Temperaturen nur das unterste Niveau besetzt. Ist mehr als ein Niveau besetzt, spricht man von einem *quasi zweidimensionalen System*.

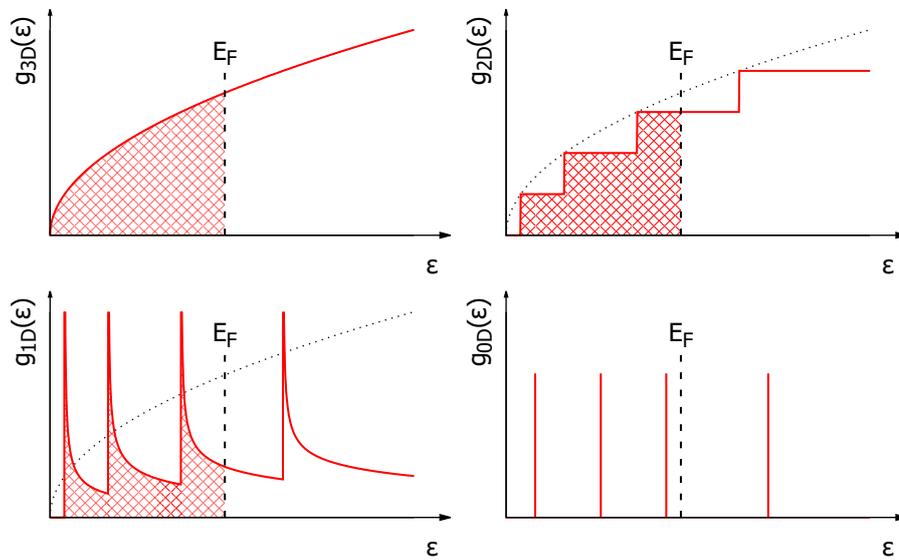


Abbildung 2.3.: Dimensionsabhängige Zustandsdichte. Für Systeme mit weniger als drei Dimensionen entspricht die Zustandsdichte der Summe der Zustandsdichten der einzelnen Subbänder. Die gestrichelte Kurve bei 2D und 1D entspricht der auf die Einschlussbreite renormierte 3D-Zustandsdichte. Nach [GM12].

2.1.4. Reduzierung der Dimensionalität

In einem Halbleiter werden viele physikalische Größen durch die Zustandsdichte bestimmt. Beispielsweise kann der Strom durch einen Halbleiter mit der Zustandsdichte $g(\varepsilon)$, der Elektronengeschwindigkeit $v(\varepsilon)$ und den chemischen Potentialen der Zuleitungen μ_r, μ_l durch das Integral

$$I = \int_{\mu_r}^{\mu_l} g(\varepsilon) e v(\varepsilon) d\varepsilon \quad (2.13)$$

berechnet werden. Wie bereits erwähnt, können thermische Effekte aufgrund der niedrigen Temperaturen, bei denen die Messungen stattfinden, vernachlässigt werden. Die Zustandsdichte ist ein Maß für die Anzahl der Zustände, die in einem Energieintervall besetzt werden können und dadurch bspw. zum Ladungstransport beitragen können. Sie ist, abhängig von der Dimensionalität, gegeben durch [Dav06]:

$$g(\varepsilon) = \begin{cases} \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m^*}{\hbar^2}\right)^{\frac{3}{2}} \sqrt{\varepsilon} & \text{für 3D} \\ \frac{1}{2\pi} \left(\frac{2m^*}{\hbar^2}\right) & \text{für 2D} \\ \frac{1}{\pi} \left(\frac{2m^*}{\hbar^2}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} & \text{für 1D} \end{cases} \quad (2.14)$$

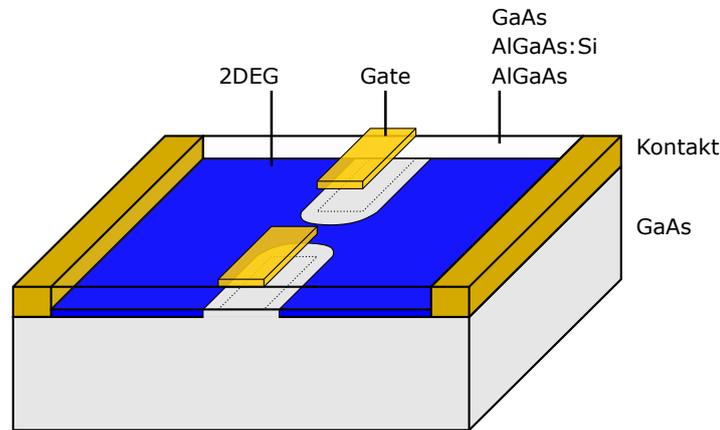


Abbildung 2.4.: Schematische Darstellung der Verdrängung des 2DEG durch zwei Gates, wodurch ein Quantenpunktkontakt geformt wird. Die Verdrängung des 2DEG erfolgt stets abgerundet.

Diese Formeln gelten jeweils für die aus der Reduzierung der Dimensionalität entstehenden einzelnen Subbänder. In 3D steigt die Zustandsdichte also mit der Energie, in 2D ist sie konstant und in 1D sinkt sie mit steigender Energie sogar. Dieses Verhalten in 1D ist für die Leitwertquantisierung bei Quantenpunktkontakten entscheidend, da dadurch das Produkt aus Zustandsdichte $g(\varepsilon)$ und Geschwindigkeit der Elektronen $v(\varepsilon)$ konstant wird und somit der Integrand in Gleichung 2.13 unabhängig von der Energie ist, siehe auch Kapitel 2.2. Für den 0D Fall, also den Fall, dass ein Elektron in seiner Bewegung in allen Raumrichtungen eingeschränkt ist, geht die Zustandsdichte in diskrete Deltapeaks über. Die gesamte Zustandsdichte ergibt sich aus der Summe der Zustandsdichten der einzelnen Subbänder. So geht bspw. die im 2D konstante Zustandsdichte in eine Treppenfunktion über, siehe Abbildung 2.3. Die Stufen sind dabei an den Stellen, an denen die Energie ausreichend groß ist, um ein weiteres Subband zu besetzen. Die Besetzung erfolgt bis zur Fermi-Energie. Im gezeigten Fall sind also drei Subbänder besetzt.

Durch die verwendete Heterostruktur liegt bei tiefen Temperaturen bereits ein zweidimensionales System vor: das 2DEG. Die weitere Reduzierung der Dimensionalität wird über elektrostatische Verdrängung der Elektronen erreicht. Dazu werden auf dem Wafer Top-Gate-Elektroden aufgebracht, die das unter ihnen befindliche 2DEG

durch das Anlegen einer gegenüber dem 2DEG negativen Spannung sukzessive verdrängen. Dabei ist es nicht möglich, Strukturen mit scharfen Kanten auf das 2DEG zu übertragen, da die Top-Gate-Elektroden das 2DEG immer abgerundet verdrängen [DLS95]. Wie in Abbildung 2.4 dargestellt, führt dies zu einem Verschmieren der Strukturen. Ein weiteres Problem von Top-Gate-Elektroden ist der gegebenenfalls mögliche Stromfluss von den Elektroden in das Substrat. Dies wird vermieden, indem Gatematerialien verwendet werden, die mit der Waferoberfläche Schottky-Kontakte mit ausreichender Barrierenhöhe bilden. Auf die Herstellung der Top-Gate-Elektroden wird in Kapitel 3 eingegangen. Dort wird zudem die elektrische Kontaktierung des 2DEG erläutert.

2.2. Quantenpunktkontakte

2.2.1. Ballistische Systeme

Verdrängt man das 2DEG mittels zwei Top-Gate-Elektroden wie in Abbildung 2.4 dargestellt, so erhält man ein 1D-System, wenn die Breite W der Einschnürung im Bereich der Fermi-Wellenlänge bzw. im Bereich von wenigen Vielfachen der Fermi-Wellenlänge liegt. Zudem soll die Länge der Einschnürung L kleiner als die Phasenrelaxationslänge l_ϕ der Elektronen und auch kleiner als die mittlere freie Weglänge l_m , also kleiner als die Impulsrelaxationslänge der Elektronen, sein. Ist die Bedingung

$$l_\phi \gg l_m > L, W \quad (2.15)$$

erfüllt, so spricht man von einem *ballistischen System*, dessen Verhalten nur durch die Geometrie der Einschlusspotentiale bestimmt wird. Diese Bedingung für ein ballistisches System ist bei $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ -Heterostrukturen eine notwendige, aber unter gewissen Umständen keine hinreichende Bedingung. Im Drude-Modell wird die mittlere freie Weglänge l_m hauptsächlich durch Großwinkelstreuungen oder eine Folge von mehreren Kleinwinkelstreuungen bestimmt. Die häufigsten Beispiele für Großwinkelstreuungen sind die Streuungen an Phononen, Störstellen oder an ionisierten Donatoratomen. In typischen $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ -Heterostrukturen zählt die Streuung an ionisierten Donatoratomen allerdings zu den Kleinwinkelstreuungen, da die Donatoratome einen gewissen räumlichen Abstand vom 2DEG haben. Aufgrund der niedrigen Temperaturen bei den Messungen sind Streuungen an Phononen stark unterdrückt. Die Streuung an Störstellen ist aufgrund der hohen Reinheit, mit der $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ -Heterostrukturen hergestellt werden können, ebenfalls sehr unwahrscheinlich. Dadurch wird die mittlere freie Weglänge l_m von $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ -Heterostrukturen hauptsächlich durch eine Folge von mehreren Kleinwinkelstreuungen bestimmt. Es wurde aber beobachtet, dass gewisse Systeme ihr ballistisches

2. Physikalischer Hintergrund

Verhalten bereits durch sehr wenige Kleinwinkelstreuungen, unter Umständen sogar durch nur eine Kleinwinkelstreuung, verlieren [Mol+92]. Ob dies der Fall ist, wird hauptsächlich durch die verwendete Struktur bestimmt. Deswegen gibt es keine allgemeingültige Formulierung, die beschreibt, wann sich ein solches System ballistisch verhält, obwohl *J. Spector et al.* den Begriff einer *ballistischen freien Weglänge* einführen [Spe+92]. Da die mittlere freie Weglänge des verwendeten Probenmaterials größer als die maximale Strukturgröße ist, siehe Kapitel 5.1, sowie aufgrund der hohen Messqualität, siehe Kapitel 6, kann davon ausgegangen werden, dass sich die im Rahmen dieser Arbeit vermessenen Strukturen ballistisch verhalten.

Das ballistische Regime wird durch Miniaturisierung der Strukturen bis in den Nanometerbereich sowie durch die Reduzierung der Temperatur auf unter 1 K erreicht. Bei diesen 1D-Systemen unterscheidet man zwischen *Quantendrähten*, bei denen die Länge typischerweise deutlich größer als die Breite ist ($L \gg W$), und den für diese Arbeit relevanten *Quantenpunktkontakten* (QPC), bei denen die Länge vergleichbar mit der Breite oder kleiner als die Breite ist ($L \lesssim W$). Streng genommen handelt es sich bei zweiterem um kein reines 1D-Problem, da hier auch die Länge der Struktur im Bereich der Fermi-Wellenlänge bzw. im Bereich von wenigen Vielfachen der Fermi-Wellenlänge der Elektronen liegt. Trotzdem beschreibt die im Folgenden vorgestellte Theorie gut das Verhalten von QPC, wobei bei ihnen prinzipiell auch Tunneleffekte eine größere Rolle spielen als bei Quantendrähten.

Der Strom durch einen idealen 1D-Kanal kann über das Integral in Gleichung 2.13 berechnet werden. Für die Geschwindigkeit der Elektronen gilt [Dav06]:

$$v(\varepsilon) = \frac{1}{\hbar} \frac{d\varepsilon}{dk} = \frac{\hbar k(\varepsilon)}{m^*} = \sqrt{\frac{2\varepsilon}{m^*}} \quad (2.16)$$

Dabei wurde die parabelförmige Dispersionsrelation $\varepsilon = \hbar^2 k^2 / 2m^*$ eingesetzt. Zusammen mit der 1D-Zustandsdichte aus Gleichung 2.14 ergibt sich für das Integral somit:

$$I = \frac{1}{2} \int_{\mu_r}^{\mu_l} g(\varepsilon) e v(\varepsilon) d\varepsilon = \frac{e}{\pi \hbar} \int_{\mu_r}^{\mu_l} \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} \sqrt{\varepsilon} d\varepsilon = \frac{2e^2}{h} \Delta U \quad (2.17)$$

Der Vorfaktor 1/2 ergibt sich daraus, dass die Zustandsdichte den Betrag des Wellenvektors berücksichtigt, wohingegen durch den Energieunterschied $e\Delta U$ nur Zustände mit positivem Wellenvektor zum Stromfluss beitragen, siehe Abbildung 2.5. Dabei wurde $\mu_r < \mu_l$ angenommen, wonach die Elektronen nach rechts fließen, d.h. es gibt nur zusätzliche Zustände mit positivem Wellenvektor k . Der Leitwert G eines idealen 1D-Leitwertkanals ergibt sich somit nach $I = G\Delta U$ zu $G = 2e^2/h$. Klassisch würde man erwarten, dass der Widerstand eines QPC linear mit dem Verhältnis von Länge und Breite L/W skaliert. Man beobachtet bei einer Variation der Kanalbreite allerdings eine Quantisierung des Leitwerts in Schritten von $2e^2/h$

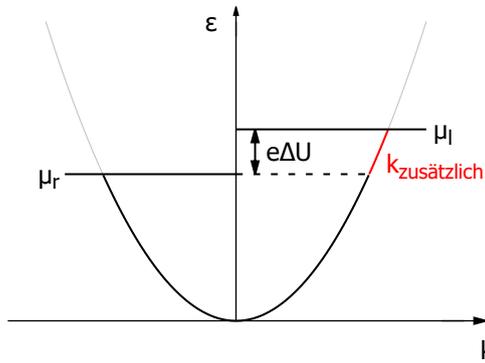


Abbildung 2.5.: Parabelförmige Dispersionsrelation eines Energiesubbands. Durch das Anlegen einer Spannung sind die rot markierten Zustände mit positivem Wellenvektor zusätzlich besetzt. Dadurch findet ein Elektronenfluss in positive k -Richtung, bzw. aufgrund der Annahme $\mu_r < \mu_l$ nach rechts, statt.

[Wha+88; Wee+88]. Jedes besetzte Energiesubband trägt $2e^2/h$ zum Leitwert bei. Vergrößert sich die Breite des QPC so stark, dass die Energie $e\Delta U$ ausreicht, um ein weiteres Energiesubband zu besetzen, springt der Leitwert um $2e^2/h$. Dieser Wert entspricht genau dem doppelten Kehrwert der Von-Klitzing-Konstanten $R_K = h/e^2 \approx 25\,812,8\,\Omega$.

Für eine genauere theoretische Betrachtung des Leitwerts eines QPC muss seine Geometrie berücksichtigt werden. Dafür werden im Folgenden das *Wide-Narrow-Wide Modell* und das *adiabatische Modell* erläutert.

2.2.2. Wide-Narrow-Wide Modell

Im Wide-Narrow-Wide Modell wird der QPC durch eine abrupte Verengung beschrieben, siehe Abbildung 2.6. Zusätzlich zur bisherigen allgemeinen Betrachtung des Stromflusses in einem 1D-Kanal wird nun die Kopplung der Reservoirs in Form des Transmissionskoeffizienten $T(k)$ berücksichtigt. Mit der Fermi-Funktion $f(\varepsilon(k), \mu_l)$, die berücksichtigt, dass nur besetzte Zustände zum Stromfluss beitragen, kann der Strom aufgrund der von links kommenden Elektronen über das Integral

$$I_l = e \int_0^\infty f(\varepsilon(k), \mu_l) v(k) T(k) \frac{dk}{\pi} = \frac{2e}{h} \int_{U_l}^\infty f(E, \mu_l) T(E) dE \quad (2.18)$$

berechnet werden [Dav06]. Dabei wurde für die Variablentransformation $dk/dE = 1/\hbar v$ ausgenutzt. U_l entspricht der Energie der unteren Leitungsbandkante der linken Seite, siehe Abbildung 2.6(b). Aufgrund der Tatsache, dass dieses Integral nicht mehr von der Elektronengeschwindigkeit abhängt, erkennt man bereits hier, dass der Leitwert quantisiert sein muss. Der intuitiv erwartete höhere Stromfluss für höhere Energien aufgrund der dadurch ebenfalls steigenden Elektronengeschwindigkeit wird durch die mit der Energie sinkende Anzahl an Zuständen im Eindimensionalen

2. Physikalischer Hintergrund

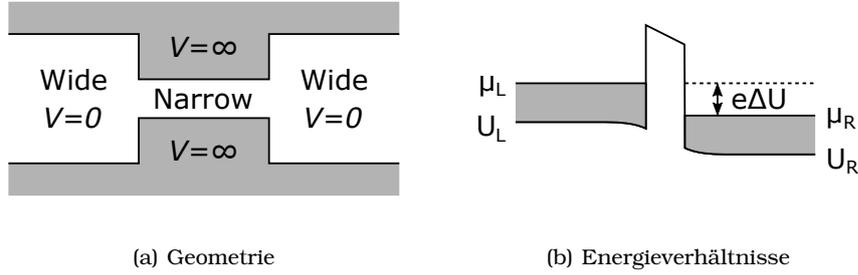


Abbildung 2.6.: (a) Geometrie eines QPC im Wide-Narrow-Wide Modell mit abrupten Übergängen. Die Potentialbarrieren werden nach dem *Hard Wall* Ansatz als unendlich hoch angenommen. (b) Energieverhältnisse einer von einem Fermi-See umgebenen Barriere mit angelegter Spannung ΔU , nach [Dav06].

kompensiert. Diese Gleichung gilt analog für den Strom aufgrund der von rechts kommenden Elektronen, bis auf ein wechselndes Vorzeichen wegen der anderen Stromrichtung. Für den gesamten Strom erhält man dann:

$$I = I_l + I_r = \frac{2e}{h} \int_{U_l}^{\infty} (f(E, \mu_l) - f(E, \mu_r)) T(E) dE \quad (2.19)$$

Die untere Grenze des Integrals wird durch den höheren Wert der beiden Bandkanten bestimmt, da unter ihm keine Zustände existieren, die besetzt werden und so zum Strom beitragen können. Hier wurde passend zu Abbildung 2.6(b) o.B.d.A. U_l gewählt. Für kleine Spannungen ΔU zwischen der linken und rechten Seite kann die Fermi-Funktion durch die erste Ordnung ihrer Taylorreihe genähert werden:

$$f(E, \mu_l) - f(E, \mu_r) \approx e\Delta U \frac{\partial f(E, \mu)}{\partial \mu} = -e\Delta U \frac{\partial f(E, \mu)}{\partial E} \quad (2.20)$$

Dabei beschreibt $\mu = \mu_l - \frac{1}{2}e\Delta U = \mu_r + \frac{1}{2}e\Delta U$ den Mittelwert der chemischen Potentiale der beiden Seiten. Die Substitution des Differentials folgt aus der Tatsache, dass $f(E, \mu) = f(E - \mu)$. Nun kann der Leitwert direkt berechnet werden:

$$G = \frac{I}{\Delta U} = \frac{2e^2}{h} \int_{U_l}^{\infty} \left(-\frac{\partial f}{\partial E} \right) T(E) dE \quad (2.21)$$

Für ausreichend tiefe Temperaturen wird die Fermi-Funktion zur Stufenfunktion und ihre Ableitung kann durch eine Deltadistribution beschrieben werden. Damit vereinfacht sich der Leitwert zu:

$$G = \frac{2e^2}{h} T(\mu) = \frac{2e^2}{h} \sum_{m,n} |t_{mn}|^2 \quad (2.22)$$

Indem über die Übergangswahrscheinlichkeiten zwischen den Moden m und n summiert wird, wird berücksichtigt, dass mehr als eine Mode zum Leitwert beitragen kann. Vergleicht man dieses Ergebnis mit der allgemeinen Betrachtung eines 1D-Kanals, so fällt auf, dass der Leitwert im Wide-Narrow-Wide Modell zusätzlich vom Transmissionskoeffizienten abhängt. Als *Landauer Büttiker Formalismus* bezeichnet man diese nur von den Transmissionskoeffizienten abhängige allgemeine Beschreibung eines mesoskopischen Systems [Büt86; Büt90]. Für ausreichend breite Zuleitungen können alle Moden mit Energien unterhalb der Fermi-Energie nahezu perfekt transmittiert werden. Eine detaillierte Behandlung der Transmissionskoeffizienten von QPC findet sich in [SS89].

Das Wide-Narrow-Wide Modell stellt eine Näherung dar. Dies sieht man unter anderem daran, dass man gemäß diesem Modell deutliche Längenresonanzen aufgrund von kohärenter Rückstreuung erwartet, was experimentell nicht bestätigt wurde. Wie bereits erwähnt, ist es zudem nicht möglich, scharfe Strukturen in das 2DEG zu übertragen [DLS95]. Einen verfeinerten Ansatz unter Berücksichtigung einer sich langsam ändernden Geometrie stellt das folgende adiabatische Modell dar.

2.2.3. Adiabatisches Modell

Im adiabatischen Modell wird das Einschlusspotential durch eine ortsabhängige Breite $d(x)$ berücksichtigt, siehe Abbildung 2.7(a), und damit die Schrödingergleichung gelöst [Gla+88]. Im hier dargestellten einfachsten Fall wird das Einschlusspotential als unendlich hoch angenommen. Prinzipiell ist aber auch eine analoge Betrachtung für ein Sattelpunktpotential möglich. Um die Schrödingergleichung zu lösen, wird angenommen, dass die Änderung der Breite auf der Größenskala der Fermi-Wellenlänge gering ist. Dies führt zu einer kontinuierlichen Anpassung der Wellenfunktion, die dadurch mit einem Separationsansatz beschrieben werden kann:

$$\Psi(x, y) = \psi(x)\varphi_{x,n}(y) \quad (2.23)$$

Mit der Randbedingung $\Psi(x, y = \pm d(x)/2) = 0$ folgt

$$\varphi_{x,n}(y) = \sqrt{\frac{2}{d(x)}} \sin\left(\pi n \frac{2y + d(x)}{2d(x)}\right) \quad (2.24)$$

und die Schrödingergleichung reduziert sich zu

$$-\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{d^2\psi(x)}{dx^2} + \varepsilon_n(x)\psi(x) = E\psi(x) \quad (2.25)$$

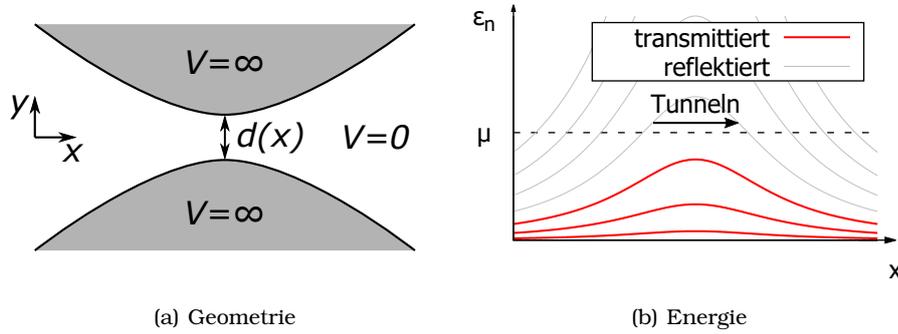


Abbildung 2.7.: Geometrie und Eigenenergie der transversalen Komponente im adiabatischen Modell. Die Potentialänderung soll auf der Längenskala der Fermi-Wellenlänge gering sein. Die Eigenenergien besitzen ein Maximum an der Stelle, an der die Breite $d(x)$ minimal ist.

mit den Eigenenergien von $\varphi_{x,n}(y)$:

$$\epsilon_n(x) = \frac{\pi^2 n^2 \hbar^2}{2m^* d^2(x)} \quad (2.26)$$

Wie in Abbildung 2.7(b) zu sehen ist, bilden die Eigenenergien ein Maximum aus, welches sich an der Stelle befindet, an der die Breite $d(x)$ minimal wird. Da die Energie ϵ_n mit n steigt, gibt es ein $n_{\max}(d_{\min})$, für das gilt $\epsilon_{n \leq n_{\max}} < \mu$ und $\epsilon_{n > n_{\max}} > \mu$. Die Moden bis n_{\max} werden transmittiert, wohingegen alle Moden mit $n > n_{\max}$ unter der Annahme eines unendlich hohen Einschlusspotentials reflektiert werden. Für ein endliches Einschlusspotential, wie bspw. ein Sattelpunktpotential, befinden sich diese Moden nicht mehr ausschließlich im klassisch erlaubten Bereich. Im klassisch verbotenen Bereich nehmen sie exponentiell ab. Sie können somit aufgrund von Tunneleffekten noch zum Stromfluss beitragen. In Abbildung 2.7(b) würden entsprechend drei Moden klassisch transmittiert werden. Eine transmittierte Mode trägt $2e^2/h$ zum Leitwert bei. Somit ist der gesamte Leitwert gegeben durch:

$$G = \frac{2e^2}{h} n_{\max}(d_{\min}) \quad (2.27)$$

Trägt man den Leitwert eines QPC gegenüber den Potentialen seiner Top-Gate-Elektroden auf, so beobachtet man diese Leitwertquantisierung in Form von Leitwertstufen, siehe Abbildung 2.8. Da die Potentiale der Top-Gate-Elektroden direkt die Breite des QPC beeinflussen, was wiederum die Energie der Moden beeinflusst, ist der Leitwert solange konstant, bis der QPC so breit wird, dass eine weitere Mode unter das chemische Potential sinkt und somit zum Leitwert beitragen kann.

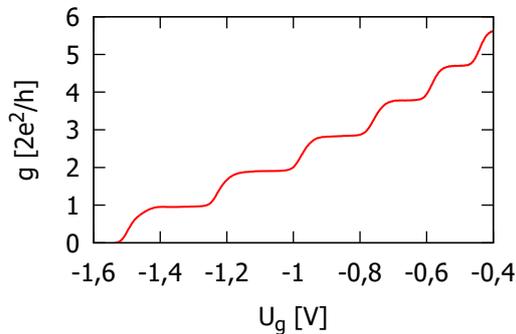


Abbildung 2.8.: Typische Kennlinie eines QPC: Differenzieller Leitwert g über dem Potential einer Top-Gate-Elektrode U_g . Die gegenüberliegende Top-Gate-Elektrode wurde dabei auf einem festen Potential gehalten. Der Leitwert ist in Einheiten von $2e^2/h$ quantisiert.

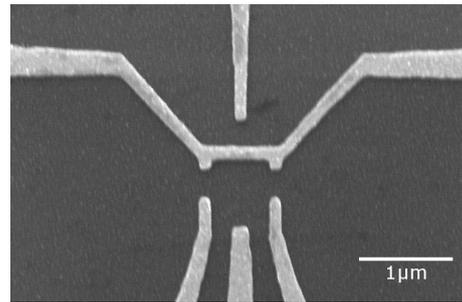
2.2.4. 0,7-Anomalie

Als 0,7-Anomalie wird eine häufig auftretende, bei etwa $0,7 \cdot 2e^2/h$ befindliche zusätzliche Zwischenstufe bezeichnet. Sie kann teilweise auch zwischen höheren Stufen, dann zumeist deutlich weniger ausgeprägt, beobachtet werden. Ihre exakte Position kann variieren. Auffällig ist, dass ihre Ausprägung mit steigender Temperatur deutlicher wird, während die Ausprägung der ersten Leitwertstufe zurückgeht [Tho+96]. Ihre Ursache ist nicht abschließend geklärt. Es gibt die Theorie, dass die Spinpolarisation von Elektronen diesen Effekt verursacht, da sich die Zwischenstufe bei Anlegen eines Magnetfelds zur, aufgrund der aufgehobenen Spinentartung erwarteten, Stufe bei $0,5 \cdot 2e^2/h$ entwickelt [Tho+96]. Andere Theorien verknüpfen diese Stufe mit dem *Kondo-Effekt* [Gol+98; Cro+02]. Aktuelle Forschungen erklären den Effekt mit Vielkörperzuständen, die aus spontan lokalisierten Zuständen unter Berücksichtigung des Spins und des Kondo-Effekts entstehen [Iqb+13].

2.2.5. Nichtlineare Leitwertmessungen

Normalerweise finden Messungen im *linear-response-Regime* statt, d.h. die angelegte Source-Drain-Spannung ist vernachlässigbar. Misst man den Leitwert bei höheren Source-Drain-Spannungen, so beobachtet man, dass sich die Leitwertstufen zu $(n + 0,5) \cdot 2e^2/h$ verschieben [Kou+89; Pat+91]. Bei einer vernachlässigbaren Spannung ist die Anzahl der besetzten Moden auf beiden Kanalseiten gleich groß. Das Anlegen einer größeren Spannung führt zu einer Vergrößerung der Differenz der chemischen Potentiale von Source und Drain. Neue Leitungszustände, die jeweils e^2/h zum Leitwert beitragen, entstehen, wenn die Differenz der chemischen Potentiale ausreichend groß wird, dass eine Seite eine zusätzliche Mode besetzen kann.

Abbildung 2.9.: REM Aufnahme eines Quantenpunkts, der über Top-Gate-Elektroden definiert wird. Oberhalb des Quantenpunkts befindet sich ein als Ladungssensor dienender QPC.



2.3. Quantenpunkte

Bei den QPC wird die Dimensionalität auf eine Dimension reduziert. Schränkt man nun auch diese verbleibende Raumrichtung ein, so erhält man einen *Quantenpunkt*, welcher auch *Quantendot* genannt wird. Ein Quantenpunkt kann als nulldimensionale Ladungsinsel, die über Tunnelkontakte an Elektronenreservoirs gekoppelt ist, aufgefasst werden. Quantenpunkte werden deswegen auch als *Single Electron Transistor* bezeichnet, da ein Stromfluss lediglich über Tunnelprozesse einzelner Elektronen auf die bzw. von der Ladungsinsel stattfinden kann.

Es gibt vielfältige Methoden, um Quantenpunkte herzustellen. Generell unterscheidet man zwischen vertikalen Quantenpunkten, bei denen der Stromfluss senkrecht zur Bulkkrystalloberfläche stattfindet [Ree+88], und lateralen Quantenpunkten, bei denen der Stromfluss in einer Schicht parallel zur Oberfläche, bspw. in einem 2DEG, stattfindet [MKW90]. Vertikale Quantenpunkte können gut mit sehr geringen Abmessungen und nahezu perfekt radialsymmetrisch hergestellt werden. Aufgrund der guten Radialsymmetrie erinnert ihr Spektrum an das Spektrum von Atomen, weshalb solche Quantenpunkte häufig als künstliche Atome interpretiert werden. An ihnen lassen sich ganz analog Elektronenschalen definieren und bspw. ein Füllen der Schalen gemäß der Hundschen Regel beobachten [Tar+98]. Bei lateralen Quantenpunkten ist es erheblich schwieriger, eine gute Radialsymmetrie zu erreichen. Sie haben dafür den Vorteil, dass sich viele Eigenschaften, wie bspw. ihre Form oder die Kopplung an Source und Drain, noch während der Messung beeinflussen lassen.

Die für diese Arbeit hergestellten lateralen Quantenpunkte basieren wie die QPC auf der Verdrängung des 2DEG durch Top-Gate-Elektroden. In Abbildung 2.9 ist eine Rasterelektronenaufnahme eines typischen Quantenpunkts mit gegenüberliegendem QPC als Ladungssensor, siehe Kapitel 2.4, zu sehen. Der Quantenpunkt wird unterhalb des horizontal verlaufenden Trenngates definiert. Das Trenngate dient zur Entkopplung der oberen und unteren Hälfte des 2DEG, was eine unabhängige Messung des QPC oben und des Dots unten ermöglicht. Die Kopplung an die Elektronenreservoirs wird mit QPC realisiert, die unterhalb der ersten Leitwertstufe zu Tunnelkontakten werden. Die Größe und damit die elektrostatische Energie des

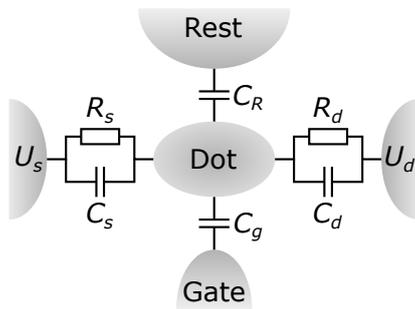


Abbildung 2.10.: Schematische Darstellung eines Quantenpunkts im Constant-Interaction-Modell. Die Kopplungen an Source U_s sowie Drain U_d werden durch Tunnelkontakte berücksichtigt und die Kopplungen an das Steuergate sowie an restliche Einflüsse werden jeweils durch eine rein kapazitive Kopplung berücksichtigt.

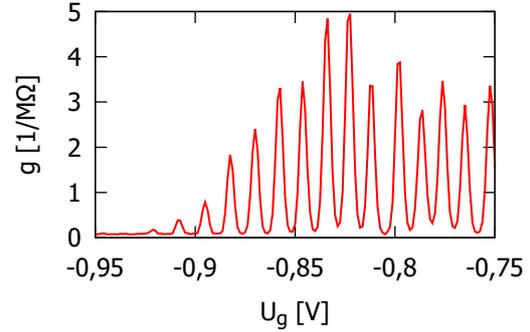
Quantenpunkte können durch Potentialvariationen des mittleren Gates gesteuert werden.

2.3.1. Constant-Interaction-Modell

Durch das *Constant-Interaction-Modell* können die Elektronenzustände eines Quantenpunkts näherungsweise beschrieben werden. Dieses Modell nimmt an, dass die Coulomb-Wechselwirkung eines Elektrons im Dot mit allen anderen Elektronen im System durch eine Kapazität C_Σ charakterisiert werden kann [KAT01]. Auch wenn für das Constant-Interaction-Modell häufig angenommen wird, dass C_Σ konstant ist, muss beachtet werden, dass alle im Folgenden erläuterten Koppelkapazitäten C_i prinzipiell von der Besetzung des Quantenpunkts abhängen. Neben der Geometrie und den Materialparametern bestimmen die angelegten Spannungen die Besetzung des Quantenpunkts, womit alle Koppelkapazitäten und somit auch $C_\Sigma = \sum_i C_i$ prinzipiell von den angelegten Spannungen abhängen.

Des Weiteren wird im Rahmen des Constant-Interaction-Modells angenommen, dass die Coulomb-Wechselwirkung keinen Einfluss auf das Energiespektrum der Einzelelektronenzustände hat [KAT01]. Eine schematische Darstellung eines Quantendots in diesem Bild ist in Abbildung 2.10 visualisiert. Die Kopplung an die Reservoirs Source (U_s) und Drain (U_d) erfolgt über Tunnelkontakte. Dies ermöglicht, dass sich die Anzahl N der Elektronen auf dem Dot ändern kann. Als Ersatzschaltbild der Tunnelkontakte dient eine Parallelschaltung eines ohmschen Widerstands mit einer Kapazität. Alle anderen Einflüsse werden über eine rein kapazitive Kopplung berücksichtigt. Dazu zählen das zentrale Steuergate C_g und alle weiteren Einflüsse, die in C_R zusammengefasst werden, wie bspw. ein etwaiges zusätzliches Gate, wie das Trenngate in Abbildung 2.9. Für die gesamte Kapazität gilt dann $C_\Sigma = C_s + C_d + C_g + C_R$. Üblicherweise werden Messungen bei vernachlässigbarer Source-Drain-Spannung U_{ds} durchgeführt und nur die am zentralen Steuergate anliegende Spannung U_g wird variiert. Die dadurch induzierte Ladung ist gegeben

Abbildung 2.11.: Coulomb-Blockade-Oszillationen: Messung des Leitwerts g eines Quantenpunkts in Abhängigkeit der am Steuergate anliegenden Spannung U_g .



durch $C_g U_g$ und muss bei der Berechnung der Gesamtenergie des Grundzustands eines Quantenpunkts berücksichtigt werden [KAT01]:

$$E(N) = \frac{1}{2C_\Sigma} (e(N - N_0) - C_g U_g)^2 + \sum_{n=1}^N E_n \quad (2.28)$$

Dabei entspricht N_0 der Elektronenzahl auf dem Dot ohne angelegte Gatespannung U_g und E_n den Eigenenergien der Lösungen der Einzelteilchen-Schrödingergleichung. Hierauf wird in Kapitel 2.3.4 genauer eingegangen. Das chemische Potential des Dots wird definiert als $\mu(N) \equiv E(N) - E(N - 1)$ und ist gegeben durch:

$$\mu(N) = \frac{e^2}{C_\Sigma} \left(N - N_0 - \frac{1}{2} \right) - e \frac{C_g}{C_\Sigma} U_g + E_N \quad (2.29)$$

Die benötigte Additionsenergie E_{add} , um dem Quantenpunkt ein Elektron mehr hinzuzufügen, entspricht gerade der Differenz:

$$E_{\text{add}} = \mu(N + 1) - \mu(N) = \frac{e^2}{C_\Sigma} + E_{N+1} - E_N = E_C + \Delta E \quad (2.30)$$

Sie setzt sich zusammen aus der Ladeenergie $E_C \equiv e^2/C_\Sigma$ und dem Abstand von zwei Energieniveaus der Einzelelektronenzustände ΔE . Da die Gesamtkapazität mit abnehmender Besetzung des Quantenpunkts sinkt, steigt die Ladeenergie und somit auch die Additionsenergie für niedrige Besetzungen. Bei den Einzelelektronenzuständen muss prinzipiell das Pauli-Prinzip beachtet werden. Wenn zwei Elektronen mit unterschiedlichem Spin denselben Zustand besetzen, ist $\Delta E = 0$.

2.3.2. Coulomb-Blockade-Oszillationen

Variiert man die elektrostatische Energie des Dots, indem man das an dem zentralen Steuergate anliegende Potential variiert, so beobachtet man, dass für bestimmte

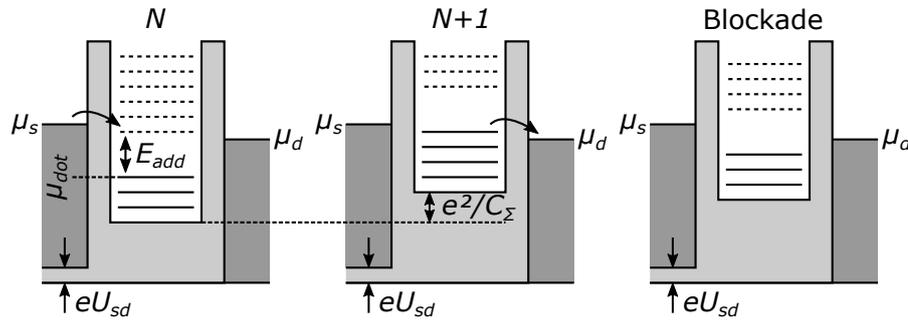


Abbildung 2.12.: Energieniveaus im Quantenpunkt. Liegt ein unbesetztes Energieniveau zwischen μ_s und μ_d , findet ein Stromfluss durch eine sequentielle Änderung der Besetzungszahl zwischen N und $N + 1$ statt. Andernfalls ist kein Stromfluss möglich, man spricht von Coulomb-Blockade.

Potentiale ein Stromfluss über den Quantenpunkt möglich ist, für dazwischen liegende Potentiale aber nicht, siehe Abbildung 2.11. Dieses Verhalten wurde erstmals an einem einfachen Quantenpunkt beobachtet, der lediglich aus einer kleinen metallischen, schwach an zwei Kontakte gekoppelten, Insel bestand [FD87]. Die aufeinanderfolgenden Leitwertpeaks werden als *Coulomb-Blockade-Oszillationen* bezeichnet, und entsprechend spricht man in Bereichen mit verschwindendem Leitwert von der *Coulomb-Blockade*. Dieses Verhalten lässt sich nachvollziehen, wenn man die Energieniveaus in einem Quantenpunkt, wie in Abbildung 2.12 dargestellt, betrachtet. Befindet sich ein unbesetzter Zustand energetisch unter dem chemischen Potential des Reservoirs Source μ_s , kann ein Elektron von Source auf den Dot tunneln. Der Energieunterschied zwischen dem höchsten besetzten Zustand und dem niedrigsten unbesetzten Zustand ist durch E_{add} gegeben, vgl. Gleichung 2.30. Neben dem Unterschied der Einzelelektronenniveaus ΔE erhöht sich die Grundenergie des Dots durch die Erhöhung der Elektronenzahl um eins zusätzlich um die Ladeenergie $E_C = e^2/C_\Sigma$. Liegt der neu besetzte Zustand energetisch über dem chemischen Potential von dem Reservoir Drain μ_d , so kann das Elektron den Dot in Richtung Drain wieder verlassen. Auf den nun frei gewordenen Zustand kann dann erneut ein Elektron von Source tunneln. Liegt also mindestens ein freier Zustand zwischen μ_s und μ_d , so kann ein Strom in Form von sequentiellm Tunneln von Elektronen fließen. Verändert man die elektrostatische Grundenergie des Dots, indem man das am Gate anliegende Potential variiert, so dass kein freier Zustand zwischen dem Source- und Drainniveau liegt, kann kein Elektron auf den Dot tunneln. Es entsteht die Coulomb-Blockade, siehe das rechte Beispiel in Abbildung 2.12. Etwaige Tunnelprozesse über beide Barrieren gleichzeitig sind prinzipiell möglich, aber sehr unwahrscheinlich, so dass sie bei einer zeitlich gemittelten Messung normalerweise

2. Physikalischer Hintergrund

nicht nennenswert zum Strom beitragen. Variiert man das am Centergate anliegende Potential weiter, bis erneut ein Zustand zwischen μ_s und μ_d liegt, kann wieder ein Strom durch sequentielles Tunneln fließen. Es wechseln sich also Leitwertpeaks und Stellen mit verschwindendem Leitwert ab, wie in Abbildung 2.11 zu sehen. Die Periode der Oszillationen wird über die Additionsenergie E_{add} bestimmt, die benötigt wird, um dem Dot ein Elektron hinzuzufügen. Will man die Spannungsdifferenz zweier Leitwertpeaks ΔU_g in eine Energie umrechnen, muss der Konvertierungsfaktor $\alpha = C_g/C_\Sigma$ berücksichtigt werden. Mit diesem Faktor erhält man den tatsächlichen Einfluss des Gates auf den Dot. Der resultierende Ausdruck der Energie kann dann mit E_{add} aus Gleichung 2.30 gleichgesetzt werden:

$$e\alpha\Delta U_g = E_C + \Delta E \quad \Rightarrow \quad \Delta U_g = \frac{C_\Sigma}{eC_g} \left(\frac{e^2}{C_\Sigma} + \Delta E \right) \approx \frac{e}{C_g} \quad (2.31)$$

Die Näherung setzt $\Delta E \ll E_C$ voraus, was typischerweise der Fall ist. Aus dem Peakabstand kann also sofort die Gatekapazität C_g bestimmt werden. Analog zur Additionsenergie, die bei niedrigen Besetzungen des Quantenpunkts steigt, vergrößert sich auch die Spannungsdifferenz ΔU_g bei niedriger Besetzung, da die Kapazitäten kleiner werden.

Das beschriebene Verhalten gilt für kleine Energieunterschiede zwischen Source und Drain eU_{sd} . Für größere Unterschiede sind unter Umständen mehrere Zustände am Elektronentransport über den Quantenpunkt beteiligt, wodurch es zu keiner kompletten Blockade mehr kommt. Dies wird im folgenden Kapitel 2.3.3 diskutiert. Nicht nur große Source–Drain–Spannungen können zu einem Verschwinden der Coulomb–Blockade führen, auch die Zuleitungstunnelwiderstände $R_{s,d}$ müssen in einem gewissen Bereich liegen, damit Coulomb–Blockade–Oszillationen überhaupt beobachtet werden können. Die Reservoirs müssen so stark entkoppelt werden, dass Ladungsfluktuationen keinen Einfluss auf die Ladungsquantisierung im Dot haben. Mit der Näherung $E_{\text{add}} \approx E_C$ und der mittleren Dauer eines Tunnelprozesses $\Delta t = R_{s,d}C_\Sigma$ bedeutet dies gemäß der Heisenbergschen Unschärferelation:

$$E_{\text{add}}\Delta t \approx E_C\Delta t = \frac{e^2}{C_\Sigma} \cdot R_{s,d}C_\Sigma \gg h \quad \Leftrightarrow \quad R_{s,d} \gg \frac{h}{e^2} \approx 25,813 \text{ k}\Omega \quad (2.32)$$

Thermische Verbreiterungen der Energieniveaus bewirken eine Linienverbreiterung der Leitwertpeaks. Um Coulomb–Blockade–Peaks auflösen zu können, muss deshalb die thermische Energie deutlich kleiner als die Ladeenergie sein, also $k_B T \ll E_C = e^2/C_\Sigma$ [SKS96]. Im Umkehrschluss bedeutet dies, dass Coulomb–Blockade–Oszillationen bei Raumtemperatur ($T = 300 \text{ K}$) nur beobachtet werden können, wenn für die Gesamtkapazität $C_\Sigma \ll e^2/k_B T = 6,2 \text{ aF}$ gilt. Die daraus resultierende maximal mögliche Strukturgröße lässt sich abschätzen, indem man

annimmt, dass die Kapazität des Quantenpunkts der Eigenkapazität einer Kreisscheibe entspricht. Mit der relativen Permittivität $\epsilon_r = 12,15$ von $\text{Al}_{0,33}\text{Ga}_{0,67}\text{As}$ erhält man für den Radius $r = C_\Sigma/8\epsilon_0\epsilon_r < 10$ nm [Jac06; Ada85]. Für einen Quantendot, bestehend aus einem Rastertunnelmikroskop als erstem Tunnelkontakt sowie einem kleinen Metallpartikel als eigentlichem Dot, der auf einer dünnen Oxidschicht liegt, die als zweite Tunnelbarriere dient, konnten ausreichend geringe Strukturgrößen realisiert werden, um Quantisierungseffekte der Elektronen bei Raumtemperatur auflösen zu können [SHD92]. Auch für laterale Quantenpunkte konnten Coulomb-Blockade-Oszillationen bei Raumtemperatur in Siliziumgermanium-Strukturen, die zur Erzeugung eines Quantenpunkts punktuell oxidiert wurden, gemessen werden [Li+04]. Um Coulomb-Blockade-Oszillationen in größeren Strukturen messen zu können, werden die Messungen in einem ^3He - ^4He -Entmischungskryostaten bei einer Basistemperatur unterhalb von 100 mK durchgeführt, siehe Kapitel 4.1. Ist die thermische Energie größer als die Ladeenergie ($k_B T > E_C$), beobachtet man keine Coulomb-Blockade. Der Leitwert durch den Quantenpunkt entspricht dann der Reihenschaltung der beiden QPC:

$$g = \frac{1}{R_{\text{Reihe}}} = \frac{1}{R_s + R_d} \quad (2.33)$$

Nicht nur das Auftreten von Coulomb-Blockade-Peaks, sondern auch ihre Form ist temperaturabhängig. Man unterscheidet dabei zwischen zwei Bereichen. Gilt $\Delta E \ll k_B T \ll E_C$, spricht man von der *klassischen Coulomb-Blockade* bzw. dem *metallischen Regime*. Aufgrund der thermischen Verbreiterung bzw. Verschmierung der Energieniveaus befinden sich mehrere besetzbare Zustände zwischen μ_s und μ_d , die alle zum Leitwert beitragen. Die Höhe der Leitwertpeaks ist konstant, wohingegen die Halbwertsbreite linear mit der Temperatur wächst. Rechnet man die Spannungsdifferenz zur Peakposition analog zu Gleichung 2.31 in eine Energie um, erhält man die Energiedifferenz $\delta = e\alpha(U_g - U_{\text{max}})$. Mit ihr gilt für die Peakform:

$$\begin{aligned} g_{\text{klass}}(\delta, T) &= \frac{e^2 \rho}{2} \frac{\Gamma^s \Gamma^d}{\Gamma^s + \Gamma^d} \frac{\delta}{k_B T} \sinh^{-1} \left(\frac{\delta}{k_B T} \right) \\ &\approx \frac{e^2 \rho}{2} \frac{\Gamma^s \Gamma^d}{\Gamma^s + \Gamma^d} \cosh^{-2} \left(\frac{\delta}{2,5 k_B T} \right) \end{aligned} \quad (2.34)$$

Dabei ist ρ die Zustandsdichte, vgl. Gleichung 2.14, und $\Gamma^{s,d}$ sind die Tunnelraten zu den Reservoirs. Ist die thermische Energie kleiner als die Energiedifferenz der Zustände, d.h. gilt $k_B T \ll \Delta E \ll E_C$, spricht man von der *Quanten-Coulomb-Blockade* bzw. dem *Quantenregime*. In diesem Fall liegen nur ein oder einzelne Energieniveaus zwischen μ_s und μ_d . Neben der hier ebenfalls temperaturabhängigen Halbwertsbreite ist nun auch die Amplitude der Peaks invers temperaturabhängig:

$$g_{\text{quant}}(\delta, T) = \frac{e^2}{4k_B T} \frac{\Gamma^s \Gamma^d}{\Gamma^s + \Gamma^d} \cosh^{-2} \left(\frac{\delta}{2k_B T} \right) \quad (2.35)$$

2. Physikalischer Hintergrund

Die Herleitung der Peakformen ist in [KS75] bzw. [Bee91] zu finden. Die vorhergesagte temperaturabhängige Peakhöhe der Quanten-Coulomb-Blockade konnte experimentell bestätigt werden [MWL91]. Ebenso konnte der Übergang vom klassischen zum Quantenregime experimentell beobachtet werden [Fox+94].

Quantenpunkte eignen sich als primäre Thermometer, welche ohne Kalibrierung die Bestimmung der absoluten Temperatur ermöglichen [Pek+94]. Eine Möglichkeit ist es, die Temperatur über die Peakform zu bestimmen [Sch05]. Mit einem geeigneten Computerprogramm kann ein Fit der Kurvenform an die Messdaten durchgeführt werden. Wenn der Konvertierungsfaktor $\alpha = C_g/C_\Sigma$ bekannt ist, kann aus den Fitdaten, oder alternativ auch aus der Halbwertsbreite, direkt die Temperatur berechnet werden. Der Konvertierungsfaktor kann durch nichtlineare Leitwertmessungen bestimmt werden, was im Folgenden erläutert wird.

2.3.3. Charakterisierung durch nichtlineare Messungen

Wird eine Messung bei einer nicht vernachlässigbaren Source-Drain-Spannung durchgeführt, ergibt sich für den Leitwert ein Rautenmuster in Abhängigkeit der Source-Drain- und der Gatespannung, siehe Abbildung 2.13. In den Hauptrauten, die entlang der U_g -Achse bei einer verschwindenden Source-Drain-Spannung verlaufen, bleibt die Coulomb-Blockade erhalten. An den Rautengrenzen sowie in den Nebenrauten ist die Coulomb-Blockade aufgehoben. Das Anlegen einer Source-Drain-Spannung vergrößert den Energieunterschied $\mu_s - \mu_d$, wodurch sich in den ersten Nebenrauten unabhängig von U_g immer ein Zustand zwischen μ_s und μ_d befindet. Dieser Zustand ermöglicht einen Stromfluss über den Quantenpunkt, womit die Coulomb-Blockade aufgehoben wird. Vergrößert man die Source-Drain-Spannung weiter, befinden sich nach und nach immer mehr Zustände zwischen μ_s und μ_d , die alle permanent zum elektrischen Transport über den Quantenpunkt beitragen. An den Rautengrenzen entspricht das chemische Potential des Dots gerade μ_s bzw. μ_d . Dies kann man nutzen, um den Quantenpunkt zu charakterisieren.

Das Anlegen einer nicht vernachlässigbaren Source-Drain-Spannung muss in der Energiebetrachtung des Dots und in seinem resultierenden chemischen Potential, siehe Gleichungen 2.28 und 2.29, berücksichtigt werden. Legt man die Spannung asymmetrisch an, bspw. an Source, während der Drainkontakt geerdet bleibt, ergibt sich für das chemische Potential:

$$\mu_{\text{dot}} = \frac{e^2}{C_\Sigma} \left(N - N_0 - \frac{1}{2} \right) - e \frac{C_g}{C_\Sigma} U_g - e \frac{C_s}{C_\Sigma} U_s + E_N \quad (2.36)$$

An einer Rautengrenze mit negativer Steigung dU_g^- / dU_s entspricht das chemische Potential des Dots gerade dem geerdeten Drainpotential $\mu_{\text{dot}} = \mu_d = 0$, siehe

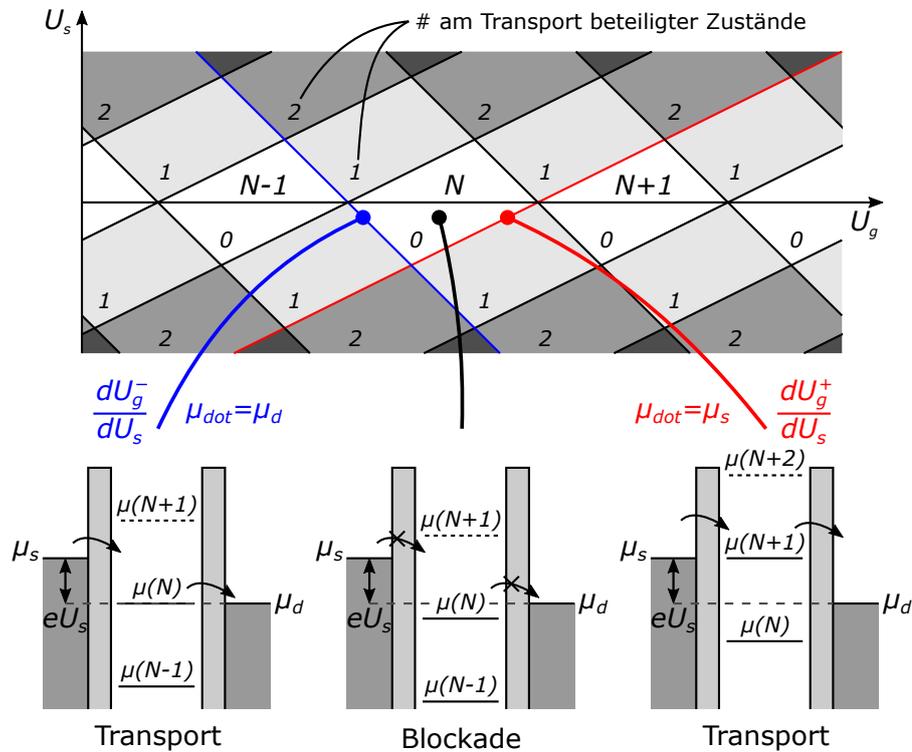


Abbildung 2.13.: Verhalten eines Quantenpunkts bei einer nicht vernachlässigbaren Spannung U_s . In den Haupttrauten entlang der U_g -Achse beobachtet man Coulomb-Blockade. In den Nebentrauten ist sie aufgehoben und es tragen $1, 2, \dots$ Zustände ständig zum Stromfluss über den Quantenpunkt bei.

Abbildung 2.13. Löst man die Gleichung nach der Gatespannung auf, ergibt sich:

$$U_g = \frac{e}{C_g} \left(N - N_0 - \frac{1}{2} \right) - \frac{C_s}{C_g} U_s + \frac{C_\Sigma}{eC_g} E_N \quad (2.37)$$

$$\Rightarrow \frac{dU_g^-}{dU_s} = -\frac{C_s}{C_g} \quad (2.38)$$

Auf der Rautengrenze mit positiver Steigung dU_g^+ / dU_s gilt analog für das chemische

2. Physikalischer Hintergrund

Potential $\mu_{\text{dot}} = \mu_s = -eU_s$. Somit ergibt sich hier:

$$U_g = \frac{e}{C_g} \left(N - N_0 - \frac{1}{2} \right) + \frac{C_\Sigma - C_s}{C_g} U_s + \frac{C_\Sigma}{eC_g} E_N \quad (2.39)$$

$$\Rightarrow \frac{dU_g^+}{dU_s} = \frac{C_\Sigma - C_s}{C_g} \quad (2.40)$$

Für die Länge einer Raute gilt $\Delta U_g \approx e/C_g$ gemäß Gleichung 2.31. Mit den Steigungen der Rautengrenzen kann berechnet werden, dass für die halbe Breite einer Raute $\Delta U_s/2 \approx e/C_\Sigma$ gilt [Dur10]. Über diese Beziehungen können die Gatekapazität C_g sowie die Gesamtkapazität C_Σ einfach bestimmt werden. Die Sourcekapazität C_s kann aus den Steigungen berechnet werden. Wiederholt man die Messung mit einer angelegten Drainspannung und geerdetem Sourcekontakt, kann man zusätzlich die Drainkapazität C_d bestimmen. Mit C_g und C_Σ ist es möglich, die Spannungsvariationen in die elektrostatische Energievariation des Dots umzurechnen. Für den Energiekonvertierungsfaktor und die Ladeenergie ergibt sich:

$$\alpha = \frac{C_g}{C_\Sigma} = \left(\frac{dU_g^+}{dU_s} - \frac{dU_g^-}{dU_s} \right)^{-1} \approx \frac{\Delta U_s}{2\Delta U_g} \quad (2.41)$$

$$E_C = \frac{e^2}{C_\Sigma} \approx e\alpha\Delta U_g \approx \frac{e\Delta U_s}{2} \quad (2.42)$$

2.3.4. Spektrale Eigenschaften

Das Energiespektrum eines Quantenpunkts setzt sich im Constant-Interaction-Modell gemäß Gleichung 2.30 aus der Ladeenergie $E_C = e^2/C_\Sigma$ sowie den Energieniveaus der Einzelektronenzustände zusammen. Das Energiespektrum der Einzelektronenzustände wird dabei wesentlich von der Form des Quantenpunkts bestimmt. Nimmt man für eine rotationssymmetrische Geometrie ein zweidimensionales parabolisches Einschlusspotential $V(r) = \frac{1}{2}m^*\omega_0 r^2$ an, lässt sich die Schrödingergleichung analytisch lösen. Man erhält die sogenannten *Fock-Darwin Zustände* [Foc28; Dar31]:

$$\Psi_{n,l}(r, \phi) = \frac{e^{il\phi}}{\sqrt{2\pi}l_B} \sqrt{\frac{n!}{(n+|l|)!}} e^{-r^2/4l_B^2} \left(\frac{r}{\sqrt{2}l_B} \right)^{|l|} L_n^{|l|} \left(\frac{r^2}{2l_B^2} \right) \quad (2.43)$$

$$E_{n,l} = (2n + |l| + 1) \hbar \sqrt{\omega_0^2 + \frac{1}{4}\omega_c^2} - \frac{1}{2}l\hbar\omega_c \quad (2.44)$$

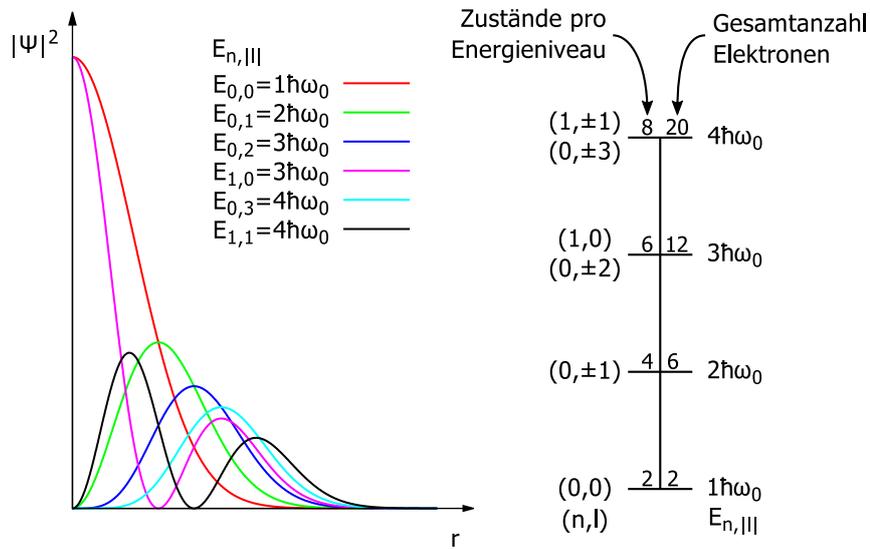


Abbildung 2.14.: Betragsquadrat der Wellenfunktion sowie Energiespektrum $E_{n,l} = (2n + |l| + 1) \hbar\omega_0$ mit zugehörigen Konfigurationen der Fock-Darwin Zustände eines rotationssymmetrischen Quantenpunkts.

Dabei ist $n \in \mathbb{N}_0$ die radiale Quantenzahl, $l \in \mathbb{Z}_0$ die Drehimpulsquantenzahl, $l_B = (\hbar/(m^* \sqrt{\omega_0^2 + \omega_c^2/4}))^{1/2}$ die Landau'sche magnetische Länge, $L_n^{|l|}$ sind die zugeordneten Laguerre-Polynome und $\omega_c = eB/m^*$ ist die Zyklotronfrequenz. Auffallend ist, dass in der Wellenfunktion lediglich der Phasenfaktor von dem Vorzeichen der Drehimpulsquantenzahl abhängt. Ohne ein anliegendes Magnetfeld vereinfachen sich die Energieniveaus dieses zweidimensionalen harmonischen Oszillators zu:

$$E_{n,l}(B = 0) = (2n + |l| + 1) \hbar\omega_0 \quad (2.45)$$

Daraus resultiert eine Entartung des Energiespektrums zusätzlich zur zweifachen Spinentartung der einzelnen Zustände. In Abbildung 2.14 sind die Betragsquadrate der Wellenfunktionen sowie das Energiespektrum samt zugehöriger Konfiguration dargestellt. Die Energieentartung führt zu einem energetisch äquidistanten Schalenmodell, in dem alle Schalen bis einschließlich der k -ten Schale insgesamt $k(k + 1)$ Elektronen fassen. Aufgrund dieses Schalenmodells versteht man Quantenpunkte als künstliche Atome [KAT01]. Auch für das Constant-Interaction-Modell ist dieses Schalenmodell von Bedeutung. Je nach Besetzung der Schalen muss zum Hinzufügen eines Elektrons neben der Ladeenergie $E_C = e^2/C_\Sigma$ noch die Energie $\hbar\omega_0$ aufgebracht werden, falls durch das Hinzufügen eines Elektrons eine neue Schale angebrochen wird. Entsprechend haben die Coulomb-Blockade-Leitwertpeaks

2. Physikalischer Hintergrund

innerhalb einer Schale einen geringeren Abstand, da dort die Energie $\hbar\omega_0$ nicht aufgebracht werden muss.

Durch das Anlegen eines Magnetfelds wird die Energieentartung aufgehoben. Je nach Drehimpulsquantenzahl wird das Energieniveau angehoben oder abgesenkt, siehe Gleichung 2.44. Schneiden sich die Energieniveaus unterschiedlicher Konfigurationen, kommt es zu Orbitalübergängen [Ash+93; Eto97]. Dies führt dazu, dass schließlich bei hohen Feldstärken nur noch Zustände mit $n = 0$ besetzt sind. In Quantenpunkten lässt sich dies bereits bei Feldstärken von wenigen Tesla beobachten. Bei realen Atomen bräuchte man dafür Feldstärken im Megatesla-Bereich [KAT01].

Diese theoretischen Betrachtungen konnten durch Messungen an vertikalen Quantenpunktstrukturen bestätigt werden [Tar+98]. Bei lateralen Quantenpunkten, welche in der vorliegenden Arbeit untersucht werden, hat eine Variation der Topgates immer eine deutliche Änderung der Form des Quantenpunkts, d.h. nicht nur seiner Größe, zur Folge. Dafür lassen sich alle weiteren Parameter, wie bspw. die Kopplungsstärke an die Reservoirs, bei lateralen Quantenpunkten einfacher, auch während einer Messung, variieren. Dies ermöglicht gegenüber vertikalen Quantenpunkten vielseitigere Messungen. Aufgrund der ständigen Veränderung der Form eines lateralen Quantenpunkts eignen sich analytische Methoden nicht zur Beschreibung ihres Energiespektrums, weshalb statistische Methoden verwendet werden.

Um einen Quantenpunkt als chaotisches System mathematisch zu beschreiben, bedient man sich des Modells des *dynamischen Billards* [Rob84]. In diesem Modell wird ein Quantenpunkt als Potentialtopf mit Hardwall-Einschlussbedingung mit einer Zu- und Ableitung verstanden. Der Stromfluss über den Quantenpunkt wird semiklassisch durch die Verfolgung einzelner Trajektorien von Elektronen unter Berücksichtigung von Interferenz mehrerer Trajektorien beschrieben. An den Wänden des eingeschlossenen Bereichs finden elastische Stoßprozesse der Elektronen statt. Für ein kreisförmiges Einschlusspotential sind die Trajektorien geschlossen. Weicht das Potential von einer kreisförmigen Geometrie ab, erhält man nahezu sofort chaotische Systeme. Mit Hilfe von Zufallsmatrizen [Meh04] lassen sich die Erwartungswerte wichtiger Eigenschaften, wie z.B. Leitwertfluktuationen oder die Verteilung der Eigenenergien, vorhersagen [Bee97; Alh00]. Diese *Random-Matrix-Theorie* wird auf Quantenpunkte üblicherweise in Form einer als zufällig angenommenen Streumatrix S angewendet [SKS96]:

$$S = \begin{pmatrix} r & \bar{t} \\ t & \bar{r} \end{pmatrix} \quad (2.46)$$

Dabei sind r, t, \bar{r}, \bar{t} komplexe quadratische Matrizen, die die Reflektion am Quantenpunkt sowie Transmission durch den Quantenpunkt beschreiben. Aus den physikalischen Randbedingungen ergeben sich Einschränkungen für die zufällige Streumatrix.

Aufgrund der Ladungserhaltung, die besagt, dass jedes Elektron entweder reflektiert oder transmittiert werden muss, muss die Matrix unitär sein. Bei geltender Zeitumkehrinvarianz, d.h. ohne externes Magnetfeld, muss die Matrix symmetrisch, bei gebrochener Zeitumkehrinvarianz, d.h. bei einem angelegten Magnetfeld, muss die Matrix hermitesch sein. Mit der Streumatrix kann der Leitwert über die Landauer Formel berechnet werden:

$$G = \frac{2e^2}{h} \text{Spur} (tt^H) \quad (2.47)$$

Will man die Random-Matrix-Theorie auf die spektrale Verteilung des Quantenpunkts anwenden, so verknüpft man diese mit dem Constant-Interaction-Modell. Dazu geht man davon aus, dass die Ladeenergie $E_C = e^2/C_\Sigma$ keiner zufälligen Fluktuation unterliegt, während die Energieabstände der Einteilchenzustände ΔE einer Verteilung gemäß der Random-Matrix-Theorie folgen [Kou+97]. Gemäß Gleichung 2.31 kann die Spannungsdifferenz zweier Coulomb-Blockade-Leitwertpeaks ΔU_g mit dem Konvertierungsfaktor α in eine Energie übersetzt werden, die gerade der Additionsenergie E_{add} entspricht:

$$e\alpha\Delta U_g = E_{\text{add}} = E_C + \Delta E \quad \Leftrightarrow \quad \Delta E = e\alpha\Delta U_g - \frac{e^2}{C_\Sigma} \quad (2.48)$$

Nach der Random-Matrix-Theorie folgt die Verteilung der *Wigner Vermutung* [Wig57; Siv+96]:

$$P\left(\frac{\Delta E}{\langle \Delta E \rangle}\right) = \frac{\pi}{2} \frac{\Delta E}{\langle \Delta E \rangle} \exp\left[-\frac{\pi}{4} \left(\frac{\Delta E}{\langle \Delta E \rangle}\right)^2\right] \quad (2.49)$$

Dabei ist $\langle \Delta E \rangle$ der durchschnittliche Energieabstand der Einteilchenzustände. Diese Verteilung gilt nur ohne Magnetfeld, bei einem angelegten Magnetfeld muss sie angepasst werden. Gemäß dieser Verteilung sind die durchschnittlichen Fluktuationen gegeben durch:

$$\delta(\Delta E) = \sqrt{\langle \Delta E^2 \rangle - \langle \Delta E \rangle^2} = \sqrt{\frac{4}{\pi} - 1} \langle \Delta E \rangle \approx 0,52 \langle \Delta E \rangle \quad (2.50)$$

Aufgrund dessen, dass der Energieabstand ΔE der Einteilchenzustände normalerweise deutlich kleiner als die Ladeenergie E_C ist, erwartet man nur sehr kleine Fluktuationen in der Additionsenergie $E_{\text{add}} = E_C + \Delta E$ und in dem Spannungsabstand zweier Coulomb-Blockade-Peaks $\Delta U_g = E_{\text{add}}/e\alpha$.

Nach *H. Weyl* kann der Mittelwert des Energieabstands der Einteilchenzustände auch für ein chaotisches System aus der Fläche A des Quantenpunkts berechnet werden [Gut90]. Damit lässt sich zeigen, dass der Mittelwert des Energieabstands der Einteilchenzustände auch aus der Fermi-Energie E_F und der Teilchenzahl N

2. Physikalischer Hintergrund

berechnet werden kann:

$$\langle \Delta E \rangle = \frac{4\pi}{A} \frac{\hbar^2}{2m^*} = \frac{4\pi}{A} \frac{E_F}{k_F^2} = \frac{4\pi}{A} \frac{E_F}{4\pi n} = \frac{E_F}{N} \quad (2.51)$$

Hierbei bezeichnet $n = N/A = k_F^2/4\pi$ die zweidimensionale Teilchendichte ohne Spinartung.

Experimentell konnten die Vorhersagen aus der Kopplung des Constant-Interaction-Modells mit der Random-Matrix-Theorie nicht vollständig bestätigt werden. Vor allem bei den gemessenen Abständen der Coulomb-Blockade-Peaks wurde eine erheblich höhere Fluktuation beobachtet, als von der Theorie vorhergesagt wird. Zudem entspricht die Verteilung eher einer Gaußverteilung als der Wigner Vermutung [Siv+96; SHW97; Sim+99]. Aus diesem Grund werden weitere statistische Ansätze mit unterschiedlichen Resultaten verfolgt. So wird versucht, einen Quantenpunkt als chaotisches System zu beschreiben, in dem die Packungsdichte der Elektronen zufällig von der Besetzungszahl abhängt [Siv+96; Ber98]. Andere Überlegungen betreffen die Annahme des Hardwall Potentialtopfes. Weicht man diese auf, erwartet man größere Fluktuationen [BJ96]. Ein weiterer Ansatz berücksichtigt Elektron-Elektron Wechselwirkungen sowie Fluktuationen der Kapazität des Quantenpunkts [BMM97]. Ein gänzlich anderer Ansatz ist die Beschreibung des Systems mittels *Supersymmetrie* [Efe99]. Bisher hat sich keine ganzheitliche Theorie durchgesetzt, die einen chaotischen Quantenpunkt vollständig beschreibt.

2.3.5. Gekoppelte Quantenpunkte

Gekoppelte Quantenpunkte bestehen aus mindestens zwei Quantenpunkten, deren Abstand zueinander ausreichend gering ist, dass sie sich gegenseitig beeinflussen. Im Constant-Interaction-Modell entspricht dies je nach Stärke der Kopplung einer Kapazität, einem Tunnelkontakt oder sogar einem Leitwertkanal zwischen den Quantenpunkten, siehe Abbildung 2.15. Prinzipiell unterscheidet man zwischen seriell und parallel gekoppelten Quantenpunkten. Bei einem seriellen System haben nur die beiden äußeren Quantenpunkte Kontakt zu je einem der Source- und Drain-Reservoirs. Bei parallel gekoppelten Systemen hat mindestens ein Quantenpunkt Kontakt zu beiden Reservoirs. Bei lateralen Quantenpunktsystemen, die mittels Top-Gate-Elektroden erzeugt werden, wird die Kopplung über einen einstellbaren QPC realisiert, was eine Variation der Kopplung erlaubt. Je nach Kopplung beobachtet man unterschiedliches Verhalten. Während bei schwacher Kopplung die Ladung auf jedem Quantenpunkt für sich quantisiert sein muss, bilden sich bei stärker gekoppelten Quantenpunkten Orbitale, die sich über beide Quantenpunkte erstrecken [Pi+01]. Aufgrund dieses Verhaltens werden gekoppelte Quantenpunkte

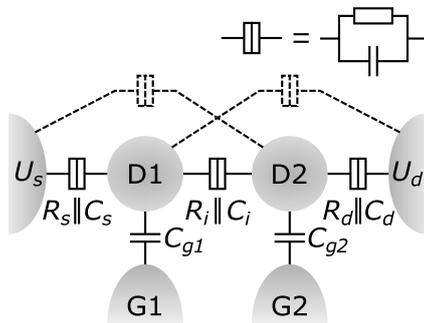


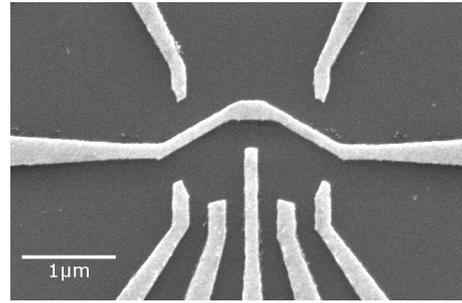
Abbildung 2.15.: Schematische Darstellung von zwei seriell gekoppelten Quantenpunkten im Constant-Interaction-Modell. Sind die gestrichelt eingezeichneten Tunnelkontakte zusätzlich vorhanden, handelt es sich um parallel gekoppelte Quantenpunkte.

als künstliche Moleküle aufgefasst, analog zur Auffassung von einzelnen Quantenpunkten als künstliche Atome. Erhöht man die Kopplung weiter, geht das gesamte System in einen einzelnen großen Quantenpunkt über [Fle+08].

Bei linearen Transportuntersuchungen von Doppelquantenpunkten beobachtet man in Abhängigkeit der beiden Centergates, welche die Quantenpunkte definieren, ein hexagonales Stabilitätsdiagramm [Hof+95]. Innerhalb eines Hexagons ist die Besetzungszahl von beiden Quantenpunkten jeweils konstant, wohingegen auf den Kanten unter gewissen Umständen ein Stromfluss möglich ist. Bei parallelen Doppelquantenpunkten ist mindestens ein Quantenpunkt sowohl an Source als auch an Drain gekoppelt, was den Stromfluss entlang einer Kante des Hexagons ermöglicht. Für einen Stromfluss bei seriellen Doppelquantenpunkten muss sich die Besetzungszahl beider Quantenpunkte ändern. In der Konfiguration in Abbildung 2.15 ist bspw. nur ein Stromfluss von dem Source-Reservoir zum Drain-Reservoir möglich, wenn das Elektron zunächst von dem Source-Reservoir auf den ersten Quantenpunkt D1 gelangt. Anschließend muss es vom Quantenpunkt D1 zum zweiten Quantenpunkt D2 übergehen und diesen schließlich in Richtung Drain-Reservoir verlassen. Dies ist nur an den Tripelpunkten, d.h. an den Ecken der Hexagone, möglich. Ein Stromfluss findet hier, wie beschrieben, in Form einer sequentiellen Änderung der Besetzung statt. Je nach Kopplungsstärke der Quantenpunkte verändert sich die Form der Hexagone stark [Wie+02]. Für eine schwache Kopplung entstehen Rechtecke, wie man sie für zwei unabhängige Quantenpunkte erwartet. Eine sehr starke Kopplung resultiert in diagonal verlaufenden Kanten, was einem großen Quantenpunkt mit zwei Centergates entspricht [Liv+96].

Aufgrund der variablen Kopplung lässt sich eine Vielzahl von interessanten Phänomenen beobachten. Neben dem erwähnten Entstehen von Orbitalen und der Variation des Stabilitätsdiagramms verändert sich bspw. auch die Periode und damit die Form der Coulomb-Blockade-Peaks. Mit zunehmender Kopplung beobachtet man ein Aufspalten der einzelnen Peaks, was letztlich zu einer Halbierung der Periode

Abbildung 2.16.: REM Aufnahme eines Doppelquantenpunkts mit zwei als Ladungssensoren dienenden QPC.



führt [Wau+95; Wau+96]. Dies lässt sich darauf zurückführen, dass die Gesamtkapazität sowie die Gatekapazität des entstehenden Einzeldots der Summe der Gesamtkapazitäten bzw. der Summe der Gatekapazitäten der beiden Quantenpunkte entsprechen.

2.4. Quantenpunktkontakte als Elektrometer für Quantenpunkte

Die Entwicklung von Elektrometern für Quantenpunkte ermöglichte neue Messmethoden und brachte damit vielzählige neue Erkenntnisse über Quantenpunkte hervor. Beispielsweise können damit Messungen ohne Source-Drain-Spannung am Quantenpunkt durchgeführt werden. Zum einen wird dadurch das Rauschverhalten optimiert, zum anderen erlaubt dies auch Messungen in Bereichen, in denen keine Coulomb-Blockade-Oszillationen in direkten Leitwertmessungen mehr sichtbar sind, obwohl sich die Konfiguration des Quantenpunkts noch ändert. Des Weiteren können auch Messungen durchgeführt werden, bei denen der Quantenpunkt lediglich an ein Reservoir gekoppelt ist.

Das Grundprinzip eines solchen Elektrometers beruht darauf, eine ladungssensitive Nanostruktur ausreichend nah an einem Quantenpunkt zu definieren, so dass über die kapazitive Kopplung Ladungsänderungen im Quantenpunkt in der zusätzlichen Nanostruktur detektiert werden können [Laf+91]. Dabei hat es sich durchgesetzt, QPC als Ladungssensoren für Quantenpunkte zu verwenden. Eine Doppelquantenpunktstruktur mit zwei QPC als Ladungssensoren ist in Abbildung 2.16 zu sehen. Das horizontal verlaufende Gate dient dabei zur Abtrennung des unteren Mesabereichs der Quantenpunkte von dem oberen Bereich der QPC, was unabhängige Messungen an den Quantenpunkten und an den QPC ermöglicht. Dieses Trenngate stellt sowohl für die Quantenpunkte als auch für die QPC eine gemeinsame Begrenzung dar. Dadurch befinden sich die Strukturen so nah wie möglich aneinander, was die Kopplung und damit die Sensitivität optimiert.

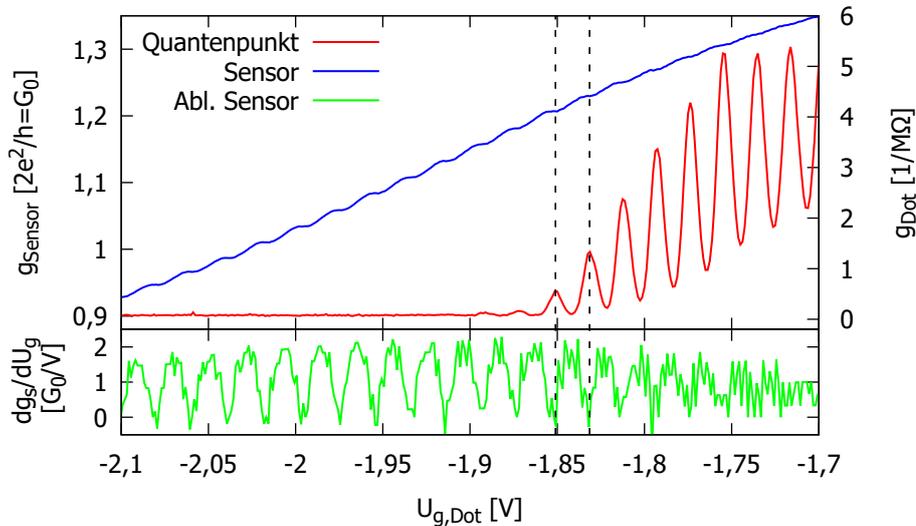


Abbildung 2.17.: Via Coulomb-Blockade-Oszillationen und via Sensor gemessene Umladungen des Quantenpunkts. Der Leitwert des als Sensor dienenden QPC flacht ab und die Ableitung zeigt negative Peaks, wenn sich die Besetzungszahl des Quantenpunkts ändert.

Zwischen den quantisierten Leitwertstufen eines QPC ist der Verlauf des Leitwerts sehr steil. In diesem Bereich reagieren QPC sehr empfindlich auf elektrostatische Veränderungen in ihrer Umgebung. Variiert man das Potential des Centergates, das den gegenüberliegenden Quantenpunkt definiert, kann man diese Variation im Leitwert des QPC beobachten. Ausgehend von einem negativen Potential am Centergate bewirkt ein positiveres Potential eine Vergrößerung des Leitwerts des QPC. Das positiveres Potential sorgt dafür, dass der QPC breiter wird, was zu einer Erhöhung des Leitwerts führt. Nimmt der Quantenpunkt aufgrund des positiveren Potentials ein weiteres Elektron auf, flacht der Leitwert des QPC ab, da das zusätzliche Elektron den Leitwertkanal des QPC verkleinert [Fie+93]. Dies führt zu einem stufenförmigen Anstieg des Leitwerts, wobei jede Abflachung mit einem Coulomb-Blockade-Peak zusammenfällt. Besonders in der Ableitung sind die Abflachungen des Leitwerts in Form von negativen Peaks gut sichtbar, siehe Abbildung 2.17. Auf diese Weise ist es möglich, trotz verschwindender Coulomb-Blockade-Oszillationen die Gesamtzahl der Elektronen in einem Quantenpunkt [Spr+02] oder Doppelquantenpunkt [Elz+03] zu bestimmen.

Mit einem Elektrometer ist es nicht nur möglich, die Ladung des Dots zu bestimmen, sondern mittels Pulsen des Centergates des Quantenpunkts ist es bspw. auch möglich, Anregungsspektren aufzunehmen [Fuj+02; Joh+05a] und Tunnelraten zu

2. Physikalischer Hintergrund

bestimmen [Elz+04]. Die Bestimmung der Tunnelraten ermöglicht es, diese in einem Doppelquantenpunktsystem gezielt einzustellen [Joh+05b]. Ebenso ist es möglich, die Richtung der Tunnelprozesse in einem Doppelquantenpunkt zu erfassen [Fuj+06]. Tunnelprozesse können mit einem QPC als Sensor sogar zeitaufgelöst beobachtet werden [Van+04]. Auch die Bestimmung des Spins der Elektronen ist mittels der Umwandlung von Spin- in Ladungszustände möglich [Han+07]. Dies ermöglicht es, in Mehrfach-Quantenpunkten je nach Kopplung eine Blockade des Cotunnelings aufgrund der dem Pauliprinzip folgenden Spinzustände zu beobachten [Noi+17]. Auch das schnelle Auslesen eines Qubits ist mit einem QPC als Sensor möglich [Bar+09]. Zudem gibt es Ansätze, um die Quantenkapazität in Doppelquantenpunkten zu bestimmen, die ein Maß für die quantenmechanische Kopplung ist [Ota+10].

Alle diese Messungen werden in der Regel bei einer konstanten Spannung des QPC-Gates durchgeführt. Dies beschränkt den sensitiven Bereich auf Werte zwischen zwei Stufen des quantisierten Leitwerts. Daher konnte z.B. in [Spr+02] die Gesamtbesetzungszahl des Quantenpunkts nur bis 9 Elektronen mit einer guten Sensitivität verfolgt werden. *M. Field et al.* umgingen dieses Problem, indem sie den Widerstand des QPC auf $150\text{ k}\Omega$ zurücksetzten, wenn er $360\text{ k}\Omega$ erreicht hatte [Fie+93]. Die Messrichtung war dabei in Richtung negativer Potentiale des Centergates des Quantenpunkts, weshalb der Widerstand des QPC während der Messung stieg. Das Zurücksetzen wurde durch eine Verbreiterung des QPC mittels Erhöhen der Spannung des QPC-Gates erreicht. Solch eine Veränderung beeinflusst aber auch das elektrostatische Potential des Quantenpunkts, was von *M. Field et al.* vernachlässigt wurde. Sie bezeichneten den Sensor sogar als nichtinvasiv. Gemäß des Constant-Interaction-Modells muss der als Sensor dienende QPC aber als zusätzliches, rein kapazitiv gekoppeltes Gate für den Quantenpunkt berücksichtigt werden. Ein negatives Potential am Sensor verschiebt die Coulomb-Blockade-Oszillationen zu höheren, d.h. weniger negativen, Centergatespannungen des Quantenpunkts. Diese Verschiebung lässt sich messen, wodurch die Messdaten nachträglich mathematisch korrigiert werden können [Sch14; Die17; Bre+20]. Ist die Korrekturfunktion in Abhängigkeit der Sensorspannung bekannt, kann man den Leitwert des Sensors während einer Messung durch eine aktive Regelschleife der Sensorspannung konstant halten und die Ergebnisse nachträglich korrigieren. Für die aktive Regelschleife wird nach jeder Veränderung des Potentials am Centergate des Quantenpunkts das Potential am QPC-Gate so lange variiert, bis der Leitwert einem eingestellten Bias-Wert entspricht. Bei diesem Verfahren ist nun die Spannung am QPC-Gate die interessante Messgröße, die ein stufenförmiges Verhalten zeigt, siehe Abbildung 2.18. Das generell sinkende Verhalten erklärt sich dadurch, dass die Erhöhung des Potentials des Centergates des Quantenpunkts durch ein negativeres Potential des QPC-Gates kompensiert werden muss, um den Leitwert des QPC konstant zu halten. Neben dem linearen Einfluss des Gates des Quantenpunkts beobachtet man

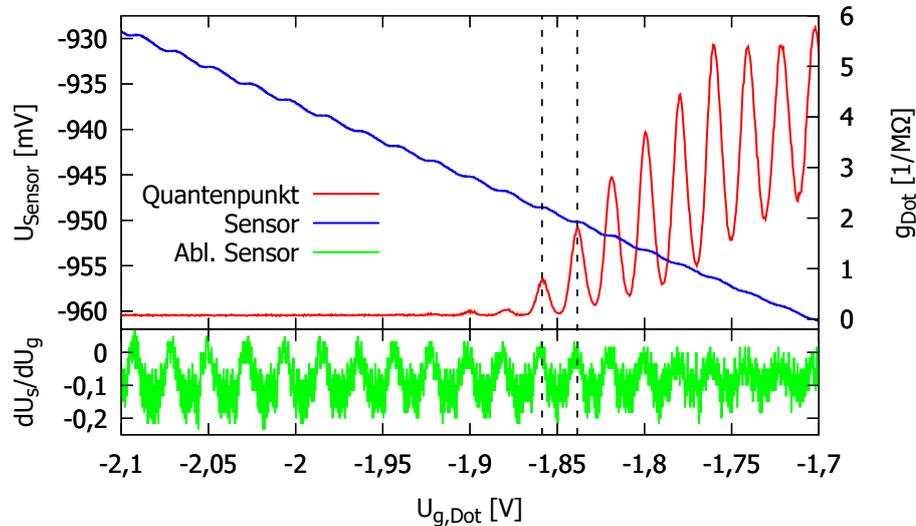


Abbildung 2.18.: Via Coulomb-Blockade-Oszillationen und via aktivem Sensor gemessene Umladungen des Quantenpunkts. Die Spannung des als Sensor dienenden QPC flacht ab und die Ableitung zeigt positive Peaks, wenn sich die Besetzungszahl des Quantenpunkts ändert.

auch hier ein Abflachen bei einer Ladungsänderung des Quantenpunkts, da ein zusätzliches Elektron auf dem Dot bereits den Leitwertkanal des Sensors verkleinert und so die Erhöhung des Potentials des Quantenpunktgates kompensiert. Mit dieser Methode ist es möglich, Spektralanalysen eines Quantenpunkts für einen großen Bereich der Besetzung bis zur vollständigen Entleerung des Quantenpunkts durchzuführen [Die17]. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurde ein Manuskript zur Veröffentlichung eingereicht, welches eine solche aktive Sensormessung bis zur vollständigen Entleerung des Quantenpunkts präsentiert und anhand dieser die zugrundeliegende Messmethodik der aktiven Ladungssensoren erläutert [Bre+20].

Während in den Arbeiten von *D. Schefzyk* [Sch14] und *C. Dieter* [Die17] sowie im eingereichten Manuskript [Bre+20] angenommen wird, dass der Einfluss des aktiven Sensors auf alle Coulomb-Blockade-Peaks gleich ist, wird der Einfluss der Sensorspannung auf das Spektrum des Quantenpunkts in der vorliegenden Arbeit in Kapitel 6.4.2 genau untersucht. Anschließend wird in Kapitel 6.4.4 eine Spektralanalyse basierend auf Daten aus Coulomb-Blockade-Oszillationen sowie passiven Sensormessungen durchgeführt und die Ergebnisse werden mit den Vorhersagen der Random-Matrix-Theorie verglichen, siehe Kapitel 2.3.4. Nachdem in Kapitel 6.5.1 eine aktive Sensormessung der verwendeten Quantenpunkt Konfiguration präsentiert wird, wird in Kapitel 6.5.2 das Spektrum dieser Quantenpunkt Konfiguration in

2. *Physikalischer Hintergrund*

Abhängigkeit eines Störpotentials in der Nähe des Quantenpunkts mittels aktiver Sensormessungen untersucht und mit den Vorhersagen der Random-Matrix-Theorie verglichen. Abschließend wird das Messverfahren mit aktiven Ladungssensoren in Kapitel 6.5.3 auf nichtlineare Messungen, vgl. Kapitel 2.3.3, ausgeweitet.

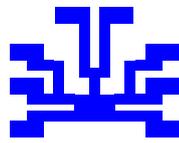
3. Probenherstellung

Zur Probenherstellung nutzt man nasschemische sowie lithographische Prozesse. Mit Hilfe dieser Prozesse wird zunächst eine Mesa geätzt, es werden ohmsche Kontakte zur Mesa hergestellt, die Zuleitungen und Bondpads werden metallisiert, die Nanostruktur wird metallisiert und die Probe wird abschließend mittels Bonddrähten kontaktiert. In Abbildung 3.1 ist die Entwicklung der Waferoberfläche bei den lithographischen Prozessschritten schematisch dargestellt. In den folgenden Abschnitten werden diese Schritte erläutert. Die genauen Prozessparameter können den Tabellen in Anhang A.1 entnommen werden. Eine komplett prozessierte Probe ist in Abbildung 3.9 am Ende dieses Kapitels zu sehen. Die hergestellten Proben besitzen teilweise unterschiedliche Geometrien, die in den jeweiligen Kapiteln der Messungen dargestellt werden.

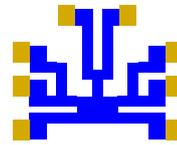
3.1. Ausgangsmaterial

Als Ausgangsmaterial dient ein Wafer mit einer GaAs/Al_{0,33}Ga_{0,67}As Heterostruktur. Die Heterostruktur wurde mittels Molekularstrahlepitaxie auf einem GaAs Wafer mit [100] Orientierung in dem *Cavendish Laboratory* der *University of Cambridge* aufgewachsen. Zunächst wurde eine 50 nm dicke Schicht GaAs, gefolgt von einer ebenfalls 50 nm dicken Schicht Al_{0,33}Ga_{0,67}As aufgewachsen. Am Übergang der nächsten, 1 μm dicken GaAs Schicht zu der daran angrenzenden, 40 nm dicken Schicht Al_{0,33}Ga_{0,67}As entsteht das 2DEG. Die meisten dazu beitragenden Ladungsträger stammen aus der darauf folgenden, mit Siliziumatomen dotierten, 40 nm dicken Schicht Al_{0,33}Ga_{0,67}As. Zum Schutz der Oberfläche vor Oxidation wurde abschließend noch eine 10 nm dicke Schicht GaAs aufgewachsen. Das parallel zur Oberfläche verlaufende 2DEG befindet sich demnach 90 nm unterhalb der Oberfläche. In Abbildung 2.1 in Kapitel 2.1.2 ist die Schichtfolge mit zugehörigem Leitungsbandverlauf dargestellt. Dort wird zudem die Bedeutung der einzelnen Schichten genauer erläutert.

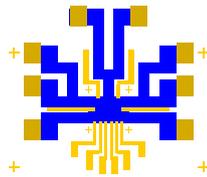
Zur Prozessierung wird aus dem Wafer ein 5 mm mal 6 mm großes Stück herausgebrochen. Dazu wird der Wafer mit einer Diamantspitze angeritzt und anschließend entlang der entstandenen Kanten gebrochen. Die Größe ist für vier Probengeometrien



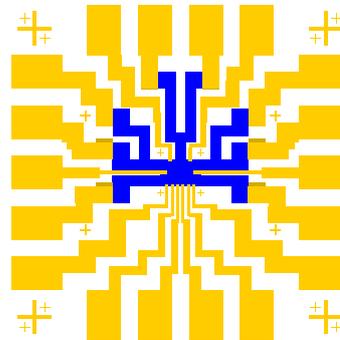
(a) Mesa



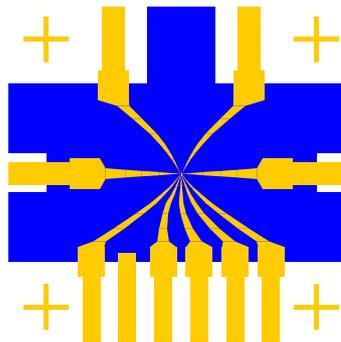
(b) ohmsche Kontakte



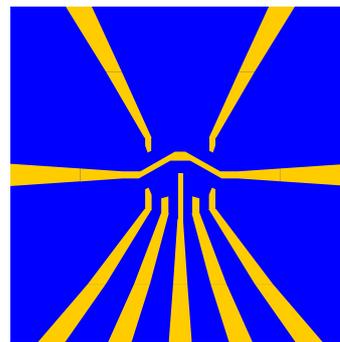
(c) innere Zuleitungen



(d) äußere Zuleitungen



(e) Nanostruktur



(f) Vergrößerung der Nanostruktur

Abbildung 3.1.: Schematische Übersicht der Entwicklung der Probenoberfläche während der Herstellung

ausreichend, die dadurch gleichzeitig prozessiert werden können. Das Waferstück muss gründlich mit Aceton und Isopropanol gereinigt werden, um Splitter, die beim Brechen auf die Oberfläche gekommen sind, zu entfernen. Alternativ kann vor dem Brechen auch ein Schutzlack aufgebracht werden, der hinterher wieder entfernt wird.

3.2. Optische Lithographie

Bei der optischen Lithographie wird die chemische Struktur eines Fotolacks durch die Belichtung so verändert, dass sich seine Löslichkeit verändert. Bei Positivlacken wird sie durch die Belichtung erhöht, bei Negativlacken hingegen verschlechtert. Dies ist darauf zurückzuführen, dass sich Polymerketten durch die Belichtung bei einem Positivlack teilen und bei einem Negativlack verbinden. Nach der anschließenden Entwicklung bleiben demnach bei einem Positivlack die unbelichteten Bereiche zurück, bei einem Negativlack entsprechend die belichteten Bereiche. Bereiche, in denen Lack zurückbleibt, sind vor dem Ätzen oder Metallisieren geschützt, siehe Abbildungen 3.2 und 3.3. Für die Belichtung im Kontaktverfahren wird eine mittels Elektronenstrahlithographie hergestellte Chrommaske verwendet. Sie besteht aus einem mit Chrom beschichteten Glassubstrat, bei dem die zu belichtenden Stellen freigeätzt wurden. Die Belichtung erfolgt in einem *MJB3 Mask Aligner* der *Karl Süss KG*. In ihm können die zu belichtende Probe und die Maske relativ zueinander mikrometergenau ausgerichtet werden. Als Lichtquelle kommt eine Quecksilberdampfampe mit einem *i-line* Filter mit einer Wellenlänge von 365 nm zum Einsatz. Alle verwendeten Fotolacke und Entwickler stammen von *micro resist technology*.

3.2.1. Ätzen der Mesa

Das in der Heterostruktur entstehende 2DEG soll eine definierte Form haben, damit gewährleistet ist, dass der Stromfluss durch die Nanostruktur und nicht durch andere Zweige erfolgt. Dazu ätzt man die Probenoberfläche 60 bis 80 nm tief in den Bereichen, in denen kein 2DEG entstehen soll. Die zurückbleibende Erhöhung nennt man *Mesa*, nach dem spanischen Wort für Tafelberg. Obwohl das 2DEG 90 nm unterhalb der Oberfläche entsteht, reicht es, 60 bis 80 nm tief zu ätzen, da dies die Donatorschicht entfernt und somit die Bandstruktur verändert wird. Aufgrund des dadurch fehlenden Potentialtopfs außerhalb der Mesa kann hier kein 2DEG mehr entstehen.

Die Mesa wird mittels optischer Lithographie mit einem Negativlack erzeugt. Die verwendeten Prozessschritte sind in der Abbildung 3.2 zu sehen. Nachdem die

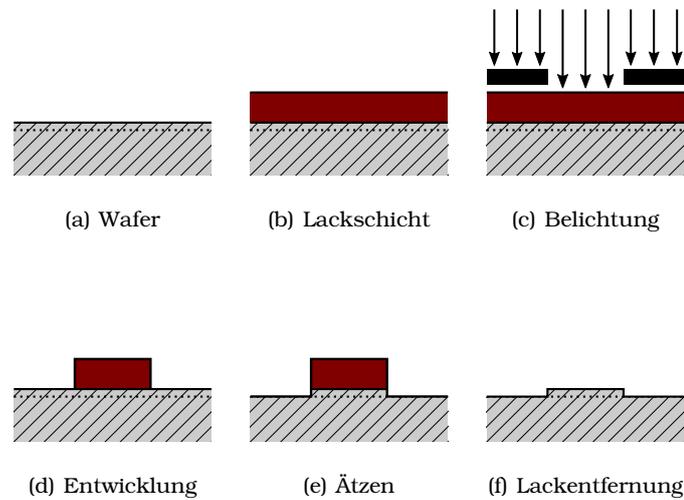


Abbildung 3.2.: Prozessschritte der Mesaherstellung via optischer Lithographie mit Negativlack. Die gestrichelte Linie deutet das 2DEG an.

Probe auf einer Heizplatte dehydriert wurde, werden zuerst Hexamethyldisilazan als Haftvermittler und dann der Negativlack ma-N 1410 aufgetragen. Die dazu verwendete Lackschleuder *Delta 6 RC* von *Süss MicroTec* erzeugt homogene Schichten mit einer reproduzierbaren Dicke, Abbildung 3.2(b). Um die Stabilität und Haftung des Lacks zu verbessern, werden beim *pre exposure bake* Lösungsmittel aus dem Lack verdampft. Vor der Belichtung im Mask Aligner, Abbildung 3.2(c), müssen die Maske und Probe so ausgerichtet werden, dass die Vorzugsrichtung der ohmschen Kontakte berücksichtigt wird, siehe Kapitel 3.2.2. Neben den Mesa Strukturen werden auch Markierungen in Form von Kreuzen belichtet, die zur Justage bei weiteren lithographischen Schritten dienen. Laut Hersteller ist ein *post exposure bake* nicht nötig, anders als bei Lacken, deren Löslichkeit sich aufgrund von *cross-linking* beim *post exposure bake* nochmals verändert. Trotzdem wurde ein *post exposure bake* durchgeführt, um die bei *pre exposure bake* und Belichtung entstandene mechanische Belastung zu reduzieren, wodurch die Haftung des Lacks verbessert wird. Zudem werden dadurch etwaige wellenförmige Lackkanten, die aufgrund von Stehwellen entstanden sein können, geglättet. Bei der Entwicklung, Abbildung 3.2(d), wird ma-D 533-S als Entwickler verwendet.

Vor dem eigentlichen Ätzen werden etwaige Lackreste oder Verunreinigungen auf der Probe durch ein Sauerstoffplasma in einem *TePla 100-E* Plasmaverascher oxidiert. Anschließend folgt der *hard bake*, bei dem der Lack ausgehärtet wird, was ihn widerstandsfähiger gegen den Ätzprozess macht. Um die Ätztiefe bestimmen zu können, wird vor dem Ätzen und zwischendurch die Lackhöhe bzw. das Ätzprofil

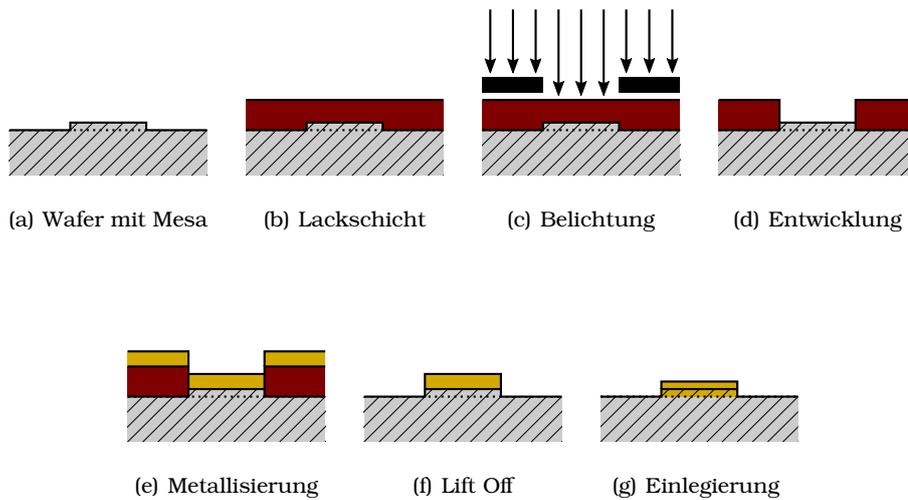


Abbildung 3.3.: Prozessschritte der Herstellung von ohmschen Kontakten via optischer Lithographie mit Positivlack. Die gestrichelte Linie deutet das 2DEG an.

mit einem *Dektak 3030* Profilometer gemessen. Die Probe wird zunächst kurz in 37-prozentiger Salzsäure und anschließend in einem mit Wasser verdünnten Gemisch aus Schwefelsäure und Wasserstoffperoxid geätzt, Abbildung 3.2(e). Nach dem Ätzen wird der Schutzlack mit Aceton entfernt und die Probe gereinigt, Abbildung 3.2(f). Nun kann die absolute Ätztiefe bestimmt werden. Eine exemplarische Mesageometrie ist in Abbildung 3.1(a) dargestellt.

3.2.2. Herstellung ohmscher Kontakte

Der nächste Schritt besteht darin, das 2DEG in der Mesa zu kontaktieren. Man erzeugt ohmsche Kontakte, indem man Metalle bis zum 2DEG einlegt. Der dabei entstehende Kontaktwiderstand zwischen 2DEG und Metall ist von der Kristallstruktur abhängig, weshalb eine Vorzugsrichtung existiert. Kontakte in $[011]$ Richtung weisen dabei den geringsten Widerstand auf, Kontakte in $[0\bar{1}1]$ den größten [Kam+86; Rai05].

Die ohmschen Kontakte werden mittels optischer Lithographie definiert. Anders als beim Ätzen der Mesa wird der Positivlack ma-P 1215 verwendet. Die Prozessschritte sind in Abbildung 3.3 dargestellt. Auch hier wird auf die gereinigte und mittels Isopropanol dehydrierte Probe der Lack in der Lackschleuder aufgetragen. Nach dem pre exposure bake wird der Lack im Kontaktmodus belichtet. Zur optimalen Justage

3. Probenherstellung

befinden sich auf der Chrommaske die gleichen Kreuzmarker, die auch beim Ätzen der Mesa auf der Probe erzeugt wurden. Anschließend wird die Probe in ma-D 331 entwickelt, vgl. Abbildungen 3.3(a) bis 3.3(d). Die Probe wird vor dem Metallisieren noch für 10 s in 37-prozentiger Salzsäure geätzt.

Die Metallisierung, siehe Abbildung 3.3(e), findet in einer *PLS 570* Aufdampfanlage von *Pfeiffer Vacuum* statt. Dort können Metalle mittels thermischen oder Elektronenstrahlverdampfens bei einem Druck von ungefähr 10^{-7} mbar aufgedampft werden. Als erste Schicht wird Gold-Germanium aufgedampft. Hierbei handelt es sich um eine eutektische Legierung mit dem Verhältnis von 88% Gold zu 12% Germanium. Eutektische Mischungen besitzen den geringsten Schmelzpunkt aller Mischungen, was das Aufdampfen und vor allem das Einlegieren erleichtert. Die aufgedampfte Schichtdicke kann mittels eines Schwingquarzes gemessen werden, der seine Resonanzfrequenz abhängig von seinem Massenbelag verändert. Es wird 1,6 g Gold-Germanium aufgedampft, was zu einer Schichtdicke von knapp 190 nm führt. Danach wird eine etwa 80 nm dicke Schicht Nickel aufgedampft, die beim Einlegieren als Diffusionsbarriere dient. Zum Oxidationsschutz der Oberfläche wird abschließend eine 30 nm dicke Schicht Gold aufgedampft.

Löst man den Lack mit Aceton, so werden die sich auf dem Lack befindenden Metallschichten mit entfernt. Lediglich an den durch die Entwicklung lackfreien Stellen haften die aufgedampften Metalle. Dieses Verfahren nennt man *Lift Off*, siehe Abbildung 3.3(f). Es sollte darauf geachtet werden, dass die Dicke der aufgedampften Metalle maximal ein Drittel der Lackhöhe beträgt, da es sonst zu Problemen beim *Lift Off* kommen kann. Nachdem die Probe nur noch an den gewünschten Stellen metallisiert ist, kann man die ohmschen Kontakte einlegieren, vgl. Abbildung 3.3(g). Dies findet in einem *AZ 500* Legierofen der *Dr. Eberl MBE Komponenten GmbH* unter einer Schutzatmosphäre aus 80% Argon und 20% Wasserstoff, die ungewollte Oxidationen vermeidet, statt. Beim Einlegieren wird die Probe schrittweise auf bis zu 420 °C erhitzt. Dieser Wert ist höher als der Schmelzpunkt der eutektischen Gold-Germanium Mischung, wodurch das Gold-Germanium in den Wafer eindiffundiert und somit das 2DEG kontaktiert. In Abbildung 3.1(b) sind die ohmschen Kontakte an den Enden der Mesa exemplarisch dargestellt.

Dieses Herstellungsverfahren zur Erzeugung von ohmschen Kontakten basiert auf den Untersuchungen von *S. Raiser* und *M. Fleischer* [Rai05; Fle06]. Da der dort verwendete Lack nicht mehr erhältlich ist, mussten die Parameter an den neuen Lack ma-P 1215 angepasst werden. Dabei gab es Schwierigkeiten mit der Haftung der Metallschichten beim *Lift Off*. Deshalb wurden einige Testreihen durchgeführt, um den Einfluss eines Ätzvorgangs mittels Sauerstoffplasma und anschließendem Salzsäurebad vor der Metallisierung zu untersuchen. Die beste Haftung wurde ohne Ätzen mittels Sauerstoffplasma, aber mit Ätzen im Salzsäurebad erreicht. Dies ist nicht auf eine Veränderung der Waferoberfläche zurückzuführen, sondern darauf,

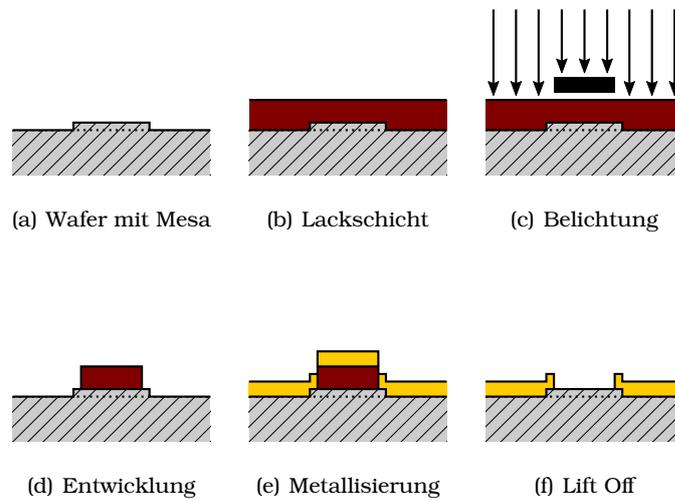


Abbildung 3.4.: Prozessschritte der Herstellung von Zuleitungen und Bondpads via optischer Lithographie mit Positivlack. Die gestrichelte Linie deutet das 2DEG an.

dass das Sauerstoffplasma die Lackkante an den Rändern der Strukturen stark angegriffen und somit abgeflacht hat. Insgesamt konnten alle Probleme gelöst werden, wodurch im Rahmen dieser Arbeit ein Rezept für die zuverlässige und reproduzierbare Herstellung ohmscher Kontakte mit dem neuen Lack ma-P 1215 entwickelt werden konnte.

3.2.3. Metallisierung von Zuleitungen und Bondpads

Zur Kontaktierung wird die Probe in einen Chipcarrier geklebt, zu dessen Füßen über Bonddrähte die elektrische Verbindung hergestellt wird, siehe Kapitel 3.4. Auf der Probenseite werden die Bonddrähte auf Bondpads platziert. Von diesen Bondpads ausgehend verlaufen sich verjüngende Zuleitungen zu den ohmschen Kontakten und zur mittels Elektronenstrahlolithographie erzeugten Nanostruktur, siehe Kapitel 3.3.1. Aufgrund der deutlichen Größenunterschiede werden zuerst die inneren Zuleitungen und in einem zweiten Durchlauf die äußeren Zuleitungen mit Bondpads hergestellt.

Die Zuleitungen und Bondpads werden wie die ohmschen Kontakte mittels optischer Lithographie, siehe Abbildung 3.4, unter Verwendung desselben Lacks ma-P 1215 hergestellt. Bis zur Metallisierung unterscheidet sich der Prozess nicht von dem zur Herstellung der ohmschen Kontakte, siehe Kapitel 3.2.2. Zunächst wird bei der Metallisierung der inneren Zuleitungen eine 10 nm dicke, bei der Metallisierung

der äußeren Zuleitungen und Bondpads hingegen eine 14 nm dicke Schicht Chrom aufgebracht. Das Chrom dient als Haftvermittler und bildet zudem einen Schottky-Kontakt mit ausreichender Barrierenhöhe mit der Waferoberfläche. Der Hauptteil der Zuleitungen besteht aus Gold. Bei den inneren Zuleitungen werden 50 nm und bei den äußeren Zuleitungen sowie Bondpads 150 nm aufgedampft. Beim Lift Off ist darauf zu achten, dass es keine Kurzschlüsse zwischen den Zuleitungen gibt. Diese können aufgrund von unsauberen Lackkanten, wodurch sich kleine Goldfäden lösen können, entstehen. Eine exemplarische Darstellung der inneren Zuleitungen findet sich in Abbildung 3.1(c), eine der äußeren Zuleitungen in Abbildung 3.1(d).

3.3. Elektronenstrahlithographie

3.3.1. Herstellung der Nanostruktur

An den inneren Zuleitungen aus dem vorherigen Abschnitt anknüpfend wird die Nanostruktur mittels Elektronenstrahlithographie erzeugt. Ihre Geometrie bestimmt die des Quantenpunkts bzw. QPC. Durch das Anlegen einer negativen Spannung verdrängt sie die Ladungsträger unter sich und überträgt so ihre Geometrie in das 2DEG. Die Elektronenstrahlithographie funktioniert analog zur optischen Lithographie. Statt eines photosensitiven wird ein elektronensensitiver Lack verwendet, da die Belichtung in einem Rasterelektronenmikroskop (REM) stattfindet. Dies bietet den Vorteil einer deutlich besseren Auflösung. Die Auflösungsgrenze des verwendeten *Philips XL 30* Rasterelektronenmikroskops liegt bei der verwendeten Beschleunigungsspannung von 30 keV bei etwa 4 nm für die Bildgebung. Die erreichbare Strukturgröße wird maßgeblich durch den *Proximity-Effekt* bestimmt. Dieser beschreibt den Sachverhalt, dass aufgrund von gestreuten Elektronen sowie Sekundärelektronen ein größerer Bereich belichtet wird, als es aufgrund des Durchmessers des Primärelektronenstrahls zu erwarten ist. Dadurch beträgt hier die empirisch ermittelte, minimal erreichbare Breite eines Gates etwa 70 nm. Die erreichbare Größe der Strukturen wird prinzipiell auch durch den verwendeten Lack bestimmt. Hier wird eine 2,8-prozentige Lösung von Polymethylmethacrylat (PMMA 2041) in Methylisobutylketon (MIBK) verwendet. Der Positivlack aus PMMA zeichnet sich vor allem durch die erreichbare Auflösung von 10 nm aus [Rai97].

Im Rasterelektronenmikroskop findet die Belichtung nicht wie bei der optischen Lithographie mittels einer Chrommaske statt, sondern indem die gewünschte Geometrie von einem Elektronenstrahl abgerastert wird. Die Steuerung übernimmt dabei ein *pattern generator*. Hier wird ein XPG2 von *XENOS Semiconductor Technologies* verwendet. Die zu belichtende Struktur wird dafür am Computer erstellt, indem sie aus kleineren Elementen, wie z.B. Polygonen, zusammengesetzt wird. Dies ermöglicht

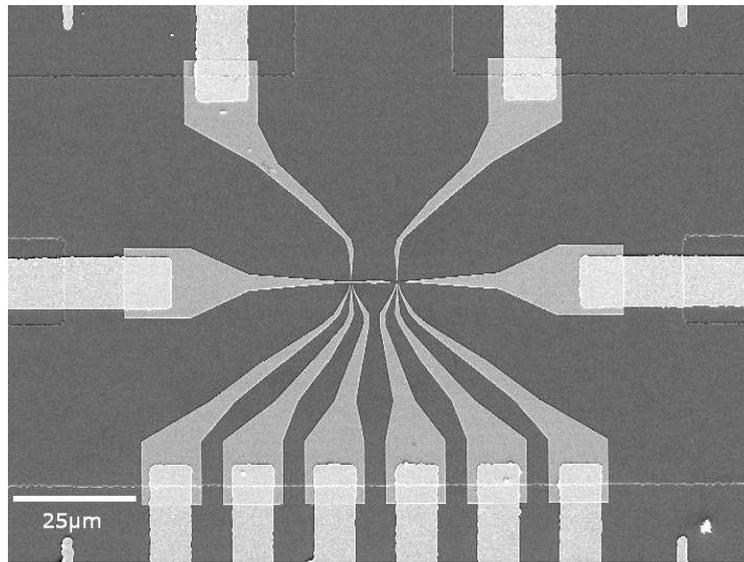


Abbildung 3.5.: Mittels Elektronenstrahlolithographie hergestellte Nanostruktur. Gut zu erkennen ist der Übergang der inneren Zuleitungen zur Nanostruktur und die Begrenzung der Mesa.

es, die Dosis je nach Strukturgröße zu variieren, was aufgrund des Proximity-Effekts nötig ist.

Nach der Belichtung wird die Probe in einer Mischung aus zwei Teilen Isopropanol mit einem Teil MIBK entwickelt. Als Haftvermittler wird zunächst eine 10 nm dicke Schicht Chrom aufgedampft, bevor anschließend 30 nm Gold aufgedampft werden. Beim Lift Off wird das überschüssige Metall entfernt, so dass nur die Nanostruktur und die zuvor definierten Strukturen zurück bleiben, vgl. Abbildung 3.1(e), Abbildung 3.1(f) und Abbildung 3.5.

Bei den Messungen an den hergestellten Proben haben nicht alle Gates wie erwartet reagiert. Untersuchungen, die zusammen mit *C. Dieter* [Die17] durchgeführt wurden, haben gezeigt, dass es Kontaktprobleme zwischen den Zuleitungen und der Nanostruktur geben kann. Dies wurde untersucht, indem an die Zuleitungen negative Spannungen angelegt und mit dem Rasterelektronenmikroskop Bilder aufgenommen wurden. Negativ geladene Bereiche erscheinen in den Aufnahmen heller. In Abbildung 3.6 ist der Übergang zwischen der Nanostruktur und zwei Zuleitungen, an die eine Spannung von -3 V angelegt wurde, zu sehen. Man erkennt deutlich den Unterschied zwischen der linken und der rechten Nanostruktur. Auf der linken Seite gibt es keine elektrische Verbindung zwischen der Zuleitung und der Nanostruktur. Diese Kontaktprobleme traten bei einer ersten Probengeneration auf, bei der, anders

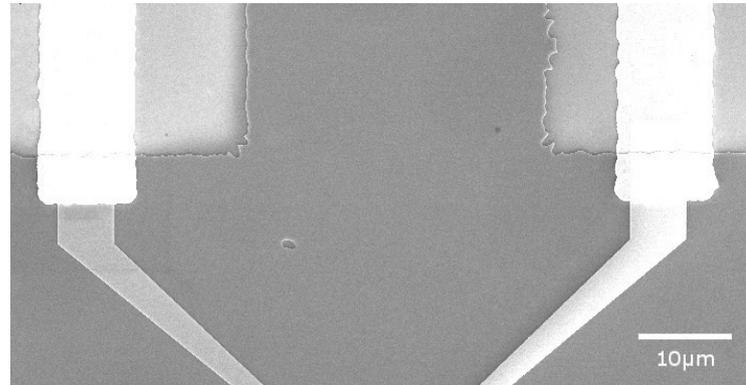


Abbildung 3.6.: Übergang der inneren Zuleitungen zur Nanostruktur. An die Zuleitungen wurden -3 V angelegt. Negativ geladene Strukturen erscheinen im Bild heller. Gut zu sehen ist, dass der linke Teil der Nanostruktur aufgrund von Kontaktproblemen dunkler ist.

als hier beschrieben, die inneren sowie äußeren Zuleitungen und Bondpads gleichzeitig hergestellt wurden. Der Höhenunterschied von den 40 nm der Nanostruktur zu den 164 nm der Zuleitungen ist so groß, dass zwischen dem Teil der Nanostruktur auf der Zuleitung und dem auf der Mesa keine Verbindung mehr besteht. Da bereits mehrere Proben bis auf den elektronenlithographischen Schritt hergestellt waren, wurde die Nanostruktur modifiziert, um diese Kontaktprobleme zu minimieren. Dazu wurde sie im Bereich der Zuleitungen deutlich vergrößert, um an allen drei möglichen Kanten einen Überlapp zu erzeugen, siehe Abbildung 3.5. Dies verringerte die Ausfallquote deutlich. Um sie weiter zu senken, wurde bei den nächsten Proben nach Fertigstellung der Nanostruktur der Übergangsbereich zu den Zuleitungen erneut im Rasterelektronenmikroskop belichtet, entwickelt und es wurden nochmals 40 nm Gold aufgedampft. Dadurch wurde die Höhe der Nanostruktur in diesem Bereich verdoppelt.

Für die Herstellung weiterer Proben wurde eine neue Chrommaske angefertigt, mit der die Zuleitungen, wie in Kapitel 3.2.3 beschrieben, in zwei Schritten hergestellt werden können. Durch den geringeren Höhenunterschied von 40 nm zu 60 nm und den Überlapp an drei Seiten wurde das Kontaktproblem gelöst.

3.3.2. Einfluss der Elektronenstrahlithographie auf die Leitfähigkeit

Es wurde beobachtet, dass der Elektronenstrahl im Rasterelektronenmikroskop einen Einfluss auf die Beweglichkeit und die Ladungsträgerkonzentration des 2DEG hat [Wad+94; TI94]. Um zu untersuchen, ob die Elektronenstrahlithographie mit den

hier verwendeten Parametern ebenfalls einen Einfluss auf die Leitfähigkeit des 2DEG hat, wurde eine Probe ohne Nanostruktur, d.h. zunächst ohne Elektronenstrahlithographie, hergestellt und kontaktiert, vgl. Kapitel 3.4. An dieser Probe wurden die Leitwerte verschiedener Kontaktpaare gemessen, bevor die Probe anschließend im Rasterelektronenmikroskop bei 30 keV belichtet und die Leitwerte erneut bestimmt wurden. Da die Probe bereits vollständig kontaktiert war, konnte die bei der Belichtung normalerweise verwendete PMMA-Lackschicht nicht aufgebracht werden, weshalb die Belichtung ohne Lack durchgeführt wurde. Verglichen mit der Lackdicke ist die Eindringtiefe der Elektronen deutlich höher, weshalb die Resultate trotzdem aussagekräftig sind. Die Dosis der Belichtung variierte zwischen $200 \mu\text{C}/\text{cm}^2$ im Außenbereich und $390 \mu\text{C}/\text{cm}^2$ im Zentrum der Nanostruktur. Abschließend wurden von der Probe noch einige Aufnahmen im Rasterelektronenmikroskop bei Beschleunigungsspannungen zwischen 10 keV und 20 keV gemacht. Anschließend wurden erneut die Leitwerte bestimmt.

Zur Bestimmung der Leitwerte wurden die Widerstandskennlinien verschiedener Kontaktpaare in nichtlinearer Zweipunktanordnung aufgenommen, siehe Kapitel 4.2.2. Dabei wurden die Messungen jeweils bei Raumtemperatur und im Heliumbad bei 4,2 K durchgeführt. Um etwaige Messfehler auszuschließen, wurden die Messungen anschließend erneut bei Raumtemperatur und 4,2 K wiederholt. Die Mittelwerte der via Fits bestimmten Widerstandswerte sind in Abbildung 3.7 dargestellt. Verwendet wurde eine Mesa mit der Geometrie einer Hall-Bar mit 6 Kontakten, wie sie in dem Inset schematisch dargestellt ist. Die angegebenen Widerstandswerte beziehen sich auf ein Kontaktpaar mit Zuleitungen sowie der Mesa zwischen den Kontakten. Durch die Wiederholung der Messungen wurde ersichtlich, dass sich die Widerstände der Zuleitungen und Kontakte durch den Abkühlprozess nicht wesentlich ändern, wodurch die Vergleichbarkeit der Messungen gegeben ist.

Wie man in Abbildung 3.7 sehen kann, hat eine lithographische Belichtung der Probe nahezu keinen Einfluss auf die globale Leitfähigkeit des 2DEG. Aus diesem Grund wurde anschließend eine Belichtung durch mehrere hochauflösende Bildaufnahmen mit einer deutlich höheren Expositionszeit durchgeführt. Hier kann man eine erhebliche Verschlechterung der Leitfähigkeit des 2DEG bei tiefen Temperaturen beobachten. Bei Raumtemperatur zeigt sich das gleiche Verhalten, hier fällt es aber aufgrund des allgemein höheren Widerstands nicht ins Gewicht. Man sieht also, dass die Exposition der Probe im Rasterelektronenmikroskop die Leitfähigkeit des 2DEG beeinflussen kann. Aus diesem Grund sollten die Proben weiterhin vor den Messungen nicht im Rasterelektronenmikroskop analysiert werden.

Diese Beobachtungen passen zu den Messungen von *N. Tanaka et al.* [T194]. Ein wichtiges Ergebnis ihrer Arbeit ist, dass Belichtungen mit 5 keV und 25 keV einen erheblich geringeren Einfluss haben als eine Belichtung mit 10 keV. Die Lage des 2DEG in 100 nm Tiefe in der von *N. Tanaka et al.* verwendeten Heterostruktur ist

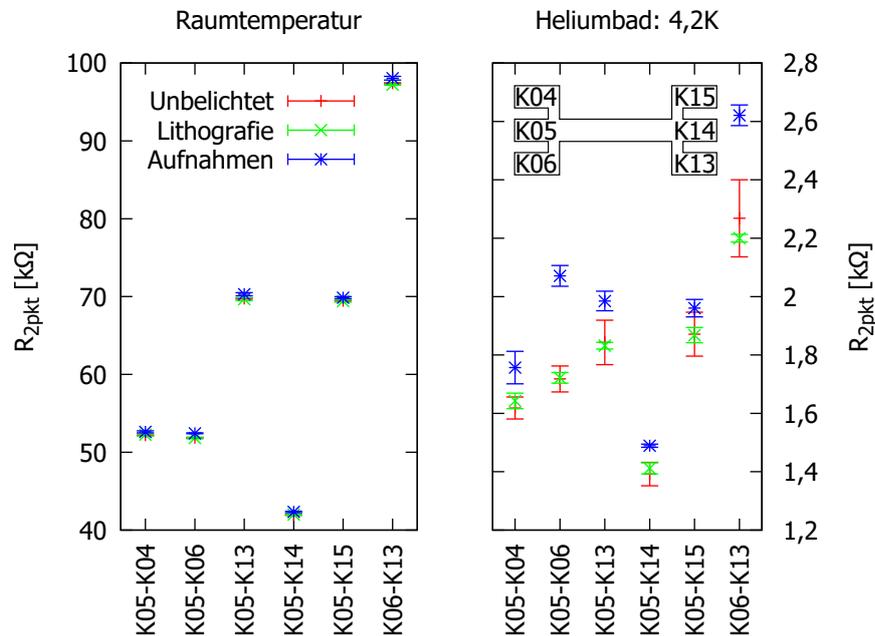


Abbildung 3.7.: Einfluss der Elektronenstrahlolithografie auf die Leitfähigkeit der Mesa. Die Widerstände über je ein Kontaktpaar den dazwischen liegenden Bereich der Mesa wurden vor der Belichtung, nach der Belichtung und nachdem mikroskopische Aufnahmen am REM erstellt wurden in 2-Punkt Anordnung bestimmt.

sehr gut vergleichbar mit der Lage des 2DEG in 90 nm Tiefe im hier verwendeten Probenmaterial. Sie zeigen anschließend mittels Monte-Carlo-Simulationen, dass für eine Beschleunigungsspannung von 10 keV der Bereich der stärksten Energiedissipation der Elektronen in der Tiefe des 2DEG liegt. Bei 5 keV ist die Eindringtiefe zu gering, bei 25 keV ist die Streubirne so groß, dass die Überschneidung mit dem Bereich des 2DEG eine untergeordnete Rolle spielt.

Ein weiteres denkbare Erklärungsmodell für die Verschlechterung des Leitwerts des 2DEG wäre, dass Restatome in der evakuierten Probenkammer des Rasterelektronenmikroskops zur Probenoberfläche beschleunigt werden und sich an der Oberfläche mit freien Bindungen des GaAs, sogenannten *Dangling Bonds* [Cho76; Nol90], verbinden. Eine solche Oberflächenbindung würde den Verlauf des chemische Potentials der Heterostruktur erheblich ändern. Um etwaige Oberflächenverbindungen zu entfernen, wurde die Probe einem Sauerstoffplasma ausgesetzt und anschließend kurz mit Salzsäure geätzt, analog zur Vorbereitung des Ätzprozesses der Mesa, siehe Kapitel 3.2.1. Bei diesem Vorgang wurden die meisten Bonddrähte gelöst, weshalb

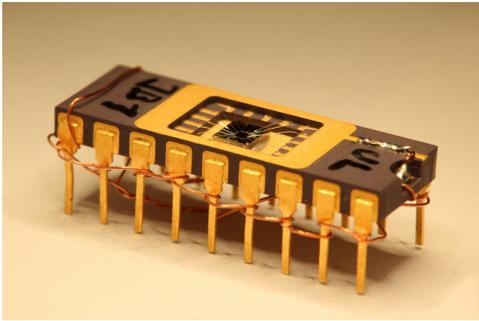


Abbildung 3.8.: Fertigestellte Probe, die in einen Chipcarrier eingeklebt und mit Bonddrähten kontaktiert wurde. Die Füße, das Bottom- und Top-Layer wurden elektrisch verbunden, um Beschädigungen durch elektrostatische Aufladungen zu verhindern.

die Probe neu gebondet wurde. Bei der erneuten Vermessung wurde festgestellt, dass sich alle ohmschen Kontakte durch den Ätzprozess erheblich, bei 4,2 K um mindestens $300\ \Omega$, verschlechtert hatten. Zudem wiesen die Messungen mit dem neu gebondeten Kontakt K05 auch bei 4,2 K immer einen Widerstand von mindestens $13\ \text{k}\Omega$ auf. Durch die Verschlechterung der ohmschen Kontakte lässt sich leider keine Aussage über den Einfluss von etwaigen Oberflächenverbindungen auf die Leitfähigkeit treffen. Da die belichteten Bereiche nach Fertigstellung der Probe ohnehin von Gates, die das unter ihnen befindliche 2DEG verdrängen sollen, bedeckt sind, hätten an diesen Positionen vorhandene Oberflächenverbindungen keinen Einfluss auf den Leitwert bzw. die Messqualität einer vollständig prozessierten Probe.

3.4. Kontaktierung

Zur Kontaktierung der Probe werden die vier gleichzeitig prozessierten Probengeometrien auseinandergelöst. Dazu wird auf die Probe PMMA als Schutzlack aufgetragen, die Probenoberfläche mit einer Diamantspitze angeritzt und anschließend entlang dieses Ritzes gebrochen. Nachdem der Schutzlack entfernt wurde, wird das gebrochene Teilstück in einen DIL-18 Chipcarrier, wie er in Abbildung 3.8 zu sehen ist, geklebt. Um zu verhindern, dass die Nanostruktur aufgrund von elektrostatischen Aufladungen beschädigt wird, wurden vorher die Füße des Chipcarriers mit Kupferdraht umwickelt. Dieser wird erst wieder entfernt, wenn die Probe im Messaufbau montiert ist, und dadurch die Erdung aller Füße gewährleistet ist. Das *Bottom-* sowie *Top-Layer* des Chipcarriers werden mit Kupferlackdraht kontaktiert und im Messaufbau mit der Erdung verbunden, damit sich keine Metallflächen ohne definiertes Potential in der Nähe der Probe befinden. Die Verbindung zwischen den Füßen des Chipcarriers und den Bondpads auf der Probe wird mit Aluminiumbonddrähten hergestellt, die mittels Ultraschall geschweißt werden, siehe Abbildung 3.9. Dazu wurde ein *F&K Delvotec 5300* Drahtbender verwendet.

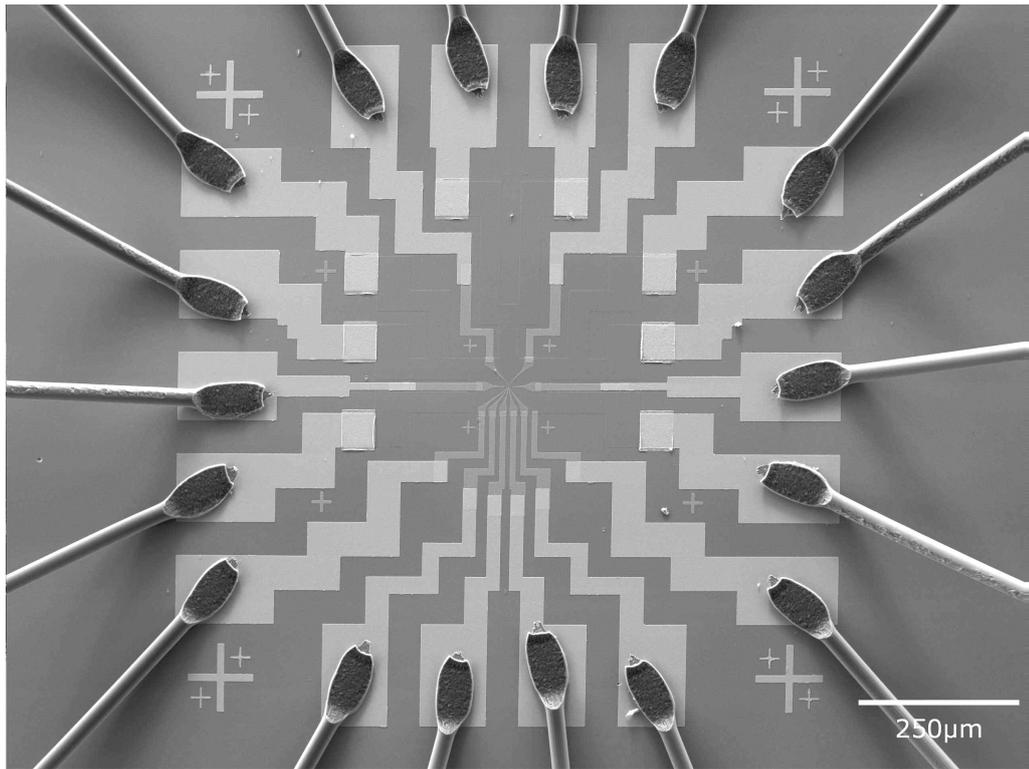


Abbildung 3.9.: REM-Aufnahme einer vollständig prozessierten Probe. Deutlich zu erkennen sind von außen nach innen die Bonds, die Bondpads mit äußeren Zuleitungen, die ohmschen Kontakte, die inneren Zuleitungen und die anschließende Nanostruktur. Die Mesa ist aufgrund des fehlenden Materialkontrasts nahezu nicht zu erkennen.

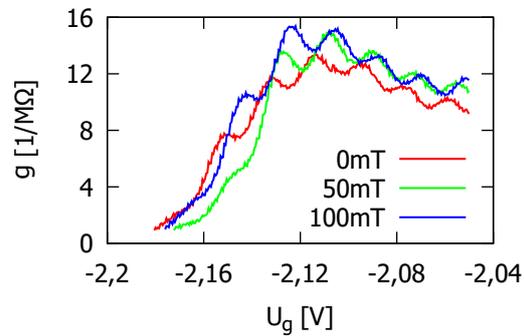


Abbildung 3.10.: Coulomb-Blockade-Oszillationen mit und ohne Magnetfeld. Man sieht keine Verringerung der Halbwertsbreite bei Magnetfeldern oberhalb des kritischen Magnetfelds für Aluminium von 10,49 mT. Ein Einfluss der Supraleitung der Bonddrähte auf die Proben temperatur kann nicht festgestellt werden.

Aufgrund der Tatsache, dass Aluminium unterhalb der Sprungtemperatur von 1,175 K [WM18] zum Supraleiter wird, muss untersucht werden, ob die dadurch fehlende Wärmeleitfähigkeit der Aluminiumbonddrähte einen Einfluss auf die Proben temperatur hat. Da Aluminium schon bei niedrigen Magnetfeldern von 10,49 mT [WM18] selbst am absoluten Nullpunkt seine supraleitenden Eigenschaften verliert, wurden Coulomb-Blockade-Oszillationen mit und ohne Magnetfeld gemessen, um die eventuell gegebene unterschiedliche thermische Verbreiterung zu untersuchen, siehe Abbildung 3.10. Man stellt keine Verringerung der Halbwertsbreite der Coulomb-Blockade-Oszillationen bei Magnetfeldern oberhalb des kritischen Magnetfelds fest. Dadurch ergeben sich zwei Möglichkeiten: Die hauptsächliche Wärmeankopplung findet nicht über die Bonddrähte, sondern über den Bulk kristall statt, oder die thermische Verbreiterung aufgrund der fehlenden Wärmeleitfähigkeit durch die Bonddrähte fällt gegenüber anderen Verbreiterungsmechanismen nicht ins Gewicht. In beiden Fällen führt die Verwendung von Aluminiumbonddrähten in diesem Messaufbau zu keiner Verschlechterung der Messqualität.

4. Messmethodik

4.1. Kryotechnik

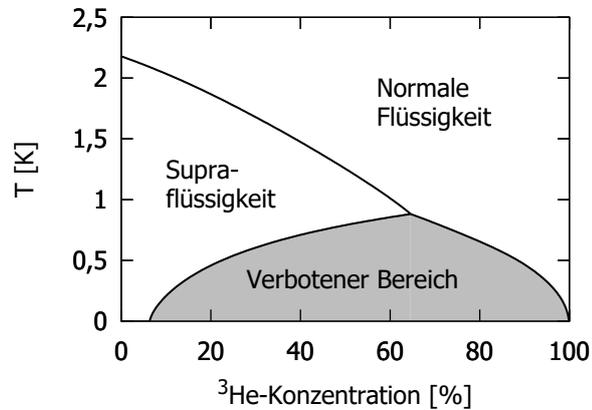
Wie in Kapitel 2.2 und 2.3 erläutert, lassen sich die meisten in dieser Arbeit untersuchten Phänomene nur bei tiefen Temperaturen, typischerweise unterhalb von 1 K, beobachten. Zur Charakterisierung des Probenmaterials mittels des Quanten-Hall-Effekts wurde ein ^4He -Verdampfungskryostat von *Oxford Instruments* verwendet. In ihm können mittels Verdampfungskühlen Temperaturen nahe an 1 K erzeugt werden. Alle weiteren Messungen wurden in einem ^3He - ^4He -Entmischungskryostat *Kelvinox 25* von *Oxford Instruments* durchgeführt. Aufgrund des Entmischungsprinzips [LCM62], das ebenfalls auf dem Prinzip des Verdampfungskühlens beruht, lassen sich hier Temperaturen von unter 70 mK erzeugen. Im Folgenden wird das Prinzip des Verdampfungskühlens erläutert, bevor genauer auf die Funktionsweise eines ^3He - ^4He -Entmischungskryostats eingegangen und schließlich der verwendete ^4He -Verdampfungskryostat kurz erläutert wird.

4.1.1. Verdampfungskühlen

Da die Energie pro Teilchen in einer Flüssigkeit durch die Boltzmann-Statistik gegeben ist, können bei endlicher Temperatur trotz der Oberflächenspannung und des Drucks der umgebenden Gasphase Teilchen aus der Flüssigkeit als Dampf in die Gasphase übergehen. Aufgrund des dadurch steigenden Drucks der Gasphase kondensieren mehr Teilchen zurück in die flüssige Phase. Den Gasdruck, bei dem zwischen der Flüssigkeit und dem Dampf das thermodynamische Gleichgewicht herrscht, nennt man Dampfdruck. Er ist abhängig von der Materie und steigt mit der Temperatur.

Beim Verdampfungskühlen reduziert man durch Pumpen den Dampfdruck, wodurch mehr Teilchen aus der Flüssigkeit verdampfen können. Die für diesen Phasenübergang benötigte Energie wird dem System in Form von Wärme entzogen, wodurch es abkühlt. Für diesen Prozess sind vor allem ^4He und ^3He interessant, da sie mit 4,2 K bzw. 3,2 K die niedrigsten Siedepunkte aller Elemente besitzen und mit ihnen durch Verdampfungskühlen Temperaturen knapp unterhalb von 1,0 K bzw. 0,3 K erreicht werden können [Bal01].

Abbildung 4.1.: Phasendiagramm eines ^3He - ^4He -Gemischs in Abhängigkeit des ^3He -Anteils. Bei Temperaturen unter 0,86 K koexistieren die superfluide und die normal flüssige Phase. Die ^3He -arme Phase strebt auch am absoluten Nullpunkt gegen eine endliche ^3He -Konzentration von 6,6%. Nach [WB87].



4.1.2. ^3He - ^4He -Entmischungskryostat

Ein ^3He - ^4He -Gemisch zerfällt unterhalb von 0,86 K in zwei Phasen. Bei der ^3He -reichen Phase sinkt der Anteil an ^4He mit der Temperatur immer weiter, während bei der ^3He -armen Phase der ^3He -Anteil lediglich bis zu einer Konzentration von 6,6% ^3He am absoluten Nullpunkt sinkt [WB87], vgl. Abbildung 4.1. Die ^3He -arme Phase stellt bei diesen Temperaturen eine Supraflüssigkeit dar. Dadurch kann sich die ^3He -reiche Phase durch die ^3He -arme Phase nahezu ohne Wechselwirkungen bewegen. Aufgrund der geringeren Dichte der ^3He -reichen Phase schwimmt sie auf der ^3He -armen Phase.

Bei solch tiefen Temperaturen ist der Dampfdruck von ^3He gegenüber dem von ^4He etwa zwei Größenordnungen größer. Reduziert man bei der ^3He -armen Phase den Druck durch Pumpen, wird wegen dieses Verhältnisses hauptsächlich ^3He verdampft. Um die Konzentration von mindestens 6,6% ^3He in der ^3He -armen Phase aufrecht zu erhalten, geht ^3He aus der ^3He -reichen in die ^3He -arme Phase über. Dieses „Verdampfen“ entzieht dem System Energie, wodurch eine Kühlleistung erzielt wird, die ausreicht, um Temperaturen deutlich unterhalb von 100 mK zu erzeugen. Mit herkömmlichem Verdampfungskühlen können diese Temperaturen nicht erreicht werden, da die Kühlleistung mit sinkender Temperatur exponentiell abnimmt. Aufgrund der selbst am absoluten Nullpunkt geltenden ^3He -Mindestkonzentration der ^3He -armen Phase von 6,6% bleibt die Kühlleistung bei dem ^3He - ^4He -Entmischungskühlen hingegen stabil. Bei dem für diese Arbeit verwendeten ^3He - ^4He -Entmischungskryostaten *Kelvinox 25* von *Oxford Instruments* kann mit dieser Methode eine Basistemperatur von unter 70 mK erreicht werden.

In Abbildung 4.2 sind der Aufbau, die Funktionsweise sowie der zugehörige ^3He -Kreislauf des verwendeten Entmischungskryostaten schematisch dargestellt. Da dem

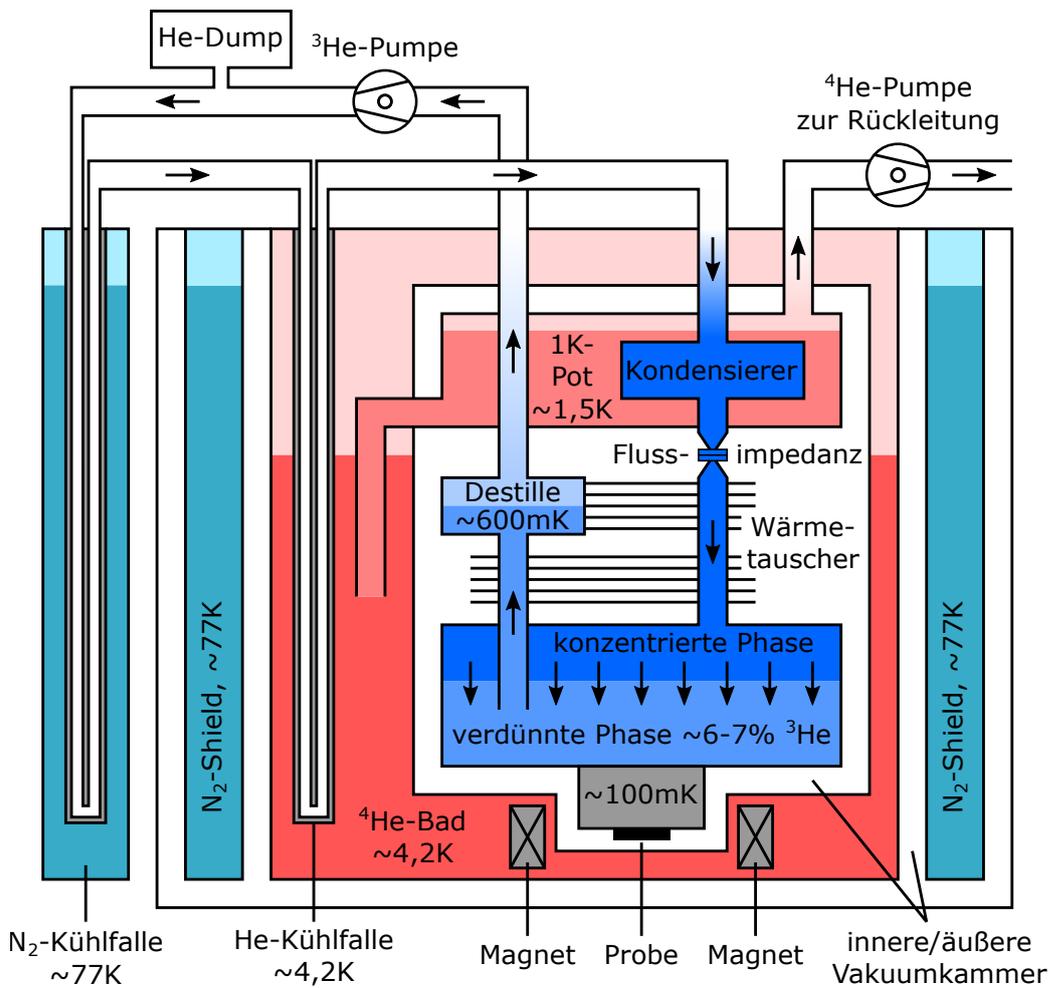


Abbildung 4.2.: Schematische Darstellung des verwendeten ^3He - ^4He -Entmischungskryostaten und des zugehörigen ^3He -Kreislaufs. Nach [Bal01].

System ständig ^3He durch Abpumpen entzogen wird, muss es auch zurückgeführt werden, um einen permanenten Kühlprozess durch einen Kreislauf zu erhalten. Vor der Zurückführung passiert das warme ^3He -Gas zur Reinigung zunächst eine sich außerhalb des Kryostaten befindende Stickstoff- und anschließend eine Heliumkühlfalle. Im folgenden *Kondensierer* verflüssigt sich das zurückgeführte ^3He . Der Kondensierer befindet sich im sogenannten *1K-Pot*, welcher mit flüssigem ^4He gefüllt ist und durch Abpumpen auf etwa 1,5 K abgekühlt wird. Nach dem Kondensieren passiert das flüssige ^3He eine Flussimpedanz, die für das effektive Kühlen durch die folgenden Wärmetauscher benötigt wird. Nach den Wärmetauschern tritt die ^3He -Flüssigkeit in die *Mischkammer* ein, in der sich die ^3He -reiche und -arme Phase ausbilden. Da die konzentrierte Phase auf der ^3He -armen Phase schwimmt, reicht ein Schnorchel von der *Destille* bis in die ^3He -arme Phase in der Mischkammer. Entlang dieses Schnorchels befinden sich die Gegenstücke zu den bereits erwähnten Wärmetauschern. In der Destille wird durch Abpumpen der ^3He -Anteil der ^3He -armen Phase weiter gesenkt, wodurch in der Mischkammer ^3He aus der ^3He -reichen in die ^3He -arme Phase übergehen muss. Dadurch sinkt die Temperatur der Mischkammer bis unter 70 mK. Mit dem aus der Destille abgepumpten ^3He beginnt der Kreislauf erneut.

Der Großteil des hier beschriebenen Aufbaus befindet sich im sogenannten *Kelvinox Insert*, der in ein ^4He -Bad eingesetzt wird. In diesem Insert befindet sich auch der Probenhalter, der thermisch an die Mischkammer gekoppelt ist. Von *C. Dieter* wurde ein Deckel für den Probenhalter entwickelt, der Störstrahlung abschirmen soll und in dem sich eine IR-LED befindet, mit der man die Probe beleuchten kann [Die17]. Für den Probenhalter wurden im Rahmen dieser Arbeit Tiefpassfilter entwickelt, welche in Kapitel 4.3 beschrieben sind. Zur Kontaktierung der Probe befinden sich im Insert Konstantandrähte, die zur Wärmekopplung engmaschig um die Zentralachse des Inserts gewickelt sind. Die Konstantanlegierung, bestehend aus Kupfer, Nickel und Mangan, zeichnet sich durch einen nahezu temperaturunabhängigen Widerstand aus. Vom Probenhalter bis zur Breakoutbox, die zum Anschluss der Messgeräte dient, beträgt der Widerstand jeder Leitung in diesem Aufbau $118\ \Omega$.

Zur Bestimmung der Temperatur stehen zwei baugleiche Rutheniumoxid-Sensoren *Rx-202A* von *Lake Shore Cryotronics* zur Verfügung, die durch eine Kupferhalterung thermisch gut an den Probenhalter gekoppelt sind. Aufgrund des bekannten temperaturabhängigen Widerstandsverlaufs und der Kalibrierung in diesem Messaufbau während der Diplomarbeit von *D. Schefzyk* kann der mittels Vierpunktmessung, vgl. Kapitel 4.2.2, bestimmte Widerstand der Sensoren direkt in eine Temperatur umgerechnet werden [Sch05].

Zur Regulierung des Heliumkreislaufs wird ein *Intelligent Gas Handling System (IGH)* von *Oxford Instruments* verwendet. Von diesem können auch im Insert befindliche,

zum Aufwärmen des Systems benötigte, Heizelemente gesteuert und im K-Pot bzw. in der Mixing Chamber befindliche Temperatursensoren ausgelesen werden.

4.1.3. ^4He -Verdampfungskryostat

In dem für die Charakterisierungsmessungen verwendeten Kryostat kann der Zufluss von flüssigem ^4He in die Probenkammer über ein Nadelventil reguliert werden. Pumpt man an der Probenkammer, so kann über die Ventilstellung die Temperatur reguliert werden. Für die Charakterisierungsmessungen wurde die Temperatur auf diese Weise von 4,2 K auf 1,7 K gesenkt. Zur Regelung der Temperatur wurde ein *Intelligent Temperature Controller (ITC⁵⁰²)* von *Oxford Instruments* verwendet. Die Probe wird bei diesem Kryostaten mittels eines mit dem vorherigen vergleichbaren *Inserts*, der die Kontaktierung über Konstantandrähte erlaubt, in die Probenkammer eingesetzt. Die Widerstände der Messleitungen variieren hier von 197 bis 226 Ω . Zur Beleuchtung steht auch hier eine IR-LED zur Verfügung. Das für die Charakterisierung des 2DEG benötigte Magnetfeld wird von einer supraleitenden Spule im Kryostaten erzeugt und mit einer *Power Supply (PS 120³)* von *Oxford Instruments* gesteuert. Abhängig von der Temperatur können magnetische Flussdichten von bis zu 8 T bei 4,2 K bzw. 10 T bei unter 2,2 K erzeugt werden. Bei der Nutzung muss beachtet werden, dass eine zu schnelle Änderung des Magnetfelds einen Quench des Magneten auslösen kann [Bal01].

4.2. Messungen

4.2.1. Messequipment

Zur Steuerung der Messungen und zur Aufnahme der Messdaten wurden ein PC mit dem Betriebssystem *Scientific Linux 5.11* und das Programm *Measkern 2* verwendet. Mit dem von *U. Wilhelm* entwickelten und von *C. Höppler* weiterentwickelten [Höp04] Messprogramm lassen sich beliebig komplexe Messabläufe programmieren. In *Measkern 2* ist es zudem möglich, die aufgenommenen Rohdaten direkt abzuspeichern oder sie vor der Speicherung weiterzuverarbeiten. Die Kommunikation zwischen dem Messrechner und dem Messequipment nutzt den *IEEE-488* Standard, der auch *General Purpose Interface Bus (GPIB)* genannt wird. Dafür wurde ein GPIB Ethernet Interface *GPIB-ENET 100* von *National Instruments* und zur galvanischen Trennung des PCs vom Messequipment ein *GPIB-120A Bus Expander/Isolator* eingesetzt.

Für Leitwertmessungen standen mehrere digital arbeitende Lock-In-Verstärker zur Verfügung: ein Modell *7265* von *Signal Recovery*, ein baugleiches Modell *7265* von

EG&G Instruments, ein Modell 7260 ebenfalls von EG&G Instruments und zwei SR830 von Stanford Research Systems. Das Prinzip eines Lock-In-Verstärkers wird im folgenden Kapitel 4.2.2 kurz erläutert. Bei Zweipunktmessungen, vgl. ebenfalls Kapitel 4.2.2, wurde zudem ein SR570 Low-noise Current Preamplifier von Stanford Research Systems zur Strom/Spannungswandlung verwendet. Für diverse Messzwecke stand ein Multimeter des Typs 34401A von Hewlett Packard zur Verfügung.

Als Gleichspannungsquellen für die Gatepotentiale bzw. für nichtlineare Leitwertmessungen, vgl. Kapitel 4.2.2, dienten zwei jeweils aus vier unabhängigen Gleichspannungsquellen bestehende Keithley 213 Quad Voltage Sources sowie eine Keithley 230 Programmable Voltage Source.

Für die Erzeugung des Magnetfelds bei den Charakterisierungsmessungen wurde das im ^4He -Verdampfungskryostat installierte Magnetsystem verwendet. Dabei handelt es sich um eine supraleitende Spule und um das zugehörige Steuergerät PS 120³ von Oxford Instruments. Mit diesem System lassen sich Magnetfelder mit bis zu 8 T bei 4,2 K und bis zu 10 T bei unter 2,2 K erzeugen.

Die Proben konnten mittels Breakoutboxen, die an die in den vorherigen Kapiteln beschriebenen Inserts angeschlossen wurden, kontaktiert werden. Mit einer solchen Breakoutbox lassen sich die Messungen komfortabel verkabeln. Die Verkabelung zwischen den Messgeräten untereinander und der Breakoutbox wurde dabei mittels Koaxialkabeln mit BNC-Steckverbindern ausgeführt. Für eine einfache Verkabelung standen zudem mehrere in der Arbeitsgruppe angefertigte und mit BNC-Kupplungen ausgestattete Komponenten wie diverse Vorwiderstände, Spannungsteiler, Tiefpässe, passive und aktive Addierer und Trenntrafos zur Verfügung. Diese Komponenten sind zur Abschirmung von Einstreuungen in Aluminiumgehäusen oder -rackeinschüben untergebracht. Die Spannungsversorgung des aktiven Addierers besteht wegen des geringeren Rauschens und der galvanischen Entkopplung von der Erdmasse aus zwei 12V-Bleiakkus.

4.2.2. Messverfahren

Lock-In-Messverfahren

Die Leitwertmessungen wurden im Lock-In-Verfahren durchgeführt. Die phasensensitive Detektion des Lock-In-Verfahrens ermöglicht es, Spannungen bis in den Nanovoltbereich hinein auch bei stark verrauschten Messsignalen akkurat zu bestimmen, selbst wenn das Rauschen stärker ist als das eigentliche Signal. Da nur Signale nahe der Referenzfrequenz in die Messung eingehen, beeinflussen Einstreuungen oder entstehende Thermospannungen die Messung nahezu nicht [Kei07]. Bei diesem

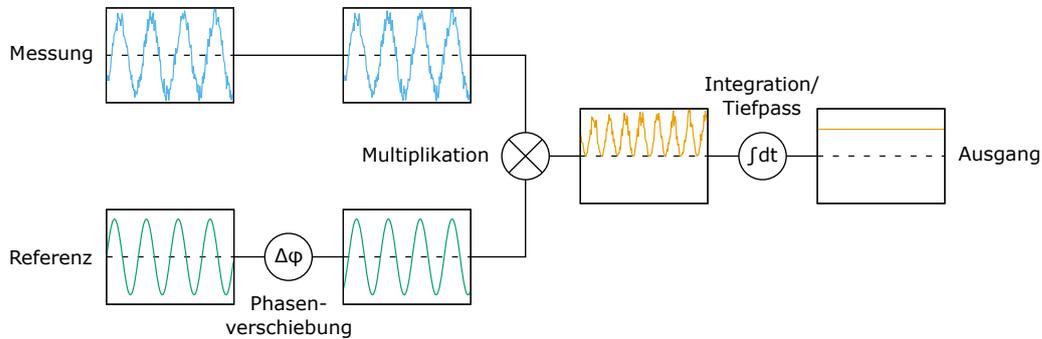


Abbildung 4.3.: Bei dem Lock-In-Messverfahren wird ein Wechselspannungssignal gemessen, das mit einem phasenkorrigierten Referenzsignal multipliziert und dessen Effektivwert anschließend über eine Integration bestimmt wird. Durch dieses Verfahren lassen sich sehr kleine Spannungen trotz starken bzw. sogar größeren Rauschens mit hoher Genauigkeit bestimmen [Kei07].

Verfahren wird eine Wechselspannung an die Probe angelegt und der Wechselspannungsabfall gemessen. Das Grundprinzip dieses Verfahrens ist in Abbildung 4.3 dargestellt. Die Ausgangsspannung dient zusätzlich intern als Referenzspannung und wird phasenverschoben, bis sie phasengleich mit der gemessenen Spannung ist. Durch Multiplikation des Messsignals mit der phasenverschobenen Referenzspannung und anschließender Integration kann der Gleichspannungseffektivwert des gemessenen Signals bestimmt werden.

Die meisten Lock-In-Verstärker besitzen zudem einen einstellbaren Vorverstärker, häufig mit Transimpedanzverstärker für eine Strommessung, verschiedene Tief- und Hochpässe sowie einen 50 Hz Netzfrequenzfilter. Die Mittelungszeit ist typischerweise von wenigen Millisekunden bis Sekunden einstellbar. Die Referenzfrequenz des Lock-In-Verstärkers ist ebenfalls über einen großen Bereich variabel, wird aber eher niedrig, bei den Messungen für diese Arbeit um 30 Hz, gewählt. Dies stellt sicher, dass der Tiefpass aus Kabelkapazitäten und Eingangswiderstand keine Rolle spielt, die Netzfrequenz ebenfalls keinen Einfluss hat und auch sonstige Einstreuungen von den eingebauten Filtern effektiv beseitigt werden können. Gleichzeitig wurde bei dem verwendeten Aufbau darauf geachtet, dass die Frequenz dieses Messsignals deutlich oberhalb der Grenzfrequenzen der an den Gateleitungen angebrachten Tiefpassfilter liegt, vgl. Kapitel 4.3 und Tabelle 4.1, um Übersprechungen von den Mess- auf die Gateleitungen durch diese Filter möglichst effektiv zu eliminieren.

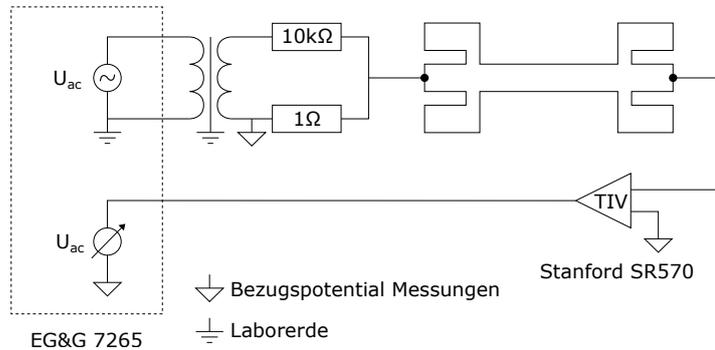


Abbildung 4.4.: Bei dem Zweipunktmessverfahren wird die angelegte Spannung durch einen Spannungsteiler im Verhältnis $1 : 10^4$ reduziert und der fließende Strom gemessen.

Zweipunktmessungen

Bei einer Zweipunktmessung erfolgt die Messung über dieselben Kontakte, über die auch der Strom eingepreßt wird. Dieses Verfahren ist in Abbildung 4.4 dargestellt. Die Spannungsquelle wird durch einen 1:1 Transformator galvanisch von der Probe getrennt. Anschließend folgt ein Spannungsteiler, bestehend aus einem $10\text{ k}\Omega$ und einem $1\ \Omega$ Widerstand. Dieser teilt die angelegte Spannung von typischerweise $0,1\text{ V}$ um den Faktor 10^4 , also auf $10\ \mu\text{V}$, herunter. Die Energieverbreiterung der Elektronen durch diese Spannung entspricht einer thermischen Verbreiterung bei einer Temperatur von $10\ \mu\text{eV}/k_B \approx 116\text{ mK}$. Sie ist demnach vergleichbar mit der hier vorherrschenden thermischen Verbreiterung. Zur Messung des aus der angelegten Spannung resultierenden Stromflusses wird ein Transimpedanzverstärker eingesetzt. Will man aus dem gemessenen Strom I und der heruntergeteilten angelegten Spannung U_0 den durch die Nanostruktur erzeugten Widerstand R_{Nano} bzw. schließlich den differentiellen Leitwert berechnen, so müssen die seriell geschalteten Widerstände der Zuleitungen R_{Zul} , der Ohmschen Kontakte R_{Kontakte} und der Mesa-Geometrie R_{Mesa} sowie der serielle Innenwiderstand des Transimpedanzverstärkers R_{TIV} berücksichtigt werden:

$$R_{\text{Nano}} = \frac{U_0}{I} - R_{\text{Zul}} - R_{\text{Kontakte}} - R_{\text{Mesa}} - R_{\text{TIV}} \quad (4.1)$$

Diese vier Korrekturwiderstände können durch die Messung des Widerstands ohne angelegte Gatespannungen direkt bestimmt werden.

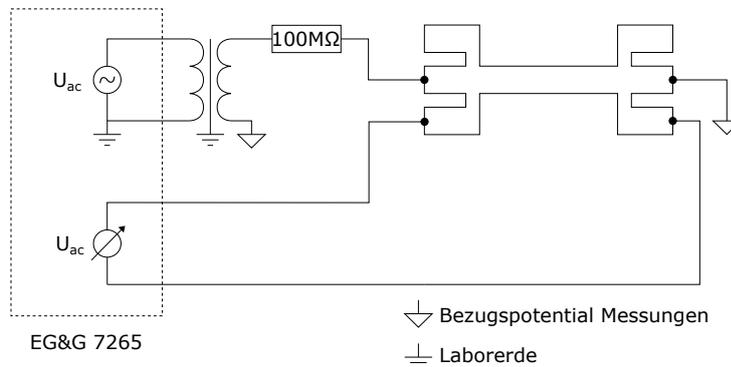


Abbildung 4.5.: Bei dem Vierpunktmessverfahren wird ein durch einen $100\text{ M}\Omega$ Widerstand definierter Strom eingepreßt und der Spannungsabfall gemessen. Dabei werden für die Messung des Spannungsabfalls andere Kontakte verwendet als für das Einprägen des Stroms.

Vierpunktmessungen

Bei der Vierpunktmessung wird ein konstanter Strom eingepreßt und der Spannungsabfall gemessen. Für die Messung des Spannungsabfalls werden dabei andere Kontakte verwendet als für das Einprägen des Stroms, siehe Abbildung 4.5. Aufgrund der sehr hohen Impedanz der Messeingänge gehen die ohmschen Kontakte sowie die Widerstände der Messleitungen nicht in die Messung ein. Um einen konstanten Strom zu erhalten, befindet sich hinter dem 1:1 Transformator ein $100\text{ M}\Omega$ Widerstand. Dieser Widerstand wurde so groß gewählt, dass man ihm gegenüber die Zuleitungswiderstände, die Widerstände der Ohmschen Kontakte sowie den Probenwiderstand vernachlässigen kann. Man erhält bei einer angelegten Spannung von 1 V also einen Stromfluss von 10 nA .

Diese Vierpunktmessmethode ist für Messungen, bei denen der Probenwiderstand divergiert, z.B. durch das Variieren von Gatepotentials, so dass kein klassischer Stromfluss durch die Mesa mehr möglich ist, nur bedingt geeignet, da der Probenwiderstand dann nicht mehr gegenüber den $100\text{ M}\Omega$ vernachlässigbar ist. Dafür liefert die Vierpunktmessmethode in Regimen, in denen die Leitwertkanäle nicht komplett geschlossen sind, die rauschärmeren Ergebnisse.

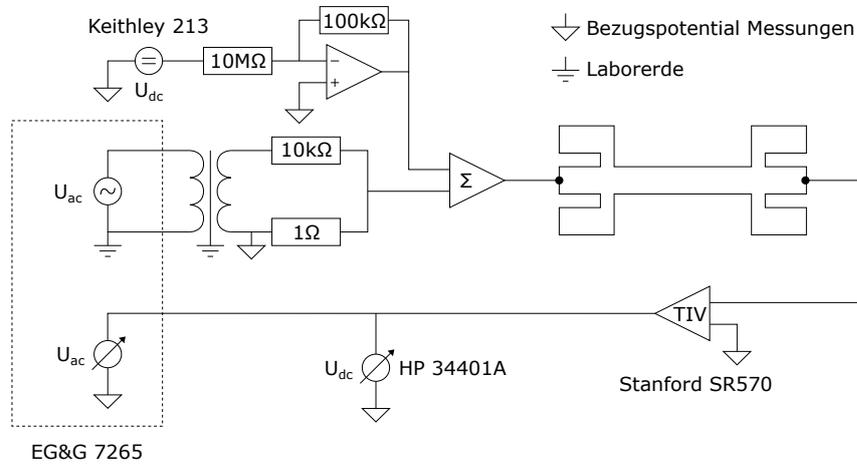


Abbildung 4.6.: Nichtlineares Zweipunktmessverfahren nach [Höp04]. Die angelegte Wechselspannung wird um den Faktor 10^4 und die Gleichspannung um den Faktor 10^2 reduziert. Die Invertierung der Verstärkerstufe der Gleichspannung wird im Summierer berücksichtigt und dort nochmals invertiert.

Nichtlineare Messungen

Bei den nichtlinearen Messungen handelt es sich um Leitwertmessungen im Zweipunktmessverfahren, bei denen zusätzlich zur Wechselspannung eine Gleichspannung hinzu addiert wird, vgl. Abbildung 4.6. Aufgrund der digitalen Auflösung der Gleichspannungsquelle sowie aufgrund des geringeren prozentualen Rauschens der Quelle bei höheren Spannungen wird diese Gleichspannung durch einen invertierenden Verstärker um den Faktor 100 reduziert. Dies führt zu einer um Faktor 100 höheren Auflösung und minimiert gleichzeitig das Rauschen. Die Invertierung wird im Summierer der Wechsel- und Gleichspannung berücksichtigt, so dass an der Probe das nicht invertierte, aber reduzierte Gleichspannungssignal sowie das auf die gleiche Weise wie bei einer herkömmlichen Zweipunktmessung um den Faktor 10^4 reduzierte Wechselspannungssignal anliegt. Bei den Messungen wurde typischerweise eine Wechselspannung mit 1 V Amplitude genutzt und der Gleichspannungsanteil im Bereich von ± 1 V variiert. An der Probe liegt somit eine Wechselspannung von $100 \mu\text{V}$ und eine Gleichspannung von ± 10 mV an. Nach dem Transimpedanzverstärker wird die zum Gleichstrom proportionale Gleichspannung von einem Multimeter und die zum Wechselstrom proportionale Wechselspannung von einem Lock-In-Verstärker gemessen.

In der Arbeitsgruppe wurde bei nichtlinearen Messungen immer ein Gleichspannungsoffset unbekannter Herkunft von etwa $200\ \mu\text{V}$ beobachtet [Fle06; Sch14; Die17]. Im Rahmen dieser Arbeit wurde deshalb der Messaufbau analysiert, wodurch die Quelle des Offsets gefunden wurde. Es handelte sich um den Stromeingang des Transimpedanzverstärkers, der aufgrund einer nicht abgeglichenen virtuellen Masse diesen Offset erzeugt hat. Eine Kalibration konnte das Problem nicht beheben, aber den Offset auf etwa $150\ \mu\text{V}$ reduzieren. Teilweise sind die Messungen vor der Kalibration durchgeführt worden. Diese Messungen weisen deshalb den bisher beobachteten Offset von etwa $200\ \mu\text{V}$ auf.

Beleuchtung

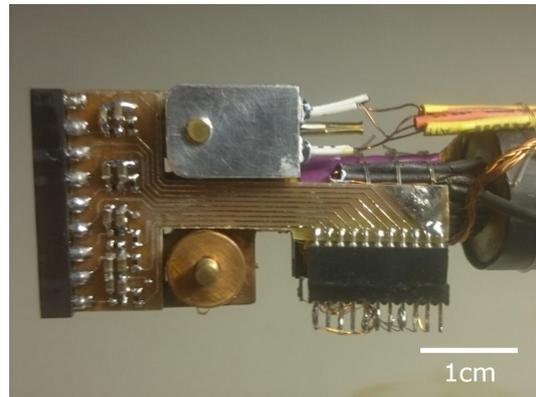
Für die Erhöhung der Ladungsträgerdichte durch Beleuchten der Heterostruktur standen in beiden verwendeten Kryostaten IR-LEDs zur Verfügung. An diese wurde ein $1\ \text{k}\Omega$ Vorwiderstand angeschlossen, eine Spannung angelegt und der resultierende Strom mit einem Multimeter gemessen. Dabei wurde die typischerweise im Voltbereich liegende Spannung so geregelt, dass der resultierende Stromfluss kleiner als $10\ \mu\text{A}$ war. Der Leitwert des 2DEG wurde während der Beleuchtung im Zweipunktmessverfahren aufgenommen und die Beleuchtung beendet, wenn der Leitwert nicht mehr deutlich anstieg und in Sättigung ging.

4.3. Probenhalter mit Tiefpassfiltern

Um etwaiges Rauschen in den Messungen zu minimieren, wurde im Rahmen dieser Arbeit ein Probenhalter mit Tiefpassfiltern für alle Gateleitungen konstruiert. In erster Linie sollen die Tiefpässe die Einstreuungen auf den langen Messleitungen im Probenstab herausfiltern. Deshalb wurde der Probenhalter so konstruiert, dass die Tiefpässe möglichst nah an dem IC-Sockel sitzen, der die Probe aufnimmt, siehe Abbildung 4.7. Für die Leitungen zu den ohmschen Kontakten bzw. zur Mesa wurden keine Tiefpässe vorgesehen, um die Leitwertmessungen nicht zu beeinflussen. Da der Probenhalter aus diesem Grund von der Probengeometrie abhängig wird, wurde eine Steckverbindung zu den Messleitungen vorgesehen, so dass sich der Probenhalter samt angelötetem IC-Sockel einfach tauschen lässt. Zudem wurde ein weiterer Probenhalter ohne Tiefpässe, nur mit direkten Leiterbahnen, angefertigt, was der ursprünglichen Verkabelung entspricht.

Trotz des akuten Platzmangels im Probenstab wurden die Tiefpässe als reine RC-Glieder zweiter Ordnung konzipiert, siehe Abbildung 4.8. Der gesamte Schaltplan sowie das Platinenlayout sind in Anhang A.2 zu finden. Das Hintereinanderschalten

Abbildung 4.7.: Probenhalter mit Tiefpässen für die Leitungen zu den Gates. Die Tiefpässe wurden möglichst nah an dem IC-Sockel (links) in SMD Bauweise montiert. Rechts unten befindet sich eine Steckverbindung für die Messleitungen, um den Probenhalter für eine andere Probengeometrie möglichst leicht wechseln zu können.



der beiden RC-Glieder sorgt für einen steileren Abfall der Übertragungsfunktion für hohe Frequenzen, benötigt allerdings vier Bauteile pro Tiefpass. Dieselbe Steigung hätte sich durch einen LC-Tiefpass mit nur zwei Bauteilen realisieren lassen. Allerdings haben Spulen in der Regel einen ferromagnetischen Kern, was bei Magnetfeldmessungen unerwünschte Störeffekte auslösen würde.

Für die Auswahl der Widerstände und Kondensatoren waren neben der resultierenden Grenzfrequenz die möglichst kleine Bauform sowie die möglichst geringe Temperaturabhängigkeit entscheidend. Um die Temperaturabhängigkeit zu untersuchen, wurden Widerstände und Kondensatoren verschiedener Hersteller und Materialien mittels flüssigen Stickstoffs abgekühlt und ihre Werte gemessen. Schließlich fiel die Wahl auf $150\text{ k}\Omega \pm 0,1\%$ Metallfilmwiderstände des Herstellers *Welwyn* in der Bauform 0402 und $15\text{ nF} \pm 5\%$ Vielschicht-Keramik-Kondensatoren mit COG Dielektrikum in der Bauform 0603 des Herstellers *Kemet*. Das COG Dielektrikum zeichnet sich durch einen sehr geringen Temperaturkoeffizienten und die vergleichsweise große maximal erhältliche Kapazität in dieser Bauform aus. Die Temperaturabhängigkeit wurde allerdings vom Hersteller nur bis $-55\text{ }^\circ\text{C}$ untersucht [Xil+07]. Es konnte aber in Messungen in flüssigem Stickstoff, flüssigem Helium und schließlich im Entmischungskryostaten bestätigt werden, dass die Abweichung aufgrund der Temperaturveränderung auch für deutlich geringere Temperaturen sehr gut ist, siehe auch Abbildung 4.9.

Die Grundlagen für die folgenden Überlegungen können bspw. in [Böh04] nachgelesen werden. Zur Herleitung des Verhaltens des kaskadierten Tiefpasses lohnt es sich, die Hilfsgröße

$$Z_{C_1 \parallel (R_2 + C_2)} = \frac{Z_{C_1}(R_2 + Z_{C_2})}{Z_{C_1} + R_2 + Z_{C_2}} \quad (4.2)$$

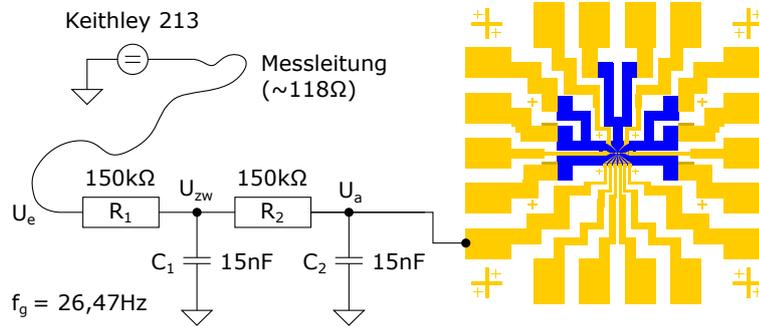


Abbildung 4.8.: Schaltbild des verwendeten Tiefpasses mit Verkabelung für Gateleitungen. Mit den verwendeten Bauteilen ergibt sich eine theoretische Grenzfrequenz von 26,47 Hz.

einzuführen, vgl. Abbildung 4.8. Mit ihr gilt

$$\frac{U_{zw}}{U_e} = \frac{Z_{C_1} \parallel (R_2 + C_2)}{R_1 + Z_{C_1} \parallel (R_2 + C_2)} \quad \text{und} \quad \frac{U_a}{U_{zw}} = \frac{Z_{C_2}}{R_2 + Z_{C_2}} \quad (4.3)$$

und es ergibt sich:

$$\frac{U_a}{U_e} = \frac{Z_{C_2} \cdot Z_{C_1} \parallel (R_2 + C_2)}{(R_2 + Z_{C_2}) \cdot (R_1 + Z_{C_1} \parallel (R_2 + C_2))} \quad (4.4)$$

$$= \frac{Z_{C_1} Z_{C_2}}{R_1 Z_{C_1} + R_1 R_2 + R_1 Z_{C_2} + R_2 Z_{C_1} + Z_{C_1} Z_{C_2}} \quad (4.5)$$

Mit den Impedanzen $Z_{C_{1/2}} = 1/i\omega C_{1/2}$ folgt durch ausmultiplizieren:

$$\frac{U_a}{U_e} = (1 - \omega^2 R_1 R_2 C_1 C_2 + i\omega (R_1 C_1 + R_1 C_2 + R_2 C_2))^{-1} \quad (4.6)$$

Der Betrag der Übertragungsfunktion ist demnach gegeben durch:

$$\left| \frac{U_a}{U_e} \right| = \left((1 - \omega^2 R_1 R_2 C_1 C_2)^2 + \omega^2 (R_1 C_1 + R_1 C_2 + R_2 C_2)^2 \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (4.7)$$

Die Grenzfrequenz kann über ihre Definition

$$\left| \frac{U_a}{U_e} \right|_{\omega=\omega_g} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (4.8)$$

bestimmt werden. Somit ergibt sich die Bestimmungsgleichung

$$2 = (1 - \omega_g^2 R_1 R_2 C_1 C_2)^2 + \omega_g^2 \cdot (R_1 C_1 + R_1 C_2 + R_2 C_2)^2 \quad (4.9)$$

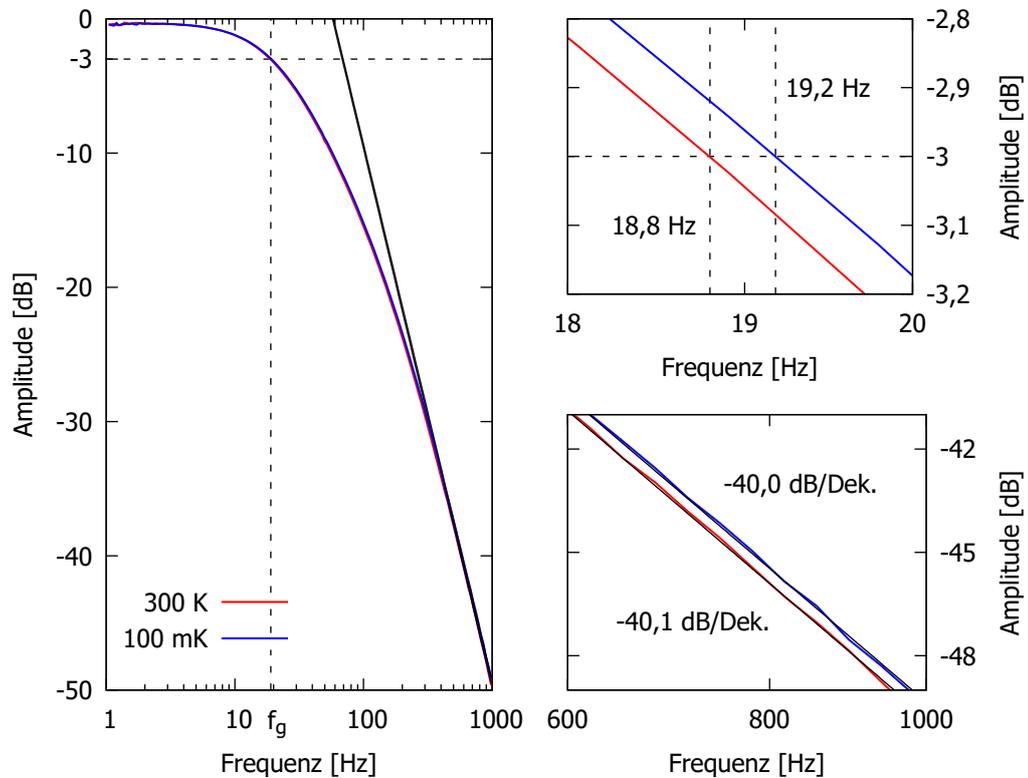


Abbildung 4.9.: Amplitudenverstärkung von einem exemplarisch ausgewählten Tiefpass bei Temperaturen von 300 K und 100 mK

die sich analytisch lösen lässt und deren Lösung sich für $R_1 = R_2 = R$ und $C_1 = C_2 = C$ vereinfacht zu:

$$f_g = \frac{\omega_g}{2\pi} = \sqrt{\frac{1}{2}(\sqrt{53} - 7)} \cdot \frac{1}{2\pi RC} \approx \frac{0,374}{2\pi RC} \quad (4.10)$$

Die Werte der Bauteile wurden nun so gewählt, dass die Grenzfrequenz möglichst gering ist, aber die gewollten Variationen der Gatepotentiale durch die Messelektronik nicht beeinflusst werden. Diese liegt bei den Messungen im Bereich von 1 bis 2 Hz. Für die Kondensatoren wurde die größte für die Bauform 0603 verfügbare Kapazität von 15 nF gewählt. Eine größere Bauform konnte aus Platzgründen nicht genutzt werden. Deswegen mussten auch die Widerstände in der noch kleineren 0402 Bauform gewählt werden. Dabei war neben dem Kriterium der möglichst geringen Grenzfrequenz, was einem möglichst hohen Widerstandswert entspricht, entscheidend, dass der Tiefpass nicht mit dem Widerstand zwischen Gate und Mesa

Tabelle 4.1.: Grenzfrequenzen und Asymptotensteigungen der Tiefpässe. Zusätzlich sind unten die Mittelwerte mit zugehörigen Standardabweichungen angegeben.

f_g [Hz]		m [dB/Dekade]	
300 K	100 mK	300 K	100 mK
18,81	19,22	-40,13	-40,00
18,81	19,21	-39,36	-39,36
19,22	19,61	-39,46	-39,54
18,60	19,02	-38,54	-38,82
18,05	18,40	-39,69	-39,47
18,33	18,76	-39,70	-39,54
18,33	18,75	-39,56	-39,58
19,03	19,51	-39,44	-39,35
19,19	19,62	-40,41	-40,08
19,43	—	-45,36	—
$18,78 \pm 0,43$	$19,12 \pm 0,40$	$-40,17 \pm 1,79$	$-39,53 \pm 0,35$

konkurriert. Dieser Widerstand liegt typischerweise im Megaohmbereich. Mit dem gewählten Wert von 150 k Ω ergibt sich schließlich eine theoretische Grenzfrequenz von 26,47 Hz. Um etwaiges Übersprechen von den Messleitungen auf die parallel geführten Gateleitungen durch die Tiefpässe effektiv herauszufiltern, ist es sinnvoll eine Lock-In-Frequenz zu wählen, die größer als diese Grenzfrequenz ist.

Zur Charakterisierung wurden Bode-Diagramme der Tiefpässe bei Raumtemperatur und bei etwa 100 mK aufgenommen. In Abbildung 4.9 ist beispielhaft der Verlauf der frequenzabhängigen Amplitudenverstärkung eines Tiefpasses dargestellt. Man sieht, dass der Temperaturunterschied nur einen sehr geringen Einfluss auf den Kurvenverlauf, die Grenzfrequenz und die Steigung der Asymptote für große Frequenzen hat. In Tabelle 4.1 sind diese Werte für alle Tiefpässe aufgelistet. Leider war es bei einem Tiefpass nicht möglich, das Verhalten bei 100 mK zu messen, da nicht genug Rückleitungen im Probenstab vorhanden waren. Bei Raumtemperatur konnte durch Umstecken auf eine andere Rückleitung das Verhalten gemessen werden. Da der qualitative Kurvenverlauf bis auf die größere Steigung der Asymptoten vergleichbar war, der Kurvenverlauf vor und nach dem Abkühlen identisch war und bei nachfolgenden Messungen auch kein anderes Verhalten dieses Gates beobachtet wurde, wird davon ausgegangen, dass das Verhalten dieses Tiefpasses auch bei niedrigen Temperaturen vergleichbar mit dem Verhalten der anderen Tiefpässe ist.

Wie Tabelle 4.1 entnommen werden kann, streuen die Grenzfrequenzen deutlich weniger, als man es aufgrund der vom Hersteller angegebenen Kapazitätstoleranz

von 5% erwartet hätte. Allerdings weichen die Werte deutlich von der theoretisch vorhergesagten Grenzfrequenz von 26,47 Hz ab. Dies kann damit zusammenhängen, dass bei der Bestimmung der theoretisch zu erwartenden Grenzfrequenz der Messaufbau nicht berücksichtigt wurde. Die Messleitungen besitzen jeweils einen Widerstand von etwa 118Ω und nicht zu vernachlässigende Kapazitäts- sowie Induktivitätsbeläge, da sie sehr engmaschig und damit über eine sehr große Strecke von mehreren Metern um den Probenstab, der mit dem Massepotential elektrisch leitend verbunden ist, gewickelt sind. Um qualitativ abzuschätzen, ob die Abweichung der Grenzfrequenzen von der theoretisch bestimmten Grenzfrequenz tatsächlich auf die Verkabelung im Messstab zurückgeführt werden kann, wurde eine *SPICE* Simulation durchgeführt, in der die Messleitungen jeweils durch ein als Tiefpass geschaltetes RC-Glied berücksichtigt wurden. Mit dem Messleitungswiderstand von jeweils 118Ω zeigt diese sehr grobe Näherung das gemessene Verhalten für eine Kapazität einer Messleitung von etwa 8 nF. Dieser Wert ist eher groß, liegt aber aufgrund der mehrere Meter langen Messleitungen noch in einem realistischen Bereich. Würde man auch einen induktiven Beitrag berücksichtigen, wofür weitere Informationen benötigt würden, würde die Kapazität aufgrund des entstehenden Tiefpasses zweiter Ordnung deutlich kleiner werden. Auch die serielle Schaltung mehrerer Tiefpässe, die eine bessere Näherung bezüglich der Leitungsbeläge darstellen würde, resultiert in kleineren Werten der Kapazitäten. Diese sehr einfache Abschätzung zeigt demnach, dass die Verkabelung im Probenstab in der Tat die beobachtete Verschiebung der Grenzfrequenz hervorrufen kann.

5. Charakterisierung

5.1. Quanten-Hall-Effekt

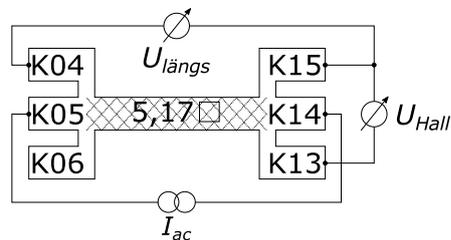
Die Charakterisierung des 2DEG erfolgt mittels des Quanten-Hall-Effekts. Über die dabei auftretenden Quantisierungseffekte lassen sich wichtige Eigenschaften wie die Elektronendichte, die Fermi-Wellenlänge, die Beweglichkeit und die mittlere freie Weglänge bestimmen. Der Quanten-Hall-Effekt wurde 1980 von Klaus von Klitzing entdeckt [KDP80].

Um den Quanten-Hall-Effekt zu messen, variiert man ein senkrecht zum 2DEG verlaufendes Magnetfeld. Gleichzeitig wird ein konstanter Strom eingepreßt, während die Hall- und Längsspannung gemäß einer Vierpunktanordnung gemessen werden, vgl. Abbildung 5.1. Wie in Abbildung 5.2 zu sehen, treten dabei Plateaus in dem resultierenden Hallwiderstand und Oszillationen in dem resultierenden Längswiderstand auf. Dies nennt man den Quanten-Hall-Effekt. Um diesen Effekt zu beschreiben, muss die stationäre Schrödingergleichung unter Berücksichtigung des Magnetfelds gelöst werden. In der Landau-Eichung ist sie mit dem Vektorpotential \vec{A} , welches gemäß $\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$ das Magnetfeld widerspiegelt, gegeben durch [GM12]:

$$-\frac{\hbar^2}{2m^*} \left(\vec{\nabla} - \frac{e\vec{A}}{i\hbar} \right)^2 \psi = E\psi \quad (5.1)$$

Diese Gleichung führt auf die Differentialgleichung des eindimensionalen quantenmechanischen harmonischen Oszillators mit gekoppelten Bewegungen in beiden

Abbildung 5.1.: Geometrie und Kontaktierung der Mesa bei Messung des Quanten-Hall-Effekts mittels Vierpunktmessung. Der aktive Bereich der Längsmessung beträgt $5,17 \mu\text{m}$.



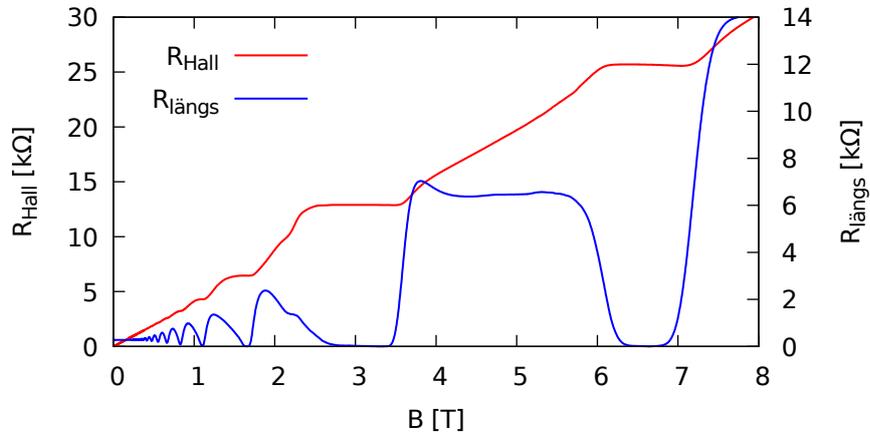


Abbildung 5.2.: Übersicht über den Quanten-Hall-Effekt: Der Hall- und Längswiderstand wurden bei einer Temperatur von 1,7 K gemessen.

Raumrichtungen senkrecht zum angelegten Magnetfeld. Es entstehen Zyklotronbahnen. Die Lösungen der Schrödingergleichung bestehen aus Hermiteschen Polynomen mit den zugehörigen Eigenenergien:

$$E = \hbar\omega_c \left(n + \frac{1}{2} \right) + E_z, \quad n = 0, 1, 2 \dots \quad (5.2)$$

Dabei ist die Zyklotronfrequenz gegeben durch:

$$\omega_c = \frac{eB}{m^*} \quad (5.3)$$

Aus der konstanten Zustandsdichte des 2DEG wird also durch das Anlegen eines Magnetfelds eine diskrete Zustandsdichte, analog zu einer Zustandsdichte eines nulldimensionalen Systems. Diese diskreten Zustände nennt man Landauniveaus. Ihr Abstand $\hbar\omega_c$ steigt linear mit dem Magnetfeld an. Befindet sich die Fermi-Energie zwischen zwei Landauniveaus, so fehlen Zustände für eine Rückstreuung. An den Rändern des 2DEG erhöht das einschließende Potential die Landauniveaus über die Fermi-Energie, so dass hier der Ladungstransport quasi rückstreuungsfrei erfolgen kann. Dadurch entstehen Nullstellen im Längswiderstand. Befindet sich die Fermi-Energie innerhalb eines thermisch verbreiterten Landauniveaus, so entsteht durch Streuung ein endlicher Längswiderstand, vgl. Abbildung 5.2. Dieses Oszillieren wird als *Schubnikow-de-Haas Effekt* bezeichnet [SH30].

Der Hallwiderstand hängt ebenfalls von den Landauniveaus ab. Befindet sich die Fermi-Energie innerhalb eines Landauniveaus, so steigt er mit dem Magnetfeld an. Befindet sich die Fermi-Energie zwischen zwei Landauniveaus, bleibt der Hallwiderstand konstant, da sich die Anzahl der am Ladungstransport teilnehmenden

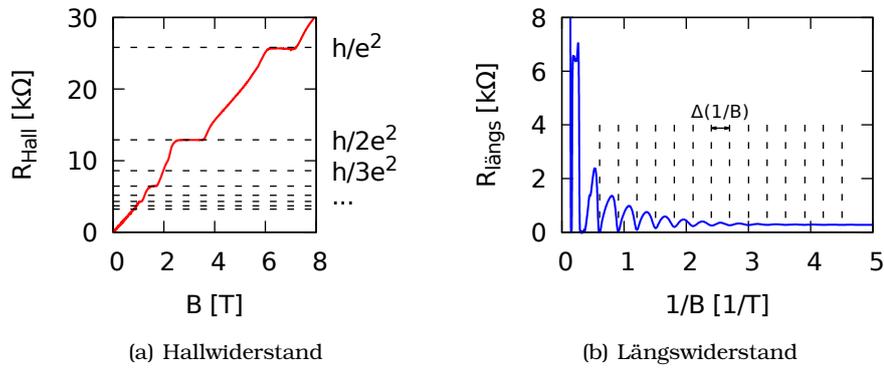


Abbildung 5.3.: (a) Hallplateaus mit zugehörigen Werten $R_l = h/e^2 l$. (b) In $\Delta(1/B) = 0,300 \text{ T}^{-1}$ periodische Schubnikow-de-Haas Oszillationen.

Zustände nicht ändert. Bei dem höchsten Plateau des Hallwiderstands befinden sich alle Elektronen im ersten Landauzustand. Sein Wert wird *von-Klitzing-Konstante* genannt. Aufgrund der sehr hohen Genauigkeit der Quantisierung wurde der Quanten-Hall-Effekt zwischen 1990 und 2019 als Standard für den Widerstand genutzt. Dabei wurde das *konventionelle Ohm* Ω_{90} über die von-Klitzing-Konstante R_{K-90} definiert [Qui89; Bac+03; Kar08]:

$$R_{K-90} = \frac{h}{e^2} \equiv 25\,812,807 \Omega_{90} \quad (5.4)$$

Da die Konstanten h und e seit 2019 in SI-Einheiten exakt festgelegt sind, ist seitdem auch der Wert der von-Klitzing-Konstante exakt [BIP19]:

$$R_K = \frac{h}{e^2} = \frac{6,626\,070\,15 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}{(1,602\,176\,634 \cdot 10^{-19} \text{ C})^2} = 25\,812,807\,45 \dots \Omega \quad (5.5)$$

Der Widerstandswert der jeweiligen Plateaus des Hallwiderstands ergibt sich aus der von-Klitzing-Konstanten geteilt durch die Anzahl der Landauniveaus unterhalb der Fermi-Energie:

$$R_l = \frac{R_K}{l} = \frac{h}{e^2 l}, \quad l = 1, 2, 3 \dots \quad (5.6)$$

In Abbildung 5.3 sind die Plateaus des Hallwiderstands und die Periodizität der Oszillationen des Längswiderstands zu sehen. Aufgrund der Spinentartung, die erst bei hohen Magnetfeldern aufgehoben wird, fehlen die Plateaus mit ungeradem l , bis auf $l = 1$. Beide Effekte sind in $1/B$ periodisch. Aus der Periode kann die

5. Charakterisierung

Ladungsträgerdichte des 2DEG unter Berücksichtigung der Spinentartung bestimmt werden:

$$n_{2\text{DEG}} = \frac{2e}{h} \frac{1}{\Delta \left(\frac{1}{B}\right)} \quad (5.7)$$

Mit der Ladungsträgerdichte kann sofort die Fermi-Energie E_F , die Fermi-Geschwindigkeit v_F und die Fermi-Wellenlänge λ_F berechnet werden:

$$E_F = \frac{\pi \hbar^2}{m^*} n_{2\text{DEG}} \quad (5.8)$$

$$v_F = \frac{\hbar}{m^*} \sqrt{2\pi n_{2\text{DEG}}} \quad (5.9)$$

$$\lambda_F = \sqrt{\frac{2\pi}{n_{2\text{DEG}}}} \quad (5.10)$$

Weitere Eigenschaften lassen sich bestimmen, wenn der *spezifische Flächenwiderstand* R_{\square} bekannt ist. Eine ausreichend dünne leitfähige Schicht, in der der Stromfluss lediglich in der Schichtebene stattfindet, zeichnet sich dadurch aus, dass eine quadratische Fläche unabhängig von ihren Abmessungen immer denselben Widerstand R_{\square} aufweist. Aus diesem Grund wird zur Verdeutlichung auch häufig die Einheit Ohm pro Quadrat (Ω/\square) verwendet. Ein Schichtleiter kann als Reihen- und Parallelschaltung von quadratischen Flächenelementen mit jeweils R_{\square} verstanden werden. Für eine rechteckige leitfähige Schicht der Länge L und der Breite W gilt dann:

$$R = \frac{L}{W} R_{\square} \equiv Q \cdot R_{\square} \quad (5.11)$$

Damit kann durch eine Widerstandsmessung einer Schicht mit bekannten Abmessungen oder bekannter Anzahl von Quadraten Q der spezifische Flächenwiderstand berechnet werden. Entsprechend kann er hier aus den Anfangswerten, d.h. aus den Messwerten ohne angelegtes Magnetfeld, der Messung des Längswiderstands $R_{\text{längs}}$ bestimmt werden. Die aktive Schicht zwischen den Spannungsabgriffen der Vierpunktmessung hat eine Länge von $L = 254,8 \mu\text{m}$ sowie eine Breite von $W = 49,3 \mu\text{m}$. Die Fläche entspricht demnach 5,17 Quadraten, siehe auch Abbildung 5.1.

Mit der Ladungsträgerdichte und dem spezifischen Widerstand lassen sich die Beweglichkeit μ , die mittlere freie Weglänge l_m und die mittlere Streuzzeit τ_m berechnen:

$$\mu = \frac{1}{en_{2\text{DEG}} R_{\square}} \quad (5.12)$$

$$l_m = \frac{\hbar}{e} \mu \sqrt{2\pi n_{2\text{DEG}}} \quad (5.13)$$

$$\tau_m = \frac{l_m}{v_F} \quad (5.14)$$

Tabelle 5.1.: Ergebnisse der Charakterisierung des 2DEG

	Unbeleuchtet	Beleuchtet
$\Delta 1/B$	$0,300 \pm 0,005 \text{ T}^{-1}$	$0,197 \pm 0,006 \text{ T}^{-1}$
$n_{2\text{DEG}}$	$1,61 \pm 0,03 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2}$	$2,45 \pm 0,07 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2}$
R_{\square}	$54,10 \pm 0,06 \text{ } \Omega/\square$	$28,27 \pm 0,08 \text{ } \Omega/\square$
E_F	$5,77 \pm 0,07 \text{ meV}$	$8,80 \pm 0,25 \text{ meV}$
v_F	$1,74 \pm 0,01 \cdot 10^5 \text{ ms}^{-1}$	$2,15 \pm 0,03 \cdot 10^5 \text{ ms}^{-1}$
λ_F	$62,4 \pm 0,5 \text{ nm}$	$50,6 \pm 0,8 \text{ nm}$
μ	$71,6 \pm 1,2 \text{ m}^2\text{V}^{-1}\text{s}^{-1}$	$89,9 \pm 2,8 \text{ m}^2\text{V}^{-1}\text{s}^{-1}$
l_m	$4,7 \pm 0,1 \text{ } \mu\text{m}$	$7,4 \pm 0,3 \text{ } \mu\text{m}$
τ_m	$27,3 \pm 0,6 \text{ ps}$	$34,3 \pm 1,3 \text{ ps}$

Tabelle 5.2.: Kontaktwiderstände der verwendeten Geometrie

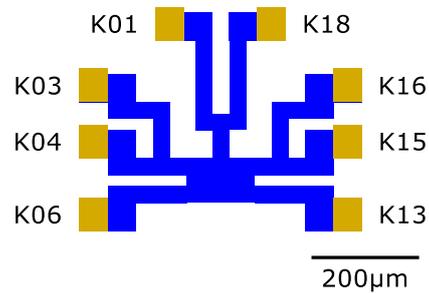
Kontakt	Widerstand	Kontakt	Widerstand
R_{K04}	$100 \pm 4 \text{ } \Omega$	R_{K13}	$145 \pm 7 \text{ } \Omega$
R_{K05}	$257 \pm 4 \text{ } \Omega$	R_{K14}	$364 \pm 6 \text{ } \Omega$
R_{K06}	$307 \pm 4 \text{ } \Omega$	R_{K15}	$152 \pm 9 \text{ } \Omega$

Die Ergebnisse der Charakterisierung des für diese Arbeit verwendeten Probenmaterials sind für den unbeleuchteten sowie den beleuchteten Zustand in Tabelle 5.1 dargestellt. Die Temperatur betrug bei den Messungen 1,7 K. Die geringfügig höheren Unsicherheiten beim beleuchteten Fall sind auf die langsame Relaxation der Probe in ein neues Gleichgewicht zurückzuführen. In beiden Fällen ist die mittlere freie Weglänge deutlich größer als die Abmessung der Strukturen, welche maximal $1,4 \text{ } \mu\text{m}$ beträgt. Dies ist eine notwendige Bedingung für ein ballistisches Verhalten der Strukturen, vgl. Kapitel 2.2.1.

Mittels Zweipunktmessungen der Kontaktpaare lassen sich gemäß der im folgenden Kapitel 5.2.2 beschriebenen Methode die Widerstände der einzelnen Kontakte berechnen. Die dazu benötigten geometrieabhängigen Widerstände der Mesa sowie die Zweipunktmessungen der Kontaktpaare sind in Anhang A.3 zu finden. In Tabelle 5.2 sind die Kontaktwiderstände der in Abbildung 5.1 eingezeichneten Kontakte aufgelistet. Alle Kontaktwiderstände sind in einem sehr guten Bereich, was die qualitativ hochwertigen Vierpunktmessungen aus der vorangegangenen Analyse ermöglichte.

Auch im *Cavendish Laboratory* der *University of Cambridge* wurde das Probenmaterial nach der Herstellung bei 1,5 K vorcharakterisiert. Dabei wurde

Abbildung 5.4.: Schematische Darstellung der für die Messungen in Kapitel 6 verwendeten Mesageometrie. Die Beschriftung entspricht den Pinnummern des Chipcarriers.



$n_{2\text{DEG}} = 1,53 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2}$, $\mu = 88,7 \text{ m}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$ für den unbeleuchteten und $n_{2\text{DEG}} = 3,36 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2}$, $\mu = 253 \text{ m}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$ für den beleuchteten Zustand ermittelt. Eine Wiederholung der Messung ergab $n_{2\text{DEG}} = 1,81 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2}$, $\mu = 135 \text{ m}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$ für den unbeleuchteten und $n_{2\text{DEG}} = 3,39 \cdot 10^{15} \text{ m}^{-2}$, $\mu = 258 \text{ m}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$ für den beleuchteten Zustand. Die Ergebnisse der ersten Messung des unbeleuchteten Zustands sind mit den hier gemessenen Ergebnissen vergleichbar. Die geringfügige Abweichung lässt sich auf eine leicht niedrigere Temperatur, 1,5 K vs. 1,7 K, und eine andere Prozessierung des Probenmaterials zurückführen. Auch die Position des charakterisierten Waferstücks bezogen auf den kompletten Wafer hat aufgrund von möglichen Inhomogenitäten des Wachstumsprozesses einen signifikanten Einfluss auf die Ergebnisse. Die Ergebnisse nach dem Beleuchten weichen stark von denen des Herstellers ab. Dies lässt darauf schließen, dass der hier durchgeführte Beleuchtungsprozess weiterer Optimierung bedarf.

5.2. Widerstände im Messaufbau

5.2.1. Serielle Widerstände

Vierpunktmessungen eignen sich zur Messung von Quantenpunkten nur bedingt. Im Bereich der Coulomb-Blockade ist der Widerstand sehr groß und gegenüber dem Vorwiderstand einer Vierpunktmessung nicht vernachlässigbar. Aus diesem Grund wurden die Quantenpunkte in dieser Arbeit im Zweipunktverfahren vermessen. Dabei muss beachtet werden, dass hier die in Reihe geschalteten Widerstände der Zuleitungen, der ohmschen Kontakte, der Mesa sowie des Transimpedanzverstärkers mitgemessen wurden, siehe Kapitel 4.2.2. Die einfachste Form der Korrektur besteht darin, eine Zweipunktmessung ohne Gatespannungen durchzuführen und den ermittelten Widerstandswert von anschließenden Messungen abzuziehen, siehe Gleichung 4.1. Trotzdem ist es sinnvoll, alle beitragenden Elemente auf etwaige weitere Einflüsse wie bspw. nichtlineares Verhalten zu analysieren.

Tabelle 5.3.: Geometrieabhängige Widerstände der Mesa [Die17]

Kontakte	$R [R_{\square}]$
1-3, 16-18	$16,4053 \pm 0,0011$
1-4, 15-18	$13,7397 \pm 0,0045$
1-6, 13-18	$14,0908 \pm 0,0024$
1-13, 6-18	$14,0860 \pm 0,0031$
1-15, 4-18	$13,7350 \pm 0,0032$
1-16, 3-18	$16,4065 \pm 0,0001$
1-18	$12,8580 \pm 0,0000$
3-4, 15-16	$7,8207 \pm 0,0025$
3-6, 13-16	$12,2284 \pm 0,0036$
3-13, 6-16	$13,0852 \pm 0,0038$
3-15, 4-16	$12,8913 \pm 0,0057$
3-16	$15,5628 \pm 0,0006$
4-6, 13-15	$9,5545 \pm 0,0008$
4-13, 6-15	$10,4125 \pm 0,0006$
4-15	$10,2185 \pm 0,0005$
6-13	$10,5553 \pm 0,0006$

Die aus Konstantendraht bestehenden Zuleitungen sind Widerstände mit rein ohmschem Verhalten mit Widerstandswerten von $118,0 \pm 0,5 \Omega$ pro Zuleitung. Aufgrund des Materials sind die Widerstandswerte temperaturunabhängig. Etwaige Thermospannungen bei Übergängen, bspw. von Messleitung zum Chipcarrier, haben aufgrund des symmetrischen Messaufbaus keinen Einfluss. Der Innenwiderstand des verwendeten Transimpedanzverstärkers ist ebenfalls rein ohmsch und variiert je nach verwendeter Verstärkung zwischen 1Ω und $10 \text{ k}\Omega$.

Der Widerstand der Mesa zeichnet sich ebenfalls durch ein ohmsches Verhalten aus und ist geometrieabhängig. Wie im vorherigen Kapitel 5.1 erläutert, tragen quadratische Flächen unabhängig von ihrer Größe $R_{\square} = 54,10 \pm 0,06 \Omega/\square$ bei. Die für die Messungen in Kapitel 6 verwendete Mesageometrie ist in Abbildung 5.4 zu sehen. Die Kontakte *K06* und *K13* wurden für Zweipunktmessungen an Quantenpunkten genutzt. Die anderen Kontakte dienten zur Vierpunktmessung der als Ladungssensoren verwendeten QPC, siehe auch Abbildung 6.1. In Tabelle 5.3 sind die Mesawiderstände zwischen zwei Kontakten in Einheiten von R_{\square} dargestellt. Dabei handelt es sich um numerische Simulationsergebnisse des Stromflusses durch die verwendete Mesageometrie [Die17]. Aus Symmetriegründen ergeben sich für den Widerstand zwischen einigen Kontaktpaaren identische Werte.

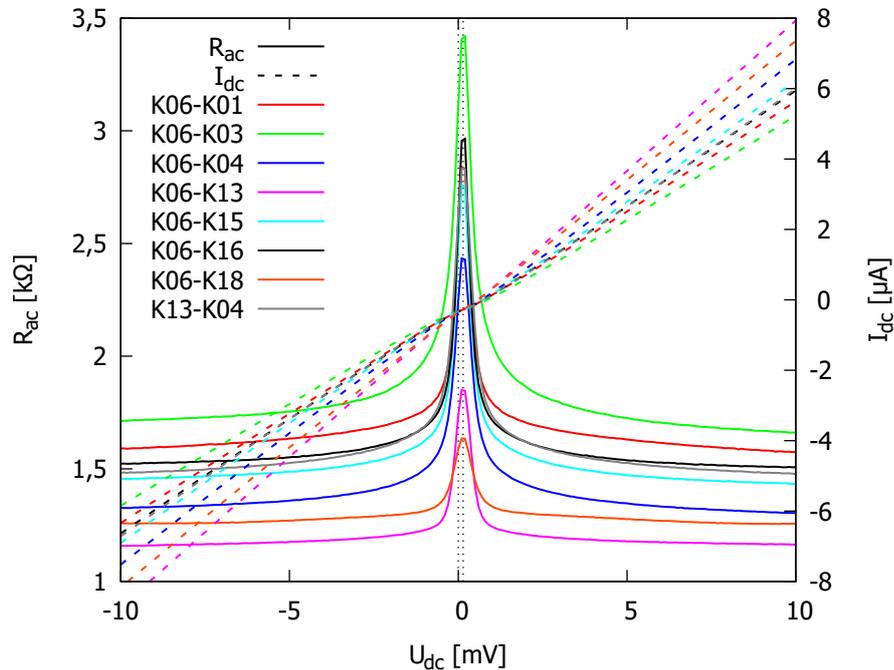


Abbildung 5.5.: Kennlinien der ohmschen Kontaktpaare (gestrichelt) mit gleichzeitig gemessenem differentiellen Widerstand R_{ac} . Die Kontaktpaare zeigen eine Abweichung von einem rein ohmschen Verhalten. Der geringe Offset ist auf den Messaufbau zurückzuführen.

5.2.2. Ohmsche Kontakte

Die Ohmschen Kontakte bedürfen einer genaueren Charakterisierung. Ihre Qualität bestimmt maßgeblich die zu erreichende Messqualität. Bei den ohmschen Kontakten wurde in der Arbeitsgruppe mehrfach kein rein ohmsches Verhalten beobachtet [Fle06; Die17]. Um ihre Qualität zu beurteilen, wurden Widerstandskennlinien verschiedener Kontaktpaare im nichtlinearen Zweipunktmessverfahren aufgenommen, vgl. Kapitel 4.2.2. In Abbildung 5.5 sind die Widerstandskennlinien mit gleichzeitig gemessenem differentiellen Widerstand zu sehen. Der durch zwei vertikale, gestrichelte Linien gekennzeichnete, geringe Offset resultiert aus dem Messaufbau, wie in Kapitel 4.2.2 erläutert. Deutlich zu sehen ist, dass die ohmschen Kontakte kein rein ohmsches Verhalten aufweisen. Auffallend ist dabei, dass die Ausprägung der Abweichung vom rein ohmschen Verhalten mit steigendem Widerstandswert tendenziell zunimmt. Die sehr gute Symmetrie bezogen auf die angelegte Gleichspannung spricht trotzdem dafür, dass es sich um gute Kontakte handelt. Bei der Entwicklung

des Herstellungsverfahrens der ohmschen Kontakte wurde als Zielsetzung der Maximalwert von $3\text{ k}\Omega$ für ein Kontaktpaar festgelegt [Fle06]. Wie man sieht, erfüllen alle Kontaktpaare bis auf $K06-K03$ diese Vorgabe. Die Peakhöhe dieses Kontaktpaars liegt jedoch nur geringfügig über der Zielsetzung. Insgesamt zeigen alle Kontaktpaare das gleiche Verhalten und liegen relativ nah aneinander. Es gibt kein Kontaktpaar, das durch einen deutlich anderen Widerstandswert oder Kurvenverlauf auffällt. Dies spricht für einen erfolgreichen Herstellungsprozess ohne große Streuung.

Um die einzelnen Kontakte genauer zu analysieren, wurden für die in Abbildung 5.5 gezeigten Kontaktpaare die Mittelwerte der Widerstände durch den Fit einer Geraden an die Strom-Spannungs-Kennlinie bestimmt. Mit ihnen können die Widerstände der einzelnen Kontakte berechnet werden, indem das folgende lineare Gleichungssystem gelöst wird:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} R_{K01} \\ R_{K03} \\ R_{K04} \\ R_{K06} \\ R_{K13} \\ R_{K15} \\ R_{K16} \\ R_{K18} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1682 \pm 13 \Omega \\ 1830 \pm 15 \Omega \\ 1413 \pm 9 \Omega \\ 1205 \pm 7 \Omega \\ 1540 \pm 11 \Omega \\ 1604 \pm 12 \Omega \\ 1291 \pm 8 \Omega \\ 1594 \pm 12 \Omega \end{pmatrix} - \vec{R}_{\text{Korr}} \quad (5.15)$$

Dabei entspricht der erste Vektor nach dem Gleichheitszeichen gerade den Fitergebnissen und $\vec{R}_{\text{Korr}} = \vec{R}_{2\text{DEG}} + 2\vec{R}_{\text{Zul}}$ einem Korrekturterm. Der Korrekturterm setzt sich zusammen aus $\vec{R}_{2\text{DEG}}$, den 2DEG-Widerständen zwischen den jeweils gemessenen Kontaktpaaren gemäß Tabelle 5.3, und \vec{R}_{Zul} , der die Widerstände der Zuleitungen mit jeweils $118,0 \pm 0,5 \Omega$ berücksichtigt. Der Innenwiderstand des Transimpedanzverstärkers wurde bereits in den ursprünglichen Messdaten berücksichtigt, d.h. die Fitergebnisse sind bereits um einen entsprechenden Wert korrigiert. Somit ergibt sich für die Widerstände der einzelnen Kontakte:

$$\begin{aligned} R_{K01} &= 553 \pm 15 \Omega \\ R_{K03} &= 801 \pm 17 \Omega \\ R_{K04} &= 528 \pm 8 \Omega \\ R_{K06} &= 132 \pm 8 \Omega \\ R_{K13} &= 267 \pm 8 \Omega \\ R_{K15} &= 609 \pm 14 \Omega \\ R_{K16} &= 529 \pm 15 \Omega \\ R_{K18} &= 162 \pm 12 \Omega \end{aligned} \quad (5.16)$$

Insgesamt liegen alle Werte in einem guten Bereich. Auffallend ist jedoch die große Streuung der Werte, welche größer ist als die in der Arbeitsgruppe zuletzt beobachteten Streuungen [Die17]. Bei der Berechnung wurde angenommen, dass der Widerstand des 2DEG zwischen den jeweiligen Kontakten lediglich von der Geometrie der Mesa abhängt. Etwaige Störstellen, Defekte oder wachstumsbedingte Inhomogenitäten des Probenmaterials sowie geringfügige Beschädigungen der Oberfläche bzw. der Ränder der Mesa durch Herstellungsprozesse können einen großen lokalen Einfluss auf den Widerstand des 2DEG haben. Ebenso beeinflusst die Elektronenstrahlithographie die Leitfähigkeit des 2DEG lokal, wie in Kapitel 3.3.2 diskutiert. Je nach Pfad kann sich so eine erhebliche Abweichung des 2DEG-Widerstands ergeben. Da die Gleichungen zur Bestimmung der Widerstände der einzelnen Kontakte über das lineare Gleichungssystem gekoppelt sind, hat eine lokale Abweichung Einfluss auf mehrere oder sogar alle Ergebnisse. Zudem muss an dieser Stelle erwähnt werden, dass die Probe aufgrund von Problemen mit dem Kryosystem zum Zeitpunkt der Messung bereits mehrfach auf unter 100 mK abgekühlt und auf Raumtemperatur erwärmt wurde. Auch dies kann die ohmschen Kontakte negativ beeinflusst haben. Da trotz einer großen Streuung alle Werte in einem guten Bereich liegen und auch weitere Messungen an dieser Probe eine sehr gute Messqualität gezeigt haben, sind die ohmschen Kontakte als gut und vor allem als funktional einzustufen.

6. Ergebnisse

6.1. Probengeometrie

Die im Folgenden erläuterten Messungen wurden an einer Probe mit einer Doppelquantenpunktgeometrie mit zwei Ladungssensoren durchgeführt. In Abbildung 6.1 ist die verwendete Struktur schematisch dargestellt und eine REM Aufnahme der Nanostruktur zu sehen. Zur besseren Darstellung ist in der schematischen Abbildung die Mesa in einem anderen Maßstab als die Nanostruktur abgebildet. Die Nanostruktur ist gegenüber dem originalen Verhältnis etwa 30-fach vergrößert dargestellt.

Zur Entkopplung der als Ladungssensoren dienenden QPC *Sensor Links (SL)* und *Sensor Rechts (SR)* von dem unten befindlichen Doppelquantenpunkt dient das horizontal verlaufende *Trenngate (TG)*. Als *Definitionsstufe* wird der Spannungswert eines Gates bezeichnet, bei dem das gesamte 2DEG unterhalb des Gates vollständig verdrängt wird. Für Spannungswerte des Trenngates unterhalb der Definitionsstufe ist kein Stromfluss mehr zwischen dem unteren und oberen Bereich der Mesa möglich. Dadurch entkoppelt das Trenngate den Bereich des Doppelquantenpunkts von dem der Sensoren, was simultane unabhängige Messungen an den Dots und den Sensoren ermöglicht. Für die Zweipunktmessungen an den Quantenpunkten stehen die ohmschen Kontakte *K06* und *K13* zur Verfügung. Die restlichen ohmschen Kontakte ermöglichen Vierpunktmessungen an den Sensoren. Solange beide QPC nicht vollständig geschlossen sind, ist es möglich, beide Sensoren gleichzeitig zu vermessen. Dazu findet der Stromfluss der Vierpunktmessungen zwischen den Kontakten *K04* und *K15* statt, während über die Kontakte *K01* und *K03* der linke Sensor SL und über die Kontakte *K16* und *K18* der rechte Sensor SR vermessen wird.

Sowohl für die Sensoren als auch für die Quantenpunkte dient das Trenngate als gemeinsame Begrenzung. Dadurch befinden sich die Sensoren so nah wie möglich an den Quantenpunkten, was die Sensitivität der Ladungssensoren maximiert. Der linke Quantenpunkt wird über die Gates *Gate Links (GL)*, *Gate Mitte (GM)* sowie über das Steuergate *Dot Links (DL)* definiert. Analog wird der rechte Quantenpunkt über die Gates *Gate Mitte (GM)*, *Gate Rechts (GR)* und das Steuergate *Dot Rechts (DR)* definiert.

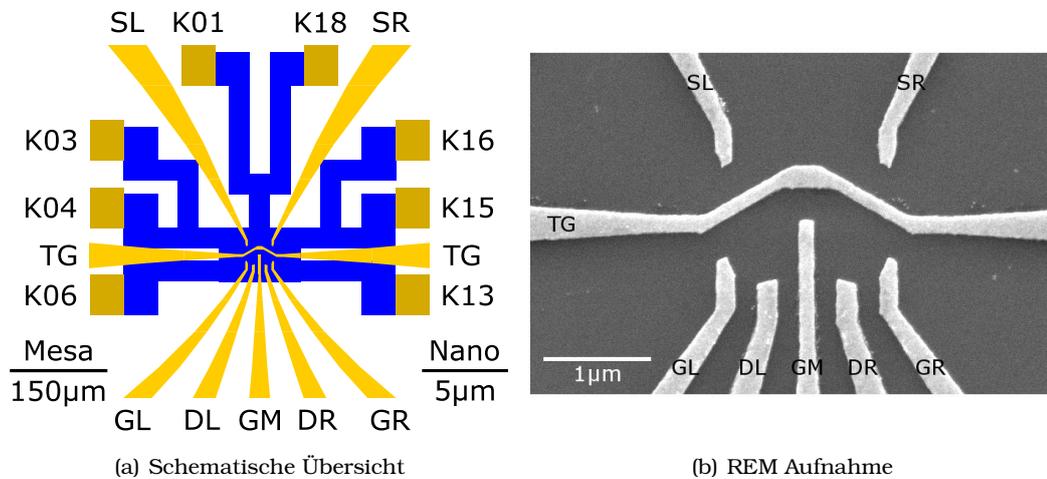


Abbildung 6.1.: (a) Schematische Übersicht der Probengeometrie. Mesa und Nanostruktur sind in einem unterschiedlichen Maßstab dargestellt. (b) REM Aufnahme der Probengeometrie.

Die Quantenpunkte befinden sich aus zwei Gründen nicht auf einer horizontal verlaufenden Linie. Zum einen soll durch den leichten Winkel verhindert werden, dass Elektronen direkt über beide Quantenpunkte tunneln. Durch den Versatz gibt es keine Moden, die ohne Streuung alle Tunnelkontakte überwinden können. Zum anderen rücken die Sensoren durch das Anwinkeln weiter auseinander und es gibt auch hier keine Moden für einen Stromfluss über beide Sensoren gleichzeitig ohne Streuung. Zudem nimmt die Entfernung zum jeweils zweiten Quantenpunkt, also bspw. die Entfernung vom linken Sensor zum rechten Dot, zu. Der Sinn dahinter ist, dass die Sensoren nach Möglichkeit nur auf einen der beiden Quantenpunkte reagieren sollen, also der linke Sensor nur auf den linken Dot und der rechte Sensor nur auf den rechten Dot.

6.2. Quantenpunktkontaktkennlinien

Nach der Charakterisierung des 2DEG und der ohmschen Kontakte, siehe Kapitel 5, ist zunächst das Verhalten der einzelnen Gates interessant. Aus den einzelnen Kennlinien lassen sich bereits Vorhersagen über die erreichbare Messqualität von folgenden Messungen sowie etwaige Probleme bei den Messungen treffen. Vor allem eine deutliche Definitionsstufe, ein rauscharmer Verlauf und eine geringe bis keine Hysterese sind Merkmale der einzelnen Kennlinien für eine gute Messqualität bei

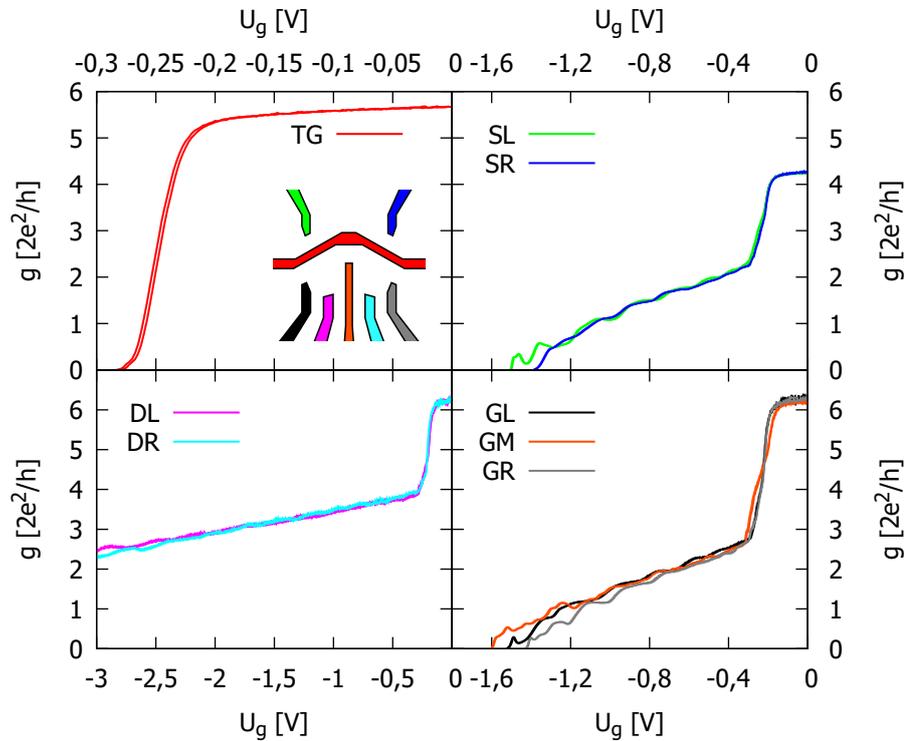


Abbildung 6.2.: Kennlinien der QPC. Nach der Messung des Trenngates (TG) wurde an ihm die Spannung $U_{TG} = -0,29$ V für die weiteren Messungen angelegt. Bei diesem Wert ist das komplette 2DEG unter dem Trenngate verdrängt.

Messungen mit mehreren Gates. Das Rauschverhalten und eine Hysterese können die Reproduzierbarkeit von Messungen stark erschweren. Mehrere Proben waren unbrauchbar aufgrund von starkem *Random Telegraph Noise* [Cob+92], das durch lokale Umladungen ausgelöst werden kann, oder aufgrund einer starken Hysterese, deren Ursache in Kontaktproblemen der Gatezuleitungen liegen kann.

Die QPC-Kennlinien aller Gates sind in Abbildung 6.2 zu sehen. Dabei wurde bei jeder Messung die jeweilige Gatespannung in Richtung negativer Spannungen gefahren, bis kein Stromfluss durch den QPC mehr möglich war. Man spricht vom *Pinch Off* der QPC. Anschließend wurde der Spannungswert wieder bis auf 0 V erhöht. Diese beiden Messrichtungen zeigen etwaige Hysteresen der Kennlinien auf. Alle Messungen wurden in Zweipunktanordnung durchgeführt, wobei die verwendeten Kontakte je nach verwendetem Gate variierten.

Zunächst wurde das Trenngate vermessen, bevor anschließend für die weiteren Messungen die Spannung $U_{TG} = -0,29$ V an das Trenngate angelegt wurde. Bei

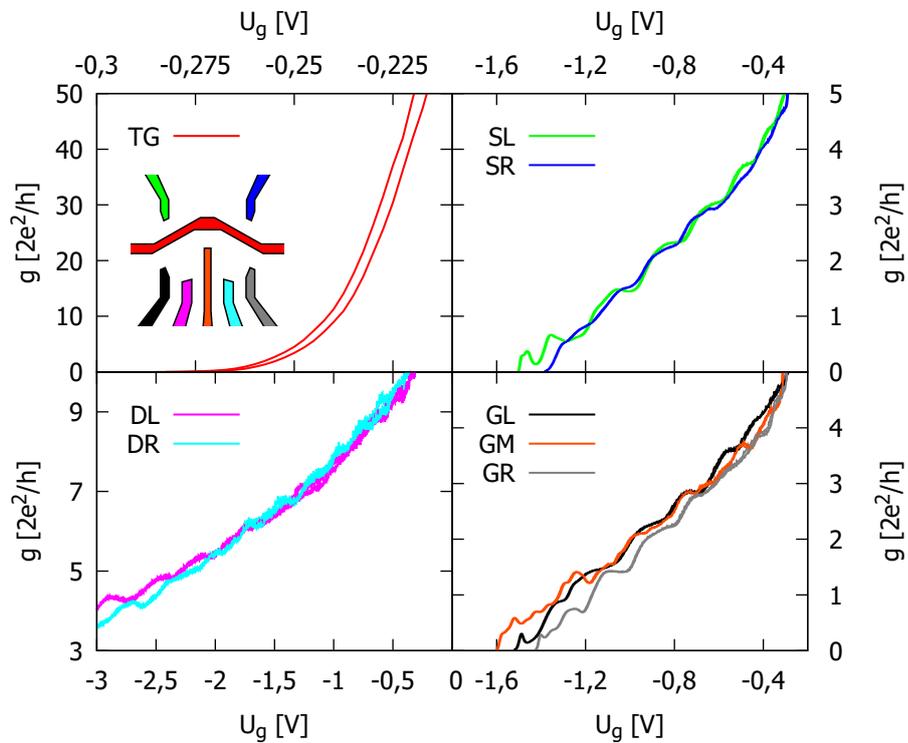


Abbildung 6.3.: Um den Anfangswert korrigierte Kennlinien der QPC aus Abbildung 6.2. Dabei ist $U_{TG} = -0,29$ V, außer bei der Messung des Trenngates, bei der U_{TG} variiert wird.

diesem Spannungswert ist das Trenngate jenseits der Definitionsstufe und somit auch im Pinch Off, da das Trenngate ein durchgängiges Gate und kein Splitgate ist. An diesem Punkt ist also das gesamte 2DEG unter dem Trenngate verdrängt und es ist kein Stromfluss mehr unter dem Trenngate möglich. Dies entkoppelt die Sensorseite von der Quantenpunktseite des 2DEG. Zudem fungiert das Trenngate durch diesen Spannungswert als Begrenzung für sämtliche QPC.

Alle Kurven zeichnen sich durch eine wohldefinierte und deutlich sichtbare Definitionsstufe aus. In Abbildung 6.3 sind dieselben Kennlinien vergrößert und um den Anfangswert korrigiert dargestellt, vgl. Kapitel 4.2.2. Lediglich die Messung des Trenngates zeigt eine geringe Hysterese, alle weiteren Messungen zeigen keinerlei Hysterese. Da die Spannung des Trenngates bei den folgenden Messungen aber immer konstant gehalten wird, hat die Hysterese keinerlei Einfluss auf weitere Messungen. Bei dem gewählten Wert $U_{TG} = -0,29$ V ist das Trenngate zudem ausreichend stark im Pinch Off, so dass auch etwaige leichte Fluktuationen keinen Einfluss haben.

Untersucht man die Messungen bzgl. ihres Rauschverhaltens, so fällt vor allem ein leichtes Rauschen vor der Definitionsstufe auf. Nach der Definitionsstufe zeigen die beiden Centergates der Quantenpunkte DL und DR ein leichtes Rauschen, dessen Amplitude mit sinkendem Leitwert abnimmt. Bei genauer Betrachtung fällt auch bei den Gates GL, GM und GR ein noch geringeres Rauschen nach der Definitionsstufe auf. Die beiden Gates DL und DR unterscheiden sich von den anderen insofern, als dass ihr Abstand zum Trenngate erheblich größer ist, vgl. Abbildung 6.1. Somit ist auch die Kanalbreite nach der Definitionsstufe größer als bei den anderen Gates. Das Rauschverhalten scheint demnach von der Kanalbreite abzuhängen. Die größte Rauschamplitude lässt sich vor der Definitionsstufe, also bei der größten Breite der Mesa, beobachten. Sobald die Leitwertquantisierung entscheidend wird, d.h. nach der Definitionsstufe, nimmt das Rauschen signifikant ab, außer bei DL und DR. Doch auch hier sinkt die Rauschamplitude, wenn die Quantisierung deutlicher wird. Insgesamt zeigen alle Kurven nur sehr geringe Rauschamplituden, vor allem in den für folgende Messungen interessanten Bereichen.

Normalerweise erwartet man für QPC nahezu perfekt stufenförmige Kurvenverläufe, wie es bspw. in Abbildung 2.8 zu sehen ist. Für solche Ergebnisse werden in der Regel Splitgateelektroden verwendet, die dann in guter Näherung durch das Wide-Narrow-Wide oder das adiabatische Modell beschrieben werden, vgl. Kapitel 2.2. Dadurch, dass hier die QPC gegenüber dem Trenngate definiert werden, die QPC angewinkelt sind und sich teilweise in unmittelbarer Nähe weitere Strukturen befinden, weichen die gemessenen Kurvenformen stark von den erwarteten ab. Durch die angewinkelte Geometrie und die zusätzlichen Strukturen kann es teilweise auch zu Rückstreuungen kommen. Wie man in Abbildung 6.3 sehen kann, sind die quantisierten Leitwertstufen unterschiedlich stark ausgeprägt. Am ehesten zeigen die beiden Sensoren das erwartete Verhalten, da sich wenige zusätzliche Strukturen in ihrer Nähe befinden. Vor allem der linke Sensor SL bildet oberhalb der ersten Leitwertstufe das erwartete quantisierte Verhalten aus. Darunter zeigt er ein unerwartetes Verhalten, was bspw. mit Rückstreuung, einer Störstelle oder auch mit der 0,7-Anomalie, vgl. Kapitel 2.2.4, zusammenhängen kann. Betrachtet man die Centergates der Quantenpunkte DL und DR, fällt auf, dass sich eine schönere Stufenform bei kleineren Kanalbreiten ausbildet, was durch die größere Bedeutung der Quantisierung der einzelnen Leitwertkanäle auch zu erwarten ist. Bei den drei restlichen Gates GL, GM und GR erkennt man vor allem in den äußeren Gates GL und GR die erwartete Leitwertquantisierung, während das mittlere Gate GM eine stärkere Abweichung von der erwarteten Kurvenform zeigt. Da das mittlere Gate GM zu beiden Seiten von weiteren Gates umgeben ist, sich bei GL und GR aber nur zu jeweils einer Seite zusätzliche Strukturen befinden, ist es nicht verwunderlich, dass die Kurvenform von GM stärker von der idealen abweicht, als dies bei GL und GR der Fall ist.

Zusammenfassend lässt sich festhalten, dass die Kurvenformen aufgrund der verwendeten Geometrie von den erwarteten abweichen, die Ausprägungen der Kurven, ihr Rauschverhalten sowie die Tatsache, dass sie keinerlei Hysterese zeigen, aber vielversprechende Indizien für eine hohe erreichbare Messqualität bei folgenden Messungen mit mehreren Gates sind.

6.3. Quantenpunktconfiguration

6.3.1. Ermittlung einer Quantenpunktconfiguration

Nachdem das Verhalten der einzelnen Gates gemessen wurde, ist es möglich, mit dem linken Gate G_L , dem mittlerem Gate G_M und dem linken Centergate D_L einen Quantenpunkt zu definieren. Dabei ist die Zielsetzung, eine Quantenpunktconfiguration mit möglichst ausgeprägten Coulomb-Blockade-Oszillationen zu finden. Zudem ist es wünschenswert, dass die Configuration auch in dem Bereich, in dem die Minima die Grundlinie erreichen, also im Bereich der eigentlichen Coulomb-Blockade, noch mehrere ausgeprägte Oszillationen zeigt. Um die optimale Configuration zu bestimmen, wurde systematisch eine Vielzahl von Configurationen mittels einer iterativen Schleife gemessen. Als Startpunkt wurde eine Configuration gewählt, in der mit $U_{G_L} = -1,3 \text{ V}$ und $U_{G_M} = -1,4 \text{ V}$ beide Zuleitungen fast komplett geschlossen waren. Ausgehend von dieser Configuration wurde zunächst das mittlere Gate G_M in Schritten von $0,05 \text{ V}$ bis $U_{G_M} = -0,7 \text{ V}$ geöffnet und jede dieser Configurationen gemessen. Diese 15 Messungen wurden jeweils wiederholt, während das linke Gate G_L ebenfalls in Schritten von $0,05 \text{ V}$ bis $U_{G_L} = -0,6 \text{ V}$ geöffnet wurde. Eine Auswahl der insgesamt 225 aufgenommenen Configurationen ist in Abbildung 6.4 dargestellt. Bei allen Messungen war $U_{T_G} = -0,29 \text{ V}$ und $U_{S_L} = -0,8 \text{ V}$. Die optimale Quantenpunktconfiguration sollte im Anschluss sowohl mit einer passiven als auch mit einer aktiven Sensormessung aufgenommen werden. Da die Sensorspannung ebenfalls einen Einfluss auf die Quantenpunktconfiguration hat, wurde bei der Ermittlung der optimalen Configuration bereits eine Sensorspannung gewählt, welche in dem Bereich lag, in dem sie auch bei Sensormessungen liegt.

Wie man in Abbildung 6.4 sehen kann, ist die Ausprägung der Coulomb-Blockade-Oszillationen stark von der Configuration des Quantenpunkts abhängig. Auffallend ist, dass bei sehr schwacher Kopplung an die Reservoirs, d.h. bei nahezu komplett geschlossenen Zuleitungen, keine Oszillationen beobachtet werden, siehe oberster Graph. Eine Analyse des weiteren Verhaltens des Quantenpunkts gibt Hinweise darauf, weshalb hier keine Oszillationen zu beobachten sind. Zunächst fällt auf, dass die Oszillationen bei starker Kopplung an die Reservoirs ebenfalls verschwinden. Dies erwartet man aufgrund der bei starker Kopplung zunehmenden Ladungsfluktuationen.

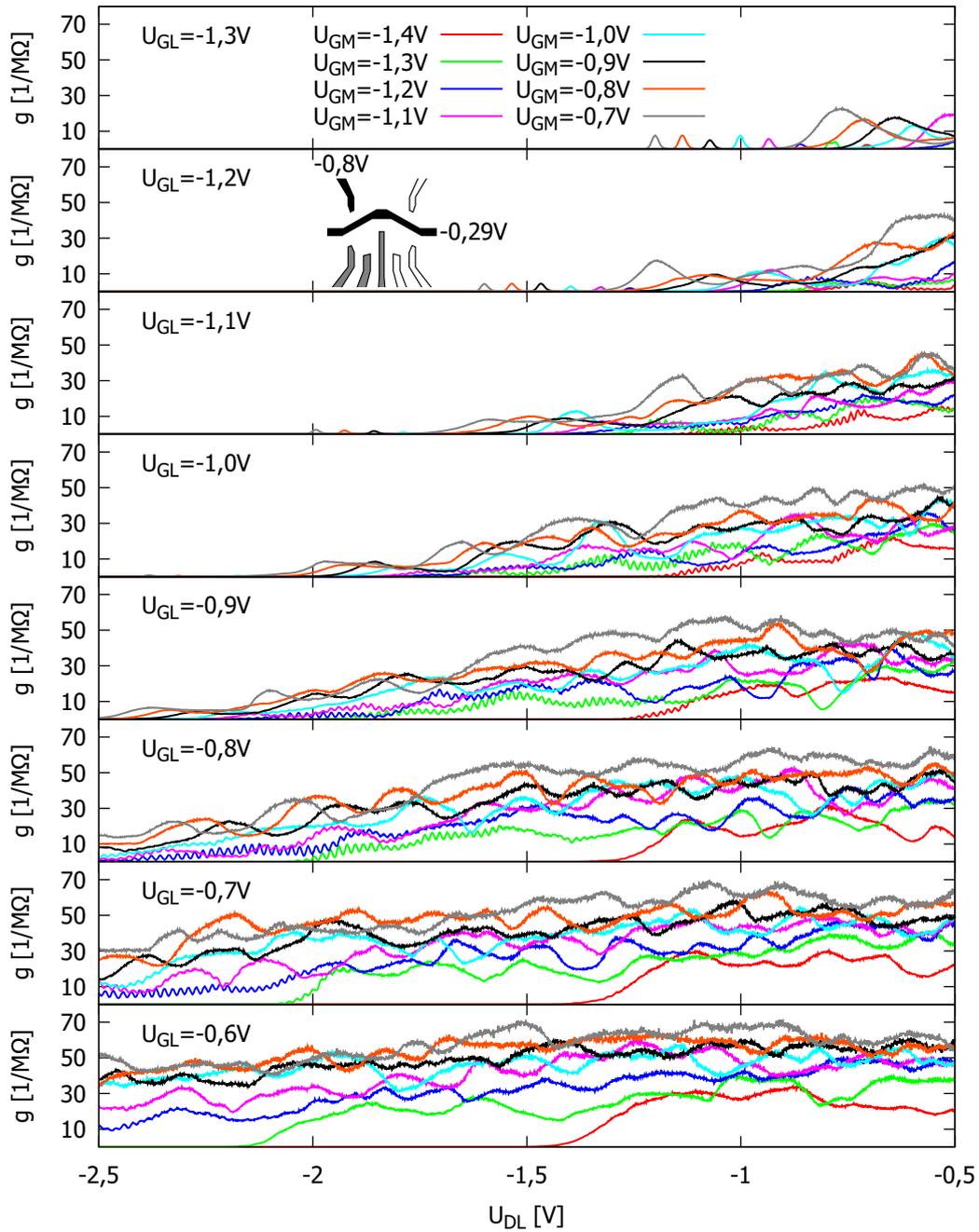


Abbildung 6.4.: Mehrere Quantenpunktconfigurationen. Je nach Konfiguration der Zuleitungen sind Coulomb-Blockade-Oszillationen zu beobachten.

Hier folgt die Besetzung des Quantenpunkts nahezu sofort dem Reservoir, an das es stärker gekoppelt ist. In einem auf die Kopplungsstärke bezogenen, mittleren Bereich beobachtet man deutliche Coulomb-Blockade-Oszillationen. Hier fällt allerdings auf, dass die Oszillationen nur unterhalb von einer je nach Kurve unterschiedlichen Centergatespannung U_{DL} auftreten. Weiterhin sieht man, dass sich dieser Wert von U_{DL} bei einer schwachen Kopplung in Richtung positiverer Spannungen und analog bei einer starken Kopplung in Richtung negativerer Spannungen verschiebt. Dies weist darauf hin, dass sich die Gates gegenseitig beeinflussen. Dieses Verhalten ist zu erwarten, da die Gates sehr nah aneinander positioniert sind. Mit diesen Beobachtungen lassen sich mehr Aussagen darüber treffen, warum im obersten Graph keine Coulomb-Blockade-Oszillationen zu beobachten sind, und was zur generellen Kurvenform führt. Der Hauptgrund dafür, dass hier keine Oszillationen auftreten, ist die asymmetrische Ankopplung der Reservoirs. Bei einer deutlich asymmetrischen Ankopplung folgt das chemische Potential des Quantenpunkts dem Reservoir, an das der Quantenpunkt stärker gekoppelt ist, da hier die Tunnelwahrscheinlichkeit deutlich höher und die durchschnittliche Tunnelzeit damit im Vergleich deutlich geringer ist. Aufgrund dessen verschwinden die Oszillationen bei einer asymmetrischen Ankopplung, wie es beim zweiten Graph mit $U_{GL} = -1,2\text{ V}$ für $U_{GM} \geq -1,1\text{ V}$ zu beobachten ist. Mit steigendem U_{GM} wird die Kopplung an das rechte Reservoir stärker, was zu der Asymmetrie führt. Im ersten Graph mit $U_{GL} = -1,3\text{ V}$ ist der Quantenpunkt auch bereits bei $U_{GM} = -1,4\text{ V}$ stärker an das rechte als an das linke Reservoir gekoppelt. Öffnet man das mittlere Gate GM weiter, nimmt die Asymmetrie der Kopplung noch weiter zu. Die generelle Kurvenform ergibt sich daraus, dass sich die Gates gegenseitig beeinflussen. Somit moduliert man mit dem linken Centergate DL die Kopplung zum linken Reservoir, was maßgeblich die Kurvenform bestimmt. Für die verschiedenen Werte vom mittleren Gate GM bleibt die Kurvenform nahezu erhalten, sie verschiebt sich hauptsächlich um einen konstanten Betrag. Liefert das mittlere Gate GM einen geringeren Beitrag, muss dies durch einen stärkeren Beitrag des linken Centergates DL ausgeglichen werden, was die Verschiebung erklärt. Dass das Centergate DL einen stärkeren Einfluss auf die Kopplung zum linken Reservoir hat als auf die Kopplung zum rechten Reservoir, erwartet man, da sich das Centergate DL näher an dem linken, durch Gate GL definierten QPC als am rechten, durch Gate GM definierten QPC befindet, siehe Inset in Abbildung 6.4.

Eine Vergrößerung des Bereichs der optimalen Quantenpunkt Konfigurationen ist in Abbildung 6.5 dargestellt. Auch hier sieht man, dass es einen Korridor mit symmetrischer Kopplung zu den Reservoirs gibt, in dem die Konfigurationen ausgeprägte Coulomb-Blockade-Oszillationen zeigen. In der Grafik ist er grau hinterlegt und bezieht sich auf die farbigen Punkte, welche die Konfiguration angeben. Die Grenzen sind willkürlich gewählt. Je weiter man sich von diesem Korridor weg bewegt, des-

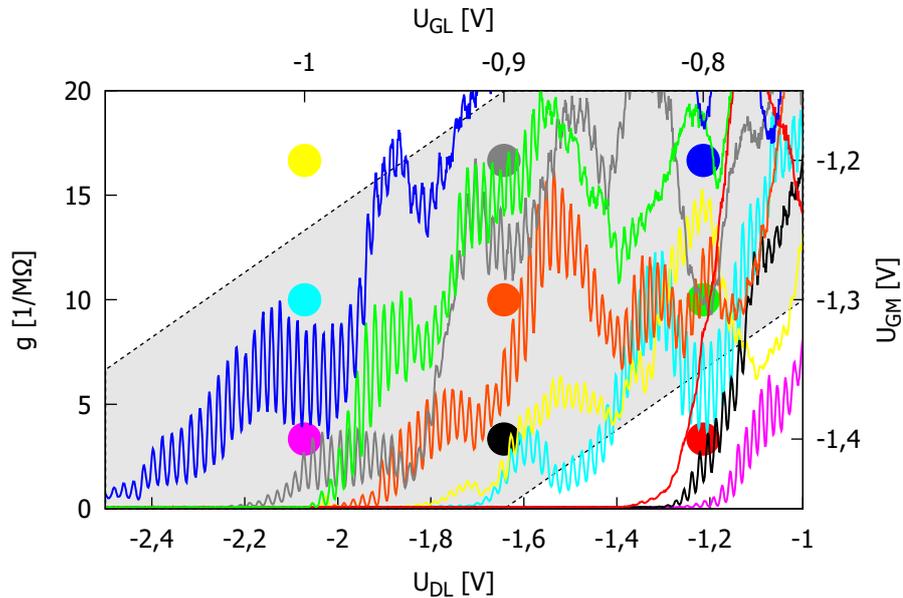


Abbildung 6.5.: Bereich der optimalen Quantenpunktconfigurationen. Die Punkte geben mit der oberen und rechten Achse farbcodiert die Configurationen der einzelnen Kurven an. Der graue Korridor markiert bezogen auf die Punkte den Bereich mit verhältnismäßig symmetrischer Kopplung zu beiden Reservoirs.

to schlechter wird die Qualität der Oszillationen. Dies lässt sich anhand der gelb dargestellten Configuration mit $U_{GL} = -1,0 \text{ V}$ und $U_{GM} = -1,2 \text{ V}$ verifizieren. Hier ist die Ausprägung der Oszillationen im Vergleich zu den anderen Kurven erheblich geringer. Am deutlichsten lässt sich dies aber bei der rot dargestellten Configuration mit $U_{GL} = -0,8 \text{ V}$ und $U_{GM} = -1,4 \text{ V}$ auf der anderen Seite des Korridors beobachten. Hier sind gar keine Oszillationen mehr zu sehen. Diese beiden Configurationen markieren demnach den Übergangsbereich zu einer asymmetrischen Kopplung. Ebenfalls gut zu sehen ist die Tatsache, dass sich die Gates gegenseitig beeinflussen. Je weiter die Zuleitungen geöffnet werden, desto stärker muss das Centergate DL zum Ausgleich geschlossen werden. In der Grafik ist dies daran zu sehen, dass die Coulomb-Blockade-Oszillationen, welche die Grundlinie erreichen, umso weiter links sind, je weiter oben rechts eine Configuration ist. Dies bedeutet aber auch, dass die Gates GL und GM, die die Zuleitung definieren, einen Einfluss auf die Größe des Quantenpunkts haben. Aus diesem Grund wurden sie, nachdem die optimale Configuration gefunden war, bei allen weiteren Messungen nicht mehr variiert, um die Vergleichbarkeit der Messungen zu gewährleisten.

Da an dem Quantenpunkt Sensormessungen durchgeführt werden sollten, musste

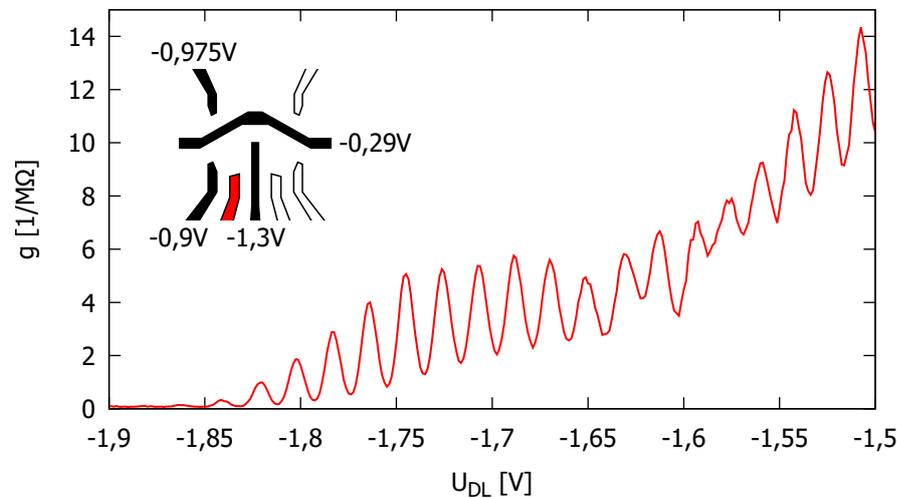


Abbildung 6.6.: Finale Quantenpunktconfiguration, die für weitere Messungen, wie z.B. Sensormessungen, verwendet wird.

die endgültige Optimierung nicht nur in Bezug auf den Quantenpunkt, sondern auch in Bezug auf das Sensorsignal durchgeführt werden, siehe Kapitel 6.4.1. Somit ergab sich letztlich die Konfiguration aus Abbildung 6.6 als finale Konfiguration für weitere Messungen. Diese Konfiguration entspricht bis auf ein anderes Sensorpotential der orangefarbenen Konfiguration aus Abbildung 6.5. Im folgenden Kapitel wird der Quantenpunkt in dieser Konfiguration mit Hilfe von nichtlinearen Messungen charakterisiert.

6.3.2. Charakterisierung der Quantenpunktconfiguration mittels NL-Messungen

Über nichtlineare Messungen können wichtige Eigenschaften des Quantenpunkts bestimmt werden, wie ausführlich in Kapitel 2.3.3 diskutiert. Deshalb wurden an der Konfiguration aus Abbildung 6.6 zwei nichtlineare Messungen durchgeführt. Für die erste Messung wurde die Spannung an den Kontakt K06 angelegt, während K13 geerdet war, vgl. Abbildung 6.1. Bei der zweiten Messung wurde die Spannung an K13 angelegt und K06 war geerdet. Diese zwei Messungen ermöglichen es, die Koppelkapazitäten zu beiden Reservoirs zu berechnen.

Das Ergebnis der nichtlinearen Messungen ist in Abbildung 6.7 zu sehen. Zur leichteren Analyse wurden Konturlinien, entlang denen der Leitwert konstant ist, eingezeichnet. Die erwarteten Rauten verschmieren aufgrund eines Anstiegs des Leitwerts für positive sowie für negative Spannungen U_{K06} bzw. U_{K13} . Um dies

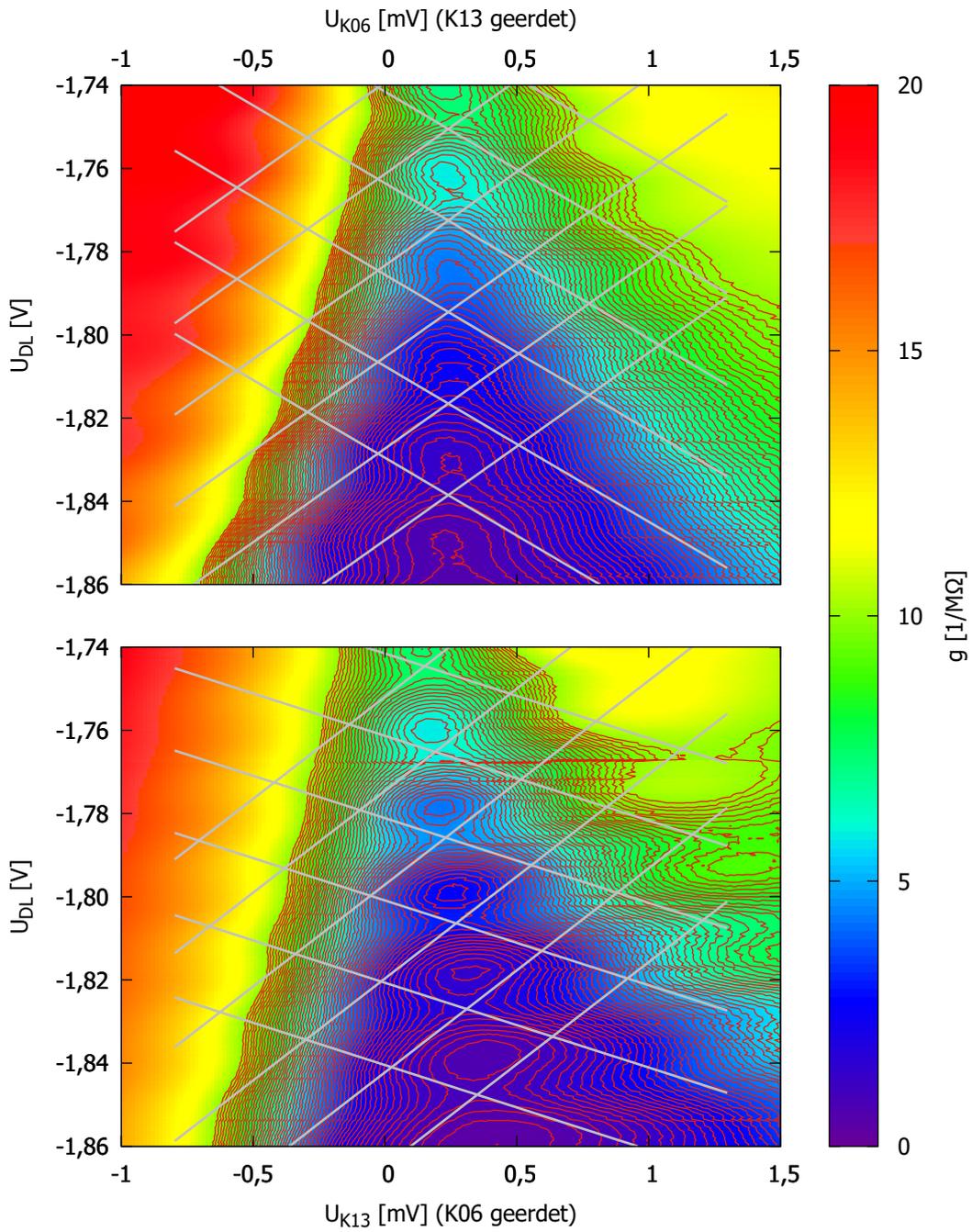
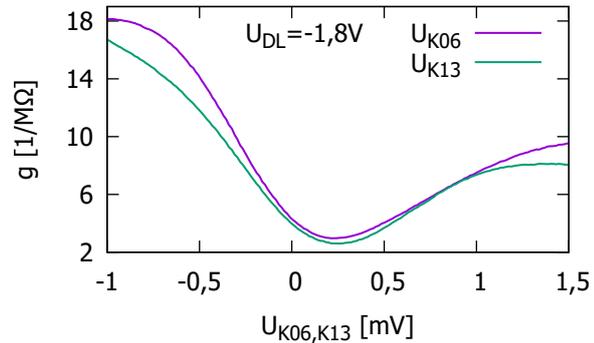


Abbildung 6.7.: Nichtlineare Leitwertmessung des linken Quantenpunkts mit geerdetem Kontakt K13 (oben) bzw. geerdetem Kontakt 06 (unten).

Abbildung 6.8.: Zwei einzelne Messkurven aus den beiden nichtlinearen Messungen mit jeweils $U_{DL} = -1,8 \text{ V}$. Man beobachtet einen deutlichen Anstieg bei positiven sowie negativen Spannungen $U_{K06,K13}$.



deutlicher darzustellen, wurde aus beiden Messungen jeweils die Messkurve mit $U_{DL} = -1,8 \text{ V}$ selektiert, siehe Abbildung 6.8. Das Verhalten erinnert an das der ohmschen Kontakte aus Abbildung 5.5 in Kapitel 5.2.2. Die dort zu sehenden Widerstandspeaks entsprechen einer Senke im Leitwert. Betrachtet man jedoch die absoluten Werte, so fällt auf, dass dieses Verhalten hier stärker ausgeprägt ist. Dies liegt vermutlich an dem deutlich höheren Widerstand des Quantenpunkts. Die Analyse der Steigungen der Rautenbegrenzungen wird hierdurch erheblich erschwert. Mit Hilfe der Konturlinien lässt sich dennoch das Verhalten der Rauten abschätzen. Die Mittelpunkte der zentralen Rauten sind dank der Konturlinien deutlich zu erkennen. Auffallend ist jedoch, dass sich die zentralen Rauten im unteren Graph von Abbildung 6.7 für negativere Centergatepotentiale U_{DL} zu höheren Werten der angelegten Source-Drain-Spannung U_{K13} verschieben. Ein, wie im oberen Graph zu sehender, konstanter Spannungsoffset aufgrund des Messaufbaus ist bekannt, siehe Kapitel 4.2.2. Ein von der Centergatespannung abhängiger Offset wurde bisher jedoch nicht beobachtet. Auffällig ist, dass dieser Offset nur bei der Messung von einer Seite auftritt. Dies lässt vermuten, dass dieses Verhalten mit dem Kontakt K13 zusammenhängt. Im unteren Graph von Abbildung 6.7 ist knapp oberhalb von $U_{DL} = -1,77 \text{ V}$ ein Sprung in den Messdaten zu sehen. Dies weist auf eine geringfügige Veränderung der Konfiguration hin, bspw. durch eine Ladungsänderung einer sich in der Nähe befindenden Störstelle. Das Verhalten des Quantenpunkts ändert sich dadurch aber nicht.

Aus dem mittleren Abstand der Hauptrauten lässt sich direkt die Kapazität des linken Centergates DL berechnen. Man erhält:

$$\Delta U_{DL} = 21,3 \pm 0,7 \text{ mV} \quad (6.1)$$

$$C_{DL} \approx \frac{e}{\Delta U_{DL}} = 7,5 \pm 0,2 \text{ aF} \quad (6.2)$$

Des weiteren lässt sich mit den Steigungen der Rautenbegrenzungen die Koppelkapazität $C_{K06,K13}$ zum Kontakt, an den jeweils die Spannung angelegt wurde, und der

Konvertierungsfaktor α bestimmen:

$$C_{K06,K13} = -C_{DL} \cdot \frac{dU_{DL}^-}{dU_{K06,K13}} \quad (6.3)$$

$$\alpha_{K06,K13} = \left(\frac{dU_{DL}^+}{dU_{K06,K13}} - \frac{dU_{DL}^-}{dU_{K06,K13}} \right)^{-1} \quad (6.4)$$

Mit den Daten aus den beiden Messungen ergibt sich somit:

$$\begin{array}{cc} U_{K06} & U_{K13} \\ \frac{dU_{DL}^+}{dU_{K06}} = 45 \pm 11 & \frac{dU_{DL}^+}{dU_{K13}} = 49 \pm 12 \end{array} \quad (6.5)$$

$$\begin{array}{cc} \frac{dU_{DL}^-}{dU_{K06}} = -37 \pm 9 & \frac{dU_{DL}^-}{dU_{K13}} = -20 \pm 5 \end{array} \quad (6.6)$$

$$C_{K06} = 278,3 \pm 68,3 \text{ aF} \quad C_{K13} = 150,4 \pm 37,9 \text{ aF} \quad (6.7)$$

$$\alpha_{K06} = 0,012 \pm 0,002 \quad \alpha_{K13} = 0,014 \pm 0,003 \quad (6.8)$$

Für den Konvertierungsfaktor ergibt sich als Mittelwert der beiden Messungen:

$$\alpha = 0,013 \pm 0,004 \quad (6.9)$$

Dieser Wert ist eher klein, liegt aber im selben Bereich, der bereits in der Arbeitsgruppe beobachtet wurde [Die17]. Der Konvertierungsfaktor gibt den prozentualen Wert des Einflusses des Centergates auf den Quantenpunkt im Vergleich zu weiteren Einflüssen an. Betrachtet man die verwendete Geometrie in Abbildungen 6.1, sieht man, dass der Quantenpunkt gegenüber einem typischen Einzelquantenpunkt mehr Einflüssen ausgesetzt ist. Zum einen befinden sich durch den zweiten Quantenpunkt, das Trenngate und die Sensoren viele Gates in unmittelbarer Nähe zum Quantenpunkt. Zum anderen haben nicht nur die typischerweise vorhandenen Source- und Drain-Reservoirs einen Einfluss, sondern die zusätzlich durch das Trenngate entkoppelte Mesaseite hat ebenfalls einen Einfluss, der über eine kapazitive Kopplung berücksichtigt werden muss. Ein weiterer entscheidender Faktor, der zu diesem geringen Konvertierungsfaktor führt, ist, dass sich der Ladungsschwerpunkt des Quantenpunkts aufgrund des Winkels zwischen den Quantenpunkten von dem Centergate entfernt. Dies wird durch die Wahl der Gatespannungen noch weiter verstärkt. Damit die Sensoren möglichst sensibel auf das Verhalten des Quantenpunkts reagieren, wurde eine geringe Spannung des Trenngates nahe an der Definitionsstufe gewählt: $U_{TG} = -0,29 \text{ V}$. Die vergleichsweise deutlich stärker negative Spannung des Centergates im Bereich unter $U_{DL} = -1,5 \text{ V}$ verschiebt den Ladungsschwerpunkt weiter Richtung Trenngate. Der prozentual hohe Fehler des Konvertierungsfaktors ist auf die hohe Ungenauigkeit bei der Bestimmung der Steigungen der Rautengrenzen

zurückzuführen. Dies geht, wie bereits diskutiert, auf die Verschmierung der Rauten aufgrund des unerwarteten Anstiegs bei positiven sowie negativen Spannungen $U_{K06,K13}$ zurück, siehe Abbildung 6.8. Aufgrund der Schwierigkeiten bei der Auswertung wird im folgenden Kapitel 6.3.3 ein alternativer Ansatz zur Bestimmung des Konvertierungsfaktors verfolgt. Das dortige Ergebnis bestätigt den hier bestimmten Wert des Konvertierungsfaktors, was nahelegt, dass trotz der Verschmierung die Rautengrenzen mit ausreichender Genauigkeit bestimmt werden konnten.

Mit Hilfe des Konvertierungsfaktors kann die Gesamtkapazität des Quantenpunkts berechnet werden:

$$C_{\Sigma} = \frac{C_{DL}}{\alpha} = 576,9 \pm 178,2 \text{ aF} \quad (6.10)$$

Die Koppelkapazitäten der beiden Reservoirs machen demnach nahezu 75% der Gesamtkapazität aus. Im Vergleich dazu spielen die Gates eine untergeordnete Rolle. Für die Ladeenergie ergibt sich:

$$E_C = \frac{e^2}{C_{\Sigma}} = 277 \pm 86 \text{ } \mu\text{eV} \quad (6.11)$$

Dieser Wert ist wie der Wert des Konvertierungsfaktors eher klein, liegt aber in einem Bereich, den man für einen solchen Quantenpunkt erwartet [Kou+97].

6.3.3. Bestimmung der Elektronentemperatur

Ist der Konvertierungsfaktor α bekannt, kann aus der Form der Leitwertoszillationen die Temperatur des 2DEG berechnet werden. Wie in Kapitel 2.3.2 diskutiert, wird die Form der Leitwertoszillationen im klassischen Coulomb-Blockade-Regime in guter Näherung durch folgende Funktion beschrieben:

$$g_{\text{klass}}(U_g, T) \approx g_0 \cosh^{-2} \left(\frac{e\alpha(U_g - U_{\text{max}})}{2,5k_B T} \right) \quad (6.12)$$

Demnach wird die Halbwertsbreite der Peaks durch den Konvertierungsfaktor und die Temperatur bestimmt. Als Funktion für einen Fit der Messdaten dient eine Summe von mehreren \cosh^{-2} -Funktionen:

$$g_{\text{Fit}}(U_{DL}) = \sum_i a_i \cosh^{-2} \left(\frac{U_{DL} - c_i}{b_i} \right) \quad (6.13)$$

Vor allem in Bereichen, in denen zwischen den Leitwertpeaks die Grundlinie nicht erreicht wird, ist es wichtig, einen Fit über mehrere Leitwertoszillationen gleichzeitig durchzuführen. Dann kann durch einen Überlapp der Peakfunktionen der Offset der Minima der Leitwertoszillationen berücksichtigt werden. Würde man nur ein

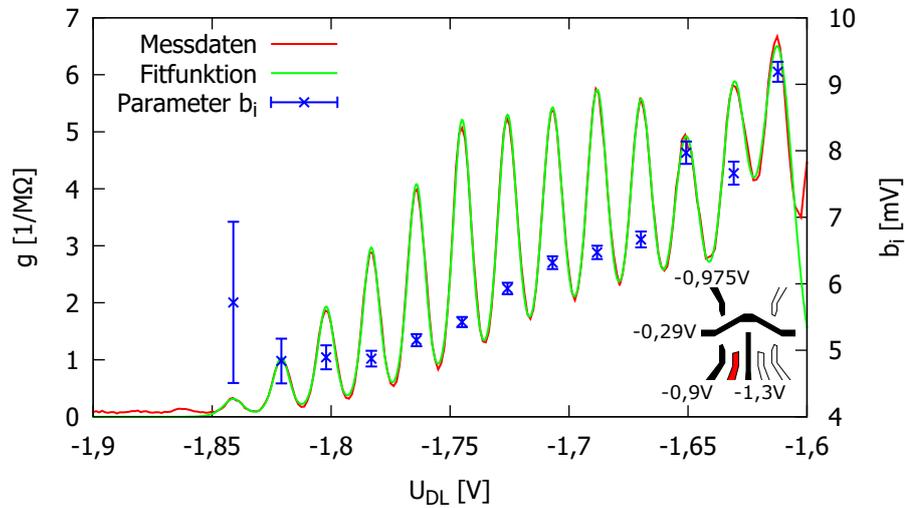


Abbildung 6.9.: Leitwertoszillationen mit Fitfunktion bestehend aus einer Summe von \cosh^{-2} -Funktionen. Der Parameter b_i ist ein Maß für die Halbwertsbreite.

einziges Maximum in diesem Bereich für einen Fit nutzen, würde man eine zu hohe Halbwertsbreite erhalten. In Abbildung 6.9 sind die Coulomb-Blockade-Oszillationen aus Abbildung 6.6 mit einer über 13 Oszillationen angepassten Fitfunktion zu sehen. Zusätzlich ist bei jedem Peak der Parameter b_i dargestellt. Dieser ist ein Maß für die Halbwertsbreite. Man sieht, dass der Parameter b_i des ersten und letzten berücksichtigten Peaks zu groß ist, da hier nur der Überlapp der Peakfunktionen von jeweils einer Seite durch die Fitfunktion berücksichtigt wird. Der große Fehler des Parameters b_1 des ersten Peaks geht in erster Linie auf die geringe Ausprägung des Peaks zurück. Generell fällt auf, dass der Parameter b_i und damit die Halbwertsbreite steigt, je größer der Leitwertoffset der Minima wird. Daraus lässt sich folgern, dass die Aufweichung der vollständigen Coulomb-Blockade nicht nur auf die Verbreiterung der Peaks zurückzuführen ist. Eine solche Modulation der Täler wurde auch von *T. Heinzel et al.* beobachtet und konnte auf eine entsprechende Modulation der Raten von Kotunnel-Prozessen zurückgeführt werden [Hei+95]. Demnach sind die Parameter b_i der Oszillationen im Bereich der vollständigen Coulomb-Blockade-Oszillationen, d.h. in einem Bereich, in dem die Minima keinen Leitwertoffset aufweisen, ein direktes Maß für die Halbwertsbreite, während die Parameter b_i der anderen Oszillationen aufgrund von Kotunnel-Prozessen vergrößert sind.

Um aus den Fitdaten die Temperatur zu berechnen, wird der Mittelwert des Parameters b_i der drei Peaks im Bereich von $U_{DL} = -1,83$ V bis $U_{DL} = -1,775$ V verwendet. Diese drei Oszillationen erreichen nahezu die Grundlinie, und der Parameter b_i zeigt

bei allen drei Peaks ein sehr konsistentes Verhalten. Da die Temperatur nur einer von mehreren möglichen Verbreiterungsmechanismen ist, erhält man zudem aus einer Abschätzung der geringsten Halbwertsbreite den realistischsten Wert. Für den Mittelwert ergibt sich:

$$b = 4,87 \pm 0,40 \text{ mV} \quad (6.14)$$

Vergleicht man die Gleichungen 6.12 und 6.13 miteinander, so erhält man für die Temperatur:

$$T = \frac{be\alpha}{2,5k_B} = 294 \pm 94 \text{ mK} \quad (6.15)$$

Diese Temperatur ist etwa 200 mK höher als die knapp 80 mK, die mittels des in Probennähe angebrachten Rutheniumoxid-Referenzwiderstands bestimmt wurden. Dies kann mehrere Ursachen haben. So bewirkt beispielsweise die für die Lock-In-Messung angelegte Spannung eine zusätzliche Verbreiterung, die einer Verbreiterung durch eine Temperatur von ungefähr 116 mK entspricht, siehe Kapitel 4.2.2. Zusätzlich können Störsignale über die Messleitungen Ströme induzieren, die aufgrund der hochohmigen Nanostruktur zu einer Erwärmung der Probe führen. Die hohe Unsicherheit der Temperatur ist auf die Probleme bei der Bestimmung des Konvertierungsfaktors zurückzuführen. Um das Ergebnis zu überprüfen, wird im Folgenden eine alternative Methode zur Bestimmung der Elektronentemperatur vorgestellt. Diese alternative Bestimmung der Temperatur ermöglicht auch eine alternative Berechnung des Konvertierungsfaktors.

Durch eine Wiederholung der Messung der Leitwertoszillationen bei unterschiedlichen Badtemperaturen kann die Temperatur bestimmt werden, unterhalb der keine Verringerung der Halbwertsbreite der Peaks mehr zu beobachten ist. Diese Temperatur entspricht der effektiven Probentemperatur. Da höhere Temperaturen die Wahrscheinlichkeit eines Sprungs der Probe, d.h. einer Umkonfiguration der Probe, deutlich verstärken, wurde diese Messung erst durchgeführt, nachdem alle weiteren Messungen abgeschlossen waren. Die Probe ist vor dieser temperaturabhängigen Messung bei einem Heliumtransfer in eine andere Konfiguration gesprungen. Diese neue Konfiguration zeichnet sich dadurch aus, dass der Pinch-Off, also das vollständige Schließen der Leitwertkanäle, von allen Gates tendenziell bei etwas weniger negativen Gatespannungen stattfindet. Aus diesem Grund musste die in Kapitel 6.3.1 beschriebene Suche nach einer guten Quantenpunktkonfiguration wiederholt werden. Aufgrund dieser anderen Konfiguration kann aus der temperaturabhängigen Messung der Coulomb-Blockade-Oszillationen nicht direkt der Konvertierungsfaktor α der ursprünglichen Konfiguration bestimmt werden. Aus der Messung kann aber die Elektronentemperatur bestimmt werden, die mit der Temperatur der ursprünglichen Messungen übereinstimmt. Aus der Elektronentemperatur und der ursprünglichen Kurvenform aus Abbildung 6.9 kann anschließend der Konvertierungsfaktor berechnet werden.

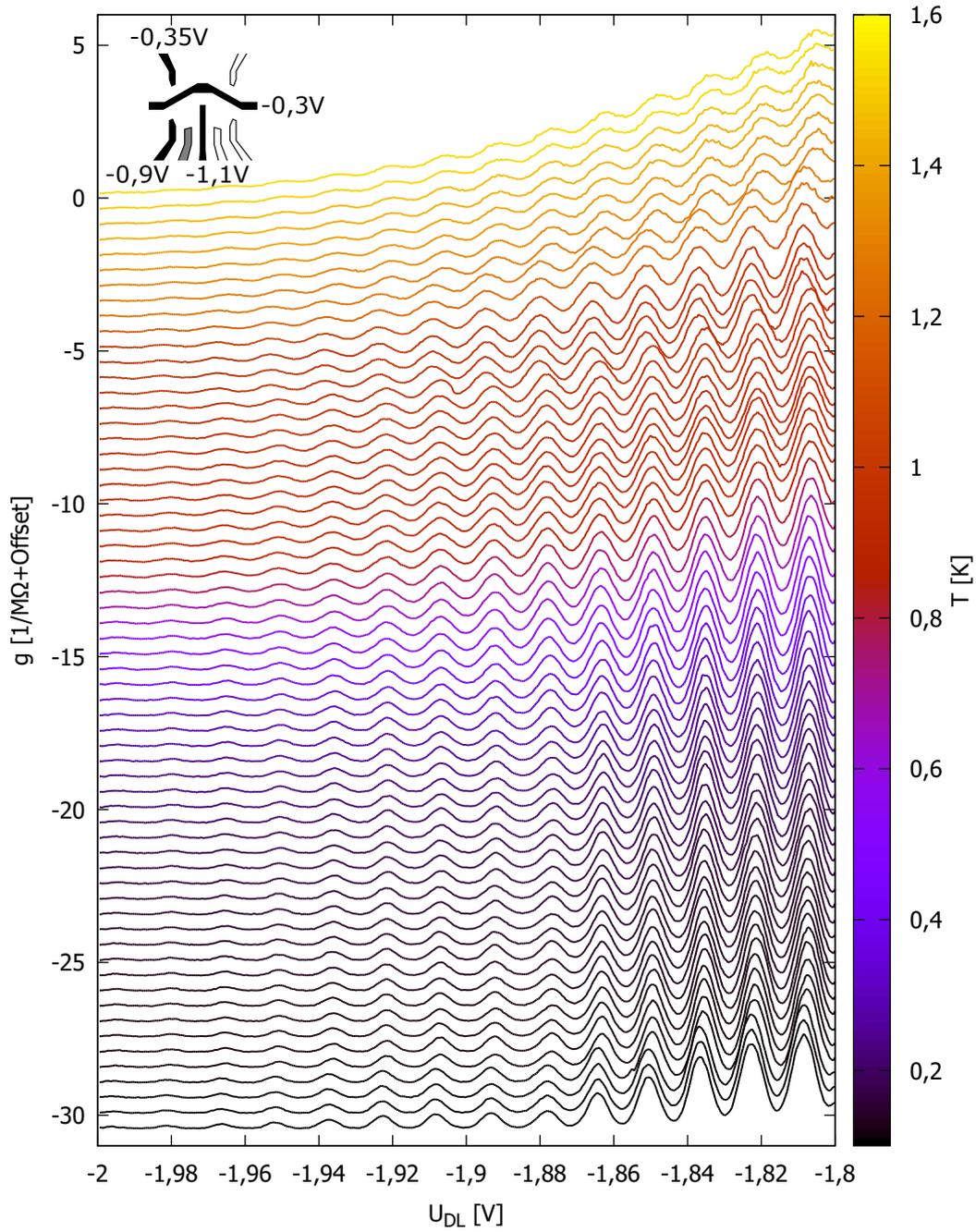


Abbildung 6.10.: Temperaturabhängigkeit der Coulomb-Blockade-Oszillationen. Zwischen den Kurven ist aus Darstellungsgründen jeweils ein Offset von $0,5 M\Omega^{-1}$.

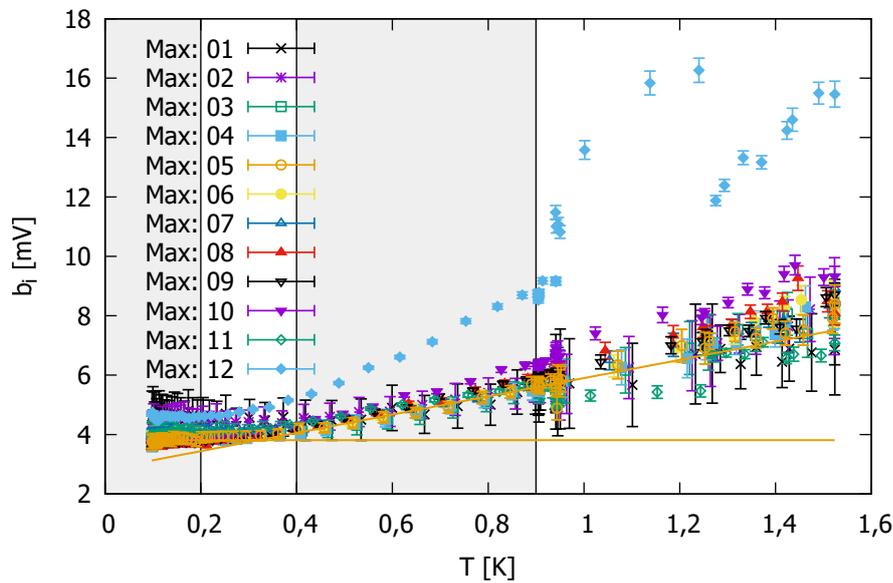


Abbildung 6.11.: Temperaturabhängigkeit des Parameters b_i . Die angegebenen Maxima beziehen sich auf Abbildung 6.10, *Max: 01* bezeichnet dabei die Peaks bei $U_{DL} = -1,966$ V.

In Abbildung 6.10 sind die Leitwertoszillationen bei Badtemperaturen zwischen 1,6 K und 0,1 K zu sehen. Vor allem bei höheren Temperaturen beobachtet man eine deutliche Veränderung der Ausprägung der Oszillationen bei einer Temperaturvariation. Für eine genaue Analyse wird auch hier an jede Kurve eine Summe aus 12 \cosh^{-2} -Funktionen angepasst, vgl. Gleichung 6.13. Anschließend kann der Parameter b_i , der ein Maß für die Halbwertsbreite der Peaks ist, gegenüber der Temperatur aufgetragen werden, siehe Abbildung 6.11. Die angegebenen Maxima beziehen sich auf Abbildung 6.10, wobei *Max: 01* dabei die gerade noch auflösbaren Peaks bei $U_{DL} = -1,966$ V bezeichnet. Man sieht, dass der Parameter b_i wie erwartet mit sinkender Temperatur kleiner wird und schließlich in Sättigung geht. Die Temperatur, unter der sich der Parameter b_i nicht weiter verringert, entspricht der effektiven Elektronentemperatur, die alle Verbreiterungsmechanismen berücksichtigt. Dies bedeutet, dass alle Verbreiterungsmechanismen zu einer Energieverbreiterung führen, die der thermischen Energie bei dieser Temperatur entspricht. Um diese Temperatur zu bestimmen, wurde für den Datensatz von jedem Maximum im Bereich zwischen 0,4 K und 0,9 K eine Gerade angepasst und die Werte unterhalb von 0,2 K wurden gemittelt. Die Bereiche wurden gewählt, da der Parameter b_i unterhalb von 0,2 K bereits deutlich in Sättigung gegangen ist und die Datensätze im Bereich zwischen 0,4 K und 0,9 K ein lineares Verhalten zeigen. Oberhalb von 0,9 K nimmt

das Rauschen signifikant zu. Aus dem Schnittpunkt der Geraden mit dem Mittelwert ergibt sich in guter Näherung die Temperatur, bei der der Parameter b_i in Sättigung geht. In Abbildung 6.11 ist dies exemplarisch durch die beiden orangenen Geraden für den Datensatz *Max: 05* dargestellt. Des Weiteren sind die Bereiche der Anpassung der Funktionen grau hinterlegt. Wie bereits diskutiert, ist der Parameter b_i für den jeweils ersten und letzten Peak aufgrund des fehlenden Einflusses weiterer benachbarter Peaks zu groß bzw. weist einen sehr großen Fehler auf, vgl. Abbildung 6.9. Aus diesen Gründen fließen die ermittelten Elektronentemperaturen von den Datensätzen *Max: 01* und *Max: 12* nicht in die weitere Auswertung ein. Mittelt man die Temperaturen der anderen Datensätze, erhält man:

$$T = 321 \pm 54 \text{ mK} \quad (6.16)$$

Dieser Wert stimmt gut mit dem bereits bestimmten Wert von $294 \pm 94 \text{ mK}$ überein, vor allem unter Berücksichtigung des Fehlerintervalls. Demnach entspricht dies der tatsächlichen Verbreiterung unter Berücksichtigung aller bereits diskutierten möglichen Störquellen. Mit der neu bestimmten Elektronentemperatur lässt sich für die ursprüngliche Quantenpunkt-Konfiguration aus Abbildung 6.9 mit dem dort bestimmten Parameter $b = 4,87 \pm 0,40 \text{ mV}$ der Konvertierungsfaktor berechnen:

$$\alpha = \frac{2,5k_B T}{eb} = 0,014 \pm 0,003 \quad (6.17)$$

Erwartungsgemäß stimmt auch der Konvertierungsfaktor gut mit dem zuvor bestimmten $\alpha = 0,013 \pm 0,004$ überein.

6.4. Passive Ladungssensoren

Die gewählte Probengeometrie mit einem Trenngate als gemeinsame Begrenzung eines Quantenpunkts und eines QPC auf gegenüberliegenden abgetrennten Seiten der Mesa, siehe Abbildung 6.1, ermöglicht es, den QPC als einen von der Quantenpunkt-messung unabhängigen Ladungssensor zu verwenden. Bei einer passiven Sensormessung wird die Gatespannung des Sensors während einer Messung konstant gehalten. Ladungsänderungen des Quantenpunkts führen zu einer Veränderung des lokalen elektrostatischen Potentials und dadurch auch zu einer Veränderung der Breite des als Sensor dienenden QPC. Diese Breitenvariationen lassen sich im Leitwert des QPC in Form von stufenförmigen Abflachungen detektieren, siehe Kapitel 6.4.1. Die Qualität der Ausprägung dieser Abflachungen hängt stark vom gewählten Bias-Punkt der Kennlinie des Sensors ab. So lassen sich beispielsweise auf einem Plateau des quantisierten Leitwerts des QPC keine Abflachungen beobachten. Natürlich hat die gewählte Bias-Spannung des Sensors auch einen Einfluss auf den Quantenpunkt.

In Kapitel 6.4.2 wird dies untersucht und anschließend in Kapitel 6.4.3 im Hinblick auf die Frage analysiert, ob die Messdaten nachträglich mathematisch korrigiert werden können, um den Einfluss der Bias-Spannung des Sensors zu eliminieren. Die Kenntnis über eine Korrekturfunktion ist vor allem für aktive Sensormessungen entscheidend, da sich dort die Gatespannung des Sensors ständig ändert und somit auch der Einfluss des Sensors auf den Quantenpunkt innerhalb einer Messung variiert, siehe Kapitel 2.4 bzw. Kapitel 6.5. In Kapitel 6.4.4 wird abschließend eine Spektralanalyse der gemessenen Quantenpunkt Konfigurationen durchgeführt.

6.4.1. Wahl des Bias-Punkts des Sensors

Die Wahl eines geeigneten Bias-Punkts für passive sowie aktive Sensormessungen unterliegt einigen Rahmenbedingungen. Aufgrund der hohen Messdauer von aktiven Sensormessungen sollte sich der Bias-Punkt in einem möglichst stabilen Bereich der Sensorkennlinie befinden. Etwaige Fluktuationen des Sensorleitwerts, bspw. ausgelöst durch die Umladung einer Störstelle, würden die Messergebnisse stark verfälschen. Aus demselben Grund sollte die Kennlinie in diesem Bereich ein möglichst geringes Rauschen aufweisen. Bei einem Random Telegraph Noise [Cob+92], das bei vorangegangenen Proben häufig beobachtet wurde, ist zumindest eine aktive Sensormessung undenkbar. Während passive Sensormessungen auch bei einer ausgeprägten Hysterese des Sensors unter Umständen durchgeführt werden können, ist die Durchführung einer aktiven Sensormessung bei einer Hysterese ebenfalls nicht möglich. Da die Sensorkennlinie dieser Probe aber sehr stabil ist, keine Sprünge, kein Rauschen und keine Hysterese aufweist, muss bei der Wahl des Bias-Punkts auf diese Eigenschaften keine besondere Rücksicht genommen werden. Weiterhin sollte der Kennlinienabschnitt des Sensors im Bereich des Bias-Punkts ein streng monotonen Verhalten zeigen. Dies gewährleistet die bijektive Abhängigkeit der Sensordaten von der Quantenpunktladung.

Die Sensitivität des Sensors hängt ebenfalls von der Wahl der Bias-Spannung ab. Offensichtlich reagiert der Sensor unempfindlich, wenn sich sein Leitwert auf einem Plateau befindet. Entsprechend erwartet man die höchste Sensitivität an den Stellen der größten Steigung. In Abbildung 6.12 ist der Leitwert des Sensors in Abhängigkeit der Centergatespannung des Quantenpunkts dargestellt. Jede Kurve wurde bei einer konstanten Sensorspannung U_{SL} , also einem festen Bias-Wert, aufgenommen. Die generelle Steigung ergibt sich aus dem direkten kapazitiven Einfluss des Centergates DL auf den Sensor. Eine Ladungsänderung des Quantenpunkts äußert sich durch das Abflachen des Sensorleitwerts. Ein zusätzliches Elektron im Quantenpunkt verkleinert die Kanalbreite des Sensors, was die Verbreiterung aufgrund des positiver werdenden Centergates kompensiert und somit zu einer Abflachung des Leitwerts führt. Wie man sieht, hängt die Ausprägung dieser stufenförmigen Abflachungen

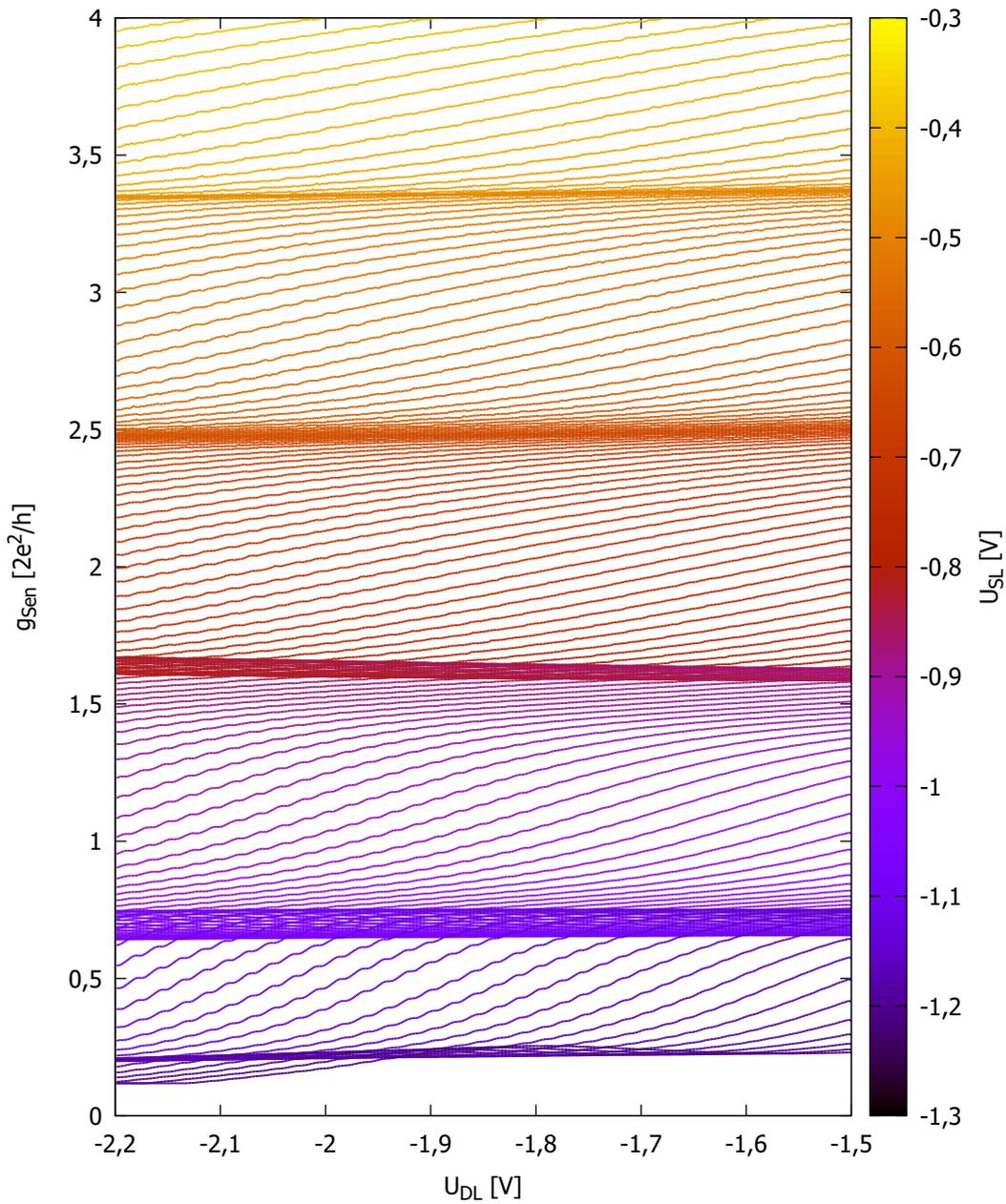


Abbildung 6.12.: Leitwert des Sensors in Abhängigkeit von der Centergatespannung des Quantenpunkts U_{DL} und der Sensorspannung U_{SL} . Ladungsänderungen des Quantenpunkts zeigen sich in Form von stufenförmigen Abflachungen des Sensorleitwerts.

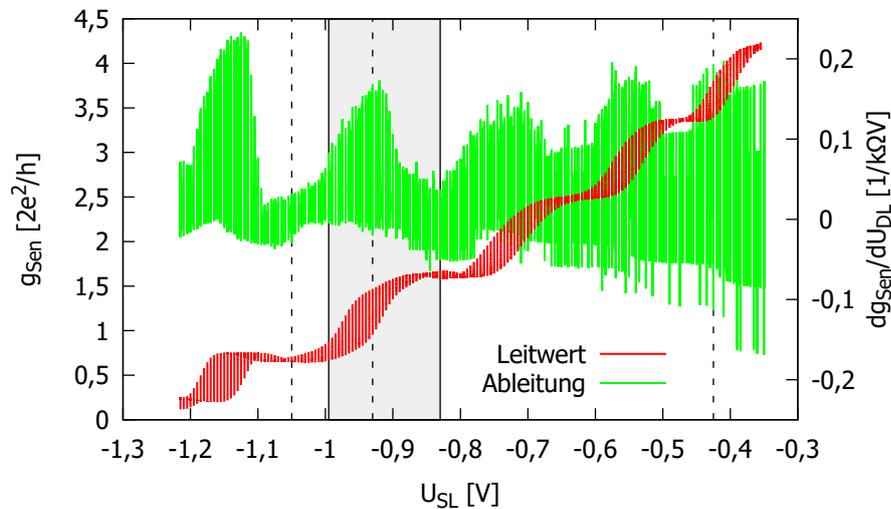


Abbildung 6.13.: Projektion des Leitwerts des Sensors und dessen Ableitung. Jeder Balken entspricht dem Abstand von Maximum und Minimum des Leitwerts bzw. der Ableitung des Leitwerts, wenn das Centergate zwischen $U_{DL} = -1,5\text{ V}$ und $U_{DL} = -2,2\text{ V}$ variiert wird.

von dem Leitwert des Sensors und somit auch von der Bias-Spannung des Sensors ab. Bei einem hohen Leitwert des Sensors tragen mehrere Leitungsmoden zum Leitwert bei. Ein zusätzliches Elektron auf dem Quantenpunkt moduliert aber nur die Besetzung der energetisch höchsten besetzten Leitungsmode, während der Beitrag der anderen Moden zum Leitwert des Sensors unverändert bleibt. Bei einem niedrigen Leitwert sind entsprechend weniger Leitungsmoden besetzt, wodurch die Modulation der Besetzung einer Leitungsmode einen prozentual größeren Einfluss auf den Leitwert des Sensors hat. Dadurch sind die stufenförmigen Abflachungen bei niedrigen Leitwerten des Sensors, was negativeren Bias-Spannungen entspricht, stärker ausgeprägt. Weiterhin fällt in Abbildung 6.12 auf, dass die Ausprägung der stufenförmigen Abflachungen mit einer negativeren Centergatespannung U_{DL} zunimmt. Aufgrund dessen, dass die Minima der Coulomb-Blockade-Oszillationen bei positiveren Centergatespannung U_{DL} einen Leitwertoffset aufweisen, siehe bspw. Abbildung 6.9, ist in diesem Bereich die Ladungsquantisierung durch den ständigen Stromfluss über den Quantenpunkt aufgeweicht. Es lassen sich in diesem Bereich entsprechend keine bzw. lediglich weniger stark ausgeprägte Abflachungen im Sensorleitwert beobachten. Ein weiterer Grund für die Zunahme der Sensitivität des Sensors für negativere Centergatespannung U_{DL} ist, dass mit einer negativeren Centergatespannung U_{DL} der Ladungsschwerpunkt des Quantenpunkts in Richtung Trenngate und somit in Richtung des Sensors verschoben wird.

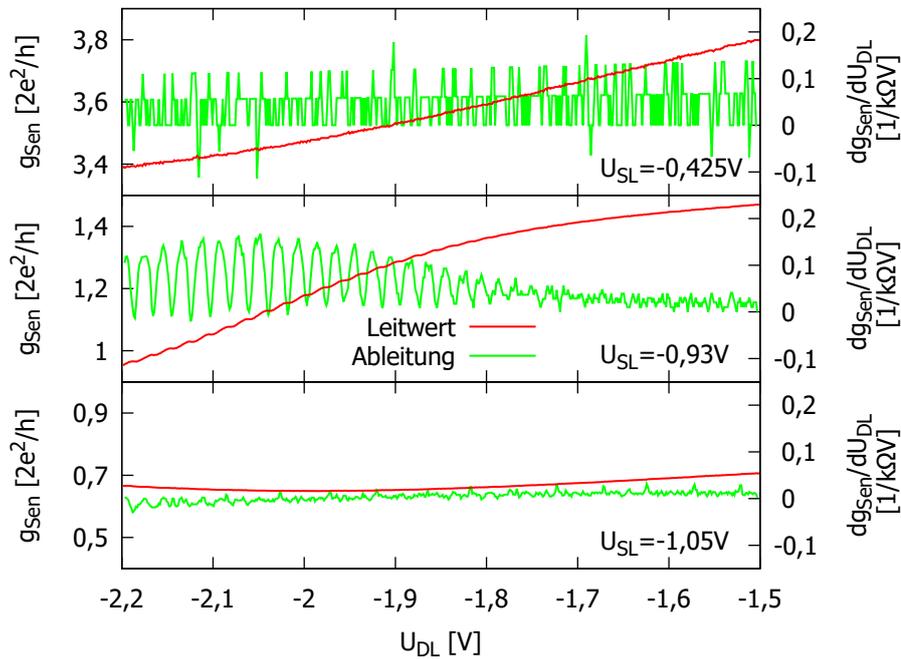


Abbildung 6.14.: Leitwert des Sensors samt Ableitung für drei Werte der Sensorspannung U_{SL} . Die Werte von U_{SL} entsprechen den in Abbildung 6.13 gestrichelt eingezeichneten Linien.

Auch mit Hilfe von Abbildung 6.13 lässt sich die Sensitivität des Sensors in Abhängigkeit der Bias-Spannung U_{SL} beurteilen. Dort ist die Projektion der Kurven aus Abbildung 6.12 in Form von roten Balken dargestellt. Der untere Punkt jedes Balkens entspricht dabei dem Minimum des Leitwerts für alle Werte von U_{DL} bei konstantem U_{SL} . Analog entspricht der obere Punkt jedes Balkens dem Maximum. Prinzipiell stellt die Länge der Balken ein Maß dafür dar, wie stark der Leitwert auf die Veränderung der Centergatespannung U_{DL} reagiert. Aus dieser Darstellung geht aber nicht direkt hervor, wie stark die Stufen aufgrund der Ladungsänderung des Quantenpunkts ausgeprägt sind. Dazu ist es sinnvoller, die Ableitung des Leitwerts zu betrachten. Für die Bildung der Ableitung wurde zunächst über jeweils drei Datenpunkte gemittelt, um das Rauschen zu reduzieren. Jeder der grünen Balken entspricht wieder einer Kurve aus Abbildung 6.12, wobei die Länge der Balken hier durch das Minimum und Maximum der Ableitung einer Kurve gegeben ist. Man erkennt eine deutliche Modulation der Sensitivität in Abhängigkeit der Sensorspannung U_{SL} . Vor allem bei negativeren Werten der Sensorspannung erkennt man in der Ableitung deutliche Unterschiede zwischen den Bereichen der Leitwertplateaus, bei

denen die Sensitivität äußerst gering ist, und den Bereichen zwischen den Plateaus, die äußerst sensitiv reagieren. Bei positiveren Sensorspannungen nimmt das Rauschen stark zu, da die verwendete Vierpunktmessung auf niedrige Leitwerte optimiert war. Zur leichteren Interpretation sind die Kurven der drei durch gestrichelte Linien markierten Werte in Abbildung 6.14 dargestellt. Bei der oberen Darstellung sieht man deutlich das durch die Messtechnik bedingte, große Rauschen in der Ableitung. Bei der mittleren Darstellung lässt sich im Leitwert die stufenförmige Abflachung erkennen und man sieht deutliche Oszillationen der Ableitung, deren Minima den Umladungspositionen des Quantenpunkts entsprechen. In der unteren Darstellung sieht man, dass der Sensor im Bereich eines Leitwertplateaus nicht auf Ladungsänderungen reagiert. Zudem sieht man hier das deutlich geringere Rauschen im Vergleich zur obersten Darstellung. Betrachtet man die absoluten Werte der Ableitung in der mittleren Darstellung, sieht man, dass die Maximalwerte durch die Oszillationen bestimmt werden. Deshalb ist, unterhalb eines Grenzwerts der Sensorspannung mit ausreichend kleinem Rauschen, die Balkenlänge der Ableitung in Abbildung 6.13 ein gutes Maß für die tatsächliche Sensitivität des Sensors bezogen auf Umladungen des Quantenpunkts.

Bei näherer Betrachtung fällt auf, dass die maximale Sensitivität bei Sensorspannungen, bei denen sich der Leitwert knapp unterhalb eines Leitwertplateaus befindet, auftritt. Erwartet hätte man ein Maximum der Sensitivität genau zwischen zwei Leitwertplateaus. Die Abweichung von einem idealen Verhalten ist allerdings nicht überraschend, da bereits die QPC-Kennlinie des Sensors SL von einer idealen QPC-Kennlinie abgewichen ist, siehe Kapitel 6.2.

Der in Abbildung 6.13 grau hinterlegte Bereich gibt den maximalen Bereich an, in dem in weiteren Sensormessungen die Sensorspannung U_{SL} variiert wird. Obwohl die Sensitivität unterhalb des ersten Leitwertplateaus noch größer ist, fiel die Wahl der Bias-Spannungen auf den markierten Bereich zwischen dem ersten und zweiten Leitwertplateau. Aufgrund der 0,7-Stufe, die bei dieser Probe eher bei $0,2 \cdot 2e^2/h$ auftritt, ist der sensitive Bereich zwischen dem ersten und zweiten Leitwertplateau weiter ausgedehnt als zwischen der 0,7-Stufe und dem ersten Leitwertplateau.

Um die exakten Umladungspositionen des Quantenpunkts aus den Sensordaten zu bestimmen, ist es sinnvoll, zwischen direktem Einfluss der Centergatespannung des Quantenpunkts und Einfluss aufgrund der Umladung des Quantenpunkts zu unterscheiden. Die folgenden Betrachtungen beziehen sich dabei auf den sensitiven Bereich zwischen zwei Leitwertplateaus. Erhöht man die Centergatespannung des Quantenpunkts, wird der Leitwertkanal des Sensors breiter, was zu einer Erhöhung des Sensorleitwerts führt. Kann aufgrund der Erhöhung der Centergatespannung ein weiteres Elektron den Quantenpunkt besetzen, sinkt der Sensorleitwert bzw. flacht ab, da der Leitwertkanal aufgrund der elektrostatischen Verdrängung durch das zusätzliche Elektron kleiner wird. In der Ableitung des Sensorleitwerts treten

demnach Minima an den Umladungspositionen des Quantenpunkts auf. Der direkte Einfluss der Centergatespannung kann prinzipiell durch lineare Fits der Bereiche zwischen den Abflachungen bestimmt und durch Subtraktion herausgerechnet werden. Dies ist bei der Bestimmung der Umladungspositionen aus den Positionen der Minima der Ableitung jedoch nicht nötig, da diese lineare Korrektur nur die absoluten Werte der Ableitung ändern würde, jedoch nicht die Positionen der Minima der Ableitung. Die Methode, die Umladungspositionen aus den Minima der Ableitung des Sensorleitwerts zu bestimmen, wurde beispielsweise von *D. Sprinzak et al.* und *J. M. Elzerman et al.* verwendet [Spr+02; Elz+03].

Abbildung 6.15 zeigt im oberen Graph die Ableitung aller Leitwertkurven aus Abbildung 6.12. Die grau gestrichelten Linien geben den Bereich an, in dem die Sensorspannung maximal bei folgenden Sensormessungen variiert wird. Mit schwarzen Punkten sind die Positionen der Minima, die den Umladungspositionen des Quantenpunkts entsprechen, eingezeichnet. Wie bereits diskutiert, ist die Bestimmung der Umladungspositionen nur für die sensitiven Bereiche zwischen den Leitwertplateaus sowie für ausreichend negative Spannungen U_{SL} und U_{DL} möglich. Man sieht, dass sich die Umladungspositionen für negativere Sensorspannungen in Richtung positiverer Centergatespannungen des Quantenpunkts verschieben. Dies erwartet man, da der Sensor als zusätzliches Gate auf den Quantenpunkt wirkt. Dieses zusätzliche Gate muss in der Energiebetrachtung des Quantenpunkts berücksichtigt werden. In Gleichung 2.29 sieht man den Einfluss des Centergates auf das chemische Potential des Quantenpunkts. Analog dazu beeinflusst der linke Sensor das chemische Potential gemäß:

$$\Delta\mu_{\text{dot}} = -e \frac{C_{\text{SL}}}{C_{\Sigma}} \Delta U_{\text{SL}} \quad (6.18)$$

Man erwartet demnach eine lineare Abhängigkeit von der Sensorspannung. Bei genauer Betrachtung fällt jedoch auf, dass die Verschiebung der Umladungspositionen aufgrund der Sensorspannung eher einen parabelförmigen Verlauf zeigt, siehe auch Abbildung 6.16. Dies geht darauf zurück, dass sich die Größe des Quantenpunkts mit der Sensorspannung ändert und sich somit auch die kapazitive Kopplung zwischen Sensor und Quantenpunkt in Abhängigkeit der Sensorspannung verändert. Im unteren Graph in Abbildung 6.15 sind die Spannungsabstände $\Delta U_{\text{DL},N} = U_{\text{DL},N} - U_{\text{DL},N-1}$ der Umladungspositionen dargestellt. Das stärkere Rauschen der Werte zwischen dem zweiten und dritten Leitwertplateau geht auf die niedrigere Sensitivität und das höhere Grundrauschen des Leitwerts in diesem Bereich zurück. Die zu beobachtende Vergrößerung des Spektralabstands bei negativere Centergatespannungen U_{DL} hängt damit zusammen, dass sich die kapazitive Kopplung zwischen Gate und Quantenpunkt mit der Quantenpunktgröße verändert [Siv+96]. Dieses Verhalten lässt sich auch für negativere Sensorspannungen U_{SL} erahnen. Das Spektrum des Quantenpunkts wird in Kapitel 6.4.4 genauer analysiert.

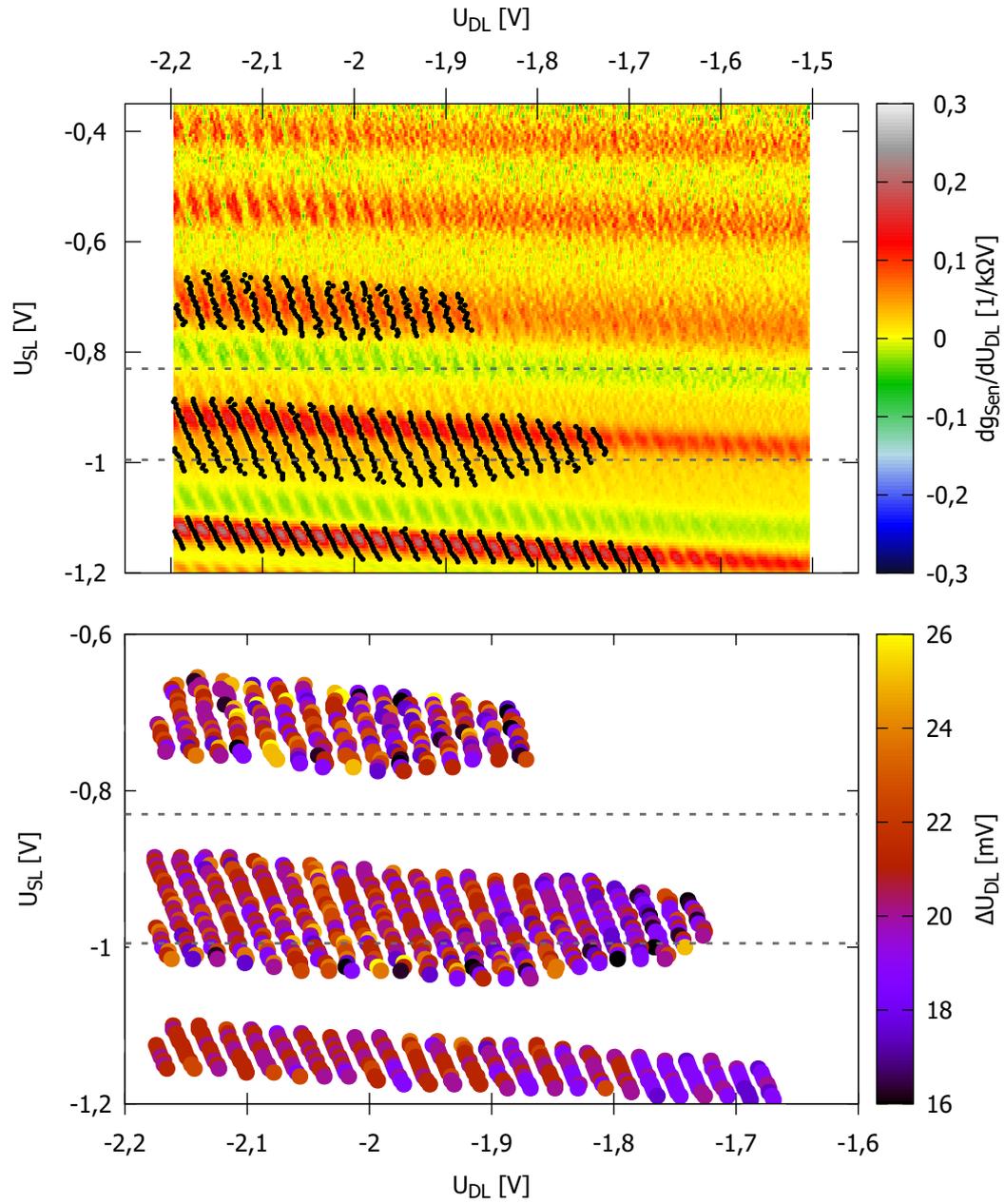


Abbildung 6.15.: Ableitung des Sensorleitwerts mit schwarz markierten Minima der Ableitung, die den Umladungspositionen des Quantenpunkts entsprechen. Unten ist das Spektrum in Form der Abstände zwischen den Umladungspositionen dargestellt.

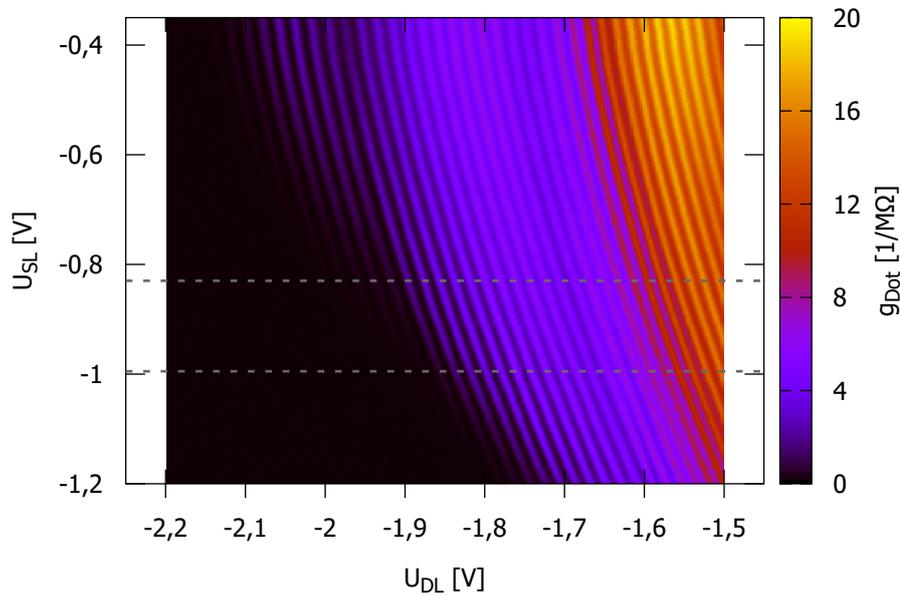


Abbildung 6.16.: Abhängigkeit der Coulomb-Blockade-Oszillationen von der Sensorspannung U_{SL} . Die grau gestrichelten Linien geben den Bereich an, in dem in folgenden Sensormessungen die Sensorspannung variiert wird.

6.4.2. Einfluss der Sensorspannung auf die Coulomb-Blockade-Oszillationen

Der Einfluss der Sensorspannung auf den Quantenpunkt kann direkt gemessen werden. Dazu wird eine Messung von Coulomb-Blockade-Oszillationen bei unterschiedlichen Spannungen des Sensorgates wiederholt. Das Ergebnis ist in Abbildung 6.16 zu sehen. Man sieht deutlich, dass sich die Leitwertoszillationen bei negativeren Gatespannungen des Sensors U_{SL} zu höheren Spannungen des Centergates U_{DL} verschieben. Dies entspricht dem bereits im vorangegangenen Kapitel 6.4.1 diskutierten erwarteten Verhalten, da beide Gates das chemische Potential des Quantenpunkts beeinflussen.

Um den Einfluss der Sensorspannung auf die Leitwertoszillationen genau zu analysieren, wird zunächst für jeden Wert von U_{SL} eine Summe von \cosh^{-2} -Funktionen an die Coulomb-Blockade-Peaks angepasst. Aufgrund der großen Anzahl an Leitwertoszillationen bei weniger negativen Werten von U_{SL} ist es hier nicht sinnvoll, alle Peaks auf einmal anzupassen. Da für die einzelnen Peakformen aber der Überlapp der benachbarten Peaks entscheidend ist, wird ein Fit immer über 5 Peaks durchgeführt, wobei aber nur die Parameter des mittleren Peaks ausgewertet werden. Die

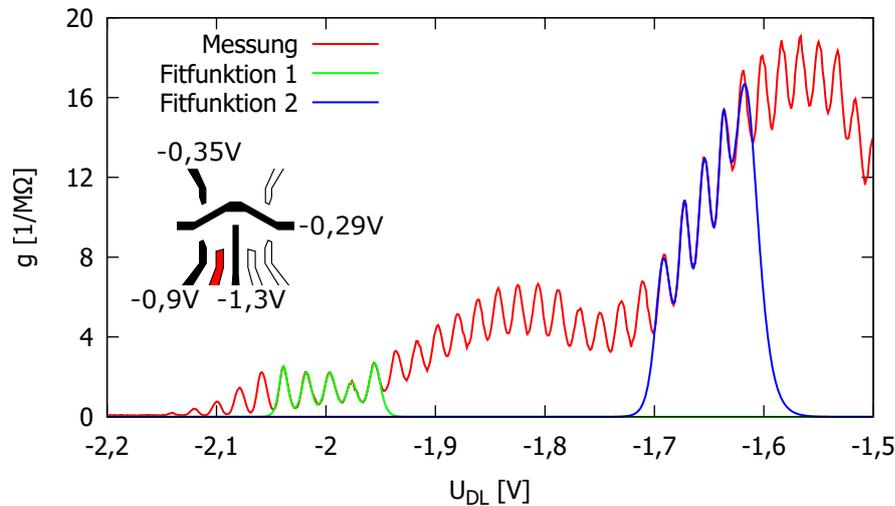


Abbildung 6.17.: Coulomb-Blockade-Oszillationen mit Fit über 5 Oszillationen an zwei verschiedenen Positionen. Die Qualität der Anpassung hängt vom Offset der Oszillationen ab.

Fitfunktion für den N -ten Peak lautet demnach:

$$g_{\text{Fit}}(U_{\text{DL}}, N) = \sum_{i=N-2}^{N+2} a_i \cosh^{-2} \left(\frac{U_{\text{DL}} - c_i}{b_i} \right) \quad (6.19)$$

Von dieser Fitfunktion werden anschließend nur die Parameter a_N , b_N und c_N gespeichert, bevor anschließend ein neuer Fit für den Peak $N^* = N + 1$ durchgeführt wird. Auf diese Weise geht in die gespeicherten Fitergebnisse immer der Überlapp von jeweils zwei benachbarten Peaks links und rechts von dem mittleren Peak ein. In Abbildung 6.17 sind die Leitwertoszillationen für $U_{\text{SL}} = -0,35$ V mit zwei Fitfunktionen an unterschiedlichen Positionen zu sehen. Betrachtet man die grün eingezeichnete Fitfunktion bei Leitwertoszillationen, deren Minima nahezu keinen Offset aufweisen, sieht man, dass alle fünf Peaks sehr gut durch die Fitfunktion moduliert werden. In diesem Bereich wäre es nicht unbedingt nötig gewesen, für die Fitparameter des mittleren Peaks vier weitere Peaks zu berücksichtigen. Betrachtet man hingegen die blau eingezeichnete Fitfunktion, sieht man, dass vor allem die beiden äußeren Peaks nicht ganz korrekt durch die Fitfunktion nachgebildet werden. Aufgrund des hohen Offsets der Minima der Oszillationen im Bereich der blau eingezeichneten Fitfunktion ist hier die Überlappung der Peaks entscheidend für die einzelnen Peakformen. Wie man sieht, werden die drei mittleren Peaks erheblich besser nachgebildet. Vor allem für den zentralen Peak stimmt die Fitfunktion perfekt

mit den Messdaten überein. Diese Anpassung wird iterativ für alle Peaks und für alle Sensorspannungen U_{SL} durchgeführt. Insgesamt ergibt sich somit ein Datensatz für 4336 angepasste Peaks.

Der hier durchgeführte vollständige Fit aller Oszillationen ermöglicht eine umfassende Analyse des Einflusses der Sensorspannung auf die Kurvenform der Oszillationen. Beispielsweise wird im Folgenden untersucht, ob die Sensorspannung einen Einfluss auf die Peakbreite hat. Der vollständige Fit liefert zudem die exakte Peakposition jeder Oszillation, wodurch sich Aussagen über den Einfluss der Sensorspannung auf das Spektrum des Quantenpunkts treffen lassen. Die resultierenden Fitparameter a_N und b_N aus der Gleichung 6.19 sowie der Abstand der Peaks $\Delta c_N = c_N - c_{N-1}$ sind in Abbildung 6.18 zu sehen. Die Position, an der die einzelnen Datenpunkte eingezeichnet sind, entspricht der Position des Maximums des jeweiligen Peaks. Aus Darstellungsgründen sind nur die Daten für jeden dritten Wert der Sensorspannung U_{SL} eingezeichnet. Aufgrund der großen Datenmenge ist die Abbildung trotzdem aussagekräftig.

Im oberen Graph sieht man, dass die Peakhöhe sowohl mit einer negativeren Centergatespannung U_{DL} als auch mit einer negativeren Sensorspannung U_{SL} abnimmt, wenn die jeweils andere Spannung konstant bleibt. Dieses Verhalten ist zu erwarten, da der Sensor ein zusätzliches, an den Quantenpunkt kapazitiv gekoppeltes Gate darstellt. Ein negatives Potential des Sensors kann durch ein positives Potential des Centergates kompensiert werden, was zu der parabelförmigen Verschiebung der Umladungspositionen führt. Entlang der entstehenden Parabeln beobachtet man nahezu keine Variation der Peakhöhe, außer bei den letzten noch detektierbaren Leitwertpeaks. Hier sinkt die Peakhöhe mit einer negativeren Sensorspannung U_{SL} . Dies lässt sich darauf zurückführen, dass die Sensorspannung auch einen Einfluss auf die Kopplung zwischen dem Quantenpunkt und den Reservoirs hat. Senkrecht zu den Parabeln lässt sich ebenfalls die erwartete Abnahme der Peakhöhe mit negativeren Gatespannungen beobachten. Diese Richtung entspricht einer Kopplung des Centergates mit dem Sensorgate zu einem effektivem Gate.

Im mittleren Graph ist der Parameter b_N dargestellt. Dieser ist im Bereich der vollständigen Coulomb-Blockade ein direktes Maß für die Halbwertsbreite der Peaks. Es lässt sich dasselbe generelle Verhalten beobachten, das auch bei der bereits durchgeführten Anpassung beobachtet wurde, vgl. Abbildung 6.9. Die Peakbreite nimmt mit negativeren Gatespannungen ab, da der Leitwertoffset der Minima der Coulomb-Blockade-Oszillationen abnimmt. Auch hier zeigen das Centergate DL und der Sensor SL einen unterschiedlich starken, aber von der Auswirkung vergleichbaren Einfluss auf den Quantenpunkt. Für stark negative Werte der Spannungen U_{DL} und U_{SL} nimmt das Rauschen der Halbwertsbreite zu. Vor allem im Bereich um $U_{\text{DL}} = -2,0 \text{ V}$ und $U_{\text{SL}} = -0,8 \text{ V}$ tritt dies deutlich in Erscheinung. Dieses stärkere Rauschen resultiert aus der sehr geringen Peakhöhe, was das Signal-Rausch-Verhältnis des

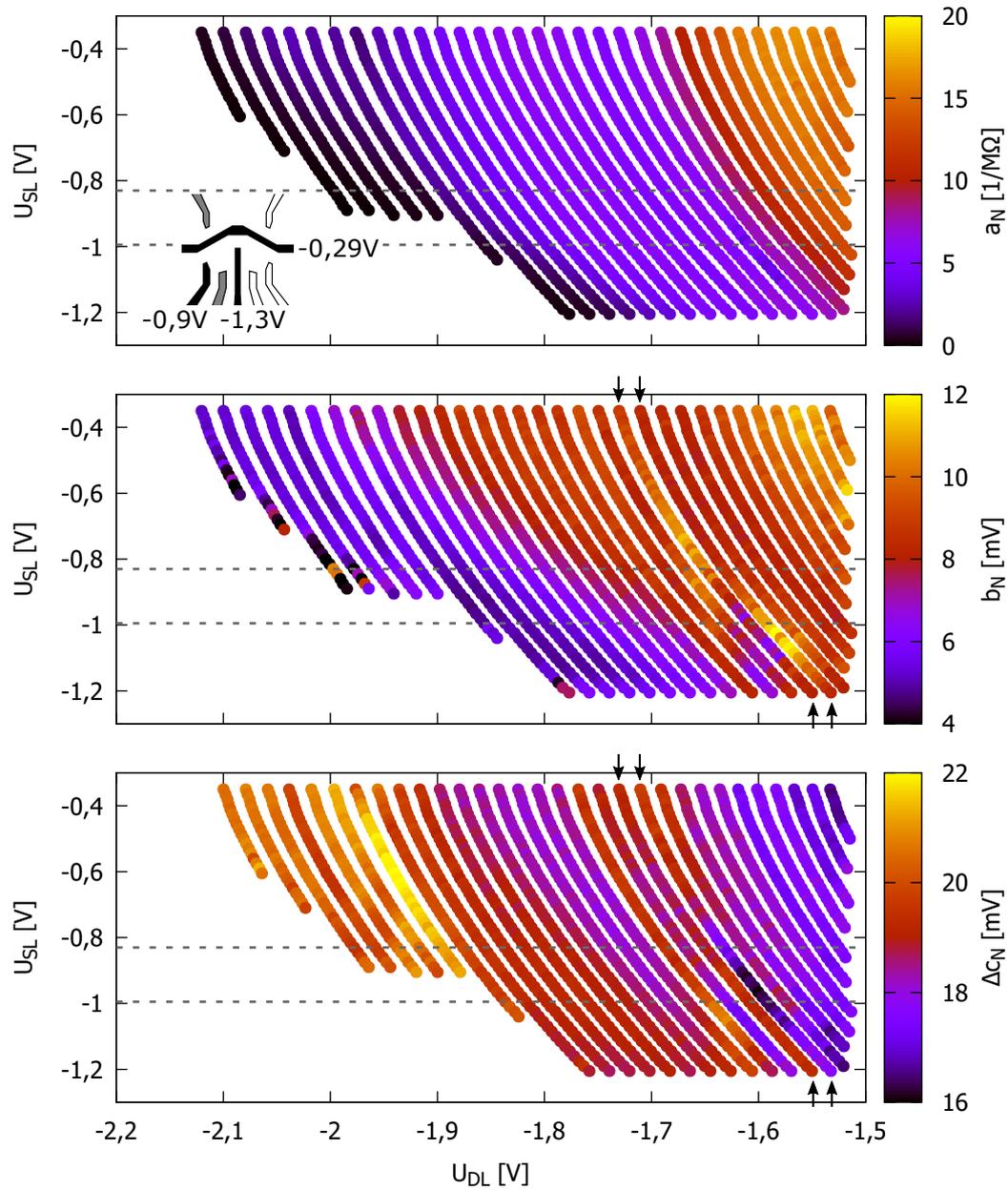


Abbildung 6.18.: Resultierende Fitparameter a_N , b_N sowie Abstand Δc_N der Coulomb-Blockade-Peaks der Messung des Einflusses der Sensorspannung auf die Peaks. Die Positionen der Daten entsprechen den Positionen der Maxima der jeweiligen Peaks.

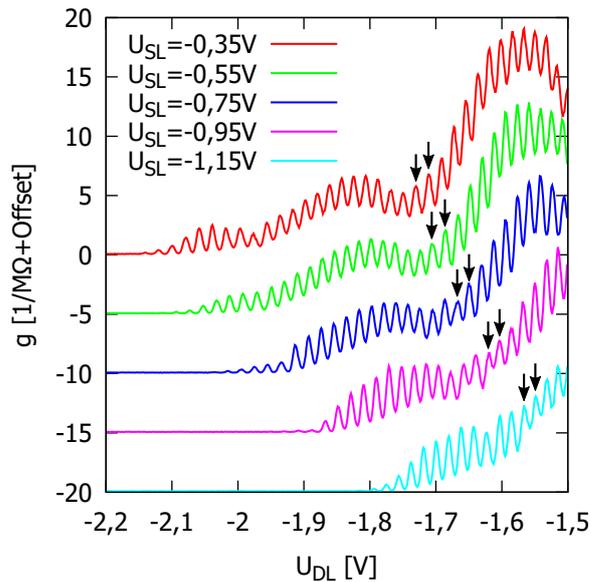


Abbildung 6.19.: Coulomb-Blockade-Oszillationen in Abhängigkeit der Sensorspannung. Zur besseren Darstellung ist zwischen den Kurven ein Offset von $5 \text{ M}\Omega^{-1}$. Die Pfeile markieren dieselben Peaks, die aufgrund der negativeren Sensorspannung verschoben werden. Sie entsprechen den markierten Peaks aus Abbildung 6.18.

Leitwerts deutlich verschlechtert. Deshalb beobachtet man dieses stärkere Rauschen hauptsächlich bei den letzten noch detektierbaren Leitwertpeaks. Verfolgt man die beiden mit einem Pfeil markierten Peaks entlang der Verschiebung aufgrund der Sensorspannung, kann man eine von der Sensorspannung abhängige Veränderung der Peakbreite beobachten. Während der linke Peak in Richtung einer negativeren Sensorspannung schmaler wird, wird der rechte Peak breiter. Bei stark negativen Sensorspannungen nähern sich beide Peaks wieder ihrer ursprünglichen Breite an. In Abbildung 6.19 sind die Leitwertoszillationen für fünf verschiedene Werte der Sensorspannung dargestellt und diese beiden Peaks ebenfalls mit Pfeilen markiert. Betrachtet man die oberste Kurve mit $U_{\text{SL}} = -0,35 \text{ V}$, sieht man, dass die Täler der Oszillationen einen Offset aufweisen, der durch zwei breite Peaks moduliert wird. Die zwei markierten Coulomb-Blockade-Oszillationen befinden sich genau im Übergang der zwei breiten Modulationspeaks. Die Kurvenform dieses Offsets hängt mit den Raten von Kotunnel-Prozessen zusammen [Hei+95]. Vergleicht man die fünf dargestellten Kurvenformen miteinander, sieht man, dass sich das Verhalten der breiten Modulationspeaks und demnach die Raten der Kotunnel-Prozesse mit der Sensorspannung verändern. Dies ist zu erwarten, da die Sensorspannung nicht nur einen Einfluss auf den Quantenpunkt selber, sondern auch einen Einfluss auf die Kopplungsstärke des Quantenpunkts zu den Reservoirs ausübt. Bei negativeren Sensorspannungen beginnen die beiden Modulationspeaks zu einem breiteren Modulationspeak zu verschmieren. Diese Veränderung des Offsets hat einen Einfluss auf die Peakbreite der Coulomb-Blockade-Oszillationen. Bei genauerer Betrachtung lässt sich dieses Verhalten auch bei weiteren Coulomb-Blockade-Peaks neben den

mit den Pfeilen markierten Peaks erkennen. Diese Peaks befinden sich ebenfalls im Übergangsbereich der zwei breiten Modulationspeaks.

Betrachtet man das Spektrum des Quantenpunkts, das im unteren Graph der Abbildung 6.18 dargestellt ist, sieht man dasselbe generelle Verhalten wie bereits bei den beiden anderen Fitparametern. Der Sensor fungiert als zusätzliches Gate, so dass für negativere Spannungen U_{DL} oder U_{SL} das gleiche Verhalten zu sehen ist. Bei negativeren Gatespannungen steigt der Abstand zwischen den Leitwertoszillationen. Dieses Verhalten lässt sich darauf zurückführen, dass der Quantenpunkt kleiner wird und sich dadurch ebenfalls die Gatekapazität verkleinert [Siv+96]. Bei den beiden mit Pfeilen markierten Peaks lässt sich im selben Bereich, in dem eine Breitenvariation beobachtet wurde, eine Veränderung des Abstands der Peaks beobachten. Auch dies ist auf die Variation der Offsetfunktion mit der Sensorspannung zurückzuführen. Eine weiterführende Analyse des Spektrums wird in Kapitel 6.4.4 durchgeführt.

Bei dieser Messung des Einflusses der Sensorspannung auf die Leitwertoszillationen wurde gleichzeitig der Leitwert der Sensorseite gemessen. Alle drei Fitparameter der Coulomb-Blockade-Oszillationen zeigen keinerlei Abhängigkeit von dem Leitwert des Sensors. Sie sind also unabhängig davon, ob sich der Leitwert des Sensors im Bereich eines Leitwertplateaus oder im Übergangsbereich zwischen den quantisierten Plateaus befindet.

Abschließend lohnt es sich, nochmals in Abbildung 6.18 den Bereich zwischen den grau gestrichelten Linien in allen drei Darstellungen zu betrachten. Dies ist der maximale Bereich, in dem die Sensorspannung in den folgenden Sensormessungen variiert wird. Man sieht, dass die Sensorspannung auch in diesem Bereich einen geringen Einfluss, der mit sinkender Besetzungszahl weiter abnimmt, auf die Coulomb-Blockade-Peaks hat. Das Verschwinden der dargestellten Oszillationen in diesem Bereich geht auf eine ebenfalls nur sehr geringe Modulation der Peakhöhe zurück. Die Sensormessungen werden hauptsächlich in dem Bereich, in dem keine Leitwertoszillationen mehr beobachtet werden können, durchgeführt. Hier kann der Einfluss des Sensors auf den Quantenpunkt, abgesehen von der Verschiebung der Positionen der Maxima, vernachlässigt werden. Die Verschiebung kann nachträglich durch eine Korrekturfunktion rechnerisch eliminiert werden, siehe Kapitel 6.4.3.

Da der Sensor als zusätzliches Gate auf den Quantenpunkt wirkt, beobachtet man Leitwertoszillationen, wenn die Gatespannung des Sensors variiert wird und alle anderen Gatespannungen konstant gehalten werden. Dies entspricht einem vertikalen Schnitt bei einer konstanten Centergatespannung U_{DL} durch Abbildung 6.16. Aus dem Abstand der Oszillationen zueinander kann die Kapazität zwischen Sensor und Quantenpunkt und damit der Konvertierungsfaktor bezogen auf den Sensor berechnet werden. Mit diesen Daten kann der Einfluss, den der Sensor auf den Quantenpunkt hat, mit dem Einfluss des Centergates verglichen werden. Um die

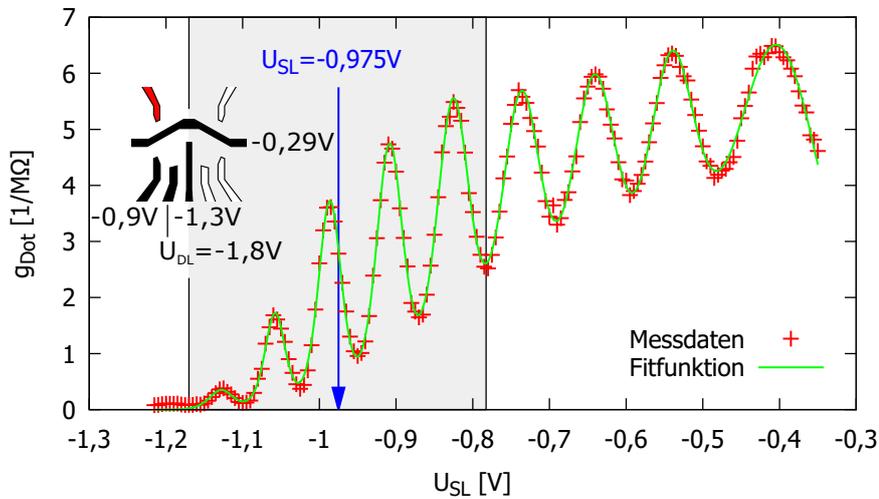


Abbildung 6.20.: Leitwertoszillationen bei Verwendung des Sensors als Gate des Quantenpunkts. Die Spannung des eigentlichen Centergates ist bei der Messung konstant mit $U_{DL} = -1,8 \text{ V}$. Zur Bestimmung des Konvertierungsfaktors werden nur die grau hinterlegten Maxima berücksichtigt.

Vergleichbarkeit zu gewährleisten, sollte die Konfiguration die dazu ausgewertet wird möglichst gut mit der Konfiguration übereinstimmen, in der der Quantenpunkt mittels nichtlinearer Messungen charakterisiert wurde, siehe Kapitel 6.3.2. Bei beiden Messungen sind die Gatespannungen der QPC, die die Zuleitungen definieren, identisch. Während bei der Charakterisierung in Kapitel 6.3.2 die Centergatespannung bei einer konstanten Sensorspannung $U_{SL} = -0,975 \text{ V}$ zwischen $U_{DL} = -1,86 \text{ V}$ und $U_{DL} = -1,74 \text{ V}$ variiert wurde, tauschen hier die Rollen. Aus diesem Grund wird als konstante Spannung des Centergates $U_{DL} = -1,8 \text{ V}$ gewählt, was dem mittleren Wert bei der Charakterisierung entspricht. Die Leitwertoszillationen als Funktion der Sensorspannung dieser Konfiguration sind in Abbildung 6.20 zu sehen. Der blau eingezeichnete Pfeil markiert den bei der Charakterisierung verwendeten konstanten Gatespannungswert des Sensors $U_{SL} = -0,975 \text{ V}$. Bei der Charakterisierung in Kapitel 6.3.2 wurden fünf Maxima für die Bestimmung des mittleren Abstands der Maxima verwendet. Deswegen werden hier ebenfalls die Daten der fünf grau hinterlegten Maxima ausgewertet. Die eingezeichnete Fitfunktion entspricht erneut der bekannten Summe aus \cosh^{-2} -Funktionen, siehe Gleichung 6.13. Aufgrund der überschaubaren Anzahl an Peaks wurde die Funktion an alle Peaks auf einmal angepasst. Man erhält für den mittleren Spannungsabstand der Peaks, für die resultierende Kapazität des Sensors sowie für den Konvertierungsfaktor:

$$\Delta U_{SL} = 75,6 \pm 5,1 \text{ mV} \quad (6.20)$$

$$C_{\text{SL}} \approx \frac{e}{\Delta U} = 2,1 \pm 0,1 \text{ aF} \quad (6.21)$$

$$\alpha_{\text{SL}} = \frac{C_{\text{SL}}}{C_{\Sigma}} = 0,004 \pm 0,001 \quad (6.22)$$

Zur Bestimmung des Konvertierungsfaktors wurde die Gesamtkapazität des Quantenpunkts aus Gleichung 6.10 verwendet. Die Charakterisierung des Quantenpunkts in Kapitel 6.3.2 ergab die Werte $\Delta U_{\text{DL}} = 21,3 \pm 0,7 \text{ mV}$, $C_{\text{DL}} = 7,5 \pm 0,2 \text{ aF}$ und $\alpha = 0,013 \pm 0,004$. Demnach hat das Centergate einen etwa dreifach größeren Einfluss auf den Quantenpunkt als der Sensor. Bei passiven Sensormessungen ist der Einfluss des Sensors nicht entscheidend, da die Sensorspannung innerhalb einer Messung konstant ist und so keinen weiteren Einfluss auf die Eigenschaften des Quantenpunkts, wie bspw. die Umladungspositionen, hat. Bei den aktiven Sensormessungen in Kapitel 6.5 wird die Sensorspannung während der Messungen verändert. Diese Beeinflussung des Quantenpunkts würde die Messdaten verfälschen. Aus diesem Grund wird im folgenden Kapitel 6.4.3 eine Korrekturfunktion ermittelt, mit der die Umladungspositionen korrigiert werden können.

6.4.3. Korrektur der Umladungspositionen

Wie im oberen Graph von Abbildung 6.21 und Abbildung 6.22 zu sehen, zeigen die Umladungspositionen in Abhängigkeit von U_{SL} und U_{DL} in guter Näherung ein parabelförmiges Verhalten. Aus diesem Grund wird eine quadratische Kurvenform für die Korrekturfunktion des N -ten Maximums gewählt:

$$\hat{U}_{\text{DL}}(U_{\text{SL}}, N) = a' \cdot (U_{\text{SL}} - b')^2 + c'_N \quad (6.23)$$

Passt man diese Kurvenschar an die in Kapitel 6.4.1 und Kapitel 6.4.2 bestimmten Umladungspositionen an, so erhält man für die Mittelwerte der Parameter:

$$\begin{aligned} \bar{a}' &= 0,111 \pm 0,009 \text{ V}^{-1} \\ \bar{b}' &= 0,179 \pm 0,086 \text{ V} \end{aligned} \quad (6.24)$$

Für die Korrektur wird diese Funktion von der angelegten Centergatespannung U_{DL} abgezogen:

$$U_{\text{DL, korr}} = U_{\text{DL}} - \hat{U}_{\text{DL}}(U_{\text{SL}}) = U_{\text{DL}} - \bar{a}' \cdot (U_{\text{SL}} - \bar{b}')^2 \quad (6.25)$$

Im unteren Graph von Abbildung 6.21 und Abbildung 6.22 sind die Messdaten gegenüber der korrigierten Centergatespannung $U_{\text{DL, korr}}$ dargestellt. Wie man sieht, sind die korrigierten Umladungspositionen in sehr guter Näherung unabhängig von U_{SL} . Die beiden rot eingezeichneten Kurven kennzeichnen dieselben Umladungen vor und nach der Korrektur. Die grau gestrichelten Linien markieren den maximalen Bereich, in dem in folgenden Sensormessungen das Sensorpotential variiert wird.

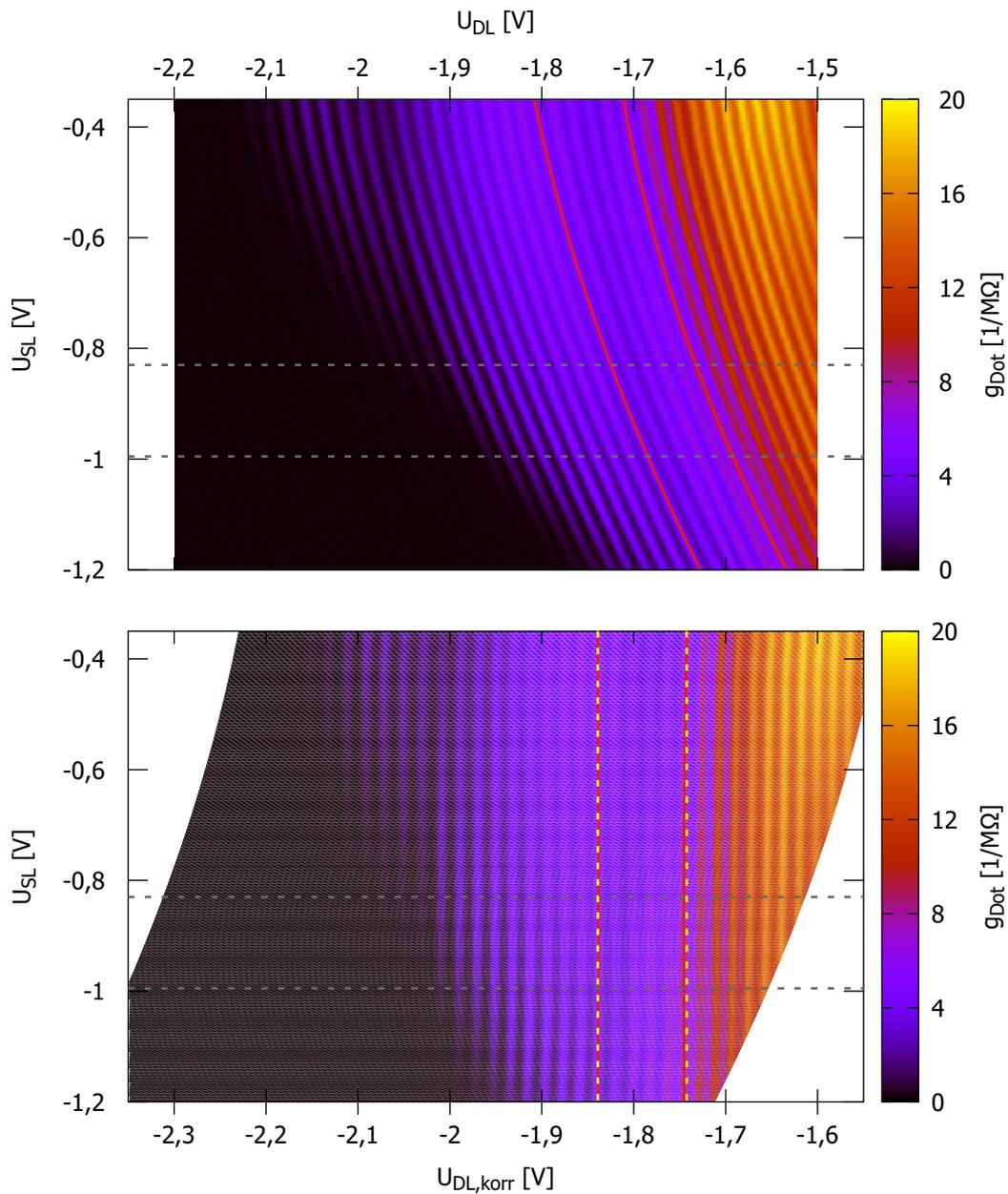


Abbildung 6.21.: Einfluss des Sensors SL auf den linken Quantenpunkt, sowie korrigierte Werte. Die Daten stammen aus der Leitwertmessung des Quantenpunkts. Die roten Linien kennzeichnen dieselben Maxima vor und nach der Korrektur. Die gelb gestrichelten Linien sind exakt vertikal eingezeichnet und dienen zur Beurteilung der Qualität der Korrektur.

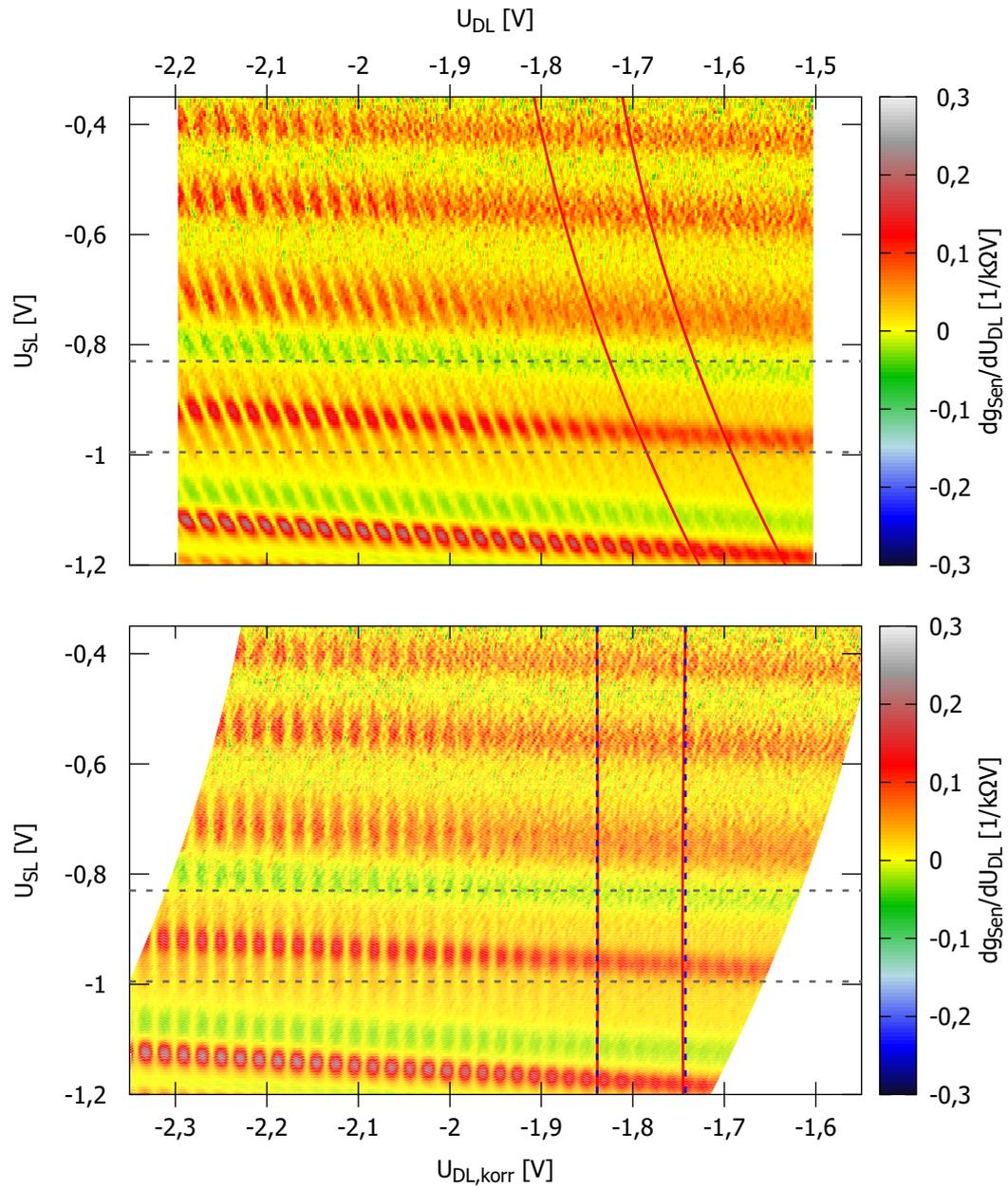


Abbildung 6.22.: Einfluss des Sensors SL auf den linken Quantenpunkt, sowie korrigierte Werte. Die Daten stammen aus der Leitwertmessung des Sensors. Zusätzlich sind die in Abbildung 6.21 markierten Umladungen in rot eingezeichnet. Die blau gestrichelten Linien sind exakt vertikal eingezeichnet und dienen zur Beurteilung der Qualität der Korrektur.

Diese quadratische Korrektur wurde ebenfalls von *C. Dieter* basierend auf den Grundlagen von *D. Schefzyk* durchgeführt [Sch14; Die17]. Zudem wurde im Rahmen der vorliegenden Arbeit ein Manuskript zur Veröffentlichung eingereicht, welches diese Korrekturmethode erläutert [Bre+20]. In der Arbeit von *C. Dieter* sowie im eingereichten Manuskript wurden lediglich die Positionen der Umladungen graphisch abgeschätzt. Hier wurden hingegen die Umladungspositionen aus den Minima der Ableitung der Sensordaten sowie durch Anpassungen von Funktionen an die Coulomb-Blockade-Oszillationen exakt ermittelt. Dies ermöglicht es, auf Grundlage dieser Datensätze eine Spektralanalyse durchzuführen, siehe Kapitel 6.4.4. Zudem ermöglichte es die in Kapitel 6.4.2 durchgeführte ausführliche Diskussion des Einflusses der Sensorspannung auf die Form der Leitwertoszillationen. Dort konnte zudem das Verhältnis des Einflusses des Sensors und des Centergates auf den Quantenpunkt bestimmt werden. Im Folgenden wird nun diskutiert, wie effektiv die Korrektur der Umladungspositionen ist und ob nach der Korrektur der Einfluss der Sensorspannung vernachlässigt werden kann.

Mit Hilfe der rot markierten Umladungspositionen und den exakt vertikal verlaufenden, gelb gestrichelten Linien, die im unteren Graph der Abbildung 6.21 eingezeichnet sind, kann die Qualität der Korrektur beurteilt werden. Die linke Umladungsposition wurde gewählt, da sie nach der Korrektur eine gute Übereinstimmung mit der gelb gestrichelten Linie zeigt. Die rechte Umladungsposition wurde gewählt, da sich dort mit die stärkste Abweichung von einer vertikalen Linie ausmachen lässt. Die vertikalen, gelb gestrichelten Linien wurden so eingezeichnet, dass ihre Positionen mit den Umladungspositionen bei der höchsten Sensorspannung $U_{SL} = -0,35 \text{ V}$ übereinstimmen. Betrachtet man bei der niedrigsten Sensorspannung $U_{SL} = -1,2 \text{ V}$ die Lage der rechten, rot eingezeichneten Umladungsposition in Bezug auf die rechte, gelb gestrichelte Linie, lässt sich festhalten, dass die Abweichung etwas geringer als die Hälfte des Abstands zwischen Maximum und Minimum der Coulomb-Blockade-Oszillation ist. Der Abstand zwischen Maximum und Minimum einer Coulomb-Blockade-Oszillation entspricht gerade dem halben Abstand zwischen zwei Umladungspositionen, womit der nach der Korrektur zurückbleibende Fehler etwas weniger als ein Viertel des Abstands zwischen zwei Umladungspositionen beträgt. Umgekehrt bedeutet dies, dass man die Sensorspannung unter Annahme eines linearen Verhaltens um mindestens den vierfachen Bereich verändern müsste, damit der durch die Sensorspannung verursachte Fehler nach der Korrektur dem Abstand zwischen zwei Umladungspositionen entspricht. Da hier die Sensorspannung insgesamt um $\Delta U_{SL} = 0,85 \text{ V}$ variiert wurde, entspricht die dafür benötigte Spannungsänderung:

$$\Delta U_{SL, \text{Fehler}} \geq 4 \cdot \Delta U_{SL} = 4 \cdot 0,85 \text{ V} = 3,4 \text{ V} \quad (6.26)$$

Während einer passiven Sensormessung ist die Sensorspannung konstant und hat somit keinen Einfluss auf die Messung. Innerhalb einer aktiven Sensormessung

beträgt die Variation der Sensorspannung typischerweise $\delta U_{\text{SL}} \leq 0,1 \text{ V}$. Fasst man alle nachfolgenden aktiven Sensormessungen zusammen, wird die Sensorspannung insgesamt in einem maximalen Bereich von $\delta U_{\text{SL}} = 0,165 \text{ V}$ variiert. Dies entspricht den Verhältnissen von:

$$\frac{\delta U_{\text{SL}}}{\Delta U_{\text{SL,Fehler}}} \leq \begin{cases} 0,029 & \text{eine aktive Messung} \\ 0,049 & \text{alle aktiven Messungen} \end{cases} \quad (6.27)$$

Innerhalb einer aktiven Sensormessung werden normalerweise über 30 Umladungen detektiert. Der Fehler des Spektralabstands zweier Umladungen innerhalb einer aktiven Sensormessung liegt also unterhalb von 0,1 %. Dabei wurden die verwendeten Werte großzügig abgeschätzt. Der reale Fehler liegt noch unterhalb dieses Werts. Der Einfluss der Sensorspannung auf die Umladungspositionen kann demnach durch die quadratische Korrekturfunktion mehr als ausreichend korrigiert werden.

6.4.4. Spektralanalyse

Aus den bisher durchgeführten Analysen ergeben sich große Datensätze, die für eine statistisch aussagekräftige Spektralanalyse verwendet werden können. In diese Analyse fließen 4162 Abstände von Peakpositionen aus Coulomb-Blockade-Oszillationen und 1071 Abstände zwischen Umladungspositionen aus Sensordaten ein. Die insgesamt 5233 Datenpunkte sind in Abbildung 6.23 dargestellt. Aufgrund dieser großen Datensätze ist die im Folgenden durchgeführte Spektralanalyse vergleichbar mit der Analyse des *Nuclear-Data-Ensembles*, die eine gute Übereinstimmung mit der Random-Matrix-Theorie gezeigt hat [HPB82].

Bei genauer Betrachtung des vergrößerten Ausschnitts in Abbildung 6.23 beobachtet man einen geringen Offset zwischen den Daten aus den Leitwertoszillationen und den Sensordaten. Dieser konstante Offset resultiert aus dem Messaufbau. Wie bei den nichtlinearen Messungen, siehe Kapitel 4.2.2, geht dieser Offset auf den verwendeten Transimpedanzverstärker zurück. Entsprechend wurde auch in einer vorangegangenen Arbeit der Arbeitsgruppe ein Offset zwischen den Coulomb-Blockade-Oszillationen und den Sensordaten beobachtet [Die17]. Da er für alle Messwerte konstant ist, kann dieser Offset durch die Verschiebung der Sensordaten um etwa 1,5 mV korrigiert werden.

Im oberen Graph in Abbildung 6.24 sind die Spannungsabstände der Umladungspositionen ΔU_{DL} für die Sensorspannung $U_{\text{SL}} = -0,925 \text{ V}$ dargestellt. Die Sensordaten zeigen generell ein höheres Rauschverhalten, da die Umladungspositionen nicht wie bei den Coulomb-Blockade-Oszillationen aus Anpassungen von Funktionen, sondern aus den Minima der Ableitungen bestimmt wurden. Aufgrund der Steilheit der Täler und der daraus resultierenden geringen Anzahl von Datenpunkten in

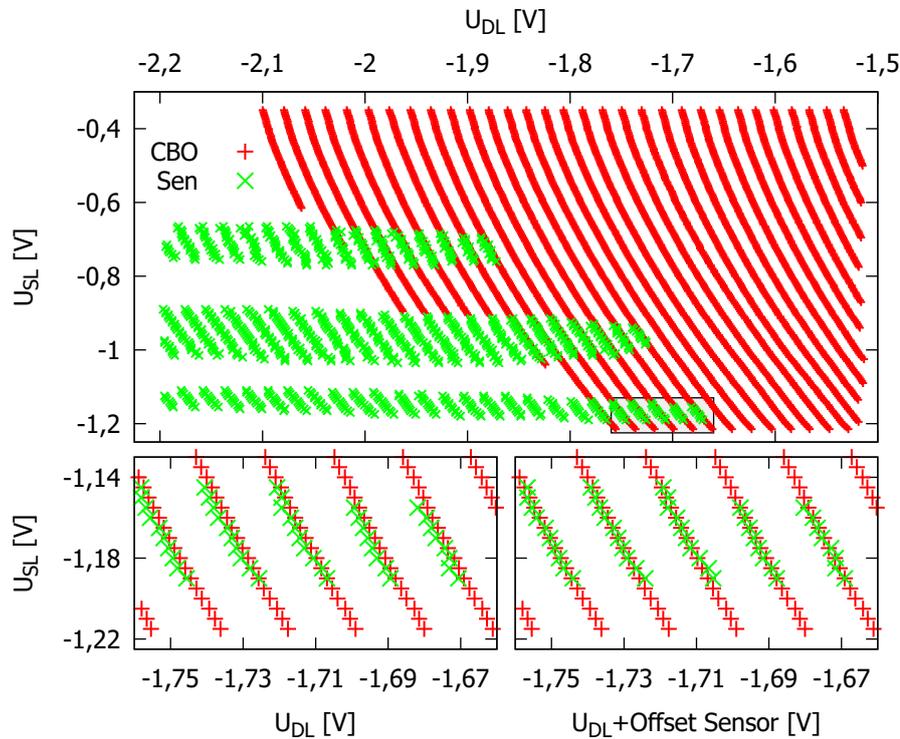


Abbildung 6.23.: Die Umladungspositionen aus den Sensordaten sind gegenüber denen aus den Coulomb-Blockade-Oszillationen um ca. 1,5 mV verschoben, was durch einen entsprechenden Offset der Centergatespannungen der Sensordaten korrigiert wird.

der Nähe der Minima war es nicht möglich, eine sinnvolle Funktionsanpassung durchzuführen. Um die Ergebnisse zu optimieren, wurden die Messwerte vor Bildung der Ableitung des Sensorleitwerts jeweils über drei Datenpunkte gemittelt. Für die eingezeichneten Fehlerbalken wurde angenommen, dass das Minimum nach der Mittelung und Ableitung um maximal einen Datenpunkt falsch liegt. Die größere Schwankung der aus den Coulomb-Blockade-Oszillationen gewonnenen Daten im Bereich von $U_{DL} = -1,6$ V geht auf die in Kapitel 6.4.2 diskutierte Modulation der Oszillationen aufgrund von Kotunnel-Prozessen zurück.

Das generell steigende Verhalten der Abstände für negativere Centergatespannungen U_{DL} geht, wie bereits diskutiert, auf eine Verkleinerung der Kapazitäten zurück [Siv+96]. Dadurch steigt auch die Ladeenergie. Die eingezeichnete Ausgleichsgerade $f(U_{DL})$ kann als effektiver Mittelwert der Spannungsabstände $\langle \Delta U_{DL} \rangle$ verstanden

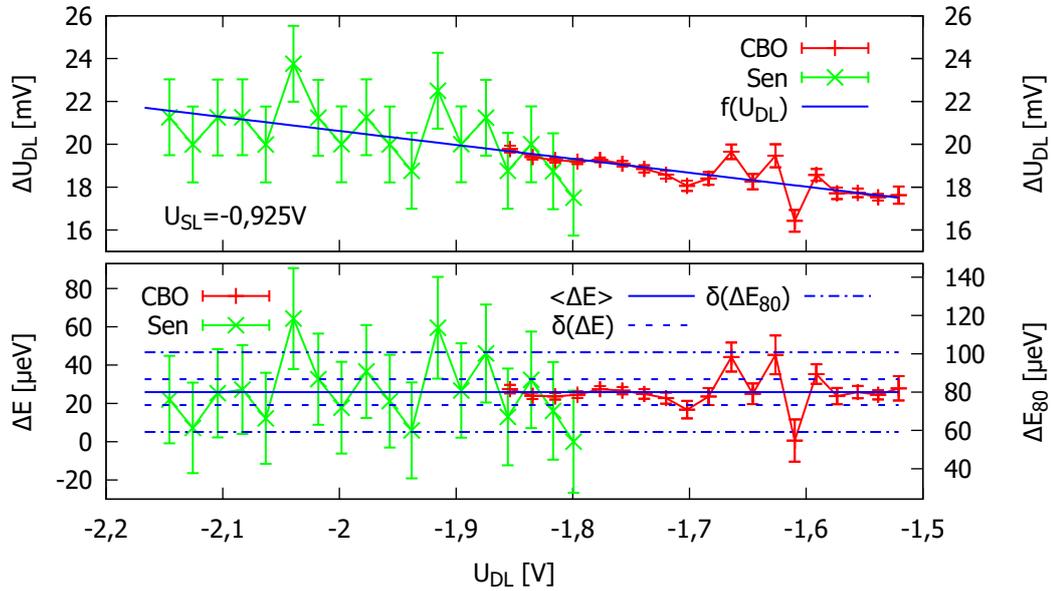


Abbildung 6.24.: Spannungsabstand der Umladungspositionen ΔU_{DL} mit Ausgleichsgerade und daraus berechneter Spektralabstand ΔE bzw. ΔE_{80} mit Mittelwert für $U_{SL} = -0,925$ V. Die gestrichelten Linien geben den nach der Random-Matrix-Theorie erwarteten Bereich der Fluktuationen an.

werden und entspricht somit dem Verhalten der Ladeenergie [SHW97]:

$$E_C = \frac{e^2}{C_\Sigma} = e\alpha \langle \Delta U_{DL} \rangle \quad (6.28)$$

Die Energieabstände können dann gemäß Gleichung 2.48 berechnet werden:

$$\Delta E = e\alpha (\Delta U_{DL} - \langle \Delta U_{DL} \rangle) \quad (6.29)$$

Dabei muss beachtet werden, dass der Energiekonvertierungsfaktor α von den Kapazitäten und somit auch vom Mittelwert der Spannungsabstände $\langle \Delta U_{DL} \rangle$ abhängt. Eine gute Näherung ist die Annahme, dass $C_\Sigma - C_{DL}$ konstant ist [SHW97]. Damit ergibt sich:

$$\alpha \approx \frac{e}{e + (C_\Sigma - C_{DL}) \langle \Delta U_{DL} \rangle} \quad (6.30)$$

Für C_Σ und C_{DL} können die Werte aus der Charakterisierung in Kapitel 6.3.2 verwendet werden. Nach dieser Methode ergibt sich eine Verteilung der Energieabstände um $\Delta E = 0$. Da die negativen Werte unphysikalisch sind, wurde von *F. Simmel et al.* vorgeschlagen, alle Werte um den kleinsten gemessenen Wert zu verschieben

[SHW97]. Das daraus resultierende Spektrum ist im unteren Graph in Abbildung 6.24 mit der linken y-Achse zu sehen.

Da die Wahl der Verschiebung willkürlich ist und stark schwankt, je nach Konfiguration zwischen $8\ \mu\text{eV}$ und $115\ \mu\text{eV}$, wird hier zusätzlich ein alternativer Ansatz verfolgt und anschließend werden diese beiden Methoden miteinander verglichen. Gemäß Gleichung 2.51 kann der mittlere Energieabstand aus der Fermi-Energie sowie der Teilchenzahl abgeschätzt werden. Aus der aktiven Sensormessung in Kapitel 6.5.1 sowie aus den Messungen zur Ermittlung der Quantenpunktkonfiguration in Kapitel 6.3.1 lässt sich abschätzen, dass sich beim ersten Einsetzen von Coulomb-Blockade-Oszillationen etwa 70 Elektronen im Quantenpunkt befinden. Mit der in Kapitel 5.1 bestimmten Fermi-Energie $E_F = 5,77\ \text{meV}$ ergibt sich für den mittleren Energieabstand:

$$\langle \Delta E_{80} \rangle = \frac{E_F}{N} \approx 80\ \mu\text{eV} \quad (6.31)$$

Das gemessene Spektrum wird nun verschoben, so dass der Mittelwert diesem Wert entspricht. Das resultierende Spektrum ist ebenfalls im unteren Graph von Abbildung 6.24 zu sehen und bezieht sich auf die rechte y-Achse. Die Bezeichnung ΔE_{80} dient zur Unterscheidung von dem Energieunterschied, der mittels der Methode von *F. Simmel et al.* berechnet wurde und mit ΔE bezeichnet wird. Da es sich nur um eine Verschiebung handelt, sind die Darstellungen beider Spektren identisch, entsprechen aber unterschiedlichen Werten. Vergleicht man die von der Random-Matrix-Theorie vorhergesagte Varianz $\delta(\Delta E) \approx 0,52 \langle \Delta E \rangle$ der nach den beiden Methoden berechneten Spektren, vgl. Kapitel 2.3.4, fällt auf, dass die Streuung bei dem nach der Methode von *F. Simmel et al.* berechneten Spektrum viel größer ist, als von der Random-Matrix-Theorie vorhergesagt, siehe Abbildung 6.24. Bei dem Spektrum von ΔE_{80} liegt die Streuung der Daten etwa im vorhergesagten Bereich.

Diese Bestimmung des Spektralverhaltens wurde gemäß beider Varianten für alle 174 Werte der Sensorspannung durchgeführt. Um die Resultate besser miteinander vergleichen zu können, sind in Abbildung 6.25 die auf den Mittelwert jeder Konfiguration der Sensorspannung normierten Spektren für beide Methoden dargestellt. Dabei sind nur die aus den Leitwertoszillationen extrahierten Daten dargestellt, da die Sensordaten aufgrund des größeren Rauschens keine nennenswerte Feinstruktur zeigen. Auch hier sieht man, dass die Spektren von ΔE alle eine viel höhere Streuung zeigen als aufgrund der Vorhersagen der Random-Matrix-Theorie erwartet, wohingegen die Streuungen aller Spektren von ΔE_{80} nahezu im erwarteten Bereich liegen. Beide Ergebnisse zeigen eine vergleichbare Feinstruktur, wobei die Spektren von ΔE gegenüber den Spektren von ΔE_{80} komprimiert wirken, was aufgrund der Bestimmungsmethode auch der Fall ist. Trägt man die Spektren gegenüber der nach Gleichung 6.25 um den Einfluss der Sensorspannung korrigierten

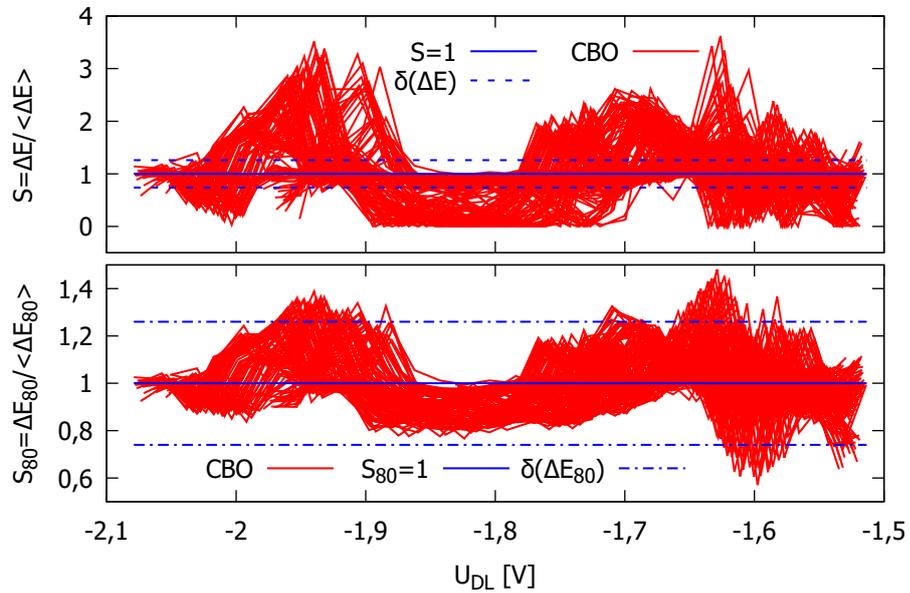


Abbildung 6.25.: Feinstruktur in den Spektren der Coulomb-Blockade-Oszillationen. In den Sensordaten lässt sich aufgrund des größeren Rauschens keine nennenswerte Feinstruktur beobachten.

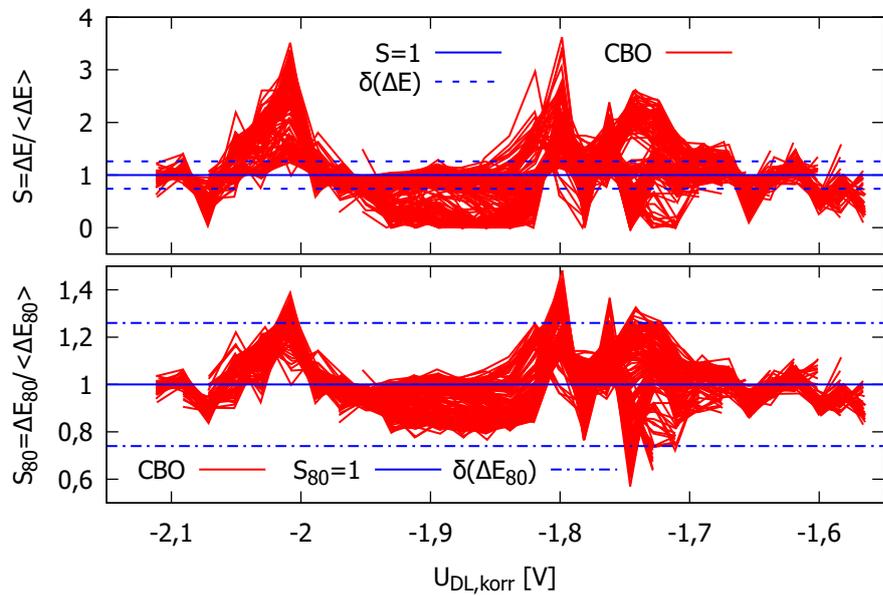


Abbildung 6.26.: Feinstruktur in den Spektren der Coulomb-Blockade-Oszillationen aus Abbildung 6.25, dargestellt über der korrigierten Centergatespannung.

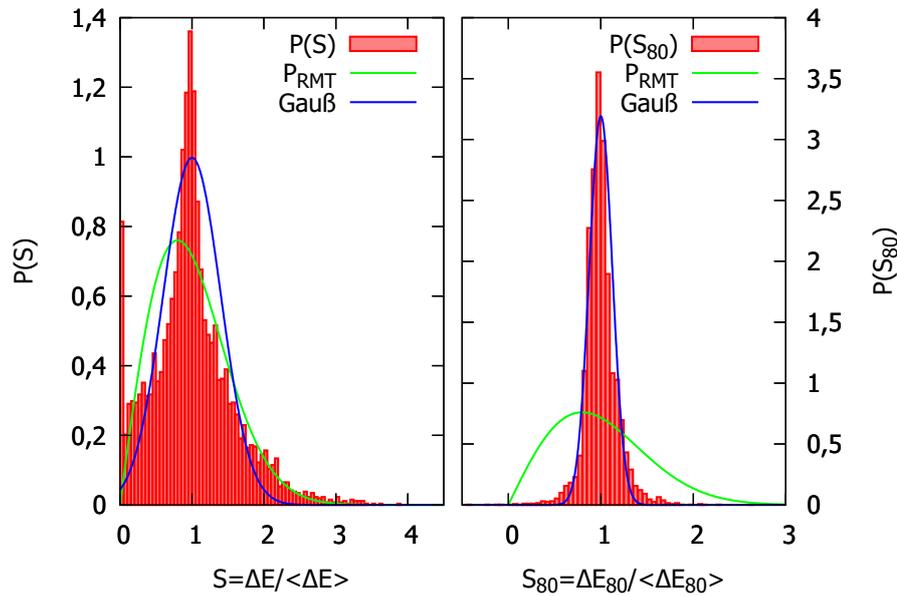


Abbildung 6.27.: Histogramme der Spektralverteilungen aus den Coulomb-Blockade-Oszillationen und den Sensordaten mit nach der Random-Matrix-Theorie erwarteter Wigner-Vermutung P_{RMT} und Gaußverteilung.

Centergatespannung $U_{\text{DL,korr}}$ wie in Abbildung 6.26 auf, sieht man eine noch deutlichere sowie über große Teile reproduzierbare Feinstruktur. Auffallend ist, dass die verschiedenen Kurven gut übereinander liegen, außer im Bereich knapp unterhalb von $U_{\text{DL,korr}} = -1,7 \text{ V}$. Dies entspricht dem Bereich, in dem in Kapitel 6.4.2 ebenfalls bereits eine Fluktuation des Spektralabstands beobachtet wurde, die mit der Modulation von Kotunnel-Raten des Quantenpunkts durch die sich ändernde Sensorspannung erklärt werden konnte.

In Abbildung 6.27 sind die normierten Histogramme der Verteilungen des auf den Mittelwert jeder Konfiguration normierten Energieabstands $S = \Delta E / \langle \Delta E \rangle$ beider Berechnungsmethoden zu sehen. Nach der Random-Matrix-Theorie erwartet man eine Verteilung gemäß der Wigner-Vermutung, siehe Gleichung 2.49. Betrachtet man die Verteilung $P(S)$, die nach der Methode von *F. Simmel et al.* berechnet wurde, fällt zunächst auf, dass der mittlere Peak deutlich höher ist als der Maximalwert der Wigner-Vermutung. Auffallend ist jedoch, dass die Verteilung passend zur Wigner-Vermutung deutlich asymmetrisch ausfällt. Unterhalb des Mittelwerts sind die Balken höher als oberhalb des Mittelwerts. Aus diesem Grund weichen die Daten auch stark von einer Gaußverteilung ab. Der einzelne hohe Peak bei $S = 0$ entsteht aufgrund der Bestimmungsmethode, da es für jede der insgesamt 174 verschiedenen Werte der

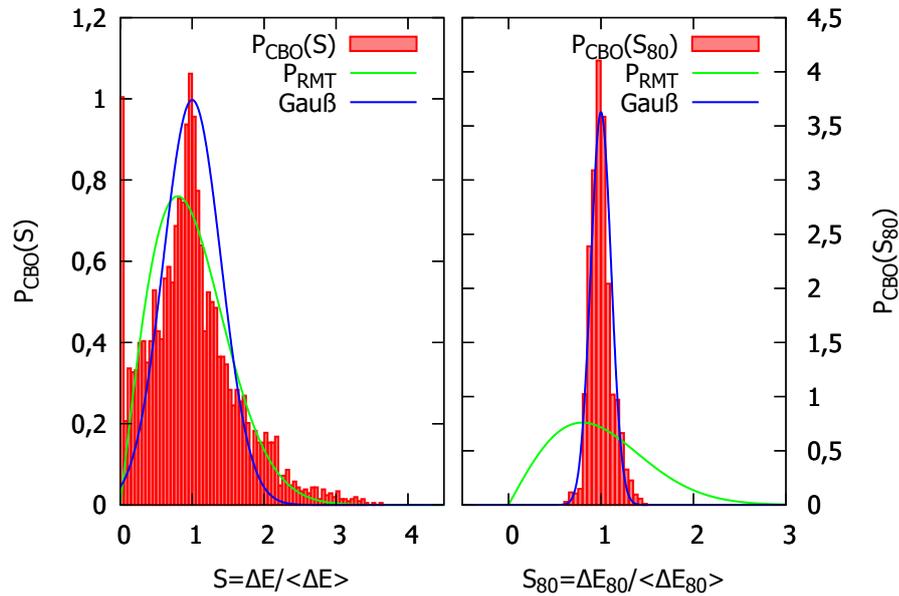


Abbildung 6.28.: Histogramme der Spektralverteilungen aus den Daten aus Coulomb-Blockade-Oszillationen.

Sensorspannung jeweils genau einen Wert mit $S = 0$ gibt. In der Veröffentlichung von *F. Simmel et al.* wird das resultierende Histogramm als eher gaußförmig beschrieben, obwohl dort ebenfalls eine Asymmetrie der Verteilung zu erkennen ist, was aber nicht diskutiert wird [SHW97]. Betrachtet man hingegen die gemäß der alternativen Methode berechnete Verteilung $P(S_{80})$, sieht man, dass die Verteilung sehr stark von der Wigner-Vermutung abweicht und in sehr guter Näherung gaußförmig ist. Es gibt einige wenige Datenpunkte unterhalb von $S_{80} = 0$, die prinzipiell unphysikalisch sind, sich jedoch mit dem Rauschverhalten der Messung erklären lassen.

Bildet man lediglich aus den Daten der Coulomb-Blockade-Oszillation oder den Sensordaten nach den beiden Methoden die Histogramme, siehe Abbildung 6.28 bzw. 6.29, fällt auf, dass die Verteilungen der nach der Methode von *F. Simmel et al.* bestimmten Daten relativ gut durch die Wigner-Vermutung beschrieben werden. Vor allem bei den Sensordaten ist die Übereinstimmung sehr hoch. Aufgrund des höheren Rauschens der Sensordaten folgen die Ergebnisse stärker einer zufälligen Statistik, welche der Random-Matrix-Theorie entspricht. Die mit der alternativen Methode bestimmten Histogramme sind beide gaußförmig, wobei die Sensordaten aufgrund des größeren Rauschverhaltens auch eine deutlich breitere Gaußverteilung bilden.

Abschließend lässt sich festhalten, dass bei der Methode nach *F. Simmel et al.*

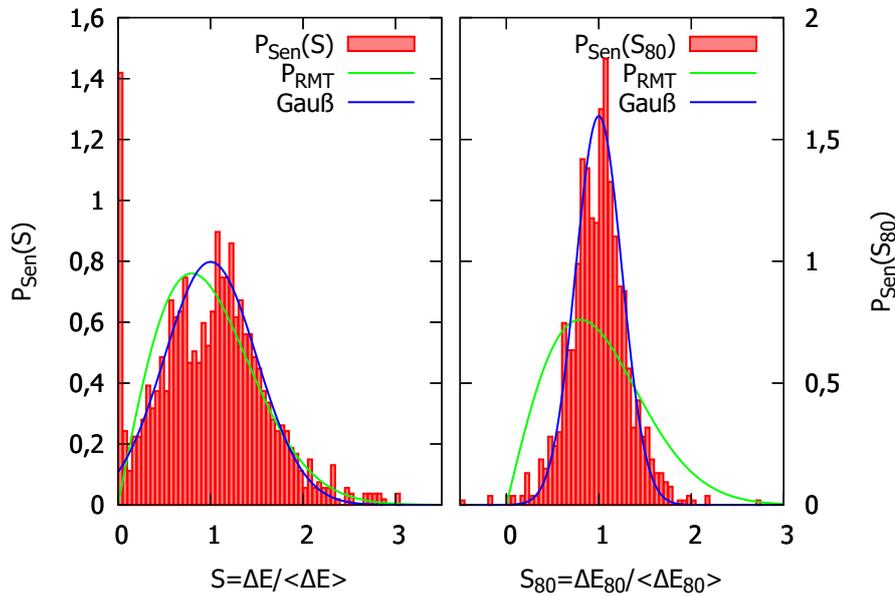


Abbildung 6.29.: Histogramme der Spektralverteilungen aus den Sensordaten.

die Streuung der Werte erheblich höher ist als von der Random-Matrix-Theorie vorhergesagt und dass auch die Verteilung von der erwarteten Wigner-Vermutung abweicht. Auffällig hierbei ist allerdings die Asymmetrie der Verteilung, die zur Wigner-Vermutung passt, und die gute Übereinstimmung der Sensordaten mit der Wigner-Vermutung, welche sich jedoch auf das Rauschverhalten zurückführen lässt. Bei der alternativen Bestimmungsmethode liegt die Streuung der Ergebnisse im nach der Random-Matrix-Theorie erwarteten Bereich. Dafür weichen die Histogramme mit eindeutig gaußförmigen Verteilungen stark von den Vorhersagen der Random-Matrix-Theorie ab. Auch in anderen Arbeiten wurden bereits gaußförmige Verteilungen gemessen [Siv+96; Sim+99].

Beide hier verwendeten Bestimmungsmethoden liefern Ergebnisse, die sich nicht mit der Random-Matrix-Theorie vereinbaren lassen. Dies legt nahe, dass ein lateraler Quantenpunkt durch die Kopplung des Constant-Interaction-Modells mit der Random-Matrix-Theorie nicht ausreichend beschrieben wird. Wie bereits in Kapitel 2.3.4 diskutiert, gibt es alternative Ansätze, um einen lateralen Quantenpunkt als chaotisches System zu beschreiben, von denen sich bisher keiner durchgesetzt hat. Hervorzuheben ist der von *U. Sivan et al.* entwickelte und von *R. Berkovits* verfeinerte Ansatz, der in Abhängigkeit der Packungsdichte der Elektronen und der Coulomb-Wechselwirkung eine gaußförmige Verteilung vorhersagt, die schmäler ist als die Verteilung gemäß der Wigner-Vermutung [Siv+96; Ber98]. Dies passt zu den hier experimentell bestimmten Verteilungen.

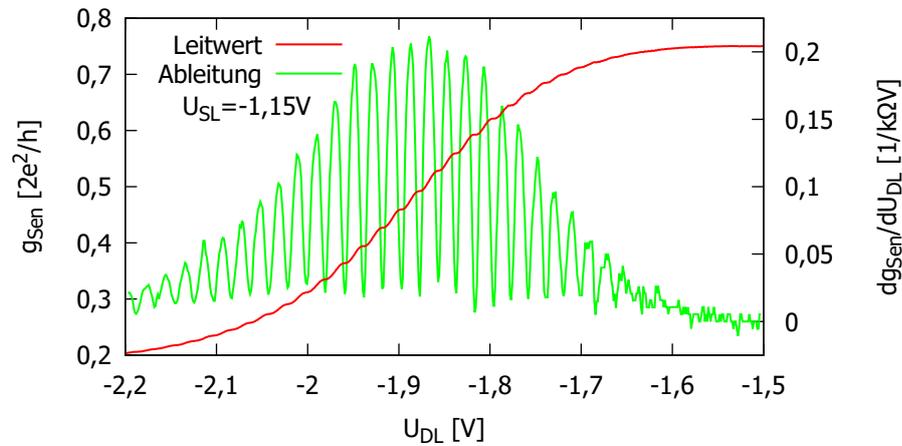


Abbildung 6.30.: Der sensitive Bereich von passiven Sensormessungen wird durch die Leitwertplateaus des Sensors begrenzt.

6.5. Aktive Ladungssensoren

Wie in Kapitel 6.4 ausführlich diskutiert, eignen sich passive Sensormessungen gut für die Detektion der Umladungspositionen von Quantenpunkten. Allerdings ist ihr sensitiver Bereich durch die Leitwertplateaus begrenzt, siehe Abbildung 6.30. *M. Field et al.* vergrößerten den sensitiven Bereich, indem der Sensorleitwert auf einen sensitiven Wert durch eine Veränderung der Sensorspannung zurückgesetzt wurde, wenn der Sensorleitwert den sensitiven Bereich verlassen hatte [Fie+93]. Dabei wurde der Einfluss der Änderung der Sensorspannung auf den Quantenpunkt vernachlässigt. Mit der in Kapitel 6.4.3 bestimmten Korrekturfunktion ist es aber möglich, den Einfluss der Änderung der Sensorspannung zu berücksichtigen. Dadurch kann die Sensorspannung permanent geregelt werden, um den Sensorleitwert für alle Werte der Centergatespannung am optimalen Punkt mit der größten Sensitivität zu halten. Diese aktive Sensormessung zeichnet sich durch einen im Prinzip unlimitierten sensitiven Bereich aus und ermöglicht somit das Verfolgen der Umladungspositionen bis zur vollständigen Entleerung des Quantenpunkts [Die17; Bre+20]. Die interessante Messgröße aktiver Sensormessungen ist die Sensorspannung. Im folgenden Kapitel 6.5.1 wird das Verhalten der Sensorspannung bei einer aktiven Sensormessung analysiert, und aus dem Verlauf der Sensorspannung werden die Umladungspositionen des Quantenpunkts extrahiert.

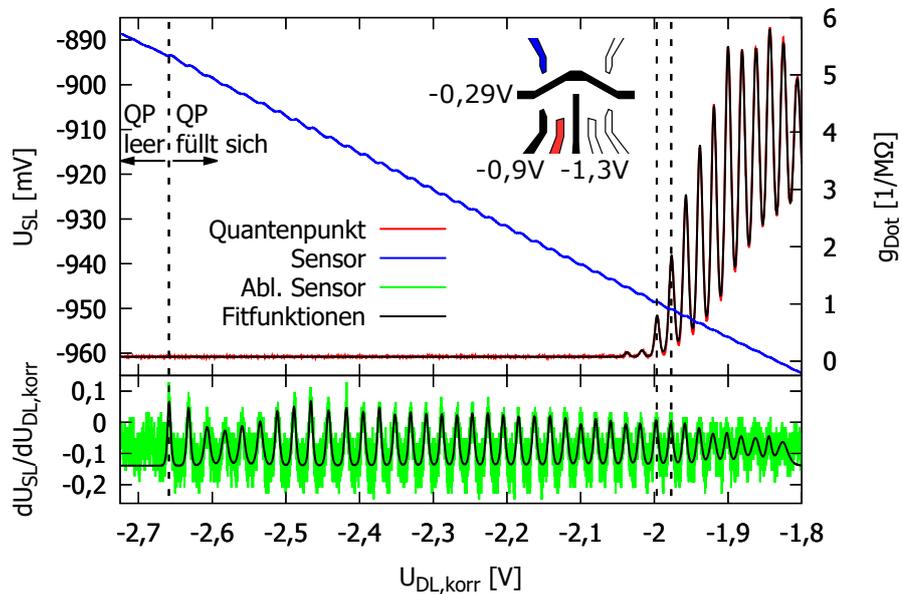


Abbildung 6.31.: Aktive Sensormessung, mit der sich die vollständige Entleerung des Quantenpunkts unterhalb von etwa $U_{DL,korr} = -2,66$ V beobachten lässt.

6.5.1. Aktive Sensormessung

Bei einer aktiven Sensormessung wird die Sensorspannung so geregelt, dass der Leitwert durch den als Sensor dienenden QPC unabhängig von der Centergatespannung des Quantenpunkts konstant bleibt. Erhöht man die Centergatespannung des Quantenpunkts, wird die elektrostatische Verdrängung durch dieses Centergate reduziert. Auch der als Sensor dienende QPC wird dadurch breiter. Um den Leitwert des Sensors konstant zu halten, muss demnach die Sensorspannung negativer werden, wodurch der QPC wieder schmaler wird. Kann aufgrund der positiven werdenden Centergatespannung ein weiteres Elektron den Quantenpunkt besetzen, wird der als Sensor dienende QPC aufgrund der elektrostatischen Verdrängung durch dieses zusätzliche Elektron schmaler, was der Verbreiterung aufgrund der positiveren Centergatespannung entgegenwirkt. Die Sensorspannung muss also nicht negativer werden, um die positivere Centergatespannung zu kompensieren, und der Verlauf der Sensorspannung flacht ab. Das resultierende stufenförmige Verhalten der Sensorspannung ist in den Abbildungen 6.31 und 6.32 zu sehen. Zwischen den Umladungspositionen sinkt die Sensorspannung, während sie bei den Umladungspositionen deutlich abflacht. In der Ableitung der Sensorspannung beobachtet man entsprechend Oszillationen, deren Maxima den Umladungspositionen des Quantenpunkts entsprechen. Zusätzlich zeigt die Ableitung der Sensordaten ein

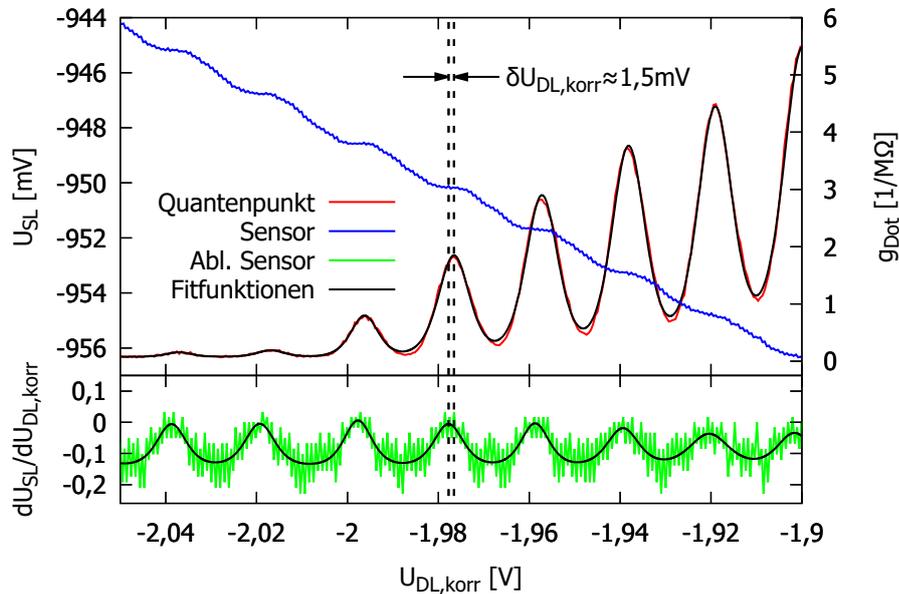


Abbildung 6.32.: Vergrößerter Ausschnitt aus Abbildung 6.31. Zwischen den Coulomb-Blockade-Oszillationen und den Sensordaten beobachtet man eine Verschiebung $\delta U_{DL,korr} \approx 1,5 \text{ mV}$, die ebenfalls bei den passiven Sensormessungen aufgetreten ist, vgl. Kapitel 6.4.4.

hochfrequentes Rauschen, welches auf die Funktionsweise der Regelschleife zurückzuführen ist. Da dieses Rauschen eine deutlich kleinere Periode als die Abstände der Umladungspositionen aufweist, wird dieses Rauschen durch einen Funktionsfit äußerst effektiv gemittelt und hat somit keinen Einfluss auf die Bestimmung der Umladungspositionen. Zur Berücksichtigung des Einflusses der ständigen Variation der Sensorspannung U_{SL} auf den Quantenpunkt sind die Messergebnisse über der gemäß Gleichung 6.25 korrigierten Centergatespannung $U_{DL,korr}$ dargestellt, vgl. Kapitel 6.4.3. Nachdem die Coulomb-Blockade-Oszillationen für eine negativer werdende Centergatespannung verschwinden, können noch weitere 28 Umladungen in den Sensordaten beobachtet werden, bis der Quantenpunkt vollständig entleert ist. Die vollständige Entleerung äußert sich in dem Verschwinden der Abflachungen der Sensorspannung und dem entsprechenden Verschwinden der Oszillationen der Ableitung der Sensorspannung. Zudem ändert sich hier die Steigung der Sensorspannung, die dann dem Mittelwert der in der Ableitung beobachteten Oszillationen entspricht. Im Bereich von positiveren Centergatespannungen fällt auf, dass die Sensitivität des Sensors kurz nach Auftreten der Coulomb-Blockade-Oszillationen zurückgeht. Dies ist darauf zurückzuführen, dass die Coulomb-Blockade-Oszillationen in diesem Bereich nicht die Grundlinie erreichen und es hier zu keiner vollständigen Blockade

kommt. Somit ist immer ein Stromfluss über den Quantenpunkt möglich, der die Ladungsquantisierung aufweicht.

Zur exakten Bestimmung der Umladungspositionen der direkten Leitwertmessung des Quantenpunkts wird an die Coulomb-Blockade-Oszillationen eine Summe von \cosh^{-2} -Funktionen angepasst:

$$g_{\text{Fit}}(U_{\text{DL,korr}}) = \sum_i a_i \cosh^{-2} \left(\frac{U_{\text{DL,korr}} - c_i}{b_i} \right) \quad (6.32)$$

In der Arbeit von *C. Dieter* werden die Umladungspositionen aus den Sensordaten bestimmt, indem zunächst eine quadratische Korrekturfunktion, die den direkten Einfluss der Centergatespannung kompensieren soll, von der Sensorspannung subtrahiert wird, bevor an die Daten Fermi-Verteilungen mit zusätzlichem linearen Anteil angepasst werden [Die17]. Hier wird ein alternativer Ansatz verfolgt, bei dem die Umladungspositionen aus den Sensordaten über einen Funktionsfit der Ableitung der Sensorspannung U_{SL} nach der korrigierten Centergatespannung $U_{\text{DL,korr}}$ ermittelt werden. Dazu wird ebenfalls angenommen, dass sich der Verlauf der Sensorspannung aus diesen zwei Einflüssen zusammensetzt: Zum einen bewirkt eine Ladungsänderung des Quantenpunkts eine Änderung der Kanalbreite des Sensors, die einer verbreiterten Fermi-Verteilung entspricht, zum anderen bewirkt der direkte Einfluss des Centergates auf den Sensor einen zusätzlichen quadratischen bzw. linearen Anteil, der zu einer Verkippung dieser Fermi-Verteilungen führt. In der Ableitung der Sensorspannung erwartet man dann Oszillationen mit der Form von \cosh^{-2} -Funktionen, welche den Ableitungen der Fermi-Verteilungen entsprechen, sowie einen zusätzlichen linearen bzw. konstanten Anteil aufgrund des direkten Einflusses des Centergates. In den Abbildungen 6.31 und 6.32 lässt sich genau dieser vorhergesagte Verlauf der Ableitung der Sensorspannung beobachten. Da sich in der Ableitung kein nennenswerter linearer Anteil ausmachen lässt, wird in der Fitfunktion nur der zusätzliche konstante Anteil berücksichtigt, der einer linearen Korrektur des direkten Einflusses der Centergatespannung entspricht. Für die Fitfunktion der Ableitung der Sensorspannung ergibt sich somit:

$$\frac{dU_{\text{SL}}}{dU_{\text{DL,korr}}} = \sum_i a_i \cosh^{-2} \left(\frac{U_{\text{DL,korr}} - c_i}{b_i} \right) + d \quad (6.33)$$

Genau wie bei der Anpassung der Coulomb-Blockade-Oszillationen sind die Umladungspositionen durch den Fitparameter c_i gegeben. Ein Vorteil dieser Bestimmungsmethode gegenüber der Methode von *C. Dieter* ist, dass nur eine Funktionsanpassung durchgeführt werden muss, mit der alle Umladungspositionen auf einmal bestimmt werden können. Wie in Abbildung 6.32 zu sehen, beobachtet man analog zu den passiven Sensormessungen in Kapitel 6.4.4 einen Offset $\delta U_{\text{DL,korr}} \approx 1,5 \text{ mV}$ zwischen

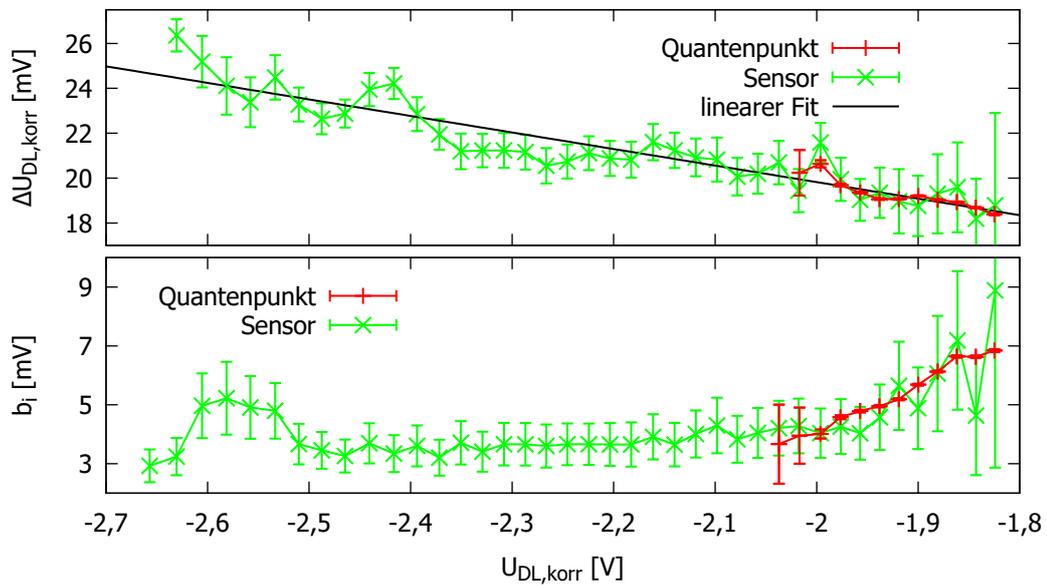


Abbildung 6.33.: Abstände der Umladungspositionen aus den Coulomb-Blockade-Oszillationen und aus aktiven Sensordaten aus Abbildung 6.31. Der zusätzlich dargestellte Fitparameter b_i ist ein Maß für die Verbreiterung der Umladungsprozesse.

den Umladungspositionen, die aus den Coulomb-Blockade-Oszillationen bestimmt wurden, und denen, die aus den Daten der aktiven Sensormessung bestimmt wurden. Dieser Offset resultiert aus dem Messaufbau und lässt sich auch hier durch eine Verschiebung der Sensordaten eliminieren. In Abbildung 6.33 sind die Abstände der durch die Anpassung von Funktionen bestimmten Umladungspositionen aus den Coulomb-Blockade-Oszillationen sowie aus den verschobenen aktiven Sensordaten dargestellt. Man beobachtet das bekannte Verhalten, die Abstände für negativere Centergatespannungen nehmen zu, da sich die kapazitive Kopplung ändert [Siv+96]. Dabei stimmen die aus den Coulomb-Blockade-Oszillationen bestimmten Abstände mit den aus den Sensordaten bestimmten Abständen sehr gut überein. Neben den Abständen lässt sich aus den Fitparametern auch die Verbreiterung der Umladungsprozesse bestimmen. Der ebenfalls in Abbildung 6.33 dargestellte Parameter b_i ist ein Maß für die Verbreiterung der Umladungsprozesse. Man sieht, dass die aus den Coulomb-Blockade-Oszillationen bestimmten Verbreiterungen mit den aus den Sensordaten bestimmten Verbreiterungen ebenfalls sehr gut übereinstimmen. Das größere Rauschen der Verbreiterungen aus den Sensordaten für positivere Centergatespannungen $U_{DL,korr}$ geht auf die abnehmende Sensitivität des Sensors in diesem Bereich zurück. Wie auch in Kapitel 6.4.2 beobachtet, nimmt die Peakbreite mit negativeren Gatespannungen zunächst ab und geht anschließend in Sättigung. Auffallend

ist jedoch die deutliche Erhebung im Bereich von $U_{\text{DL,korr}} \approx -2,55 \text{ V}$. Ohne weitere Informationen ist es schwierig die mögliche Ursache dieser Erhebung zu klären. Im folgenden Kapitel 6.5.2 wird eine Spektralanalyse dieser Quantenpunktconfiguration in Abhängigkeit von einem Störpotential durchgeführt. Dabei wird auch auf diese Erhebung eingegangen.

Insgesamt lässt sich festhalten, dass sich aktive Ladungssensoren sehr gut dafür eignen, die Umladungspositionen nach dem Verschwinden der Coulomb-Blockade-Oszillationen bis zur vollständigen Entleerung des Quantenpunkts zu verfolgen. Ebenso lässt sich mit ihnen in diesem Bereich die Verbreiterung der Umladungsprozesse bestimmen. Die ermittelten Umladungsabstände sowie Verbreiterungen stimmen sehr gut mit den aus Coulomb-Blockade-Oszillationen ermittelten Umladungsabständen sowie Verbreiterungen überein. In Bereichen mit einem hohen Offset der Coulomb-Blockade-Peaks nimmt die Sensitivität der aktiven Sensormessung aufgrund der aufgeweichten Ladungsquantisierung des Quantenpunkts ab. Aber in diesem Bereich können Spektralanalysen prinzipiell auch direkt an den Coulomb-Blockade-Oszillationen durchgeführt werden.

6.5.2. Spektralanalyse einer Quantenpunktconfiguration mit Störpotential

Die zusätzlichen Gates der verwendeten Probengeometrie ermöglichen es, das spektrale Verhalten des Quantenpunkts in Abhängigkeit eines Störpotentials zu untersuchen. Dazu wird die aktive Sensormessung aus dem vorangegangenen Kapitel mit verschiedenen Potentialen des Gates DR wiederholt. Wie im Piktogramm in Abbildung 6.34 zu sehen, befindet sich das Gate DR unmittelbar rechts neben der verwendeten Quantenpunktstruktur. Ausgehend von $U_{\text{DR}} = -0,3 \text{ V}$ wird die Gatespannung für jede Messung in $0,1 \text{ V}$ -Schritten bis $U_{\text{DR}} = -2,5 \text{ V}$ abgesenkt. In der Abbildung 6.34 sind alle Wiederholungen der aktiven Sensormessung dargestellt. Bei jeder Wiederholung wurde der Messbereich der Centergatespannung angepasst, um bezogen auf die Besetzungszahl einen möglichst konstanten Messbereich zu erhalten. Jede Wiederholung wurde dabei bis zur vollständigen Entleerung des Quantenpunkts durchgeführt. In allen Kurven lassen sich die Umladungen in Form von Abflachungen beobachten. Zudem sieht man, dass negativere Spannungen U_{DR} das Messsignal zu positiveren Sensorspannungen U_{SL} verschieben. Dies ist zu erwarten, da auch die Spannung U_{DR} einen direkten Einfluss auf den Sensor ausübt. Zudem verschieben sich die Umladungspositionen und somit auch die vollständige Entleerung des Quantenpunkts für negativere Spannungen U_{DR} in Richtung positiverer Centergatespannungen $U_{\text{DL,korr}}$, da das Gate DR als zusätzliches Gate auf den Quantenpunkt wirkt.

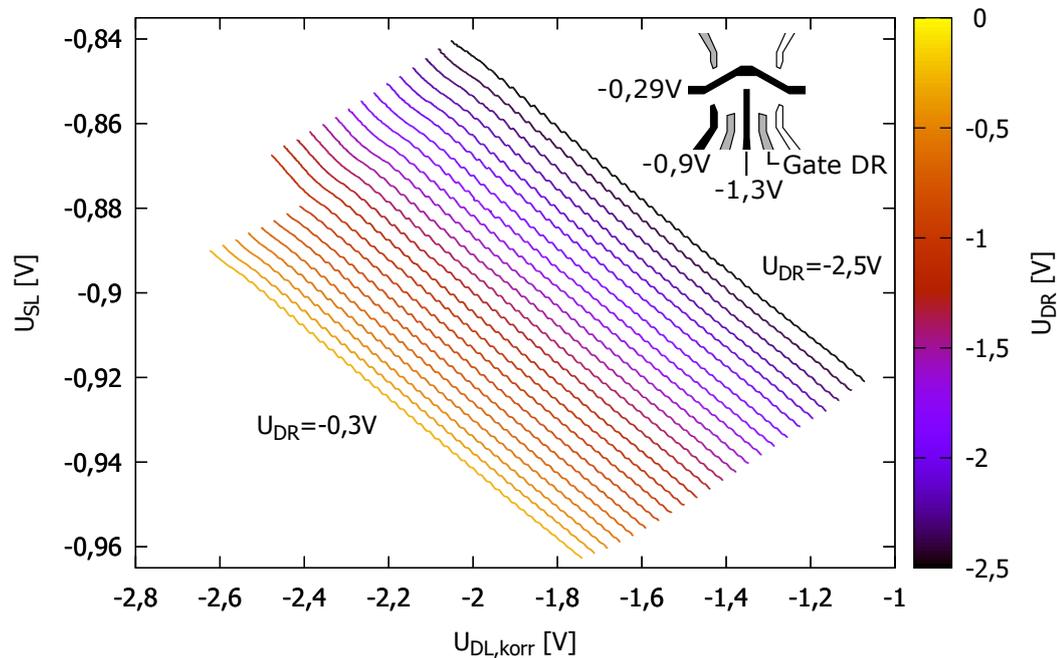


Abbildung 6.34.: Aktive Sensormessung für verschiedene Störpotentiale U_{DR} . Der Messbereich wird jeweils so angepasst, dass er bezogen auf die Besetzungszahl möglichst konstant bleibt.

Zur weiteren Analyse wird für alle Werte des Störpotentials U_{DR} jeweils eine Summe von \cosh^{-2} -Funktionen, siehe Gleichung 6.33, an die Ableitung der Sensorspannung angepasst. Auf diese Weise lassen sich analog zum vorangegangenen Kapitel 6.5.1 die Umladungspositionen und die Verbreiterungen der Umladungsprozesse bestimmen. Für drei exemplarisch ausgewählte Kurven ist dies in Abbildung 6.35 dargestellt. Die Umladungspositionen des Quantenpunkts entsprechen den Positionen der periodisch auftretenden Maxima. In dieser Darstellung lässt sich deutlich erkennen, dass sich, wie zu erwarten, auch alle Umladungspositionen für negativere Spannungen U_{DR} in Richtung positiverer Centergatespannungen $U_{DL,korr}$ verschieben. Die vollständige Entleerung des Quantenpunkts zeigt sich hier in dem Verschwinden der periodisch auftretenden Oszillationen.

In Abbildung 6.36 sind für alle Datensätze die aus den Funktionsanpassungen bestimmten Abstände der Umladungspositionen sowie die Fitparameter b_i , welche die Verbreiterungen der Umladungsprozesse widerspiegeln, an den jeweiligen Positionen der Umladungen dargestellt. Zusätzlich sind in der Abbildung die Ergebnisse der Messung ohne Störpotential, also $U_{DR} = -0,0\text{ V}$, aus dem vorangegangenen Kapitel

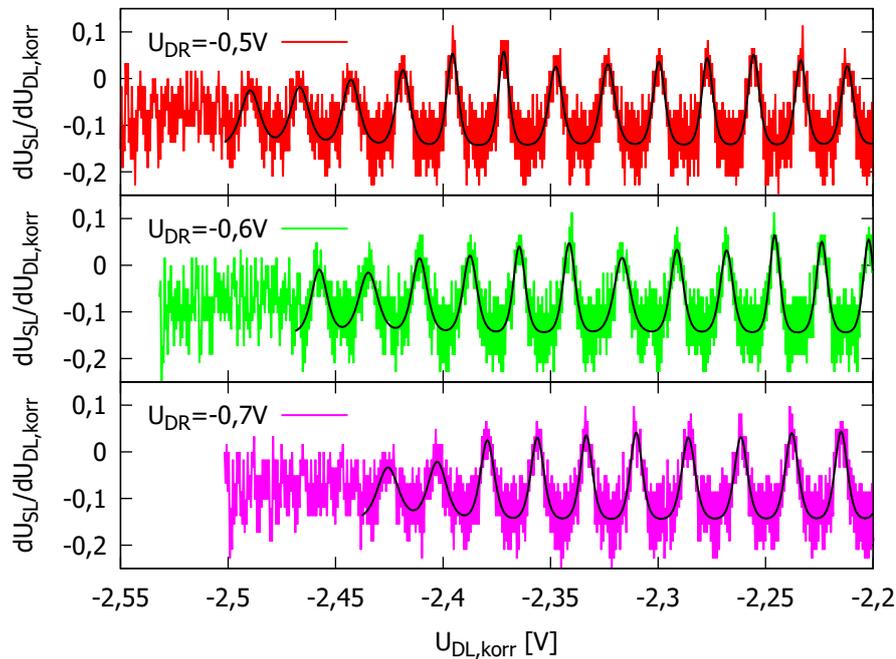


Abbildung 6.35.: Ableitung der aktiven Sensordaten aus Abbildung 6.34 für drei verschiedene Störpotentiale U_{DR} mit Fitfunktionen. Man sieht, dass sich die Umladungspositionen für negativere U_{DR} in Richtung positiverer $U_{DL,korr}$ verschieben.

6.5.1 eingezeichnet. Für die ersten Umladungspositionen wurde eine lineare Regression bezüglich der Verschiebung aufgrund des Störpotentials U_{DR} durchgeführt. In der Abbildung ist diese im unteren Graph eingezeichnet. Auffällig ist hierbei, dass die Regressionsgerade die ersten Umladungspositionen aller Messungen mit Störpotential gut beschreibt, bei der Messung ohne Störpotential aber eine weitere Umladung zu sehen ist. Die Ursache hierfür könnte sein, dass die Hinzunahme des Störpotentials eine relativ deutliche Geometrieänderung des Quantenpunkts hervorruft, während eine Variation des bereits vorhandenen Störpotentials die veränderte Geometrie geringfügiger modifiziert.

Ansonsten zeigen die Ergebnisse das erwartete und bisher immer beobachtete Verhalten: Die Abstände der Umladungspositionen steigen mit sinkender Besetzungszahl, zudem nimmt die Verbreiterung mit sinkender Besetzungszahl zunächst ab und geht anschließend in Sättigung. Interessant ist jedoch, dass sich die in der Messung ohne Störpotential beobachtete größere Verbreiterung bei sehr niedrigen Besetzungszahlen, siehe Abbildung 6.33, ab der Störspannung $U_{DR} = -0,9\text{ V}$ in Richtung höherer Besetzungszahlen verschiebt. Gleichzeitig beobachtet man bei diesen Umladungen

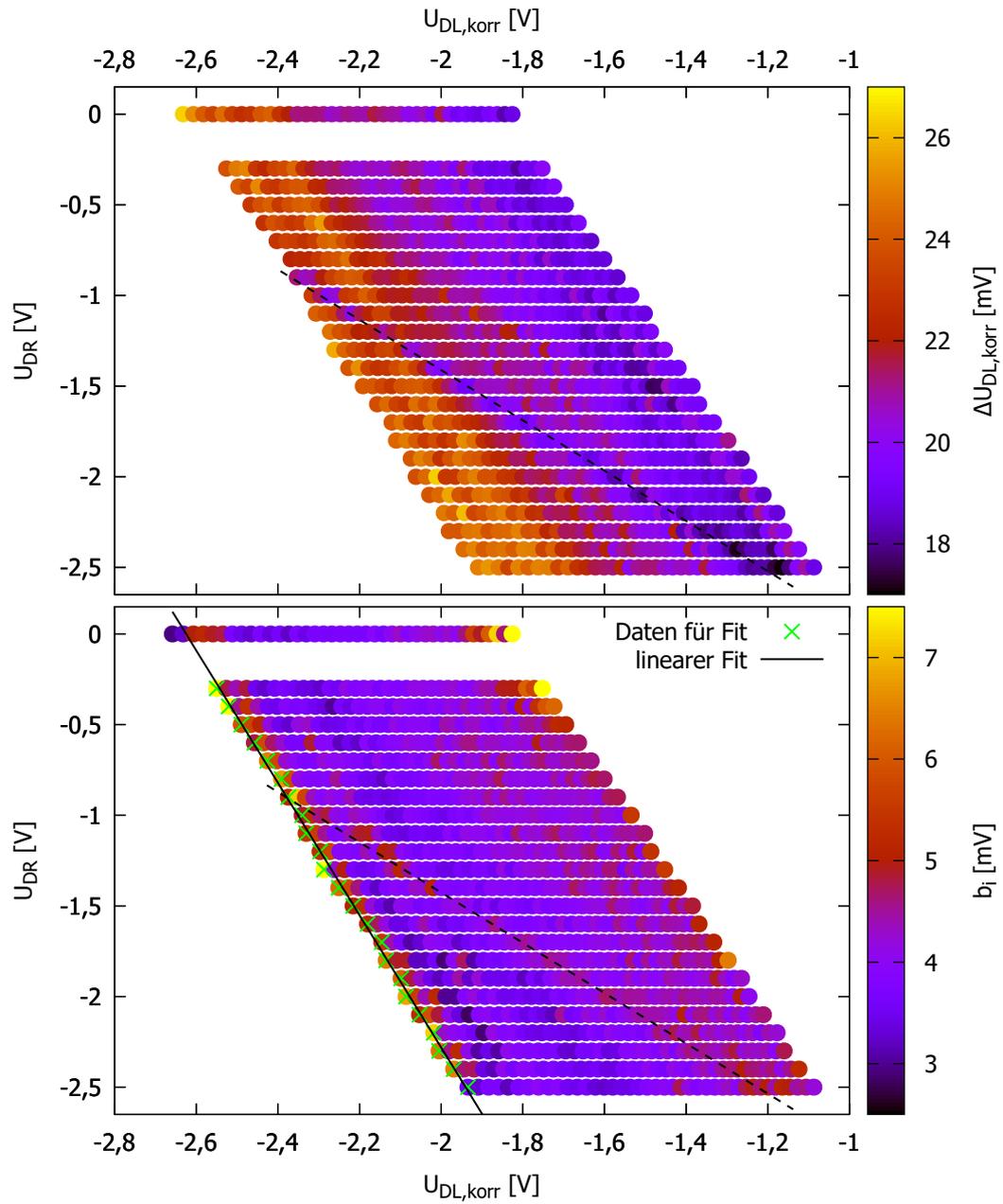


Abbildung 6.36.: Abstände der Umladungspositionen $\Delta U_{DL,korr,N} = U_{DL,korr,N} - U_{DL,korr,N-1}$ und Fitparameter b_i in Abhängigkeit von verschiedenen Störpotentialen U_{DR} .

einen geringeren Umladungsabstand $\Delta U_{\text{DL,korr}}$, siehe gestrichelte Linien in Abbildung 6.36. Dass sich die Umladungsabstände in Abhängigkeit des Störpotentials teilweise deutlich verändern und anschließend wieder zu ihrem ursprünglichen Wert zurückkehren, ist ein Hinweis darauf, dass es sich hierbei um ein Energielevel-Crossing oder Energielevel-Anti-Crossing handelt [Eck67; CDL07]. Dabei ist ebenfalls von dem Störpotential abhängig, welche Umladungen an dem Energielevel-Crossing bzw. Energielevel-Anti-Crossing beteiligt sind. Darüber, ob es sich um Energielevel-Crossing oder Energielevel-Anti-Crossing handelt, kann hier noch keine Aussage getroffen werden, da für eine Aussage darüber die tatsächlichen Spektralabstände bekannt sein müssen. Diese werden im Folgenden bestimmt. Dass diese Feinstruktur reproduzierbar erkennbar ist, zeigt aber bereits hier, dass sich die Messmethodik mit aktiven Ladungssensoren sehr gut für spektrale Analysen eignet.

Analog zur Berechnung des Energiespektrums der passiven Sensormessungen in Kapitel 6.4.4 kann auch hier aus den bestimmten Spannungsabständen der Umladungspositionen das Energiespektrum berechnet werden. Dazu wird zunächst eine Gerade an die Spannungsabstände der Umladungen angepasst, die dem Verhalten der Ladeenergie gemäß $e\alpha \langle \Delta U_{\text{DL,korr}} \rangle$ entspricht. Mit Hilfe dieser Geraden kann ebenfalls das Verhalten des Energiekonvertierungsfaktors α bestimmt werden und somit können die Energieabstände gemäß Gleichung 2.48 berechnet werden:

$$\Delta E = e\alpha (\Delta U_{\text{DL,korr}} - \langle \Delta U_{\text{DL,korr}} \rangle) \quad (6.34)$$

Auch hier ergibt sich eine Energieverteilung um $\Delta E = 0$, weswegen die Verteilung nach zwei verschiedenen Ansätzen verschoben wird: Nach der Variante von *F. Simmel et al.* [SHW97] wird die Verteilung um den kleinsten Wert verschoben, der je nach Kurve zwischen $12 \mu\text{eV}$ und $35 \mu\text{eV}$ liegt, während nach der alternativen Variante aus Kapitel 6.4.4 die Verteilung so verschoben wird, dass ihr Mittelwert $\langle \Delta E_{80} \rangle = E_F/N \approx 80 \mu\text{eV}$ entspricht. Die Bestimmung des Energiespektrums ist beispielhaft für die Messung ohne Störpotential in Abbildung 6.37 zu sehen. Im oberen Graph sind die Spannungsabstände mit linearer Regression und im unteren Graph die daraus nach den beiden Methoden berechneten Energiespektren dargestellt. Die Energiespektren aller aktiven Sensormessungen sind in Abbildung 6.38 zu sehen. Gut zu sehen ist, dass genau wie bei den passiven Sensormessungen in Kapitel 6.4.4 auch hier der nach der Random-Matrix-Theorie erwartete Bereich der Fluktuationen nicht zu den nach der Methode von *F. Simmel et al.* berechneten Energiespektren passt. Die Fluktuationen der gemäß der alternativen Methode berechneten Energiespektren liegen hingegen in etwa im vorhergesagten Bereich. Es lässt sich tendenziell in beiden Darstellungen eine Feinstruktur erkennen. Im Bereich der siebten Umladung ist eine Erhöhung auszumachen und kurz vor der 39. Umladung steigen die Daten ebenfalls an. Allerdings lässt sich in dieser Darstellung die in Abbildung 6.36 für negativere Spannungen U_{DR} beobachtete Verschiebung

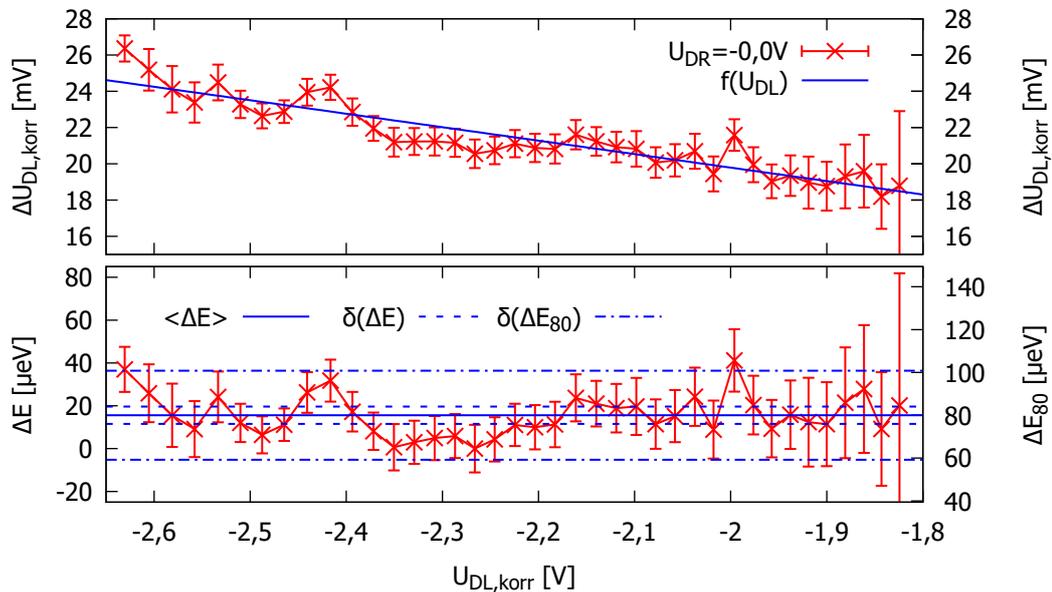


Abbildung 6.37.: Spannungsabstand der Umladungspositionen $\Delta U_{DL,korr}$ mit Ausgleichsgerade und daraus berechneter Spektralabstand ΔE bzw. ΔE_{80} mit Mittelwert für $U_{DR} = -0,0\text{ V}$. Die gestrichelten Linien geben den nach der Random-Matrix-Theorie erwarteten Bereich der Fluktuationen an.

des Bereichs mit geringeren Spannungsabständen in Richtung höherer Besetzungszahlen nicht ausmachen. Aus diesem Grund sind in den Abbildungen 6.39 und 6.40 die einzelnen Energiespektren auf mehrere Graphen aufgeteilt dargestellt. Hier lässt sich die Verschiebung des Tiefpunkts ab $U_{DR} \approx -0,9\text{ V}$ verfolgen. Diese Tiefpunkte entsprechen bei den nach der Methode von *F. Simmel et al.* bestimmten Werten, siehe Abbildung 6.39, aufgrund der Berechnungsmethode immer $S = 0$. Somit liegt das Minimum auch immer auf derselben Höhe. Bei der alternativen Bestimmungsmethode in Abbildung 6.40 variiert der Wert des Minimums, wodurch sich mehr Unterschiede ausmachen lassen. Wie bereits erläutert, sind diese Tiefpunkte auf Energielevel-Crossing bzw. Energielevel-Anti-Crossing zurückzuführen. Bei Energielevel-Crossing würde man erwarten, dass die minimalen Spektralabstände bis zu $S = 0$ sinken, bzw. zumindest diesem Wert nahekommen. Dies ist bei den nach der Methode von *F. Simmel et al.* bestimmten Werten der Fall. Allerdings gilt nach dieser Berechnungsmethode für den minimalen Spektralabstand immer $S = 0$. Dies gilt auch für Messungen, bei denen sonst kein Hinweis auf Energielevel-Crossing zu beobachten ist. Deswegen ist es bei den nach der Methode von *F. Simmel et al.* bestimmten Daten nicht möglich eine Aussage darüber zu treffen, ob es sich hier um Energielevel-Crossing oder Energielevel-Anti-Crossing handelt. Bei Energielevel-Anti-Crossing

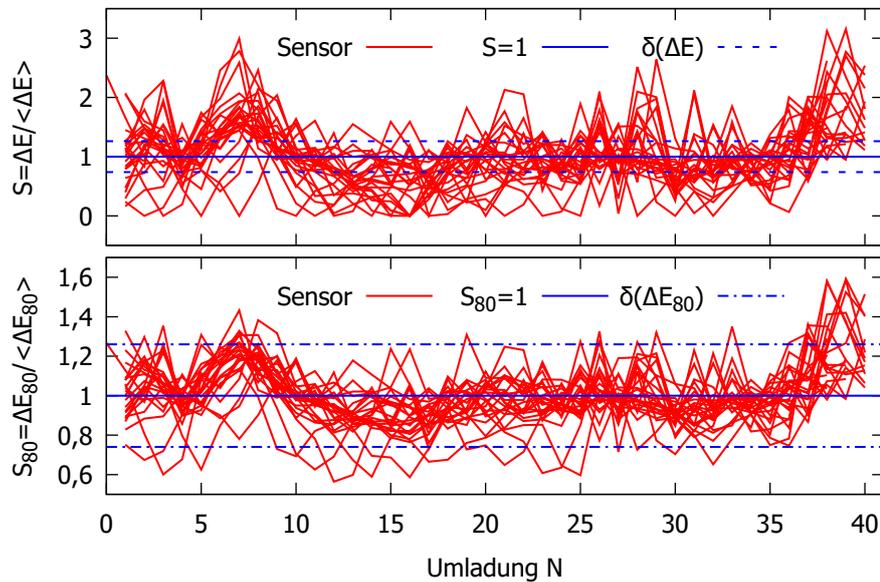


Abbildung 6.38.: Feinstruktur in den Spektren aus aktiven Sensormessungen für verschiedene Störpotentiale U_{DR} . Die Messung ohne Störpotential startet aufgrund der zusätzlichen Umladung, siehe Abbildung 6.36, bei Umladung 0, während alle weiteren Messungen bei Umladung 1 beginnen.

kann der Spektralabstand bis $S = 0$ sinken, muss es aber nicht. Die Minima der nach der alternativen Berechnungsmethode bestimmten Spektren liegen im Bereich von $S_{80,\text{min}} \approx 0,6$, was einem Energieabstand von $\Delta E_{80,\text{min}} \approx 0,6 \cdot 80 \mu\text{eV} = 48 \mu\text{eV}$ entspricht. Die minimalen Spektralabstände sind somit erheblich größer als $S = 0$ bzw. $\Delta E = 0$, weshalb anzunehmen ist, dass es sich hier um Energielevel-Anti-Crossing handelt.

Vergleicht man die beiden Datensätze weiter miteinander, ist auffällig, dass in den nach der Methode von *F. Simmel et al.* bestimmten Werten für positivere Spannungen $U_{\text{DR}} \gtrsim -1,0 \text{ V}$ das bereits erwähnte Maximum im Bereich der siebten Umladung relativ deutlich auftritt, siehe Abbildung 6.39, während die Ausprägung in den Daten der alternativen Berechnungsmethode weniger deutlich, aber trotzdem gut zu erkennen ist, siehe Abbildung 6.40. Die Ausprägung des Maximums im Bereich der 39. Umladung, welches für negativere Spannungen $U_{\text{DR}} \lesssim -1,9 \text{ V}$ auftritt, ist hingegen bei beiden Methoden ähnlich. Vergleicht man die Kurve mit $U_{\text{DR}} = -0,7 \text{ V}$ beider Berechnungsmethoden, so fällt auf, dass die nach der Methode von *F. Simmel et al.* berechnete Kurve im Bereich von der 16. Umladung stärker vom Mittelwert und von den anderen Kurven abweicht als die Kurve, die nach der alternativen Berechnungsmethode bestimmt wurde. Diese Beobachtungen erwecken insgesamt

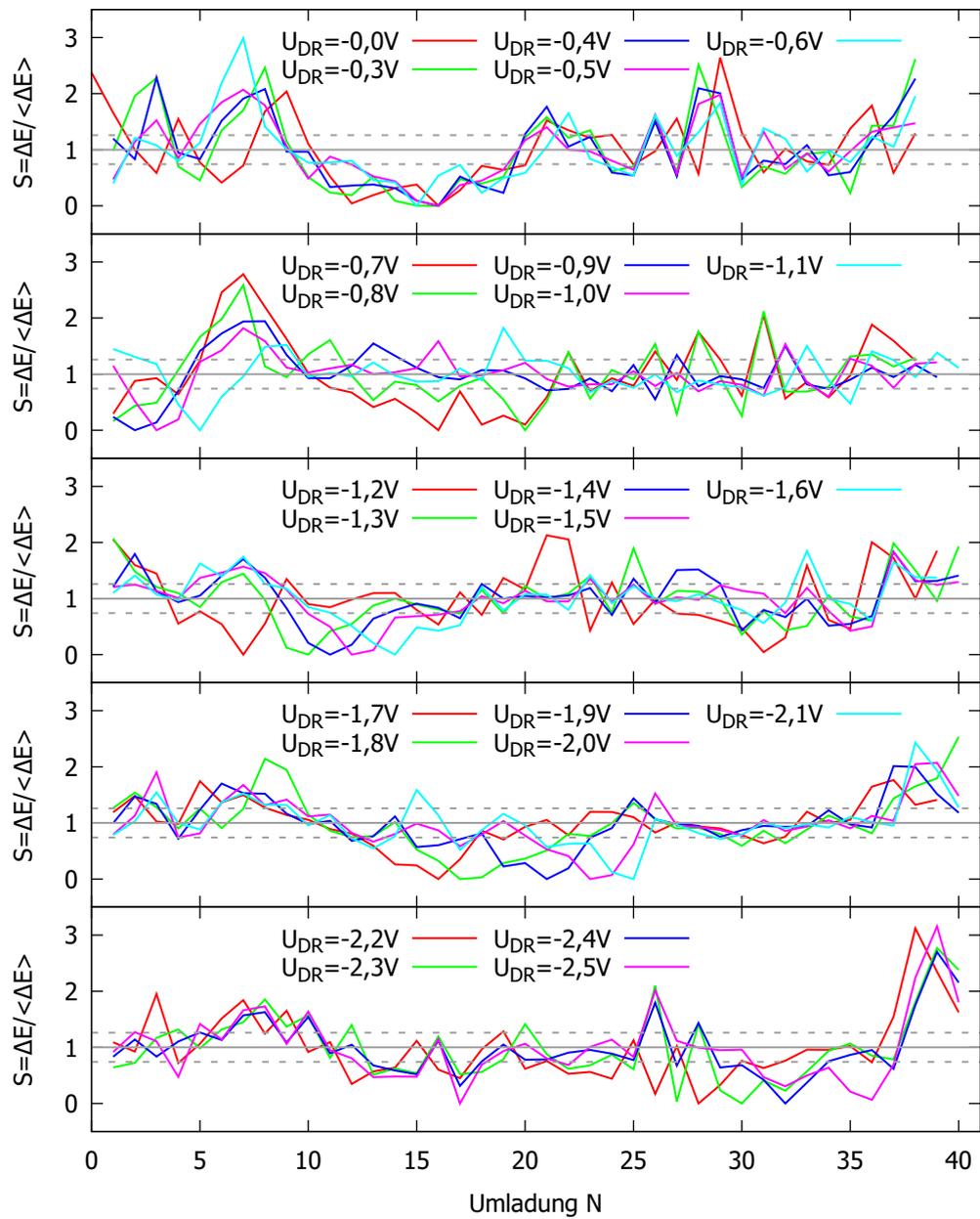


Abbildung 6.39.: Feinstruktur in den Spektren aus aktiven Sensormessungen nach der Berechnungsmethode von *F. Simmel et al.* für verschiedene Störpotentiale U_{DR} .

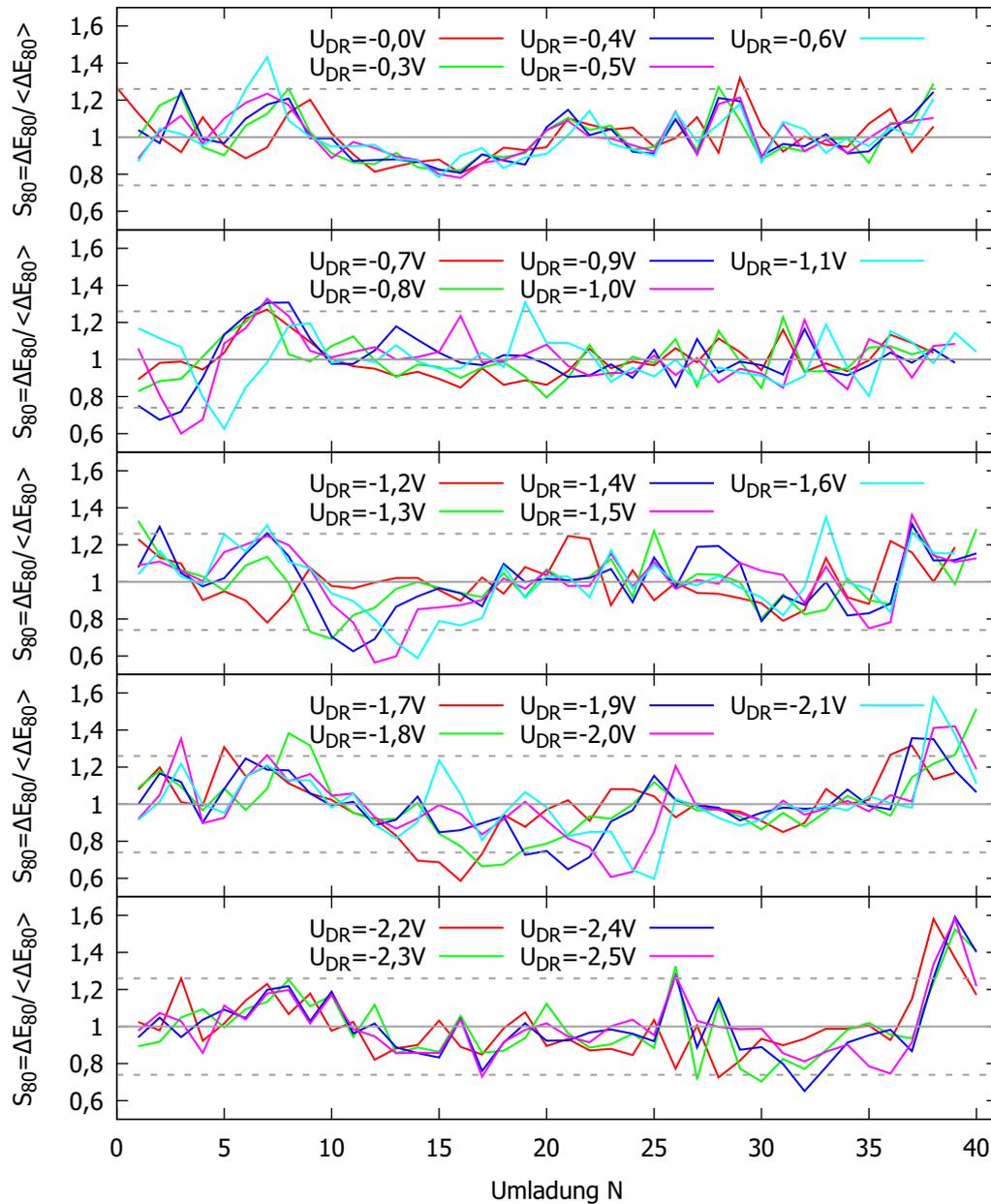


Abbildung 6.40.: Feinstruktur in den Spektren aus aktiven Sensormessungen nach der alternativen Berechnungsmethode für verschiedene Störpotentiale U_{DR} .

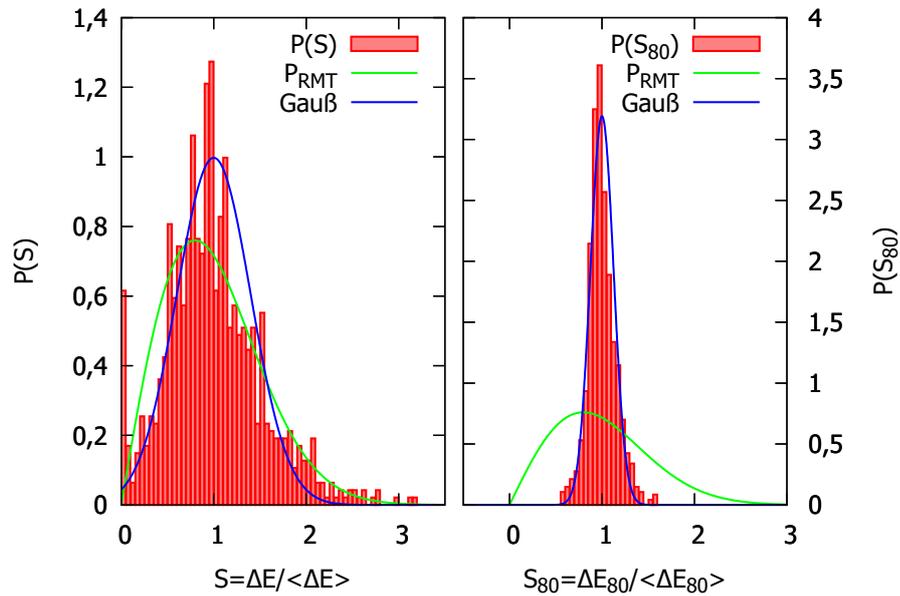


Abbildung 6.41.: Histogramme der Spektralverteilungen aus den aktiven Sensormessungen mit nach der Random-Matrix-Theorie erwarteter Wigner-Vermutung P_{RMT} und Gaußverteilung.

den Eindruck, dass die alternative Berechnungsmethode konsistentere Resultate liefert.

Da die Energiespektren insgesamt jeweils aus 942 Datenpunkten bestehen, lassen sich aus ihnen aussagekräftige Histogramme der Energieverteilungen erstellen, siehe Abbildung 6.41. Zusätzlich sind in der Abbildung die nach der Random-Matrix-Theorie erwartete Verteilung gemäß der Wigner-Vermutung und eine Gaußverteilung eingezeichnet. Wie bei den passiven Sensormessungen in Kapitel 6.4.4 weichen beide Verteilungen von der Wigner-Vermutung ab. Die gemäß der Methode von *F. Simmel et al.* berechnete Verteilung weist aber auch hier eine Asymmetrie auf, die generell zur Random-Matrix-Theorie passt. Der hohe Peak bei $S = 0$ ist auf die Berechnungsmethode zurückzuführen. Die nach der alternativen Methode berechnete Verteilung weicht sehr stark von den Voraussagen der Random-Matrix-Theorie ab und zeigt wie bei den passiven Sensormessungen eine in sehr guter Näherung gaußförmige Verteilung.

Während die Fluktuationen der nach der Methode von *F. Simmel et al.* berechneten Energiespektren deutlich größer sind als von der Random-Matrix-Theorie vorhergesagt, siehe Abbildung 6.38, weist die spektrale Verteilung eine Asymmetrie auf, die zu den Vorhersagen der Random-Matrix-Theorie passt, siehe Abbildung 6.41.

Die nach der alternativen Methode berechneten Energiespektren weisen hingegen Fluktuationen auf, wie sie gemäß der Random-Matrix-Theorie erwartet werden, siehe Abbildung 6.38, wohingegen die spektrale Verteilung ein deutlich gaußförmiges Verhalten zeigt und somit sehr stark von den Vorhersagen der Random-Matrix-Theorie abweicht, siehe Abbildung 6.41. Diese Ergebnisse decken sich mit den Ergebnissen aus den passiven Sensormessungen in Kapitel 6.4.4 und weisen somit ebenfalls darauf hin, dass die Kopplung des Constant-Interaction-Modells mit der Random-Matrix-Theorie keine vollständige theoretische Beschreibung der Spektren von lateralen Quantenpunkten liefert. Wie in den Kapiteln 2.3.4 und 6.4.4 diskutiert wurde, gibt es alternative Ansätze, die zu den hier beobachteten identischen Ergebnissen der passiven und aktiven Sensormessungen passen.

6.5.3. Aktive Sensormessungen eines Quantenpunkts im NL-Regime

In diesem Kapitel wird untersucht, inwiefern sich aktive Sensormessungen für die Analyse eines Quantenpunkts in Abhängigkeit von einer nicht vernachlässigbaren Source-Drain-Spannung eignen. Mit diesen Messungen wäre eine Charakterisierung der Quantenpunktconfiguration analog zu Kapitel 6.3.2 bei sehr geringen Besetzungszahlen möglich. Dazu muss allerdings nicht nur nach jeder Veränderung der Centergatespannung, sondern auch nach jeder Veränderung der Source-Drain-Spannung die Sensorspannung nachgeregelt werden. Dadurch ergeben sich sehr lange Messzeiten. In den Abbildungen 6.42 und 6.43 ist das Ergebnis aktiver Sensormessungen des Quantenpunkts in der bisher immer verwendeten Konfiguration mit $U_{TG} = -0,29 \text{ V}$, $U_{GL} = -0,9 \text{ V}$ und $U_{GM} = -1,3 \text{ V}$ im Bereich der ersten Besetzungen zu sehen. Während sich die Umladungen in den jeweils oben abgebildeten Rohmessdaten nur schwer ausmachen lassen, sind sie in den unten abgebildeten Ableitungen der jeweils über drei Messpunkte gemittelten Daten deutlich in Form von rot gefärbten Streifen zu erkennen. Die rote Färbung entspricht einem Maximum der Ableitung, was wiederum der Umladungsposition entspricht, siehe Kapitel 6.5.1. In Abbildung 6.42 ist in der Ableitung unterhalb der gestrichelten Linie gut die vollständige Entleerung des Quantenpunkts für stark negative Centergatespannungen $U_{DL,korr}$ sowie positive Spannung U_{K06} in Form einer homogenen Farbverteilung bzw. dem Verschwinden der periodisch auftretenden Streifen zu erkennen. Leider hat sich die Quantenpunktconfiguration vor dieser Messung bei einem Heliumtransfer leicht verändert. Die vollständige Entleerung findet dadurch bereits bei einer Centergatespannung von $U_{DL,korr} \approx -2,58 \text{ V}$ bei $U_{K06} = 0 \text{ V}$ statt, bisher war der Wert $U_{DL,korr} \approx -2,66 \text{ V}$. Zudem sieht man in dieser zuerst durchgeführten Messung weitere Konfigurationssprünge. Durch eine konstante Verschiebung der Daten der Sensorspannung vor oder nach den Sprüngen erhält man homogen zusammenpassende Messdaten. Da diese konstante Verschiebung keine Auswirkung auf die

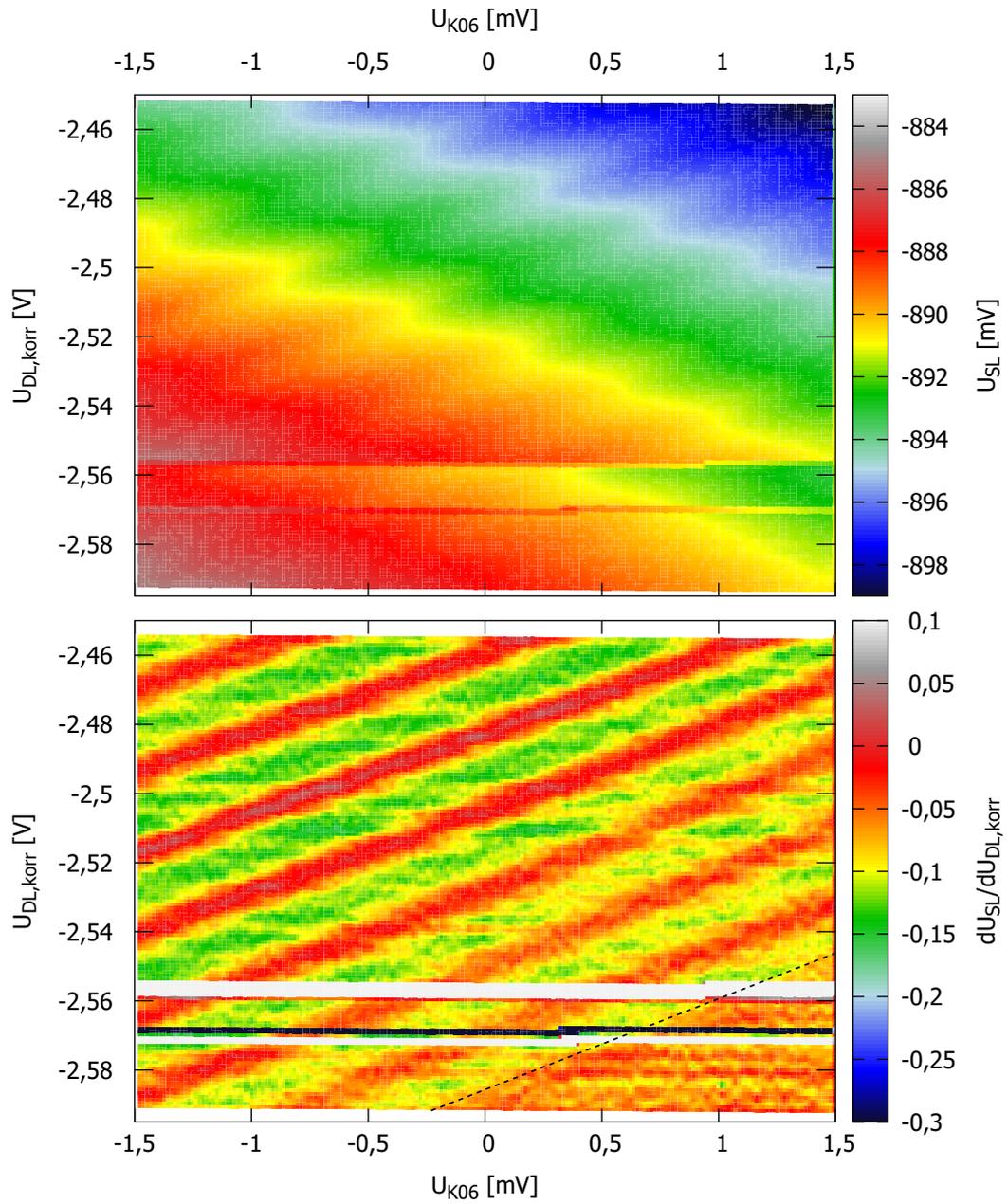


Abbildung 6.42.: Aktive Sensormessung der Quantenpunktconfiguration im NL-Regime. Die Source-Drain-Spannung wurde an den linken Kontakt K06 angelegt, während der rechte Kontakt K13 als Massekontakt diente.

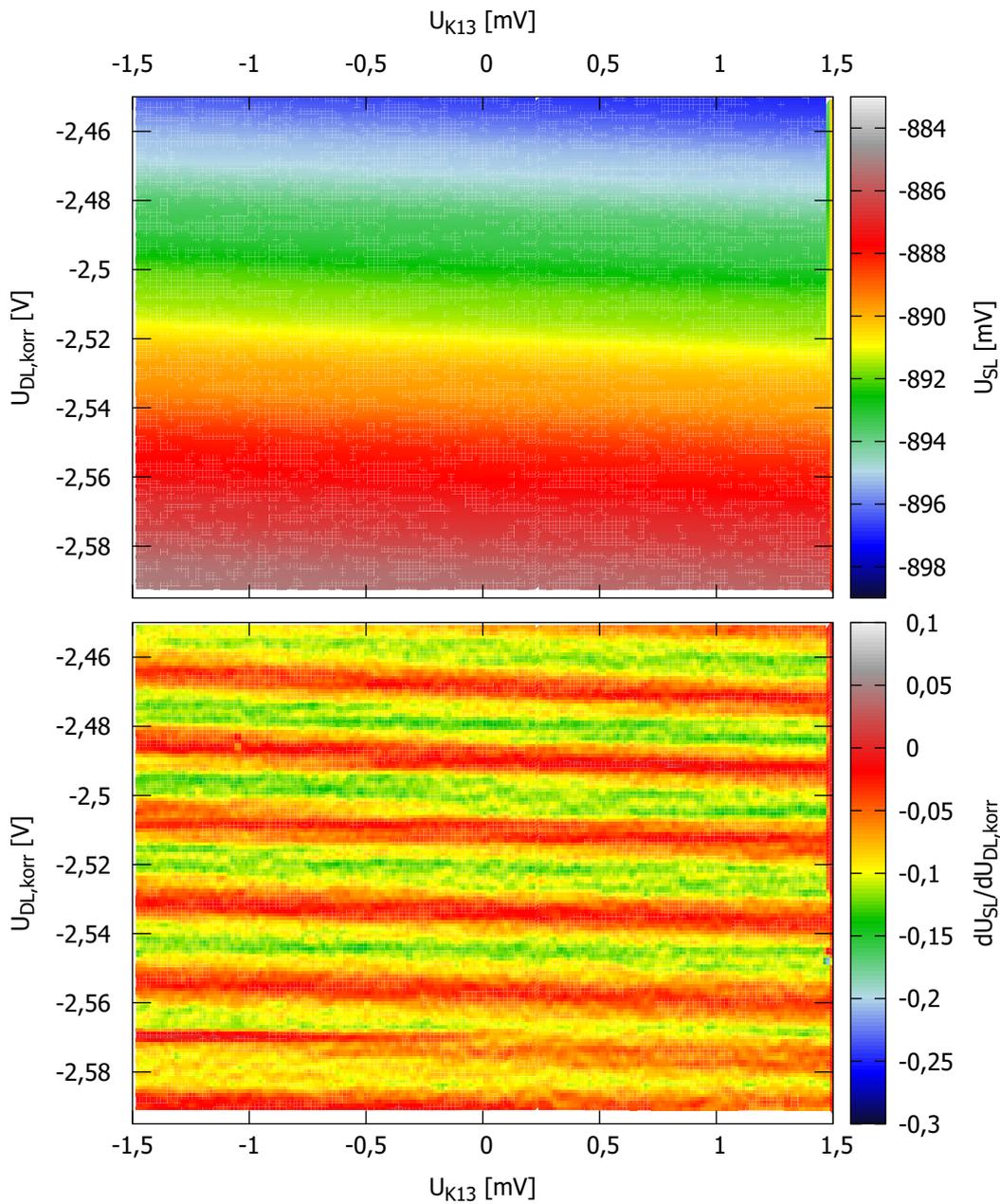


Abbildung 6.43.: Aktive Sensormessung der Quantenpunktconfiguration im NL-Regime. Die Source-Drain-Spannung wurde an den rechten Kontakt K13 angelegt, während der linke Kontakt K06 als Massekontakt diente.

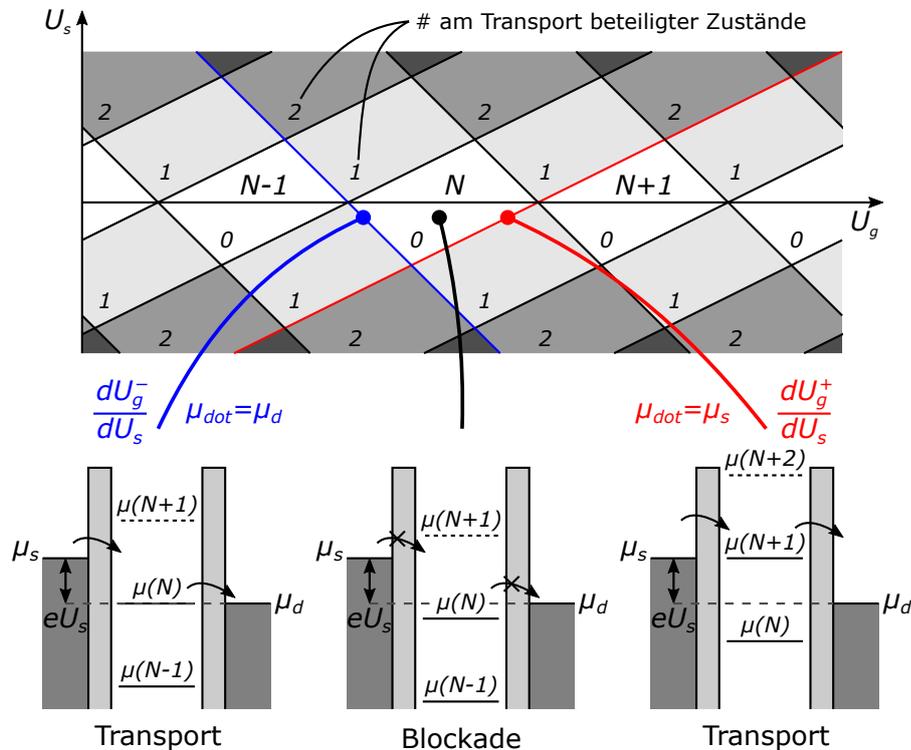


Abbildung 6.44.: Energieverhältnisse eines Quantenpunkts im nichtlinearen Regime. Die Abbildung entspricht der Abbildung 2.13 aus Kapitel 2.3.3.

Ableitung der Daten hat, wurde hier auf eine entsprechende Korrektur verzichtet. In der als Zweites durchgeführten Messung in Abbildung 6.43, bei der die Spannung an Kontakt K13 statt an Kontakt K06 angelegt wurde, sind keine Konfigurationssprünge zu sehen. Die Umladungen verlaufen hier nahezu horizontal und sind damit fast unabhängig von der Source-Drain-Spannung U_{K13} , eine leicht negative Steigung lässt sich aber doch erkennen. Die vollständige Entleerung des Quantenpunkts lässt sich hier nicht beobachten, da die Konfiguration des Quantenpunkts sich während der vorangegangenen Messung in Abbildung 6.42 bei einem Sprung wieder dem ursprünglichen Zustand angenähert hat und die vollständige Entleerung demnach wieder bei negativeren Centergatespannungen $U_{DL, \text{kor}}^{\text{r}}$ stattfindet.

Anders als bei der Charakterisierung in Kapitel 6.3.2 ist hier in den Abbildungen 6.42 und 6.43 nicht das erwartete Rautenmuster erkennbar, sondern lediglich ein Streifenmuster. Auffallend ist dabei, dass die Streifen in Abbildung 6.42 positive Steigungen aufweisen, während die Streifen in Abbildung 6.43 leicht negative Steigungen

besitzen. Die beiden Messungen unterscheiden sich lediglich darin, an welchem Kontakt die Source-Drain-Spannung angelegt wurde. Der jeweils andere Kontakt diente bei den Messungen als Massekontakt. Um das beobachtete Verhalten zu erklären, ist in Abbildung 6.44 nochmals die Abbildung 2.13 aus Kapitel 2.3.3 abgebildet, die die energetischen Zusammenhänge eines Quantenpunkts im nichtlinearen Regime darstellt. Wie in Kapitel 2.3.3 beschrieben, wird hier davon ausgegangen, dass die Spannung an das Sourcereservoir angelegt wird, während das Drainreservoir geerdet ist. In der Abbildung 6.44 erkennt man, dass die Rautengrenzen mit negativer Steigung den Punkten entsprechen, an denen ein Energieniveau des Quantenpunkts mit dem chemischen Potential des Drainreservoirs, welches hier als Masse dient, d.h. an dem nicht die Source-Drain-Spannung angelegt wurde, übereinstimmt. Analog entspricht eine Rautengrenze mit positiver Steigung den Punkten, an denen ein Energieniveau des Quantenpunkts mit dem chemischen Potential des Reservoirs, an das die Source-Drain-Spannung angelegt wurde, übereinstimmt. Das Fehlen einer dieser Grenzen ist darauf zurückzuführen, dass die Kopplung zu dem entsprechenden Reservoir so schwach ist, dass kein Elektronenaustausch mehr möglich ist. In Abbildung 6.42, also bei der Messung mit an Kontakt K06 angelegter Source-Drain-Spannung, beobachtet man Umladungsstreifen mit positiver Steigung und keine mit negativer Steigung. Der Elektronenaustausch findet demnach nur mit dem linken Reservoir, welches mit Kontakt K06 verbunden ist, statt. In der Abbildung 6.43, also bei der Messung mit an Kontakt K13 angelegter Source-Drain-Spannung, beobachtet man nur Umladungsstreifen mit negativer Steigung. Der Elektronenaustausch findet hier demnach mit dem Reservoir, das als Massekontakt dient, statt. Dabei handelt es sich auch hier um das linke Reservoir, welches mit Kontakt K06 verbunden ist. Der Elektronenaustausch findet also immer nur mit dem linken Reservoir statt. Dass die Kopplung des Quantenpunkts stark asymmetrisch ist, sieht man auch daran, dass der Quantenpunkt von der Spannung U_{K06} sehr stark beeinflusst wird, während die Spannung U_{K13} hingegen einen nahezu verschwindenden Einfluss auf den Quantenpunkt hat.

Diese asymmetrische Ankopplung der Reservoirs erklärt auch das Verschwinden der Coulomb-Blockade-Oszillationen, obwohl noch Elektronen auf dem Quantenpunkt sind, siehe bspw. Abbildung 6.31 in Kapitel 6.5.1. Das Centergate beeinflusst auch die Kopplung des Quantenpunkts über die QPC an die Reservoirs. Negativere Spannungen des Centergates verschlechtern die Kopplung, da die QPC weiter abgeschnürt werden. Wird die Kopplung zu einem Reservoir so schwach, dass kein Elektronenaustausch mit diesem Reservoir mehr möglich ist, ist auch kein Stromfluss mehr über den Quantenpunkt möglich und es lassen sich demnach keine Coulomb-Blockade-Oszillationen mehr beobachten. Da die Kopplung an das andere Reservoir aber gegeben ist, ist weiterhin eine Veränderung der Besetzungszahl in Abhängigkeit der Centergatespannung möglich, ohne dass sich der Spektralabstand der Energieniveaus ändert.

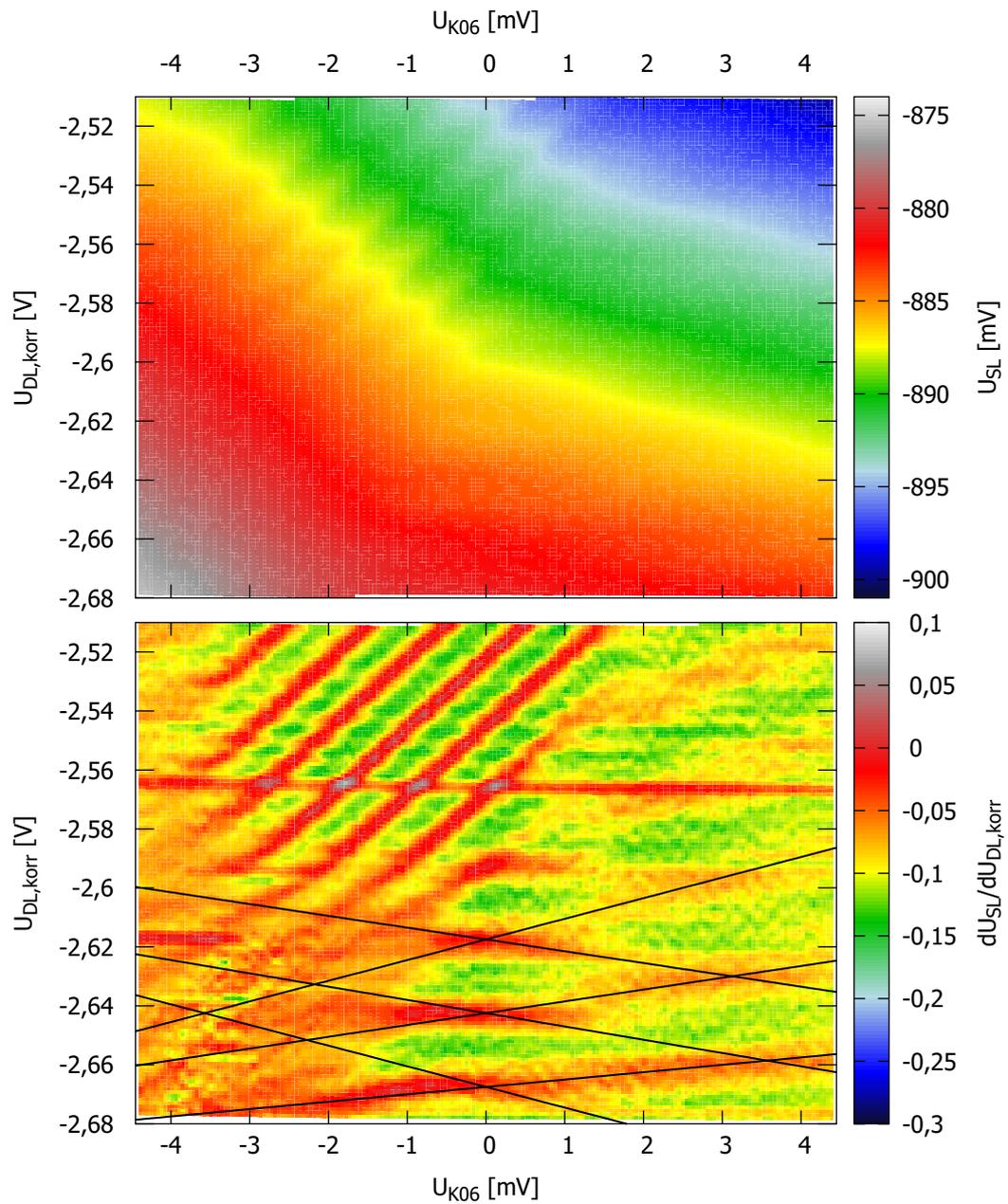


Abbildung 6.45.: Aktive Sensormessung der Quantenpunktconfiguration im NL-Regime mit weiter geöffnetem Gate GM: $U_{GM} = -1,25$ V statt bisher $U_{GM} = -1,3$ V. Dadurch wird die Kopplung des Quantenpunkts an die Reservoirs symmetrischer.

Um eine Quantenpunktconfiguration zu finden, die bei niedrigen Besetzungszahlen möglichst symmetrisch an beide Reservoirs gekoppelt ist, wurde ausgehend von der bisherigen Konfiguration der auf den Quantenpunkt bezogen rechte QPC GM in kleinen Schritten weiter geöffnet. Dies erhöht die Kopplungsstärke zwischen dem Quantenpunkt und dem rechten Reservoir, welches mit Kontakt K13 verbunden ist. Bei einem symmetrisch gekoppelten Quantenpunkt erwartet man, dass der Einfluss von U_{K06} und $-U_{K13}$ gleich ist. Deswegen wurde nach jeder Variation von U_{GM} überprüft, ob die Sensorleitwerte bei den Spannungen $U_{K06} = \pm 1,5 \text{ mV}$ den Sensorleitwerten bei den Spannungen $U_{K13} = \mp 1,5 \text{ mV}$ entsprechen. Dies war bei $U_{GM} = -1,25 \text{ V}$ der Fall. Das Ergebnis der anschließend an dieser neuen, symmetrischen Konfiguration durchgeführten nichtlinearen Messung ist in Abbildung 6.45 dargestellt. Aufgrund der Veränderung der Quantenpunktconfiguration ist die Korrekturfunktion des Einflusses der Sensorspannung nicht ganz korrekt. Da die Konfiguration aber der ursprünglichen Quantenpunktconfiguration sehr ähnlich ist, handelt es sich um eine bessere Näherung als keine Korrektur zu berücksichtigen. In der unten dargestellten Ableitung der über jeweils drei Messpunkte gemittelten Daten sind im Bereich niedrigerer Centergatespannungen $U_{DL,korr} \lesssim -2,6 \text{ V}$ nun die erwarteten Rauten zu erkennen. Bei positiveren Centergatespannungen treten wieder nur Umladungsstreifen mit positiver Steigung auf. Hier kippt die Konfiguration erneut in einen asymmetrischen Zustand, bei der die Kopplung an das linke Reservoir, das mit Kontakt K06 verbunden ist, deutlich stärker ist als die Kopplung an das rechte Reservoir. Die Symmetrisierung wurde im Bereich negativerer Centergatespannungen durchgeführt, in dem auch die erwarteten Rauten zu sehen sind. Bei positiveren Centergatespannungen verdrängt das Centergate weniger der Breite der QPC, was die Kopplungsstärke an die Reservoirs erhöht. Da sich das Centergate DL näher an dem durch das linke Gate GL definierten QPC als an dem durch das rechts von ihm befindlichen Gate GM definierten QPC befindet, wird die Kopplung zum linken Reservoir durch die Veränderung der Centergatespannung stärker beeinflusst. Dadurch entsteht die beobachtete Asymmetrie. Der in der Ableitung gut zu erkennende, nahezu horizontal verlaufende rote Balken knapp unterhalb von $U_{DL,korr} = -2,56 \text{ V}$ resultiert aus einem im Vergleich zu den bisherigen Sprüngen kleinen Sprung der Quantenpunktconfiguration. Die minimal negative Steigung des Balkens entsteht aufgrund der Korrekturfunktion. Leider ist die Quantenpunktconfiguration nach dieser Messung, aber bevor die Messung mit U_{K13} wiederholt werden konnte, erneut bei einem Heliumtransfer deutlich gesprungen. Die Veränderung war so erheblich, dass keinerlei mit den bisherigen Messungen vergleichbare Messungen mehr durchgeführt werden konnten.

Aus den in Abbildung 6.45 eingezeichneten Rauten lassen sich analog zur Charakterisierung der ursprünglichen Quantenpunktconfiguration in Kapitel 6.3.2 wichtige Kenngrößen berechnen. Aus dem Abstand der Rauten bei $U_{K06} = 0 \text{ V}$ kann die

Kapazität des Centergates DL bestimmt werden:

$$\Delta U_{\text{DL,korr}} = 25,0 \pm 1,3 \text{ mV} \quad (6.35)$$

$$C_{\text{DL}} \approx \frac{e}{\Delta U_{\text{DL,korr}}} = 6,4 \pm 0,3 \text{ aF} \quad (6.36)$$

Für die Mittelwerte der Steigungen der eingezeichneten Geraden ergeben sich:

$$\frac{dU_{\text{DL,korr}}^+}{dU_{\text{K06}}} = 4,5 \pm 2,3 \quad (6.37)$$

$$\frac{dU_{\text{DL,korr}}^-}{dU_{\text{K06}}} = -5,2 \pm 1,6 \quad (6.38)$$

Damit können die Koppelkapazität

$$C_{\text{K06}} = -C_{\text{DL}} \cdot \frac{dU_{\text{DL,korr}}^-}{dU_{\text{K06}}} = 33,1 \pm 10,4 \text{ aF} \quad (6.39)$$

und der Konvertierungsfaktor berechnet werden:

$$\alpha = \left(\frac{dU_{\text{DL,korr}}^+}{dU_{\text{K06}}} - \frac{dU_{\text{DL,korr}}^-}{dU_{\text{K06}}} \right)^{-1} = 0,103 \pm 0,030 \quad (6.40)$$

Schließlich kann mit dem Konvertierungsfaktor die Gesamtkapazität

$$C_{\Sigma} = \frac{C_{\text{DL}}}{\alpha} = 62,0 \pm 18,2 \text{ aF} \quad (6.41)$$

und daraus die Ladeenergie bestimmt werden:

$$E_C = \frac{e^2}{C_{\Sigma}} = 2586 \pm 760 \text{ } \mu\text{eV} \quad (6.42)$$

Während die Kapazität des Centergates mit dem Ergebnis der Charakterisierung der ursprünglichen Konfiguration in Kapitel 6.3.2 vergleichbar ist, unterscheiden sich die anderen Werte fast um einen Faktor 10. So ergeben sich in Kapitel 6.3.2 bspw. $\alpha = 0,013 \pm 0,004$ und $E_C = 277 \pm 86 \text{ } \mu\text{eV}$. Durch das Öffnen des rechten QPC GM wurde demnach neben der Kopplung zum rechten Reservoir auch die geometrische Form des Quantenpunkts deutlich beeinflusst. Während die Ergebnisse aus Kapitel 6.3.2 vergleichsweise klein waren, sind die hier berechneten Werte eher groß, liegen aber noch in einem für sehr niedrige Besetzungszahlen üblichen Bereich [Kou+97].

Insgesamt lässt sich festhalten, dass sich aktive Messungen eines Quantenpunkts im nichtlinearen Regime gut zur Charakterisierung der Quantenpunktconfiguration bei niedrigen Besetzungszahlen eignen. Die Messungen sind zwar zeitintensiv, liefern aber gute Ergebnisse und ermöglichen es, eine Quantenpunktconfiguration ohne Stromfluss über den Quantenpunkt zu charakterisieren. Wie hier gezeigt wurde, ist mit ihnen somit eine Charakterisierung auch in einem Bereich, in dem keine Coulomb-Blockade-Oszillationen mehr beobachtet werden können, möglich.

7. Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit befasst sich mit spektralen Eigenschaften von lateralen Quantenpunkten. Dazu wurden neben Coulomb-Blockade-Oszillationen die Ergebnisse von passiven sowie aktiven Elektrometermessungen ausgewertet. Grundlage für die Elektrometermessungen legte eine Nanostruktur, bei der sich ein als Sensor dienender Quantenpunktkontakt (QPC) in unmittelbarer Nähe zum Quantenpunkt befand, der jedoch aufgrund eines Trenngates unabhängig vom Quantenpunkt vermessen werden konnte. Als Ausgangsmaterial für die Probenherstellung diente eine GaAs/Al_{0,33}Ga_{0,67}As-Heterostruktur, welche ein etwa 90 nm unter der Oberfläche befindliches zweidimensionales Elektronengas (2DEG) aufwies. Zur Strukturierung wurde zunächst das Probenmaterial nasschemisch geätzt und das 2DEG der verbleibenden Geometrie mittels einer anschließend einlegierten Au/Ge-Mischung elektrisch kontaktiert. Die eigentliche Nanostruktur entstand durch elektrostatische Verdrängung des 2DEG durch Top-Gate-Elektroden, welche mittels optischer sowie Elektronenstrahlolithographie definiert wurden. Damit die Quantisierungseffekte aufgelöst werden konnten, wurde die Probe in einem ³He-⁴He-Entmischungskryostaten bei einer Elektronentemperatur von etwa 300 mK mittels Lock-In-Technik vermessen.

Die Messtechnik, einen QPC als Ladungssensor zu verwenden, wurde wesentlich durch *M. Field et al.* geprägt [Fie+93]. *M. Field et al.* lösten das Problem, dass der sensitive Messbereich durch die Leitwertquantisierung des QPC begrenzt ist, indem sie den Leitwert des Sensors durch eine Veränderung seiner Gatespannung zurücksetzten, wenn der Leitwert einen bestimmten Wert erreicht hatte. Dabei wurde allerdings ignoriert, dass solch eine Spannungsänderung auch einen Einfluss auf den Quantenpunkt ausübt. In den der vorliegenden Arbeit vorangegangenen Arbeiten von *D. Schefzyk* und *C. Dieter* wurde gezeigt, dass sich dieser Einfluss messen und dadurch nachträglich durch eine Korrekturfunktion herausrechnen lässt [Sch14; Die17]. Diese Korrektur ermöglichte es ihnen eine aktive Sensormessung zu entwickeln, bei der der Sensorleitwert ständig durch Variationen seiner Gatespannung konstant gehalten wird und die Daten nachträglich korrigiert werden. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurde ein Manuskript zur Veröffentlichung eingereicht, welches diese Messmethodik der aktiven Ladungssensoren detailliert erläutert [Bre+20]. Sowohl in den Arbeiten von *D. Schefzyk* und *C. Dieter* als auch in dem eingereichten

Manuskript wurde angenommen, dass der Einfluss der Sensorspannung auf alle Umladungspositionen gleich ist. Um dies systematisch zu überprüfen, wurden in der vorliegenden Arbeit für 174 verschiedene Werte der Sensorspannung an insgesamt 4336 Coulomb-Blockade-Oszillationen Fitfunktionen angepasst. Insgesamt wurde ein Einfluss der Sensorspannung beobachtet, der sich, wie erwartet, wie ein zusätzliches Gate äußerte. Im Detail konnten aber zunächst unerwartete, leichte Modulationen der Peakbreite sowie der Peakabstände beobachtet werden, die letztlich auf eine Modulation der Kottunnelraten durch die Sensorspannung zurückgeführt werden konnten. Insgesamt waren die Modulationen klein, vor allem in dem für Sensormessungen interessanten Bereich, weshalb die Annahme einer Korrekturfunktion für alle Umladungspositionen eine sehr gute Näherung darstellt.

Sowohl aus den Sensordaten passiver Sensormessungen als auch aus den Daten der Coulomb-Blockade-Oszillationen wurden die Energiespektren mittels zweier Methoden berechnet. Nach der Methode von *F. Simmel et al.* wird die Ladeenergie durch einen linearen Fit berücksichtigt und von den Daten abgezogen. Das Energiespektrum erhält man durch eine Verschiebung der resultierenden Daten um den kleinsten Wert, um negative Energien zu vermeiden [SHW97]. Bei der hier entwickelten, alternativen Methode erfolgt die Verschiebung so, dass der Mittelwert des Spektrums der Fermi-Energie geteilt durch die maximal mögliche Besetzungszahl des Quantenpunkts entspricht. Die Ergebnisse beider Methoden zeigten unter Berücksichtigung der Korrekturfunktion der Sensorspannung eine vergleichbare und reproduzierbare Feinstruktur im Energiespektrum. Beim Vergleich der Ergebnisse mit den Vorhersagen der Kopplung des Constant-Interaction-Modells mit der Random-Matrix-Theorie (RMT) fiel auf, dass die nach der Methode von *F. Simmel et al.* berechneten Spektren deutlich höhere Fluktuationen aufwiesen als gemäß der Vorhersagen der RMT erwartet wurde, während die Fluktuationen der nach der alternativen Methode berechneten Spektren im von der RMT vorhergesagten Bereich lagen. Die Verteilungen der Daten der Methode nach *F. Simmel et al.* zeigten eine zur RMT passende Asymmetrie, wohingegen die Daten der alternativen Methode ein eindeutig gaußförmiges Verhalten zeigten und somit stark von den Vorhersagen der RMT abwichen. Für diese Auswertungen wurden insgesamt 5233 Abstände von Umladungspositionen berücksichtigt, was sie statistisch sehr valide macht. Daher lässt sich folgern, dass die Kopplung des Constant-Interaction-Modells mit der RMT chaotische Quantenpunkte nur unzureichend bzw. unvollständig beschreibt. Es gibt alternative Ansätze, um einen Quantenpunkt als chaotisches System zu beschreiben, von denen sich bisher keiner durchgesetzt hat. Hervorzuheben ist der von *U. Sivan et al.* entwickelte und von *R. Berkovits* verfeinerte Ansatz, bei dem die Packungsdichte und die Coulomb-Wechselwirkung der Elektronen berücksichtigt werden und deren Vorhersagen deutlich besser zu den hier bestimmten Ergebnissen passen [Siv+96; Ber98].

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit ließen sich zudem die Umladungen eines Quantenpunkts bis zur vollständigen Entleerung mittels aktiver Sensormessungen verfolgen. Anschließend wurde das Verhalten des Quantenpunkts in Abhängigkeit eines Störpotentials mittels aktiver Sensormessungen untersucht, und die Spektren wurden mittels beider Methoden berechnet. Dabei konnte eine kontinuierliche Verschiebung markanter Eigenschaften des Spektrums in Abhängigkeit des Störpotentials beobachtet werden. Der Vergleich der insgesamt 942 ausgewerteten Abstände von Umladungspositionen mit den Vorhersagen der RMT lieferte dieselben Ergebnisse wie der Vergleich der ausgewerteten Abstände von Umladungspositionen aus Coulomb-Blockade-Oszillationen sowie aus passiven Sensormessungen mit den Vorhersagen der RMT: Die nach der Methode von *F. Simmel et al.* berechneten Spektren zeigten zu große Fluktuationen, aber dafür eine Asymmetrie der Verteilung, wohingegen die nach der alternativen Methode berechneten Spektren Fluktuationen im erwarteten Bereich aufwiesen, die Verteilung aber eindeutig gaußförmig war. Die Messmethodik der aktiven Sensormessungen konnte zudem auf Quantenpunkte im nichtlinearen Regime ausgeweitet werden, was die Charakterisierung einer Quantenpunkt-konfiguration bei einer sehr niedrigen Besetzung erlaubte. Im Zuge dessen konnte geklärt werden, dass das beobachtete Verschwinden der Coulomb-Blockade-Oszillationen, obwohl noch Elektronen den Quantenpunkt besetzten, auf eine asymmetrische Kopplung der Reservoirs zurückzuführen ist.

Insgesamt konnte gezeigt werden, dass die Ergebnisse aktiver Sensormessungen mit denen passiver Sensormessungen sowie den Ergebnissen aus Coulomb-Blockade-Oszillationen übereinstimmen und dass sich aktive Sensormessungen zudem auch für Charakterisierungen im nichtlinearen Regime eignen. Diese Erkenntnisse erlauben es, die aktiven Sensormessungen auf weitere Bereiche auszuweiten. So wäre ein möglicher nächster Schritt, einen Doppelquantenpunkt mit zwei Sensoren zu vermessen. Dafür müsste für beide Quantenpunkte jeweils eine Korrekturfunktion pro Sensor ermittelt werden. Die Möglichkeit, den Doppelquantenpunkt in Abhängigkeit der Kopplung beider Quantenpunkte mittels aktiver Sensoren zu vermessen, wäre vor allem in einem Bereich der starken Kopplung bezüglich eines etwaigen gemeinsamen Ladungsschwerpunkts sehr interessant.

A. Anhang

A.1. Prozessparameter der Probenherstellung

Tabelle A.1.: Herstellungsparameter der Mesa

Vorbereitung:	Reinigung:	Probe und Maske: Spülen mit Aceton, Isopropanol, trocknen mit N ₂
	Dehydrieren:	5 min bei 160 °C
Belacken:	Haftvermittler:	HMDS, 30 s einwirken lassen, schleudern
	Lack:	ma-N 1410, Lackschleuderparameter 6000:5:40, Lackkanten entfernen (in Isopropanol getränktes Filterpapier)
	Pre Exposure Bake:	90 s bei 100 °C
Belichtung:	Mask-Aligner:	Justage, 13 s belichten
	Post Exposure Bake:	60 s bei 80 °C
	Entwicklung:	~25 s in ma-D 533-S, dabei optische Kontrolle, spülen mit Reinstwasser, trocknen mit N ₂
Ätzen:	Veraschen:	25 s O ₂ -Plasma bei 0,5 mbar und 100 W
	Hard Bake:	5 min bei 105 °C
	Höhenprofil:	Messen des Höhenprofils zur Ätzratenbestimmung im Profilometer
	HCl-Dip:	10 s in 37%-HCl, spülen mit Reinstwasser, trocknen mit N ₂
	Ätzen:	in H ₂ O : H ₂ SO ₄ : H ₂ O ₂ = 100 : 3 : 1 für ~80 s, spülen mit Reinstwasser, trocknen mit N ₂
	Höhenprofil:	Bestimmung der Ätzrate und ggf. nochmals ätzen, 60-80 nm Ätztiefe
	Reinigung:	Spülen mit Aceton, Isopropanol, trocknen mit N ₂

Tabelle A.2.: Herstellungsparameter der Ohmschen Kontakte

Vorbereitung:	Reinigung:	Probe und Maske: Spülen mit Aceton, Isopropanol, trocknen mit N ₂
	Dehydrieren:	Isopropanol, kurz einwirken lassen, schleudern
Belacken:	Lack:	ma-P 1215, Lackschleuderparameter: 4500:6:30, Lackkanten entfernen (in Isopropanol getränktes Filterpapier)
	Pre Exposure Bake:	2,5 min bei 90 °C
Belichtung:	Mask-Aligner:	Justage, 21 s belichten
	Entwicklung:	30 s in ma-D 331, dabei optische Kontrolle, spülen mit Reinstwasser, trocknen mit N ₂
Metallisierung:	HCl-Dip:	10 s in 37%-HCl, spülen mit Reinstwasser, trocknen mit N ₂
	Aufdampfen:	192 nm AuGe, 78 nm Ni, 30 nm Au
	Lift Off:	Im Aceton Bad
	Reinigung:	Spülen mit Aceton, Isopropanol, trocknen mit N ₂
	Einlegieren:	bei 420 °C in Ar : H ₂ = 80 : 20 Atmosphäre

Tabelle A.3.: Prozessschritte des Einlegierens

Schritt	Temperatur [°C]	Zeit [s]	Modus
1	110	180	Gas-flow
2	370	120	Gas (300 mbar)
3	420	50	Gas (300 mbar)
4	100	2	Gas-flow

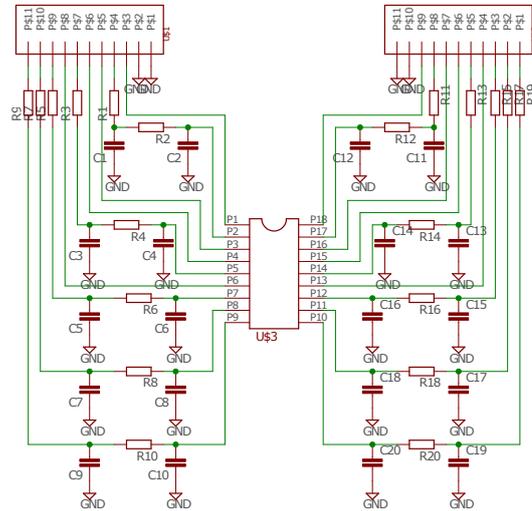
Tabelle A.4.: Herstellungsparameter der Zuleitungen und Bondpads

Vorbereitung:	Reinigung:	Probe und Maske: Spülen mit Aceton, Isopropanol, trocknen mit N ₂
	Dehydrieren:	Isopropanol, kurz einwirken lassen, schleudern
Belacken:	Lack:	ma-P 1215, Lackschleuderparameter: 4500:6:30, Lackkanten entfernen (in Isopropanol getränktes Filterpapier)
	Pre Exposure Bake:	2,5 min bei 90 °C
Belichtung:	Mask-Aligner:	Justage, 21 s belichten
	Entwicklung:	30 s in ma-D 331, dabei optische Kontrolle, spülen mit Reinstwasser, trocknen mit N ₂
Metallisierung:	HCl-Dip:	10 s in 37%-HCl, spülen mit Reinstwasser, trocknen mit N ₂
	Aufdampfen:	10 nm Cr, 50 nm Au (innere Zuleitungen)
		14 nm Cr, 150 nm Au (äußere Zuleitungen mit Bondpads)
	Lift Off:	Im Aceton Bad
Reinigung:	Spülen mit Aceton, Isopropanol, trocknen mit N ₂	

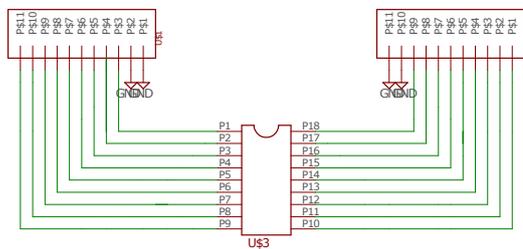
Tabelle A.5.: Herstellungsparameter der Nanostruktur

Vorbereitung:	Reinigung:	Probe: Spülen mit Aceton, Isopropanol, trocknen mit N ₂
	Dehydrieren:	Isopropanol, kurz einwirken lassen, schleudern
Belacken:	Lack:	PMMA 2041 2,8%, Lackschleuderparameter: 2600:0:1 und 6000:5:50
	Pre Exposure Bake:	3 min bei 120 °C, 60 min bei 160 °C
Belichtung:	REM:	Alignment und Belichtung: 30 keV, Spot 1 (d.h. ~20 pA), Apertur 1, Blanker 1, ~4 nm Auflösung
	Entwicklung:	25 s in MIBK/Isopropanol = 1/2, spülen mit Isopropanol, trocknen mit N ₂
Metallisierung:	Aufdampfen:	10 nm Cr, 30 nm Au
	Lift Off:	Im Aceton Bad
	Reinigung:	Spülen mit Aceton, Isopropanol, trocknen mit N ₂

A.2. Schaltpläne und Layouts der Probenhalter mit und ohne Tiefpassfilter



(a) mit Tiefpassfiltern



(b) ohne Tiefpassfilter

Abbildung A.1.: Schaltpläne der Probenhalter mit und ohne Tiefpassfilter

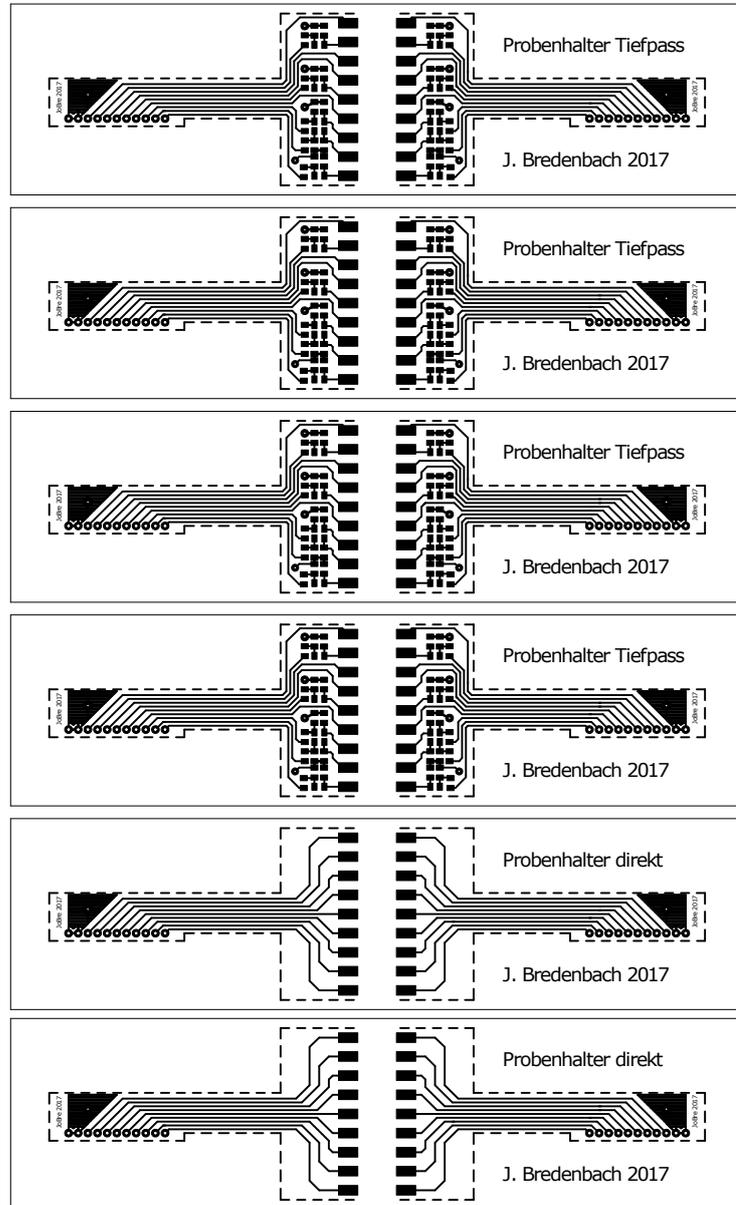


Abbildung A.2.: Layout der Probenhalter für eine 100 mm × 160 mm Platine mit vier Probenhaltern mit Tiefpassfiltern und mit zwei Probenhaltern ohne Tiefpassfilter

A.3. Widerstände der Probe aus Kapitel 5.1

Tabelle A.6.: Geometrieabhängige Widerstände der Mesa der Probe aus Kapitel 5.1. Simulationsergebnisse aus [Die17].

Kontakte	$R [R_{\square}]$
4-5, 5-6, 13-14, 14-15	$14,5537 \pm 0,0332$
4-6, 13-15	$22,8587 \pm 0,0006$
4-14, 6-14, 5-13, 5-15	$19,7742 \pm 0,0458$
4-13, 6-15	$27,6080 \pm 0,0011$
4-15, 6-13	$27,6080 \pm 0,0008$
5-14	$11,9000 \pm 0,0000$

Tabelle A.7.: Fitergebnisse der Widerstandskennlinien aus Abbildung A.3

Kontakte	Widerstand
$R_{K04-K05}$	$1566 \pm 3 \Omega$
$R_{K04-K06}$	$2069 \pm 5 \Omega$
$R_{K04-K13}$	$2172 \pm 6 \Omega$
$R_{K04-K14}$	$1964 \pm 5 \Omega$
$R_{K04-K15}$	$2186 \pm 8 \Omega$
$R_{K05-K06}$	$1746 \pm 5 \Omega$

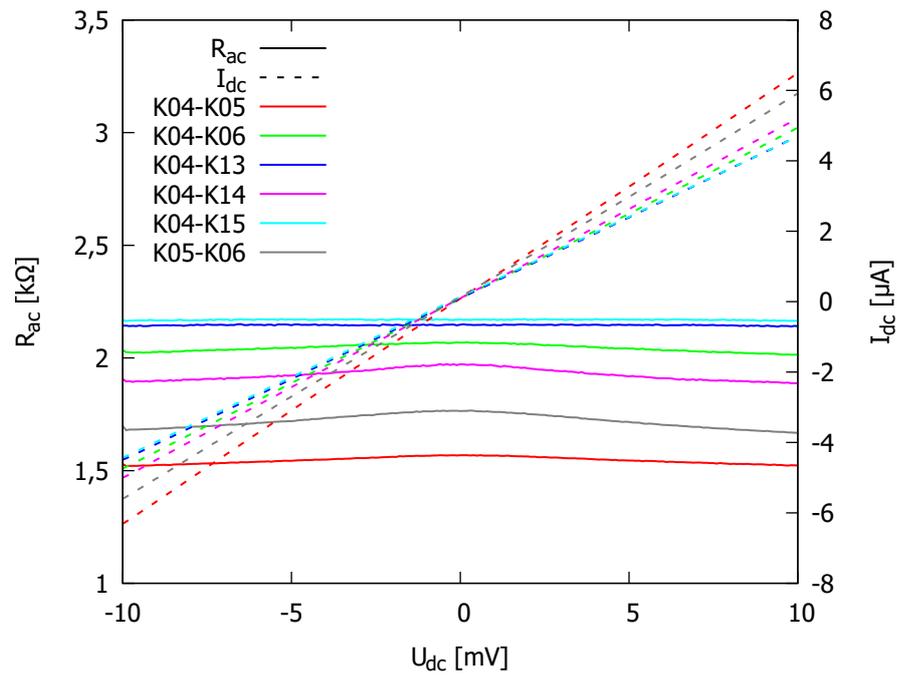


Abbildung A.3.: Kennlinien der ohmschen Kontaktpaare (gestrichelt) der Probe aus Kapitel 5.1 mit gleichzeitig gemessenem differentiellen Widerstand R_{ac} . Die Kontaktpaare zeigen nur eine sehr geringe Abweichung von einem rein ohmschen Verhalten.

Literatur

- [Ada85] S. Adachi. "GaAs, AlAs, and $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$: Material parameters for use in research and device applications". In: *Journal of applied physics* 58.3 (1985), S. R1.
- [Alh00] Y. Alhassid. "The statistical theory of quantum dots". In: *Reviews of modern physics* 72.4 (2000), S. 895.
- [Ash+93] R. C. Ashoori, H. L. Stormer, J. S. Weiner, L. N. Pfeiffer, K. W. Baldwin und K. W. West. "N-electron ground state energies of a quantum dot in magnetic field". In: *Physical review letters* 71.4 (1993), S. 613.
- [Bac+03] H. Bachmair, E. O. Göbel, G. Hein, J. Melcher, B. Schumacher, J. Schurr, L. Schweitzer und P. Warnecke. "The von Klitzing resistance standard". In: *Physica E: low-dimensional systems and nanostructures* 20.1 (2003), S. 14.
- [Bal01] N. H. Balshaw. *Practical Cryogenics*. Oxford Instruments Superconductivity Ltd., 2001.
- [Bar+09] C. Barthel, D. J. Reilly, C. M. Marcus, M. P. Hanson und A. C. Gossard. "Rapid single-shot measurement of a singlet-triplet qubit". In: *Physical review letters* 103.16 (2009), S. 160503.
- [Bee91] C. W. J. Beenakker. "Theory of Coulomb-blockade oscillations in the conductance of a quantum dot". In: *Physical review B* 44.4 (1991), S. 1646.
- [Bee97] C. W. J. Beenakker. "Random-matrix theory of quantum transport". In: *Reviews of modern physics* 69.3 (1997), S. 731.
- [Ber98] R. Berkovits. "Absence of bimodal peak spacing distribution in the Coulomb blockade regime". In: *Physical review letters* 81.10 (1998), S. 2128.
- [BIP19] BIPM. *SI, Le Système International d'Unités - The International System of Units*. 9. Aufl. 2019.
- [BJ96] K.-F. Berggren und Z.-L. Ji. "Quantum chaos in nano-sized billiards in layered two-dimensional semiconductor structures". In: *Chaos: an interdisciplinary journal of nonlinear science* 6.4 (1996), S. 543.

- [BMM97] Y. M. Blanter, A. D. Mirlin und B. A. Muzykantskii. "Fluctuations of conductance peak spacings in the Coulomb blockade regime: Role of electron-electron interaction". In: *Physical review letters* 78.12 (1997), S. 2449.
- [Böh04] E. Böhmer. *Elemente der angewandten Elektronik*. 14. Aufl. Vieweg, 2004.
- [Bre+20] J. Bredenbach, C. Dieter, H. E. Beere, D. A. Ritchie und D. A. Wharam. "Active voltage probe for measuring Coulomb blockade oscillations". Manuskript zur Veröffentlichung eingereicht. 2020.
- [Büt86] M. Büttiker. "Four-terminal phase-coherent conductance". In: *Physical review letters* 57.14 (1986), S. 1761.
- [Büt90] M. Büttiker. "Transmission, reflection and the resistance of small conductors". In: *Electronic properties of multilayers and low-dimensional semiconductor structures*. Springer, 1990, S. 51.
- [CDL07] C. Cohen-Tannoudji, B. Diu und F. Laloë. *Quantenmechanik - Band 1*. 3. Aufl. Walter de Gruyter, 2007.
- [Cho76] A. Y. Cho. "Bonding direction and surface-structure orientation on GaAs (001)". In: *Journal of applied physics* 47.7 (1976), S. 2841.
- [Cob+92] D. H. Cobden, A. Savchenko, M. Pepper, N. K. Patel, D. A. Ritchie, J. E. F. Frost und G. A. C. Jones. "Time-irreversible random telegraph signal due to current along a single hopping chain". In: *Physical review letters* 69.3 (1992), S. 502.
- [Cro+02] S. M. Cronenwett, H. J. Lynch, D. Goldhaber-Gordon, L. P. Kouwenhoven, C. M. Marcus, K. Hirose, N. S. Wingreen und V. Umansky. "Low-temperature fate of the 0.7 structure in a point contact: A Kondo-like correlated state in an open system". In: *Physical review letters* 88.22 (2002), S. 226805.
- [Dar31] C. G. Darwin. "The diamagnetism of the free electron". In: *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*. Bd. 27. 1. Cambridge University Press. 1931, S. 86.
- [Dav06] J. H. Davies. *The physics of low-dimensional semiconductors*. 6. Auflage. Cambridge University Press, 2006.
- [Die17] C. Dieter. "Quantenpunktkontakte als aktive Ladungssensoren zur Untersuchung der spektralen Eigenschaften von Quantenpunkten". Dissertation. Eberhard Karls Universität Tübingen, 2017.

- [DLS95] J. H. Davies, I. A. Larkin und E. V. Sukhorukov. "Modeling the patterned two-dimensional electron gas: Electrostatics". In: *Journal of applied physics* 77.9 (1995), S. 4504.
- [Dur10] Z. A. K. Durrani. *Single-electron devices and circuits in silicon*. Imperial College Press, 2010.
- [Eck67] T. G. Eck. "Level crossings and anticrossings". In: *Physica* 33.1 (1967), S. 157.
- [Efe99] K. Efetov. *Supersymmetry in disorder and chaos*. Cambridge University Press, 1999.
- [Elz+03] J. M. Elzerman, R. Hanson, J. S. Greidanus, L. H. W. v. Beveren, S. d. Franceschi, L. M. K. Vandersypen, S. Tarucha und L. P. Kouwenhoven. "Few-electron quantum dot circuit with integrated charge read out". In: *Physical review B* 67.16 (2003), S. 161308.
- [Elz+04] J. M. Elzerman, R. Hanson, L. H. W. v. Beveren, L. M. K. Vandersypen und L. P. Kouwenhoven. "Excited-state spectroscopy on a nearly closed quantum dot via charge detection". In: *Applied physics letters* 84.23 (2004), S. 4617.
- [Eto97] M. Eto. "Electronic structures of few electrons in a quantum dot under magnetic fields". In: *Japanese journal of applied physics* 36.6S (1997), S. 3924.
- [FD87] T. A. Fulton und G. J. Dolan. "Observation of single-electron charging effects in small tunnel junctions". In: *Physical review letters* 59.1 (1987), S. 109.
- [Fie+93] M. Field, C. G. Smith, M. Pepper, D. A. Ritchie, J. E. F. Frost, G. A. C. Jones und D. G. Hasko. "Measurements of Coulomb blockade with a noninvasive voltage probe". In: *Physical review letters* 70.9 (1993), S. 1311.
- [Fle+08] M. Fleischer, F. Panteleit, D. J. Schefzyk, D. A. Ritchie, M. Pepper und D. A. Wharam. "A tunable three-lead double quantum dot with a resorcinarene spacer". In: *Semiconductor science and technology* 24.2 (2008), S. 025010.
- [Fle06] M. Fleischer. "Transporteigenschaften von Quantenpunktkontakten und Quantenpunkten - Untersuchung von Leitwertanomalien und Nanostrukturierung mit Resorcinarene-Lack". Dissertation. Eberhard Karls Universität Tübingen, 2006.
- [Foc28] V. Fock. "Bemerkung zur Quantelung des harmonischen Oszillators im Magnetfeld". In: *Zeitschrift für Physik* 47.5-6 (1928), S. 446.

- [Fox+94] E. B. Foxman, U. Meirav, P. L. McEuen, M. A. Kastner, O. Klein, P. A. Belk, D. M. Abusch und S. J. Wind. "Crossover from single-level to multilevel transport in artificial atoms". In: *Physical review B* 50.19 (1994), S. 14193.
- [Fuj+02] T. Fujisawa, D. G. Austing, Y. Tokura, Y. Hirayama und S. Tarucha. "Nonequilibrium transport through a vertical quantum dot in the absence of spin-flip energy relaxation". In: *Physical review letters* 88.23 (2002), S. 236802.
- [Fuj+06] T. Fujisawa, T. Hayashi, R. Tomita und Y. Hirayama. "Bidirectional counting of single electrons". In: *Science* 312.5780 (2006), S. 1634.
- [Gla+88] L. I. Glazman, G. B. Lesovik, D. E. Khmelnitskii und R. I. Shekhter. "Reflectionless quantum transport and fundamental ballistic-resistance steps in microscopic constrictions". In: *Journal of experimental and theoretical physics letters* 48 (1988), S. 238.
- [GM12] R. Gross und A. Marx. *Festkörperphysik*. Oldenbourg Verlag, 2012.
- [Gol+98] D. Goldhaber-Gordon, H. Shtrikman, D. Mahalu, D. Abusch-Magder, U. Meirav und M. A. Kastner. "Kondo effect in a single-electron transistor". In: *Nature* 391.6663 (1998), S. 156.
- [Gor51] C. J. Gorter. "A possible explanation of the increase of the electrical resistance of thin metal films at low temperatures and small field strengths". In: *Physica* 17.8 (1951), S. 777.
- [Gut90] M. C. Gutzwiller. *Chaos in Classical and Quantum Mechanics*. Interdisciplinary Applied Mathematics. Springer, 1990.
- [Han+07] R. Hanson, L. P. Kouwenhoven, J. R. Petta, S. Tarucha und L. M. K. Vandersypen. "Spins in few-electron quantum dots". In: *Reviews of modern physics* 79.4 (2007), S. 1217.
- [Hei+95] T. Heinzl, A. T. Johnson, D. A. Wharam, J. P. Kotthaus, G. Böhm, W. Klein, G. Tränkle und G. Weimann. "Coulomb-blockade oscillations in a quantum dot strongly coupled to leads". In: *Physical review B* 52.23 (1995), S. 16638.
- [Hof+95] F. Hofmann, T. Heinzl, D. A. Wharam, J. P. Kotthaus, G. Böhm, W. Klein, G. Tränkle und G. Weimann. "Single electron switching in a parallel quantum dot". In: *Physical review B* 51.19 (1995), S. 13872.
- [Höp04] C. Höppler. "Nichtlinearer Transport durch ballistische Quantenpunkt-kontakte". Dissertation. Eberhard Karls Universität Tübingen, 2004.

-
- [HPB82] R. U. Haq, A. Pandey und O. Bohigas. "Fluctuation properties of nuclear energy levels: Do theory and experiment agree?" In: *Physical review letters* 48.16 (1982), S. 1086.
- [Iqb+13] M. J. Iqbal, R. Levy, E. J. Koop, J. B. Dekker, J. P. d. Jong, J. H. M. v. d. Velde, D. Reuter, A. D. Wieck, R. Aguado, Y. Meir und C. H. v. d. Wal. "Odd and even Kondo effects from emergent localization in quantum point contacts". In: *Nature* 501.7465 (2013), S. 79.
- [Jac06] J. D. Jackson. *Klassische Elektrodynamik*. 4. Aufl. Walter de Gruyter, 2006.
- [Joh+05a] A. C. Johnson, C. M. Marcus, M. P. Hanson und A. C. Gossard. "Charge sensing of excited states in an isolated double quantum dot". In: *Physical review B* 71.11 (2005), S. 115333.
- [Joh+05b] A. C. Johnson, J. R. Petta, C. M. Marcus, M. P. Hanson und A. C. Gossard. "Singlet-triplet spin blockade and charge sensing in a few-electron double quantum dot". In: *Physical review B* 72.16 (2005), S. 165308.
- [Kam+86] M. Kamada, T. Suzuki, F. Nakamura, Y. Mori und M. Arai. "Investigation of orientation effect on contact resistance in selectively doped AlGaAs/GaAs heterostructures". In: *Applied physics letters* 49.19 (1986), S. 1263.
- [Kar08] S. G. Karshenboim. "Towards a natural system of units for physics and metrology". In: *The european physical journal special topics* 163.1 (2008), S. 141.
- [KAT01] L. P. Kouwenhoven, D. G. Austing und S. Tarucha. "Few-electron quantum dots". In: *Reports on progress in physics* 64.6 (2001), S. 701.
- [KDP80] K. v. Klitzing, G. Dorda und M. Pepper. "New method for high-accuracy determination of the fine-structure constant based on quantized Hall resistance". In: *Physical review letters* 45.6 (1980), S. 494.
- [Kei07] Keithley Instruments Inc. *Nanotechnology Measurement Handbook*. 1st Edition, 2007.
- [Kou+89] L. P. Kouwenhoven, B. J. v. Wees, C. J. P. M. Harmans, J. G. Williamson, H. v. Houten, C. W. J. Beenakker, C. T. Foxon und J. J. Harris. "Nonlinear conductance of quantum point contacts". In: *Physical review B* 39.11 (1989), S. 8040.
- [Kou+97] L. P. Kouwenhoven, C. M. Marcus, P. L. McEuen, S. Tarucha, R. M. Westervelt und N. S. Wingreen. "Electron transport in quantum dots". In: *Mesoscopic electron transport*. Springer, 1997, S. 105.

- [KS75] I. O. Kulik und R. I. Shekhter. “Kinetic phenomena and charge-discreteness effects in granulated media”. In: *Journal of experimental and theoretical physics* 41.2 (1975), S. 308.
- [Laf+91] P. H. Lafarge, H. Pothier, E. R. Williams, D. Esteve, C. Urbina und M. H. Devoret. “Direct observation of macroscopic charge quantization”. In: *Zeitschrift für Physik B: Condensed Matter* 85.3 (1991), S. 327.
- [LCM62] H. London, G. R. Clarke und E. Mendoza. “Osmotic pressure of ^3He in liquid ^4He , with proposals for a refrigerator to work below 1K”. In: *Physical review* 128.5 (1962), S. 1992.
- [Li+04] P. W. Li, W. M. Liao, D. M. T. Kuo, S. W. Lin, P. S. Chen, S. C. Lu und M.-J. Tsai. “Fabrication of a germanium quantum-dot single-electron transistor with large Coulomb-blockade oscillations at room temperature”. In: *Applied physics letters* 85.9 (2004), S. 1532.
- [Liv+96] C. Livermore, C. H. Crouch, R. M. Westervelt, K. L. Campman und A. C. Gossard. “The Coulomb blockade in coupled quantum dots”. In: *Science* 274.5291 (1996), S. 1332.
- [Meh04] M. L. Mehta. *Random matrices*. Elsevier, 2004.
- [Mil10] R. A. Millikan. “The isolation of an ion, a precision measurement of its charge, and the correction of Stokes’s law”. In: *Science* 32.822 (1910), S. 436.
- [MKW90] U. Meirav, M. A. Kastner und S. J. Wind. “Single-electron charging and periodic conductance resonances in GaAs nanostructures”. In: *Physical review letters* 65.6 (1990), S. 771.
- [Mol+92] L. W. Molenkamp, M. J. P. Brugmans, H. v. Houten und C. T. Foxon. “Electron-electron scattering probed by a collimated electron beam”. In: *Semiconductor science and technology* 7.3B (1992), S. B228.
- [MWL91] Y. Meir, N. S. Wingreen und P. A. Lee. “Transport through a strongly interacting electron system: Theory of periodic conductance oscillations”. In: *Physical review letters* 66.23 (1991), S. 3048.
- [Noi+17] A. Noiri, T. Takakura, T. Obata, T. Otsuka, T. Nakajima, J. Yoneda und S. Tarucha. “Cotunneling spin blockade observed in a three-terminal triple quantum dot”. In: *Physical review B* 96.15 (2017), S. 155414.
- [Nol90] D. D. Nolte. “Surface recombination, free-carrier saturation, and dangling bonds in InP and GaAs”. In: *Solid-state electronics* 33.2 (1990), S. 295.

- [Ota+10] T. Ota, T. Hayashi, K. Muraki und T. Fujisawa. "Wide-band capacitance measurement on a semiconductor double quantum dot for studying tunneling dynamics". In: *Applied physics letters* 96.3 (2010), S. 032104.
- [Pat+91] N. K. Patel, J. T. Nicholls, L. Martin-Moreno, M. Pepper, J. E. F. Frost, D. A. Ritchie und G. A. C. Jones. "Evolution of half plateaus as a function of electric field in a ballistic quasi-one-dimensional constriction". In: *Physical review B* 44.24 (1991), S. 13549.
- [Pek+94] J. P. Pekola, K. P. Hirvi, J. P. Kauppinen und M. A. Paalanen. "Thermometry by arrays of tunnel junctions". In: *Physical review letters* 73.21 (1994), S. 2903.
- [Pi+01] M. Pi, A. Emperador, M. Barranco, F. Garcias, K. Muraki, S. Tarucha und D. G. Austing. "Dissociation of vertical semiconductor diatomic artificial molecules". In: *Physical review letters* 87.6 (2001), S. 066801.
- [Qui89] T. J. Quinn. "News from the BIPM". In: *Metrologia* 26.1 (1989), S. 69.
- [Rai05] S. Raiser. "Untersuchung der elektrischen Eigenschaften von AuGe-Kontakten in GaAs/AlGaAs-Heterostrukturen". Diplomarbeit. Eberhard Karls Universität Tübingen, 2005.
- [Rai97] P. Rai-Choudhury. *Handbook of Microlithography, Micromachining and Microfabrication: Volume 1: Microlithography*. SPIE Optical Engineering Press, 1997.
- [Ree+88] M. A. Reed, J. N. Randall, R. J. Aggarwal, R. J. Matyi, T. M. Moore und A. E. Wetsel. "Observation of discrete electronic states in a zero-dimensional semiconductor nanostructure". In: *Physical review letters* 60.6 (1988), S. 535.
- [Rob84] M. Robnik. "Quantising a generic family of billiards with analytic boundaries". In: *Journal of physics A: mathematical and general* 17.5 (1984), S. 1049.
- [Sch05] D. Schefzyk. "Elektrische Charakterisierung niederdimensionaler Systeme: zur Bestimmung der Temperatur in Nanostrukturen". Diplomarbeit. Eberhard Karls Universität Tübingen, 2005.
- [Sch14] D. Schefzyk. "Quantenbauelemente als aktive Sensoren zur Ladungsbestimmung in elektronischen Nanostrukturen". Dissertation. Eberhard Karls Universität Tübingen, 2014.
- [SH30] L. Schubnikow und W. J. d. Haas. "A new phenomenon in the change of resistance in a magnetic field of single crystals of bismuth." In: *Nature* 126 (1930), S. 500.

- [SHD92] C. Schönenberger, H. v. Houten und H. C. Donkersloot. "Single-electron tunnelling observed at room temperature by scanning-tunnelling microscopy". In: *Europhysics letters* 20.3 (1992), S. 249.
- [SHW97] F. Simmel, T. Heinzel und D. A. Wharam. "Statistics of conductance oscillations of a quantum dot in the Coulomb-blockade regime". In: *Europhysics letters* 38.2 (1997), S. 123.
- [Sim+99] F. Simmel, D. Abusch-Magder, D. A. Wharam, M. A. Kastner und J. P. Kotthaus. "Statistics of the Coulomb-blockade peak spacings of a silicon quantum dot". In: *Physical review B* 59.16 (1999), S. R10441.
- [Siv+96] U. Sivan, R. Berkovits, Y. Aloni, O. Prus, A. Auerbach und G. Ben-Yoseph. "Mesoscopic fluctuations in the ground state energy of disordered quantum dots". In: *Physical review letters* 77.6 (1996), S. 1123.
- [SKS96] L. L. Sohn, L. P. Kouwenhoven und G. Schön. *Mesoscopic electron transport*. NATO ASI Series: Series E: Applied Sciences - Vol. 345. Springer, 1996.
- [Sni] G. L. Snider. *1D Poisson - PC version beta 8j1*. abgerufen am 09.01.2020.
- [Spe+92] J. Spector, J. S. Weiner, H. L. Stormer, K. W. Baldwin, L. N. Pfeiffer und K. W. West. "Ballistic electron optics". In: *Surface science* 263.1 (1992), S. 240.
- [Spr+02] D. Sprinzak, Y. Ji, M. Heiblum, D. Mahalu und H. Shtrikman. "Charge distribution in a Kondo-correlated quantum dot". In: *Physical review letters* 88.17 (2002), S. 176805.
- [SS89] A. Szafer und A. D. Stone. "Theory of quantum conduction through a constriction". In: *Physical review letters* 62.3 (1989), S. 300.
- [Tan+90] I.-H. Tan, G. L. Snider, L. D. Chang und E. L. Hu. "A self-consistent solution of Schrödinger-Poisson equations using a nonuniform mesh". In: *Journal of applied physics* 68.8 (1990), S. 4071.
- [Tar+98] S. Tarucha, T. Honda, D. G. Austing, Y. Tokura, K. Muraki, T. H. Oosterkamp, J. W. Janssen und L. P. Kouwenhoven. "Electronic states in quantum dot atoms and molecules". In: *Physica E: low-dimensional systems and nanostructures* 3.1-3 (1998), S. 112.
- [Tho+96] K. J. Thomas, J. T. Nicholls, M. Y. Simmons, M. Pepper, D. R. Mace und D. A. Ritchie. "Possible spin polarization in a one-dimensional electron gas". In: *Physical review letters* 77.1 (1996), S. 135.
- [TI94] N. Tanaka und T. Ishikawa. "Energy dependence and depth distribution of electron beam-induced damage in GaAs/AlGaAs heterostructures". In: *Journal of electronic materials* 23.3 (1994), S. 341.

- [UDH97] V. Umansky, R. De-Picciotto und M. Heiblum. "Extremely high-mobility two dimensional electron gas: Evaluation of scattering mechanisms". In: *Applied physics letters* 71.5 (1997), S. 683.
- [Van+04] L. M. K. Vandersypen, J. M. Elzerman, R. N. Schouten, L. H. W. v. Beveren, R. Hanson und L. P. Kouwenhoven. "Real-time detection of single-electron tunneling using a quantum point contact". In: *Applied physics letters* 85.19 (2004), S. 4394.
- [Veg21] L. Vegard. "Die Konstitution der Mischkristalle und die Raumfüllung der Atome". In: *Zeitschrift für Physik A: Hadrons and Nuclei* 5.1 (1921), S. 17.
- [Wad+94] T. Wada, T. Kanayama, S. Ichimura, Y. Sugiyama und M. Komuro. "Electron beam induced degradation of 2DEG in AlGaAs/GaAs heterostructure". In: *Materials research society symposium proceedings* 325 (1994), S. 67.
- [Wau+95] F. R. Waugh, M. J. Berry, D. J. Mar, R. M. Westervelt, K. L. Campman und A. C. Gossard. "Single-electron charging in double and triple quantum dots with tunable coupling". In: *Physical review letters* 75.4 (1995), S. 705.
- [Wau+96] F. R. Waugh, M. J. Berry, C. H. Crouch, C. Livermore, D. J. Mar, R. M. Westervelt, K. L. Campman und A. C. Gossard. "Measuring interactions between tunnel-coupled quantum dots". In: *Physical review B* 53.3 (1996), S. 1413.
- [WB87] J. Wilks und D. S. Betts. *An introduction to liquid helium*. Oxford science publications. Clarendon Press, 1987.
- [Wee+88] B. J. v. Wees, H. v. Houten, C. W. J. Beenakker, J. G. Williamson, L. P. Kouwenhoven, D. v. d. Marel und C. T. Foxon. "Quantized conductance of point contacts in a two-dimensional electron gas". In: *Physical review letters* 60.9 (1988), S. 848.
- [Wha+88] D. A. Wharam, T. J. Thornton, R. Newbury, M. Pepper, H. Ahmed, J. E. F. Frost, D. G. Hasko, D. C. Peacock, D. A. Ritchie und G. A. C. Jones. "One-dimensional transport and the quantisation of the ballistic resistance". In: *Journal of physics C: solid state physics* 21.8 (1988), S. L209.
- [Wie+02] W. G. v. d. Wiel, S. d. Franceschi, J. M. Elzerman, T. Fujisawa, S. Tarucha und L. P. Kouwenhoven. "Electron transport through double quantum dots". In: *Reviews of modern physics* 75.1 (2002), S. 1.
- [Wig57] E. P. Wigner. "Results and theory of resonance absorption". In: *Conference on neutron physics by time-of-flight* ORNL-2309 (1957), S. 59.

Literatur

- [WM18] H. Warlimont und W. Martienssen, Hrsg. *Springer handbook of condensed matter and materials data*. Springer, 2018.
- [Xil+07] X. Xilin, P. Pinceloup, A. Gurav, M. Randall und A. Tajuddin. "High CV BME COG". In: *CARTS 2007 symposium proceedings*. 2007.