

Herstellung und Charakterisierung von hochintegrierten Nb nanoSQUIDs mit Nb/HfTi/Nb- Josephson-Kontakten

Dissertation

der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät
der Eberhard Karls Universität Tübingen
zur Erlangung des Grades eines
Doktors der Naturwissenschaften
(Dr. rer. nat.)

vorgelegt von
Silke Wolter
aus Wittingen

Tübingen
2022

Gedruckt mit Genehmigung der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät der
Eberhard Karls Universität Tübingen.

Tag der mündlichen Qualifikation:

02.12.2022

Dekan:

Prof. Dr. Thilo Stehle

1. Berichterstatter/-in:

Prof. Dr. Dieter Kölle

2. Berichterstatter/-in:

Prof. Dr. Sebastian Kempf

Kurzfassung

Diese Dissertation ist motiviert durch das in den letzten Jahren steigende Interesse an supraleitenden Quanteninterferometern (*Superconducting Quantum Interference Devices*; SQUIDs) mit Abmessungen auf der μm -Skala (microSQUIDs) bzw. sub- μm Skala (nanoSQUIDs) aufgrund ihrer hohen räumlichen Auflösung bei gleichzeitiger Unempfindlichkeit gegen starke externe Magnetfelder. Damit eignen sie sich ideal für die magnetische Bildgebung sowie zur Detektion des magnetischen Zustandes kleiner Spin-Systeme. Um jedoch die dafür nötigen hochqualitativen miniaturisierten Josephson-Kontakte (*Josephson junction*; JJ) sowie die extrem geringen Abstände und Breiten der Zuleitungen realisieren zu können, bedarf es eines geeigneten Fabrikationsprozesses, der die gewünschten Strukturen mit hoher Präzision ermöglicht.

In diesem Sinne fokussiert sich diese Arbeit in einem ersten Teil auf die Optimierung des anspruchsvollen planaren Dünnschicht-Fabrikationsprozesses basierend auf der Kombination von Elektronenstrahlithografie (*electron beam lithography*; EBL) mit chemisch-mechanischem Polieren (*chemical-mechanical polishing*; CMP) für die Herstellung von nanoSQUIDs. Einzelne überdämpfte JJs aus dem supraleitenden Material Niob (*niobium*; Nb) und der normalleitenden Hafnium-Titan (*hafnium titanium*; $\text{Hf}_{\text{wt}50\%}\text{Ti}_{\text{wt}50\%}$; HfTi)-Barriere verschiedener Größe und mit variierender Barrierendicke wurden hinsichtlich ihrer elektrischen Transport- sowie ihrer Rauscheigenschaften bei einer Temperatur von 4 K untersucht. Dabei zeigte sich insbesondere der Einfluss von Selbsterhitzung auf die Eigenschaften der Kontakte, was für die Verwendung der Nb/HfTi/Nb-Kontakte in hochpräzisen nanoSQUID-Schaltungen zu berücksichtigen gilt.

Durch die Optimierung von nanoSQUIDs steigt auch die Anzahl an Anwendungsmöglichkeiten, wodurch die supraleitenden Schaltkreise zunehmend komplexer werden. Daher strebt diese Dissertation als zweites Ziel die Erweiterung des zuvor optimierten Fabrikationsprozesses von zwei auf drei unabhängige Nb-Ebenen zur Erhöhung der Integrationsdichte an. Die Untersuchung von Teststrukturen zeigt eine sehr hohe Fabrikationsausbeute. Des Weiteren entsprechen die elektrischen Transporteigenschaften sowie das weiße Rauschen einfacher gleichstrombetriebener SQUID-Gradiometer den Erwartungen, woraus geschlossen werden kann, dass sich der in dieser Dissertation vorgestellte erweiterte Fabrikationsprozess für die Herstellung von komplexen nanoSQUID-Schaltkreisen eignet.

Die Verkleinerung der Abmessungen von SQUIDs macht es zunehmend schwerer, magnetischen Fluss mithilfe von Modulationsleitungen zu modulieren. Daher widmet sich diese Arbeit in einem dritten Teil SQUIDs mit mehreren Zuleitungen und JJs (multi-terminal, multi-junction SQUIDs), welche die Möglichkeit bieten, am SQUID optimale Empfindlichkeit bei beliebigen Werten des magnetischen Flusses durch das Anlegen von Kontrollströmen an zusätzliche Terminals einzustellen. Die nicht-hysteretischen Strom-Spannungs-Charakteristiken (*current volt-*

age characteristics; IVC) unserer überdämpften JJs ermöglichen es hierbei, die statischen, aber auch die dynamischen elektrischen Transporteigenschaften dieser SQUID-Konfiguration, in diesem Fall 4-terminal, 4-junction SQUIDs (4JJSQs), näher zu beleuchten. Es zeigt sich, dass sich auch diese Art von SQUIDs, wie konventionelle 2-junction SQUIDs, gut mit numerischen Simulationen basierend auf Gleichungen im Rahmen des RCSJ (*resistively and capacitively shunted junction*)-Modells beschreiben lassen. Insbesondere im resistiven Zustand treten jedoch in der Dynamik symmetrischer 4-terminal, 4-junction SQUIDs zum Teil starke Abweichungen von den konventionellen SQUIDs auf, welche chaotische Zustände beinhalten. Diese können beim experimentellen, asymmetrischen Bauelement allerdings nicht beobachtet werden. Somit eignet sich die Konfiguration zum einen dennoch für eine stabile in-situ Kontrolle der Empfindlichkeit des SQUIDs durch die Verschiebung der Quanteninterferenzmuster und zum anderen stellt sie ein geeignetes Mittel dar, um die Strom-Phasen-Beziehung (*current-phase relation*; CPR) unserer überdämpften JJs zu betrachten.

Zusätzlich werden erste Ergebnisse eines alternativen Fabrikationsprozesses gezeigt, bei dem im Gegensatz zum etablierten Prozess keine Fenster in die Isolatorschicht geätzt werden, sondern supraleitende Verbindungen ausschließlich analog zu JJs als drei-Schichtenfolge (Trilayer) strukturiert werden. Dank eines weiteren CMP-Schrittes zur Kontaktöffnung und Planarisierung bietet der Prozess die Möglichkeit, über die drei unabhängigen Nb-Ebenen hinauszugehen und somit die Integrationsdichte weiter zu erhöhen. Die Fabrikationsausbeute der mit dem Prozess hergestellten Verbindungen in den oberen Verdrahtungsebenen war bereits bei den ersten Tests sehr hoch, was für ein großes Potential für zukünftig noch komplexere supraleitende Schaltungen spricht.

Verzeichnis der Veröffentlichungen

Die Veröffentlichungen, auf welchen diese kumulative Arbeit basiert, sind im Folgenden aufgelistet und befinden sich in vollständiger Ausführung im Anhang. Alle Veröffentlichungen sind in Kapitel 3 zusammengefasst.

Beigefügte Veröffentlichungen

- Veröffentlichung 1** V. Morosh, J. Linek, B. Müller, M. J. Martínez-Pérez, **S. Wolter**, T. Weimann, J. Beyer, T. Schurig, O. Kieler, A. B. Zorin, R. Kleiner und D. Koelle,
Transport and Noise Properties of sub-100-nm Planar Nb Josephson Junctions with Metallic Hf-Ti Barriers for nano-SQUID Applications
Physical Review Applied **14**, 054072 (2020)
- Veröffentlichung 2** **S. Wolter**, J. Linek, J. Altmann, T. Weimann, S. Bechstein, R. Kleiner, J. Beyer, D. Koelle und O. Kieler,
Fabrication Process for Deep Submicron SQUID Circuits with Three Independent Niobium Layers
Micromachines **12**, 350 (2021)
- Veröffentlichung 3** **S. Wolter**, J. Linek, T. Weimann, D. Koelle, R. Kleiner und O. Kieler,
Static and dynamic transport properties of multi-terminal, multi-junction microSQUIDs realized with Nb/HfTi/Nb Josephson junctions
Superconducting Science and Technology **35**, 085006 (2022)

Inhaltsverzeichnis

| | | |
|----------|---|-----------|
| 1 | Einleitung | 2 |
| 2 | Physikalische Grundlagen | 6 |
| 2.1 | Flussquantisierung | 6 |
| 2.2 | Josephson-Effekte | 7 |
| 2.3 | RCSJ-Model | 9 |
| 2.4 | DC SQUIDs | 12 |
| 2.4.1 | Physikalische Grundlagen | 12 |
| 2.4.2 | Asymmetrische SQUIDs | 16 |
| 2.4.3 | DC SQUIDs mit vier Josephson-Kontakten | 17 |
| 2.5 | SQUID-Signal im Spannungszustand | 19 |
| 2.6 | Rauschmessung | 20 |
| 3 | Zusammenfassung der Veröffentlichungen | 22 |
| 3.1 | Transport and Noise Properties of sub-100-nm Planar Nb Josephson Junctions with Metallic Hf-Ti Barriers for nano-SQUID Applications | 22 |
| 3.2 | Fabrication Process for Deep Submicron SQUID Circuits with Three Independent Niobium Layers | 29 |
| 3.3 | Static and dynamic transport properties of multi-terminal, multi-junction microSQUIDs realized with Nb/HfTi/Nb Josephson junctions | 35 |
| 4 | Unveröffentlichte Ergebnisse | 42 |
| 4.1 | Weitere Untersuchungen der elektrischen Transporteigenschaften von 4JJSQs | 42 |
| 4.2 | Stud-Via-Prozess | 49 |
| 4.3 | Fortgeschrittene SQUID-Charakterisierung | 51 |
| 4.3.1 | Messaufbau | 51 |
| 4.3.2 | Einstellen des Arbeitspunktes | 52 |
| 4.3.3 | Rauschmessung des DC SQUID-Gradiometers | 54 |
| 5 | Zusammenfassung und Ausblick | 60 |
| | Abkürzungsverzeichnis | 64 |
| | Beigefügte Veröffentlichungen | 71 |

Kapitel 1

Einleitung

SQUIDs gehören zu den empfindlichsten Detektoren für Änderungen des magnetischen Feldes bzw. für magnetischen Fluss, basierend auf zwei wesentlichen Prinzipien der Supraleitung: Dem Josephson-Effekt und der Fluxoidquantisierung [1]. Bereits 1964 entwickelten Jaklevik et al. erste SQUIDs als Sensoren für magnetischen Fluss [2], welche seither für viele Anwendungen (beispielsweise die Magnetoenzephalographie sowie die SQUID-Suszeptometrie) eingesetzt werden [3]. Stark miniaturisierte SQUIDs werden zur SQUID-Mikroskopie sowie zur Untersuchung magnetischer Nanopartikel (*magnetic nanoparticle*; MNP), geprägt vor allem durch die Arbeit von Wernsdorfer et al. [4] in den 90er Jahren, verwendet und stetig hinsichtlich ihrer Empfindlichkeit optimiert [5].

Die mit der Zeit entwickelten Arten von SQUIDs und die großen Fortschritte bei der Optimierung ihrer Herstellungsprozesse bieten inzwischen die Möglichkeit sehr komplexer nanoSQUIDs [6] mit lateralen Abmessungen von nur wenigen 10 nm [7, 8]. NanoSQUIDs stellen dabei ein geeignetes Hilfsmittel dar, um ein grundlegendes Verständnis für die magnetischen Eigenschaften vieler physikalischer Systeme im Nanometer-Bereich (z. B. von MNPs oder ultrakalten Atomwolken) zu gewinnen [8–11]. Dadurch ergeben sich vielseitige Anwendungsmöglichkeiten dieser magnetischen Nanosysteme, beispielsweise in der Biotechnologie (z. B. Magnetresonanztomografie, medizinische Diagnostik und Therapie) [12, 13], in der Elektronik (z. B. magnetische Speichertechnologien) [14] oder auch in der Quanteninformationstechnologie [15, 16].

Mit Gleichstrom betriebene (*direct current*; DC) SQUIDs, wie sie in dieser Arbeit untersucht werden, bestehen aus einer supraleitenden Schleife, die an zwei Stellen durch einen JJ mit kritischem Strom I_0 und normalleitendem Widerstand R_n unterbrochen wird. Um SQUIDs zur Detektion sehr kleiner Änderungen des magnetischen Flusses für die Untersuchung kleiner Spin-Systeme zu verwenden, muss die Spin-Empfindlichkeit minimiert werden. Diese ergibt sich aus dem Verhältnis der spektralen Rauschleistungsdichte des Flusses S_Φ zu dem Kopplungsfaktor, welcher ein Maß für die Stärke der Kopplung zwischen Nanopartikel und SQUID ist. S_Φ ist dabei im Limit des thermischen weißen Rauschens proportional zur parasitären Schleifen-Induktivität des SQUIDs und invers proportional zur charakteristischen Spannung $I_0 R_n$ der JJs. Zur Minimierung von S_Φ muss also zum einen die charakteristische Spannung maximiert werden, wozu im Fall einer normalleitenden Barriere diese möglichst dünn sein sollte, um eine hohe kritische Stromdichte der JJs zu erzielen. Das setzt eine hohe Qualität der JJs voraus. Zum anderen wird eine geringe Induktivität durch Miniaturisierung der SQUID-Schleife erzielt. Die Miniaturisierung bietet zudem den Vorteil, dass die

SQUIDS unempfindlicher gegenüber starke äußere Magnetfelder werden, welche zur Manipulation von MNPs benötigt werden.

Weiterhin ist es für die Untersuchung von Nanomagnetismus erforderlich, die Kopplung zwischen dem kleinen Spin-System und dem nanoSQUID zu maximieren. Da die Stärke der Dipol-artigen Felder von MNPs mit zunehmenden Abstand schnell abnimmt, ist es notwendig, das Partikel möglichst nah an das nanoSQUID zu platzieren. Außerdem erhöht sich die Stärke der Kopplung durch die Verringerung der Breite und Dicke des SQUID-Arms an der Stelle, wo das Nanopartikel platziert wird [17].

All diese Voraussetzungen zur Minimierung des Flussrauschens und der gleichzeitigen Maximierung der Spin-Kopplung können mithilfe des an der Physikalisch-Technischen Bundesanstalt (PTB) Braunschweig entwickelten aufwändigen Tri-layer-Fabrikationsprozesses für JJs bestehend aus dem Supraleiter Nb und der normalleitenden Barriere aus Hafnium-Titan erfüllt werden [18]. Der Herstellungsprozess basiert auf mehreren Ätz- und EBL-Schritten sowie CMP der JJs und bietet nicht nur hohe räumliche Auflösung selbst im Bereich einiger 10 nm, sondern dank der 3D-Strukturierung der Kontakte und zweier elektrisch getrennter Nb-Lagen auch viele Freiheiten beim Design von SQUID-Layouts (z. B. in-plane und out-of-plane SQUID-Schleifen in einem Schaltkreis, wie sie für Vektor-nanoSQUIDs benötigt werden [19]). Durch die Weiterentwicklung des Prozesses um eine weitere unabhängige Nb-Lage, was ein zentrales Thema dieser Arbeit darstellt, ist eine zusätzliche Steigerung der Komplexität von nanoSQUID-Layouts möglich. Beispielsweise können damit Stromsensoren verbessert werden, da eine extrem hohe Strukturdichte nötig ist, um eine hinreichende Kopplung zwischen den seriell verbundenen nanoSQUIDs im SQUID-Vorverstärker und der Frontend-nanoSQUID-Schleife zu erreichen.

Ein Vorteil der mit dem verwendeten Prozess hergestellten Nb/HfTi/Nb-JJs gegenüber beispielsweise JJs mit Isolatoren als Barriere oder konventionell genutzten Dayem-Brücken (vgl. z. B. [20]) ist, dass auch ohne den Einsatz platzraubender externer Shunt-Widerstände keine durch parasitäre Kapazität bedingte Hysterese in den IVCs auftritt, was insbesondere für Sensor-Anwendungen erwünscht ist. Das Auftreten thermischer Hysterese bei sehr kleinen JJs mit dünner HfTi-Barriere wird im Rahmen dieser Arbeit näher beleuchtet.

Ein weiterer Vorteil der Nb/HfTi/Nb-JJs besteht darin, dass dank des hohen spezifischen Widerstands der HfTi-Barriere die für die Miniaturisierung essentielle hohe kritische Stromdichte erzielt und mithilfe der Barrierendicke reproduzierbar zwischen 50 bis 1000 kAcm^{-2} bei 4.2 K eingestellt werden kann. Die elektrischen Transporteigenschaften der Kontakte werden überdies von fabrikationsbedingten Schwankungen der nominellen Form und Größe der Nb/HfTi/Nb-JJs nicht maßgeblich verändert, anders als es zum Beispiel bei Dayem-Brücken der Fall ist, wo sich selbst geringe Abweichungen vom Design signifikant in den Kontakteigenschaften widerspiegeln [5]. Für einen exakten Schaltungsentwurf, besonders

bei Verwendung extrem miniaturisierter Kontakte, ist jedoch auch bei den in dieser Arbeit verwendeten Nb/HfTi/Nb-JJs eine systematische Untersuchung des Einflusses der prozessbedingten Variationen der Kontaktgeometrie auf die Eigenschaften der Kontakte erforderlich.

Das nanoSQUID-Projekt der deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG), welches dieser Arbeit zugrunde liegt, beruht auf einer Kooperation der PTB Braunschweig und Berlin mit der Arbeitsgruppe Kleiner/Kölle am Physikalischen Institut der Eberhard Karls Universität Tübingen. Es verfolgt das Ziel, die Eigenschaften von Einzelkontakten und nanoSQUIDs besser zu verstehen und darauf beruhend die SQUID-Performance vor allem hinsichtlich der Empfindlichkeit und der Funktionalität in größeren Temperatur-, Magnetfeld- und Frequenzbereichen systematisch zu verbessern. Insbesondere sollen komplexere nanoSQUID-Designs mit SQUID-Vorverstärkern ermöglicht sowie ein Gesamtsystem zur Durchführung von realen Anwendungen wie nanoSQUID-Magnetometrie oder Suszeptometrie entwickelt werden.

Diese Arbeit widmet sich zunächst dem Ziel, den auf EBL und CMP basierenden Fabrikationsprozess für unsere Nb/HfTi/Nb-JJs mit Barrierendicken im Bereich von $d_{\text{HfTi}} = 17 \dots 26$ nm zu optimieren. Die Optimierung umfasst hierbei die Miniaturisierung der Kontaktgeometrie, die Reduzierung der Linienbreiten von Zuleitungen und die Verringerung von Abständen zwischen den Kontakten. Zur Evaluierung des Prozesses werden die elektrischen Transport- sowie die Rauscheigenschaften der einzelnen JJs genauer untersucht, wobei vor allem der Einfluss von Selbsterhitzung in den Kontakten mit geringem Volumen der HfTi-Barriere analysiert wird (siehe Veröffentlichung 1).

Der Fabrikationsprozess wird im nächsten wesentlichen Abschnitt dieser Arbeit zur Herstellung von Wafern mit drei unabhängigen Nb-Lagen weiterentwickelt (siehe Veröffentlichung 2). Dabei wird insbesondere die Fabrikationsausbeute sowie der Einfluss der neuen Fabrikationsschritte auf die Performance unserer DC SQUIDs überprüft. Ergänzend zu der Zusammenfassung der Ergebnisse der darauf beruhenden Veröffentlichung wird ein alternativer Prozess zur Herstellung von drei unabhängigen Nb-Lagen auf einem Wafer vorgestellt. Beim sogenannten Stud-Via-Prozess [21] wird auf das Ätzen von Kontaktierungsfenstern zur supraleitenden Verbindung aller Nb-Ebenen verzichtet und stattdessen eine zweite Tri-layer-Strukturierung eingeführt. Weiterhin wird als Ergänzung zu der Charakterisierung der elektrischen Transporteigenschaften von microSQUIDs im Rahmen der Veröffentlichung das Vorgehen bei der zweistufigen Messung des Flussrauschens der in der Veröffentlichung vorgestellten SQUIDs erläutert und im Anschluss das Resultat diskutiert.

Ein weiteres wichtiges Ziel dieser Arbeit ist die Charakterisierung der statischen und dynamischen elektrischen Transporteigenschaften von multi-junction, multi-terminal SQUIDs mit Nb/HfTi/Nb-JJs. Diese erlauben nicht nur die kontinuierliche Verschiebung des Quanteninterferenzmusters durch Anlegen eines zu-

sätzlichen Kontrollstroms bis hin zum optimalen Arbeitspunkt mit maximaler Spin-Sensitivität, sondern stellen auch ein gutes Mittel zur Ermittlung der CPR verwendeter Kontakte dar [22, 23]. Hierbei werden die experimentellen Methoden zur Charakterisierung von 4JJSQs mit numerischen Simulationen basierend auf dem RCSJ-Modell ergänzt (siehe Veröffentlichung 3).

Zuerst werden im zweiten Kapitel dieser Arbeit die notwendigen physikalischen Grundlagen zum Verständnis der dargestellten Messungen und Ergebnisse dargelegt. In dem darauf folgenden dritten Kapitel werden die drei Veröffentlichungen zusammengefasst. Diese beschreiben die Optimierung des Fabrikationsprozesses für die Herstellung miniaturisierter JJs und ihre Charakterisierung, die Erweiterung des Fabrikationsprozesses auf drei unabhängige Nb-Ebenen sowie die Charakterisierung von 4JJSQs. Danach werden ergänzende Ergebnisse zu den Veröffentlichungen im vierten Kapitel präsentiert. Dabei handelt es sich sowohl um erste Tests des Stud-Via-Prozesses als Alternative zur Herstellung von Schaltungen mit mehreren unabhängigen Nb-Lagen als auch um Messungen des Flussrauschens von microSQUID-Gradiometern mit einem SQUID-Vorverstärker. Den Schluss dieser Arbeit bilden eine Zusammenfassung und ein Ausblick auf ein weiteres Vorgehen zur Fortführung dieser Arbeit im fünften Kapitel. Die drei Veröffentlichungen sind dieser Arbeit beigelegt.

Kapitel 2

Physikalische Grundlagen

Im Rahmen dieses Kapitels werden zunächst die für diese Arbeit benötigten physikalischen Grundlagen kurz zusammengefasst. Der Fokus liegt dabei vor allem auf den Josephson-Effekten und der Funktionsweise von DC SQUIDs sowie multi-junction, multi-terminal SQUIDs. Für eine detailliertere Darstellung zu SQUIDs (Grundlagen, Technologie und Anwendungen) sei insbesondere auf Ref. [1] und Ref. [3] verwiesen.

2.1 Flussquantisierung

In einem konventionellen Supraleiter lässt sich laut der nach ihren Entwicklern benannten BCS (*Bardeen Cooper Schrieffer*)-Theorie der supraleitende Zustand als makroskopischer Quantenzustand erklären, bei dem unterhalb der Sprungtemperatur T_c zwei Elektronen mit entgegengesetztem Spin und Impuls über Phononen miteinander koppeln. Diese gekoppelten Elektronen bilden sogenannte Cooper-Paare, welche die Ladungsträger in einem Supraleiter repräsentieren und den Stromfluss ohne elektrischen Widerstand ermöglichen. Der durch ein äußeres Magnetfeld induzierte Stromfluss im Supraleiter kann als Schwerpunktsbewegung aller Cooper-Paare angesehen werden und der Zustand am Ort \vec{r} zur Zeit t aller Cooper-Paare ergibt sich somit aus einer makroskopischen Wellenfunktion

$$\Psi(\vec{r}, t) = \sqrt{n_s(\vec{r}, t)} \cdot \exp[i\varphi(\vec{r}, t)] \quad (2.1)$$

mit der Phase $\varphi(\vec{r}, t)$ und der Dichte der supraleitenden Ladungsträger $n_s(\vec{r}, t)$.

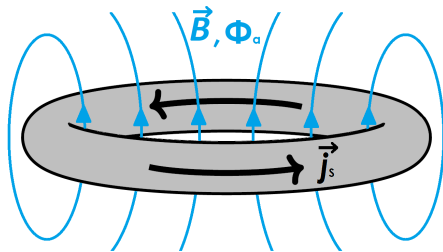


Abbildung 2.1: Supraleitender Ring, der durch Anlegen eines Magnetfeldes \vec{B} einen Kreisstrom \vec{j}_s induziert.

Das Integral des Wellenvektors \vec{k} der Wellenfunktion entlang eines beliebigen geschlossenen Weges C im Supraleiter muss ein ganzzahliges Vielfaches von

2π ergeben, da sonst die Amplitude der Wellenfunktion aufgrund von destruktiver Interferenz geringer werden würde. Daher folgt die Quantisierungsbedingung $\oint_C \vec{k} \cdot d\vec{l} = 2\pi n$ mit $n \in \mathbb{Z}$.

Der Wellenvektor $\vec{k} = \vec{v}/\hbar$ ist gegeben durch den kanonischen Impuls $\vec{p} = m_S \vec{v}_S + q_S \vec{A}$ eines Cooper-Paars mit Masse m_S , Ladung $q_S = 2e$, Geschwindigkeit \vec{v}_S und magnetischem Vektorpotential \vec{A} sowie dem reduzierten Planckschen Wirkungsquantum $\hbar = h/2\pi$. Mithilfe der Suprastromdichte $\vec{j}_S = q_S n_S \vec{v}_S$, die wie Abbildung 2.1 verdeutlichen soll, vom äußeren Magnetfeld \vec{B} verursacht wird, folgt somit für die Quantisierungsbedingung:

$$2\pi n = \frac{m_S}{\hbar q_S n_S} \oint_C \vec{j}_S \cdot d\vec{l} + \frac{q_S}{\hbar} \oint_C \vec{A} \cdot d\vec{l}. \quad (2.2)$$

Durch die Anwendung des Satzes von Stokes kann der Term $\oint_C \vec{A} \cdot d\vec{l} = \int_S \partial_{\vec{r}} \times \vec{A} \cdot d\vec{s} = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{s}$ als magnetischer Fluss Φ durch die innere Fläche S des von C umschlossenen Gebietes identifiziert werden.

Führt man die Londonsche Eindringtiefe $\lambda_L = \sqrt{m_S / \mu_0 q_S^2 n_S}$ mit der Vakuumpermeabilität μ_0 sowie das magnetische Flussquant $\Phi_0 = h/2e$ ein, folgt die Fluxoidquantisierung:

$$n\Phi_0 = \mu_0 \lambda_L^2 \oint_C \vec{j}_S \cdot d\vec{l} + \Phi. \quad (2.3)$$

Dabei ist λ_L ein Maß dafür, wie weit das Magnetfeld in den Supraleiter eindringen kann. Wählt man nun den Integrationsweg so, dass er im Inneren des Supraleiters (in einer Entfernung $\gg \lambda_L$ von der Oberfläche) verläuft, wo $\vec{j}_S = 0$ gilt, lässt sich die Fluxoidquantisierung zur Flussquantisierung $\Phi = n\Phi_0$ vereinfachen. Der Fluss in dem betrachteten supraleitenden Ring ist somit ein ganzzahliges Vielfaches des magnetischen Flussquants.

2.2 Josephson-Effekte

Betrachtet man nun zwei supraleitende Elektroden (S), die durch eine dünne Barriere voneinander getrennt sind, so entsteht ein JJ. Als Barriere eignet sich hierbei beispielsweise ein Isolator (*superconductor-insulator-superconductor*; SIS) oder auch ein Normalleiter (*superconductor-normal conductor-superconductor*; SNS) wie HfTi, welches ausschließlich für die in dieser Arbeit untersuchten JJs verwendet wird.

Die makroskopischen Wellenfunktionen Ψ_1 und Ψ_2 der beiden supraleitenden Elektroden S1 und S2 klingen exponentiell in der Barriere ab, wie es in Abbildung 2.2 zur Veranschaulichung schematisch für einen SIS-Kontakt dargestellt ist. Wählt man also die Barriere hinreichend dünn, überlappen sich die Wellenfunktionen und es kommt zu einer schwachen Kopplung zwischen den beiden Supraleitern.

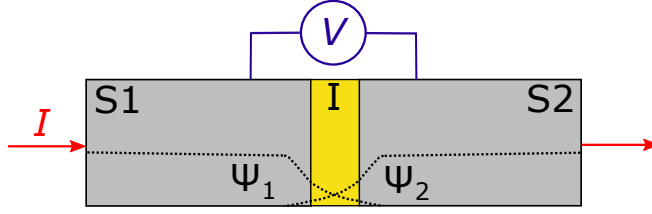


Abbildung 2.2: Schematische Darstellung eines SIS-JJ. Die supraleitenden Elektroden S1 und S2 sind durch die dünne Isolator-Barriere I voneinander getrennt. Die Amplituden der Wellenfunktionen Ψ_1 und Ψ_2 klingen beim Eindringen in die Barriere exponentiell ab, was mit der gestrichelten Linie angedeutet wird.

Im Falle der SIS-Kontakte können dabei Cooper-Paare aufgrund des quantenmechanischen Tunneleffekts einen Suprastrom I_S durch die Barriere tragen. Das hat eine Phasenänderung der makroskopischen Wellenfunktionen in den beiden Elektroden zur Folge. Die Phasendifferenz ist gegeben durch

$$\delta = \varphi_2 - \varphi_1 - \frac{2\pi}{\Phi_0} \int_{S1}^{S2} \vec{A} \, d\vec{l}, \quad (2.4)$$

wobei der Weg von S1 nach S2 in Richtung des Stromflusses betrachtet wird. Da der Fokus dieser Arbeit auf Strukturen mit miniaturisierten JJs mit homogener kritischer Stromdichte j_c liegt, wird an dieser Stelle angenommen, dass sich die Phasendifferenz im Querschnitt des Kontakts nicht ändert.

Die erste Josephson-Gleichung beschreibt, wie der Suprastrom I_S mit der Phasenänderung δ zusammenhängt und ist für viele Arten von JJs gültig:

$$I_S = I_0 \sin(\delta). \quad (2.5)$$

Hierbei ist der kritische Strom I_0 der allein von Cooper-Paaren getragene maximale Suprastrom, bis zu dem der Tunnelstrom widerstandslos fließt. Liegt ein Biasstrom $I > I_0$ am JJ an, so wird der Stromfluss maßgeblich von einem Quasiteilchenstrom I_{qp} aus ungepaarten Elektronen bestimmt, welcher dazu führt, dass die Spannung $U(t)$ über den Kontakt abfällt. Das hat zur Folge, dass sich auch die Phasendifferenz zwischen Ψ_1 und Ψ_2 zeitlich ändert, was durch die zweite Josephson-Gleichung beschrieben wird:

$$\frac{d\delta}{dt} = \frac{2\pi}{\Phi_0} U(t). \quad (2.6)$$

In der Praxis kommt es durch das Anschließen einer Stromquelle zu einer hochfrequenten Wechselspannung, sodass die zeitlich gemittelte Spannung $V = \langle U \rangle_t$ betrachtet wird. Dann folgt durch Integration von Gleichung (2.6):

$$\delta(t) = \delta_0 + \frac{2\pi}{\Phi_0} V \cdot t \quad \xrightarrow{\text{Glg. (2.5)}} \quad I_S = I_0 \sin(\delta_0 + 2\pi f_J \cdot t). \quad (2.7)$$

Der von den Cooper-Paaren getragene Suprastrom oszilliert im dynamischen Regime ($V \neq 0$) also mit der Josephson-Frequenz $f_J = V/\Phi_0$.

2.3 RCSJ-Model

Um die IVC eines JJ theoretisch zu beschreiben, bietet sich das RCSJ-Modell [24, 25] an. Hierbei werden die Ströme, welche zum Biasstrom I durch den Kontakt beitragen, als vier parallelgeschaltete Strombeiträge betrachtet, wie es in Abbildung 2.3a zusammen mit der zu messenden Spannung V dargestellt ist.

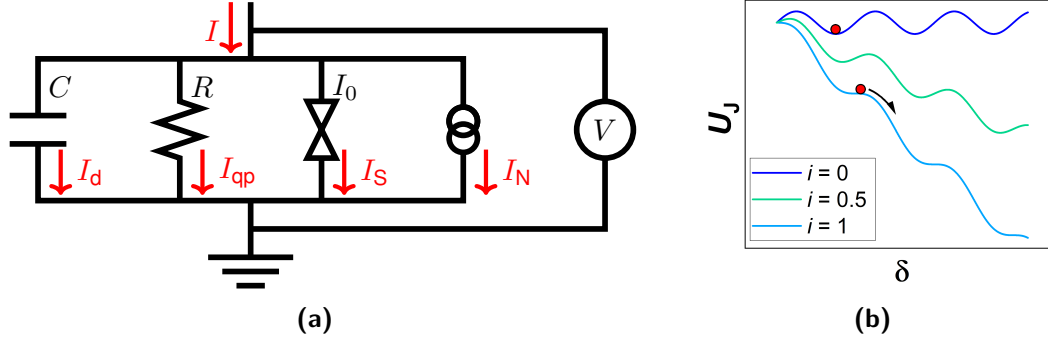


Abbildung 2.3: (a) Ersatzschaltbild des JJ im RCSJ-Modell. Der Biasstrom und die einzelnen über die Komponenten fließenden Teilströme sind rot gekennzeichnet. (b) „Waschbrettpotential“ U_J als Funktion der Phasendifferenz δ für drei verschiedene normierte Biasströme i . Die Punktmasse, welche im Waschbrettpotential ruht bzw. sich bewegen kann, ist schematisch für den statischen ($i=0$) und den dynamischen ($i=1$) Fall angedeutet.

Zu den Teilströmen gehören zunächst der mit Gleichung (2.5) beschriebene Suprastrom I_S mit kritischem Strom I_0 und der ebenfalls in Kapitel 2.1 beschriebene Quasiteilchenstrom $I_{qp} = U(t)/R$, welcher durch den Widerstand R der Tunnelbarriere für die Quasiteilchen bestimmt wird. Durch die Schichtstruktur des JJ, welche der eines Plattenkondensators gleicht, kommt es zudem zu einem kapazitiven Beitrag, der durch den Verschiebestrom $I_d = C \cdot dU(t)/dt$ mit Kapazität C berücksichtigt wird. Der vierte Strombeitrag repräsentiert das thermische Nyquist-Rauschen vom Widerstand R bei Temperaturen $T > 0$ K und wird durch den Rauschstrom $I_N(t)$ beschrieben.

Durch Anwendung der Kirchhoffschen Knotenregel sowie der beiden Josephson-Gleichungen (2.5) und (2.6) erhält man für die Phasendifferenz δ zwischen den beiden makroskopischen Wellengleichungen der beiden supraleitenden Elektroden folgende Differentialgleichung:

$$I + I_N(t) - I_0 \sin(\delta) = -\frac{2\pi}{\Phi_0} \partial_\delta U_J = \frac{\Phi_0}{2\pi R} \frac{d\delta}{dt} + \frac{\Phi_0 C}{2\pi} \frac{d^2\delta}{dt^2}. \quad (2.8)$$

Dabei werden zur Veranschaulichung der Bedeutung dieser Gleichung das sogenannte verkippte „Waschbrettpotential“ U_J sowie seine Ableitung nach der Pha-

sendifferenz δ eingeführt:

$$U_J = \frac{\Phi_0 I_0}{2\pi} \left(1 - \cos(\delta) - \frac{I + I_N(t)}{I_0} \delta \right); \quad \partial_\delta U_J = \frac{\Phi_0 I_0}{2\pi} \left(\sin(\delta) - \frac{I + I_N(t)}{I_0} \right). \quad (2.9)$$

Die Bezeichnung „Waschbrett“ bezieht sich dabei auf den Kurvenverlauf, welcher durch seine Minima und Maxima einem Waschbrett gleicht, und in Abbildung 2.3b für verschiedene normierte Biasströme $i = I/I_0$ dargestellt ist, wobei kleingeschriebene Buchstaben im Folgenden normierte Größen kennzeichnen. Gleichung (2.8) ähnelt damit der aus der Mechanik bekannten eindimensionalen Bewegungsgleichung einer Punktmasse, wobei die Kapazität C des JJ der Masse und der Leitwert $1/R$ der Barriere dem Reibungskoeffizienten entsprechen. Die Verkipfung des Potentials geschieht durch eine antreibende Kraft, welche dem Biasstrom I entspricht. Weitere Analogien zwischen den beiden Systemen bestehen zwischen der Phasendifferenz δ und der Ortskoordinate sowie dem Rauschstrom I_N und der Rauschkraft.

Im statischen Fall, solange also keine äußere Kraft auf die betrachtete Punktmasse wirkt, befindet sie sich in einem Potentialminimum, was dem rein supraleitenden, spannungslosen Zustand entspricht. Sobald eine äußere Kraft wirkt, d. h. sobald ein Biasstrom anliegt, wird das Potential verkippt, bis die Maxima ab einem bestimmten Schwellwert verschwinden und sich die Punktmasse im Potential frei in Richtung der minimalen Energie bewegen kann, was analog zu einem Spannungsabfall über der Barriere zu verstehen ist. Dieser Schwellwert des dynamischen Falls ist beim JJ der kritische Strom I_0 .

Wird die äußere Kraft auf die Punktmasse soweit verringert, dass der Schwellwert unterschritten wird, unterscheidet man zwei Szenarien. Im Falle einer starken Reibung und einer kleinen Masse bleibt die Punktmasse wieder in einem Potentialminimum, sobald die äußere Kraft den Schwellwert unterschreitet. Liegen jedoch eine schwache Reibung und eine hohe Masse vor, so kann sich die Punktmasse aufgrund ihrer kinetischen Energie weiterhin im Potential bewegen, bis die Potentialmaxima zu hoch zum Überwinden sind. Im Falle des JJ liegt somit ein sogenannter Rücksprungstrom $I_r < I_0$ vor, ab dem sich der Kontakt wieder im spannungslosen Zustand befindet. Das bedeutet, beim zweiten Szenario tritt in der IVC des JJ Hysterese auf.

Um nun das Auftreten der Hysterese in den Kontakten zu beschreiben, werden U_J auf die Josephson-Kopplungsenergie $E_J = \Phi_0 I_0 / 2\pi$ und die Ströme auf den kritischen Strom I_0 normiert. Dann folgt für das Waschbrettpotential und seine Ableitung nach der Phasendifferenz δ :

$$u_J = 1 - \cos(\delta) - (i + i_N)\delta; \quad \partial_\delta u_J = \sin(\delta) - i - i_N. \quad (2.10)$$

Mithilfe der Josephson-Kreisfrequenz $\omega_J = \frac{2\pi}{\Phi_0} U$ und der charakteristischen Zeit

$\tau = \omega_c t = \omega_J (U = RI_0)t$ folgt aus Gleichung (2.8):

$$-\partial_\delta u_J = \frac{d\delta}{d\tau} + \underbrace{\frac{2\pi \cdot I_0 C R^2}{\Phi_0}}_{=\beta_C} \frac{d^2\delta}{d\tau^2}. \quad (2.11)$$

Bei dem Parameter β_C handelt es sich um den Stewart-McCumber-Parameter, mit welchem das hysterische Verhalten der JJs analog zur Dämpfung einer Schwingung beschrieben werden kann. Wenn $\beta_C \lesssim 1$ gilt, ist der Kontakt überdämpft und die IVC zeigt nicht-hysteretisches Verhalten. Ist der Kontakt dagegen unterdämpft, gilt also $\beta_C \gtrsim 1$, so liegt Hysterese vor. Um β_C einzustellen, kann ein externer Shunt-Widerstand parallel zum JJ geschaltet werden. Das ist insbesondere dann notwendig, wenn die Kontakte für Sensor-Anwendungen wie SQUIDs verwendet werden sollen, wo nicht-hysteretisches Verhalten erwünscht ist.

Um den Einfluss des thermischen Rauschens zu verstehen, hilft des Weiteren die Einführung des Rauschparameters

$$\Gamma = \frac{2\pi k_B T}{I_0 \Phi_0} \quad (2.12)$$

mit Boltzmann-Konstante k_B , welcher zum einen als Verhältnis der thermischen Energie zur Josephson-Kopplungsenergie interpretiert werden kann. Zum anderen kann man ihn als Verhältnis zwischen dem thermisch induzierten Rauschstrom des Widerstands $I_{th} = 2\pi k_B T / \Phi_0$ und dem kritischen Strom I_0 (im hypothetischen Grenzfall $T \rightarrow 0$ K) verstehen. Da in der Praxis immer $T > 0$ K und damit auch $\Gamma > 0$ gilt, werden JJs beim Anlegen eines Biasstroms bereits kurz vor Erreichen des theoretischen kritischen Stroms resistiv, sodass die IVCs eine Rauschverrundung aufweisen. Ist $\Gamma = 1$ erfüllt, so ist der Josephson-Effekt vollständig unterdrückt. Im Bild des RCSJ-Modells handelt es sich bei der zuvor erwähnten Rauschkraft also um einen zusätzlichen Kraftbeitrag, der das Waschbrettpotential verkippt und damit der Punktmasse ein leichteres Überwinden der Potentialbarriere ermöglicht.

Das RCSJ-Modell eignet sich gut, um SIS-JJs zu beschreiben. Für SNS-JJs, die im Rahmen dieser Arbeit betrachtet werden, gilt generell $\beta_C \ll 1$, da die Kapazität des Kontakts durch die normaleitende Barriere deutlich geringer ist als beim SIS-JJ. Unter der Annahme, dass das thermische Rauschen vernachlässigbar klein ist ($\Gamma = 0$), lassen sich die nicht-hysteretischen IVCs der SNS-Kontakte also gut durch das RSJ (*resistively shunted junction*)-Modell beschreiben [26]. Aus den Gleichungen (2.10) und (2.11) folgt dabei für $\beta_C = 0$ und $i_N = 0$ die Differentialgleichung:

$$\frac{d\delta}{d\tau} + \sin(\delta) - i = 0. \quad (2.13)$$

Im statischen Fall ($i \leq 1$) ist die Phase δ zeitunabhängig, da alle Ströme als Suprastöme fließen. Somit befindet sich der Kontakt nach der zweiten Josephson-Gleichung (2.6) im spannungslosen Zustand. Für den dynamischen Fall ($i > 1$) folgt aus Gleichung (2.13):

$$d\tau = \frac{d\delta}{\sin(\delta) - i}. \quad (2.14)$$

Nach Integration der Gleichung (2.14) ist die Lösung für den JJ im dynamischen Zustand unter Verwendung von $\tau = \omega_c t$:

$$\tau = \tau_0 + \frac{2}{\sqrt{i^2 - 1}} \arctan \left(\frac{i \tan(\frac{\delta}{2}) - 1}{\sqrt{i^2 - 1}} \right) \quad (2.15)$$

$$\Leftrightarrow \delta = 2 \arctan \left[\tan \left(\frac{(\omega_c t - \tau_0) \sqrt{i^2 - 1}}{2} \right) \sqrt{1 - \frac{1}{i^2} + \frac{1}{i}} \right] \quad (2.16)$$

mit der Integrationskonstante τ_0 , die gleich Null gesetzt wird. Die Periode der Phasendifferenz δ ist damit also $T = 2\pi/\omega_c\sqrt{i^2-1}$. Die (normierte) zeitlich gemittelte Spannung kann mit der zweiten Josephson-Gleichung (2.6) bestimmt werden:

$$v = \frac{V}{I_0 R} = \frac{1}{T I_0 R} \int_0^T u(t) dt = \frac{1}{T I_0 R} \int_0^T \frac{d\delta}{dt} \cdot \frac{\Phi_0}{2\pi} dt = \frac{\Phi_0}{T I_0 R}. \quad (2.17)$$

Durch Einsetzen der Periode T und ω_c erhält man die Spannung nach dem RSJ-Modell:

$$v = \begin{cases} \sqrt{i^2 - 1} & i > 1 \\ 0 & i \leq 1 \end{cases}. \quad (2.18)$$

In der Praxis treten zusätzliche Effekte auf, die nicht durch das Modell erfasst werden. Dazu gehört beispielsweise das Auftreten von Hysterese bei extrem kleinen Nb/HfTi/Nb-JJs mit sehr dünner HfTi-Barriere, wie es in der Veröffentlichung 1 beobachtet wird. Aufgrund der vernachlässigbaren Kapazität der Barriere und der überlappenden Elektroden kann die Hysterese nicht mit dem RCSJ-Modell erklärt werden. Vielmehr scheint die Hysterese thermisch induziert zu sein, da es zu Joulescher Wärme im Spannungszustand und damit lokaler Erhitzung der Barriere kommt. Das hat eine Verringerung des kritischen Stroms beim Herunterfahren des Biasstroms unter I_0 zur Folge. Die Auswirkungen der thermischen Hysterese in Nb/HfTi/Nb-JJs auf die elektrischen Transporteigenschaften und das Rauschen der Kontakte wird in Kapitel 3.1 näher diskutiert.

2.4 DC SQUIDS

2.4.1 Physikalische Grundlagen

Bei einem SQUID handelt es sich um eine supraleitende Schleife, die im Falle des hier betrachteten DC SQUIDS an zwei Stellen durch einen JJ unterbrochen

ist, wie es in Abbildung 2.4a skizziert ist. Das RCSJ-Modell des SQUIDS wird dabei um die Induktivität L der SQUID-Schleife ergänzt. Das zugehörige Ersatzschaltbild ist in Abbildung 2.4b zusammen mit dem angelegten Biasstrom und den Teilströmen dargestellt.

Der Biasstrom $I = I_1 + I_2$ teilt sich in die beiden Arme des SQUIDS auf, sodass die Teilströme $I_{1,2}$ jeweils durch die parallelgeschalteten JJs fließen. Liegt zusätzlich ein externes Magnetfeld senkrecht zur SQUID-Schleife an, wird ein externer Fluss $\Phi_a > 0$ ins SQUID eingekoppelt. Als Reaktion induziert das SQUID aufgrund der Fluxoidquantisierung einen abschirmenden Kreisstrom J , welcher den Gesamtstrom in einem SQUID-Arm erhöht und im anderen verringert.

Nach Gleichung (2.8) gilt somit für die beiden Teilströme (mit $m \in \{1, 2\}$):

$$I_m = \frac{I}{2} \pm J = I_{0,m} \sin(\delta_m) + \frac{\Phi_0}{2\pi R_m} \frac{d\delta_m}{dt} + \frac{C_m \Phi_0}{2\pi} \frac{d^2\delta_m}{dt^2} + I_{N,m}. \quad (2.19)$$

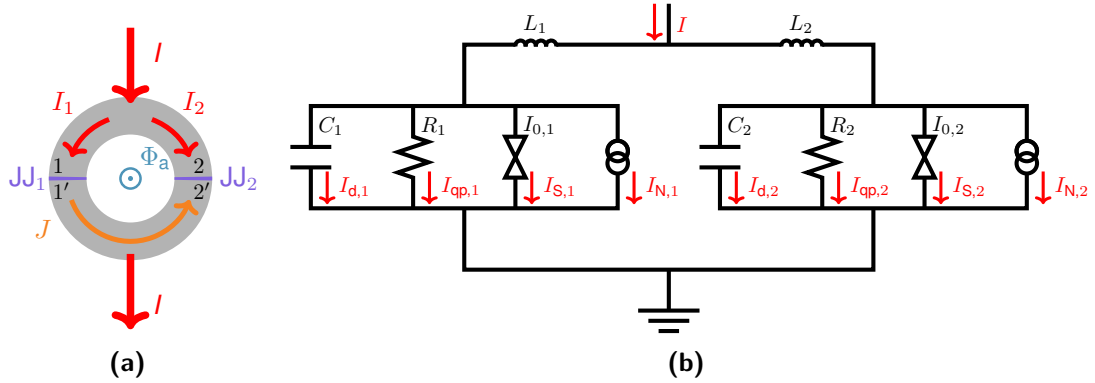


Abbildung 2.4: (a) Skizze eines SQUIDS. Der Biasstrom und der vom SQUID beim Anlegen des Magnetfeldes induzierte Strom sind rot bzw. orange gekennzeichnet. (b) Ersatzschaltbild des SQUIDS nach dem RCSJ-Modell.

Um die Gleichungen nun ähnlich wie in Kapitel 2.3 zu normieren und zu vereinfachen, verwendet man, neben der ebenfalls in Kapitel 2.3 eingeführten charakteristischen Zeit τ und dem Stewart-McCumber-Parameter β_C (vgl. Gleichung (2.11)), den gemittelten kritischen Strom $I_0 = (I_{0,1} + I_{0,2})/2$, die mittlere Kapazität $C = (C_1 + C_2)/2$ und den mittleren Leitwert, sodass für den Widerstand $R = 2R_1R_2/(R_1 + R_2)$ gilt. Damit lässt sich Gleichung (2.19) umschreiben zu:

$$i_m = \frac{i}{2} \pm j = \frac{I_{0,m}}{I_0} \sin(\delta_m) + \frac{R}{R_m} \frac{d\delta_m}{d\tau} + \beta_C \frac{C_m}{C} \frac{d^2\delta_m}{d\tau^2} + i_{N,m}. \quad (2.20)$$

Weiterhin können die Asymmetrie-Parameter

$$\alpha_I = \frac{I_{0,2} - I_{0,1}}{I_{0,1} + I_{0,2}}; \quad \alpha_C = \frac{C_2 - C_1}{C_1 + C_2}; \quad \alpha_{1/R} = \frac{1/R_2 - 1/R_1}{1/R_1 + 1/R_2} = \frac{R_1 - R_2}{R_1 + R_2}, \quad (2.21)$$

welche die Parameterstreuung aufgrund der bei der Fabrikation auftretenden Parameterschwankungen berücksichtigen, zur weiteren Veranschaulichung der Gleichung (2.20) dienen:

$$i_m = \frac{i}{2} \pm j = (1 \mp \alpha_I) \sin(\delta_m) + (1 \mp \alpha_{1/R}) \frac{d\delta_m}{d\tau} + \beta_C(1 \mp \alpha_C) \frac{d^2\delta_m}{d\tau^2} + i_{N,m}. \quad (2.22)$$

Zur Interpretation der Langevin-Gleichungen (2.22) wird außerdem die Phasendifferenz δ_m der JJs benötigt. Diese folgt aus der Fluxoidquantisierung (Gleichung (2.3)):

$$\delta_2 - \delta_1 = \frac{2\pi}{\Phi_0} \left(\mu_0 \lambda_L^2 \left[\int_2^1 \vec{j}_S \, d\vec{l} + \int_{1'}^{2'} \vec{j}_S \, d\vec{l} \right] + \Phi \right) = \frac{2\pi}{\Phi_0} \Phi_{\text{tot}}, \quad (2.23)$$

wobei die Integrationswege so gewählt werden, dass 1 und 1' die Grenzflächen des ersten JJ vor bzw. nach der Barriere sowie 2 und 2' entsprechend die Grenzflächen vor bzw. nach der Barriere vom zweiten JJ sind (vgl. Abbildung 2.4a). Die Integrale in Gleichung (2.23) verschwinden in den meisten Fällen. Ausgenommen sind hierbei nanoSQUIDS, bei denen die Schichtdicke in der Größenordnung von λ_L liegt und die Abmessungen des SQUIDS klein sind. Da jedoch die Summe beider Integrale eine vollständige Integration der Suprastromdichte über die gesamte SQUID-Schleife darstellt, kann der Term als Beitrag $L_{\text{kin}}J$ zum gesamten Fluss $\Phi_{\text{tot}} = \Phi_a + L_{\text{geo}}J + L_{\text{kin}}J$ mit geometrischer Induktivität L_{geo} und kinetischer Induktivität L_{kin} berücksichtigt werden.

Durch den Beitrag $L_{\text{geo}}J$ wird hierbei der durch den Kreisstrom im SQUID induzierte Fluss berücksichtigt. Die Induktivität des SQUIDS ist somit $L = L_{\text{kin}} + L_{\text{geo}}$ und setzt sich wiederum aus den beiden Teilinduktivitäten L_m in den beiden SQUID-Armen zusammen, sodass die gesamte Induktivität $L = L_1 + L_2$ ist. Die fabrikationsbedingte Asymmetrie der SQUID-Arme wird mithilfe des Asymmetrie-Parameters

$$\alpha_L = \frac{L_2 - L_1}{L_1 + L_2} \quad (2.24)$$

sowie einem zusätzlichen Flussbeitrag $-\alpha_L I/2$ („self-flux“) berücksichtigt, welcher linear mit dem Biasstrom skaliert. Zusammen mit der zuvor verwendeten Normierung auf den mittleren kritischen Strom I_0 und der Normierung des Flusses auf Φ_0 ergibt sich aus Gleichung (2.23):

$$\delta_2 - \delta_1 = 2\pi \left(\phi_a + \frac{\beta_L}{2} \left[j - \frac{i \cdot \alpha_L}{2} \right] \right) \quad (2.25)$$

mit dem Abschirmparameter

$$\beta_L = 2LI_0/\Phi_0, \quad (2.26)$$

welcher den Fluss, der vom maximalen Abschirmstrom erzeugt wird, mit einem halben Flussquant ins Verhältnis setzt.

Die Lösung der Gleichungen (2.22) und (2.25) erfolgt in der Regel numerisch. Für den stationären Fall ($d^2\delta_m/d\tau^2 = d\delta_m/d\tau = 0$) symmetrischer SQUIDS ($\alpha_L = \alpha_I = \alpha_R = \alpha_C = 0$) mit vernachlässigbarer Induktivität und vernachlässigbarem Rauschen ($\beta_L = 0$; $i_{N,m} = 0$) können Gleichung (2.22) und (2.25) stark vereinfacht werden:

$$i_m = \frac{i}{2} \pm j = \sin(\delta_m) \Rightarrow i = \sin(\delta_1) + \sin(\delta_2); \quad (2.27)$$

$$\delta_2 - \delta_1 = 2\pi\phi_a \Rightarrow i = \sin(\delta_1) + \sin(2\pi\phi_a + \delta_1) \quad (2.28)$$

$$= 2 \sin(\delta_1 + \pi\phi_a) \cos(\pi\phi_a). \quad (2.29)$$

Solange der Biasstrom I kleiner als der kritische Strom des SQUIDS I_c (mit $I_c = 2I_0$ für vernachlässigbares Rauschen und $T = 0$ K) ist, stellt sich die Phase δ_1 so ein, dass Gleichung (2.29) erfüllt ist. Für $I = I_c$ folgt

$$I_c(\Phi_a) = 2I_0 \left| \cos\left(\frac{\pi\Phi_a}{\Phi_0}\right) \right|. \quad (2.30)$$

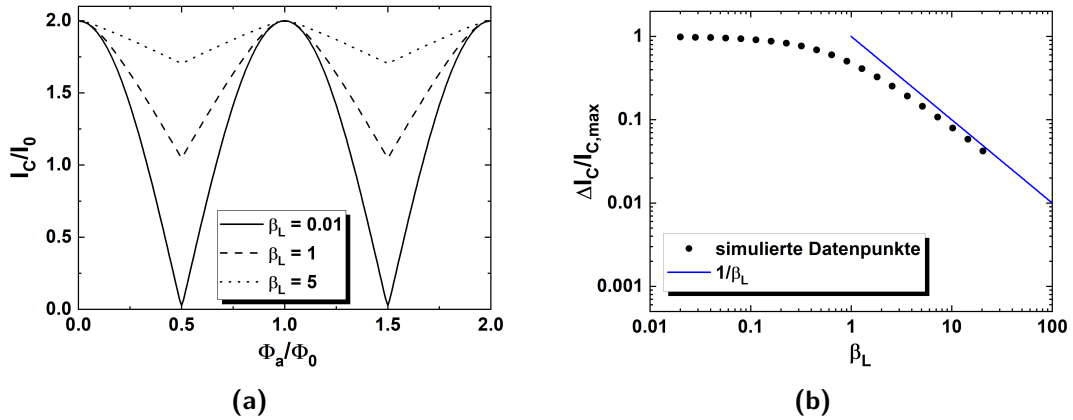


Abbildung 2.5: (a) Numerisch berechnetes Quanteninterferenzmuster des symmetrischen SQUIDS für verschiedene Werte des Abschirmparameters β_L und $T = 0$ K. (b) Simulierte Datenpunkte der Modulationstiefe $\Delta I_c / I_{c,max}$ als Funktion von β_L und Fit $1/\beta_L$ der Daten für $\beta_L \gg 1$ (blaue Linie) [1]. ©2004 Wiley-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, Weinheim.

Der kritische Strom des in diesem Spezialfall betrachteten SQUIDS moduliert also zwischen 0 und $2I_0$ mit einer Periode Φ_0 . In der Praxis verschwindet der Abschirmparameter allerdings nicht, sondern wird sogar je nach Art des SQUIDS und Anwendung so eingestellt, dass er einen idealen Wert $\beta_L \approx 1$ erreicht [27]. Numerische Simulationen, wie sie in Abbildung 2.5 dargestellt sind, zeigen, dass

die Modulationstiefe $(I_{c,\max} - I_{c,\min})/I_{c,\max} = \Delta I_c/I_{c,\max}$ für $\beta_L > 0$ abnimmt, sich bei $\beta_L = 1$ halbiert hat (vgl. Abbildung 2.5a) und für $\beta_L \gg 1$ mit $1/\beta_L$ abfällt (vgl. Abbildung 2.5b). Aus der Modulationstiefe, welche leicht zu messen ist, kann also der Abschirmparameter und damit auch die Induktivität $L = \beta_L \Phi_0/I_{c,\max}$ des SQUIDs ermittelt werden (für den Grenzfall $T = 0$ K und für ein symmetrisches SQUID).

2.4.2 Asymmetrische SQUIDs

Da die Parameterstreuung der JJs mit zunehmender Verkleinerung der Kontakte relevanter wird, werden an dieser Stelle die Auswirkungen der im Kapitel 2.4 betrachteten Asymmetrie-Koeffizienten auf das Quanteninterferenzmuster $I_c(\Phi_a)$ im statischen Fall und unter Vernachlässigung des Rauschens betrachtet. Unter diesen Voraussetzungen vereinfacht sich Gleichung (2.22) zu:

$$i_m = \frac{i}{2} \pm j = (1 \mp \alpha_I) \sin(\delta_m) \quad (2.31)$$

$$\Rightarrow i = i_1 + i_2 = (1 - \alpha_I) \sin(\delta_1) + (1 + \alpha_I) \sin(\delta_2), \quad (2.32)$$

wohingegen Gleichung (2.25) unverändert gültig ist. Damit sind lediglich die beiden Asymmetrie-Koeffizienten α_I und α_L im statischen Fall für die Form des Quanteninterferenzmusters relevant. Das Maximum, welches bei $\delta_1 = \delta_2 = \Phi_a/2$ erreicht wird, liegt auch im Falle asymmetrischer SQUIDs bei $i_{c,\max} = 2$. Der Kreisstrom

$$2j = i_1 - i_2 = (1 - \alpha_I) \sin(\delta_1) - (1 + \alpha_I) \sin(\delta_2) \quad (2.33)$$

ist bei maximalem kritischem Strom $j(i_{c,\max}) = -\alpha_I$ und aus Gleichung (2.25) folgt in diesem Fall:

$$\phi_a(i_{c,\max}) = \frac{\beta_L}{2} (\alpha_I + \alpha_L). \quad (2.34)$$

Somit verschiebt sich das Maximum des Quanteninterferenzmusters entlang der ϕ_a -Achse, sofern Asymmetrie vorliegt. Bei umgekehrter Polarität des Biasstroms ($i \rightarrow -i$) liegt das Maximum des Quanteninterferenzmusters bei $i_{c,\max}^- = -2$, der Kreisstrom ist dann $j(i_{c,\max}^-) = \alpha_I$ und damit folgt für den angelegten Fluss, der zum maximalen kritischen Strom bei umgekehrter Polarität des Biasstroms führt: $\phi_a(i_{c,\max}^-) = -\phi_a(i_{c,\max})$. Damit ändert sich das Vorzeichen der Verschiebung entlang der ϕ_a -Achse. Weiterhin zeigen numerische Simulationen, dass ein steigendes α_I den minimalen kritischen Strom des SQUIDs erhöht und damit die Modulationstiefe verringert sowie dass das Quanteninterferenzmuster durch α_L verkippt wird [28].

2.4.3 DC SQUIDS mit vier Josephson-Kontakten

Für SQUIDS mit mehr als zwei JJs muss das in Kapitel 2.4 hergeleitete RCSJ-Modell zum Beschreiben der IVCs von konventionellen SQUIDS erweitert werden [22]. Basierend auf dem mathematischen Modell von R. Kleiner, welches in der in Kapitel 3.3 thematisierten Veröffentlichung für 4JJSQs beschrieben wird, werden die wichtigsten Punkte an dieser Stelle zusammengefasst.

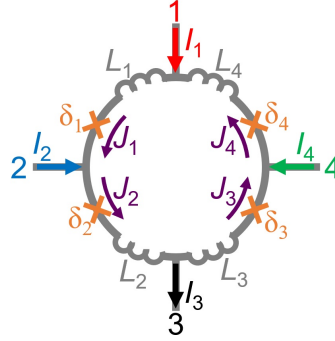


Abbildung 2.6: Schematische Darstellung eines 4JJSQs mit Terminals 1 bis 4. Die JJs $k = 1 \dots 4$ mit der jeweiligen Phasendifferenz δ_k sind orange gekennzeichnet. Die Pfeile deuten den Biasstrom I_1 , den Drainstrom I_3 und die beiden Kontrollströme I_2 und I_4 sowie die Kreisströme J_k durch den k -ten Kontakt an. Zudem sind die Induktivitäten L_k der vier Abschnitte der SQUID-Schleife gekennzeichnet. Abbildung aus beigefügter Veröffentlichung 3. ©2022 Wolter et al. veröffentlicht durch IOP Publishing Ltd. unter einer Creative Commons Attribution Lizenz.

Im Gegensatz zu konventionellen DC SQUIDS mit zwei JJs bieten 4JJSQs die Möglichkeit, zwei zusätzliche unabhängige Ströme I_2 und I_4 , die im Folgenden als Kontrollströme bezeichnet werden, neben dem Biasstrom I_1 mit Drainstrom $I_3 = I_1 + I_2 + I_4$ zu verwenden. Eine Skizze des Aufbaus vom betrachteten 4JJSQ ist in Abbildung 2.6 dargestellt. Die durch die vier Terminals 1 bis 4 getrennten Abschnitte der SQUID-Schleife mit jeweiliger Induktivität L_k ($k = 1 \dots 4$) beinhalten jeweils einen JJ, an dem der Josephson-Strom $I_{J,k} = I_0 a_k \sin(\delta_k)$ mit Phasendifferenz δ_k und Asymmetrie-Parameter a_k vorliegt. In diesem Fall handelt es sich bei $I_0 = (I_{0,\text{left-min}} + I_{0,\text{right-min}})/2$ um den rauschfreien kritischen Strom des JJ im linken bzw. rechten SQUID-Arm mit jeweils geringstem kritischen Strom. Die Summe der Asymmetrie-Parameter der dazugehörigen JJs ist 2, sodass für den maximalen rauschfreien kritischen Strom des 4JJSQs $I_{c1,\text{max}}(I_2 = I_4 = 0, \Phi_{\text{ext}}) = 2I_0$ gilt.

Die Ströme werden auf I_0 normiert, sodass $i_{J,k} = a_k \sin(\delta_k)$ sind. Jeder JJ wird mithilfe des in Kapitel 2.3 vorgestellten RCSJ-Modells beschrieben, wobei angenommen wird, dass der Widerstand R und die Kapazität C des Kontaktes für alle vier Kontakte gleich sind. Die gesamte Induktivität der SQUID-Schleife ist gegeben durch $L = \sum_{k=1}^4 L_k$.

Bei den normierten RCSJ-Gleichungen,

$$\beta_C \partial_t^2 \delta_k + \partial_t \delta_k + \alpha_k \sin(\delta_k) + i_{N,k} = j_k \quad \text{für } k \in \{1, 2\} \quad \text{und} \quad (2.35)$$

$$\beta_C \partial_t^2 \delta_k + \partial_t \delta_k + \alpha_k \sin(\delta_k) + i_{N,k} = -j_k \quad \text{für } k \in \{3, 4\} \quad (2.36)$$

wird zudem die Zeit durch $\Phi_0/(2\pi I_0 R)$ normiert und die Ableitung nach der normierten Zeit t durch ∂_t dargestellt. $i_{N,k}$ ist der normierte Rauschstrom mit normierter spektraler Dichte 4Γ , wobei Γ der Rauschparameter (siehe Gleichung (2.12)) ist.

Unter Verwendung der Bedingungen

$$i_1 = j_1 - j_4, \quad (2.37)$$

$$i_2 = j_2 - j_1, \quad (2.38)$$

$$i_3 = i_1 + i_2 + i_4 = j_2 - j_3 \quad \text{und} \quad (2.39)$$

$$i_4 = j_4 - j_3 \quad (2.40)$$

sowie der Definition des mittleren Kreisstroms $j_{\text{SQUID}} = \sum_{k=1}^4 j_k/4$ folgen die normierten Kreisströme in den einzelnen Abschnitten der SQUID-Schleife:

$$j_1 = j_{\text{SQUID}} + \frac{i_1}{2} - \frac{i_2}{4} + \frac{i_4}{4}, \quad (2.41)$$

$$j_2 = j_{\text{SQUID}} + \frac{i_1}{2} + \frac{3i_2}{4} + \frac{i_4}{4}, \quad (2.42)$$

$$j_3 = j_{\text{SQUID}} - \frac{i_1}{2} - \frac{i_2}{4} - \frac{3i_4}{4}, \quad (2.43)$$

$$j_4 = j_{\text{SQUID}} - \frac{i_1}{2} - \frac{i_2}{4} + \frac{i_4}{4}. \quad (2.44)$$

Durch die Voraussetzung $\sum_{k=1}^4 L_k J_k + \Phi_{\text{ext}} = \Phi_0[\delta_3 + \delta_4 - \delta_1 - \delta_2]/2\pi$ kann der mittlere Kreisstrom j_{SQUID} mit den Phasendifferenzen δ_k verknüpft werden:

$$j_{\text{SQUID}} = \frac{-\delta_1 - \delta_2 + \delta_3 + \delta_4 - 2\pi(\varphi_{\text{ext}} + \varphi_b)}{\pi\beta_L}, \quad (2.45)$$

wobei φ_{ext} der auf das Flussquant Φ_0 normierte, an der SQUID-Schleife angelegte, magnetische Fluss ist. Weiterhin ist φ_b der in Kapitel 2.4 als self-flux bezeichnete auf Φ_0 normierte zusätzliche Fluss, der durch den Biasstrom sowie die beiden Kontrollströme im Falle asymmetrischer Induktivitäten erzeugt wird und welcher sich in diesem Zusammenhang mithilfe von

$$\varphi_b = \frac{\beta_L \left[(l_1 + l_2 - l_3 - l_4) \cdot \frac{i_1}{2} + (3l_2 - l_1 - l_3 - l_4) \cdot \frac{i_2}{4} + (l_1 + l_2 + l_4 - 3l_3) \cdot \frac{i_4}{4} \right]}{2} \quad (2.46)$$

und $l_k = L_k/L$ beschreiben lässt.

Die Lösung der RCSJ-Gleichungen (2.35) und (2.36) erfolgt numerisch mithilfe der Runge-Kutta-Methode 5. Ordnung sowie der Gleichungen (2.41)-(2.46). Weiterhin entsprechen die Zeitableitungen $\partial_t \delta_k$ den normierten Spannungen $u_k = U_k/(I_0 R)$, die jeweils über die vier JJs abfallen. Daraus folgen die zeitlich gemittelten normierten Spannungen v_k der einzelnen Kontakte sowie $v_{SQ} = v_1 + v_2 = v_3 + v_4$, d. h. die zwischen Terminal 1 und 3 abfallende zeitlich gemittelte normierte Spannung des SQUIDs.

2.5 SQUID-Signal im Spannungszustand

Für den statischen Fall wurde in Kapitel 2.4 die Modulation des kritischen Stroms I_c bei Variation des externen Flusses Φ_a im Falle symmetrischer SQUIDs gezeigt. Legt man zusätzlich einen konstanten Biasstrom I an, fällt eine direkt auslesbare Spannung $V(\Phi_a)$ über das SQUID ab, wie sie anhand des Beispiels eines microSQUID-Gradiometers mit Nb/HfTi/Nb-JJs in Abbildung 2.7 zusammen mit den IVCs bei minimalem und maximalem kritischem Strom dargestellt ist. Der entsprechende Messaufbau dieser OL (*open loop*)-Messung ist in Abbildung 2.8a schematisch abgebildet. Die Spannung $V(\Phi_a)$ kann man nutzen, um selbst sehr kleine Änderungen des äußeren Magnetfeldes, z. B. verursacht durch MNP, zu detektieren.

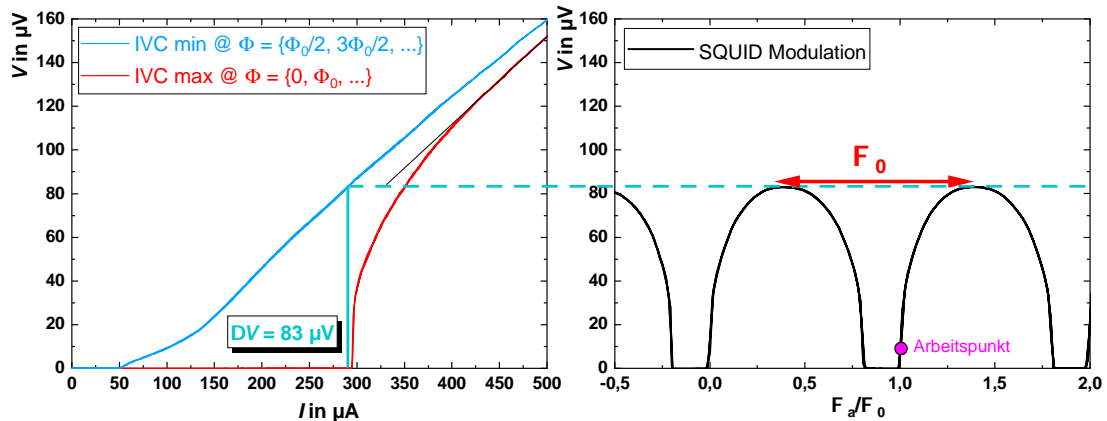


Abbildung 2.7: Beispielmessung der IVCs eines microSQUID-Gradiometers bei minimalem und maximalem kritischem Strom (links) und dazugehörige Modulation der Spannung bei konstantem Biasstrom knapp unter I_c in Abhängigkeit vom angelegten Fluss (rechts). Der Spannungshub, der Arbeitspunkt und die Periode des Spannungssignal sind ebenfalls eingezeichnet.

Für eine hohe Empfindlichkeit bei der Messung wird hierbei zunächst der Biasstrom so gewählt, dass ein maximaler Spannungshub ΔV erzielt wird, was bei $I \gtrsim I_c$ der Fall ist. Das Spannungssignal wird einem differentiellen Verstärker mit Gain-Faktor G zugeführt, welcher zusätzlich mit einer Spannungsquelle

verbunden ist, sodass eine konstante Offset-Spannung V_b angelegt werden kann. Eine zusätzliche Stromquelle induziert an der Modulationsleitung des SQUIDs einen konstanten Fluss Φ_b , welcher zusammen mit V_b dem steilsten Punkt der $V(\Phi_a)$ -Kennlinie entspricht. Da an diesem Punkt die größte Umwandlung von Fluss zu Spannung stattfindet, wird er als Arbeitspunkt gewählt. Die Steigung am Arbeitspunkt ist die Transferfunktion

$$V_\Phi = \left(\frac{\partial V}{\partial \Phi_a} \right)_{\max}. \quad (2.47)$$

Im Gegensatz zur Open-Loop-Messung wird die Spannungsantwort des SQUIDs auf die Flussänderung bei der FLL (*flux locked loop*)-Messung, schematisch dargestellt in Abbildung 2.8b, linearisiert. Dazu wird das Spannungssignal wieder dem differentiellen Verstärker zugeführt. Nachdem das Spannungssignal des SQUIDs verstärkt wurde und anschließend einen Integrator passiert hat, dient es als Messsignal V_{out} der FLL-Schaltung.

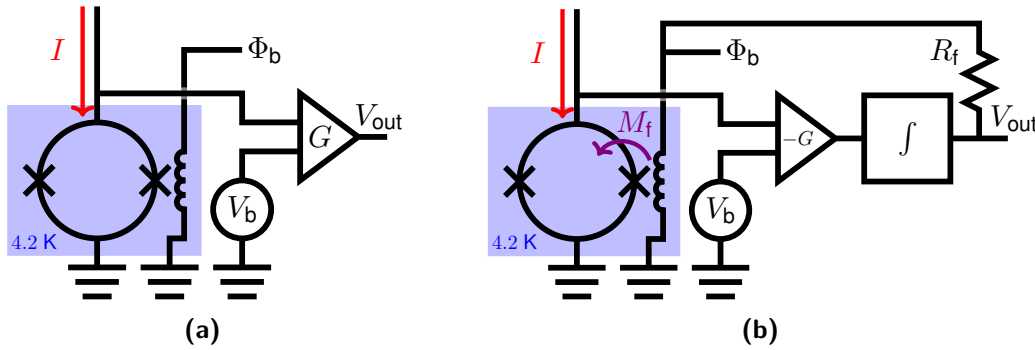


Abbildung 2.8: (a) Schaltbild der Open-Loop-Messung und (b) Schaltbild der Flux-Locked-Loop-Messung.

Das Messsignal wird zudem über einen Feedback-Widerstand R_f ins SQUID mit Gegeninduktivität M_f zurückgekoppelt. Kommt es nun im SQUID zu einer Flussänderung $\Delta\Phi$, fällt über den Feedbackwiderstand ein Spannungssignal

$$V = \Delta\Phi \frac{R_f}{M_f} \quad (2.48)$$

ab, welches ein Gegenflusssignal erzeugt, das den Fluss im SQUID annulliert. Somit bleibt der zuvor gewählte Arbeitspunkt bestehen.

2.6 Rauschmessung

Der limitierende Faktor für die Messauflösung von SQUIDs, die als Sensor verwendet werden, ist das Spannungsrauschen, welches sich mit dem zu messenden Signal

überlagert. Liegt die zu messende Flussänderung also in der Größenordnung des entsprechenden Flussrauschens des SQUIDs, so sind das Signal und das Rauschen nicht zu unterscheiden. Daher muss das Spannungsrauschen für eine verbesserte Performance des SQUIDs minimiert werden.

SQUIDs zeigen bei geringen Frequenzen ($f \lesssim 1$ kHz) $1/f$ -Rauschen. Dieses ist im Wesentlichen auf verschiedene Fluktuationsprozesse des Widerstands und des kritischen Stroms der JJs, die durch charakteristische Zeiten gekennzeichnet sind, zurückzuführen. Zu den Ursachen der Fluktuationen gehören beispielsweise die thermisch induzierte Bewegung von Flussschläuchen zwischen Defekten im Supraleiter [29] oder in der Barriere temporär gefangene Quasiteilchen [1]. Die konkreten physikalischen Ursachen sind jedoch noch nicht vollständig verstanden und Gegenstand aktueller Forschung (siehe dazu beispielsweise Veröffentlichung 1 für den Fall von SNS-Einzelkontakten).

Bei höheren Frequenzen wird das Spannungsrauschen frequenzunabhängig. Das sogenannte weiße Rauschen kommt durch das thermische Rauschen des Widerstands, d. h. durch die Dissipation der Quasipartikelströme, der Barrieren von den JJs des SQUIDs zustande (Johnson-Nyquist-Rauschen) [30,31]. Im Limit des thermischen weißen Rauschens ergibt sich für die spektrale Rauschleistungsdichte (*power spectral density*; PSD) des Flusses (für $\beta_L > 0.4$) [1]:

$$S_{\Phi}^{1/2} = \sqrt{4(1 + \beta_L) \frac{k_B T L}{I_0 R}} \Phi_0. \quad (2.49)$$

Daraus lässt sich ableiten, dass eine hohe charakteristische Spannung $I_0 R$ und eine geringe SQUID-Induktivität L zur Minimierung des Rauschens beitragen können.

Bei nanoSQUIDs mit Nb/HfTi/Nb-JJs konnte mithilfe eines SQUID-Vorverstärkers und kommerzieller FLL-Elektronik ein geringes Flussrauschen $S_{\Phi}^{1/2} \approx 100$ $n\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$ gemessen werden, wobei $S_{\Phi}^{1/2} < 200$ $n\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$ standardmäßig erzielt wird [19]. Dennoch ist die weitere Untersuchung des Flussrauschens von nanoSQUIDs und der dabei auftretenden Anomalien notwendig, da der gemessene Wert nicht immer im Einklang mit dem in Kapitel 2.4 vorgestelltem RCSJ-Modell ist. So führt z. B. das in Kapitel 2.3 erwähnte Auftreten Joulescher Wärme bei den kleinen Kontakten besonders bei Temperaturen $T < 3.5$ K zu einem starken Anstieg des Flussrauschens [32]. Ein weiterer Grund für die Notwendigkeit der Untersuchung des Flussrauschens von nanoSQUIDs ist, dass die Skalierung des Flussrauschens miniaturisierter SQUIDs mit der Induktivität bzw. der Geometrie des SQUIDs noch nicht vollständig verstanden ist. Um die Empfindlichkeit der SQUIDs also systematisch zu optimieren, müssen solche Effekte besser verstanden und modelliert werden.

Kapitel 3

Zusammenfassung der Veröffentlichungen

3.1 Transport and Noise Properties of sub-100-nm Planar Nb Josephson Junctions with Metallic Hf-Ti Barriers for nano-SQUID Applications

Diese Veröffentlichung verfolgt das Ziel, Nb/HfTi/Nb-JJs hinsichtlich der Abhängigkeit ihrer elektrischen Transporteigenschaften und ihres Rauschverhaltens bei 4.2 K von der Kontaktgeometrie, d. h. der lateralen Größe und der HfTi-Barrierendicke, zu analysieren. Die hier untersuchten Kontakte sind insbesondere für den Einsatz in nanoSQUID-Anwendungen von Interesse und werden dahingehend verbessert.

Dazu wurde zunächst die planare Fabrikationstechnologie basierend auf Nanostrukturierung durch EBL und CMP für die Herstellung sehr kleiner JJs mit Nb als supraleitendes Material sowie HfTi als normalleitende Barriere, die in sehr kleinen Abständen zueinander platziert werden können, optimiert. Durch die Verwendung von hochauflösendem Negativlack zur lithografischen Strukturierung der unteren Nb-Elektrode werden hierbei Zuleitungen mit etwa 100 nm Linienbreite im Abstand von 70 bis 100 nm ohne Kurzschlüsse ermöglicht. Außerdem wird mithilfe von Rasterelektronenmikroskop (REM)-Aufnahmen bestätigt, dass durch die Verwendung und Optimierung des trockenchemischen Plasmaätzens mit SF₆ eine bessere Kontrolle der Form und Abmessungen der oberen Nb-Elektrode erreicht werden kann.

Obwohl die verwendete Fabrikationstechnologie die Herstellung kleiner JJs mit extrem hoher Genauigkeit und Reproduzierbarkeit ermöglicht, können kleine Schwankungen der Kontaktgeometrie fabrikationsbedingt auftreten, deren Auswirkungen auf die Kontaktparameter insbesondere bei der Reduzierung der Kontaktgröße eine systematische Untersuchung erfordern und beim präzisen Entwurf von Schaltungen berücksichtigt werden müssen. Daher wurden im Rahmen dieser Veröffentlichung sieben Wafer mit quadratischen JJs hergestellt, die unterschiedliche Barrierendicken im Bereich von $d_{\text{HfTi}} = 17...26$ nm aufweisen. Die nominelle laterale Breite der JJs liegt bei $w_n = 50...1000$ nm.

Es zeigt sich bei den untersuchten JJs eine systematische Vergrößerung bis zu $\Delta w_n = 50$ nm, die auf den Proximity-Effekt, welcher bei der Elektronen-

strahl-Belichtung auftritt, zurückzuführen ist. Zudem wird auf der Grundlage von REM-Aufnahmen eine statistische Abweichung von der Designgröße der JJs von $\Delta w_n = \pm 20$ nm abgeschätzt. Es zeigt sich weiterhin eine Abrundung der Ecken, welche ebenfalls durch den Proximity-Effekt verursacht wird und bei den kleinsten JJs zu einer nahezu runden Form führt.

Da die Optimierung der hier untersuchten JJs für nanoSQUID-Anwendungen erfolgt, wo eine möglichst nahe Platzierung zweier JJs aneinander erwünscht ist, werden zudem JJ-Arrays mit variierendem Abstand der einzelnen Kontakte zueinander mit dem REM betrachtet. Der kleinste Abstand zweier Kontakte, welcher mit bestehender elektrischer Isolation realisiert werden konnte, liegt bei 30 nm. Eine weitere Minimierung des Abstandes könnte durch die weitere Anpassung der Fabrikationsparameter (z. B. Lackdicke, Entwicklungs- und Ätzzeiten, ...) erzielt werden.

Um nun die elektrischen Transporteigenschaften der miniaturisierten JJs zu untersuchen, wurden IVCs von JJs mit unterschiedlicher Barrierendicke bei 4.2 K gemessen. Das Ergebnis repräsentativer Kontakte ist in Abbildung 3.1 für JJs mit $w_n = 50$ nm (Abbildung 3.1a) und $w_n = 200$ nm (Abbildung 3.1b) dargestellt.

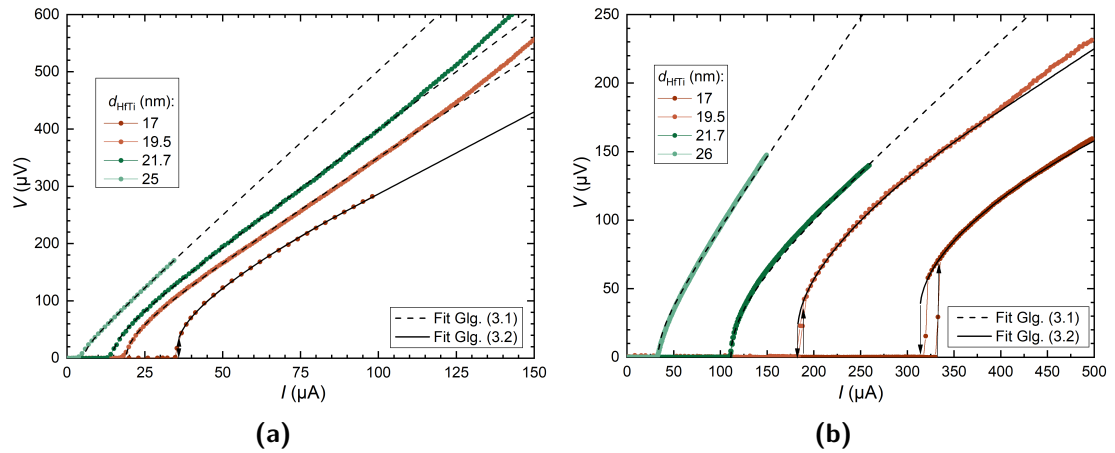


Abbildung 3.1: Gemessene IVCs und Fit-Funktionen nach dem RSJ-Modell (gestrichelte Linien; Gleichung (3.1)) bzw. dem erweiterten RSJ-Modell (durchgezogene Linien; Gleichung (3.2)) von JJs mit verschiedener HfTi-Barrierendicke d_{HfTi} und lateraler Breite (a) $w_n = 50$ nm bzw. (b) $w_n = 200$ nm. Abbildungen aus beigefügter Veröffentlichung 1. ©2020 American Physical Society.

Die Daten werden mit einem Fit basierend auf dem RSJ-Modell (beschrieben in Kapitel 2.3),

$$V = \begin{cases} R_n \sqrt{I^2 - I_c^2} & I > I_c \\ 0 & I \leq I_c \end{cases}, \quad (3.1)$$

angepasst, wobei R_n der normalleitende Widerstand und I_c der kritische Strom

des Kontaktes für $\Gamma = 0$ sind. Es zeigt sich bei geringen Strömen eine gute Übereinstimmung für IVCs, welche bereits knapp über dem kritischen Strom im Spannungszustand lineares Verhalten und keine Hysterese zeigen. Bei höheren Strömen ($I \gtrsim 2I_c \dots 4I_c$) tritt jedoch ein kontinuierlicher Anstieg des differentiellen Widerstands statt lineares Verhalten auf, was in Abbildung 3.1a bei den kleinen JJs besonders gut zu erkennen ist.

Dieses Verhalten kann durch Selbsterhitzung erklärt werden [33]. Bereits eine leichte Erhitzung des Supraleiters über die kritische Temperatur könnte zu einem dünnen normalleitenden Nb-Bereich führen und damit den Gesamtwiderstand des Kontakts erhöhen. Dieser Effekt tritt jedoch erst bei deutlich höheren Biasströmen auf, als sie zum Einstellen des Arbeitspunktes für reale DC SQUID-Anwendungen benötigt werden [3].

Bei den IVCs der Kontakte mit dünnerer Barriere ist das Auftreten von Hysterese erkennbar. Aufgrund der geringen parasitären Kapazität in unseren Schaltungen mit Nb/HfTi/Nb-JJs und der geringen Barrierendicke wird als dominante Ursache der Hysterese in den betrachteten IVCs von Leistungsdissipation ausgegangen. Diese führt zu einem deutlichen Anstieg der Temperatur im JJ bis auf eine Temperatur T^* , sobald er in den Spannungszustand wechselt. Dieser Selbsterhitzungseffekt der Kontakte [33–35] ruft die thermische Hysterese hervor. Das Verhalten wird von Gubankov et al. [34] modelliert, wobei unter vereinfachenden Annahmen das RSJ-Modell erweitert werden kann [20]:

$$I^2 R^2 - V^2 = \begin{cases} \left(V_c(T) - \frac{IV}{I_T} \right)^2 & T^* < T_c \\ 0 & T^* \geq T_c \end{cases}. \quad (3.2)$$

Dabei quantifiziert $I_T = \text{const.}$ den Selbsterhitzungseffekt, wobei I_T umso größer ist, je besser der Wärmetransport des Kontakts funktioniert. Die in dieser Veröffentlichung vorgestellten IVCs mit auftretender thermischer Hysterese lassen sich gut mit dem Modell beschreiben.

Um die kritische Stromdichte der Nb/HfTi/Nb-JJs, genau zu bestimmen, müssen die realen Dimensionen der normalleitenden Barriere bekannt sein. Daher wird der experimentell bestimmte charakteristische Widerstand der JJs $r_n = R_n \cdot A$ mit dem theoretischen charakteristischen Widerstand der JJs $r'_n = \rho_{\text{HfTi}} \cdot d_{\text{HfTi}}$ verglichen. Der normalleitende Widerstand R_n der untersuchten JJs wird dabei aus den Fit-Parametern der IVCs entnommen und $\rho_{\text{HfTi}} = (105 \pm 3) \mu\Omega\text{cm}$ ist der spezifische Widerstand unserer HfTi-Schicht bei 4.2 K. Die Fläche der JJs $A = A_{\text{geom}}$ wird aus REM-Aufnahmen bestimmt.

Als Ergebnis des Vergleichs von $r_n(d_{\text{HfTi}})$ und $r'_n(d_{\text{HfTi}})$ lässt sich festhalten, dass die Werte für r_n von größeren Kontakten nur leicht über r'_n liegen und es bei kleineren JJs zu deutlich stärkeren Abweichungen kommt. Diese Beobachtung wird darauf zurückgeführt, dass es bei der Fabrikation zu einem lateralen Schaden und zur Oxidation der Seitenwände der Barriere kommt, sodass die effektive Fläche der Barriere A_{eff} kleiner ist als die mit dem REM bestimmte Fläche A_{geom} .

Um diese Beobachtung zu quantifizieren, wird also in einem einfachen Modell der JJs ein inaktiver Randbereich Δw_n festgelegt, der nicht zum elektrischen Transport beiträgt. Da es bei der Herstellung zudem zu unkontrollierbaren Schwankungen der Fabrikationsbedingungen zwischen den einzelnen Fabrikationsdurchläufen kommt und somit auch die Stärke der Beschädigung des Randbereichs der Barriere variiert, muss Δw_n für jeden Wafer individuell bestimmt werden. Weiterhin wird angenommen, dass der Krümmungsradius abgerundeter Ecken bei allen JJs 40 nm beträgt.

Mithilfe der aus diesem Modell bestimmten effektiven Fläche der JJs kann des Weiteren die Abhängigkeit der kritischen Stromdichte $j_c = I_c/A_{\text{eff}}$ (Abbildung 3.2a) und der charakteristischen Spannung $V_c = R_n I_c$ (Abbildung 3.2b) bei 4.2 K von der Barrierendicke d_{HfTi} untersucht werden. Die in Abbildung 3.2 gezeigten Datenpunkte für die untersuchten Kontakte werden dabei wieder aus den Fit-Parametern der IVCs bestimmt.

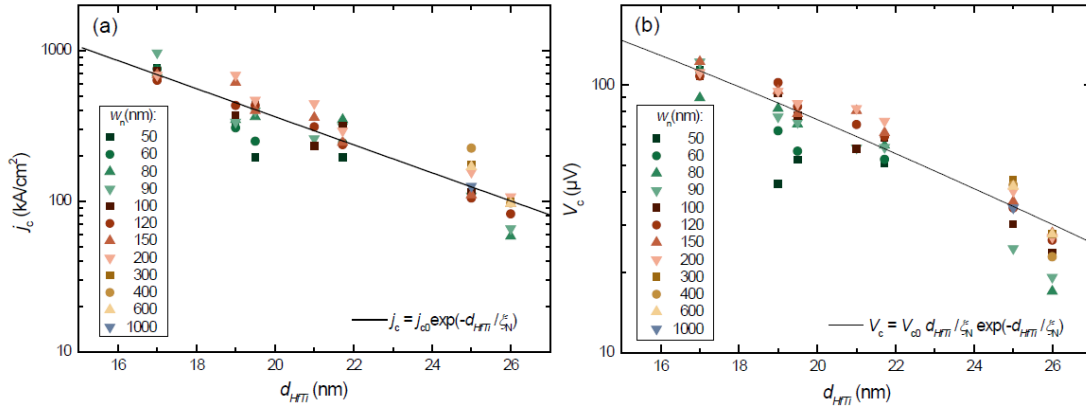


Abbildung 3.2: Bei 4.2 K gemessene (a) kritische Stromdichte j_c und (b) charakteristische Spannung V_c als Funktion der Barrierendicke d_{HfTi} und dazugehörige Fit-Funktionen. Abbildungen aus beigefügter Veröffentlichung 1. ©2020 American Physical Society.

Unter vereinfachenden Annahmen können die kritische Stromdichte mit dem Fit [36]

$$j_c = j_{c0} \cdot \exp \left[-\frac{d_{\text{HfTi}}}{\xi_N} \right] \quad (3.3)$$

und die charakteristische Spannung für $R_n \propto d_{\text{HfTi}}$ mit dem Fit

$$V_c = V_{c0} \frac{d_{\text{HfTi}}}{\xi_N} \cdot \exp \left[-\frac{d_{\text{HfTi}}}{\xi_N} \right] \quad (3.4)$$

angepasst werden. Die Fit-Parameter sind dabei die Kohärenzlänge der normalleitenden HfTi-Barriere $\xi_N = (4.85 \pm 0.75)$ nm sowie $j_{c0} = (27 \pm 13)$ MA/cm²

und $V_{c0} = (930 \pm 110) \mu\text{V}$. Es zeigt sich trotz der Streuung der Daten eine gute Übereinstimmung mit den theoretischen Voraussagen über einen Bereich von $d_{\text{HfTi}} = 17 \dots 26 \text{ nm}$.

Da neben der thermischen Hysterese das Auftreten von thermischem Rauschen erwartet wird, folgt schließlich die Untersuchung der Rauscheigenschaften unserer Nb/HfTi/Nb-JJs. Dazu wurden Spektren des quadratischen Mittels (*root mean square*; RMS) der spektralen Dichte des Spannungsrauschens $S_V^{1/2}$ als Funktion der Frequenz f bei 4.2 K für sechs verschiedene Biasströme I entlang der IVC eines exemplarischen JJs mit $w_n = 50 \text{ nm}$ und $d_{\text{HfTi}} = 17 \text{ nm}$ aufgenommen und analysiert.

Aus den Rauschspektren, von denen vier in Abbildung 3.3a erkennbar sind, wurden Datenpunkte $S_V^{1/2}(I)$ bei einer Frequenz von $f = 100 \text{ kHz}$ sowie bei $f = 100 \text{ Hz}$ entnommen und in Abbildung 3.3b dargestellt, wobei im ersten Fall das weiße Rauschen und im zweiten Fall das $1/f$ -Rauschen dominiert. Die experimentell bestimmten Daten werden mit dem theoretisch zu erwartenden RMS Spannungsrauschen unter Berücksichtigung des Selbsterhitzungseffekts

$$S_V(I) = 4k_B T^*(I) \frac{R_d^2(I)}{R_n} \left[1 + 0.5 \left(\frac{I_c(T^*)}{I} \right)^2 \right], \quad (3.5)$$

verglichen, wobei $R_d = dV/dI$ der differentielle Widerstand des JJs ist [37, 38].

Es zeigt sich in Abbildung 3.3b, dass die experimentellen Daten für $S_V^{1/2}(I)$ trotz der zuvor getroffenen vereinfachenden Annahmen im Rahmen des erweiterten RSJ-Modells gut zur Theorie passen, auch wenn sie systematisch etwas über den Berechnungen liegen. Ein Vergleich mit der theoretischen Erwartung unter der Voraussetzung vernachlässigbarer Selbsterhitzung ($T^* = T = 4.2 \text{ K}$) zeigt weiterhin, dass insbesondere bei großen Biasströmen die Selbsterhitzung essentiell ist, um die Daten hinreichend genau zu beschreiben. Es lässt sich also schlussfolgern, dass es durch die starke Dissipation in dem geringen Volumen der HfTi-Barriere zu einer erhöhten effektiven Temperatur T^* kommt, die wiederum mit steigendem Biasstrom I zunehmenden Einfluss auf die Messung nimmt.

Das beobachtete $1/f$ -Rauschen in unseren Nb/HfTi/Nb-JJs, welches als gestrichelte Linie in Abbildung 3.3a angedeutet ist, hängt ebenfalls vom Biasstrom ab, wie man in Abbildung 3.3b deutlich anhand der $S_V^{1/2}(I)$ -Datenpunkte für $f = 100 \text{ Hz}$ erkennt. Es kann auf Fluktuationen des kritischen Stroms und des Widerstands der Barriere zurückgeführt werden [6, 32]. Um die Fluktuationen im Einzelkontakt zu quantifizieren, kann die spektrale Dichte des Spannungsrauschens im Bereich des $1/f$ -Rauschens mit

$$S_V(f) = (V - R_d I)^2 S_i(f) + V^2 S_r(f) + k(V - R_d I) V S_{ir}(f) \quad (3.6)$$

angepasst werden [39, 40]. Dabei sind $S_i = S_{I_c}/I_c^2$ und $S_r = S_{R_n}/R_n^2$ die normierten spektralen Dichten der kritischen Strom- und Widerstandsfluktuationen. Weiterhin sind $S_{ir} = \sqrt{S_{I_c} S_{R_n}}/I_c R_n$ die gemischte spektrale Dichte der Fluktuationen und

$k \in [-2, 2]$ der Korrelationsfaktor. Für den betrachteten JJ zeigt sich, dass S_i und S_r ungefähr die gleiche Stärke aufweisen, welche zudem vergleichbar mit der Stärke der Fluktuationen in SIS-JJs mit Tunnelbarriere ist [41, 42]. Der Ursprung der Fluktuationen in den SNS-Kontakten ist jedoch noch unbekannt.

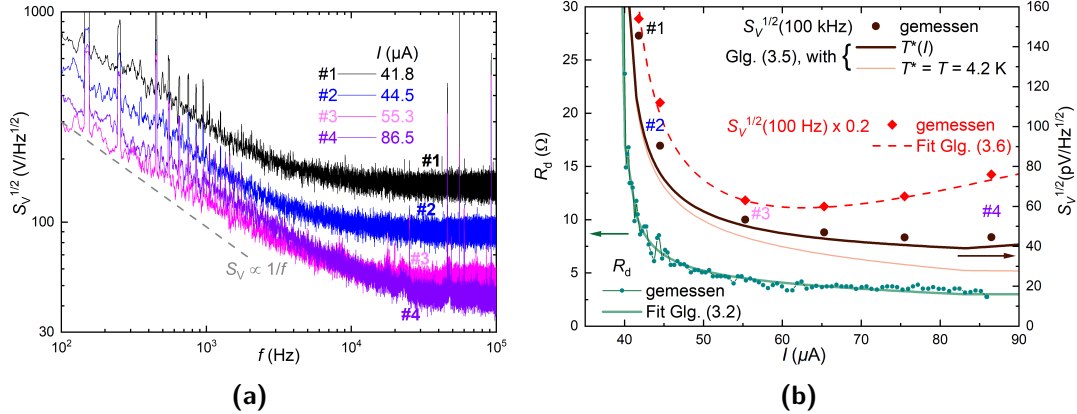


Abbildung 3.3: Für einen JJ mit $w_n = 50$ nm und $d_{\text{HfTi}} = 17$ nm bei 4.2 K gemessene (a) RMS spektrale Dichte des Spannungsrauschens $S_V^{1/2}$ als Funktion der Frequenz für vier verschiedene Biasströme und (b) differentieller Widerstand R_d sowie $S_V^{1/2}$ als Funktionen des Biasstroms I zusammen mit Fit-Funktionen. Abbildungen aus beigefügter Veröffentlichung 1. ©2020 American Physical Society.

Um nanoSQUIDs für die Detektion der Magnetisierungsumkehr von einzelnen MNPs anzuwenden, muss die Spin-Empfindlichkeit $S_\mu^{1/2} = S_\Phi^{1/2}/\phi_\mu$ optimiert werden. D. h. die spektrale Dichte des Flussrauschens $S_\Phi^{1/2}$ des nanoSQUIDs muss minimiert und die Kopplung zwischen SQUID und MNP, welche durch den Kopplungsfaktor ϕ_μ gegeben ist, muss maximiert werden.

Das Ziel ist es also zunächst $S_\Phi^{1/2} = 2L\varepsilon$ eines symmetrischen DC SQUIDs bestehend aus zwei Nb/HfTi/Nb-JJs und einer supraleitenden Nb-Schleife mit Schleifeninduktivität L zu minimieren. Dazu werden numerische Simulationen mit dem RCSJ-Modell herangezogen, mit deren Hilfe das Minimum der Energieauflösung $\varepsilon(\beta_L)$ im Limit des thermischen weißen Rauschens ermittelt werden kann. Das ist bei einem Abschirmparameter $\beta_L \approx 0.5$ der Fall, sodass $\varepsilon(\beta_L = 0.5) \approx 3 \Phi_0 k_B T / V_c$ gilt [27, 43, 44]. Die minimale Energieauflösung kann somit weiter reduziert werden, wenn mithilfe unserer JJ-Technologie die charakteristische Spannung V_c durch eine dünnere HfTi-Barriere maximiert wird. Für die dünnste in dieser Arbeit betrachtete HfTi-Barriere mit $d_{\text{HfTi}} = 17$ nm sowie mit $\beta_L = 0.5$ und den Fit-Parametern aus Gleichung (3.3) können eine minimale Energieauflösung von $\varepsilon_{\text{min}} \approx 5.4 h$ (bei $T = 4.2$ K) sowie eine optimale laterale Breite $w_{\text{eff}} \approx 250 \text{ nm} / \sqrt{L/\mu_0}$ der hier untersuchten SNS-JJs numerisch ermittelt werden.

Um die parasitäre Schleifeninduktivität unserer nanoSQUIDs mit Mikrostreifen-Geometrie [19] zu reduzieren, müssen zudem die beiden JJs näher aneinander

platziert werden. Typischerweise liegt der Abstand bei unseren nanoSQUIDs bei $d_{JJ} = 600$ nm, was in $L \approx 1$ pH resultiert [19]. Damit kann nun für das hier betrachtete Beispiel ein theoretisches minimales Flussrauschen $S_{\Phi}^{1/2} \approx 41 \text{ n}\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$ vorhergesagt werden, was im Bereich der geringsten Werte liegt, die bisher mit nanoSQUIDs bei 4.2 K erzielt wurden [45–47].

Für ein MNP, welches in 10 nm Abstand zur SQUID-Schleife platziert wird, ergeben sich aus den numerischen Simulationen ein Kopplungsfaktor [48] $\phi_{\mu} \approx 13 \text{ n}\Phi_0/\mu_B$ und eine Spin-Empfindlichkeit $S_{\mu}^{1/2} \approx 3 \mu_B/\sqrt{\text{Hz}}$. Wenn sich das nanoSQUID im Spannungszustand befindet, ist jedoch, wie zuvor gezeigt, von einem leicht erhöhten Wert für $S_{\Phi}^{1/2}$ und $S_{\mu}^{1/2}$ aufgrund der Selbsterhitzung auszugehen.

Beiträge zur Veröffentlichung

Der im Rahmen dieser Veröffentlichung vorgestellte Fabrikationsprozess wurde maßgeblich von O. Kieler hinsichtlich der Miniaturisierung der JJs und der Linienbreiten optimiert. Zudem hat O. Kieler erste Testdesigns entworfen, welche zusammen mit V. Morosh hergestellt wurden, wobei T. Weimann für das Management des Elektronenstrahlschreibers verantwortlich war. V. Morosh hat zudem die Untersuchung der JJs am REM hinsichtlich der Kontaktgeometrie durchgeführt. Messungen bei variabler Temperatur wurden von V. Morosh zusammen mit O. Kieler vorgenommen. An dem Konzept der Veröffentlichung sowie an der Auswertung und Interpretation der Daten waren R. Kleiner, D. Kölle und J. Linek sowie A. B. Zorin maßgeblich beteiligt. Ich habe im Zuge der Rauschmessungen zusätzliche Datenpunkte generiert.

3.2 Fabrication Process for Deep Submicron SQUID Circuits with Three Independent Niobium Layers

Im Fokus der zweiten Veröffentlichung steht der Fabrikationsprozess zur Herstellung von nanoSQUIDs mit Nb/HfTi/Nb-JJs, welcher zur Erhöhung der Integrationsdichte auf einem Wafer sowie zur Realisierung rein supraleitender Verbindungen zwischen den Nb-Ebenen von zwei auf drei unabhängige Lagen Nb erweitert wurde. „Unabhängig“ bedeutet in diesem Fall, dass die Schichten durch einen Isolator aus SiO₂ voneinander getrennt sind, aber mittels supraleitender Verbindungen (*vertical interconnect access*; Via), miteinander verknüpft werden können.

Der Fabrikationsprozess beruht zum einen maßgeblich auf EBL, um hohe Präzision bei der Nanostrukturierung der verschiedenen Schichten zu ermöglichen. Zum anderen wird CMP genutzt, um die isolierende Schicht zwischen den ersten beiden unabhängigen Nb-Lagen zu planarisieren und den elektrischen Kontakt der Schichten zu ermöglichen.

Im Detail wird zunächst ein Si-Substrat mit thermisch oxidiertem SiO₂ mit einer Schicht Al₂O₃ als Ätzstopper und einem Nb/HfTi/Nb-Trilayer mittels Magnetron-Sputterdeposition (*magnetron sputter deposition*; MSD) beschichtet (Abbildung 3.4a). Mithilfe von EBL und einem Lift-Off-Prozess wird im Anschluss eine Al-Hartmaske strukturiert, die beim anschließenden trockenchemischen Plasmaätzen (*inductively coupled plasma reactive ion etching*; ICP RIE) mit SF₆ die obere Nb-Elektrode (*Nb-Top*) schützt. Durch Argonionenstrahl-Ätzen (*ion beam etching*; IBE) werden im nächsten Prozessschritt die freiliegende HfTi-Schicht sowie die Hartmaske entfernt. Anschließend wird durch die Verwendung eines hochauflösenden Negativlacks und erneutem ICP RIE die untere Nb-Elektrode (*Nb-Base*) strukturiert (Abbildung 3.4b). Schließlich wird der Wafer mit der zur Isolation der unabhängigen Schichten dienenden SiO₂-Schicht beschichtet, wobei plasmaunterstützte chemische Gasphasenabscheidung (*plasma enhanced chemical vapor deposition*; PECVD) verwendet wird (Abbildung 3.4c). Durch CMP wird die Isolatorschicht planarisiert und die Nb-Top-Elektrode freigelegt (Abbildung 3.4d).

Im folgenden Prozessschritt wird der Wafer mit der ersten Verdrahtungsebene (*Nb-Wiring*) beschichtet (Abbildung 3.4e), wobei wieder eine durch EBL strukturierte Al-Hartmaske und ICP RIE verwendet werden. Die Hartmaske wird daraufhin mit nasschemischem Ätzen entfernt (Abbildung 3.4f). Im Anschluss wird erneut mittels PECVD eine Isolatorschicht auf dem Wafer abgeschieden (Abbildung 3.4g), in die zur Kontaktierung der darunterliegenden Nb-Schichten Öffnungen durch ICP RIE mit CHF₃ geätzt werden (Abbildung 3.4h).

Durch die Beschichtung des Wafers mit einer dickeren zweiten Nb-Wiring (Abbildung 3.4i) entstehen supraleitende Vias in alle darunterliegenden Nb-Schichten.

Auch die zweite Nb-Wiring wird mithilfe einer Al-Hartmaske und ICP RIE strukturiert (Abbildung 3.4j).

Um zunächst die Qualität der Isolation zwischen den unabhängigen Nb-Lagen zu untersuchen, wurden Plattenkondensatoren verschiedener Größe ($A = 10 \mu\text{m} \times 10 \mu\text{m}$ bis $800 \mu\text{m} \times 800 \mu\text{m}$) von 6 verschiedenen Wafern zwischen allen unabhängigen Nb-Schichten sowie dem Trilayer und der zweiten Nb-Wiring hergestellt und charakterisiert. Dabei werden Kondensatoren bei Raumtemperatur mit einem Wafer-Probersystem untersucht, um sicherzustellen, dass keine unbeabsichtigten Kurzschlüsse zwischen den Kondensatorplatten vorliegen. Die Messungen zeigen, dass 83% aller untersuchten Kondensatoren keinen Kurzschluss aufweisen, was für eine gute Isolierung der Nb-Ebenen voneinander spricht. Insbesondere das vermehrt vorkommende Auftreten von Kurzschlüssen bei Kondensatoren, die sich bei der Herstellung in der Mitte der Wafer befanden, kann auf die Inhomogenität des CMPs zurückgeführt werden, da hierbei die Wafermitte stärker poliert wird als der Rand.

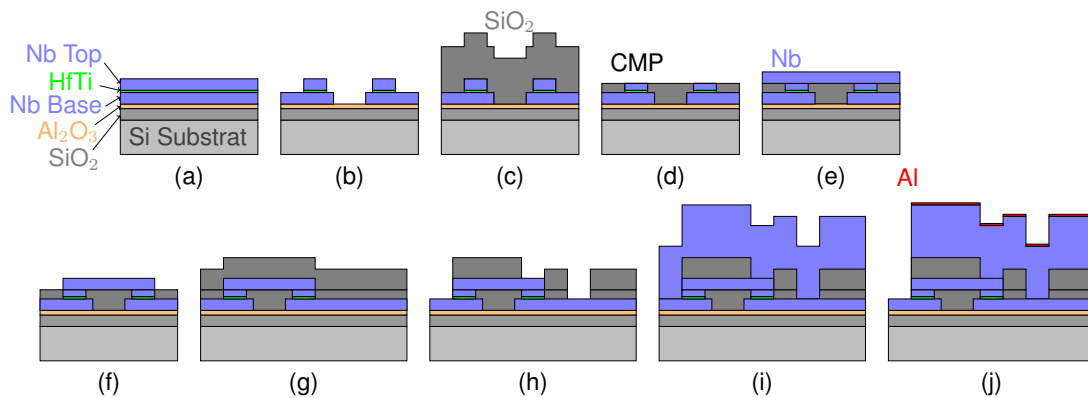


Abbildung 3.4: Schematische Darstellung des Fabrikationsprozesses für drei unabhängige Lagen Nb auf einem Wafer. Die einzelnen Schritte sind folgende: (a) Beschichtung des Nb/HfTi/Nb-Trilayers. (b) Strukturierung der JJs. (c) Beschichtung mit SiO_2 . (d) CMP des Wafers. (e) Beschichtung der ersten Nb-Wiring. (f) Strukturierung der ersten Nb-Wiring. (g) Erneute Beschichtung mit SiO_2 . (h) Via-Ätzen. (i) Beschichtung der zweiten Nb-Wiring. (j) Strukturierung der zweiten Nb-Wiring mit Al-Hartmaske.

Eine mögliche Quelle für Kurzschlüsse zwischen den Platten der Kondensatoren, die sich in den beiden Wiring-Ebenen befinden, kann das Auftreten von „Nb-Zäunen“ sein, wobei es sich um Reste des geätzten Niobs handelt, welches sich während des Plasmaätzens in Spalten zwischen der Wiring und dem Isolator festsetzt.

Zusätzlich zu der Untersuchung mit dem Probersystem wird mithilfe eines LCR-Meters die Kapazität verschiedener Kondensatoren zweier Wafer bei 4.2 K untersucht, sodass die Funktionalität der Kondensatoren bei tiefen Temperaturen überprüft wird, aber auch Rückschlüsse auf die tatsächliche Dicke d der isolieren-

den SiO₂-Schicht möglich sind. Dabei werden die gemessenen Kapazitäten unter Verwendung von

$$C = \varepsilon_r \varepsilon_0 \frac{A}{d} + \text{Offset} \quad (3.7)$$

gefittet, wobei ε_0 die dielektrische Konstante des Vakuums und ε_r die Permittivität unseres PECVD SiO₂ sind.

Als Ergebnis lässt sich festhalten, dass sich die Inhomogenität des CMP-Prozesses zwischen den beiden untersuchten Wafern bemerkbar macht und sich zudem ihre Abhängigkeit von der Strukturgröße sowie der Dichte der Strukturen zeigt. Dadurch variiert die Dicke der polierten unteren SiO₂-Schicht (SiO₂-1) stärker auf dem gesamten Wafer im Vergleich zur oberen SiO₂-Schicht (SiO₂-2), die beim zweiten PECVD-Schritt beschichtet wurde.

Insgesamt zeigt sich jedoch bei den hergestellten Kondensatoren keine ausgeprägte nichtlineare Abhängigkeit der gemessenen Kapazität von der Größe der Kondensatorplatten und die Kapazitäten können hinreichend genau bestimmt werden, um die Dicken der dielektrischen SiO₂-Schichten bestimmen zu können, welche den Erwartungen im Rahmen der Messungenauigkeit entsprechen.

Neben der Untersuchung der Qualität der Isolation zwischen den unabhängigen Nb-Schichten wird die Fabrikationsausbeute zum einen von rein supraleitenden Vias zwischen den Nb-Ebenen (Nb-Vias) und zum anderen von Vias, deren Kontakt mit CMP geöffnet wurde und welche die normaleitende HfTi-Barriere beinhalten (JJ-Vias), ermittelt. Die Größe der geätzten Nb-Vias variiert dabei zwischen 1 $\mu\text{m} \times 1 \mu\text{m}$ bis zu 10 $\mu\text{m} \times 10 \mu\text{m}$ und die Größe der JJ-Vias variiert zwischen 0.1 $\mu\text{m} \times 0.1 \mu\text{m}$ bis zu 5 $\mu\text{m} \times 5 \mu\text{m}$.

Zur Charakterisierung der Vias wird das Wafer-Probersystem genutzt und der on-chip Widerstand der Vias mitsamt der Nb-Leitungen betrachtet. Ein Via wird als „funktional“ angenommen, sofern der gemessene Widerstand den erwarteten Schichtwiderstand der Nb-Leitungen und der HfTi-Barriere nicht mehr als 25% überschreitet. Die Fabrikationsausbeute funktionaler Nb-Vias unterschiedlicher Größe zwischen den verschiedenen Nb-Ebenen liegt damit bei 91% für die sechs untersuchten Wafer. Die Ausbeute funktionaler JJ-Vias hingegen liegt insgesamt bei nur 38%. Da die Fabrikationsausbeute funktionaler JJ-Vias der ersten beiden Wafer bei 90% bzw. 81% liegt, wird die geringe Ausbeute bei den Wafern 3 bis 6 maßgeblich auf eine deutliche Inhomogenität der Dicke der dielektrischen SiO₂-1-Schicht zurückgeführt.

Weiterhin erschwert die Inhomogenität der Dicke der SiO₂-1-Schicht die Optimierung der Ätzdauer für die Vias. Im Fabrikationsprozess ist nur ein Ätzschritt für Vias vorgesehen, in dessen Zuge zur Kontaktierung der ersten Nb-Wiring die SiO₂-2-Schicht und zur Kontaktierung der Nb-Base zusätzlich zur SiO₂-2-Schicht auch die SiO₂-1-Schicht geätzt wird. Daher macht sich insbesondere am Rand der Wafer, wo schwächer poliert wurde, eine geringere Ausbeute funktionaler Nb-Vias zwischen der Nb-Base-Ebene und der zweiten Nb-Wiring-Ebene bemerkbar.

Der in dieser Arbeit vorgestellte Prozess wurde unter anderem genutzt, um fine-pitch Fingerkondensatoren (*interdigital capacitor*; IDC) herzustellen, die ein extrem hohes Aspektverhältnis (*aspect ratio*; AR) aufweisen. Das Aspektverhältnis ist in diesem Fall das Verhältnis zwischen der Gesamtlänge des IDCs und dem Abstand des Mittelpunktes zweier Finger des Kondensators. Es konnten hierbei IDCs realisiert werden, deren AR bei $2.2 \cdot 10^6$ liegt. Dieser extrem hohe Wert resultiert aus der hohen Anzahl an Fingern, die sehr nah beieinander platziert werden konnten.

Mithilfe eines LCR-Meters wird die Kapazität einiger IDCs mit verschiedener Anzahl an Fingern ($n \in \{500, 750, 1000\}$) und Fingerlänge $L = 4183 \mu\text{m}$ bei $T = 4.2 \text{ K}$ gemessen, sodass unter Verwendung der linearen Gleichung (nach Ref. [49], S. 96, Gleichung (4.47a))

$$C[\text{pF}] = 3.937 \cdot 10^{-5} \cdot L(\varepsilon_r + 1) \cdot 0.11(n - 3) + 0.252 \quad \text{für } L \text{ in } \mu\text{m} \quad (3.8)$$

die effektive dielektrische Konstante der IDCs bestimmt werden kann. Es ergibt sich dabei $\varepsilon_r = 9.89 \pm 0.01$, was sehr gut zu der Erwartung passt, dass sich die effektive dielektrische Konstante in diesem Fall aus der dielektrischen Konstante des Substrats ($\varepsilon_{r,\text{Si}} \approx 12$) reduziert um einen Beitrag der dielektrischen Konstante des Dielektrikums zwischen den Fingern ($\varepsilon_{r,\text{SiO}_2} \approx 4$ [50]) zusammensetzt.

Auch die Fabrikationsausbeute der hergestellten IDCs wurde untersucht, wobei ein IDC als „funktional“ gilt, wenn der am Probersystem gemessene Widerstand größer als $120 \text{ M}\Omega$ ist. Es ergibt sich eine relativ geringe Ausbeute von 14%, was seinen Ursprung in der sehr großen Fläche der untersuchten IDCs hat, da diese anfällig für Partikel ist, die während des Ätzprozesses die Zwischenräume der Finger maskieren und zu Kurzschlüssen führen.

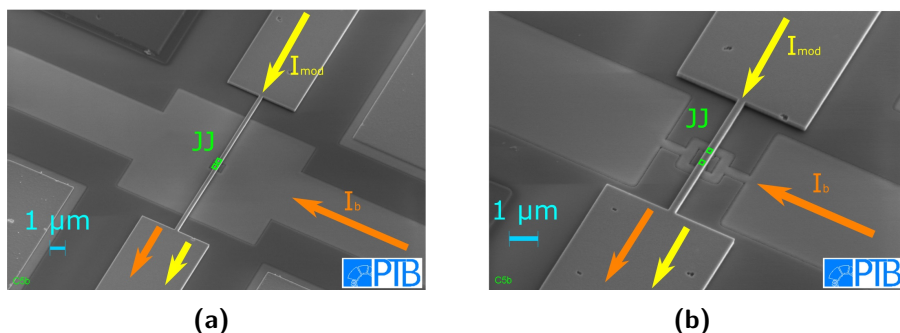


Abbildung 3.5: REM-Aufnahmen von beiden hergestellten SQUID-Designs. (a) SQ-1 und (b) SQ-2 nach Fertigstellung der ersten Nb-Wiring. Die Position der JJs (grün) und die im SQUID fließenden Ströme (Modulationsstrom I_{mod} : gelb; Biasstrom I_b : orange) sind eingezeichnet. Abbildungen aus beigefügter Veröffentlichung 2. ©2021 Wolter et al. veröffentlicht durch MDPI unter einer Creative Commons Attribution Lizenz.

Des Weiteren wurden SQUID-Teststrukturen entworfen [18], hergestellt und charakterisiert, wobei das Ziel darin bestand, zu ermitteln, ob die Erweiterung

des Fabrikationsprozesses von zwei auf drei Nb-Lagen Auswirkungen auf die Eigenschaften oder die Fabrikationsausbeute der SQUIDs hat. Bei den untersuchten SQUIDs handelt es sich um galvanisch gekoppelte DC microSQUID-Parallel-Gradientometer mit quadratischen SNS-JJs, wobei zwei verschiedene Designs realisiert wurden, die sich in der Größe des Washers unterscheiden. Zur Darstellung der Ergebnisse werden zwei exemplarische SQUIDs mit unterschiedlicher Washer-Größe sowie HfTi-Barrierendicke d_{HfTi} herangezogen (siehe Abbildung 3.5; SQ-1: größerer Washer und dünnere Barriere; SQ-2: kleinerer Washer und dickere Barriere).

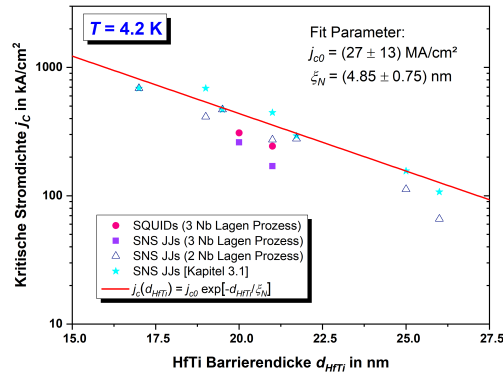


Abbildung 3.6: Kritische Stromdichte als Funktion der HfTi-Barrierendicke von SQ-1, SQ-2 sowie SNS-JJs mit HfTi-Barriere. Die Breite der JJs beträgt in allen Fällen nominell 200 nm. Abbildung aus beigefügter Veröffentlichung 2. ©2021 Wolter et al. veröffentlicht durch MDPI unter einer Creative Commons Attribution Lizenz.

Es zeigt sich, dass die elektrischen Transporteigenschaften der hier untersuchten SQUIDs gut zu den Erwartungen basierend auf dem RCSJ-Modell passen. Zusätzlich wird die kritische Stromdichte der SQUIDs sowie von Einzelkontakten bestimmt, deren Design dem der JJs der SQUIDs entspricht. Der in Abbildung 3.6 dargestellte Vergleich mit kritischen Stromdichten, die für Einzelkontakte bestimmt wurden, welche mit dem etablierten 2-Nb-Lagen-Prozess in der Vergangenheit hergestellt wurden (vgl. Kapitel 3.1 und Ref. [51]), zeigt, dass sich die Erweiterung des Fabrikationsprozesses nicht auf die Stromdichte auswirkt.

Der magnetische Fluss im SQUID wird durch den Strom durch die Modulationsleitung eingestellt, sodass eine Modulation der am SQUID abfallenden Spannung bei verschiedenen Biasströmen gemessen werden kann. Hieraus lässt sich als charakteristischer Parameter des SQUIDs unter anderem die Gegeninduktivität zwischen der Modulationsleitung und dem SQUID ermitteln.

Ein Vergleich der exemplarischen SQUIDs mit den Charakteristiken eines im Design identischen SQUIDs, welcher mit dem 2-Nb-Lagen-Prozess hergestellt wurde [18], zeigt generell gute Übereinstimmung aller bestimmten charakteristischen Parameter. Abweichungen können dadurch erklärt werden, dass das SQUID, welches zum Vergleich herangezogen wurde, mit einem anderen Beschichtungssystem hergestellt wurde, welches ein nur nominell identisches HfTi-Target besitzt.

Bei dem in dieser Arbeit dargestellten und hinsichtlich seiner Eignung zur Herstellung komplexerer supraleitender Strukturen untersuchten Prozess kann zukünftig die Fabrikationsbeute weiter erhöht werden. Dazu sollten zusätzlichen Stützstrukturen zur Verbesserung der Homogenität des CMPs integriert sowie Ätzzeiten optimiert werden, um die Steilheit der Seitenwände ideal einzustellen. Zusätzlich kann eine Optimierung des nanoSQUID-Designs die Kopplung zwischen MNPs und das SQUID verbessern, sodass sich die mit diesem Prozess hergestellten SQUIDs zur Anwendung z. B. in dreidimensionalen Vektor-nanoSQUIDs [19] und nanoSQUID-Suszeptometern [6] eignen.

Beiträge zur Veröffentlichung

Die Entwicklung des Fabrikationsprozesses und die Erweiterung auf drei Lagen Nb wurde maßgeblich von O. Kieler sowie von T. Weimann, der die Elektronenstrahl-lithografie betreut, vorgenommen und von mir in mehreren Fabrikationsdurchläufen erprobt und optimiert. Weiterhin habe ich die Designs der Teststrukturen mit der Hilfe von O. Kieler entworfen sowie ihre Charakterisierung durchgeführt. Die elektrischen Transporteigenschaften der gezeigten SQUIDs wurden zunächst an der PTB Berlin mit Unterstützung von J. Altmann und schließlich an der Universität Tübingen in Zusammenarbeit mit J. Linek charakterisiert. J. Beyer, S. Bechstein, R. Kleiner, D. Kölle und O. Kieler haben mich bei der Interpretation der Messergebnisse unterstützt.

3.3 Static and dynamic transport properties of multi-terminal, multi-junction microSQUIDs realized with Nb/HfTi/Nb Josephson junctions

Da es mit zunehmender Miniaturisierung von SQUIDs auch zunehmend schwieriger wird, ein geeignetes Fluss-Bias-Schema zu realisieren, um die SQUID-Antwort auf magnetische Flussänderungen auszulesen, wurden im Zuge dieser Veröffentlichung 4-terminal, 4-junction SQUIDs (4JJSQs) auf Basis der theoretischen Arbeit von Meltzer et al. [22] entworfen und mit überdämpften SNS-JJs durch den in Kapitel 3.2 gezeigten Nb/HfTi/Nb-Trilayer-Prozess bis zur ersten Nb-Wiring-Ebene hergestellt. Der Vorteil von multi-terminal, multi-junction SQUIDs gegenüber konventionellen SQUIDs mit zwei JJs ist, dass sie zum einen die Möglichkeit bieten, jeden einzelnen Kontakt elektrisch zu kontaktieren und die SQUIDs damit bei optimaler Empfindlichkeit für jeden beliebigen angelegten Fluss betreiben zu können [22, 23]. Zum anderen erlauben sie eine direkte Messung der CPR der Kontakte nach der in Ref. [22] beschriebenen Methode.

Um die statischen und dynamischen elektrischen Transporteigenschaften der 4JJSQs mit SNS-JJs durch numerische Simulationen beschreiben zu können, wird das in Kapitel 2.4.3 vorgestellte mathematische Modell verwendet, das auf dem RCSJ-Modell basiert. Dabei werden zunächst der normierte kritische Strom i_{c1} als Funktion des normierten angelegten Flusses φ_{ext} für verschiedene normierte Kontrollströme i_2 im Falle nahezu rauschfreier symmetrischer 4JJSQs mit Abschirmparameter $\beta_L = 1$ sowie $i_{c1}(i_2)$ für denselben 4JJSQ und verschiedene Werte von φ_{ext} simuliert. Dadurch kann an die theoretischen Betrachtungen von Ref. [22] angeknüpft werden, welche sich auf die statischen elektrischen Transporteigenschaften von 4JJSQs sowie 3-junction SQUIDs fokussieren.

Hierbei zeigt sich weitestgehend eine sehr gute Übereinstimmung, abgesehen von einer deutlichen Abweichung der $i_{c1}(i_2)$ -Kurven für Kontrollströme nahe dem Wert -2, wo der kritische Strom in der dynamischen Simulation mit Abnahme von i_2 ansteigt anstatt abzufallen, wie es die statischen Betrachtungen in Ref. [22] vorhersagen (vgl. Abbildung 2b in Veröffentlichung 3). Die Ursache hierfür zeigt sich bei Betrachtung der einzelnen zeitlich gemittelten Spannungen v_k mit $k = 1 \dots 4$ der vier JJs als Funktion des Biasstroms i_1 für $i_2 = -2$ und ohne angelegten Fluss. Hierbei tritt für die Josephson-Kontakte JJ1 und JJ2 ein resistiver Zustand mit sich kompensierenden Spannungsabfällen v_1 und v_2 auf, wohingegen v_3 und v_4 in demselben Bereich Null sind.

Ein weiterer beobachteter dynamischer Effekt in den numerischen Simulationen des symmetrischen 4JJSQs ist beispielsweise das Auftreten von Hysterese in den IVCs für $i_2 = 0$ und $\varphi_{\text{ext}} < 0.314$ trotz $\beta_C = 0$. In Abbildung 3.7 sind die zeitabhängigen Spannungsoszillationen $u_k(t)$ der einzelnen Kontakte für verschie-

dene φ_{ext} dargestellt. Sie zeigen für $\varphi_{\text{ext}} = 0$ und $\varphi_{\text{ext}} = 0.25$ eine Synchronisation der JJs im gleichen SQUID-Arm und eine Phasenverschiebung zwischen linkem und rechtem SQUID-Arm, was auf einen großen Kreisstrom im SQUID hindeutet. Dieser Zustand hat einen geringeren effektiven kritischen Strom im Vergleich zum statischen Fall zur Folge und wird als Ursache der Hysterese identifiziert. Im Fall von $\varphi_{\text{ext}} = 0.5$ hingegen, wo keine Hysterese in den IVCs zu beobachten ist, zeigt sich anhand von $u_k(t)$ chaotisches Verhalten der Spannungszosillationen der einzelnen JJs und somit keine Synchronisation.

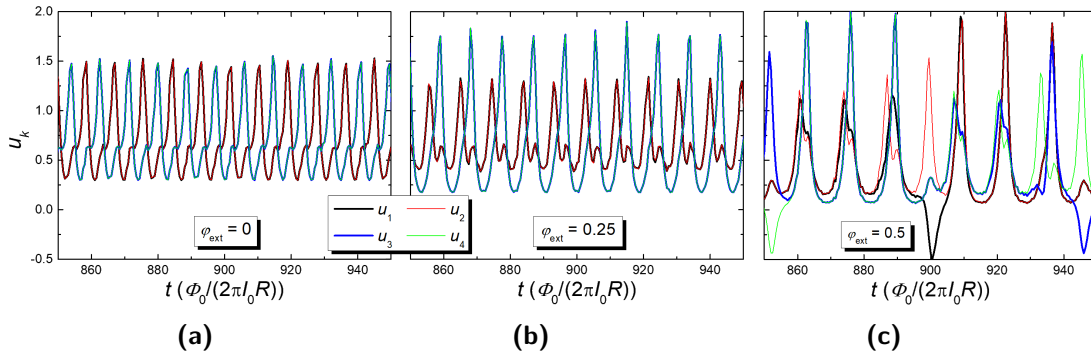


Abbildung 3.7: Simulation der zeitabhängigen Spannungszosillationen $u_k(t)$ aller vier einzelnen JJs eines symmetrischen 4JJSQs für $i_2 = 0$ und $i_1 = 1.8$ bei äußerem magnetischen Fluss (a) $\varphi_{\text{ext}} = 0$, (b) $\varphi_{\text{ext}} = 0.25$ und (c) $\varphi_{\text{ext}} = 0.5$. Abbildungen aus beigefügter Veröffentlichung 3. ©2022 Wolter et al. veröffentlicht durch IOP Publishing Ltd. unter einer Creative Commons Attribution Lizenz.

Da zu erwarten ist, dass sich das Verhalten des 4JJSQs dem eines 2-junction SQUIDs anpasst, wenn die kritischen Ströme von jeweils einem Kontakt in jedem der beiden SQUID-Arme deutlich erhöht sind, folgt die theoretische Betrachtung eines leicht asymmetrischen 4JJSQs mit Asymmetrie-Parameter $a_1 = a_3 = 1.2$ und $a_2 = a_4 = 1$. Hierbei fällt zunächst auf, dass die Modulations-tiefe $(i_{c1,\text{max}} - i_{c1,\text{min}})/i_{c1,\text{max}}$ des asymmetrischen 4JJSQ größer als beim symmetrischen 4JJSQ und damit näher an dem typischen Wert für vergleichbare 2-junction SQUIDs liegt.

Weitherhin sind „Knicke“ in den IVCs zu erkennen, die auf die unterschiedlichen kritischen Ströme der asymmetrischen Kontakte zurückzuführen sind. Für $\varphi_{\text{ext}} = 0$ tritt Hysterese auf, welche jedoch deutlich geringer ausgeprägt ist als im Falle des symmetrischen 4JJSQs. Eine Betrachtung der zeitlich gemittelten normierten Spannung am SQUID v_{SQ} als Funktion von φ_{ext} für verschiedene Biasströme i_1 zeigt für geringe Biasströme Maxima bei Vielfachen von $\varphi_{\text{ext}}/2$ und man beobachtet einen Übergang zu Maxima bei Vielfachen von φ_{ext} für größere Biasströme. Dieses Verhalten ist konform mit dem von symmetrischen 4JJSQs.

Schließlich wird der Einfluss vom thermischen Rauschen, wie es bei den experimentellen 4JJSQs auftritt, auf die Charakteristiken des symmetrischen 4JJSQs

theoretisch behandelt. Hierbei ist zu erkennen, dass die zuvor beobachtete Hysterese in den IVCs nahezu vollständig verschwindet und dass auch hier in den $v_{\text{SQ}}(\varphi_{\text{ext}})$ -Kurvenscharen für verschiedene i_1 eine Verschiebung der Maxima zwischen geringen und hohen Biasströmen stattfindet.

Um das mathematische Modell zur Beschreibung der statischen und dynamischen Eigenschaften unserer 4JJSQs zu evaluieren, werden die experimentellen Ergebnisse eines exemplarischen 4JJSQs mit Nb/HfTi/Nb-JJs mit Simulationen verglichen. Das untersuchte 4JJSQ ist in der REM-Aufnahme in Abbildung 3.8a zusammen mit den durch Pfeile gekennzeichneten Strömen zu erkennen. Um geeignete Asymmetrie-Parameter sowie einen geeigneten Abschirmparameter für die Simulation des exemplarischen 4JJSQs zu gewinnen, werden simulierte kritische Ströme i_{c1} als Funktion des äußeren Flusses φ_1 für verschiedene Kontrollströme i_2 an entsprechenden gemessenen Kurven angepasst, welche in Abbildung 3.8b zu erkennen sind.

Es ergibt sich dabei, dass der Asymmetrie-Parameter a_3 deutlich höher ist, als es bei den anderen JJs der Fall ist. Im Gesamtbild der Veröffentlichung zeigt sich, dass der Kontakt kurzgeschlossen ist und es sich bei dem exemplarischen SQUID um den Spezialfall eines asymmetrischen 3-junction SQUIDs handelt, welcher sich natürlich auch mit dem hier vorgestellten Modell durch die Wahl eines hinreichend großen Asymmetrie-Parameters für den entsprechenden Kontakt beschreiben lässt.

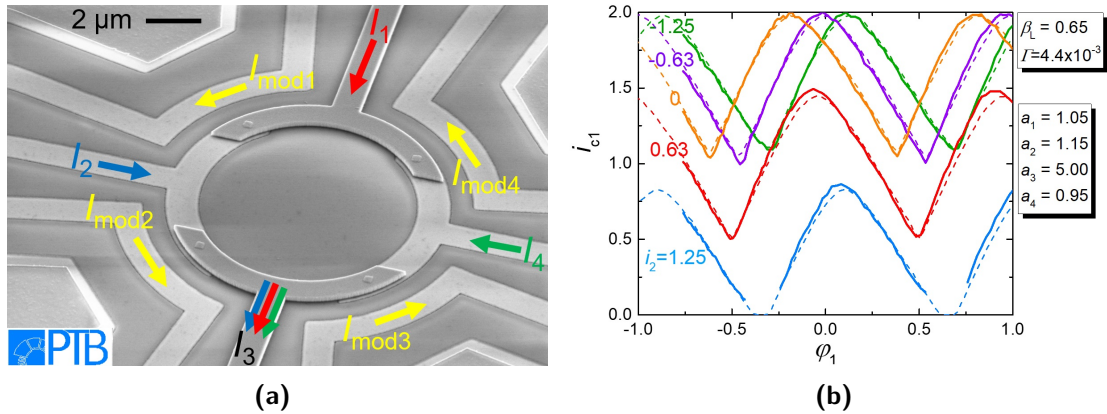


Abbildung 3.8: (a) REM-Aufnahme eines 4JJSQs. Zwei supraleitende Kreisbögen in der Nb-Base-Ebene sind über jeweils zwei JJs mit zwei supraleitenden Kreisbögen in der Nb-Wiring-Ebene verbunden. Der Biasstrom I_1 , die Kontrollströme I_2 und I_4 sowie der Drainstrom I_3 und die vier Modulationsströme $I_{\text{mod},k}$ mit $k = 1 \dots 4$ sind durch Pfeile gekennzeichnet. Die Spannung V_{SQ} wird zwischen Terminal 1 und 3 (rote Pfeile) gemessen. (b) Gemessene (durchgezogene Linien) und simulierte (gestrichelte Linien) $i_{c1}(\varphi_1)$ -Kurven des 4JJSQs für fünf verschiedene Kontrollströme i_2 (Legende rechts: Parameter für die Simulation). Abbildungen aus beigefügter Veröffentlichung 3. ©2022 Wolter et al. veröffentlicht durch IOP Publishing Ltd. unter einer Creative Commons Attribution Lizenz.

Wie es das Modell in Ref. [22] voraussagt, verschieben sich die in Abbildung 3.8b dargestellten Quanteninterferenzmuster $i_{c1}(\varphi_1)$ beim Anlegen positiver Kontrollströme ($i_2 > 0$) nicht nur zu geringeren kritischen Strömen, sondern auch entlang der φ_1 -Achse. Beim Anlegen negativer Kontrollströme ($i_2 < 0$) ist, ebenfalls wie in Ref. [22] vorausgesagt, lediglich die Verschiebung entlang der φ_1 -Achse zu beobachten.

Des Weiteren bietet sich der Vergleich gemessener und simulierter IVCs für verschiedene φ_1 bei $i_2 = 0$ an. Hierbei besteht eine gute Übereinstimmung, insbesondere hinsichtlich der Werte der kritischen Ströme und des Auftretens der Knicke in den IVCs. Um die Knicke besser zu verstehen, werden die Spannungen v_k der vier einzelnen Kontakte als Funktion des Biasstroms i_1 für $i_2 = 0$ beim Anlegen verschiedener externer magnetischer Flüsse φ_1 betrachtet. Hierbei befindet sich der 3. Josephson-Kontakt JJ3 im spannungslosen Zustand. Die Spannung v_1 entspricht hingegen der Spannung v_4 , solange am 2. Josephson-Kontakt JJ2 keine Spannung abfällt. Sobald v_2 jedoch von Null verschieden ist, nähert sich v_1 dem Wert von v_2 an. Da v_{SQ} der Summe der Spannungen im rechten bzw. linken Arm des SQUIDS entspricht, ist dieser Übergang der Ursprung für die Knicke in den IVCs.

Zudem wurden $v_{SQ}(\varphi_1)$ -Kurvenscharen für verschiedene i_1 gemessen und simuliert. Es zeigt sich, wie zuvor auch bei den Simulationen des symmetrischen sowie des asymmetrischen 4JJSQs, dass sich die Maxima der gemessenen ebenso wie der simulierten Kurven des exemplarischen 4JJSQs im Bereich kleiner Biasströme bei Vielfachen von $\varphi_1 = 1/2$ befinden. Bei größeren Biasströmen ist zwar auch hier eine Verschiebung der Maxima erkennbar, im Gegensatz zu den theoretischen Betrachtungen des symmetrischen 4JJSQs bzw. des asymmetrischen 4JJSQs findet jedoch kein abrupter Übergang zu Maxima bei Vielfachen von $\varphi_1 = 1$ statt.

Eine weitere sehr gute Übereinstimmung zwischen Experiment und Simulation des betrachteten 4JJSQs erfolgt anhand von $i_{c1}(i_2)$ -Kurven für verschiedene Werte von φ_1 und ist in Abbildung 3.9a und 3.9b dargestellt. Wie auch in der theoretischen Betrachtung des symmetrischen 4JJSQs zeigt sich hier ein Anstieg von i_{c1} , sobald sich der Kontrollstrom i_2 dem Wert -2 nähert. Das zuvor theoretisch beschriebene Auftreten eines resistiven Bereichs in der $v_1(i_1)$ - und der $v_2(i_1)$ -Kurve mit sich kompensierenden Spannungsabfällen, während die Spannung an den beiden anderen JJs $v_3(i_1)$ und $v_4(i_1)$ in diesem Bereich Null sind, kann außerdem experimentell bestätigt werden und stimmt auch hierbei gut mit der dazugehörigen Simulation überein, wie man Abbildung 3.9c und 3.9d entnehmen kann.

Zuletzt erfolgt die Untersuchung der CPR der Josephson-Kontakte JJ1 und JJ2 analog zu dem in Ref. [22] beschriebenen Vorgehen. Der gemessene sowie der simulierte Konturplot $i_{c1}(\varphi_1, i_2)$ sind zusammen mit den als rosa Punkte erkennbaren jeweiligen Maxima der $i_{c1}(\varphi_1)$ -Kurven für verschiedene i_2 , d. h. $\varphi_{1, \max}(i_2)$, in Abbildung 3.10 dargestellt. Es zeigt sich, dass sich die Datenpunkte durch sinusförmige CPR beschreiben lassen, welche in Abbildung 3.11a und 3.11c für

den Josephson-Kontakt JJ1 sowie Abbildung 3.11b und 3.11d für den Josephson-Kontakt JJ2 dargestellt sind. Hierbei ist jedoch insbesondere für die gemessenen Daten (Abbildung 3.11a und 3.11b) eine relativ große Streuung der Datenpunkte zu berücksichtigen.

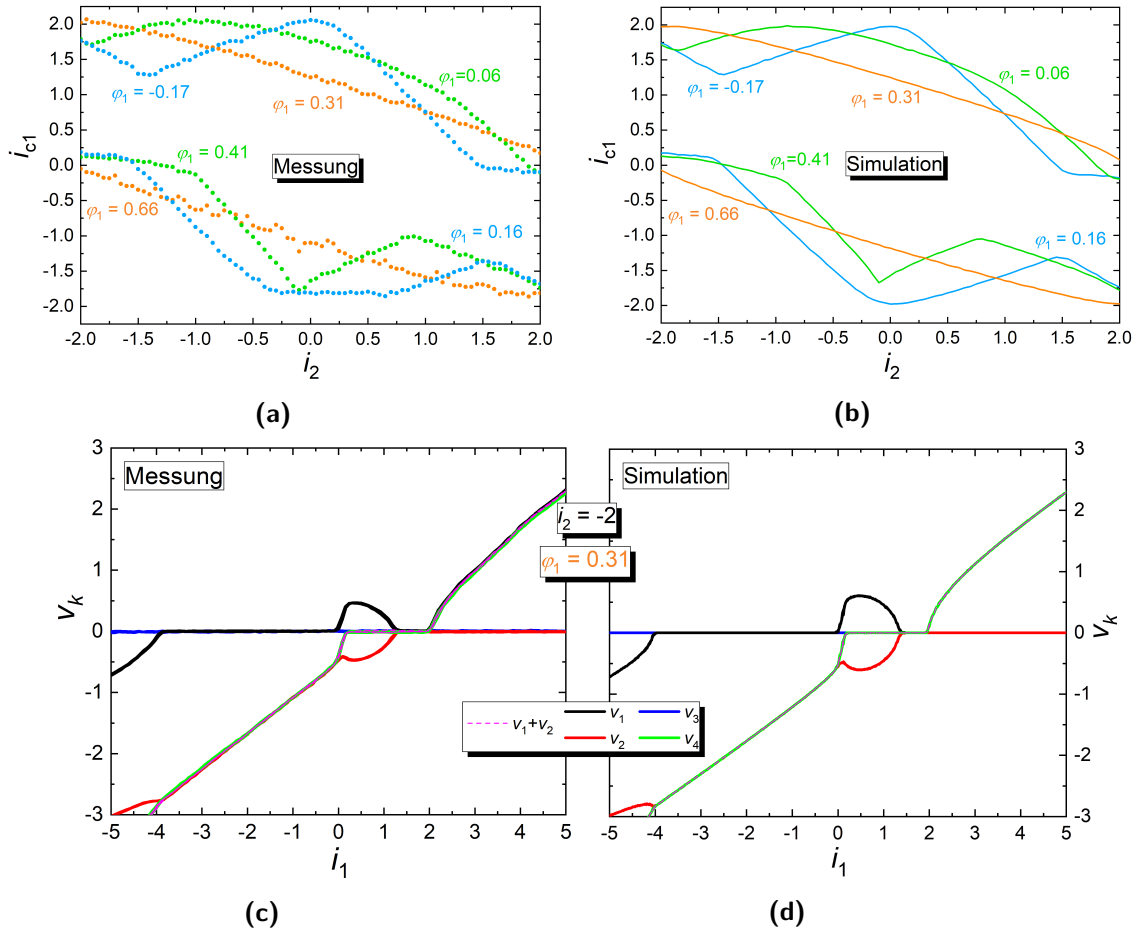


Abbildung 3.9: (a) Gemessene und (b) simulierte $i_{c1}(i_2)$ -Kurven für verschiedene φ_1 . Für die blauen Kurven wurde der Fluss so gewählt, dass i_{c1} bei $i_2 = 0$ maximal (obere Kurve) bzw. der kritische Strom für negative Biasströme i_{c1}^- minimal bei $i_2 = 0$ ist (untere Kurve). Für die grünen und orangen Kurven wurde φ_1 jeweils um etwa $1/4$ bzw. $1/2$ erhöht. In (c) sind gemessene und in (d) simulierte Spannungen $v_k(i_1)$ der vier einzelnen JJs für $i_2 = -2$ und $\varphi_1 = 0.31$ dargestellt. Abbildungen aus beigefügter Veröffentlichung 3. ©2022 Wolter et al. veröffentlicht durch IOP Publishing Ltd. unter einer Creative Commons Attribution Lizenz.

Beiträge zur Veröffentlichung

Das grundlegende Design unserer 4JJSQs wurde von O. Kieler entworfen und von mir hinsichtlich der SQUID-Eigenschaften optimiert. Die Herstellung der Proben

habe ich vorgenommen, wobei T. Weimann das Management des Elektronenstrahl-schreibers übernommen hat. Zu meinem Beitrag gehört zudem die experimentelle Untersuchung der elektrischen Transporteigenschaften der 4JJSQs sowie die Auswertung der Daten. Die numerischen Simulationen der statischen und dynamischen elektrischen Transporteigenschaften von 4JJSQs, und dabei insbesondere auch unseres exemplarischen 4JJSQs, wurden von R. Kleiner vorgenommen. Die Interpretation der Daten und Simulationen wurde von mir zusammen mit D. Kölle, R. Kleiner und O. Kieler vorgenommen und von J. Linek insbesondere mit Simulationen der SQUID-Induktivität unterstützt.

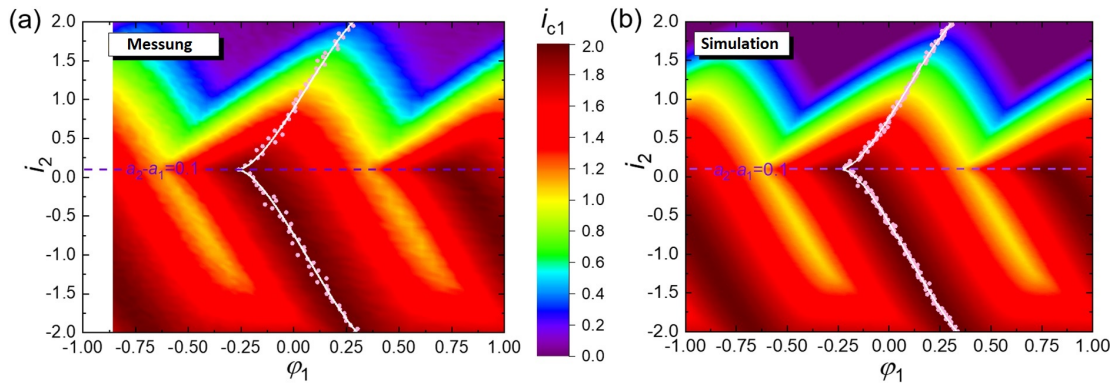


Abbildung 3.10: (a) Gemessener und (b) simulierter Konturplot $i_{c1}(\varphi_1, i_2)$ für den exemplarischen 4JJSQ. Die rosa Punkte deuten die $\varphi_{1,max}(i_2)$ -Werte an. Die weißen Linien sind die berechneten sinusförmigen CPR der Josephson-Kontakte JJ1 und JJ2. Dabei gehören die Werte für $i_2 > a_2 - a_1$ zum Josephson-Kontakt JJ1 und Werte für $i_2 \leq a_2 - a_1$ zu Josephson-Kontakt JJ2. Abbildungen aus beigefügter Veröffentlichung 3. ©2022 Wolter et al. veröffentlicht durch IOP Publishing Ltd. unter einer Creative Commons Attribution Lizenz.

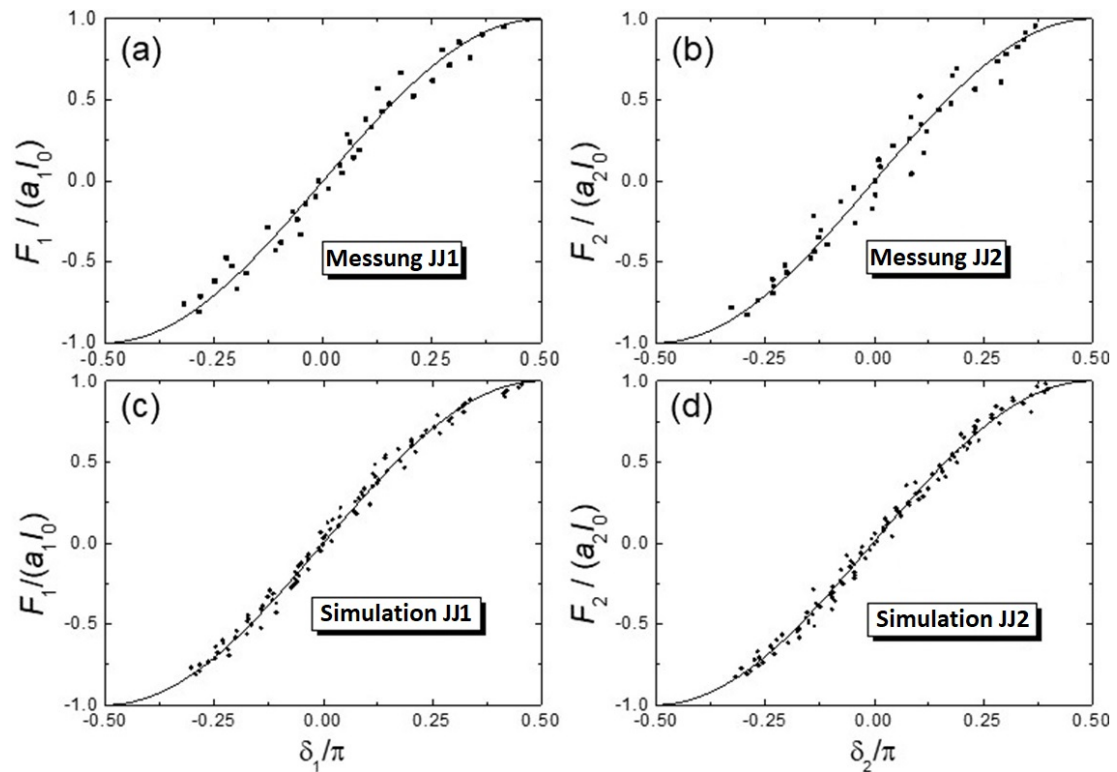


Abbildung 3.11: (a) CPR von Josephson-Kontakt JJ1 und (b) CPR von Josephson-Kontakt JJ2, welche aus gemessenen $\varphi_{1,\max}(i_2)$ -Daten extrahiert wurden. (c) CPR von Josephson-Kontakt JJ1 und (d) CPR von Josephson-Kontakt JJ2, die aus simulierten $\varphi_{1,\max}(i_2)$ -Daten entnommen wurden. Die Linien stellen sinusförmige CPRs $F_1/a_1 I_0 = \sin \delta_1$ bzw. $F_2/a_2 I_0 = \sin \delta_2$ dar. Abbildungen aus beigefügter Veröffentlichung 3. ©2022 Wolter et al. veröffentlicht durch IOP Publishing Ltd. unter einer Creative Commons Attribution Lizenz.

Kapitel 4

Unveröffentlichte Ergebnisse

4.1 Weitere Untersuchungen der elektrischen Transporteigenschaften von 4JJSQs

Ergänzend zu den Ergebnissen der in Kapitel 3.3 vorgestellten Veröffentlichung wurden weitere Messungen der elektrischen Transporteigenschaften von 4JJSQs bei 4.2 K vorgenommen, die an dieser Stelle präsentiert werden. Dazu gehören zunächst zusätzliche Messungen und Simulationen zu den in der Veröffentlichung gezeigten Ergebnissen des exemplarischen 4JJSQs (4JJSQ-1) sowie die Messergebnisse eines weiteren 4JJSQs (4JJSQ-2). Das Design, die Herstellung sowie die Methodik bei den Messungen entsprechen somit für beide betrachteten 4JJSQs den Angaben in der Veröffentlichung.

Die Charakterisierung der elektrischen Transporteigenschaften von 4JJSQ-1 im Rahmen der Veröffentlichung hat gezeigt, dass einer der beiden JJs im rechten SQUID-Arm kurzgeschlossen ist. Um festzulegen, welcher Kontakt den Kurzschluss bzw. deutlich erhöhten Asymmetrie-Parameter a_k aufweist, wurden, neben der Betrachtung der einzelnen Spannungen an den Kontakten, Quanteninterferenzmuster $i_{c1}(\varphi_1)$ für 70 verschiedene Werte des Modulationsstroms im Bereich von $I_{\text{mod},1} = -2.0$ mA bis 3.3 mA aufgenommen. Im Gegensatz zur entsprechenden Messung in der Veröffentlichung (vgl. Abbildung 3.8b), wo der Kontrollstrom i_2 variiert wurde, wurden Quanteninterferenzmuster bei fünf verschiedenen Werten des Kontrollstroms i_4 zwischen -1.2 und 1.2 bei $i_2 = 0$ untersucht. Die gemessenen sowie die dazugehörigen simulierten Kurven sind in Abbildung 4.1 dargestellt.

Es zeigt sich hierbei eine gute Übereinstimmung zwischen der Messung und der Simulation unter der Annahme, dass der Asymmetrie-Parameter a_3 des Josephson-Kontakts JJ3 deutlich erhöht ist, wobei eine Verschiebung der Quanteninterferenzmuster nach links entlang der φ_1 -Achse für negative i_4 und nach rechts für positive i_4 zu erkennen ist. Wenn dahingegen der Kontakt JJ4 den deutlich erhöhten Asymmetrie-Parameter aufweist, verschieben sich die Quanteninterferenzmuster auch entlang der i_{c1} -Achse, was nicht beobachtet wird. Somit lässt sich schlussfolgern, dass der Strom i_4 zu einem Großteil über den Josephson-Kontakt JJ3 fließt und dieser Kontakt somit kurzgeschlossen ist.

Weiterhin sind in Abbildung 4.2 die gemessenen sowie simulierten Spannungen v_k an den vier einzelnen JJs von 4JJSQ-1 als Funktionen des Biasstroms i_1 bei einem Kontrollstrom $i_2 = -2$ für die äußeren Flüsse $\varphi_1 = 0.06$ und $\varphi_1 = -0.19$ dargestellt. Ergänzend zu Abbildung 3.9c und 3.9d sind somit die einzelnen Spannungsabfälle an den vier JJs für äußere Flüsse gezeigt, die in etwa mit der oberen

blauen sowie der grünen $i_{c1}(i_2)$ -Kurve in Abbildung 3.9a und 3.9b korrespondieren. Auch hier ist das Auftreten sich kompensierender Spannungsabfälle an den Kontakten JJ1 und JJ2 im linken SQUID-Arm erkennbar, wohingegen die Kontakte im rechten SQUID-Arm in diesem Bereich spannungslos sind. Im Gegensatz zu Abbildung 3.9c und 3.9d tritt jedoch insbesondere bei $\varphi_1 = 0.06$ zusätzlich ein resistiver Bereich auf, welcher sich auf den negativen kritischen Strom i_{c1}^- des jeweiligen einzelnen Kontakts auswirkt.

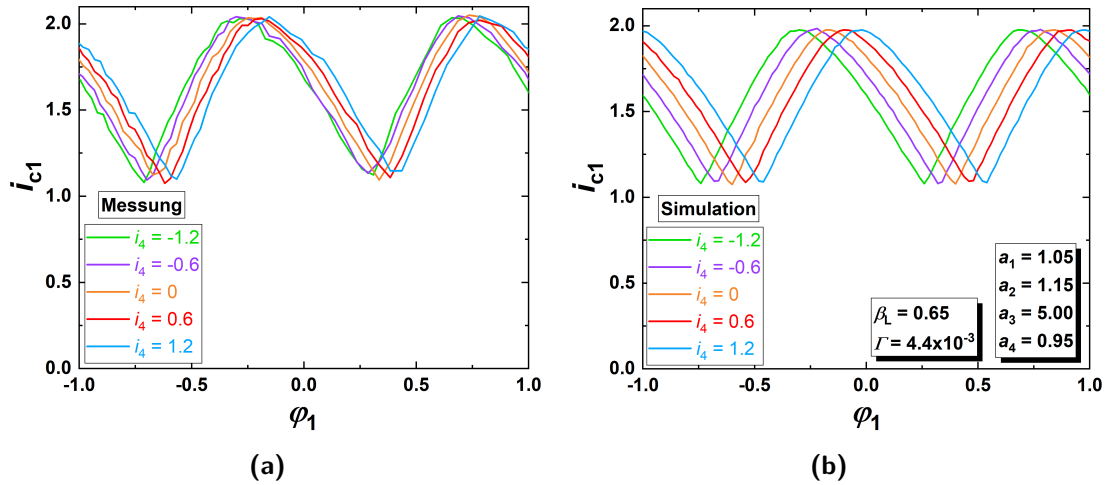


Abbildung 4.1: Gemessene (a) und simulierte (b) $i_{c1}(\varphi_1)$ -Kurven von 4JJSQ-1 für fünf Kontrollströme i_4 . Die Simulationsparameter sind in der Legende in (b) dargestellt.

Abbildung 4.3 zeigt, dass die beobachteten zusätzlichen resistiven Bereiche in den IVCs $v_k(i_1)$ der Kontakte JJ1 und JJ2 im linken SQUID-Arm von 4JJSQ-1 auch bei $i_2 = 2$ statt $i_2 = -2$ auftreten. Hierbei macht sich die Auswirkung auf den kritischen Strom allerdings für den betrachteten Fluss $\varphi_1 = 0.3$ nur beim negativen kritischen Strom i_{c1}^- des jeweiligen Kontakts bemerkbar und die Vorzeichen der sich kompensierenden Spannungsabfälle an den beiden Josephson-Kontakten JJ1 und JJ2 sind im Vergleich zu dem in Abbildung 3.9c und 3.9d dargestellten Fall mit $i_2 = -2$ vertauscht.

Schließlich sind in der linken Hälfte der Abbildung 4.4 gemessene und in der rechten Hälfte simulierte Kurvenscharen von $v_{SQ}(\varphi_1)$ -Kurven von 4JJSQ-1 dargestellt. Neben dem Fall $i_2 = 0$ [(c) und (d)], der in Analogie zur Veröffentlichung gewählt ist, sind die entsprechenden Kurvenscharen für einen beliebigen positiven Kontrollstrom $i_2 = 0.94$ [(a) und (b)] sowie dem entsprechenden negativen Kontrollstrom $i_2 = -0.94$ [(e) und (f)] gezeigt, wobei in der Veröffentlichung (vgl. Abbildung 15 in Veröffentlichung 3) die aus den Kurvenscharen extrahierten $v_{SQ}(\varphi_1)$ -Kurven mit maximaler Amplitude der Spannungsmodulation verwendet wurden.

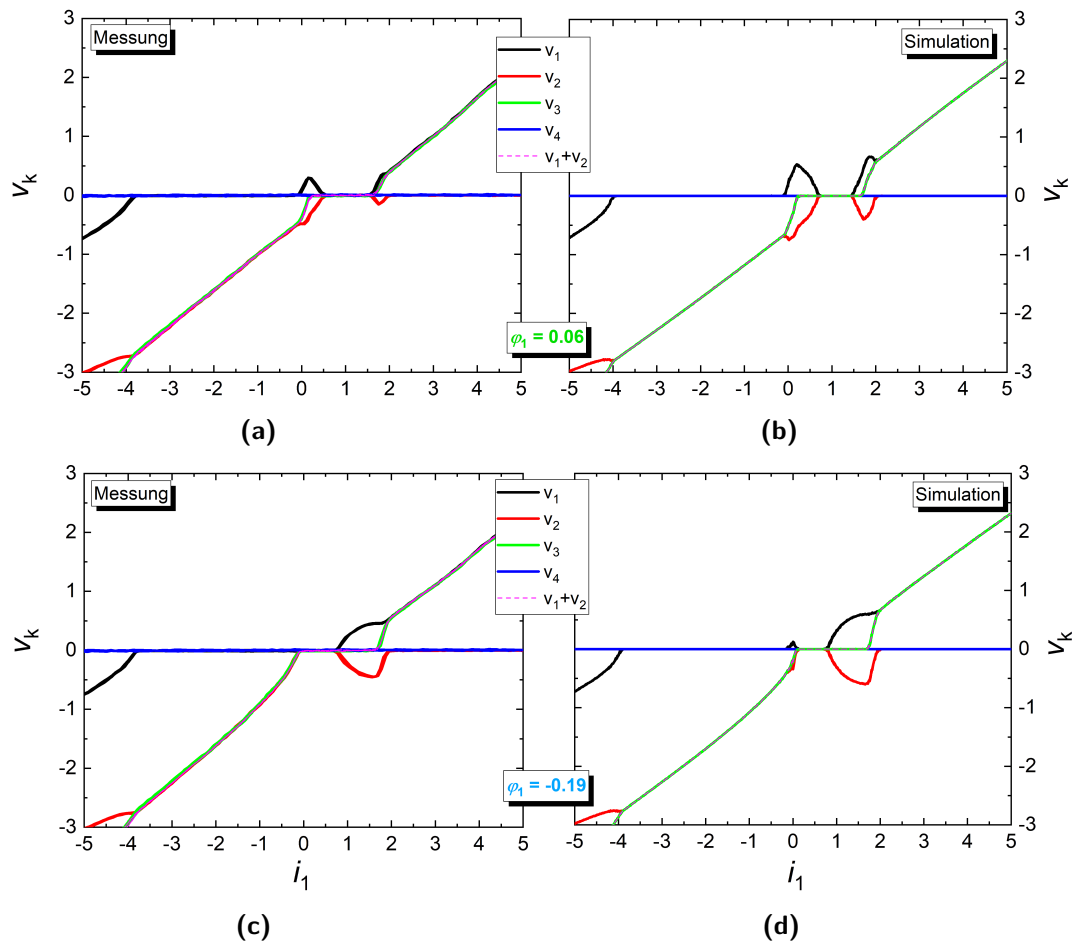


Abbildung 4.2: Gemessene [(a) und (c)] sowie simulierte [(b) und (d)] Spannungen an den vier JJs $v_k(i_1)$ von 4JJSQ-1 für $i_2 = -2$ und $\varphi_1 = 0.06$ (oben) bzw. -0.19 (unten).

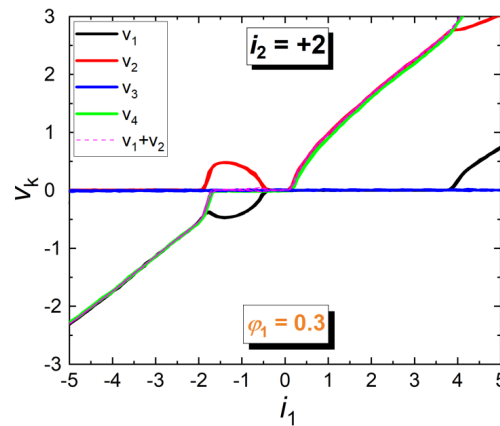


Abbildung 4.3: Gemessene Spannungen an den vier einzelnen JJs $v_k(i_1)$ für $i_2 = 2$ sowie bei externem Fluss $\varphi_1 = 0.3$.

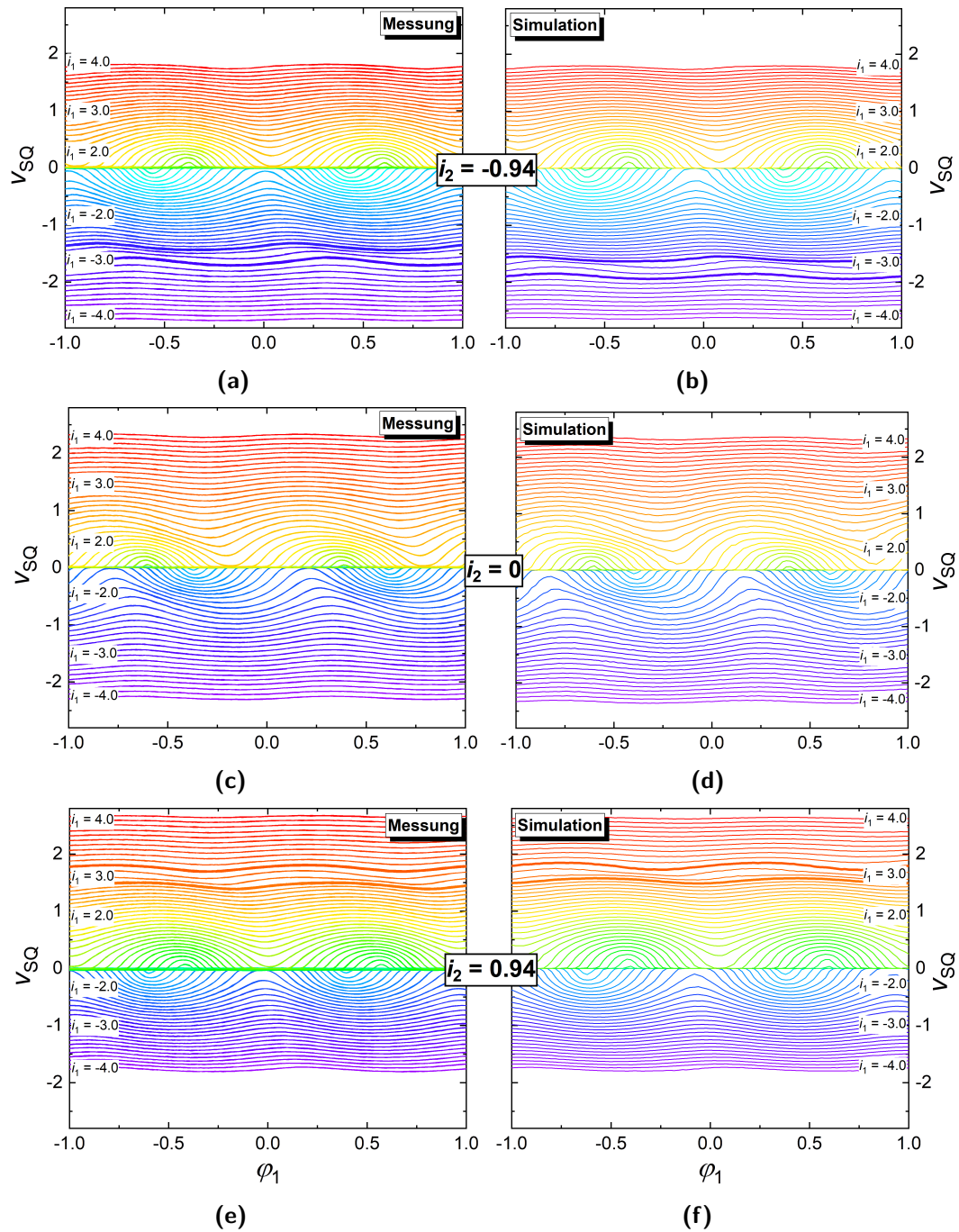


Abbildung 4.4: Kurvenscharen gemessener [(a), (c), (e)] und simulierter [(b), (d), (f)] $v_{\text{SQ}}(\varphi_1)$ -Kurven für verschiedene Werte des Biasstroms i_1 ($|i_1|$ von 0 bis 4.0 in 0.1er-Schritten) und Kontrollströme $i_2 = -0.94$ (oben), 0 (mitte) sowie 0.94 (unten). Das Auftreten der abrupten Verschiebung der Kurven auf der Flussachse ist durch jeweils zwei hervorgehobene Linien gekennzeichnet.

Der Biasstrom wurde für die Kurvenscharen jeweils in 0.1er-Schritten von -4.0

bis 4.0 erhöht und es ist auch bei dieser Messung eine sehr gute Übereinstimmung zwischen den gemessenen und simulierten Kurven erkennbar. Man beobachtet, dass die Punktsymmetrie der Kurven beim Anlegen eines Kontrollstroms gebrochen wird und die Modulation für $i_2 > 0$ bei deutlich geringeren positiven bzw. für $i_2 < 0$ bei deutlich geringeren negativen Biasströmen einsetzt. Zudem ist entsprechend der Veröffentlichung die Verschiebung der Maxima zu beobachten, wobei sowohl für $i_2 < 0$ als auch für $i_2 > 0$ die Maxima für positive und negative Biasströme punktsymmetrisch um ein halbes Flussquant liegen, sich jedoch im Vergleich zu den Kurven bei $i_2 = 0$ nach rechts bzw. nach links entlang der φ_1 -Achse für positive bzw. negative Biasströme verschoben haben. Weiterhin tritt neben der kontinuierlichen Verschiebung der Maxima für größer werdende $|i_1|$ eine abrupte Verschiebung der Maxima um etwa $\Phi_0/4$ bei $|i_2| \approx 2.8$ auf, ähnlich wie es die Simulationen symmetrischer 4JJSQs zeigen, wobei jedoch im Gegensatz zu den symmetrischen SQUIDS keine Instabilitäten in den Kurven erkennbar sind. Nach diesem Übergang verschieben sich die Maxima erneut, allerdings nun in die entgegengesetzte φ_1 -Richtung.

Verglichen mit 4JJSQ-1, der in Kapitel 3.3 untersucht wird, zeigt 4JJSQ-2 ebenfalls nicht-hysteretische IVCs $V_{\text{SQ}}(I_1)$. Die IVCs weisen jedoch etwas stärkere Rauschverrundung auf, wie man in Abbildung 4.5a anhand von IVCs für verschiedene externe Flüsse φ_1 , welche markante Punkte der $i_{c1}(\varphi_1)$ -Kennlinie repräsentieren, bei Kontrollströmen $I_4 = I_2 = 0$ erkennen kann. Es fällt zudem auf, dass sich die IVCs von 4JJSQ-2 bei positiver Polarität des Biasstroms ähnlich verhalten, wie die IVCs von 4JJSQ-1, welche in der Veröffentlichung präsentiert werden und bei entsprechenden Flüssen gemessen wurden. Bei negativer Polarität zeigt sich jedoch eine starke Abweichung der negativen kritischen Ströme.

Der maximale kritische Strom ist $I_{c1,\text{max}} = 24.8 \mu\text{A}$, d. h. $I_0 = 12.4 \mu\text{A}$, und damit ist auch die kritische Stromdichte $j_c \approx 14 \text{ kA/cm}^2$ von 4JJSQ-2 sind deutlich geringer als es bei 4JJSQ-1 der Fall ist. Dahingegen ist die Spannungszillation $V_{\text{SQ}}(I_{\text{mod},1})$ beim Papametersatz $I_2 = I_4 = 0$ und $I_1 = 19 \mu\text{A}$ deutlich stärker ausgeprägt, wie man Abbildung 4.5b entnehmen kann. Der Abschirmparameter von 4JJSQ-2 kann aufgrund der gleichen Geometrie analog zu 4JJSQ-1 abgeschätzt werden, wodurch sich $\beta_L \approx 0.2$ ergibt. Wie für 4JJSQ-1 wird auch bei der Betrachtung von 4JJSQ-2 weitestgehend mit dimensionslosen Größen gearbeitet, wobei zur Normierung der Ströme I_1 , I_2 und I_4 in diesem Fall $I_0 = 12.4 \mu\text{A}$ und zur Normierung der Modulationsströme $I_{\text{mod},0} = \Phi_0/M_1 = 2.01 \text{ mA}$ verwendet werden. Auch hierbei gilt für den externen Fluss $\varphi_1 = I_{\text{mod},1}/I_{\text{mod},0}$.

In Abbildung 4.6a sind die Quanteninterferenzmuster $i_{c1}(\varphi_1)$ von 4JJSQ-2 bei fünf verschiedenen Kontrollströmen i_2 zwischen -1.2 und 1.2 analog zu der in Abbildung 3.8b dargestellten Messung der Quanteninterferenzmuster von 4JJSQ-1 abgebildet. Generell zeigt sich ein ähnlicher Verlauf bei den beiden 4JJSQs, welcher den in Ref. [22] getroffenen Voraussagen entspricht. Im Vergleich von 4JJSQ-1 und 4JJSQ-2 zeigt sich, dass die $i_{c1}(\varphi_1)$ -Kurven von 4JJSQ-2 weniger stark durch

Asymmetrie in den kritischen Strömen der JJs entlang der φ_1 -Achse verschoben sind, was auch den Unterschied in den IVCs bei negativer Polarität erklären kann.

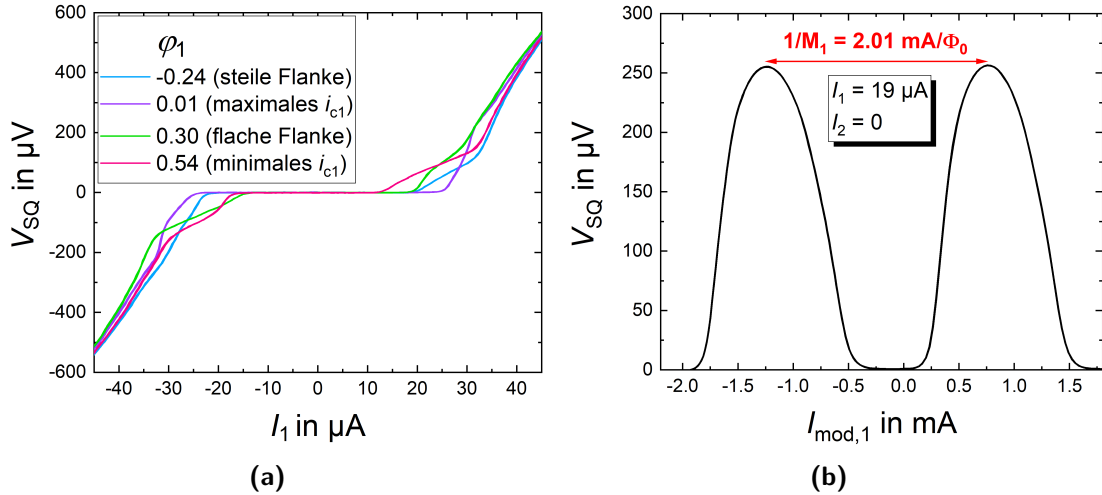


Abbildung 4.5: (a) IVCs für $I_2 = 0$ mit externem Fluss φ_1 , der so angepasst wird, dass der maximale oder minimale kritische Strom $i_{c1,max}$ bzw. $i_{c1,min}$ erreicht wird. Zudem wird er so eingestellt, dass man sich auf der flachen bzw. steilen Flanke des Quanteninterferenzmusters befindet. (b) Spannung V_{SQ} als Funktion des Modulationsstroms $I_{mod,1}$ für Biasstrom $I_1 = 19 \mu\text{A}$ und $I_2 = 0$. Die Parameterwahl hat einen möglichst großen Spannungshub zur Folge.

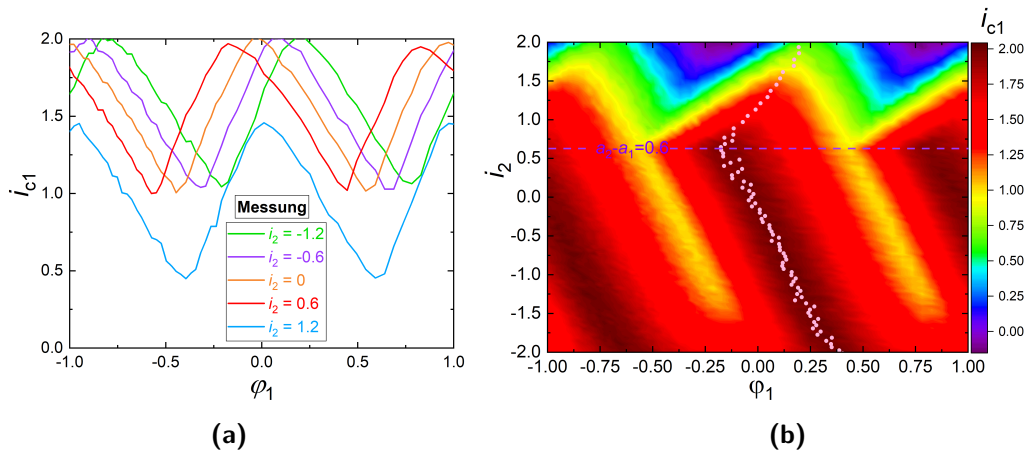


Abbildung 4.6: (a) $i_{c1}(\varphi_1)$ -Kurven von 4JJSQ-2 für fünf verschiedene Kontrollströme i_2 sowie (b) Konturplot $i_{c1}(\varphi_1, i_2)$ desselben 4JJSQs. Rosa Punkte stellen die Maxima der Quanteninterferenzmuster $i_{c1}(\varphi_1)$ bei gegebenen i_2 dar.

Insbesondere fällt auf, dass die Verschiebung der $i_{c1}(\varphi_1)$ -Kurven von 4JJSQ-2 zu geringeren i_{c1} erst bei $i_2 > 0.6$ einsetzt anstatt bei $i_2 = 0$, wie es für einen

idealen 4JJSQ erwartet wird. Diese Beobachtung spiegelt sich auch in Abbildung 4.6b wider, welche den Konturplot $i_{c1}(\varphi_1, i_2)$ von 4JJSQ-2 zeigt. Hierfür wurden IVCs für 101 verschiedene i_2 zwischen -2 und 2 bei jeweils 58 verschiedenen φ_1 zwischen -1 und 1 gemessen. Nach Ref. [22] beschreibt $i_2 > a_2 - a_1$ die CPR von JJ1 und $i_2 < a_2 - a_1$ die CPR von JJ2, weshalb aus $a_2 - a_1 = 0.6$ auf einen deutlichen Unterschied der Asymmetrie-Parameter a_1 und a_2 im linken SQUID-Arm geschlossen werden kann.

Zusätzlich sind die Maxima der einzelnen Quanteninterferenzmuster $\varphi_{1,\max}(i_2)$ als rosa Punkte zwischen $\varphi_1 = -0.2$ und 0.4 im Konturplot in Abbildung 4.6b dargestellt. Es lässt sich wie auch bei 4JJSQ-1 eine sinusförmige CPR für beide Kontakte JJ1 und JJ2 erahnen.

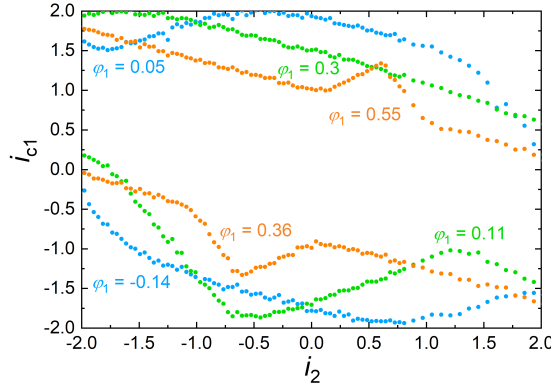


Abbildung 4.7: Abhängigkeit des kritischen Stroms i_{c1} vom Kontrollstrom i_2 für verschiedene externe Flüsse φ_1 . Die blauen Kurven entsprechen Flüssen, die zu Maxima in den $i_{c1}(\varphi_1)$ -Kurven bei $i_2 = 0$ korrespondieren. Für die grünen und orangen Kurven wurde φ_1 jeweils um $1/4$ bzw. $1/2$ erhöht.

Zuletzt folgt eine Betrachtung der positiven und negativen kritischen Ströme i_{c1} bzw. i_{c1}^- als Funktionen des Kontrollstroms i_2 für verschiedene externe Flüsse φ_1 . Die Flüsse φ_1 werden so gewählt, dass bei $i_2 = 0$ jeweils der maximale kritische Strom bzw. minimale negative kritische Strom vorliegen (blaue Kurven). Für die grünen und orangen Kurven wurden davon ausgehend die Flüsse um jeweils etwa 0.25 bzw. 0.5 erhöht. Der Verlauf der mit negativen kritischen Strömen korrespondierenden Kurven von 4JJSQ-2 ähnelt stark den in Ref. [22] sowie in Abbildung 3.9 für 4JJSQ-1 dargestellten entsprechenden Kurven, wobei die Flüsse aufgrund der Asymmetrie des 4JJSQs nicht dem jeweiligen Äquivalent entsprechen. Der Anstieg der $i_{c1}(i_2, \varphi_1 = 0.05)$ -Kurve nahe $i_2 = -2$, welcher den statischen Betrachtungen in Ref. [22] widerspricht, lässt sich auch bei 4JJSQ-2 beobachten.

Insgesamt kann also festgehalten werden, dass sich 4JJSQ-2 sehr ähnlich verhält wie 4JJSQ-1, jedoch Unterschiede bestehen, die sich mit einem fabrikationsbedingten deutlichen Unterschied der Asymmetrie-Parameter erklären lassen. Durch die weitere Optimierung des Herstellungsprozesses eröffnet sich somit die Möglich-

keit, reproduzierbar und zuverlässig multi-terminal, multi-junction SQUIDS mit einstellbaren Eigenschaften herzustellen.

4.2 Stud-Via-Prozess

Ein Nachteil des zuvor in Kapitel 3.2 beschriebenen drei Nb-Lagen-Prozesses für Nb/HfTi/Nb-JJs besteht in der zunehmenden Unebenheit des Wafers mit steigender Anzahl an Nb-Lagen, wodurch er auf drei unabhängige Lagen beschränkt ist. Dies ist vor allem dadurch bedingt, dass nachfolgende Schichten aufgrund der tiefer werdenden geätzten Kontaktierungsfenster immer dicker als die vorige Schicht sein müssen. Als Alternative hierzu wurde unser Multilagen-Fabrikationsprozess dem am Massachusetts Institute of Technology (MIT) entwickelten und etablierten „Stud-Via-Prozess“, mit welchem bereits zehn unabhängige Lagen Nb auf einem Wafer hergestellt wurden [21], angepasst.

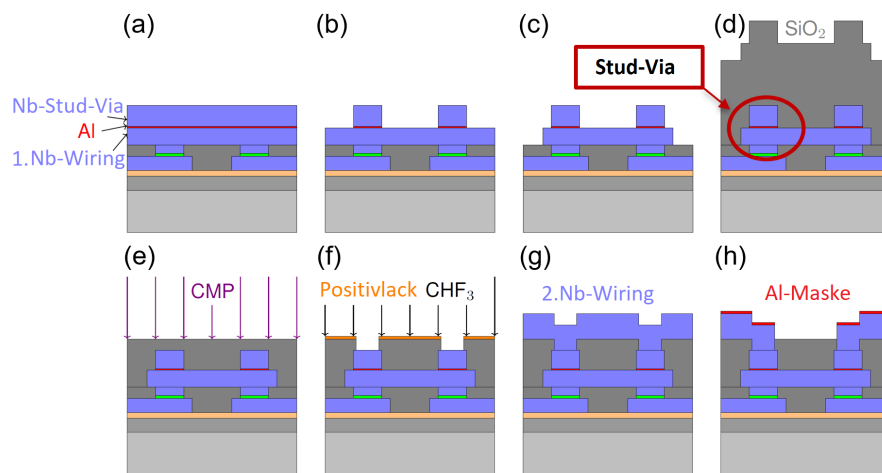


Abbildung 4.8: Schematische Darstellung der Fabrikationsschritte zur Herstellung von Stud-Vias. Die einzelnen Schritte sind folgende: (a) Beschichtung des Nb/Al/Nb-Trilayers. (b) Strukturierung der Stud-Vias analog zu JJs. (c) Strukturierung der ersten Nb-Wiring. (d) Beschichtung mit SiO₂. (e) CMP des Wafers (anpolieren). (f) Via-Ätzen mit Maske aus Positivlack. (g) Beschichtung der zweiten Nb-Wiring. (h) Strukturierung der zweiten Nb-Wiring mit Al-Hartmaske.

Dabei wird der Wafer nach dem ersten CMP-Schritt (vgl. Abbildung 3.4d) statt mit der ersten Nb-Wiring mit einem weiteren Trilayer bestehend aus 200 nm Niob (Nb-Wiring), 8 nm Aluminium und 250 nm Niob (Nb-Stud-Via) beschichtet (Abbildung 4.8a). Dieser Trilayer wird analog zu den JJs mithilfe von EBL sowie ICP RIE und IBE strukturiert, wobei die dünne Al-Schicht des Trilayers als Ätzstopper dient (Abbildung 4.8b und 4.8c).

Im Anschluss wird der Wafer mit dem Dielektrikum SiO₂ beschichtet (Abbildung 4.8d) und ein zweites Mal zur Planarisierung des Wafers chemisch-me-

chanisch poliert (Abbildung 4.8e), wobei die Kontakte jedoch mit dem Dielektrikum bedeckt bleiben. Das Öffnen der Kontakte geschieht durch ICP RIE mit CHF_3 (Abbildung 4.8f). Im Anschluss kann der Wafer mit der zweiten Nb-Wiring beschichtet werden (Abbildung 4.8g), welche nun im Gegensatz zum zuvor beschriebenen drei-Nb-Lagen-Prozess deutlich dünner beschichtet werden kann und analog zum ursprünglichen Prozess strukturiert wird (Abbildung 4.8h).

Die dünnere zweite Nb-Wiring bietet zum einen den Vorteil, das in Kapitel 3.2 beschriebene Problem der unterschiedlichen Ätzzeiten zur Kontaktierung der Nb-Base-Ebene und der ersten Nb-Wiring-Ebene zu umgehen, da in beiden Fällen nur der Kontakt zu den Stud-Vias geöffnet werden muss. Zum anderen werden die in Kapitel 3.2 beschriebenen Rückspalterprozesse, welche zum Auftreten der Nb-Zäune führen, aufgrund der deutlichen Verringerung der Nb-Schichtdicke reduziert.

In Abbildung 4.9 ist die REM-Aufnahme des Querschnitts eines Wafers zu erkennen, welcher mit dem Stud-Via-Prozess hergestellt wurde. Hierbei sind Teststrukturen (Plattenkondensatoren und Stud-Vias verschiedener Größe) erkennbar, die in den beiden Nb-Wiring-Ebenen liegen.

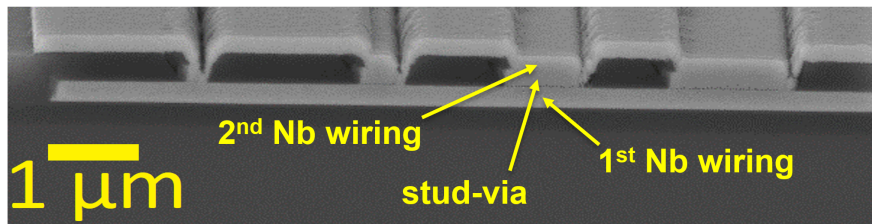


Abbildung 4.9: REM-Aufnahme des Querschnitts eines Wafers, der mit dem Stud-Via-Prozess hergestellt wurde.

Um analog zum zuvor gezeigten drei-Nb-Lagen-Prozess auch für den Stud-Via-Prozess die Fabrikationsausbeute zu charakterisieren, wird auch hier die Ausbeute an funktionierenden Plattenkondensatoren und Stud-Vias verschiedener Größe (Plattenkondensatoren: $100\ \mu\text{m} \times 100\ \mu\text{m}$ bis $800\ \mu\text{m} \times 800\ \mu\text{m}$ und Stud-Vias: $100\ \text{nm} \times 100\ \text{nm}$ bis $2\ \mu\text{m} \times 2\ \mu\text{m}$) zwischen den beiden Wiring-Ebenen untersucht. In einem ersten Fabrikationsrun wurde ein Wafer mit 33 Kondensatoren und 99 Stud-Vias hergestellt und insgesamt eine Ausbeute von 48% an funktionalen Kondensatoren und 70% an funktionalen Stud-Vias erzielt, wobei die Definition von „funktional“ analog zu der im Kapitel 3.2 für (Finger-)Kondensatoren bzw. Vias ist. Diese vergleichsweise geringe Fabrikationsausbeute kann auf zu hohe Ätzzeiten beim ICP RIE zurückgeführt werden, da sich hierbei die Qualität der Verdrahtungsebenen stark verschlechtert hat und durch die lange Ätzdauer auch die Isolationsschicht beschädigt worden sein könnte oder das Auftreten von Rückspalterprozessen und damit von Nb-Zäunen begünstigt war. In einem zweiten Fabrikationsrun wurden die Ätzzeiten optimiert und es konnte für zwei

hergestellte Wafer mit insgesamt 60 Plattenkondensatoren und 180 Stud-Vias eine Ausbeute von 88% an funktionalen Kondensatoren und 98% an funktionalen Stud-Vias erreicht werden.

Somit wurde gezeigt, dass die Erweiterung des Fabrikationsprozesses auf eine dritte Nb-Ebene mithilfe des Stud-Via-Prozesses möglich ist. Das bedeutet einen ersten Schritt in Richtung zusätzlicher Nb-Lagen zur weiteren Erhöhung der Integrationsdichte, welche beispielsweise für die Integration passiver Bauelemente in komplexen nanoSQUID-Schaltkreisen genutzt werden können.

4.3 Fortgeschrittene SQUID-Charakterisierung

In diesem Kapitel wird die Messung des intrinsischen Flussrauschens $S_{\Phi}^{1/2}$ der in Kapitel 3.2 gezeigten und hinsichtlich ihrer elektrischen Transporteigenschaften untersuchten microSQUIDs präsentiert. Dazu wird zunächst die zur Messung verwendete Magnicon XXF-1-Elektronik kurz vorgestellt und das Vorgehen bei der Messung beschrieben. Die Resultate werden im Anschluss dargestellt. Detailliertere Informationen zu der verwendeten Elektronik und dem dazugehörigen Programm SQUIDViewer finden sich in der Gebrauchsanleitung [52].

4.3.1 Messaufbau

Um das extrem geringe Flussrauschen der SQUIDs messen zu können, wird eine speziell für diesen Zweck entwickelte High Performance DC SQUID-Elektronik sowie ein hierzu passender Probenstab der Firma Magnicon GmbH verwendet. Weiterhin muss das extrem kleine Messsignal des zu untersuchenden Frontend-SQUIDs mithilfe eines SSAs (*SQUID series array*) verstärkt werden. Der zweistufige Aufbau ist in Abbildung 4.10 schematisch gezeigt, wobei als erste Stufe der Frontend-SQUID-Schaltkreis und als zweite Stufe der gesamte Schaltkreis mit SSA bezeichnet wird.

Das Frontend-SQUID mit Gegeninduktivität M_f ist parallel zu einem Biaswiderstand R_b geschaltet, dessen Widerstand in diesem Fall $R_b = 1 \Omega$ beträgt und der den Zweck erfüllt, den Biasstrom I im Frontend-SQUID-Schaltkreis zu limitieren. Die Kopplung vom Frontend-SQUID zum SSA geschieht über eine Einkoppel-Spule mit Gegeninduktivität M_{in} , welche zusammen mit der Rückkoppel- bzw. Feedback-Spule des SSAs mit Gegeninduktivität M_{fx} auf dem SSA-Chip integriert ist. Das Frontend-SQUID, der Biaswiderstand und der SSA-Chip werden zusammen auf dem Probenstab montiert und mit einer magnetischen Abschirmung versehen, um Hochfrequenz (*radio frequency*; RF)-Störungen zu vermeiden.

Die XXF-1-Elektronik stellt die Stromquellen für die jeweiligen Biasströme I und I_b sowie die Modulationsströme Φ_b und Φ_x für das Frontend-SQUID und das SSA zur Verfügung. Dabei werden die beiden Feedbackwiderstände R_f und R_{fx} für

die FLL-Rückkopplung aufs Frontend-SQUID bzw. aufs SSA genutzt. Weiterhin wird die Biasspannung V_b von der XXF-1-Elektronik gestellt.

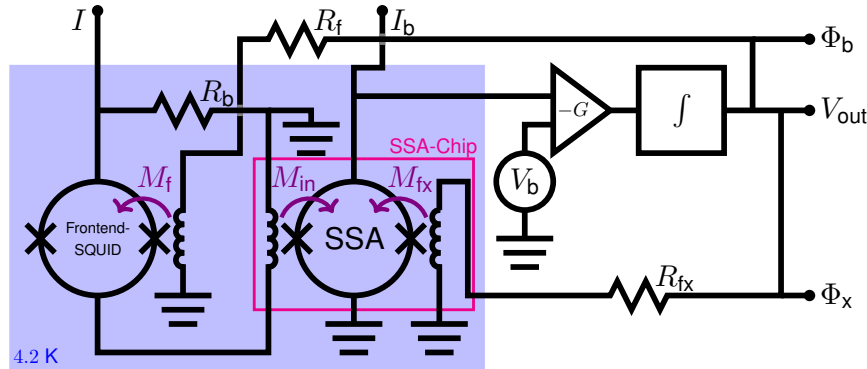


Abbildung 4.10: Schematischer Aufbau der zweistufigen Rauschmessung. Der Teil des Messaufbaus, welcher sich im Probenstab befindet und mit flüssigem Helium gekühlt wird, ist bläulich markiert. Zudem ist der Teil des Aufbaus, welcher sich auf dem SSA-Chip befindet, pink umrandet.

Der Probenstab wird in flüssigem Helium ($T = 4.2$ K) eingekühlt, sodass lediglich die XXF-1-Elektronik, welche auf dem Probenstab montiert werden kann, bei Raumtemperatur betrieben wird. Die Elektronik ist mit der Spannungsversorgung (Connector Box) sowie dem Rechner zum Steuern der Elektronik mithilfe der Software SQUIDViewer verbunden. Von der Connector Box können über Output-Kabel die analogen Messsignale, verstärkt mit Gain-Faktor $G = 2000$, abgegriffen werden. Zudem ist es möglich, eine zusätzliche externe Spannungsquelle zu nutzen, um mithilfe eines eingebauten Widerstands den Modulationsstrom des Frontend-SQUIDs zu verstärken, was für die in dieser Arbeit betrachteten SQUIDs aufgrund der geringen Gegeninduktivität M_f nötig ist. Dieser Widerstand beträgt 2 k Ω für die im Folgenden gezeigten Messungen.

Das Rauschspektrum wird über einen analogen Spannungsausgang des Output-Kabels gemessen, welches mit dem Spektrumanalysator (PXI-5922 Digitizer von National Instruments; maximale Sampling-Rate 15 MS/s) verbunden ist, und kann mithilfe eines LabView Programms aufgenommen werden.

4.3.2 Einstellen des Arbeitspunktes

Nach dem Einkühlen des Probenstabs in flüssigem Helium wird zunächst die IVC des SSAs betrachtet, welche in Abbildung 4.11a dargestellt ist, um die Funktionsfähigkeit des SSAs zu überprüfen. Danach wird der Arbeitspunkt des SSAs eingestellt, wozu der Punkt der $V_{SSA}(\Phi)$ -Kennlinie mit der größten Steigung anvisiert wird, wie in Abbildung 4.11b zu erkennen ist. Bei miniaturisierten SQUIDs bietet es sich an, die Einstellungen bei einer niedrigen Frequenz des Generators

der XXF-1-Elektronik (ca. 1 Hz) und mit geerdeter Connector Box vorzunehmen, um das Einfangen von ungewolltem Fluss zu vermeiden.

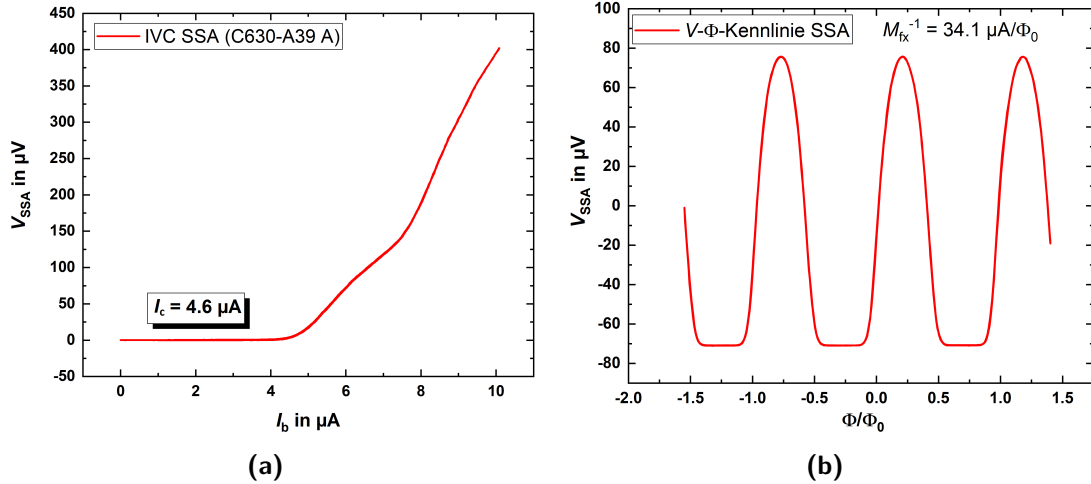


Abbildung 4.11: (a) IVC des SSAs mit kritischem Strom I_c . (b) $V_{SSA}(\Phi)$ -Kennlinie des SSAs und Kehrwert der Gegeninduktivität des SSAs M_{fx}^{-1} .

Um die Gegeninduktivität der Einkoppel-Spule M_{in} , d. h. die Gegeninduktivität zwischen dem Schaltkreis des Frontend-SQUIDs und des SSAs, zu bestimmen, wird das SSA im FLL-Modus betrieben. Der Biasstrom ΔI am Generator der XXF-1-Elektronik wird so eingestellt, dass er nahe dem kritischen Strom des Frontend-SQUIDs liegt, dieses aber noch im spannungslosen Zustand ist. Anschließend wird die lineare Verstärkung des Spannungssignals durch das SSA gemessen und der Spannungshub ΔV_{out} bestimmt, wie es für das exemplarische Frontend-SQUID in Abbildung 4.12 gezeigt ist. Mithilfe des Feedbackwiderstands $R_{fx} = 10 \text{ k}\Omega$, über den die Signalarückkopplung läuft, folgt für die Flussänderung im SSA

$$M_{in}^{-1} = R_{fx} \cdot M_{fx}^{-1} \cdot \frac{\Delta I}{\Delta V} = 10 \text{ k}\Omega \cdot 34.1 \frac{\mu A}{\Phi_0} \cdot \frac{100.3 \mu A}{1.13 \text{ V}} = 30.2 \frac{\mu A}{\Phi_0}. \quad (4.1)$$

Zum Einstellen des Arbeitspunktes vom Frontend-SQUID wird zunächst die IVC unter Einfluss des SSAs und des Biaswiderstands R_b , welche in Abbildung 4.13a erkennbar ist, betrachtet. Anschließend wird das Signal des Frontend-SQUIDs moduliert und der optimale Arbeitspunkt des SQUIDs gesucht, wo das Signal-zu-Rauschen-Verhältnis (*signal-to-noise ratio*; SNR) maximal ist.

Die $V_{SQ}(\Phi)$ -Kennlinie des exemplarisch untersuchten Frontend-SQUIDs wurde geringfügig durch den parasitären Widerstand der beiden parallelen Al-Bonddrähte beeinflusst. Dieser parasitäre Widerstand ließ sich zu $47 \text{ m}\Omega$ ermitteln, sodass folglich die in Abbildung 4.13b gezeigte $V_{SQ}(\Phi)$ -Kennlinie bereits um den Einfluss korrigiert wurde. Allerdings erschwert der parasitäre Widerstand während der Messung das präzise Einstellen des Arbeitspunktes, da die Kennlinie zusätzlich verkippt und damit auch die Transferfunktion beeinflusst wird.

Dennoch kann das Frontend-SQUID am eingestellten Arbeitspunkt im FLL-Modus betrieben werden, wobei zunächst ein Feedbackwiderstand $R_f = 100 \text{ k}\Omega$ und ein Verstärkungs-Bandbreite-Produkt (*gain bandwidth product*; GBP) von 7.2 GHz gewählt werden.

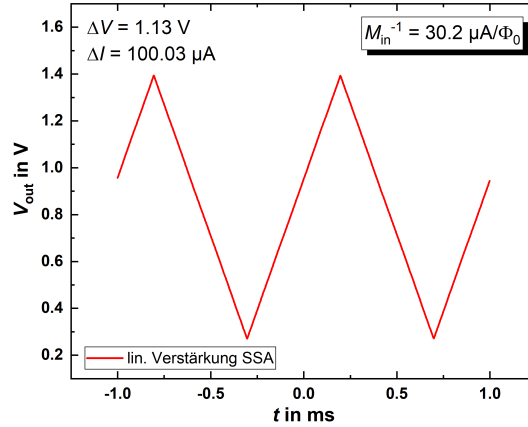


Abbildung 4.12: Messung der linearen Verstärkung des SSAs zur Bestimmung der Gegeninduktivität zwischen Frontend-SQUID und SSA.

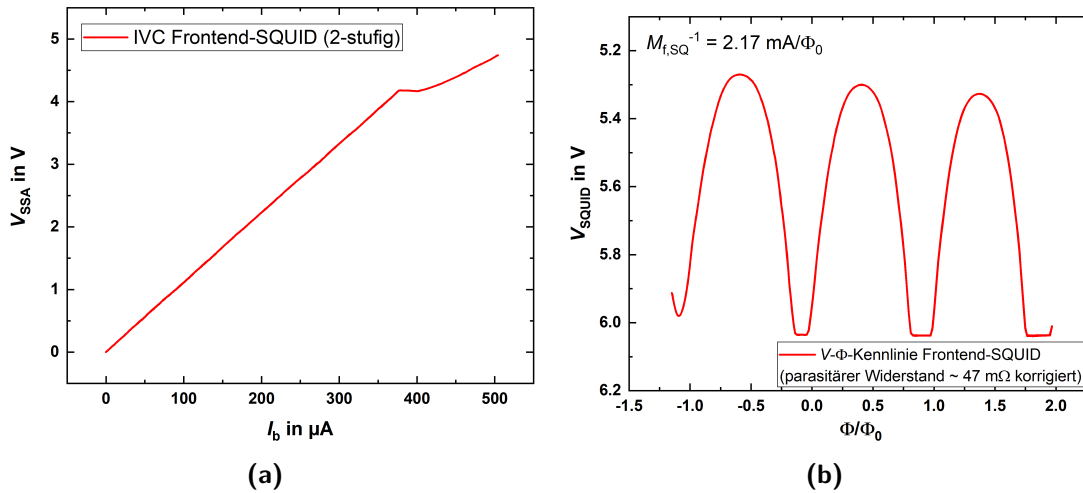


Abbildung 4.13: (a) IVC des Frontend-SQUIDs unter Einfluss des SSAs und des Biaswiderstands. (b) $V_{\text{SQ}}(\Phi)$ -Kennlinie des Frontend-SQUIDs und Kehrwert der Gegeninduktivität des Frontend-SQUIDs M_{fx}^{-1} .

4.3.3 Rauschmessung des DC SQUID-Gradiometers

Zunächst erfolgt eine Abschätzung des theoretischen weißen Rauschens für das exemplarische Frontend-SQUID (Typ SQ-1 aus Abbildung 3.5, jedoch mit $d_{\text{HTTi}} = 21 \text{ nm}$). Aus dem minimalen und maximalen kritischen Strom $I_{c,\text{min}} = 50 \text{ }\mu\text{A}$ und

$I_{c,\max} = 295 \mu\text{A}$ des Frontend-SQUIDs, deren zugehörige IVCs in Abbildung 2.7 zur Veranschaulichung der Modulationstiefe dargestellt sind, sowie der in Abbildung 2.5b gezeigten numerischen Simulation der Modulationstiefe als Funktion des Abschirmparameters, folgt $\beta_L = 0.2$. Damit ist die Induktivität des Frontend-SQUIDs nach Gleichung (2.26) $L = 1.4 \text{ pH}$. Der normalleitende Widerstand des exemplarischen Frontend-SQUIDs lässt sich aus der Steigung des linear verlaufenden resistiven Anteils der IVC in Abbildung 2.7 abschätzen, wobei sich $R_{\text{SQ}} = R/2 = 399 \Omega$ ergibt. Nach Gleichung (2.49) liegt das theoretische weiße Rauschen in diesem Fall bei etwa $40 \text{ n}\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$, sodass ein extrem geringes weißes Rauschen erwartet wird. Es sei hierbei jedoch angemerkt, dass Gleichung (2.49) für $\beta_L > 0.4$ gilt und somit an dieser Stelle nur zur groben Abschätzung eines theoretischen weißen Flussrauschens dient.

Für die Messung des Flussrauschens der SQUIDs werden idealerweise alle elektrischen Geräte, die nicht für die Messung benötigt werden, ausgeschaltet und es wird zudem in einer magnetisch geschirmten Umgebung gemessen, um alle möglichen äußeren Rauschquellen zu eliminieren. Dennoch tragen neben dem Frontend-SQUID auch die verwendete Elektronik und alle zur Messung genutzten Strom- und Spannungsquellen sowie das SSA zum Gesamtrauschen bei. Für eine präzise Messung des intrinsischen Flussrauschens des Frontend-SQUIDs müssen also alle Beiträge quantifiziert werden. So kann beispielsweise vor Beginn der Messung mithilfe eines Kurzschlusssteckers auf den Kanälen des Spektrumanalysators das Rauschlevel der Messkarte, in diesem Fall der verwendeten PXI-5922-Messkarte, betrachtet werden. Da das gemessene Rauschlevel der PXI-5922-Messkarte gemäß ihrer Spezifikationen jedoch deutlich unter dem erwarteten Rauschen des Frontend-SQUIDs liegt und somit nicht die Messung beeinträchtigt, wird hierauf an dieser Stelle verzichtet.

Da im Rahmen dieser Arbeit eine Abschätzung des Flussrauschens zur weiteren Untersuchung des Einflusses der Erweiterung des Fabrikationsprozesses auf die charakteristischen Eigenschaften des SQUIDs genügt, wird im Folgenden lediglich der Einfluss des SSAs auf das Flussrauschen genauer quantifiziert. Weiterhin haben die hier gezeigten Messungen des Flussrauschens nicht in einer vollständig geschirmten Umgebung stattgefunden, sodass Störlinien im Rauschspektrum erkennbar sind. Das präzise Vorgehen bei der Untersuchung aller Rauschquellen auf die Messung mit der XXF-1-Elektronik von Magnicon kann beispielsweise in Ref. [53] nachgelesen werden.

Nach der Einstellung des Arbeitspunktes des Frontend-SQUIDs, welches sich hierfür im FLL-Modus befindet, werden zunächst R_f und das GBP optimiert, bevor das Rauschspektrum aufgenommen wird. Dabei gilt generell, dass ein höheres GBP das Auftreten des Roll-Offs zu höheren Frequenzen verschiebt, aber gleichzeitig auch das Auftreten von Störlinien begünstigt. Der Feedbackwiderstand kann ebenfalls Einfluss auf das Auftreten des Roll-Offs nehmen, aber auch das weiße Rauschen beeinflussen. Im Allgemeinen gilt, dass er so groß wie nötig, um ein

Übersteuern des SSAs zu vermeiden, und so klein wie möglich sein sollte. Um ein hinreichend genaues und aussagekräftiges Rauschspektrum zu erhalten, wird zudem der Mittelwert aus 100 gemessenen Spektren verwendet.

Für das hier gezeigte Frontend-SQUID erwiesen sich $R_f = 3 \text{ k}\Omega$ und $\text{GBP} = 7.2 \text{ GHz}$ als optimal und es kann aus dem gemessenen Spannungsrauschen mithilfe von

$$S_{\Phi, \text{tot}}^{1/2} = S_V^{1/2} \cdot \frac{M_f}{R_f} \quad (4.2)$$

ein weißes Rauschen von $200 \text{ n}\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$ bei einer Frequenz $f = 10 \text{ kHz}$ ermittelt werden. Das zugehörige Rauschspektrum ist in Abbildung 4.14 gezeigt.

Da das gemessene Flussrauschen $S_{\Phi}^{1/2}$ maßgeblich dem vom Frontend-SQUID sowie dem vom SSA verursachtem Rauschen entspricht, ist es hilfreich, im Anschluss an die Rauschmessung eine Kleinsignal-Messung durchzuführen, mit der die Flussverstärkung G_{Φ} ermittelt werden kann, welche die induktive Kopplung zwischen dem ein- und zweistufigen Aufbau berücksichtigt. Ein „kleines“ Signal entspricht in diesem Fall einer Amplitude, die im SSA bzw. im Frontend-SQUID etwa eine Flussänderung von $0.1 \Phi_0$ erzeugt. Die Ergebnisse der Messung am Beispiel des hier untersuchten exemplarischen Frontend-SQUIDs sind in Abbildung 4.15 zusammengefasst.

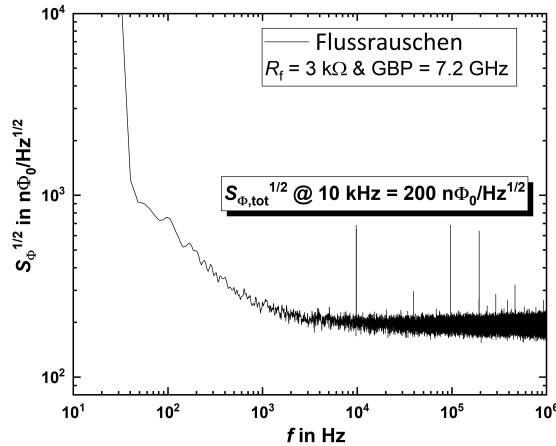


Abbildung 4.14: Mit zweistufigen Aufbau gemessenes Rauschspektrum $S_{\Phi}^{1/2}(f)$ des exemplarischen Frontend-SQUIDs.

Zur Bestimmung der Transferfunktion $V_{\Phi, \text{SSA}}$ des SSAs wird das SSA im FLL-Modus betrieben und am Generator der XXF-1-Elektronik eine kleine Biasspannung ΔV_b eingestellt, welche analog zu einem Spannungsabfall am SSA durch die FLL kompensiert wird. Die Transferfunktion des Frontend-SQUIDs ergibt sich dann aus dem gemessenen Spannungshub ΔV_{out} des Signals nach Gleichung

(2.48) durch

$$V_{\Phi, \text{SSA}} = \frac{dV_b}{d\Phi_{\text{SSA}}} = \frac{\Delta V_b}{\Delta V_{\text{out}}} \cdot \frac{R_{\text{fx}}}{M_{\text{fx}}}. \quad (4.3)$$

Auf ähnliche Weise kann auch die Stromempfindlichkeit des SSAs bestimmt werden. Dazu wird am Generator der XXF-1-Elektronik ein geringer Biasstrom ΔI_b eingestellt und wieder der Spannungshub ΔV_{out} des Signals gemessen. In diesem Fall gilt:

$$I_{\Phi, \text{SSA}} = \frac{dI_b}{d\Phi_{\text{SSA}}} = \frac{\Delta I_b}{\Delta V_{\text{out}}} \cdot \frac{R_{\text{fx}}}{M_{\text{fx}}}. \quad (4.4)$$

Um die Transferfunktion $V_{\Phi, \text{SQ}}$ des Frontend-SQUIDs sowie seine Stromempfindlichkeit $I_{\Phi, \text{SQ}}$ zu bestimmen, wird zunächst sein dynamischer Widerstand R_{dyn} ermittelt, indem am Generator der XXF-1-Elektronik nun ein kleiner Strom ΔI eingestellt und der dadurch verursachte Spannungshub ΔV_{out} gemessen wird. Mithilfe des Biaswiderstands $R_b = 1 \Omega$ und $\Delta I = \Delta I_b + \Delta I_{\text{SQ}}$ folgt wieder aus Gleichung (2.48):

$$\frac{dI}{dI_{\text{SQ}}} = 1 + \frac{\Delta I_b}{\Delta I_{\text{SQ}}} = 1 + \frac{R_{\text{dyn}}}{R_b} = \frac{\Delta I}{\Delta V_{\text{out}}} \cdot \frac{R_{\text{fx}} M_{\text{in}}}{M_{\text{fx}}} \quad (4.5)$$

$$\Leftrightarrow R_{\text{dyn}} = \frac{\Delta I}{\Delta V_{\text{out}}} \cdot \frac{R_{\text{fx}} M_{\text{in}} R_b}{M_{\text{fx}}} - R_b. \quad (4.6)$$

Im Anschluss wird statt des SSAs das Frontend-SQUID im FLL-Modus betrieben, wobei der Feedbackwiderstand $R_f = 10 \text{ k}\Omega$ gewählt wird. Ansonsten wird wie bei der vorherigen Messung am Generator ein geringer Strom ΔI eingestellt und der Spannungshub ΔV_{out} gemessen. Die Flussverstärkung ergibt sich aus der Änderung des in den SSA-Schaltkreis eingekoppelten Flusses Φ_{SSA} , wenn es zu einer Änderung des Flusses Φ_{SQ} im Frontend-SQUID-Schaltkreis kommt:

$$G_{\Phi} = \frac{\partial \Phi_{\text{SSA}}}{\partial \Phi_{\text{SQ}}} = \frac{V_{\Phi, \text{SQ}} M_{\text{in}}}{R_b + R_{\text{dyn}}}. \quad (4.7)$$

Das Flussrauschen $S_{\Phi, \text{SQ}}^{1/2}$ des SQUIDs kann dann mithilfe von

$$S_{\Phi, \text{SQ}}^{1/2} = \sqrt{S_{\Phi} - G_{\Phi}^{-2} S_{\Phi, \text{SSA}}} \quad (4.8)$$

bestimmt werden, wobei das Flussrauschen $S_{\Phi, \text{SSA}}^{1/2}$ des SSAs aus dem Datenblatt für verschiedene Frequenzen entnommen werden kann. Für das intrinsische Flussrauschen des exemplarisch untersuchten Frontend-SQUIDs ergibt sich somit bei einer Frequenz $f = 10 \text{ kHz}$:

$$S_{\Phi, \text{SQ}}^{1/2} = \sqrt{\left(200 \frac{\text{n}\Phi_0}{\sqrt{\text{Hz}}}\right)^2 - 0.0145 \cdot \left(555 \frac{\text{n}\Phi_0}{\sqrt{\text{Hz}}}\right)^2} = 189 \frac{\text{n}\Phi_0}{\sqrt{\text{Hz}}}. \quad (4.9)$$

Wie in der in Kapitel 3.2 zusammengefassten Veröffentlichung kann auch das hier bestimmte intrinsische Flussrauschen des Frontend-SQUIDs mit den Ergebnissen eines SQUIDs mit gleichem Design verglichen werden, welches allerdings mit dem ursprünglichen zwei-Nb-Lagen-Prozess hergestellt wurde [18]. Dabei wurde $S_{\Phi, \text{SQ}}^{1/2} = 300 \text{ n}\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$ erzielt. Somit scheint auch in diesem Fall die Erweiterung des Fabrikationsprozesses von zwei auf drei Nb-Lagen keine Verschlechterung der Eigenschaften unserer SQUIDs mit Nb/HfTi/Nb-JJs zu verursachen.

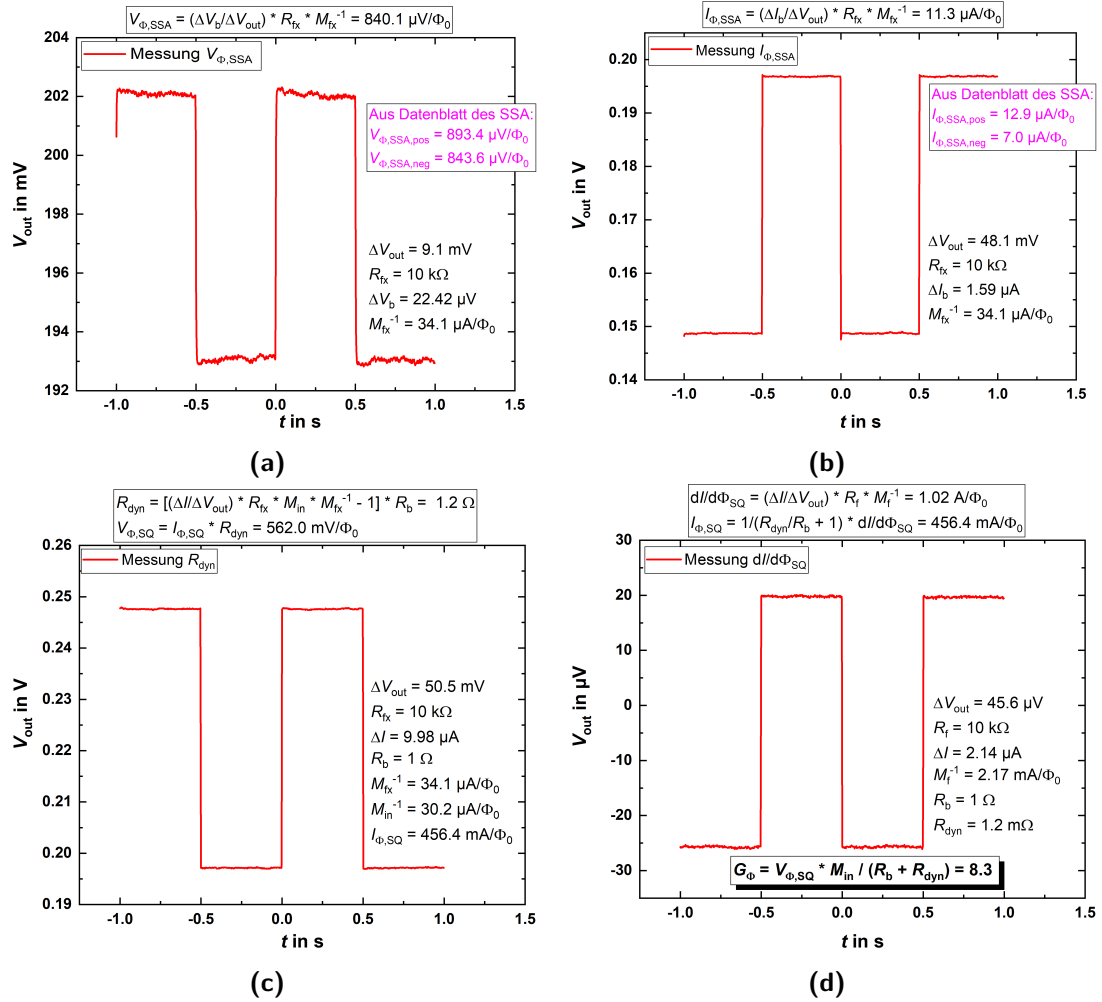


Abbildung 4.15: Kleinsignalmessung zur Bestimmung der Flussverstärkung G_{Φ} . (a) Bestimmung der Transferfunktion des SSAs. (b) Bestimmung der Stromempfindlichkeit des SSAs. (c) Bestimmung der Transferfunktion des Frontend-SQUIDs. (d) Bestimmung der Stromempfindlichkeit des Frontend-SQUIDs.

Kapitel 5

Zusammenfassung und Ausblick

Die Hauptziele der Dissertation bestanden im Wesentlichen aus der Entwicklung und Optimierung eines Fabrikationsprozesses zur Herstellung von nanoSQUIDs sowie der Charakterisierung von JJs, DC SQUID-Gradiometern und multi-terminal, multi-junction SQUIDs insbesondere hinsichtlich ihrer elektrischen Transporteigenschaften und ihres weißen Rausches. Als Materialsystem für die hergestellten JJs wurde hierbei Nb als Supraleiter und HfTi als normalleitende Barriere der SNS-Kontakte verwendet. Vorteilhaft ist, dass die HfTi-Barriere dank des hohen spezifischen Widerstands hohe kritische Stromdichten und charakteristische Spannungen ermöglicht und die elektrischen Transporteigenschaften der Kontakte dabei durch die Wahl der HfTi-Barriertendicke über einen weiten Bereich gezielt eingestellt werden können.

Der Fabrikationsprozess, welcher auf einer Kombination von EBL und CMP beruht, wurde zunächst für die Herstellung von miniaturisierten JJs mit lateralen Abmessungen unter 100 nm und extrem schmalen Linienbreiten optimiert. Durch die Reduzierung der Abmessungen werden nanoSQUID-Strukturen möglich, welche unempfindlicher gegenüber äußeren magnetischen Feldern sind und sich somit zur Erforschung von MNPs eignen. Bei der systematischen Untersuchung der elektrischen Transporteigenschaften der JJs bei 4.2 K mit unterschiedlichen lateralen Abmessungen und Barrierticken zwischen 17 und 26 nm zeigte sich, dass die Kontakteigenschaften relativ unempfindlich gegenüber fabrikationsbedingten Parameterschwankungen sind.

Außerdem konnte beobachtet werden, dass bei den Kontakten mit dünner Barriere durch die daraus resultierende hohe kritische Stromdichte sowie die charakteristische Spannung ein Selbsterhitzungseffekt im Spannungszustand auftritt, welcher eine Hysterese in den IVCs zur Folge hat und für viele Arten von miniaturisierten JJs ein Problem beim SQUID-Readout im Spannungszustand darstellt. Mithilfe einer vergleichsweise einfachen Erweiterung des RSJ-Modells konnte der Selbsterhitzungseffekt in unseren Nb/HfTi/Nb-JJs jedoch relativ präzise modelliert werden. Somit können auch nanoSQUIDs mit SNS-JJs, die sehr dünne normalleitende HfTi-Barrieren aufweisen, auf Basis numerischer Simulationen optimiert werden.

Um die Selbsterhitzung in den Kontakten zu reduzieren, bietet sich die weitere Miniaturisierung der Kontakte an, sodass die kritischen Ströme bei gleicher Stromdichte verringert werden. So können die hergestellten JJs auch bei Temperaturen unter 4.2 K, wo die kritische Stromdichte zusätzlich erhöht ist, ohne Hysterese betrieben werden. In einer weiterführenden Publikation wird die Ursache der Selbsterhitzung näher analysiert, wobei die Temperaturabhängigkeit der

Kontakteigenschaften genauer untersucht wird [54].

Bei der Betrachtung des Rauschverhaltens von einem der kleinsten untersuchten SNS-JJs zeigte sich fast strukturloses $1/f$ -Rauschen, welches sich durch Fluktuationen des kritischen Stroms und des Widerstands der Barriere ergibt. Die Größenordnung ist dabei vergleichbar zu SIS-Kontakten mit AlO_x -Barriere, wobei der mikroskopische Ursprung jedoch unbekannt bleibt. Die weitere Untersuchung der Rauscheigenschaften hinsichtlich der Abhängigkeit von der Temperatur, der Größe der JJs sowie der Barrierendicke sollte wichtige Informationen über die Mechanismen des $1/f$ -Rauschens in SNS-JJs liefern.

Weiterhin wurde als Teil dieser Arbeit der für die Herstellung von nanoSQUIDs optimierte Fabrikationsprozess von zwei auf drei unabhängige strukturierte Nb-Ebenen erweitert, um zum einen die Integrationsdichte auf dem Wafer zu erhöhen und zum anderen rein supraleitende Vias ohne die für einige Anwendungen störende normalleitende Barriere zu ermöglichen. Im Rahmen von drei Fabrikationsdurchläufen mit jeweils zwei Wafern wurde der Prozess dabei optimiert, um eine hohe Fabrikationsausbeute an funktionalen DC SQUIDs sowie Teststrukturen verschiedener Größe, in diesem Fall Kondensatoren und Vias, zu erhalten.

Es konnte für Parallel-Plattenkondensatoren mit Elektroden in allen Nb-Ebenen insgesamt eine sehr hohe Ausbeute realisiert werden. Durch die Messung der Kapazität der Kondensatoren konnten Rückschlüsse auf die Dicke der SiO_2 -Schichten zwischen den Platten gezogen werden. Es zeigte sich hierbei eine Abweichung von den Designwerten, welche sich durch die vom CMP-Schritt hervorgerufene Inhomogenität erklären lässt. Die Fabrikationsausbeute an Fingerkondensatoren mit extrem hohem Aspektverhältnis war deutlich geringer im Vergleich zu den Plattenkondensatoren, was jedoch an der sehr großen Strukturfläche liegt, welche defektfrei hergestellt werden muss. Dennoch konnte gezeigt werden, dass sich mithilfe derartiger Fingerkondensatoren Kapazitäten realisieren lassen, die sehr präzise den Designwerten entsprechen.

Die erzielte Fabrikationsausbeute an Nb-Vias sowie JJ-Vias, welche alle drei Nb-Ebenen verbinden, war generell, wie auch bei den Kondensatoren, sehr hoch. Es zeigte sich jedoch, dass durch CMP zwar sehr viel kleinere JJs ermöglicht werden, die Ausbeute aber stark vom Poliergrad abhängt. So war die Fabrikationsausbeute an JJ-Vias im ersten Fabrikationsdurchlauf sehr gut, in den beiden nachfolgenden Durchläufen allerdings extrem gering, da zu stark oder zu schwach poliert wurde.

Auch bei der Herstellung von DC SQUID-Gradiometern hat zu schwaches bzw. zu starkes Polieren einen starken Einfluss auf die Funktionsfähigkeit der SQUIDs genommen. Es konnte allerdings gezeigt werden, dass die Erweiterung des Fabrikationsprozesses auf drei unabhängige Nb-Lagen die elektrischen Transporteigenschaften der SQUIDs nicht beeinträchtigt. So weichen die kritischen Stromdichten der untersuchten SQUIDs und einzelnen JJs nur minimal von den Designwerten ab.

Somit können mithilfe des erweiterten Fabrikationsprozesses in Zukunft noch komplexere nanoSQUID-Schaltkreise hergestellt werden, wie beispielsweise dreidimensionale Vektor-nanoSQUIDs und nanoSQUID-Suszeptometer mit seriellen Gradiometern sowie die dazugehörigen Hilfskomponenten, z. B. gradiometrische Feedback-Schleifen, Transformatoren, Strombegrenzer oder RF-Filter. Um die nanoSQUIDSchaltungen für reale Anwendungen in der SQUID-Mikroskopie und der Untersuchung einzelner MNPs zuverlässig herstellen zu können, ist jedoch eine weitere Optimierung des Fabrikationsprozesses notwendig, insbesondere hinsichtlich einer besseren Kontrollierbarkeit des CMP-Schrittes. Dazu müssen effektivere Stützstrukturen durch empirische Optimierung ermittelt werden, die das Polieren der Kontakte homogener gestalten. Zudem kann eine Optimierung der im Prozess verwendeten Plasmaätzschritte zur Vermeidung von Rücksputter-Prozessen beitragen. Dadurch wird die Wahrscheinlichkeit von ungewollten Kurzschlüssen durch Nb-Reste in Spalten zwischen Isolator und Nb-Leitungen vermindert.

Neben DC SQUID-Gradiometer wurden auch die statischen und dynamischen elektrischen Transporteigenschaften von 4-terminal, 4-junction microSQUIDs untersucht. Die ursprünglich für SOT (*SQUID-on-tip*)-Konfigurationen erforschte Geometrie ist auch für andere Arten stark miniaturisierter SQUIDs relevant, so auch für die hier betrachteten mit planarer Trilayer-Technologie hergestellten 4JJSQs mit SNS-JJs. Die Untersuchungen belegen, dass sich auch 4JJSQs sehr gut mit den Gleichungen des RCSJ-Modells beschreiben lassen, wie es bei konventionellen SQUIDs der Fall ist. Zudem wurde gezeigt, dass sich das statische Verhalten unserer 4JJSQs mit dem der SOT-Konfiguration vergleichen lässt. Im Spannungszustand wurden jedoch starke Abweichungen vom Verhalten konventioneller 2-junction SQUIDs beobachtet, welche unter anderem auch chaotische Zustände beinhalten.

Eine zukünftige Aufgabe besteht in der Optimierung unserer multi-terminal, multi-junction SQUIDs, insbesondere hinsichtlich der Symmetrie und Funktionsfähigkeit der verwendeten JJs. Als Hauptziele können hierbei die Vermeidung kurzgeschlossener Kontakte sowie eine Angleichung der Asymmetrie-Parameter formuliert werden. Dazu können Optimierungen des Designs und des Fabrikationsprozesses beitragen. Zudem erfordern insbesondere die Auswirkungen der beobachteten Dynamik im Spannungszustand auf die Rauscheigenschaften weitere Untersuchungen.

Als ein zusätzlicher Ansatz, einen Fabrikationsprozess mit drei Nb-Ebenen zu realisieren, bei dem die Fabrikationsausbeute höher als beim ursprünglich entwickelten Prozess ist, wurde in dieser Arbeit der Stud-Via-Prozess [21] vorgestellt und diskutiert. Dabei werden die Vias zu den oberen Nb-Ebenen mithilfe eines Nb/Al/Nb-Trilayers strukturiert statt sie in die Isolatorschicht zu ätzen. Der Prozess ermöglicht zudem einen zusätzlichen Planarisierungsschritt mit CMP, sodass insgesamt dünnere Nb-Schichten benötigt werden und gleichzeitig die Wahrscheinlichkeit auftretender Kurzschlüsse an den Kanten der Strukturen verringert wird.

Der Prozess zeigte bereits nach zwei Fabrikationsdurchläufen eine sehr vielversprechende Fabrikationsausbeute und kann ebenfalls von einer Optimierung des CMP-Schrittes und der Ätzprozesse profitieren. Außerdem bietet er aufgrund der Planarisierungsschritte die Möglichkeit, deutlich mehr unabhängige Nb-Lagen zu realisieren.

Um die in dieser Arbeit präsentierten elektrischen Transporteigenschaften der DC SQUID-Gradiometer zu ergänzen, wurden zudem zweistufige Rauschmessungen mit einem SSA gezeigt. Hierbei konnte ein sehr geringes Flussrauschen von etwa $200 \text{ n}\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$ für ein exemplarisches SQUID abgeschätzt werden. Beispielsweise durch die Wahl kleinerer Abmessungen und entkoppelter Modulationsleitungen ist eine Optimierung des SQUID-Designs möglich, wodurch die betrachteten Gradiometer hinsichtlich ihrer Kopplungsstärke für MNPs deutlich verbessert werden können.

Abkürzungsverzeichnis

| | |
|---------|---|
| 4JJSQ | 4-terminal, 4-junction SQUID |
| AR | aspect ratio (Aspektverhältnis) |
| BCS | Bardeen Cooper Schrieffer |
| CMP | chemical-mechanical polishing (chemisch-mechanisches Polieren) |
| CPR | current-phase relation (Strom-Phasen-Beziehung) |
| DC | direct current (Gleichstrom) |
| DFG | deutsche Forschungsgemeinschaft |
| EBL | electron beam lithography (Elektronenstrahllithografie) |
| FLL | flux locked loop |
| GBP | gain bandwidth product (Verstärkungs-Bandbreite-Produkt) |
| HfTi | hafnium titanium (Hafnium-Titan) |
| ICP RIE | inductively coupled plasma reactive ion etching (trockenchemisches Plasmaätzen) |
| IBE | ion beam etching (Argonionenstrahl-Ätzen) |
| IDC | interdigital capacitor (Fingerkondensator) |
| IVC | current voltage characteristics (Strom-Spannungs-Charakteristik) |
| JJ | Josephson junction (Josephson-Kontakt) |
| MIT | Massachusetts Institute of Technology |
| MNP | magnetic nanoparticle (magnetisches Nanopartikel) |
| MSD | magnetron sputter deposition (Magnetron-Sputterdeposition) |
| Nb | niobium (Niob) |
| OL | open loop |
| PECVD | plasma enhanced chemical vapor deposition (plasmaunterstützte chemische Gasphasenabscheidung) |
| PSD | power spectral density (spektrale Rauschleistungsdichte) |
| PTB | Physikalisch-Technischen Bundesanstalt |
| RCSJ | resistively and capacitively shunted junction |
| REM | Rasterelektronenmikroskop |
| RF | radio frequency (Hochfrequenz) |
| RMS | root mean square (quadratisches Mittel) |
| RSJ | resistively shunted junction |
| SIS | superconductor-insulator-superconductor (Supraleiter-Isolator-Supraleiter) |
| SNR | signal-to-noise ratio (Signal-zu-Rauschen-Verhältnis) |
| SNS | superconductor-normal conductor-superconductor (Supraleiter-Normalleiter-Supraleiter) |
| SOT | SQUID-on-tip |
| SQUID | Superconducting Quantum Interference Device (supraleitendes Quanteninterferometer) |
| SSA | SQUID series array |
| Via | vertical interconnect access (vertikale Verbindungen) |

Literaturverzeichnis

- [1] J. Clarke und A. I. Braginski: *The SQUID Handbook I - Fundamentals and Technology of SQUIDs and SQUID Systems*. WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, Weinheim, 2004.
- [2] R. C. Jaklevic, J. Lambe, A. H. Silver und J. E. Mercereau: *Quantum Interference Effects in Josephson Tunneling*. Physical Review Letters, 12:159–160, 1964.
- [3] J. Clarke und A. I. Braginski: *The SQUID Handbook II - Applications of SQUIDs and SQUID Systems*. WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, Weinheim, 2006.
- [4] W. Wernsdorfer, K. Hasselbach, A. Benoit, G. Cernicchiaro, D. Mailly, B. Barbara und L. Thomas: *Measurement of the dynamics of the magnetization reversal in individual single-domain Co particles*. Journal of Magnetism and Magnetic Materials, 151:38–44, 1995.
- [5] M. J. Martínez-Pérez und D. Koelle: *NanoSQUIDs: Basics & recent advances*. Physical Sciences Reviews, 2:20175001, 2017.
- [6] S. Bechstein, C. Köhn, D. Drung, J. H. Storm, O. Kieler, V. Morosh und T. Schurig: *Investigation of nanoSQUID designs for practical applications*. Superconductor Science and Technology, 30:034007, 2017.
- [7] D. Hagedorn, O. Kieler, R. Dolata, R. Behr, F. Müller, J. Kohlmann und J. Niemeyer: *Modified fabrication of planar sub- μm superconductor-normal metal-superconductor Josephson junctions for use in a Josephson arbitrary waveform synthesizer*. Superconductor Science and Technology, 19:294–298, 2006.
- [8] C. Granata und A. Vettoliere: *Nano Superconducting Quantum Interference device: A powerful tool for nanoscale investigations*. Physics Reports, 614:1–69, 2016.
- [9] J. Bartolomé, F. Luis und J. F. Fernández: *Molecular Magnets - Physics and Applications*. Springer Berlin Heidelberg, Wiesbaden, 2013.
- [10] W. Wernsdorfer: *From micro- to nano-SQUIDs: applications to nanomagnetism*. Superconductor Science and Technology, 22:064013, 2009.
- [11] M. J. Martínez-Pérez, R. Kleiner und D. Koelle: *NanoSQUIDs Applied to the Investigation of Small Magnetic Systems*. In: A. V. Narlikar (Herausgeber): *The Oxford Handbook of Small Superconductors*, Kapitel 19. Oxford University Press, Oxford, 2017.

- [12] B. Thiesen und A. Jordan: *Clinical applications of magnetic nanoparticles for hyperthermia*. International Journal of Hyperthermia, 24:467–474, 2008.
- [13] S. A. Majetich, T. Wen und O. T. Mefford: *Magnetic nanoparticles*. MRS Bulletin, 38:899–903, 2013.
- [14] M. L. Plumer, J. van Ek und W. C. Cain: *New Paradigms in Magnetic Recording*. Physics in Canada, 67, 2011.
- [15] M. Leuenberger und D. Loss: *Quantum computing in molecular magnets*. Nature, 410:789–793, 2001.
- [16] T. Ladd, F. Jelezko, R. Laflamme, Y. Nakamura, C. Monroe und J. L. O’Brien: *Quantum computers*. Nature, 464:45–53, 2010.
- [17] V. Bouchiat: *Detection of magnetic moments using a nano-SQUID: limits of resolution and sensitivity in near-field SQUID magnetometry*. Superconductor Science Technology, 22:064002, 2009.
- [18] J. Nagel, O. F. Kieler, T. Weimann, R. Wölbing, J. Kohlmann, A. B. Zorin, R. Kleiner, D. Koelle und M. Kemmler: *Superconducting quantum interference devices with submicron Nb/HfTi/Nb junctions for investigation of small magnetic particles*. Applied Physics Letters, 99:032506, 2011.
- [19] M. J. Martínez-Pérez, D. Gella, B. Müller, V. Morosh, R. Wölbing, J. Sesé, O. Kieler, R. Kleiner und D. Koelle: *Three-Axis Vector Nano Superconducting Quantum Interference Device*. ACS Nano, 10:8308–8315, 2016.
- [20] K. K. Likharev: *Superconducting weak links*. Reviews of Modern Physics, 51:101–159, 1979.
- [21] S. K. Tolpygo, V. Bolkhovskiy, T. Weir, L. M. Johnson, W. D. Oliver und M. A. Gouker: *Deep sub-micron stud-via technology of superconductor VLSI circuits*. Superconductor Science and Technology, 27:025016, 2014.
- [22] A. Y. Meltzer, A. Uri und E. Zeldov: *Multi-terminal multi-junction dc SQUID for nanoscale magnetometry*. Superconductor Science and Technology, 29:114001, 2016.
- [23] A. Uri, A. Y. Meltzer, Y. Anahory, L. Embon, E. O. Lachman, D. Halbertal, N. HR, Y. Myasoedov, M. E. Huber, A. F. Young und E. Zeldov: *Electrically Tunable Multiterminal SQUID-on-Tip*. Nano Letters, 16:6910–6915, 2016.
- [24] W. C. Stewart: *Current-Voltage Characteristics of Josephson Junctions*. Applied Physics Letters, 12:277–280, 1968.

- [25] D. E. McCumber: *Effect of ac Impedance on dc Voltage-Current Characteristics of Superconductor Weak-Link Junctions*. Journal of Applied Physics, 39:3113–3118, 1968.
- [26] L. Aslamazov, A. Larkin und Y. Ovchinnikov: *Josephson effect in superconductors separated by a normal metal*. Soviet Physics - Journal of Experimental and Theoretical Physics (English Translation), 28:171–176, 1969.
- [27] C. D. Tesche und J. Clarke: *dc SQUID: Noise and optimization*. Journal of Low Temperature Physics, 29:301–331, 1977.
- [28] C. D. Tesche: *Noise and Optimization of the dc SQUID*. Dissertation, Lawrence Berkeley Laboratory - University of California, 1978.
- [29] R. H. Koch, D. P. DiVincenzo und J. Clarke: *Model for $1/f$ Flux Noise in SQUIDs and Qubits*. Physical Review Letters, 98:267003, 2007.
- [30] J. B. Johnson: *Thermal Agitation of Electricity in Conductors*. Physical Review Letters, 32:97–109, 1928.
- [31] H. Nyquist: *Thermal Agitation of Electric Charge in Conductors*. Physical Review, 32:110–113, 1928.
- [32] J. Beyer, M. Klemm, J. H. Storm, O. Kieler, T. Weimann und V. Morosh: *Noise of dc-SQUIDs with planar sub-micrometer Nb/HfTi/Nb junctions*. Superconductor Science and Technology, 28:085011, 2015.
- [33] W. J. Skocpol, M. R. Beasley und M. Tinkham: *Self-heating hotspots in superconducting thin-film microbridges*. Journal of Applied Physics, 45:4054–4066, 1974.
- [34] V. N. Gubankov, K. K. Likharev und N. M. Margolin: *Properties of Superconducting Point Contacts*. Soviet Physics - Solid State (English Translation), 4:819–825, 1972.
- [35] H. Courtois, M. Meschke, J. T. Peltonen und J. P. Pekola: *Origin of Hysteresis in a Proximity Josephson Junction*. Physical Review Letters, 101:067002, 2008.
- [36] K. A. Delin und A. W. Kleinsasser: *Stationary properties of high-critical-temperature proximity effect Josephson junctions*. Superconductor Science and Technology, 9:227–269, 1996.
- [37] K. K. Likharev und V. K. Semenov: *Fluctuation Spectrum in Superconducting Point Junctions*. JETP Letters (USSR) (English Translation), 15:625–629, 1972.

- [38] R. H. Koch, D. J. Van Harlingen und J. Clarke: *Quantum-Noise Theory for the Resistively Shunted Josephson Junction*. Physical Review Letters, 45:2132–2135, 1980.
- [39] A. H. Miklich, J. Clarke, M. S. Colclough und K. Char: *Flicker ($1/f$) noise in biepitaxial grain boundary junctions of $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-x}$* . Applied Physics Letters, 60:1899–1901, 1992.
- [40] A. Marx, U. Fath, W. Ludwig, R. Gross und T. Amrein: *$1/f$ noise in $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+x}$ bicrystal grain-boundary Josephson junctions*. Physical Review B, 51:6735–6738, 1995.
- [41] D. J. Van Harlingen, T. L. Robertson, B. L. T. Plourde, P. A. Reichardt, T. A. Crane und J. Clarke: *Decoherence in Josephson-junction qubits due to critical-current fluctuations*. Physical Review B, 70:064517, 2004.
- [42] C. D. Nugroho, V. Orlyanchik und D. J. Van Harlingen: *Low frequency resistance and critical current fluctuations in Al-based Josephson junctions*. Applied Physics Letters, 102:142602, 2013.
- [43] J. J. Bruines, V. J. de Waal und J. E. Mooij: *Comment on: “Dc squid: Noise and optimization” by Tesche and Clarke*. Journal of Low Temperature Physics, 46:383–386, 1982.
- [44] B. Chesca, R. Kleiner und D. Koelle: *SQUID Theory*. In: John Clarke und Alex I. Braginski (Herausgeber): *The SQUID Handbook I - Fundamentals and Technology of SQUIDS and SQUID Systems*, Kapitel 2. WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, Weinheim, 2004.
- [45] T. Schwarz, R. Wölbing, C. F. Reiche, B. Müller, M. J. Martínez-Pérez, T. Mühl, B. Büchner, R. Kleiner und D. Koelle: *Low-Noise $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$ Nano-SQUIDS for Performing Magnetization-Reversal Measurements on Magnetic Nanoparticles*. Physical Review Applied, 3(4):044011, 2015.
- [46] D. Vasyukov, Y. Anahory, L. Embon, D. Halbertal, J. Cuppens, L. Neeman, A. Finkler, Y. Segev, Y. Myasoedov, M. L. Rappaport, M. E. Huber und E. Zeldov: *A scanning superconducting quantum interference device with single electron spin sensitivity*. Nature Nanotechnology, 8:639–644, 2013.
- [47] M. Schmelz, A. Vettoliere, V. Zakosarenko, N. De Leo, M. Fretto, R. Stolz und C. Granata: *3D nanoSQUID based on tunnel nano-junctions with an energy sensitivity of $1.3 h$ at $4.2 K$* . Applied Physics Letters, 111:032604, 2017.

- [48] R. Wölbing, T. Schwarz, B. Müller, J. Nagel, M. Kemmler, R. Kleiner und D. Koelle: *Optimizing the spin sensitivity of grain boundary junction nano-SQUIDs — towards detection of small spin systems with single-spin resolution*. Superconductor Science Technology, 27:125007, 2014.
- [49] J. - S. Hong und M. J. Lancaster: *Microstrip Filters for RF/Microwave Applications*. John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, NJ, USA, 2001.
- [50] J. Felgner, O. F. Kieler, J. Schurr, J. Herick, S. Bauer, R. Wendisch und K. Störr: *Poster: Evaluation of Material Parameters for on-Chip Capacitors and Resistors for Superconducting Circuits*. In: *Tagung Kryoelektronische Bauelemente*, Bad Aibling, Germany, 2017.
- [51] O. Kieler: *Pulsgetriebenes AC-Josephson-Spannungsnormale—Josephson Arbitrary Waveform Synthesizer*. Dissertation, Physikalisch-Technische Bundesanstalt, TU Ilmenau, Braunschweig, Germany, 2017.
- [52] Magnicon GmbH, Hamburg: *High Performance dc SQUID Electronics*, v3.3.8 Auflage, 2011.
- [53] R. M. Hutt: *Bestimmung der Spinsensitivität $S_{\mu}^{1/2}$ von Vektor-Nano-SQUIDs*. Masterarbeit, Eberhard Karls Universität Tübingen, 2021.
- [54] J. Linek, R. Varga, K. Wurster, B. Müller, V. Morosh, T. Weimann, O. Kieler, R. Kleiner und D. Koelle: *Selfheating effects in SNS Nb-HfTi-Nb sub- μ m Josephson junctions*. unpublished.

Beigefügte Veröffentlichungen

©Nachdrucke der Veröffentlichung mit Einverständnis der American Physical Society.

©Nachdrucke der Veröffentlichung mit Einverständnis von MDPI (veröffentlicht unter einer Creative Commons Attribution Lizenz).

©Nachdrucke der Veröffentlichung mit Einverständnis von IOP Publishing Ltd. (veröffentlicht unter einer Creative Commons Attribution Lizenz).

Veröffentlichung 1


Transport and Noise Properties of sub-100-nm Planar Nb Josephson Junctions with Metallic Hf-Ti Barriers for nano-SQUID Applications

V. Morosh,¹ J. Linek,² B. Müller,² M.J. Martínez-Pérez^{2,†} S. Wolter,¹ T. Weimann,¹ J. Beyer,³ T. Schurig,³ O. Kieler,¹ A.B. Zorin¹ R. Kleiner,² and D. Koelle^{2,*}

¹Department Quantum Electronics, Physikalisch–Technische Bundesanstalt (PTB), Bundesallee 100, 38116 Braunschweig, Germany

²Physikalisches Institut, Center for Quantum Science (CQ) and LISA⁺, University of Tübingen, Auf der Morgenstelle 14, 72076 Tübingen, Germany

³Department Cryophysics and Spectrometry, Physikalisch–Technische Bundesanstalt (PTB), Abbestraße 2, 10587 Berlin, Germany

 (Received 11 March 2020; revised 2 October 2020; accepted 6 November 2020; published 30 November 2020)

We analyze electric transport and noise properties at 4.2 K of self-shunted superconductor-normal metal-superconductor (SNS) sandwich-type Josephson junctions, comprising Nb as the superconductor and Hf-Ti as the normal conducting material, with lateral dimensions down to approximately 80 nm. The junctions are fabricated with an optimized multilayer Nb technology based on nanopatterning by electron-beam lithography and chemical-mechanical polishing. The dependence of transport properties on the junction geometry (lateral size and barrier thickness $d_{\text{Hf-Ti}}$) is studied, yielding a characteristic voltage V_c up to approximately 100 μV for the smallest $d_{\text{Hf-Ti}} = 17$ nm. The observed small hysteresis in the current-voltage curves of devices with high V_c and large size can be attributed to self-heating of the junctions and fitted with an extended version of the resistively shunted junction model. Measurements of voltage noise of single junctions are consistent with the model including self-heating effects. The potential of our technology for further miniaturization of nanoscale superconducting quantum interference devices and for the improvement of their performance is discussed.

DOI: [10.1103/PhysRevApplied.14.054072](https://doi.org/10.1103/PhysRevApplied.14.054072)

I. INTRODUCTION

Superconducting quantum interference devices (SQUIDs) are an important application of overdamped Josephson junctions (JJs) [1,2]. Recently, there has been a clear trend towards miniaturization of these very sensitive magnetic flux detectors, with the goal to make them suitable for investigations of nanomagnetism [3–11], possibly up to strong magnetic fields in the tesla range [12–15]. The fields produced by magnetic nanoparticles (MNPs) are of magnetic dipole type and, therefore, decay rather quickly (cubically) with distance. To ensure maximum coupling of such a dipole to a submicrometer-sized SQUID (nano-SQUID) the latter should be positioned as close as possible to the dipole and have small component sizes (JJ size, loop area, width and thickness of the leads) [4]. Another important reason for shrinking the dimensions of the SQUID is the need to avoid penetration of Abrikosov vortices into the superconducting thin film structures [16–18] and of

Josephson vortices into the junction barriers, which may occur when a strong external magnetic field is applied for manipulation of the magnetic moment of a MNP. Therefore, suitable JJs should be sufficiently small, but still exhibit practical electrical characteristics.

The characteristic voltage

$$V_c = I_c R_n \quad (1)$$

of a JJ, with critical current I_c and normal resistance R_n , determines basic dynamic and noise properties of the JJ [19]. Self-shunted superconductor-normal metal-superconductor (SNS) junctions usually have rather low values of V_c due to their small R_n . The latter feature is in contrast to other conventional overdamped junctions, like Dayem bridges (see, e.g., Ref. [19]), small superconductor-insulator-superconductor (SIS) [20] or intrinsically shunted SNIS JJs [21], which typically have V_c of the order of 100 μV . However, SNS junctions combine a number of crucial advantages, making them suitable for the realization of nano-SQUIDs. Unlike SIS JJs with practically limited critical current density, $j_c \equiv I_c/A \leq 20$ kA/cm² (A is the area of the junction) stemming from the formation of unwanted pinholes in very

*koelle@uni-tuebingen.de

[†]Present address: Instituto de Ciencia de Materiales de Aragon and Departamento de Física de la Materia Condensada, CSIC-Universidad de Zaragoza, 50009 Zaragoza, Spain.

thin barriers [22], SNS JJs with barriers made of Pd-Au or Hf-Ti can reach very high j_c of several 100 kA/cm² [23]. This is an important feature, which allows one to keep I_c sufficiently high, while reducing the lateral JJ size to sub-100-nm dimensions. From a practical point of view, a miniaturized SNS junction still may have a widely tunable j_c by adjusting the normal conducting layer thickness.

Moreover, because of a relatively large barrier thickness (approximately 15–30 nm), small-area SNS JJs have negligible intrinsic capacitance C (even if we assume a rather large value of permittivity ε that may occur in SNS JJs with a Nb-Si barrier [24,25]), i.e., the Stewart-McCumber parameter [26,27] $\beta_C = (2\pi I_c R_n^2 C)/\Phi_0 \ll 1$, where Φ_0 is the magnetic flux quantum. Parasitic capacitance, originating from overlapping parts of superconducting electrodes is usually small, too. Therefore, the current I versus voltage V curves (I - V curves) should be free of hysteresis related to capacitance. The nonhysteretic I - V curve is then well described by the simple square root expression derived within the framework of the resistively shunted junction (RSJ) model (for negligible thermal noise) [28]

$$V = R_n(I^2 - I_c^2)^{1/2} \quad \text{for } I > I_c. \quad (2)$$

The use of electron-beam lithography (EBL) for nanopatterning provides high spatial resolution, even in the deep-submicron regime. Hence, good reproducibility of device geometry can be achieved even for sub-100-nm SNS JJs. Even some deviations from the nominal shape and size, which can occur during the fabrication of very small JJs, do not change the transport parameters substantially. In contrast, the properties of superconducting weak links of Dayem bridge type undergo a significant departure from the target parameters, if a tiny deviation from the designed shape or size of the constriction appears [7]. Moreover, these weak links (especially those having a two-dimensional architecture) suffer from appreciable thermal instability due to large power dissipation and inefficient heat drain from the small constriction. This leads to the undesirable, so-called thermal hysteresis in the I - V curve [29,30].

There have been several earlier realizations of nano-SQUIDs based on self-shunted SNS JJs with Hf-Ti barrier and linear sizes appreciably larger than 100 nm. Because of their low-noise performance and relatively compact design, nano-SQUIDs based on these junctions promise great potential as stand-alone devices [31,32] and as building blocks of complex circuits [33,34]. However, there is still a need for further improvements regarding size reduction of the SQUIDs and tuning of their electrical parameters, including I_c , R_n , and, therefore, V_c .

In this paper, we introduce a Nb planar technology optimized for fabrication of ultra-small JJs with Hf-Ti barrier thicknesses from 17–26 nm. We study the transport properties of these sandwich-type junctions with lateral

dimensions down to approximately 80 nm and different values of j_c and V_c . Their transport and noise properties are compared to JJs with larger size of up to 1 μ m. We discuss the potential for improving the performance of nano-SQUIDs containing such junctions. This includes possible minimization of the sensor size and improving the flux noise properties.

II. FABRICATION TECHNOLOGY AND GEOMETRY OF SMALL JUNCTIONS

Our planar fabrication technology based on EBL and chemical-mechanical polishing (CMP), utilizing Nb as the superconductor and Hf_{wt}50%Ti_{wt}50% as the normal conducting compound barrier [23], has successfully been employed for the fabrication of pulse-driven ac voltage standard circuits [35]. The composition Hf_{wt}50%Ti_{wt}50% is chosen to maximize the resistivity $\rho_{\text{Hf-Ti}}$ of the normal conducting layer [23]. Typical junction size in these circuits is in the range between 0.5 μ m \times 0.5 μ m and 1 μ m \times 1 μ m, and the characteristic voltage at temperature $T = 4.2$ K is at moderate values of $V_c \approx 50$ μ V. Recently, we optimized this technology for the fabrication of sub-100-nm SNS JJs with possibly well-defined shapes and reproducible parameters, including as high as possible V_c .

For this purpose, fabrication parameters including etching, polishing, EBL exposure and developing throughout the wafer processing have been optimized. Moreover, CF₄ normally used in the original process for reactive ion etching (RIE) of the Nb top electrode is replaced by inductively coupled plasma (ICP) RIE with SF₆, providing higher etching rates and better anisotropy. This method substantially improves the steepness of sidewalls and allows for better control of the electrode cross-section dimensions. Another peculiarity of the optimized process is the application of the high-resolution negative resist ARN 7520.18 to shape the bottom Nb wiring. This allows us to put approximately 100-nm narrow Nb current lines as close as 70–100 nm to each other. Altogether, the increased steepness of sidewalls (approaching 90°) and closer arrangement of structures leads to a more compact geometry of the circuit, allowing for a potentially higher density of elements on a chip.

The fabrication process is sketched in Fig. 1 in a simplified form. A thermally oxidized Si wafer with a native 300-nm-thick SiO₂ layer is utilized as the substrate. The process starts with a precleaning step and the magnetron sputter deposition (MSD) of a 30-nm-thick Al₂O₃ layer (etch stop layer), followed by the MSD of a Nb/Hf-Ti/Nb trilayer (with thicknesses 160–250 nm/17–26 nm/150–200 nm, respectively) *in situ* in a high-vacuum chamber at room temperature [Fig. 1(a)]. Next, the JJs are formed using an approximately 30-nm-thick Al hard mask patterned by EBL and following lift-off. Uncovered Nb is

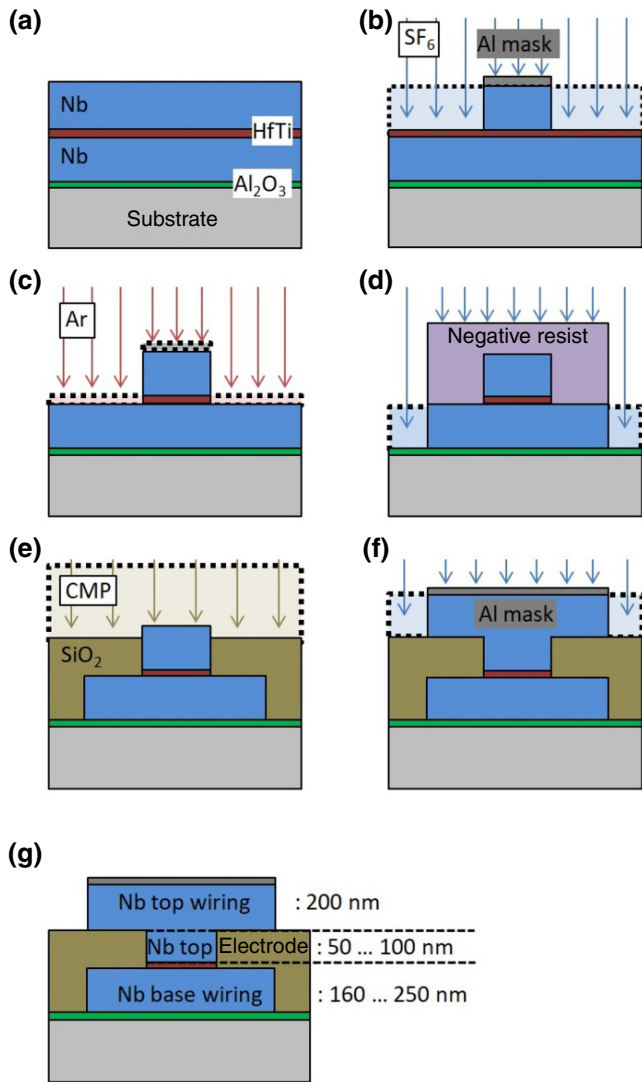


FIG. 1. Simplified layer scheme showing key steps of the SNS JJ fabrication technology: (a) Al_2O_3 etching stop layer and initial trilayer on a Si wafer; (b) ICP RIE of the Nb top layer covered by a prepatterned Al hard mask; (c) simultaneous Ar-ion milling of the barrier material and Al hard mask; (d) ICP RIE of the bottom Nb wiring patterned by high-resolution resist; (e) polishing of a SiO_2 layer preliminary created by PECVD; (f) ICP-RIE patterning of the Nb top wiring using an Al hard mask; (g) final device; numbers indicate thickness of the Nb layers.

removed by ICP RIE [Fig. 1(b)] and, afterwards, the HfTi barrier and the Al hard mask are simultaneously etched via Ar-ion beam milling [Fig. 1(c)]. Then, the bottom Nb wiring layer is patterned by a high-resolution negative resist mask prepared by EBL and ICP RIE [Fig. 1(d)]. The plasma enhanced chemical vapor deposition (PECVD) of an approximately 600-nm-thick SiO_2 layer and subsequent CMP are performed both to planarize the surface and to uncover the top electrode for an electric contact to the following Nb layer [Fig. 1(e)]. This layer, which is deposited

via the MSD and subsequently patterned using an Al hard mask formed by EBL and ICP RIE, serves as the top Nb wiring [Fig. 1(f)]. In Fig. 1(g) we show the final structure of the device.

Small departures from the nominal feature sizes can occasionally occur during EBL and etching. In the case of JJs with relatively large lateral sizes (typically greater than 500 nm), this results in a negligible spread of JJ sizes. In contrast, the smaller JJs are much more sensitive to uncertainties in the definition of the junction area. Thus, a systematic study of JJ parameters on a variety of junctions differing in size is necessary. We fabricated JJs with lateral size down to about 80 nm. The departure of the JJ size and shape from nominal dimensions is investigated in detail for square-shaped JJs with nominal width w_n ranging from 50 nm to 1 μm and with seven different values for the barrier thickness $d_{\text{Hf-Ti}}$ between 17 nm and 26 nm (fabricated from seven different wafers).

A systematic enlargement (up to an extra 50 nm) with respect to the designed JJ width is caused by the proximity effect occurring during the electron-beam exposure. A statistical deviation in the JJ width of maximum ± 20 nm is estimated from scanning electron microscopy (SEM) images. Additionally, due to the above-mentioned proximity effect, the resulting JJ area takes a shape with notably rounded corners.

JJs designed with $w_n = 50$ nm are converted into almost circular-shaped JJs with diameter approximately (80 ± 10) nm [see Figs. 2(a)–2(c)]. For larger JJs, we observe rounding of the corners with a curvature radius $R \sim 40$ nm [Fig.

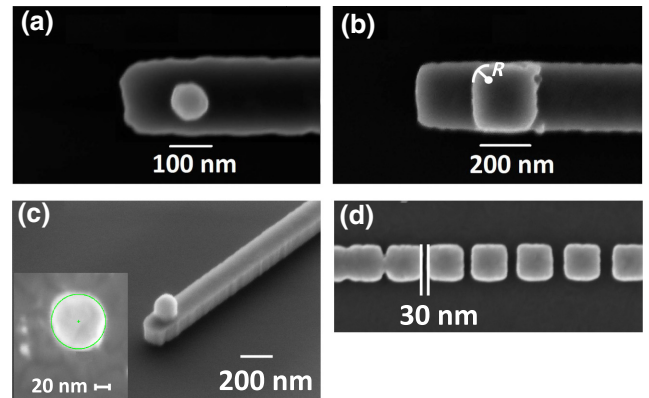


FIG. 2. SEM images of fabricated device structures. Panels (a)–(c) show top electrodes and base wiring [after step (d) in Fig. 1]: (a) JJ with $w = 50$ nm (designed as a square-shaped junction) has a circular shape with diameter (80 ± 10) nm; (b) JJ with $w = 200$ nm has an actual width (230 ± 10) nm and rounded corners with radius $R \sim 40$ nm; (c) 45° tilted view of a JJ with $w = 50$ nm, showing steep sidewalls; inset shows top view of the Al mask after lift-off [step (b) in Fig. 1] with 80 nm diameter (green circle). (d) Test structure with variable spacing between top electrodes [after step (c) in Fig. 1] showing the shortest distance between adjacent JJs of approximately 30 nm.

2(b)]. Therefore, the effect of rounding of the corners and some increase of the junction area (as compared to the nominal JJ size) has to be considered for a precise design of circuits that contain such ultra-small JJs.

For creating nano-SQUIDs with ultra-small size of the out-of-plane loop [33], two JJs have to be placed as close as possible to each other. To explore this limit, we fabricated test structures that contain arrays of free-standing unwired JJs with variable spacing between them. As shown in Fig. 2(d), we achieved the shortest distance of about 30 nm between two JJs that still ensures electric isolation of the JJs. More dense arrangements of elements and their ultimate dimensions will require appropriate tuning of the lithographic steps (i.e., resist thickness, developing parameters, etc.), hard mask lift-off, and etching and deposition times.

III. CURRENT-VOLTAGE CHARACTERISTICS

A set of representative I - V characteristics of $w_n = 50$ and 200 nm JJs, with different barrier thicknesses and, therefore, different j_c is shown in Figs. 3(a) and 3(b), respectively. The I - V curves are measured at $T = 4.2$ K in a current bias mode.

The RSJ model with zero junction capacitance ($\beta_C = 0$) and zero noise ($T = 0$) is applied for fitting [with Eq. (2)] those experimental I - V curves that reveal a linear behavior in the voltage state not too far above I_c , and that do not show any trace of hysteresis (Fig. 3 dashed lines). The fits at low currents are in good agreement with the measurement. At high currents ($I \gtrsim 2I_c - 4I_c$ depending on the sample) the experimental I - V curves deviate from the linear dependence given by Eq. (2), showing a behavior with continuously rising differential resistance [in Fig. 3(a) the I - V curves of JJs with $d_{\text{Hf-Ti}} = 19.5$ and 21.7 nm]. We attribute this to a change in the JJ resistance that is likely caused by appreciable self-heating [37].

Measurements of $\rho_{\text{Hf-Ti}}(T)$ on bare Hf-Ti thin film stripes reveal $\rho_{\text{Hf-Ti}} \approx \text{const}$ at low T , and a continuous increase only above $T \approx 25$ K, which is much higher than the Nb critical temperature $T_c(\text{Nb}) = 9.2$ K as determined from test structures on our wafers. Still, heating of the barrier material only slightly above $T_c(\text{Nb})$ might already impact the adjacent superconductor by making a thin Nb interface layer normal conductive and, therefore, adding to the total JJ resistance. Anyway, the described increase in differential resistance of some of the JJs is observed far from the optimal working point of dc SQUIDs located typically at bias currents per JJ close to I_c [1] and hence should not dramatically impact electric properties of SQUIDs for practical applications.

As can be seen from Fig. 3, the I - V curves of the samples with the smallest $d_{\text{Hf-Ti}}$ exhibit either pronounced hysteresis ($w_n = 200$ nm JJ with $d_{\text{Hf-Ti}} = 17$ nm) or some traces of hysteresis ($w_n = 50$ nm JJ with $d_{\text{Hf-Ti}} = 17$ nm and

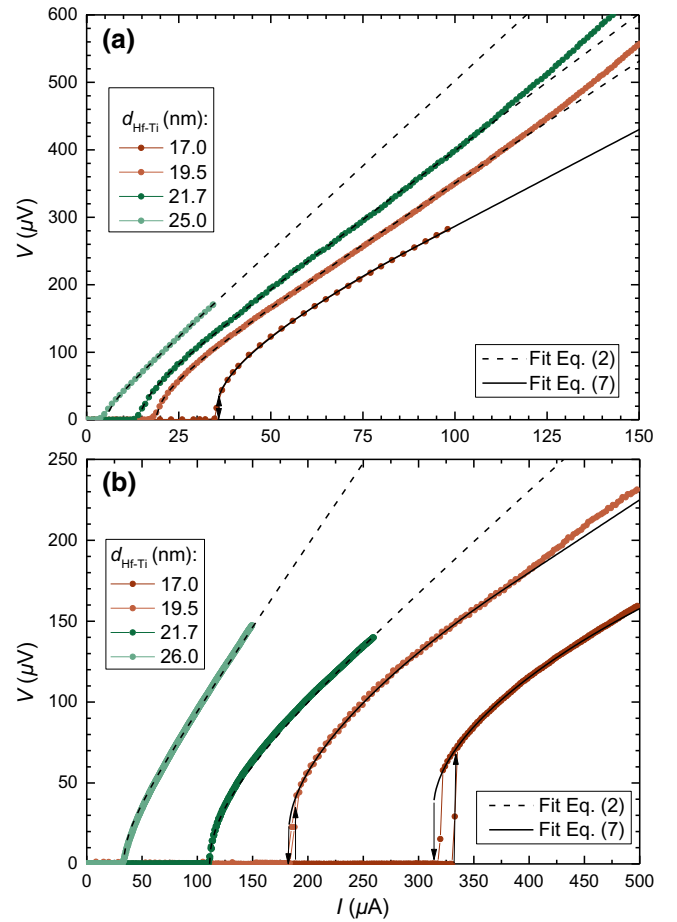


FIG. 3. I - V curves measured at 4.2 K (symbols) of (a) $w_n = 50$ nm and (b) $w_n = 200$ nm JJs with different barrier thicknesses $d_{\text{Hf-Ti}}$. Dashed lines show fits based on the RSJ model Eq. (2). Solid lines show fits based on the extended RSJ model Eq. (7) after Gubankov *et al.* [36].

$w_n = 200$ nm JJ with $d_{\text{Hf-Ti}} = 19.5$ nm). In the literature, there are two leading models that explain hysteresis in SNS junctions. According to the first model, power dissipation can cause a significant rise in the temperature inside the JJ once it switches to the voltage state. Such a self-heating effect of the junction [36–38] leads to the so-called thermal hysteresis. The second model is based on the assumption of a high effective junction capacitance C_{eff} (and, thus, $\beta_C = 2\pi I_c R_n^2 C_{\text{eff}} / \Phi_0 \gtrsim 1$), which may originate from the limited speed of the fundamental energy relaxation mechanism in the normal region [39–41]. However, this mechanism is expected to be relevant for SNS JJs with relatively thick barrier layers, i.e., $d_{\text{Hf-Ti}} \gg \xi_S$ [41], which is not the case in our JJs (ξ_S is the superconductor coherence length of the superconductor layers).

Moreover, we argue that the parasitic capacitance in our samples, which might originate from peripheral components like current lines, is also not responsible for the formation of the hysteresis. Calculations of the capacitance contribution from overlapping Nb layers give relatively

small values, i.e., $C \leq 100$ fF. However, to explain the observed behavior applying the RCSJ model with finite capacitance, one should put the junction capacitance in the range from 0.4 pF to an enormously large value of 12 pF.

We assume that self-heating is the dominant mechanism responsible for hysteresis in our SNS JJs. In the nonzero voltage state the power dissipated in the barrier leads to an elevated temperature T^* and, therefore, to reduced values of the critical current (as, e.g., observed in thin-film Al/Cu/Al SNS JJs [38]). Taking into account the balance of currents in the RSJ model, i.e., $I = I_c \sin \delta + (\Phi_0/2\pi R_n)(\partial\delta/\partial t)$, the average value of the oscillating Josephson current $\langle I_c \sin \delta \rangle = I - V/R_n$ reduces (δ is the gauge-invariant phase difference across the junction). This effect gives rise to lower currents I for given values of V and, hence, to a negative slope region in the I - V curve close to I_c , which for the bias current sweep in both directions is observed as hysteresis. Such behavior has been modeled by Gubankov *et al.* [36].

The Gubankov model (see also Sec. V.D.5. of Ref. [19]) makes two simplifying assumptions. Firstly, the power $P = IV$ dissipated in the junction is assumed to cause a linear increase in temperature

$$\Delta T = T^* - T = \kappa P = \kappa IV, \quad (3)$$

where T is the bath temperature, T^* is an elevated temperature of the junction, and the constant $\kappa \equiv \Delta T/P$ is the thermal resistance of the system. Secondly, a simple linear dependence

$$V_c(T) = \alpha(T_c - T) \quad (4)$$

is assumed, which then yields

$$V_c(T^*) = V_c(T) - \alpha(T^* - T) = V_c(T) - IV/I_T. \quad (5)$$

The term $-IV/I_T$, with the constant $I_T \equiv (\alpha\kappa)^{-1}$, quantifies the self-heating effect and leads, with Eq. (4) inserted into Eq. (3), to a bias-current-dependent elevated temperature

$$T^* = T + \frac{T_c - T}{I_T V_c(T)} IV. \quad (6)$$

The larger I_T the better is the heat transfer from the junction. By inserting Eq. (5) into Eq. (2) from the RSJ model, we obtain [19]

$$I^2 R^2 - V^2 = \begin{cases} [V_c(T) - IV/I_T]^2 & \text{at } T^* < T_c, \\ 0 & \text{at } T^* \geq T_c. \end{cases} \quad (7)$$

We used Eq. (7) for fitting our data. Despite the strong simplifications of the model, our hysteretic I - V curves [JJ with $d_{\text{Hf-Ti}} = 17$ nm in Fig. 3(a) and JJs with $d_{\text{Hf-Ti}} = 17$ and

19.5 nm in Fig. 3(b)] are reasonably well described by the corresponding fits.

We note that a more precise quantitative description requires a detailed analysis of the junction dynamics in the presence of Joule heating, as, e.g., presented in Ref. [42]. This should include the modeling of the heat balance, as, e.g., given in Ref. [38], for the specific geometry of our junctions and should also take into account the correct T dependence of $V_c(T)$ [43].

IV. NORMAL CONDUCTANCE BARRIER PROPERTIES

The determination of the real barrier dimensions is essential for an accurate extraction of the JJ parameters like j_c , from which the coherence length ξ_N in the normal conducting barrier can be estimated. We compare the experimentally determined specific JJ resistance

$$r_n = R_n A, \quad (8)$$

with

$$r'_n = \rho_{\text{Hf-Ti}} d_{\text{Hf-Ti}}, \quad (9)$$

calculated from the resistivity $\rho_{\text{Hf-Ti}}$ of Hf-Ti and the JJ barrier thickness $d_{\text{Hf-Ti}}$. Here, R_n is obtained from the I - V curves as the fitting parameter in the (modified) RSJ model (see Sec. III) and A is the JJ area. Both quantities r_n and r'_n should match within the experimental uncertainty if the JJ resistance is given by $\rho_{\text{Hf-Ti}} d_{\text{Hf-Ti}}/A$. This has been verified by measurements of R_n of comparably large JJs with lateral dimensions greater than 400 nm, for which one can neglect uncertainties in the JJ size. The value of $\rho_{\text{Hf-Ti}} \approx (105 \pm 3) \mu\Omega \text{ cm}$ [44] has been extracted from measurements on a variety of Hf-Ti thin film stripes at $T = 4.2$ K.

Some strict assumptions, however, should be valid for the correctness of this method. First, the thickness of the barrier material should be assumed $d_{\text{Hf-Ti}} = \text{const}$ over the whole JJ area. Additionally, the thin interface regions of Nb contacting the normal conducting layer and, therefore, experiencing penetration of quasiparticles due to the inverse proximity effect, should not contribute substantially to r_n . This effect is negligible, if the boundary condition $\sigma_N/\xi_N \ll \sigma_S/\xi_S$ or, equivalently, $1/(\rho_{\text{Hf-Ti}}\xi_N) \ll 1/(\rho_S\xi_S)$ is satisfied [19]. Here, $\sigma_N = 1/\rho_{\text{Hf-Ti}}$ is the conductivity of the normal conducting layer and $\rho_S = 1/\sigma_S$ is the normal state resistivity of the superconducting layers. With a typical value $\rho_S \approx 3.8 \mu\Omega \text{ cm}$ for the resistivity of our Nb films at T slightly above their transition temperature T_c , we estimate $\xi_S \approx 22$ nm [45,46]. Hence, with a sufficiently large $\xi_N \approx 4.9$ nm (for the determination of ξ_N , see Sec. V) at $T = 4.2$ K, the inverse proximity effect can be neglected to significantly affect r_n of our JJs.

Second, on the linear branch of the I - V curve the generated power should be insufficient to heat up the barrier

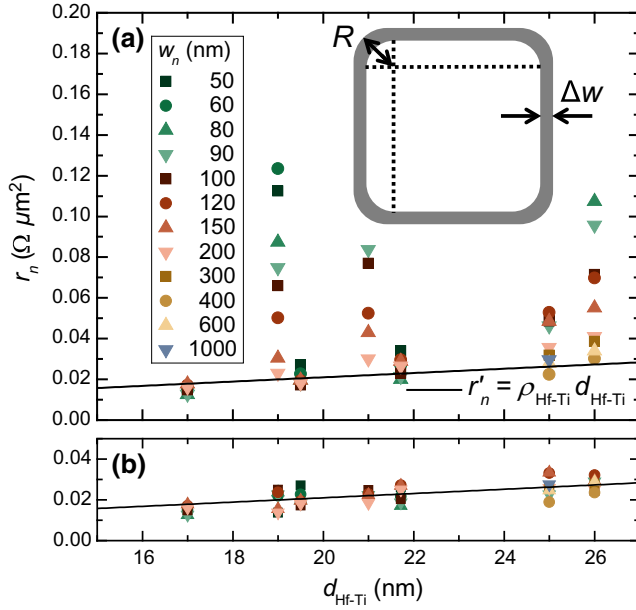


FIG. 4. Specific JJ resistance r_n at 4.2 K versus the barrier thickness $d_{\text{Hf-Ti}}$ for JJs of different size. (a) Raw r_n data, calculated with A_{geom} . (b) Values of r_n recalculated with A_{eff} , considering some inactive region of width Δw along the circumference of the JJs [indicated by the gray region in the inset of (a)].

significantly and thus increase r_n . Analysis of the shapes of the experimental I - V curves shows that the resistance R_n is almost independent of I (see Sec. III). Hence, we conclude that a possible increase of r_n due to heating is also negligible.

In Fig. 4 we show $r_n(d_{\text{Hf-Ti}})$ for JJs of different barrier thickness and junction size. The raw measurement data [Fig. 4(a)] are determined via Eq. (8), using $A = A_{\text{geom}}$ for the JJ area evaluated by using SEM. For comparison, the expected linear behavior of $r'_n(d_{\text{Hf-Ti}})$ from Eq. (9) is shown as the solid line. While the data points for larger JJs are only slightly above the $r'_n(d_{\text{Hf-Ti}})$ line, smaller JJs tend to deviate more strongly. This behavior can be attributed to modifications of the barrier sidewalls, presumably caused by lateral damage during the fabrication process and oxidation. This results in a reduced effective area A_{eff} , as compared to the geometric area A_{geom} .

To quantify the observed behavior, a crude JJ model can be introduced, which considers a complete exclusion of a small peripheral area of the barrier, with width Δw , from the electrical transport [gray region in the inset of Fig. 4(a)]. Obviously, the impact of this inactive region on the transport properties of the JJ is expected to become more pronounced as the nominal junction size becomes smaller. For all JJs, we take the same curvature radius $R = 40$ nm. We then rescale the specific resistance of the JJs calculated with $A = A_{\text{eff}}(A_{\text{geom}}, \Delta w)$. Ideally, for a perfectly stable processing technology, one would expect to find the same

value of Δw for all wafer runs (which realize different values for $d_{\text{Hf-Ti}}$). However, our analysis shows that we can only obtain a good match of $R_n A_{\text{eff}}$ with r'_n if we assume different values of Δw for different wafers (different $d_{\text{Hf-Ti}}$). We have to attribute this to uncontrolled variations of some fabrication conditions, which cause a variation of the edge damage for different wafers.

In Fig. 4(b) we show the rescaled specific resistance of the JJs, i.e., $r_n = R_n A_{\text{eff}}$ versus $d_{\text{Hf-Ti}}$. For JJs with the same barrier thickness (fabricated on the same wafer), a common value of Δw is chosen to scale the average value of their specific resistance to $r'_n(d_{\text{Hf-Ti}})$. For the wafers with $d_{\text{Hf-Ti}} = 19, 21, 25,$ and 26 nm, we obtain $\Delta w = 26, 24, 19,$ and 26 nm, respectively, i.e., Δw close to 20 nm. For JJs with $d_{\text{Hf-Ti}} = 21.7$ nm, we find a much smaller $\Delta w = 3$ nm. And the r_n values of JJs with $d_{\text{Hf-Ti}} = 17$ and 19.5 nm have not been rescaled at all (i.e., $\Delta w = 0$), as they are already very close to $r'_n(d_{\text{Hf-Ti}})$. Note also that the variance of r_n for JJs on the same wafer, i.e., with the same $d_{\text{Hf-Ti}}$, as a function of Δw is close to a minimum when the mean of $r_n(d_{\text{Hf-Ti}})$ approaches $r'_n(d_{\text{Hf-Ti}})$, supporting the rescaling of the data.

V. DEPENDENCE OF THE CRITICAL CURRENT DENSITY j_c AND THE CHARACTERISTIC VOLTAGE V_c ON BARRIER THICKNESS

The dependencies of j_c and V_c at 4.2 K on $d_{\text{Hf-Ti}}$ (from 17 to 26 nm) for the junctions that were analyzed in Sec. IV are shown in Figs. 5(a) and 5(b), respectively. Here, to obtain the critical current density $j_c = I_c/A$, we take $A = A_{\text{eff}}$ from the model introduced in Fig. 4. Under the assumptions that our JJs satisfy (i) the dirty limit condition $l_N \ll \xi_N$ [47], (ii) the boundary condition $\sigma_N/\xi_N \ll \sigma_S/\xi_S$ (see Sec. IV), and (iii) the long junction limit $d_{\text{Hf-Ti}} \gg \xi_N = [\hbar D/(2\pi k_B T)]^{1/2}$, with the diffusion coefficient $D = v_F l_N/3$ (v_F is the Fermi velocity and l_N the mean-free path) and the Boltzmann constant k_B , the presented data can be fitted using the simplified expression [48]

$$j_c = j_{c0} \exp(-d_{\text{Hf-Ti}}/\xi_N). \quad (10)$$

In Fig. 5(b) the data points are calculated from Eq. (1), where I_c and R_n are extracted as the fitting parameters within the framework of the standard [Eq. (2)] or extended [Eq. (7)] RSJ model applied to nonhysteretic or hysteretic I - V curves, respectively. As long as the junction resistance $R_n \propto d_{\text{Hf-Ti}}$, the behavior of V_c is expected to obey the relation

$$V_c = V_{c0} \frac{d_{\text{Hf-Ti}}}{\xi_N} \exp(-d_{\text{Hf-Ti}}/\xi_N). \quad (11)$$

Despite the clear scatter in the data shown in Fig. 5, we find reasonably good agreement with theoretical predictions given by Eqs. (10) and (11) over a sufficiently

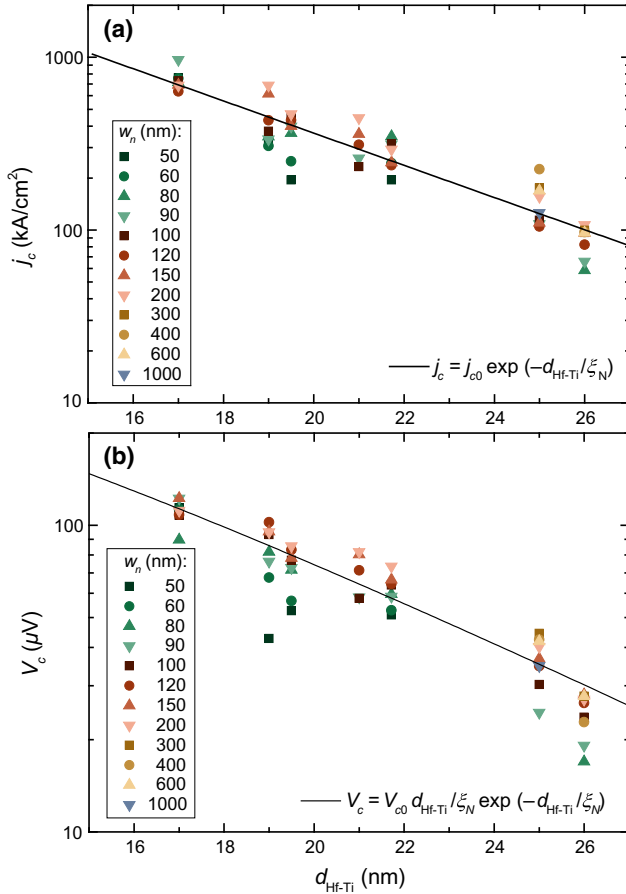


FIG. 5. Experimental data (symbols) of (a) the critical current density j_c and (b) the characteristic voltage V_c , measured at 4.2 K versus the barrier thickness $d_{\text{Hf-Ti}}$. The solid lines are fits to the data, using Eq. (10) in (a) and Eq. (11) in (b).

wide range of $d_{\text{Hf-Ti}}$ with fitting parameters $j_{c0} = (27 \pm 13)$ MA/cm², $V_{c0} = (930 \pm 110)$ μ V, and $\xi_N = (4.85 \pm 0.75)$ nm. We note that most of the data points for the smaller JJs in both plots lie below the fitted curve whereas the data for larger JJs are above the fit. This behavior may be related to some degradation of the barrier properties close to the inactive peripheral area. We also note that, from Eqs. (9)–(11), the relation $V_{c0}/(j_{c0}\xi_N) = \rho_{\text{Hf-Ti}}$ follows. With the obtained fit parameters we calculate $V_{c0}/(j_{c0}\xi_N) = (71 \pm 37)$ $\mu\Omega$ cm. The independently determined value for $\rho_{\text{Hf-Ti}} = (105 \pm 3)$ $\mu\Omega$ cm is at the upper limit, but still within the confidence interval for $V_{c0}/(j_{c0}\xi_N)$.

VI. NOISE PROPERTIES

Within the RSJ model, the white noise of a JJ is considered by thermal Johnson-Nyquist noise of resistance R_n . In the case of a conventional SIS JJ design, R_n is due to a separate metallic film (shunt resistor) located not in immediate proximity to the JJ and not necessarily extremely

small, which therefore can be reasonably well thermalized. In SNS JJs, the barrier itself nicely conducts due to quasiparticles, and hence serves as the shunt resistor. Because of the rather small volume of the barrier and poor thermal conductance of the superconducting electrodes, the heat transfer from the barrier is not optimal and, as illustrated in the previous sections, can lead to the rise of the local electron (quasiparticle) temperature in the barrier. The consequence of this effect, thus, should not only be the appearance of hysteresis in the I - V curves, but also some increase of thermal noise, as will be analyzed in the following.

In Fig. 6(a) we show four selected spectra of the root-mean-square (rms) spectral density of the voltage noise $S_V^{1/2}$ versus frequency f at $T = 4.2$ K, recorded at different I values along the I - V curve (Fig. 6(c), circles) of a $w_n = 50$ nm JJ with $d_{\text{Hf-Ti}} = 17$ nm. The low-frequency part of those spectra shows the approximate scaling $S_V \propto 1/f$ and will be discussed at the end of this section. Here, we focus on the white noise in those spectra. In Fig. 6(b) we show $S_V^{1/2}(I)$ (circles), obtained from six voltage noise spectra at frequency $f = 100$ kHz. This frequency is above the $1/f$ corner (approximately 10–20 kHz) and, therefore, characterizes the white noise level of the JJ. The measurements are carried out at $T = 4.2$ K in a magnetically shielded environment making use of a two-stage cascade readout with a SQUID amplifier as described in Ref. [32]. The noise contribution of our measurement setup is verified to be negligible through measurements of the Johnson-Nyquist noise of a stand-alone cold resistor ($R = 1$ Ω) connected instead of a JJ.

For comparison with experimental white noise data, we calculate the rms voltage noise via

$$S_V(I) = 4k_B T^*(I) \frac{R_d^2(I)}{R_n} \left[1 + 0.5 \left(\frac{I_c(T^*)}{I} \right)^2 \right] \quad (12)$$

(with the differential resistance $R_d \equiv dV/dI$), which takes into account the contribution of the down-mixed high-frequency noise [the term proportional to $(I_c/I)^2$], as derived from the RSJ model [49,50]. To obtain the relevant quantities that enter into Eq. (12), we fitted the measured I - V curve at 4.2 K to the extended model, Eq. (7), as shown in Fig. 6(c). In Fig. 6(b) we show the according fit to the experimental $R_d(I)$ curve. This fit yields $R_n = 3$ Ω , $I_c = 40.6$ μ A [i.e., $V_c(4.2$ K) = 121.5 μ V], $I_T = 170.3$ μ A, and the dependence $R_d(I)$ that enters into Eq. (12). From Eq. (5) we obtain $I_c(T^*) = V_c(T^*)/R_n$. With $T_c = 9.2$ K we obtain $T^*(I)$ via Eq. (6), as shown in Fig. 6(c). From Eq. (4) we then obtain $\alpha = 24.3$ μ V/K, which gives $\kappa = (\alpha I_T)^{-1} = 2.42 \times 10^8$ (K/W).

Obviously, the extended RSJ model predicts a significant increase of T^* with I , which reaches up to T_c within the bias current range shown in Fig. 6. The calculated $S_V(I)$ from Eq. (12) is shown in Fig. 6(b) as a thick solid

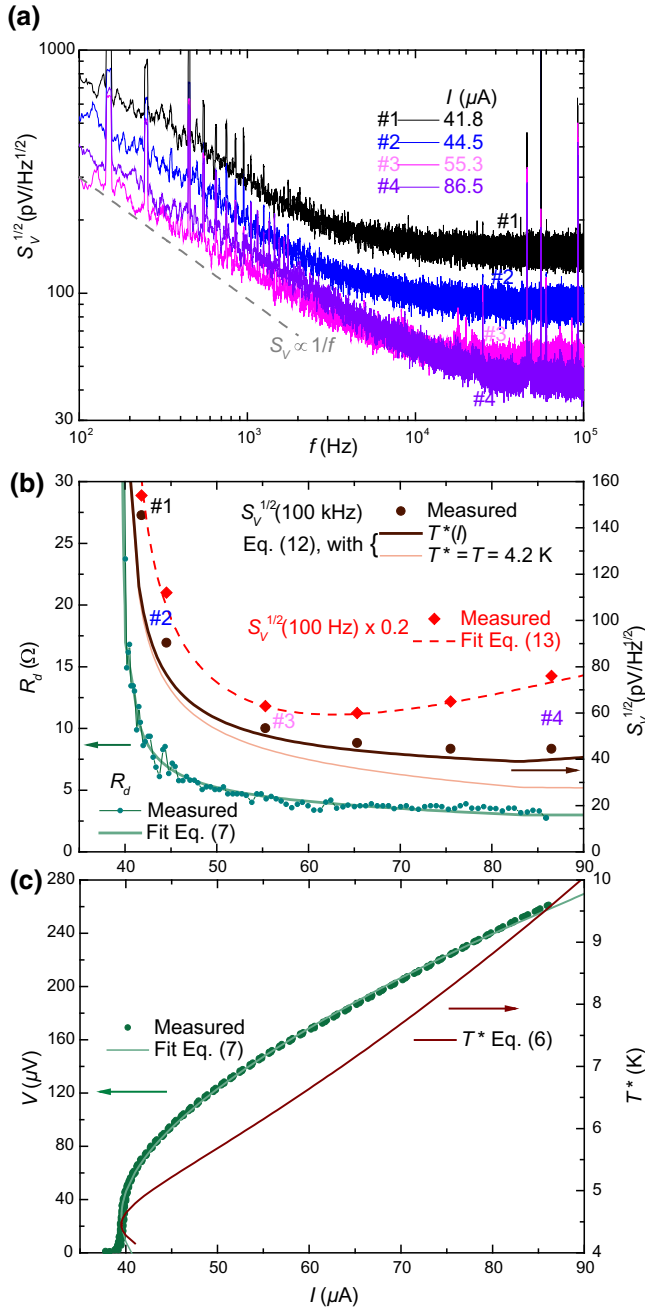


FIG. 6. Electric transport and noise properties of a $w_n = 50$ nm JJ ($d_{\text{HF-Ti}} = 17$ nm) measured at $T = 4.2$ K. (a) rms voltage noise spectra $S_V^{1/2}(f)$ taken at four different values of the current I . The dashed line indicates $1/f$ noise. (b) Differential resistance R_d (small circles plus thin line) and rms voltage noise $S_V^{1/2}$ [labels nos. 1–4 refer to spectra in (a)] in the thermal white noise (circles) and $1/f$ noise (diamonds) regimes versus the current $I \gtrsim I_c$. For comparison, solid thick lines show calculations based on the extended RSJ model Eqs. (7) and (12), with $T^*(I)$ due to self-heating (thick line). The solid thin line shows the calculated $S_V^{1/2}(I)$ if one neglects heating. The dashed line is a fit to the low- f data (both scaled by a factor of 0.2). (c) Measured (circles) and fitted (solid line) I - V curves based on the extended RSJ model and effective temperature $T^*(I)$ calculated from Eq. (6).

line. Despite the simplifying assumptions of the extended RSJ model, we find reasonably good agreement with the experimental data, which are systematically slightly above the calculation; however, the qualitative dependence of S_V on I is reproduced. For comparison, the thin solid line in Fig. 6(b) shows the calculated $S_V(I)$ assuming that $T^* = T = 4.2$ K, i.e., negligible self-heating, which yields an increasing deviation from the experimental noise data with increasing I .

We conclude that thermal imbalance induced by large dissipation inside the small volume of the Hf-Ti barrier leads to an elevated effective temperature T^* , which increases with bias current I , and which primarily causes the discrepancy between the experiment and the theory if self-heating is neglected.

Finally, we address the $1/f$ noise, which is visible in the voltage noise spectra shown in Fig. 6(a) and clearly depends on the applied current I . To illustrate this, we include in Fig. 6(b) the measured $S_V^{1/2}(100 \text{ Hz})$ versus I (diamonds). Noise measurements on nano-SQUIDS based on our SNS JJs revealed $1/f$ noise in the flux noise spectra, which could be suppressed by applying a bias reversal scheme. This indicates that the $1/f$ noise is due to critical current and resistance fluctuations in our JJs [32,34]. To quantify the strength of those fluctuations in the single JJ discussed here, we follow the analysis described in Refs. [51,52], which yields, for the spectral density of the voltage noise of a single JJ in the $1/f$ -noise regime,

$$S_V(f) = (V - R_d I)^2 S_i(f) + V^2 S_r(f) + k(V - R_d I) V S_{ir}(f). \quad (13)$$

Here, $S_i = S_{I_c}/I_c^2$ and $S_r = S_{R_n}/R_n^2$ are normalized spectral densities of critical current and resistance fluctuations, respectively, $S_{ir} = \sqrt{S_{I_c} S_{R_n}}/(I_c R_n)$ is the normalized cross-spectral density of the fluctuations, and k is a correlation factor, which can take values from -2 to $+2$ for fully antiphase and in-phase correlated I_c and R_n fluctuations, respectively [52]. The dashed line in Fig. 6(b) shows a fit of the $S_V^{1/2}(100 \text{ Hz})$ data to Eq. (13). From the fit, we obtain the parameters $S_i(100 \text{ Hz}) = (5.2 \pm 1.4) \times 10^{-12}/\text{Hz}$, $S_r = (2.0 \pm 0.7) \times 10^{-12}/\text{Hz}$, and $k = (-0.1 \pm 1.1)$. The values obtained for S_i and S_r have the same order of magnitude, which means that I_c and R_n fluctuations have similar strength. The correlation factor k is close to zero; however, due to the large error (95% confidence interval), we cannot draw the conclusion that the fluctuations are uncorrelated.

For SIS Josephson junctions, the major source of $1/f$ noise is attributed to I_c and R_n fluctuations that are caused by trapping and detrapping of charge carriers in a sufficiently large number of defects (localized electronic states) in the tunnel barrier [53]. For Nb- and Al-based SIS JJs with AlO_x barriers, empirical relations for S_i and $S_r \propto$

$T^2/(Af)$ [54] or $\propto T/(Af)$ [55] have been found. Inserting numbers for our SNS JJ ($T = 4.2$ K, $A = 5 \times 10^{-3}$ μm^2 , $f = 100$ Hz) into the relation given in Ref. [55] predicts $S_i = S_r \approx 0.8 \times 10^{-12}$ /Hz, which is not too far from our fit parameters obtained above and about 2 orders of magnitude lower than obtained with the relation given in Ref. [54]. However, the $1/f$ noise data used in Refs. [54] and [55] refer to much larger JJs from several square micrometres to 0.1 μm^2 . For SIS JJs with smaller area, the low-frequency noise is described by the superposition of only one or a few Lorentzians, which indicates that only one or a few traps are dominating the noise. This is in strong contrast to the almost featureless $1/f$ noise that we observe for our SNS JJ. Hence, although the strength of I_c and R_n fluctuations seems to be comparable to SIS JJs with tunnel barriers, the mechanism that causes those low-frequency fluctuations in our SNS JJs is unknown. Here, we note that a model for I_c fluctuations based on a large density of Kondo states at subgap energies located at the SI interfaces in tunnel junctions has been proposed, which could explain a featureless $1/f$ noise even in very small JJs [56]. It has also been argued that the spin of a Kondo trap may couple to both superconducting electrodes, altering the phase difference across the JJ, and hence leading to I_c fluctuations [57]. However, it is unclear at the moment whether such a mechanism may also be relevant for SNS JJs.

VII. IMPLICATIONS FOR NANO-SQUID PERFORMANCE

For the application of nano-SQUIDs to the detection of the magnetization reversal of individual MNPs, the spin sensitivity $S_\mu^{1/2} = S_\Phi^{1/2}/\phi_\mu$ (with units $\mu_B/\sqrt{\text{Hz}}$; μ_B is the Bohr magneton) is a figure of merit, as this quantifies the minimum number of spin flips that can be detected in a bandwidth of 1 Hz. Obviously, to optimize $S_\mu^{1/2}$, one has to realize nano-SQUIDs with as low as possible spectral density of flux noise S_Φ and achieve as strong as possible coupling between the nano-SQUID and a MNP, quantified by the coupling factor ϕ_μ (magnetic flux Φ per moment μ coupled to a SQUID by a MNP with magnetic moment μ).

Regarding minimization of SQUID noise, we first consider the energy resolution $\varepsilon \equiv S_\Phi/2L$ in the thermal white noise limit for symmetric dc SQUIDs with inductance L of the SQUID loop and dimensionless screening parameter $\beta_L \equiv 2LI_c/\Phi_0$ (I_c is the critical current per JJ). From numerical simulations based on the RCSJ model (with most practical flux bias close to $\Phi_0/4$), a minimum in $\varepsilon(\beta_L)$ has been predicted at $\beta_{L,\text{opt}} \approx 0.5$ as $\varepsilon_{\text{min}} \equiv \varepsilon(\beta_{L,\text{opt}}) \approx 3\Phi_0 k_B T/V_c$ [58–60]. A similar result can be obtained by extrapolation of the analytical formula Eq. (7.45a) of Ref. [61], derived in the framework of the RSJ model for small values of β_L (less than or similar to 0.3). Clearly, ε_{min} can be reduced by making V_c as large as possible and setting the flux bias point closer to $\Phi_0/2$ [61,62].

For our JJ technology, a larger V_c is achieved by choosing an as small as possible Hf-Ti barrier thickness. For the smallest $d_{\text{Hf-Ti}} = 17$ nm (i.e., $V_c \approx 0.1$ mV) used in this work, we estimate $\varepsilon_{\text{min}} \approx 5.4h$ (h is the Planck constant) at $T = 4.2$ K, with ε_{min} taken from numerical simulations.

The flux noise $S_\Phi = 2L\varepsilon$ can then be minimized by choosing $\beta_L = \beta_{L,\text{opt}}$ (i.e., $\varepsilon = \varepsilon_{\text{min}}$) and choosing L as small as possible. With $d_{\text{Hf-Ti}} = 17$ nm (and $j_{c0} = 27$ MA/cm² and $\xi_N = 4.85$ nm) inserted into Eq. (10), the condition $\beta_L = 0.5$ yields the condition for the optimum effective lateral JJ size $w_{\text{eff}} \equiv \sqrt{A_{\text{eff}}} \approx 250$ nm/ $\sqrt{L/\text{pH}}$.

The microstriplike geometry of our nano-SQUIDs [33] (two Nb lines on top of each other, vertically connected by two JJs) allows for the realization of small SQUID inductance, which can be adjusted by the distance d_{JJ} between the JJs. So far, a typical $d_{\text{JJ}} = 600$ nm yields $L \approx 1$ pH [33]. For fixed $L = 1$ pH (and $d_{\text{Hf-Ti}} = 17$ nm, $w_{\text{eff}} = 250$ nm, i.e., $\beta_L = 0.5$), we find an optimum $S_\Phi^{1/2} \approx 41$ $n\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$, predicted from numerical simulation. This is in the range of lowest values achieved so far for nano-SQUIDs at 4.2 K [9,14,21].

With the improved nanopatterning technology, demonstrated in this work, the realization of Nb lines with 100 nm \times 100 nm cross section is feasible. For a MNP placed at a 10 nm distance to the loop, our simulations of the coupling factor [63] yield $\phi_\mu \approx 13$ $n\Phi_0/\mu_B$. With $S_\Phi^{1/2} \approx 41$ $n\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$, predicted from numerical simulations for optimum β_L and $L = 1$ pH, this results in an estimated optimum spin sensitivity of approximately $3\mu_B/\sqrt{\text{Hz}}$. Obviously, biasing the nano-SQUID in the voltage state, slightly above the critical current, will slightly increase the values for optimum rms flux noise and spin sensitivity due to self-heating.

The predicted optimum flux noise at $L = 1$ pH, however, requires a fairly large JJ size, which in turn favors hysteresis in the I - V curves [cf. Fig. 3(b)]. In principle, L can be reduced even further by reducing d_{JJ} ; however, this will require even larger JJ sizes to achieve optimum noise performance. Moreover, smaller d_{JJ} will also reduce the mutual inductance between one of the Nb lines and the SQUID, which will make flux feedback more difficult.

VIII. CONCLUSIONS

We present here an optimized fabrication technology for downscaling the lateral size of self-shunted Nb-based tri-layer sandwich-type SNS Josephson junctions to below 100 nm. The use of the high-resistivity material Hf-Ti as a normal conducting layer provides characteristic voltages V_c up to above 100 μV and high critical current densities j_c approaching 10^6 A/cm² at $T = 4.2$ K for the thinnest barrier with thickness $d_{\text{Hf-Ti}} = 17$ nm, used in this study. There is certainly room for further increases in V_c and j_c with a further decrease in $d_{\text{Hf-Ti}}$.

Because of the much higher j_c , as compared to trilayer SIS Josephson junctions with an insulating barrier, this SNS junction technology offers the opportunity to develop ultrasensitive strongly miniaturized nano-SQUIDs, which can be used for high-resolution SQUID microscopy and for the investigation of individual magnetic nanoparticles. For such nano-SQUID applications, constriction-type junctions (Dayem bridges) in single-layer devices are commonly used. So far, sandwich-type junctions for nano-SQUID applications have suffered from their stronger sensitivity to external magnetic fields, simply related to the larger junction size, as compared to Dayem bridges. This problem can be solved by decreasing the SNS junction size and Nb linewidth with the technology presented here.

In comparison to Dayem bridges, trilayer SNS junctions offer the advantage of better tunability of their electric transport characteristics via proper choice of barrier thickness. Moreover, the electric transport and thermal white noise properties of these SNS junctions, and SQUIDs based on them, can be well described within the RSJ model, which allows one to optimize the SQUID performance based on numerical simulation studies. In contrast, the proper modeling of Dayem bridges is not well developed, and also their strong sensitivity to small variations in size significantly hamper SQUID optimization.

The increases in j_c and V_c upon decreasing $d_{\text{HF-Ti}}$ cause self-heating of the junctions biased in the voltage state. This leads to hysteresis in the I - V curves, which is detrimental to SQUID readout in the voltage state, and which is an issue for many nanoscale Josephson junctions, including Dayem bridges. The choice of a smaller JJ area, and concomitant reduction in I_c , results in reduced heating; this should also enable us to operate the nano-SQUIDs down to lower T (which comes with an increase in j_c) before hysteresis sets in. In this paper, we have analyzed self-heating effects within a relatively simple extended RSJ model. Certainly, more efforts are required to efficiently improve heat removal from the junctions. A more detailed analysis of heating effects, including the proper temperature dependence of JJ properties, will be treated in a separate publication [43].

A so far unexplored issue has been $1/f$ noise in SNS JJs and SQUIDs based on them. We have shown for one of our smallest SNS JJs that an almost featureless $1/f$ noise due to critical current and resistance fluctuations is present, and that its magnitude is comparable to SIS JJs with AlO_x tunnel barriers. However, the microscopic origin of this $1/f$ noise in our SNS JJ is unknown. With the JJ technology introduced here, one now can perform detailed studies on the level of $1/f$ noise as a function of lateral JJ size, barrier thickness, and temperature, which may provide important information on the basic mechanism of $1/f$ noise in SNS JJs.

Finally, we note that the advances in deep submicron SNS junction technology presented here offer the opportunity to make full use of the further advantages of SNS sandwich-type junctions for nano-SQUID applications. In particular, this multilayer technology provides the possibility to create much more complex and advanced nano-SQUID architectures, as, e.g., the three-dimensional vector nano-SQUID [33] or nano-SQUID susceptometers [34], including serial gradiometers and auxiliary components, such as gradiometric feedback loops gradiometric transformers and rf filters. This may significantly widen the application potential of nano-SQUIDs in the field of nanomagnetism and high-resolution magnetic imaging.

ACKNOWLEDGMENTS

The authors thank K. Störr, R. Wendisch, P. Hinze, and J. Felgner for their help throughout the wafer fabrication and support at the SEM equipment, and J. Kohlmann for fruitful discussions. B.M. acknowledges funding by the German Academic Scholarship Foundation. M.J.M.-P. acknowledges funding by the Alexander von Humboldt Foundation. This work is supported by Deutsche Forschungsgemeinschaft (DFG) (Grants No. KI 698/3-1, 3-2, No. KO 1303/13-1, 13-2, No. SCHU 1950/5-1, and No. BE 6680/1-2) and the COST action NANOCOBYBRI (Grant No. CA 16218).

-
- [1] John Clarke, Alex I. Braginski, eds., *The SQUID Handbook Vol. I Fundamentals and Technology of SQUIDs and SQUID Systems* (Wiley-VCH, Weinheim, 2004).
 - [2] John Clarke, Alex I. Braginski, eds., *The SQUID Handbook Vol. II Applications of SQUIDs and SQUID Systems* (Wiley-VCH, Weinheim, 2006).
 - [3] John Gallop, SQUIDs: Some limits to measurement, *Supercond. Sci. Technol.* **16**, 1575 (2003).
 - [4] V. Bouchiat, Detection of magnetic moments using a nano-SQUID: Limits of resolution and sensitivity in near-field SQUID magnetometry, *Supercond. Sci. Technol.* **22**, 064002 (2009).
 - [5] W. Wernsdorfer, From micro- to nano-SQUIDs: Applications to nanomagnetism, *Supercond. Sci. Technol.* **22**, 064013 (2009).
 - [6] C. Granata and A. Vettoliere, Nano superconducting quantum interference device: A powerful tool for nanoscale investigations, *Phys. Rep.* **614**, 1 (2016).
 - [7] M. J. Martínez-Pérez and D. Koelle, NanoSQUIDs: Basics & recent advances, *Phys. Sci. Rev.* **2**, 20175001 (2017).
 - [8] A. Buchter, J. Nagel, D. Ruffer, F. Xue, D. P. Weber, O. F. Kieler, T. Weimann, J. Kohlmann, A. B. Zorin, E. Russo-Averchi, R. Huber, P. Berberich, A. Fontcuberta i Morral, M. Kemmler, R. Kleiner, D. Koelle, D. Grundler, and M. Poggio, Reversal Mechanism of an Individual Ni Nanotube Simultaneously Studied by Torque and SQUID Magnetometry, *Phys. Rev. Lett.* **111**, 067202 (2013).

- [9] T. Schwarz, R. Wölbing, C. F. Reiche, B. Müller, M. J. Martínez-Pérez, T. Mühl, B. Büchner, R. Kleiner, and D. Koelle, Low-Noise $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$ nano-SQUIDs for Performing Magnetization-Reversal Measurements on Magnetic Nanoparticles, *Phys. Rev. Appl.* **3**, 044011 (2015).
- [10] M. J. Martínez-Pérez, B. Müller, D. Schwebius, D. Korinski, R. Kleiner, J. Sesé, and D. Koelle, NanoSQUID magnetometry of individual cobalt nanoparticles grown by focused electron beam induced deposition, *Supercond. Sci. Technol.* **30**, 024003 (2017).
- [11] M. J. Martínez-Pérez, B. Müller, J. Lin, L. A. Rodriguez, E. Snoeck, R. Kleiner, J. Sesé, and D. Koelle, Magnetic vortex nucleation and annihilation in bi-stable ultra-small ferromagnetic particles, *Nanoscale* **12**, 2587 (2020).
- [12] L. Chen, W. Wernsdorfer, C. Lampropoulos, G. Christou, and I. Chiorescu, On-chip SQUID measurements in the presence of high magnetic fields, *Nanotechnology* **21**, 405504 (2010).
- [13] S. Mandal, T. Bautze, O. A. Williams, C. Naud, É. Bustarret, F. Omnès, P. Rodière, T. Meunier, C. Bäuerle, and L. Saminadayar, The diamond superconducting quantum interference device, *ACS Nano* **5**, 7144 (2011).
- [14] D. Vasyukov, Y. Anahory, L. Embon, D. Halbertal, J. Cuppens, L. Ne'eman, A. Finkler, Y. Segev, Y. Myasoedov, M. L. Rappaport, M. E. Huber, and E. Zeldov, A scanning superconducting quantum interference device with single electron spin sensitivity, *Nat. Nanotechnol.* **8**, 639 (2013).
- [15] T. Schwarz, J. Nagel, R. Wölbing, M. Kemmler, R. Kleiner, and D. Koelle, Low-noise nano superconducting quantum interference device operating in tesla magnetic fields, *ACS Nano* **7**, 844 (2013).
- [16] A. H. Miklich, D. Koelle, T. J. Shaw, F. Ludwig, D. T. Nemeth, E. Dantsker, J. Clarke, N. McN. Alford, T. W. Button, and M. S. Colclough, Low-frequency excess noise in $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-x}$ dc superconducting quantum interference devices cooled in static magnetic fields, *Appl. Phys. Lett.* **64**, 3494 (1994).
- [17] R. Wölbing, J. Nagel, T. Schwarz, O. Kieler, T. Weimann, J. Kohlmann, A. B. Zorin, M. Kemmler, R. Kleiner, and D. Koelle, Nb nano superconducting quantum interference devices with high spin sensitivity for operation in magnetic fields up to 0.5 T, *Appl. Phys. Lett.* **102**, 192601 (2013).
- [18] J. Nagel, A. Buchter, F. Xue, O. F. Kieler, T. Weimann, J. Kohlmann, A. B. Zorin, D. Ruffer, E. Russo-Averchi, R. Huber, P. Berberich, A. Fontcuberta i Morral, D. Grundler, R. Kleiner, D. Koelle, M. Poggio, and M. Kemmler, Nanoscale multifunctional sensor formed by a Ni nanotube and a scanning Nb nanoSQUID, *Phys. Rev. B* **88**, 064425 (2013).
- [19] K. K. Likharev, Superconducting weak links, *Rev. Mod. Phys.* **51**, 101 (1979).
- [20] L. Fritzsche, H. Elsner, M. Schubert, and H.-G. Meyer, SNS and SIS Josephson junctions with dimensions down to the submicron region prepared by a unified technology, *Supercond. Sci. Technol.* **12**, 880 (1999).
- [21] M. Schmelz, A. Vettoliere, V. Zakosarenko, N. De Leo, M. Fretto, R. Stolz, and C. Granata, 3D nanoSQUID based on tunnel nano-junctions with an energy sensitivity of $1.3 h$ at 4.2 K, *Appl. Phys. Lett.* **111**, 032604 (2017).
- [22] A. W. Kleinsasser, R. E. Miller, W. H. Mallison, and G. B. Arnold, Observation of Multiple Andreev Reflections in Superconducting Tunnel Junctions, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 1738 (1994).
- [23] D. Hagedorn, O. Kieler, R. Dolata, R. Behr, F. Müller, J. Kohlmann, and J. Niemeyer, Modified fabrication of planar sub- μm superconductor-normal metal-superconductor Josephson junctions for use in a Josephson arbitrary waveform synthesizer, *Supercond. Sci. Technol.* **19**, 294 (2006).
- [24] B. Baek, P. D. Dresselhaus, and S. P. Benz, Co-sputtered amorphous $\text{Nb}_x\text{Si}_{1-x}$ barriers for Josephson-junction circuits, *IEEE Trans. Appl. Supercond.* **16**, 1966 (2006).
- [25] F. Müller, T. Scheller, R. Wendisch, R. Behr, O. Kieler, L. Palafox, and J. Kohlmann, NbSi barrier junctions tuned for metrological applications up to 70 GHz: 20 V arrays for programmable Josephson voltage standards, *IEEE Trans. Appl. Supercond.* **23**, 1101005 (2013).
- [26] W. C. Stewart, Current-voltage characteristics of Josephson junctions, *Appl. Phys. Lett.* **12**, 277 (1968).
- [27] D. E. McCumber, Effect of ac impedance on dc voltage-current characteristics of superconductor weak-link junctions, *J. Appl. Phys.* **39**, 3113 (1968).
- [28] L. G. Aslamazov, A. I. Larkin, and Yu. N. Ovchinnikov, Josephson effect in superconductors separated by a normal metal, *Sov. Phys. JETP* **28**, 171 (1969), *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* **55**, 323–335 (1969).
- [29] D. Hazra, L. M. A. Pascal, H. Courtois, and A. K. Gupta, Hysteresis in superconducting short weak links and μ -SQUIDs, *Phys. Rev. B* **82**, 184530 (2010).
- [30] N. Kumar, C. B. Winkelmann, S. Biswas, H. Courtois, and A. K. Gupta, Controlling hysteresis in superconducting constrictions with a resistive shunt, *Supercond. Sci. Technol.* **28**, 072003 (2015).
- [31] J. Nagel, O. F. Kieler, T. Weimann, R. Wölbing, J. Kohlmann, A. B. Zorin, R. Kleiner, D. Koelle, and M. Kemmler, Superconducting quantum interference devices with submicron Nb/HfTi/Nb junctions for investigation of small magnetic particles, *Appl. Phys. Lett.* **99**, 032506 (2011).
- [32] J. Beyer, M. Klemm, J. H. Storm, O. Kieler, T. Weimann, and V. Morosh, Noise of dc-SQUIDs with planar sub-micrometer Nb/HfTi/Nb junctions, *Supercond. Sci. Technol.* **28**, 085011 (2015).
- [33] M. J. Martínez-Pérez, D. Gella, B. Müller, V. Morosh, R. Wölbing, J. Sesé, O. Kieler, R. Kleiner, and D. Koelle, Three-axis vector nano superconducting quantum interference device, *ACS Nano* **10**, 8308 (2016).
- [34] S. Bechstein, C. Köhn, D. Drung, J.-H. Storm, O. Kieler, V. Morosh, and T. Schurig, Investigation of nanoSQUID designs for practical applications, *Supercond. Sci. Technol.* **30**, 034007 (2017).
- [35] O. F. Kieler, R. Iuzzolino, and J. Kohlmann, Sub- μm SNS Josephson junction arrays for the Josephson arbitrary waveform synthesizer, *IEEE Trans. Appl. Supercond.* **19**, 230 (2009).
- [36] V. N. Gubankov, K. K. Likharev, and N. M. Margolin, Properties of superconducting point contacts, *Sov. Phys. - Solid State* **14**, 819 (1972), *Fiz. Tverd. Tela* **14**, 953–960 (1972).

- [37] W. J. Skocpol, M. R. Beasley, and M. Tinkham, Self-heating hotspots in superconducting thin-film microbridges, *J. Appl. Phys.* **45**, 4054 (1974).
- [38] H. Courtois, M. Meschke, J. T. Peltonen, and J. P. Pekola, Origin of Hysteresis in a Proximity Josephson Junction, *Phys. Rev. Lett.* **101**, 067002 (2008).
- [39] Y. Song, Origin of “capacitance” in superconducting microbridges, *J. Appl. Phys.* **47**, 2651 (1976).
- [40] A. Baratoff and L. Kramer, in *Proc. of the Internat. Conf. on Superconducting Quantum Interference Devices and their Applications*, edited by H. D. Hahlbohm and H. Lübbig (Walter de Gruyter, New York, 1977), p. 51.
- [41] L. Angers, F. Chiodi, G. Montambaux, M. Ferrier, S. Guéron, H. Bouchiat, and J. C. Cuevas, Proximity dc squids in the long-junction limit, *Phys. Rev. B* **77**, 165408 (2008).
- [42] A. K. Gupta, N. Kumar, and S. Biswas, Temperature and phase dynamics in superconducting weak-link, *J. Appl. Phys.* **116**, 173901 (2014).
- [43] J. Linek, R. Varga, K. Wurster, B. Müller, V. Morosh, T. Weimann, O. Kieler, R. Kleiner, and D. Koelle, Self-heating effects in SNS Nb-HfTi-Nb sub- μm Josephson junctions (unpublished).
- [44] J. Felgner, O. F. Kieler, J. Schurr, J. Herick, S. Bauer, R. Wendisch, and K. Störr, Evaluation of material parameters for on-chip capacitors and resistors for superconducting circuits, Poster presentation at Kryoelektronische Bauelemente 2017, Bad Aibling (Germany).
- [45] M. Tinkham, *Introduction to Superconductivity* (Dover Publications, Inc., Mineola, N.Y., 2004).
- [46] A. F. Mayadas, R. B. Laibowitz, and J. J. Cuomo, Electrical characteristics of rf-sputtered single-crystal Niobium films, *J. Appl. Phys.* **43**, 1287 (1972).
- [47] P. G. De Gennes, Boundary effects in superconductors, *Rev. Mod. Phys.* **36**, 225 (1964).
- [48] K. A. Delin and A. W. Kleinsasser, Stationary properties of high-critical-temperature proximity effect Josephson junctions, *Supercond. Sci. Technol.* **9**, 227 (1996).
- [49] K. K. Likharev and V. K. Semenov, Fluctuation spectrum in superconducting point junctions, *JETP Lett.* **15**, 442 (1972), *ZhETF Pis. Red.* **15**, 625–629 (1972).
- [50] R. H. Koch, D. J. Van Harlingen, and J. Clarke, Quantum-Noise Theory for the Resistively Shunted Josephson Junction, *Phys. Rev. Lett.* **45**, 2132 (1980).
- [51] A. H. Miklich, J. Clarke, M. S. Colelough, and K. Char, Flicker ($1/f$) noise in biepitaxial grain boundary junctions of $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-x}$, *Appl. Phys. Lett.* **60**, 1899 (1992).
- [52] A. Marx, U. Fath, W. Ludwig, R. Gross, and T. Amrein, $1/f$ noise in $\text{Bi}_2\text{Sr}_2\text{CaCu}_2\text{O}_{8+x}$ bicrystal grain-boundary Josephson junctions, *Phys. Rev. B* **51**, 6735 (1995).
- [53] C. T. Rogers and R. A. Buhrman, Composition of $1/f$ Noise in Metal-Insulator-Metal Tunnel Junctions, *Phys. Rev. Lett.* **53**, 1272 (1984).
- [54] D. J. Van Harlingen, T. L. Robertson, B. L. T. Plourde, P. A. Reichardt, T. A. Crane, and J. Clarke, Decoherence in Josephson-junction qubits due to critical-current fluctuations, *Phys. Rev. B* **70**, 064517 (2004).
- [55] C. D. Nugroho, V. Oryanchik, and D. J. Van Harlingen, Low frequency resistance and critical current fluctuations in Al-based Josephson junctions, *Appl Phys. Lett.* **102**, 142602 (2013).
- [56] L. Faoro and L. B. Ioffe, Microscopic origin of critical current fluctuations in large, small, and ultra-small area Josephson junctions, *Phys. Rev. B* **75**, 132505 (2007).
- [57] L. Faoro, A. Kitaev, and L. B. Ioffe, Quasiparticle Poisoning and Josephson Current Fluctuations Induced by Kondo Impurities, *Phys. Rev. Lett.* **101**, 247002 (2008).
- [58] C. D. Tesche and J. Clarke, DC SQUID: Noise and optimization, *J. Low Temp. Phys.* **29**, 301 (1977).
- [59] J. J. P. Bruines, V. J. de Waal, and J. E. Mooij, Comment on: “Dc SQUID: Noise and optimization” by Tesche and Clarke, *J. Low Temp. Phys.* **46**, 383 (1982).
- [60] B. Chesca, R. Kleiner, and D. Koelle, in *The SQUID Handbook*, Vol. I: Fundamentals and Technology of SQUIDS and SQUID systems, edited by John Clarke and Alex I. Braginski (Wiley-VCH, Weinheim, 2004), Chap. 2, p. 29.
- [61] K. K. Likharev, *Dynamics of Josephson Junctions and Circuits* (Gordon and Breach Science Publishers, New York, 1986).
- [62] V. V. Danilov, K. K. Likharev, and O. V. Snigirev, in *SQUID’80: Superconducting Quantum Interference Devices and their Applications*, edited by H.D. Hahlbohm and H. Luebbig (W. de Gruyter, Berlin, 1980), p. 473.
- [63] R. Wölbing, T. Schwarz, B. Müller, J. Nagel, M. Kemmler, R. Kleiner, and D. Koelle, Optimizing the spin sensitivity of grain boundary junction nanoSQUIDs – towards detection of small spin systems with single-spin resolution, *Supercond. Sci. Technol.* **27**, 125007 (2014).

Veröffentlichung 2



Article

Fabrication Process for Deep Submicron SQUID Circuits with Three Independent Niobium Layers

Silke Wolter ^{1,*}, Julian Linek ², Josepha Altmann ³ , Thomas Weimann ¹, Sylke Bechstein ³, Reinhold Kleiner ², Jörn Beyer ³, Dieter Koelle ² and Oliver Kieler ¹

- ¹ Fachbereich Quantenelektronik, Physikalisch-Technische Bundesanstalt (PTB), 38116 Braunschweig, Germany; thomas.weimann@ptb.de (T.W.); oliver.kieler@ptb.de (O.K.)
² Center for Quantum Science (CQ) and LISA+, Physikalisches Institut, Universität Tübingen, 72076 Tübingen, Germany; julian.linek@uni-tuebingen.de (J.L.); kleiner@uni-tuebingen.de (R.K.); koelle@uni-tuebingen.de (D.K.)
³ Fachbereich Kryosensorik, Physikalisch-Technische Bundesanstalt (PTB), 10587 Berlin, Germany; josepha.altmann@ptb.de (J.A.); sylke.bechstein@ptb.de (S.B.); joern.beyer@ptb.de (J.B.)
* Correspondence: silke.wolter@ptb.de; Tel.: +49-531-592-2465

Abstract: We present a fabrication technology for nanoscale superconducting quantum interference devices (SQUIDs) with overdamped superconductor-normal metal-superconductor (SNS) trilayer Nb/HfTi/Nb Josephson junctions. A combination of electron-beam lithography with chemical-mechanical polishing and magnetron sputtering on thermally oxidized Si wafers is used to produce direct current SQUIDs with 100-nm-lateral dimensions for Nb lines and junctions. We extended the process from originally two to three independent Nb layers. This extension offers the possibility to realize superconducting vias to all Nb layers without the HfTi barrier, and hence to increase the density and complexity of circuit structures. We present results on the yield of this process and measurements of SQUID characteristics.

Keywords: low-temperature superconductors; nanotechnology; SQUID; niobium technology



Citation: Wolter, S.; Linek, J.; Altmann, J.; Weimann, T.; Bechstein, S.; Kleiner, R.; Beyer, J.; Koelle, D.; Kieler, O. Fabrication Process for Deep Submicron SQUID Circuits with Three Independent Niobium Layers. *Micromachines* **2021**, *12*, 350. <https://doi.org/10.3390/mi12040350>

Academic Editor: Antonio Vettoliere

Received: 22 February 2021

Accepted: 17 March 2021

Published: 24 March 2021

Publisher's Note: MDPI stays neutral with regard to jurisdictional claims in published maps and institutional affiliations.



Copyright: © 2021 by the authors. Licensee MDPI, Basel, Switzerland. This article is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution (CC BY) license (<https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/>).

1. Introduction

Superconducting quantum interference devices (SQUIDs) are sensitive detectors of magnetic flux Φ , used in a large variety of applications [1,2]. Strongly miniaturized direct current (dc) SQUIDs with lateral size in the μm range (microSQUIDs) or even sub- μm range (nanoSQUIDs) have received increasing attention during the last years [3,4], as they offer high spatial resolution and high sensitivity for the detection and investigation of magnetic sources on the nanoscale. Accordingly, nanoSQUIDs have promising applications for high-resolution scanning SQUID microscopy [5–13] and for the detection and investigation of individual magnetic nanoparticles (MNPs), nanowires or nanotubes [14–22]. Due to their small SQUID loop and size of the Josephson junctions (JJs) intersecting the loop, nanoSQUIDs are suited for operation in strong external magnetic fields [23,24]. In addition, downscaling the linewidth of the SQUID loop provides improved coupling to MNPs [25–27] as the magnetic field of which decays cubically with the distance. For a magnetic dipole placed in 10 nm distance to the SQUID loop, nanoscale SQUIDs can provide spin sensitivities even below $1 \mu_B/\text{Hz}^{1/2}$ (μ_B is the Bohr magneton) [7].

Most micro- and nanoSQUIDs are based on single layer devices with constriction-type JJs (Dayem bridges). The use of sandwich-type trilayer JJs, typically with Nb electrodes, is less common. However, this approach allows one to use a mature multilayer technology, which offers the realization of more complex and advanced nanoSQUID layouts, such as three-axis vector nanoSQUIDs [28] and auxiliary components, such as gradiometric feedback loops and transformers [29] with high yield and reproducibility of JJ parameters. The challenge that comes with this approach is the need for the fabrication of deep submicron

JJs, to enable operation in strong magnetic fields. Accordingly, one needs to achieve JJs with high critical current density j_0 , to provide large enough critical currents I_0 . During the last years, it has been shown that the above-mentioned requirements can be met by fabricating devices based on trilayer JJs with superconducting (S) Nb electrodes and a normal conducting (N) HfTi barrier, using nanopatterning by electron beam lithography (EBL) and chemical–mechanical polishing (CMP) [30,31]. The critical current density of SNS JJs with HfTi barriers can be adjusted over a very wide range by the thickness of the N layer up to $j_0 \approx 1 \text{ MA/cm}^2$ at temperature $T = 4.2 \text{ K}$. Furthermore, lateral JJs sizes down to 80 nm diameter have been achieved [32,33]. We note that by the implementation of intrinsically shunted SNS JJs we avoid space-consuming external shunting resistors of the JJs in the circuit.

So far, our fabrication process has allowed for the realization of nanoSQUID designs with two independent Nb layers, i.e., Nb layers that are stacked on top of each other, separated by a highly insulating SiO_2 layer, and that are patterned lithographically in separate steps. The two independent Nb layers can be connected vertically by SNS JJs with a HfTi barrier. For some applications, e.g., for the realization of nanoSQUID susceptometers, it is desirable to add at least one more independent Nb layer and to include vertical interconnections (vias) between the independent Nb layers, which are fully superconducting. There are already several Nb-multilayer processes which offer high yield for up to ten superconducting layers with sub-micron vias (see, e.g., Refs. [34–37]). Those processes use a combination of ultraviolet-lithography with multiple CMP steps to planarize dielectric interlayers. Our fabrication technology, which is based on the combination of EBL and CMP, by contrast, offers the possibility to realize even smaller vias and JJs.

In this paper we describe the extension of our Nb multilayer technology for nanoSQUIDs from originally two to three independent layers of Nb. This allows to significantly increase the density of circuit structures. Additionally, the possibility to realize direct vias between all independent Nb layers, i.e. directly connecting each Nb layer without the normal conducting HfTi barrier in-between (e.g., to realize purely superconducting bridges for coils), offers improved design flexibility. We present results on the yield of our extended fabrication process and the possibility to realize passive on-chip components with high aspect ratio like interdigital capacitors (IDCs), which allow for the realization of capacitances matching the designed value with high accuracy. Additionally, we demonstrate that the extension of our fabrication process does not influence the electric transport properties of our SQUIDs and can therefore be used to further develop more complex nanoSQUID circuits.

2. Fabrication Technology

The fabrication technology here employs EBL to ensure high alignment precision for nanopatterning of multilayer Nb structures. In addition, a CMP step is used to planarize the SiO_2 layer between the first and second independent Nb layer. Both technologies are available at the clean room center at PTB Braunschweig and have been applied before in the fabrication of JJ-based circuits [29,30,33]. Figures 1–5 illustrate the deposition and patterning steps (we note that the layer thicknesses are not to scale).

We use 3-inch Si wafer substrates with 300 nm thermally oxidized SiO_2 (Figure 1). After a pre-cleaning step of the substrate (in-situ Ar sputter cleaning: 50 W for 2 min), a 30 nm Al_2O_3 etch-stop layer is grown by magnetron sputtering deposition (MSD) in a high-vacuum chamber at room temperature. Subsequently the Nb-HfTi-Nb trilayer is grown by MSD. The trilayer consists of a 160 nm Nb base layer, 20 to 22 nm $\text{Hf}_{\text{wt}50\%}\text{Ti}_{\text{wt}50\%}$ (HfTi) and a 200 nm Nb top layer for six wafers, which were fabricated for this paper. As mentioned above, the HfTi thickness can be adjusted, to obtain a desired critical current density, in a typical range from 17 to 26 nm [33]. To define the deep sub- μm JJs, a 30 nm Al hard mask is patterned by lift-off, using EBL with PMMA as a positive resist. The Nb top layer is removed by inductively coupled plasma reactive ion etching (ICP RIE). To achieve optimum etching times, we use laser endpoint detection for ICP RIE of Nb and SiO_2 layers.

For etching the Nb top layer SF_6 is used to obtain high etching rates and to ensure steep sidewalls approaching 90° . Ion beam etching (IBE) with Argon ions is applied to remove the HfTi barrier and simultaneously the Al hard mask.

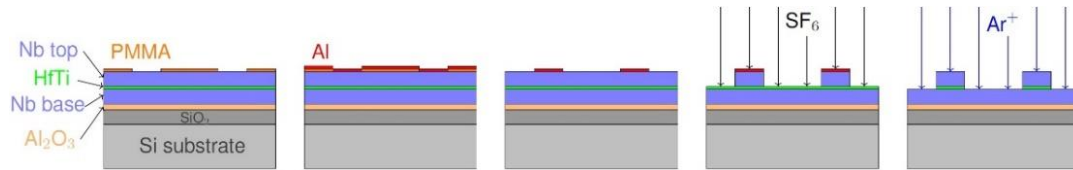


Figure 1. Layer scheme of the sub- μm range superconducting quantum interference device (nanoSQUID) fabrication process to define the Josephson junctions (JJs). After magnetron sputtering deposition (MSD) of the Al_2O_3 etch stop layer and the Nb-HfTi-Nb trilayer, the Al hard mask is patterned by a positive resist mask and a subsequent lift-off process and the Nb top layer of the trilayer is etched with inductively coupled plasma reactive ion etching (ICP RIE) using SF_6 . Subsequently, the HfTi barrier and the Al mask are removed by Ar ion beam etching (IBE).

To pattern the Nb base layer (Figure 2) it is crucial for our optimized fabrication process to use the high-resolution negative resist ARN 7520.18 (and optimized EBL doses and proximity correction) which allows the patterning of the desired small SQUID geometry. ICP RIE is applied and the Al_2O_3 layer below the Nb base acts as a reliable etch stop. After removing the negative resist mask (using BAKER REZI-38), the wafer is covered by about 600 nm SiO_2 by plasma enhanced chemical vapor deposition (PECVD) to not only ensure isolation between the first and the second independent Nb layer, but also to serve as a planar underlay for the following layers. Therefore, CMP is used to planarize the SiO_2 layer to the height of the Nb top layer. This way SiO_2 is removed from the Nb top layer which can be contacted electrically by the upper Nb layers afterwards.

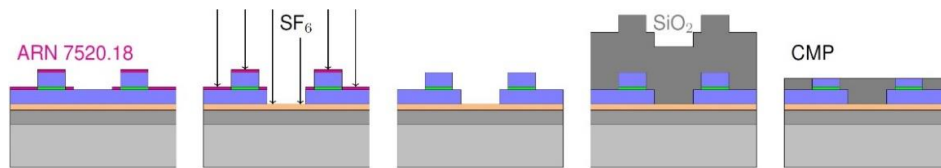


Figure 2. Layer scheme of the nanoSQUID fabrication process to pattern the Nb base layer and of the subsequent chemical-mechanical polishing (CMP) step. The Nb base layer is protected during the ICP RIE etching with SF_6 by a high-resolution negative resist (ARN 7520.18) mask. Afterwards the mask is removed, and the wafer is covered with SiO_2 via plasma enhanced chemical vapor deposition (PECVD). The wafer is planarized through the following CMP step.

In the next step (Figure 3), MSD (with in-situ Ar sputter cleaning: 50 W for 1 min) is used to deposit the first 200 nm thick Nb wiring layer (Nb wiring 1) which is again patterned by a mask of positive resist to define another Al hard mask. Equivalent to the patterning of the Nb top layer, the first Nb wiring layer is etched by SF_6 with ICP RIE. Subsequently the Al hard mask is removed by a wet etching process using the developer maD-332 resp. the acid-based etching solution TechniEtch Al80.

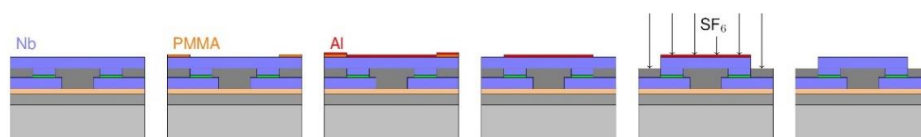


Figure 3. Layer scheme of the nanoSQUID fabrication process to define the first Nb wiring layer. After MSD of the 200 nm Nb layer, the Al hard mask is patterned by a positive resist mask and a subsequent lift-off process and the first Nb wiring layer is etched with ICP RIE using SF_6 . Subsequently, the Al mask is removed by using a wet etching step.

In the next fabrication step, we use PECVD again to deposit another 300 nm thick layer of SiO_2 on top of the wafer (Figure 4) to ensure the isolation between the first and second Nb wiring layers. We use a positive resist mask patterned by EBL and etching by ICP RIE with CHF_3 to create small windows (vias) in the SiO_2 layer. Here we can open contact windows down to the Nb base layer and to the first Nb wiring layer.

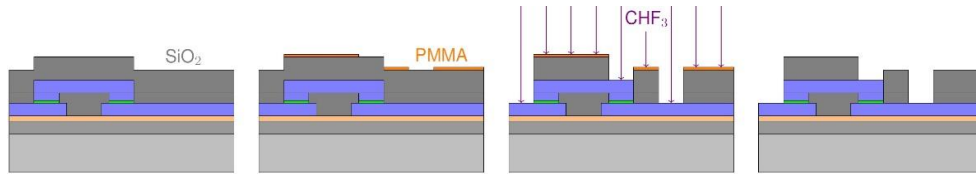


Figure 4. Layer scheme of the nanoSQUID fabrication process to etch windows (vias) into SiO_2 to connect the Nb layers. SiO_2 is deposited on top of the structure via PECVD and protected by a patterned positive resist mask during ICP RIE with CHF_3 .

As all Nb layers, Nb wiring 2 is deposited starting with an in-situ Ar sputter cleaning (50 W for 1 min) by MSD (Figure 5). The thickness of the second Nb wiring layer must be comparably large (800 nm) compared to the underlying layers to ensure that the superconducting Nb layer does not break off at the edges, because of the uneven structures when connecting the Nb base layer. For the last Nb etching step, another Al hard mask, which is again formed by an EBL patterned positive resist mask and a lift-off process, is needed. By ICP RIE with SF_6 the second Nb wiring layer is patterned.

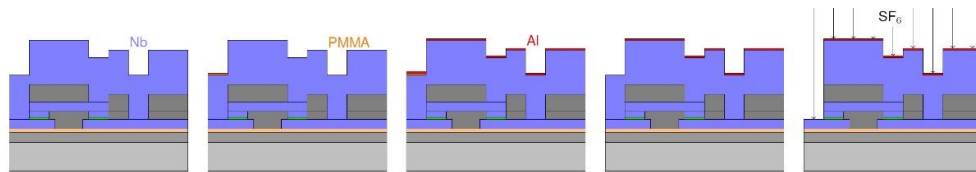


Figure 5. Layer scheme of the nanoSQUID fabrication process to define the second Nb wiring layer. After MSD of this third independent Nb layer the Al hard mask is patterned by a positive resist mask and a subsequent lift-off process and the second Nb wiring layer is etched with ICP RIE using SF_6 .

We note that an AuPd resistive layer can be integrated between the first and second Nb wiring layer fabrication step (not shown here) to form passive components such as resistors. By choosing the thickness of the AuPd layer, a desired sheet resistance can be adjusted; for example, a 70 nm AuPd layer results in a sheet resistance of 5Ω .

In the following sections, we present measurement results concerning the yield and the functionality of parallel-plate capacitors to test the isolation between independent Nb layers and of vias to examine vertical connections between the three independent Nb layers. Furthermore, we investigated the realization of large fine pitch interdigital capacitors. Additionally, SQUIDs and single JJs were fabricated and investigated regarding their electrical transport characteristics. Six wafers were fabricated during the optimization of the presented process with slightly different process parameters like HfTi thicknesses and etching times.

3. Evaluation of Isolation and via Yield

In order to examine the quality of isolation and vias between Nb layers, we fabricated and characterized parallel-plate capacitor structures with varied dimensions, $10 \mu\text{m} \times 10 \mu\text{m}$ to $800 \mu\text{m} \times 800 \mu\text{m}$, between all independent layers of Nb (base, wiring 1, wiring 2) and additionally between the trilayer and the second wiring layer. In Figure 6 the different types of capacitors are sketched.

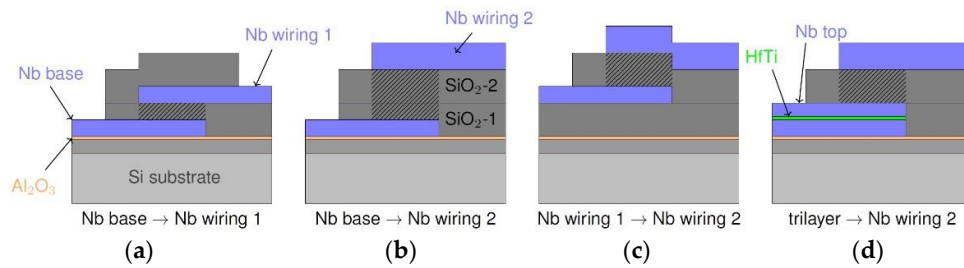


Figure 6. Layer scheme of the different types of parallel-plate capacitors. The plates of capacitors are in all three independent layers of Nb (a–c) as well as in the trilayer (d), and they are separated by SiO₂ as the dielectric layer. The hatched area represents the volume between the plates.

First, we measured the resistance of the parallel-plate capacitors at room temperature with a wafer prober system (SÜSS MicroTec PM5 [38]) using a Keithley Model 2000 multimeter¹. Thereby, we refer to the electrical contact between the three independent Nb layers as “open”, i.e., there are no unintentional shorts, if the measured resistance is larger than 120 MΩ. The results are summarized in Table 1. Furthermore, we note that we refer to a “high” yield even though it is less than 100%, since we fabricate devices for research purposes, not for industrial purposes, and the investigated less complex SQUIDs showed functionality (see Section 5).

Those measurements showed a yield of 70% for a total of 443 investigated capacitors with different sizes and plates in Nb base and Nb wiring 1. For capacitors with plates in Nb base and Nb wiring 2, and for capacitors between the two wiring layers, a very high yield of 97% for 238 and 91% for 241 investigated capacitors was achieved, respectively. Capacitors with plates in the trilayer and Nb wiring 2 showed a high yield of 85% for a total of 47 investigated capacitors. The larger capacitors between the Nb base layer and the first wiring layer stemming from the middle of all wafers showed a slightly lower yield. We attribute this result to the inhomogeneity of our CMP step in which the center part of the wafer is somewhat stronger polished than the edges. This unevenness is likely to increase the occurrence of shorts through the insulation layer. Moreover, for some wafers the yield of capacitors between the two wiring layers was quite low. In those cases, clearly visible Niobium residuals (“fences”) appeared due to gaps between the first wiring layer and the dielectric and led to shorts between the wiring layers.

Table 1. Total number of investigated capacitors between different Nb layers for 6 different wafers and yield for each type of capacitor (corresponding to Figure 6) without shorts.

| Capacitors | Wafer 1 | Wafer 2 | Wafer 3 | Wafer 4 | Wafer 5 | Wafer 6 |
|----------------------------|---------------|---------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| (a) Base → Wiring 1 | 205 (71%) | 200 (73%) | 10 (50%) | 10 (30%) | 9 (67%) | 9 (56%) |
| (b) Base → Wiring 2 | 100 (100%) | 100 (97%) | 10 (90%) | 10 (80%) | 9 (89%) | 9 (100%) |
| (c) Wiring 1 → Wiring 2 | 100 (100%) | 103 (100%) | 10 (70%) | 10 (0%) | 9 (22%) | 9 (78%) |
| (d) Trilayer → Wiring 2 | 9 (100%) | – | 10 (80%) | 10 (80%) | 9 (100%) | 9 (67%) |

The capacitance C of selected parallel-plate capacitor structures from wafers 5 and 6 was measured at 4.2 K using a KEYSIGHT E4980A LCR-meter [38]. This was done to test the low-temperature functionality of the capacitors as well as to obtain an estimate of the thickness d of the two SiO₂ layers (SiO₂-1 and SiO₂-2). To obtain d , the data were fitted according to

$$C = \epsilon_r \epsilon_0 A/d + offset \quad (1)$$

where ϵ_0 is the dielectric constant of vacuum and $\epsilon_r = 4$ [39] is the permittivity of our PECVD SiO₂. Since $C(A = 0) = 0$ should be valid, we correct the measured capacitances by a constant offset, (33.6 ± 2.4) pF, which is assumed to be independent of the size of the capacitors and can be attributed to the parasitic capacitance of the measurement setup. We note that the offset partially results from so called “fringing fields” [40], whereas the effect is stronger for the smaller capacitors and therefore, the offset is strictly spoken not a constant value. However, since the deviation though the effect of the fringing fields for our capacitors is not notable (only about 1.3% of the capacitance for the smallest capacitors) compared to the measurement error, we treat the offset like a constant here. The corrected values and the linear fit functions (Equation (1) for offset = 0) are shown in Figure 7 for all four types of capacitors as a function of the area A of the parallel plates of the capacitors.

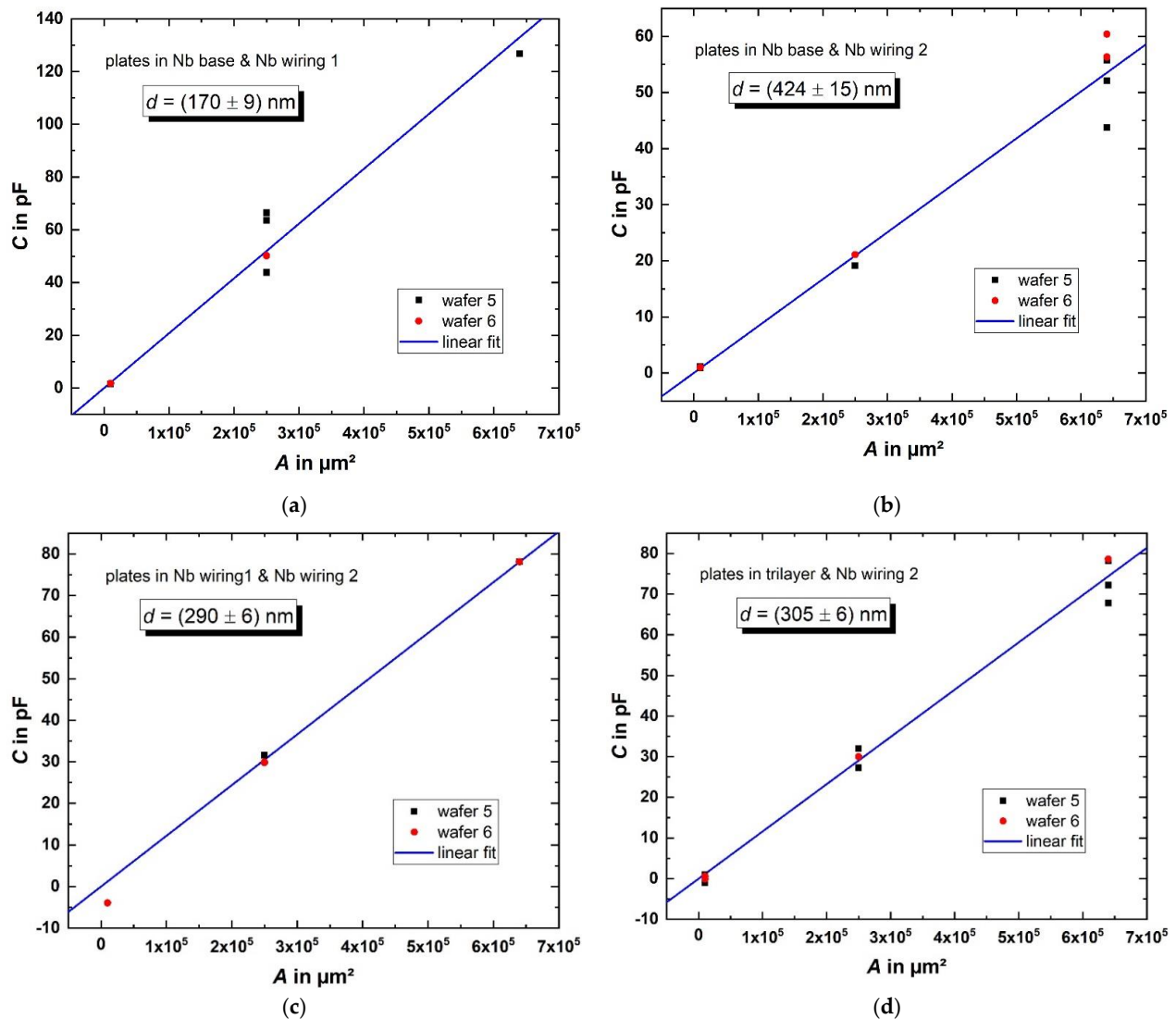


Figure 7. Measured capacitances (corrected values) of capacitors (corresponding to Figure 6) on wafers 5 and 6 with different sizes ($100 \mu\text{m} \times 100 \mu\text{m} \dots 800 \mu\text{m} \times 800 \mu\text{m}$). The thickness of the dielectric layers was calculated according to Equation (1) from the fit parameters for capacitors with plates in the Nb base and first wiring layer (a), in the Nb base and second wiring layer (b), in the two wiring layers (c) and in the trilayer and second wiring layer (d).

The effective SiO₂ thickness between the different capacitors with plates in the Nb base layer and the first Nb wiring layer (Figure 7a) is $d = (170 \pm 9)$ nm. For capacitors

with plates in the Nb base and second wiring layer (Figure 7b), an effective thickness of $d = (424 \pm 15)$ nm SiO_2 between the two plates is estimated. Since the SiO_2 -2 layer has a nominal thickness of 300 nm, there is a significant mismatch between the estimated thickness of the SiO_2 -1 layer from the measurement shown in Figure 7a and the estimation of the thickness of the SiO_2 -1 layer from the measurement shown in Figure 7b, reduced by the nominal thickness of the SiO_2 -2 layer. The inter-wafer inhomogeneity of the CMP process causes the thickness of the SiO_2 -1 layer of wafer 5 and wafer 6 to be less predictable. Additionally, the intra-wafer inhomogeneity of the CMP process depends on the structure dimensions and density, causing the thickness of the remaining SiO_2 -1 layer to differ across each wafer. Both effects can be observed in Figure 7b, where the capacitances are larger for wafer 6 than for wafer 5 due to stronger polishing, and the spread of the measured capacitances is stronger for larger structures.

For capacitors with plates in both wiring layers (Figure 7c) and for capacitors with plates in the trilayer and the second wiring layer (Figure 7d), we obtain $d = (290 \pm 6)$ and (305 ± 6) nm, which is 97% and 101%, respectively, of the intended thickness of the SiO_2 -2 layer. The differences to the desired value are within the accuracy of the measurement. Since no CMP step was used for those capacitors, the thickness of the deposited SiO_2 -2 layer could be adjusted precisely and therefore, the capacitances match the designed values accurately.

Altogether, the fabricated capacitor structures show no drastic nonlinear dependence of the capacitance on the area of the parallel plates. The thickness of the dielectric SiO_2 -2 layer could be estimated within the scope of measurement accuracy and matches the expectations. The estimation of the thickness of the SiO_2 -1 layer shows a larger uncertainty due to the inhomogeneity of the CMP process, but not the area of the capacitors' plates which can be fabricated with a very high accuracy.

In addition to examining the quality of the isolation between the Nb layers, we studied the yield characteristics of direct vias connecting the three independent layers of Nb as well as of JJs of varied size. The direct connections from Nb wiring 2 to Nb wiring 1 and to the Nb base layer avoid contact through the normal conducting barrier layer (Figure 8a,b). These superconducting vias were designed to vary in size from $1 \mu\text{m} \times 1 \mu\text{m}$ to $10 \mu\text{m} \times 10 \mu\text{m}$. The JJs, or "JJ vias" (contacts opened by CMP), with lateral dimensions $0.1 \mu\text{m} \times 0.1 \mu\text{m}$ to $5 \mu\text{m} \times 5 \mu\text{m}$, naturally include the HfTi barrier (Figure 8c).

To investigate the yield of functional vias (Nb vias, connecting Nb wiring 2 with Nb base or Nb wiring 1, and JJ vias, connecting Nb wiring 1 with Nb base), we measured the resistance of the vias including their on-chip leads at room temperature with a wafer prober system. The expected resistance is $R \approx 90 \Omega$, which corresponds to the resistance of the on-chip leads, calculated from the sheet resistance of niobium. The HfTi barrier is expected to result in an additional resistance of about 20Ω . Therefore, we define a via as "functional" if the measured resistance does not exceed the expected total resistance of the on-chip leads and the HfTi barrier by more than 25% (i.e., $R \approx 140 \Omega$). The total number and the yield of functional vias is presented in Table 2.

Table 2. Total number of investigated vias for 6 different wafers (corresponding to Figure 8) and yield for each type of via.

| Capacitors | Wafer 1 | Wafer 2 | Wafer 3 | Wafer 4 | Wafer 5 | Wafer 6 |
|--------------------------------------|--------------|--------------|--------------|--------------|-------------|-------------|
| (a) Base → Wiring 2 | 104 (93%) | 100 (80%) | 10 (80%) | 10 (100%) | 9 (100%) | 9 (89%) |
| (b) Wiring 1 → Wiring 2 | 102 (95%) | 100 (99%) | 10 (100%) | 10 (100%) | 9 (100%) | 9 (44%) |
| (c) Trilayer → Wiring 1 (JJ vias) | 21 (90%) | 21 (81%) | 22 (18%) | 22 (18%) | 21 (10%) | 21 (10%) |

A yield of 88% for a total of 242 vias in different sizes connecting the Nb base layer and the second wiring layer was achieved. Vias connecting the two wiring layers got a

high yield of 95% for a total of 240 measured vias with different sizes. The investigation of the JJ vias showed a yield of 38% for 128 structures.

To assess the functional quality of the Nb vias also at low temperatures, transport current tests were performed at 4.2 K on one exemplary Nb via, connecting the Nb base layer and Nb wiring 2, with lateral size of $2 \mu\text{m} \times 2 \mu\text{m}$ from wafer 2. A bias current up to 100 mA, corresponding to a current density of up to $2.5 \times 10^6 \text{ A/cm}^2$, could be applied without a measurable voltage drop. This demonstrates the expected significant increase in critical current density for direct Nb vias compared to JJ vias. We note that all vias (superconductor-superconductor and superconductor-normal metal-superconductor vias), which were functional at room temperature and which were investigated at low temperature (including vias which are parts of devices) showed superconducting properties.

As discussed in Section 2, there is only one SiO_2 plasma etching step within the fabrication process (see Figure 4). Note, that for contacting from the Nb wiring 2 layer to the Nb wiring 1 layer, only the SiO_2 -2 layer must be removed whereas for contacting to the Nb base layer, the SiO_2 -2 layer as well as the SiO_2 -1 layer must be etched. As a consequence, an appropriate etching time need to be applied to open windows both to the Nb base layer as well as to the Nb wiring 1 layer. Furthermore, the thickness of the SiO_2 -1 layer is inhomogeneous across the wafers due to CMP. This situation makes it difficult to find an optimal etching time. Hence, we observe a smaller yield for Nb base to Nb wiring 2 connections for some wafers, where the etching time was not sufficient to open all vias down to the Nb base layer. For the vias connecting the two wiring layers, a yield of 95% was determined. However, since we observed so-called Nb fences here, the apparently high yield could be caused to a certain extent by unintentional shorts between the Nb layers. The yield of JJ vias is high for the first two wafers, but a higher inhomogeneity of CMP for the wafers 3 to 6 lead to a significant decrease in functional JJ vias.

In summary, the overall yield of parallel-plate capacitors and Nb vias is very high (83% for all capacitors and 91% for all Nb vias) and might be increased in the future by optimizing etching times or, e.g., by introducing an additional CMP step. In general, the laser endpoint detection for etching SiO_2 and Nb is extremely important for the fabrication process. However, the optimum etching time is difficult to find due to inhomogeneous layer thicknesses and etching rates.

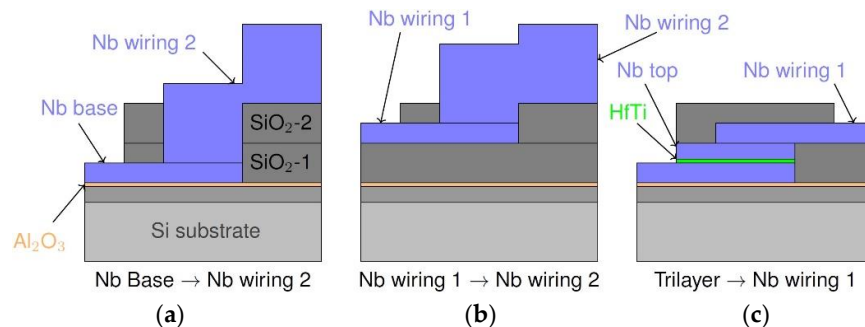


Figure 8. Layer scheme of the different types of vias connecting three independent layers of Nb. The connections from the second Nb wiring layer to the Nb base (a) and first Nb wiring layer (b) are fully superconducting; the connection between Nb wiring 1 and Nb base (c) is disrupted by a normal conducting HfTi barrier.

4. Characterization of Structures with High Aspect Ratio

The process described above was also used to realize fine pitch IDCs in the Nb base layer with extremely high aspect ratio $AR = n \times L/p$. Here, $n \times L$ is the total length of the IDC, i.e., the total number of fingers on both sides of the IDC (n) times the length L of one finger. The pitch p is defined as the distance between the centers of two neighboring fingers, i.e., p is the sum of the linewidth of one finger and the gap between two fingers.

We fabricated IDCs with $L = 4183 \mu\text{m}$, $n = 500, 750$, and 1000 and with $p = 1.4, 2$, and $4 \mu\text{m}$ for different IDCs with the same n .

An AR of up to 2.2×10^6 (with $n = 750$ and $p = 1.4 \mu\text{m}$) was achieved. Figure 9 shows scanning electron microscopy (SEM) images of a fabricated IDC, indicating that large structures with small linewidths can be fabricated without any visible defects. The capacitance of the IDCs was measured in liquid He at $T = 4.2 \text{ K}$ with an LCR-meter. To estimate C from the geometry of the IDCs, we used the relation ([41] p. 96, Equation (4.47a)):

$$C[\text{pF}] = 3.937 \cdot 10^{-5} \cdot L(\epsilon_r + 1) \cdot \{0.11(n - 3) + 0.252\} \text{ for } L \text{ in } \mu\text{m}, \quad (2)$$

with $n = \{500, 750, 1000\}$ and $L = 4183 \mu\text{m}$, which is valid for IDCs with linewidth = gap such as the IDCs presented here. For the effective dielectric constant of the structures, $\epsilon_r \approx 10$ was estimated in advance for the layout, as the value of the Si-substrate $\epsilon_{r,\text{Si}} \approx 12$ is slightly reduced by the smaller value $\epsilon_{r,\text{SiO}_2} \approx 4$ [39] of the insulating SiO_2 on top of the IDCs and between the fingers.

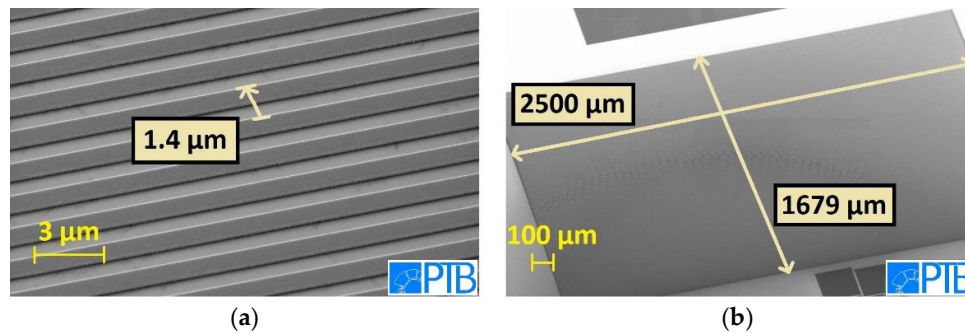


Figure 9. Scanning electron microscopy (SEM) images of a fine pitch interdigital capacitors (IDC) fabricated in the Nb base layer. (a) The IDC's pitch = $1.4 \mu\text{m}$ equals the design value. (b) The large IDC shown here exhibits no visible defects.

The measured capacitances, reduced by an offset (33.6 pF), which is attributed to the parasitic capacitances of the measuring system, are shown in Figure 10. We used a linear fit function according to Equation (2) to derive the effective dielectric constant $\epsilon_{r,\text{eff}} = (9.89 \pm 0.01)$, which deviates only 1% from the value, which was estimated for the layout beforehand. Regarding the capacitances, for IDCs with $n = 500$, we expected 100 pF per design. The mean value of the measured capacitances for these IDCs, having different pitches ($1.4 \mu\text{m}$, $2 \mu\text{m}$, and $4 \mu\text{m}$), was $(97 \text{ pF} \pm 3) \text{ pF}$.

Furthermore, we define an IDC as "functional", if there are no unintentional shorts, i.e., the measured resistance is larger than $120 \text{ M}\Omega$. The yield of functional IDCs was found to be $\approx 14\%$. We attribute this comparably low yield to the large area of the structure that is vulnerable to small particles masking the Nb between the fingers during the etching step. Nevertheless, the results demonstrate functional IDCs with capacitance values matching the designed values with high accuracy.

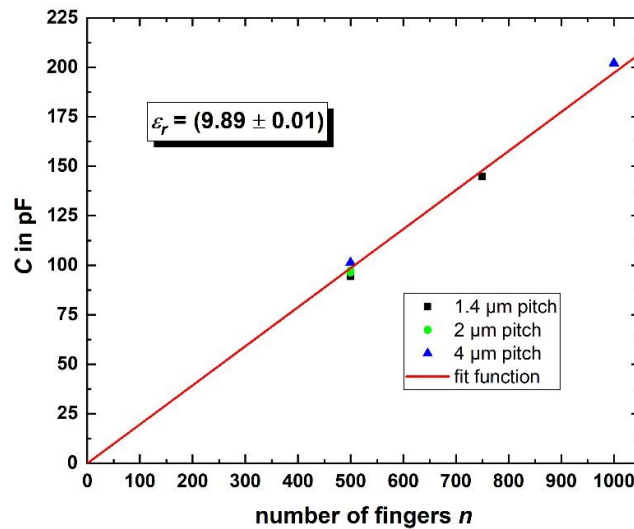


Figure 10. Measured capacitance of the investigated IDCs with different pitches. With a linear fit function according to Equation (2), the effective dielectric constant of the capacitors' dielectric can be estimated.

5. Determination of Basic Electric Transport Properties of SQUID Test Structures Based on Submicron Josephson Junctions

To demonstrate the suitability of the presented fabrication process for the realization of nanoSQUIDs we designed [42], fabricated, and characterized dc SQUID gradiometers with SNS JJs with nominal lateral JJ size of $200 \text{ nm} \times 200 \text{ nm}$. A closed superconducting loop is constructed in the Nb base layer and is connected via two JJs to the modulation line in the first Nb wiring layer. This results in a parallel gradiometer. The SQUID inductance L_{SQ} is then given by one half of the inductance of one loop of the gradiometer. The magnetic flux Φ in the SQUID can be adjusted by the modulation current I_{mod} through the modulation line. Since the Nb wiring 2 layer is not needed for this SQUID design, the SQUIDs are covered by the SiO_2 -2 layer. We show that the extension of our process from originally two to three independent layers of Nb does not downgrade the electric transport properties of our fabricated devices.

The SQUID loop of the first type of SQUID gradiometer (SQ-1 in Figure 11a) was designed to be $10 \mu\text{m} \times 10 \mu\text{m}$ large and to have a linewidth of $4.6 \mu\text{m}$. A second type of SQUID gradiometer (SQ-2 in Figure 11b) was fabricated with a much smaller $1.5 \mu\text{m} \times 1.5 \mu\text{m}$ outer loop size with significantly reduced linewidth of 250 nm . In addition to the SQUIDs, single SNS JJs with the same nominal area of $0.04 \mu\text{m}^2$ were fabricated to investigate their electric transport characteristics. All data shown below were taken at liquid He temperature ($T = 4.2 \text{ K}$).

The current–voltage characteristics (IVCs), with I_{mod} adjusted to obtain maximum critical current $I_{c,max}$ and minimum critical current $I_{c,min}$, are shown in Figure 12a for an exemplary SQUID of the type SQ-1 with JJs having a barrier thickness of $d_{\text{HfTi}} = 20 \text{ nm}$ and in Figure 12b for another exemplary SQUID (type SQ-2) with a slightly thicker HfTi barrier ($d_{\text{HfTi}} = 21 \text{ nm}$). The IVCs with maximum critical current can be well described within the resistively and capacitively shunted junction (RCSJ) model [43,44], with negligible capacitance and with negligible noise rounding, which is consistent with the small noise parameter $\Gamma = 2\pi k_B T / (I_0 \Phi_0) \approx 2 \times 10^{-3}$ (with the Boltzmann constant k_B and average single JJ critical current $I_0 = I_{c,max}/2$). The junctions exhibit a critical current density $j_c \approx 298 \text{ kA/cm}^2$ and $j_c \approx 216 \text{ kA/cm}^2$ for SQ-1 and SQ-2, respectively. They have a normal resistance $R_{SQ} \approx 343 \text{ m}\Omega$ (SQ-1) up to $415 \text{ m}\Omega$ (SQ-2), leading to characteristic voltages in the range of $V_c = I_{c,max} R_{SQ} \approx 82 \mu\text{V}$ (SQ-1) resp. $72 \mu\text{V}$ (SQ-2).

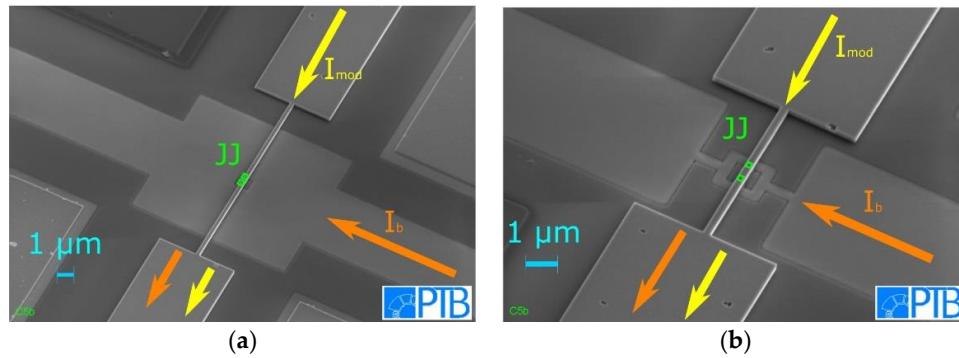


Figure 11. SEM images of both types of fabricated dc SQUID parallel gradiometers, (a) SQ-1 and (b) SQ-2 after the fabrication of the Nb wiring 1 layer. A closed superconducting loop in the Nb base layer is connected via two JJs to a modulation line in the Nb wiring 1 layer. The bias current I_b , and the modulation current I_{mod} are indicated by arrows and the positions of the JJs are indicated by squares. The voltage across the SQUID is measured between the bias current terminals.

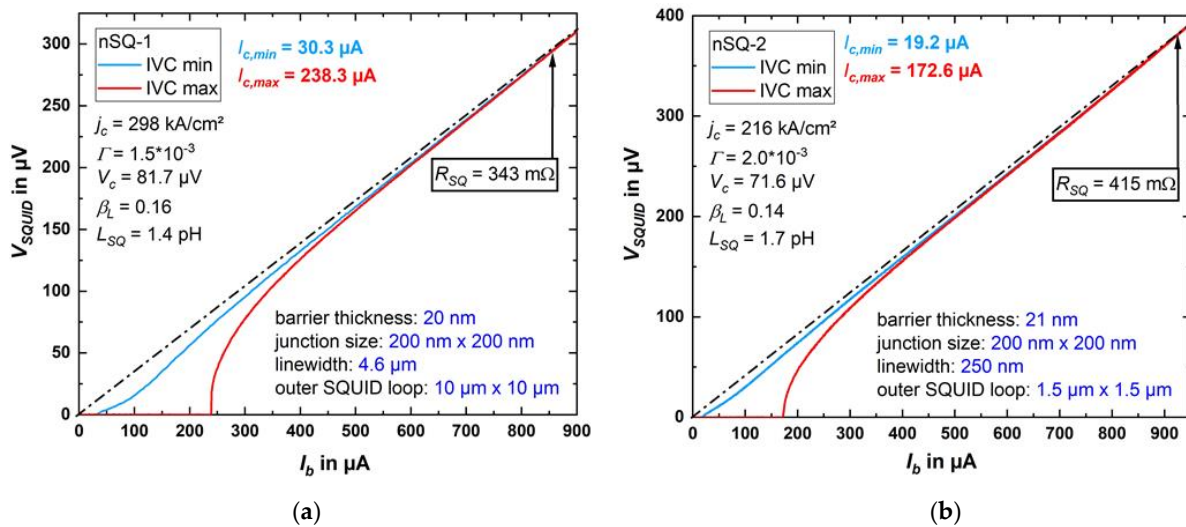


Figure 12. The current–voltage characteristics (IVCs) at 4.2 K of SQ-1 (a) and SQ-2 (b), with I_{mod} adjusted to achieve maximum (IVC max) and minimum (IVC min) critical current. The characteristic electric transport and geometric parameters of the SQUIDS are indicated.

For SQ-2, we show in Figure 13a the critical current oscillations $I_c(I_{mod})$; Figure 13b shows voltage oscillations $V(I_{mod})$ for different values of fixed bias current close to $I_{c,max}$. From the oscillation period (current $I_{mod,0}$ required to couple one flux quantum $\Phi_0 = h/2e \approx 2.0678 \times 10^{-15}$ Vs to the SQUID) we determine the inverse mutual inductance $M_f^{-1} = I_{mod,0}/\Phi_0$ between the modulation line and the SQUID, which ranges from about 2 mA/ Φ_0 (SQ-1) to 2.8 mA/ Φ_0 (SQ-2) for the two exemplary SQUIDS. We note that M_f^{-1} for nSQ-1 is larger than for SQ-2, which may be due to flux focusing, caused by the larger washer of SQ-1 [45]. For SQ-2, the small shift $\Delta I_{mod} = \pm 83 \mu\text{A}$ of the maxima in $I_c(I_{mod})$ for opposite polarity (c.f. Figure 13a) is, as expected, very close to the symmetric single JJ critical current $I_{c,max}/2 = 86.3 \mu\text{A}$. This means that the asymmetry in the $I_c(I_{mod})$ oscillations is likely dominated by inductance asymmetry due to asymmetric current biasing of the SQUIDS, and that an asymmetry in the critical currents of the two JJs is negligible.

For negligible noise rounding and negligible critical current asymmetry, we can then estimate the screening parameter

$$\beta_L = I_{c,max} L_{SQ} / \Phi_0. \quad (3)$$

β_L is derived using the relation between the normalized modulation depth $\Delta I_c / I_{c,max}$ vs. β_L (with $\Delta I_c = I_{c,max} - I_{c,min}$), which has been obtained from numerical simulations based on the RCSJ model [1]. From Equation (3), we then obtain $L_{SQ} \approx 1.4$ pH (SQ-1) resp. 1.7 pH (SQ-2). The maximum modulation voltage of our exemplary SQUIDs is 71 μ V for SQ-1 and 61 μ V for SQ-2 (c.f. Figure 13b) and the derived maximum transfer coefficients are $V_\phi = 944 \mu\text{V}/\Phi_0$ (SQ-1) and $441 \mu\text{V}/\Phi_0$ (SQ-2). All characteristic parameters for both SQUIDs are summarized in Table 3 together with results from ref. [42], where nominally the same layout was fabricated, but with a two-Nb-layer fabrication process. The deviations from our results (regarding the mutual inductance, for example) can be explained, since the SQUIDs were fabricated with another deposition system using nominally an identical HfTi target. However, in general, the SQUID characteristics of the SQUIDs which were investigated for this paper are in accordance with the parameters from ref. [42].

The critical current densities of both investigated SQUIDs stemming from different wafers meet the expectations regarding data from former measurements of different current densities of single JJs [32,33] (fabricated with the process for only two independent Nb layers), including different wafers with varying thickness of the HfTi barrier of the JJs. In addition to 16 SQUIDs of the types SQ-1 and SQ-2 from wafer 1 and wafer 2, where we demonstrated a high yield for JJ vias, a total of eight single JJs from the same two wafers with a HfTi barrier thickness of 20 nm or 21 nm were investigated. For 10 SQUIDs with $d_{\text{HfTi}} = 20$ nm, the critical current density was $j_c = (309 \pm 57)$ kA/cm² and $j_c = (243 \pm 46)$ kA/cm² for 6 SQUIDs with $d_{\text{HfTi}} = 21$ nm. The critical current density of five single JJs was (261 ± 41) kA/cm² for the thinner barrier and (170 ± 10) kA/cm² for three JJs with the thicker barrier.

The mean value of $j_c(d_{\text{HfTi}})$ for all SQUIDs and for single JJs from wafer 1 and wafer 2 measured here and the critical current density of single JJs with the same nominal width, but fabricated with the process for two independent Nb layers and with different HfTi barrier thicknesses, are shown in Figure 14. The mean values of the SQUIDs and single JJs, which were prepared with the extended fabrication process, agree reasonably well with the data of the single JJs, which were fabricated with the two Nb layer process.

Additionally, data of single JJs with nominal widths of 200 nm from [33] are shown for comparison. For those, j_c is calculated using the effective area (considering deviations from the nominal area due to the patterning process and due to edge damage).

For our JJs, the expression [46]

$$j_c = j_{c0} \cdot \exp[-d_{\text{HfTi}}/\zeta_N] \quad (4)$$

can be used [33] to describe the dependence of the critical current density on the HfTi barrier thickness, where ζ_N is the coherence length in the normal conducting barrier. In ref. [33], the fitting parameters are $j_{c0} = (27 \pm 13)$ MA/cm² and $\zeta_N = (4.85 \pm 0.75)$ nm. In general, the fit function agrees well with our measurement results for SQUIDs and single JJs. Since our data were determined using the designed area, which is somewhat larger than the effective area of the JJs, our data are slightly below the curve from ref. [33].

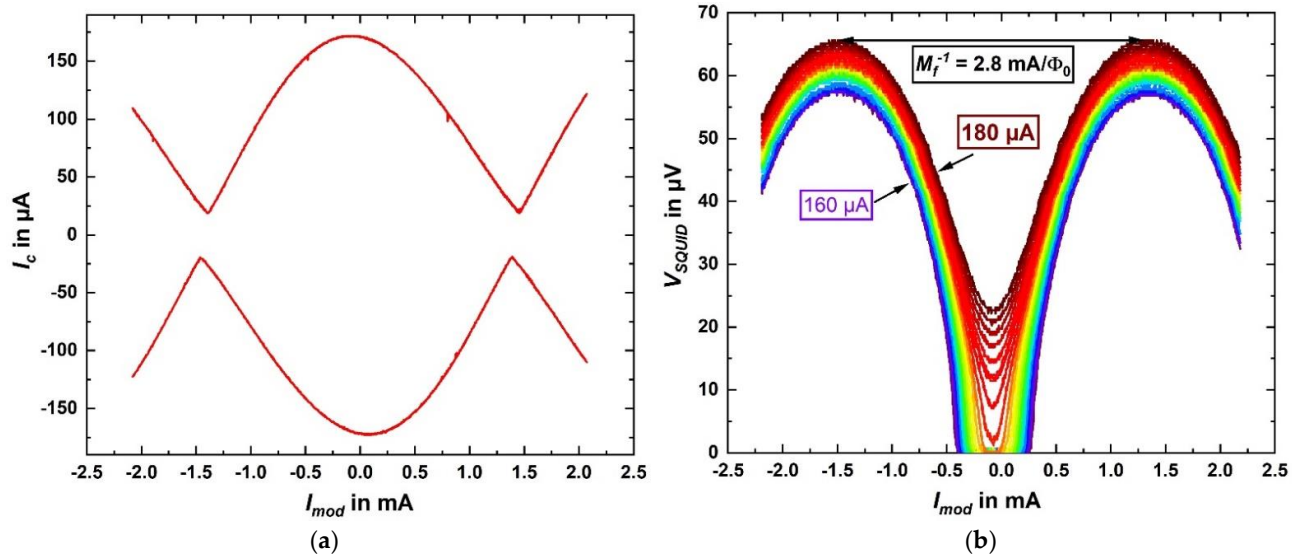


Figure 13. SQUID oscillations of SQ-2 at 4.2 K. (a) Critical current vs. modulation current. (b) Voltage vs. modulation current for constant bias currents (from 160 to 180 μA , in 1 μA steps).

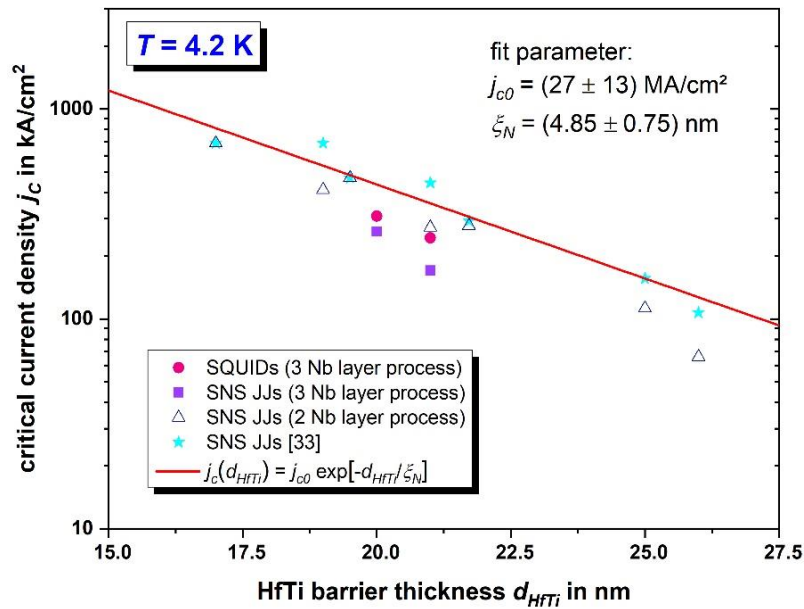


Figure 14. Critical current densities at 4.2 K vs. HfTi barrier thickness of SQUID types SQ-1 and SQ-2 and single HfTi SNS-JJs, all with nominal JJ width of 200 nm.

Table 3. Characteristic parameters of two representative SQUIDs and a SQUID from ref. [42] with the same layout for comparison.

| | d_{HfTi} (nm) | $I_{c,min}$ (μA) | $I_{c,max}$ (μA) | j_c (kA/cm^2) | R_{SQ} (m Ω) | V_c (μV) | V_Φ ($\mu\text{V}/\Phi_0$) | $1/M_f$ (mA/Φ_0) | β_L | L_{SQ} (pH) |
|-----------|-----------------|-------------------------------|-------------------------------|-----------------------------------|------------------------|-------------------------|-----------------------------------|--------------------------------|-----------|---------------|
| SQ-1 | 20 | 30.3 | 238.3 | 298 | 343 | 81.7 | 944 | 2.0 | 0.16 | 1.4 |
| SQ-2 | 21 | 19.2 | 172.6 | 216 | 415 | 71.6 | 441 | 2.8 | 0.14 | 1.7 |
| ref. [42] | 24 | 21 | 178 | 233 | 233 | 41.5 | 100 | 4.4 | 0.18 | 2.1 |

6. Summary and Outlook

We extended our fabrication technology for nanoSQUIDs with SNS JJs from originally two to three independent layers of Nb. Thereby, six test wafers were fabricated to optimize the process and to assess the high yield and characteristics of capacitor structures and vias as well as single Josephson junctions and dc SQUIDs.

The circuits on all six wafers showed a high yield of investigated parallel-plate capacitors having different sizes and plates in all possible combinations of Nb layers. Measurements of the capacitance of those capacitors were performed to deduce the height of the dielectric SiO₂ layer between the capacitors' plates. The deviation from of the designed values can be explained by the inhomogeneity of the CMP process, causing a difference in height of SiO₂ across the wafers. Fabricating high aspect ratio IDCs was challenging due to the large area of the structures which must be fabricated without any defects, causing a reduced yield; still we demonstrate the possibility to obtain the capacitances very precisely in agreement with the capacitor design. Furthermore, we studied the yield of Nb vias and JJ vias connecting the three independent layers of Nb, which was very high for all investigated Nb vias. For JJ vias, which were fabricated using a CMP process, enabling additionally much smaller dimensions, the yield suffered much more from inter-wafer inhomogeneity (polishing grade).

To demonstrate the suitability of our new fabrication process for the realization of SQUIDs, we fabricated dc SQUID gradiometer within three fabrication runs for two wafers, respectively, and investigated the JJ and SQUID characteristics. Since all investigated SQUIDs showed reasonable critical currents and modulation upon applying a modulation current, we conclude a very high yield for the first fabrication run. The two subsequent fabrication runs showed an exceedingly lower yield due to a too strong or too weak polishing, indicating that the CMP fabrication step is very crucial to achieve a high yield for nanoSQUIDs. Still, the deviation of the critical current density from the designed values for all investigated SQUIDs and single JJs from the first fabrication run was small. Therefore, we conclude that the performance of SQUIDs and single JJs is not affected by the extension of the fabrication process from originally two to three independent layers of Nb, since they show IVCs which fully match our expectations regarding their HfTi barrier thicknesses. In addition, the suitability of our fabrication process for different types of precise on-chip capacitors, which can be used as auxiliary components for more complex SQUID circuits, could be demonstrated.

The Nb multilayer technology presented in this paper offers the possibility to increase the density of structures on one wafer to create more complex and advanced nanoSQUID circuits, e.g., three-dimensional vector nanoSQUIDs [28] and nanoSQUID susceptometers [29].

In future work we expect to improve upon the yield by enhancing the controllability of the CMP process by introducing additional supporting structures as well as by adapting the etching times to optimize the steepness of the structures' sidewalls. Furthermore, we will optimize the design of the dc SQUID gradiometers to increase the coupling to magnetic nanoparticles, and we will perform detailed studies of nanoSQUID noise properties.

Author Contributions: Conceptualization, S.B., R.K., J.B., D.K. and O.K.; methodology, S.W., J.A., T.W., S.B., R.K., J.B., D.K. and O.K.; software, O.K.; validation, S.W. and J.L.; investigation, S.W., J.L., J.A., T.W. and O.K.; resources, T.W.; writing—original draft preparation, S.W., R.K., J.B., D.K. and O.K.; writing—review and editing, J.L., S.B., R.K., J.B., D.K. and O.K.; visualization, D.K. and O.K.; supervision, D.K. and O.K.; project administration, S.B., R.K. and D.K.; funding acquisition, S.B., R.K., D.K. and O.K. All authors have read and agreed to the published version of the manuscript.

Funding: This research was funded by the Deutsche Forschungsgemeinschaft (DFG) (KI 698/3-2, KO 1303/13-2, BE 6680/1-2) and by the COST action NANOCOBYBRI (CA16218).

Institutional Review Board Statement: Not applicable.

Informed Consent Statement: Not applicable.

Data Availability Statement: The data presented in this study are available on request from the corresponding author. The data are not publicly available because there is no public cloud memory available at the federal institute of PTB.

Acknowledgments: The authors thank K. Störr, M. Petrich, R. Wendisch, R. Gerdau, P. Hinze, J. Felgner and K. Wurster for their help throughout the wafer fabrication, support at the SEM equipment and sample characterization.

Conflicts of Interest: The authors declare no conflict of interest.

References and Note

1. Clarke, J.; Braginski, A.I. (Eds.) *The SQUID Handbook Vol.I Fundamentals and Technology of SQUIDs and SQUID Systems*; Wiley-VCH: Weinheim, Germany, 2004.
2. Clarke, J.; Braginski, A.I. (Eds.) *The SQUID Handbook Vol.II Applications of SQUIDs and SQUID Systems*; Wiley-VCH: Weinheim, Germany, 2006.
3. Granata, C.; Vettoliere, A. Nano superconducting quantum interference devices: A powerful tool for nanoscale investigations. *Phys. Rep.* **2016**, *614*, 1–69. [[CrossRef](#)]
4. Martínez-Pérez, M.J.; Koelle, D. NanoSQUIDs: Basics & recent advances. *Phys. Sci. Rev.* **2017**, *2*, 20175001.
5. Kirtley, J.R.; Ketchen, M.B.; Staviasz, K.G.; Sun, J.Z.; Gallagher, W.J.; Blanton, S.H.; Wind, S.J. High-resolution scanning SQUID microscope. *Appl. Phys. Lett.* **1995**, *66*, 1138–1140. [[CrossRef](#)]
6. Kirtley, J.R. Prospects for imaging magnetic nanoparticles using a scanning SQUID microscope. *Supercond. Sci. Technol.* **2009**, *22*, 064008. [[CrossRef](#)]
7. Vasyukov, D.; Anahory, Y.; Embon, L.; Halbertal, D.; Cuppens, J.; Neeman, L.; Finkler, A.; Segev, Y.; Myasoedov, Y.; Rappaport, M.L.; et al. A scanning superconducting quantum interference device with single electron spin sensitivity. *Nat. Nanotechnol.* **2013**, *8*, 639–644. [[CrossRef](#)]
8. Hazra, D.; Kirtley, J.R.; Hasselbach, K. Nano-superconducting quantum interference devices with continuous read out at millikelvin temperatures. *Appl. Phys. Lett.* **2013**, *103*, 093109. [[CrossRef](#)]
9. Kirtley, J.R.; Paulius, L.; Rosenberg, A.J.; Palmstrom, J.C.; Holland, C.M.; Spanton, E.M.; Schiessl, D.; Jermain, C.L.; Gibbons, J.; Fung, Y.-K.-K.; et al. Scanning SQUID susceptometers with sub-micron spatial resolution. *Rev. Sci. Instrum.* **2016**, *87*, 093702. [[CrossRef](#)]
10. Reith, P.; Wang, X.R.; Hilgenkamp, H. Analysing magnetism using scanning SQUID microscopy. *Rev. Sci. Instrum.* **2017**, *88*, 123706. [[CrossRef](#)]
11. Wyss, M.; Gliga, S.; Vasyukov, D.; Ceccarelli, L.; Romagnoli, G.; Cui, J.; Kleibert, A.; Stamps, R.L.; Poggio, M. Stray-field imaging of a chiral artificial spin ice during magnetization reversal. *ACS Nano* **2019**, *13*, 13910–13916. [[CrossRef](#)]
12. Anahory, Y.; Naren, H.R.; Lachman, E.O.; Sinai, S.B.; Uri, A.; Embon, L.; Yaakobi, E.; Myasoedov, Y.; Huber, M.E.; Klajn, R.; et al. SQUID-on-tip with single-electron spin sensitivity for high-field and ultra-low temperature nanomagnetic imaging. *Nanoscale* **2020**, *12*, 3174–3182. [[CrossRef](#)]
13. Uri, A.; Kim, Y.; Bagani, K.; Lewandowski, C.K.; Grover, S.; Auerbach, N.; Lachman, E.O.; Myasoedov, Y.; Taniguchi, T.; Watanabe, K.; et al. Nanoscale imaging of equilibrium quantum Hall edge currents and of the magnetic monopole response in graphene. *Nat. Phys.* **2020**, *16*, 164–170. [[CrossRef](#)]
14. Wernsdorfer, W. Classical and quantum magnetization reversal studied in nanometersized particles and clusters. *Adv. Chem. Phys.* **2001**, *118*, 99–190.
15. Jamet, M.; Wernsdorfer, W.; Thirion, C.; Mailly, D.; Dupuis, V.; Mélinon, P.; Pérez, A. Magnetic anisotropy of a single cobalt nanocluster. *Phys. Rev. Lett.* **2001**, *86*, 4676–4679. [[CrossRef](#)] [[PubMed](#)]
16. Wernsdorfer, W. From micro- to nano-SQUIDs: Applications to nanomagnetism. *Supercond. Sci. Technol.* **2009**, *22*, 064013. [[CrossRef](#)]
17. Hao, L.; Aßmann, C.; Gallop, J.C.; Cox, D.; Ruede, F.; Kazakova, O.; Josephs-Franks, P.; Drung, D.; Schurig, T. Detection of single magnetic nanobead with a nano-superconducting quantum interference device. *Appl. Phys. Lett.* **2011**, *98*, 092504. [[CrossRef](#)]
18. Buchter, A.; Nagel, J.; Ruffer, D.; Xue, F.; Weber, D.P.; Kieler, O.F.; Weimann, T.; Kohlmann, J.; Zorin, A.B.; Russo-Averchi, E.; et al. Reversal mechanism of an individual Ni nanotube simultaneously studied by torque and SQUID magnetometry. *Phys. Rev. Lett.* **2013**, *111*, 067202. [[CrossRef](#)]
19. Schwarz, T.; Wölbing, R.; Reiche, C.F.; Müller, B.; Martínez-Pérez, M.J.; Mühl, T.; Büchner, B.; Kleiner, R.; Koelle, D. Low-noise YBa₂Cu₃O₇ nano-SQUIDs for performing magnetization-reversal measurements on magnetic nanoparticles. *Phys. Rev. Appl.* **2015**, *3*, 044011. [[CrossRef](#)]
20. Martínez-Pérez, M.J.; Müller, B.; Schwebius, D.; Korinski, D.; Kleiner, R.; Sesé, J.; Koelle, D. NanoSQUID magnetometry of individual cobalt nanoparticles grown by focused electron beam induced deposition. *Supercond. Sci. Technol.* **2017**, *30*, 024003. [[CrossRef](#)]
21. Martínez-Pérez, M.J.; Pablo-Navarro, J.; Müller, B.; Stankievicz, J.; Kleiner, R.; Magén, C.; Koelle, D.; de Teresa, J.M.; Sesé, J. NanoSQUID magnetometry on individual as-grown and annealed Co nanowires at variable temperature. *Nano Lett.* **2018**, *18*, 7674–7682. [[CrossRef](#)]

22. Martínez-Pérez, M.J.; Müller, B.; Lin, J.; Rodriguez, L.A.; Snoeck, E.; Kleiner, R.; Sesé, J.; Koelle, D. Magnetic vortex nucleation and annihilation in bi-stable ultrasmall ferromagnetic particles. *Nanoscale* **2020**, *12*, 2587–2595. [[CrossRef](#)]
23. Schwarz, T.; Nagel, J.; Wölbing, R.; Kemmler, M.; Kleiner, R.; Koelle, D. Low-noise nano superconducting quantum interference device operating in tesla magnetic fields. *ACS Nano* **2013**, *7*, 844–850. [[CrossRef](#)] [[PubMed](#)]
24. Wölbing, R.; Nagel, J.; Schwarz, T.; Kieler, O.; Weimann, T.; Kohlmann, J.; Zorin, A.B.; Kemmler, M.; Kleiner, R.; Koelle, D. Nb nano superconducting quantum interference devices with high spin sensitivity for operation in magnetic fields up to 0.5 T. *Appl. Phys. Lett.* **2013**, *102*, 192601. [[CrossRef](#)]
25. Bouchiat, V. Detection of magnetic moments using a nano-SQUID: Limits of resolution and sensitivity in near-field SQUID magnetometry. *Supercond. Sci. Technol.* **2009**, *22*, 064002. [[CrossRef](#)]
26. Nagel, J.; Konovalenko, K.B.; Kemmler, M.; Turad, M.; Werner, R.; Kleisz, E.; Menzel, S.; Klingeler, R.; Büchner, B.; Kleiner, R.; et al. Resistively shunted $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_7$ grain boundary junctions and low-noise SQUIDs patterned by a focused ion beam down to 80 nm linewidth. *Supercond. Sci. Technol.* **2011**, *24*, 015015. [[CrossRef](#)]
27. Wölbing, R.; Schwarz, T.; Müller, B.; Nagel, J.; Kemmler, M.; Kleiner, R.; Koelle, D. Optimizing the spin sensitivity of grain boundary junction nanoSQUIDs—towards detection of small spin systems with single-spin resolution. *Supercond. Sci. Technol.* **2014**, *27*, 125007. [[CrossRef](#)]
28. Martínez-Pérez, M.J.; Gella, D.; Müller, B.; Morosh, V.; Wölbing, R.; Sesé, J.; Kieler, O.; Kleiner, R.; Koelle, D. Three-Axis Vector Nano Superconducting Quantum Interference Device. *ACS Nano* **2016**, *10*, 8308–8315. [[CrossRef](#)] [[PubMed](#)]
29. Bechstein, S.; Köhn, C.; Drung, D.; Storm, J.-H.; Kieler, O.; Morosh, V.; Schurig, T. Investigation of nanoSQUID designs for practical applications. *Supercond. Sci. Technol.* **2017**, *30*, 034007. [[CrossRef](#)]
30. Hagedorn, D.; Kieler, O.; Dolata, R.; Behr, R.; Müller, F.; Kohlmann, J.; Niemeyer, J. Modified fabrication of planar sub- μm superconductor–normal metal–superconductor Josephson junctions for use in a Josephson arbitrary waveform synthesizer. *Supercond. Sci. Technol.* **2006**, *19*, 294–298. [[CrossRef](#)]
31. Kieler, O.F.; Iuzzolino, R.; Kohlmann, J. Sub- μm SNS Josephson junction arrays for the Josephson arbitrary waveform synthesizer. *IEEE Trans. Appl. Supercond.* **2009**, *19*, 230–233. [[CrossRef](#)]
32. Kieler, O. Pulsgetriebenes AC-Josephson-Spannungsnormal—Josephson Arbitrary Waveform Synthesizer. Ph.D. Thesis, TU Ilmenau, Physikalisch-Technische Bundesanstalt, Braunschweig, Germany, 2017. PTB-Bericht E-109.
33. Morosh, V.; Linek, J.; Müller, B.; Martínez-Pérez, M.J.; Wolter, S.; Weimann, T.; Beyer, J.; Schurig, T.; Kieler, O.; Zorin, A.B.; et al. Transport and noise properties of sub-100-nm planar Nb Josephson junctions with metallic HfTi barrier for nanoSQUID applications. *Phys. Rev. Appl.* **2020**, *14*, 054072. [[CrossRef](#)]
34. Tolpygo, S.K.; Bokhovsky, V.; Rastogi, R.; Zarr, S.; Day, A.L.; Golden, E.; Weir, T.J.; Wynn, A.; Johnson, L.M. Advanced Fabrication Processes for Superconductor Electronics: Current Status and New Developments. *IEEE Trans. Appl. Supercond.* **2019**, *29*, 1102513. [[CrossRef](#)]
35. Olaya, D.; Castellanos-Beltran, M.; Pulecio, J.; Biesecker, J.; Khadem, S.; Lewitt, T.; Hopkins, P. Planarized Process for Single-Flux-Quantum Circuits With Self-Shunted Nb/Nb_xSi_{1-x}/Nb Josephson Junctions. *IEEE Trans. Appl. Supercond.* **2019**, *29*, 1101708. [[CrossRef](#)]
36. Nagasawa, S.; Hinode, K.; Satoh, T.; Hidaka, M.; Akaike, H.; Fujimaki, A.; Yoshikawa, N.; Takagi, K.; Takagi, N. Nb 9-Layer Fabrication Process for Superconducting Large-Scale SFQ Circuits and Its Process Evaluation. *IEICE Trans. Electron.* **2014**, *97*, 132–140. [[CrossRef](#)]
37. Tolpygo, S.K.; Bolkhovsky, V.; Weir, T.; Johnson, L.M.; Oliver, W.D.; Gouker, M.A. Deep sub-micron stud-via technology for superconductor VLSI circuits. *J. Phys. Conf. Ser.* **2013**, *507*, 042043. [[CrossRef](#)]
38. The commercial instruments are identified in this paper only in order to adequately specify the experimental procedure. Such identification does not imply recommendation or endorsement by the PTB.
39. Felgner, J.; Kieler, O.F.; Schurr, J.; Herick, J.; Bauer, S.; Wendisch, R.; Störr, K. *Evaluation of Material Parameters for on-Chip Capacitors and Resistors for Superconducting Circuits*; Tagung Kryoelektronische Bauelemente: Bad Aibling, Germany, 2017.
40. Naini, A.; Green, M. Fringing fields in a parallel-plate capacitor. *Am. J. Phys.* **1977**, *45*, 877. [[CrossRef](#)]
41. Hong, J.-S.; Lancaster, M.J. *Microstrip Filters for RF/Microwave Applications*; John Wiley & Sons, Inc.: Hoboken, NJ, USA, 2001.
42. Nagel, J.; Kieler, O.F.; Weimann, T.; Wölbing, R.; Kohlmann, J.; Zorin, A.B.; Kleiner, R.; Koelle, D.; Kemmler, M. Superconducting quantum interference devices with submicron Nb/HfTi/Nb junctions for investigation of small magnetic particles. *Appl. Phys. Lett.* **2011**, *99*, 032506. [[CrossRef](#)]
43. Stewart, W.C. Current-voltage characteristics of Josephson junctions. *J. Appl. Phys. Lett.* **1968**, *12*, 277–280. [[CrossRef](#)]
44. McCumber, D.E. Effect of ac impedance on dc voltage-current characteristics of Josephson junctions. *J. Appl. Phys.* **1968**, *39*, 3113–3118. [[CrossRef](#)]
45. Ketchen, M.B.; Gallagher, W.J.; Kleinsasser, A.W.; Murphy, S.; Clem, J.R. *DC SQUID flux focuser*. 3. *International Conference on Superconducting Quantum Devices*; Walter de Gruyter: Berlin, Germany, 1985.
46. Delin, K.A.; Kleinsasser, A.W. Stationary properties of high-critical-temperature proximity effect Josephson junctions. *Supercond. Sci. Technol.* **1996**, *9*, 227–269. [[CrossRef](#)]

Veröffentlichung 3

PAPER • OPEN ACCESS

Static and dynamic transport properties of multi-terminal, multi-junction microSQUIDs realized with Nb/HfTi/Nb Josephson junctions

To cite this article: S Wolter *et al* 2022 *Supercond. Sci. Technol.* **35** 085006

View the [article online](#) for updates and enhancements.

You may also like

- [SQUIDs in biomagnetism: a roadmap towards improved healthcare](#)
Rainer Körber, Jan-Hendrik Storm, Hugh Seton *et al.*
- [Multi-terminal multi-junction dc SQUID for nanoscale magnetometry](#)
Alexander Y Meltzer, Aviram Uri and Eli Zeldov
- [Bi-SQUID: design for applications](#)
Victor K Kornev, Nikolay V Kolotinskiy and Oleg A Mukhanov



IOP | ebooks™

Bringing together innovative digital publishing with leading authors from the global scientific community.

Start exploring the collection—download the first chapter of every title for free.

Static and dynamic transport properties of multi-terminal, multi-junction microSQUIDs realized with Nb/HfTi/Nb Josephson junctions

S Wolter^{1,*} , J Linek², T Weimann¹, D Koelle² , R Kleiner²  and O Kieler¹ 

¹ Physikalisch-Technische Bundesanstalt, Bundesallee 100, D-38116 Braunschweig, Germany

² Physikalisches Institut, Center for Quantum Science (CQ) and LISA⁺, Universität Tübingen, Auf der Morgenstelle 14, D-72076 Tübingen, Germany

E-mail: silke.wolter@ptb.de

Received 6 April 2022, revised 7 June 2022

Accepted for publication 13 June 2022

Published 5 July 2022



CrossMark

Abstract

The progressive miniaturization of superconducting quantum interference devices (SQUIDs) used, e.g. for magnetic imaging on the nanoscale or for the detection of the magnetic states of individual magnetic nanoparticles causes increasing problems in realizing a proper flux-bias scheme for reading out the device. To overcome the problem, a multi-terminal, multi-junction layout has been proposed and realized recently for the SQUID-on-tip configuration, which uses constriction-type Josephson junctions (JJ). This geometry is also interesting for SQUIDs based on overdamped superconductor—normal metal—superconductor (SNS) JJ. We fabricated four-terminal, four-junction SQUIDs based on a trilayer Nb/HfTi/Nb process and study their static and dynamic transport properties in close comparison with numerical simulations based on the resistively and capacitively shunted junction model. Simulations and measurements are in very good agreement. However, there are large differences to the transport properties of conventional two-junction SQUIDs, including unusual phase-locked and chaotic dynamic states which we describe in detail. We further extract the current-phase relation of our SNS junctions, which turns out to be purely sinusoidal within the experimental error bars.

Keywords: low-temperature superconductors, nanotechnology, multi-terminal, multi-junction SQUID, niobium technology, current-phase relation, SNS Josephson junctions

(Some figures may appear in colour only in the online journal)

1. Introduction

Miniaturized superconducting quantum interference devices (SQUIDs) offer high spatial resolution and high sensitivity

for the detection and investigation of magnetic sources on the nanoscale. To achieve high spin sensitivities, even below $1 \mu_B/\text{Hz}^{1/2}$ (μ_B is the Bohr magneton) [1], and to improve their coupling, e.g. to individual magnetic nanoparticles (MNPs), nanowires or nanotubes [2–10], it is crucial to downscale the linewidth of the SQUID loop [11–13] and the size of the Josephson junctions (JJs) intersecting the loop. Therefore, direct current (dc) SQUIDs with lateral size in the μm range (microSQUIDs) or even sub- μm range (nanoSQUIDs) have received increasing attention during the last years [14, 15] and already have promising

* Author to whom any correspondence should be addressed.



Original content from this work may be used under the terms of the [Creative Commons Attribution 4.0 licence](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/). Any further distribution of this work must maintain attribution to the author(s) and the title of the work, journal citation and DOI.

applications for high-resolution scanning SQUID microscopy [1, 16–25]. Additionally, downscaling the dimension of the SQUIDs makes them insensitive to strong external magnetic fields [26, 27].

On the other hand, downscaling makes it increasingly difficult to modulate the magnetic flux through the SQUID using flux-modulation lines. An elegant solution has been presented in [28, 29], where the traditional two-junction SQUID-on-tip (SOT) [1] was replaced by a multi-terminal SOT configuration containing three or four junctions in the SQUID loop. Biasing the individual junctions allows adjusting the SQUID to optimal sensitivity for all values of an applied magnetic field. The SOT contains constriction-type JJs where self-heating leads to current voltage characteristics (IVCs) which are hysteretic under current bias and thus require a voltage bias to operate the device slightly above its critical current. Consequently, the analysis in [28] focused on the static behaviour and the critical current of the multi-terminal SOT.

The use of SNS-type JJs, where N indicates the normal conducting barrier of the junction and S denotes the superconducting electrodes, can allow for non-hysteretic IVCs of the individual junctions and consequently for a more traditional readout where the SQUID is current-biased in the resistive state. However, having in mind highly miniaturized SQUIDs, the problem of an adequate flux modulation remains and, thus, the concept of the multi-junction SQUID is also very attractive for SQUIDs based on SNS junctions. In contrast to asymmetric two-junction SQUIDs, where the asymmetry of the junctions or the SQUID loop and therefore the shift of the quantum interference pattern is chosen with the design, the multi-junction SQUIDs offer the possibility to shift the pattern continuously. Thus, the optimal working point can be adjusted precisely and independently of the parameter spread during the fabrication. Furthermore, the multi-terminal, multi-junction SQUIDs are superior to two-junction SQUIDs with direct injection feedback current to adjust the flux bias, since they offer two additional control currents, enhancing the electric tunability of the SQUIDs. This makes them more suitable for noise reduction schemes, which are based on periodic flux-bias switching of the SQUIDs [28, 30].

The dynamics of a conventional two-junction SQUID is understood very well on the basis of the resistively and capacitively shunted junction (RCSJ) model [31, 32]. Such an approach is also very reasonable for a multi-junction SQUID. However, one may expect nontrivial interactions of the four junctions and consequently a behaviour which may strongly deviate from a traditional device. This expectation motivates our theoretical and experimental study of the dynamics of SNS-type multi-junction SQUIDs, using a configuration with four junctions embedded in the SQUID loop. Connecting to [28] we first analyze the critical current of the device as a function of various control parameters. We then turn to the resistive state and study IVCs and voltage vs. flux modulation patterns, with the finding of several unusual dynamic states.

The organization of the paper and the main results are as follows. In section 2 we first introduce the mathematical model and subsequently use it to analyze the dynamics of a

4-JJ SQUID with (nearly) symmetric junctions. In the resistive state we find a complex interplay between phase-locked and chaotic states, leading, e.g. to an unusual hysteresis in the SQUID IVC and to multiple-valued voltage vs. flux modulation patterns. Section 3 focuses on the experimental device and contains a comparison of its transport characteristics to simulations. The section starts with some details on the fabrication and the design of the device (section 3.1) and then turns to a basic characterization in terms of critical current vs. flux patterns, IVCs and voltage vs. flux modulation patterns (section 3.2). The comparison between experiment and simulation shows that one of the junctions of the experimental device is in essence shorted (i.e. the junction has a very high critical current) so that effectively we have an asymmetric 3-JJ SQUID. Taking the actual device parameters into account we find excellent agreement between measurement and simulation. Section 3.3 focuses in more detail on the behaviour our device when one of the junctions is biased by an additional current. Here, a peculiar state is detected, where the junctions in one of the SQUID arms are in the resistive state, but with opposite dc voltages, while the junctions in the other arm of the SQUID remain in the zero-voltage state. Section 3.4 is devoted to the determination of the current-phase relation (CPR) of two of the JJs. The CPR's are extracted from the data by using a procedure introduced in [28] and turn out to be purely sinusoidal within the experimental error bars. Section 4 concludes our work.

2. Numerical simulations

2.1. Mathematical model

We consider the 4JJSQ as schematically depicted in figure 1, with four ports ($p = 1, \dots, 4$). Three independent currents I_1 , I_2 and I_4 can be injected via ports 1, 2 and 4, respectively. The current I_3 to port 3 is used as a drain, i.e. we have $I_3 = I_1 + I_2 + I_4$. Each loop segment between neighboring ports contains one JJ; i.e. the SQUID loop is intersected by four JJs ($k = 1, \dots, 4$). We consider I_1 as a bias current and I_2 and I_4 as control currents, and we will discuss how the critical current I_{c1} (from port 1 to 3) and the voltage V_{SQ} (between port 1 and 3) will change with the control currents and with Φ_{ext} .

The Josephson current through the k th junction is $I_{J,k} = I_0 a_k \sin(\delta_k)$, with asymmetry parameters a_k and gauge-invariant phase differences δ_k of the superconducting wave functions across the k th JJ. Here, we define I_0 as the average $(I_{0,left-min} + I_{0,right-min})/2$ of the (noise-free) critical currents of those two JJs which have the lower critical current in the left and right SQUID arm, respectively. Accordingly, the sum of the asymmetry parameters of those two 'weakest JJs per SQUID arm' is 2. This choice for the definition of I_0 ensures that the (noise-free) critical current I_{c1} vs. Φ_{ext} for $I_2 = I_4 = 0$ of the 4JJSQ has a maximum $I_{c1,max} = 2I_0$.

Normalizing currents to I_0 , we obtain in normalized form for the Josephson currents $i_{J,k} = a_k \sin(\delta_k)$. To capture also dynamic properties of the 4JJSQs, we describe each

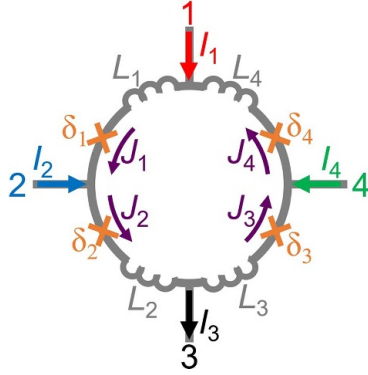


Figure 1. Schematic layout of the 4-terminal SQUID (with ports $p = 1-4$) intersected by 4 Josephson junctions ($k = 1-4$) with phase differences δ_k . The bias current I_1 , the drain current I_3 and the control currents I_2 and I_4 as well as the currents J_k through the k th junction are indicated by arrows. The inductances of the loop segments between the four ports are denoted by L_k .

junction within the resistively and capacitively shunted junction (RCSJ) model [31–33], i.e. we also consider quasiparticle currents through the junction resistance R , and displacement currents across the junction capacitance C . For simplicity, we assume that R and C are the same for all four JJs. The SQUID loop shall have a total inductance $L = \sum_{k=1}^4 L_k$, where L_k denote the inductances of the loop segments between the four ports (see figure 1).

In normalized form the RCSJ equations read:

$$\beta_C \partial_t^2 \delta_k + \partial_t \delta_k + a_k \sin(\delta_k) + i_{N,k} = j_k, \quad \text{for } k = 1, 2, \quad (1a)$$

$$\beta_C \partial_t^2 \delta_k + \partial_t \delta_k + a_k \sin(\delta_k) + i_{N,k} = -j_k, \quad \text{for } k = 3, 4. \quad (1b)$$

Here, $\beta_C = 2\pi I_0 R^2 C / \Phi_0$ is the Stewart-McCumber parameter with the magnetic flux quantum $\Phi_0 = h/2e \approx 2.0678 \cdot 10^{-15}$ Vs. In equation (1) time is normalized to $\Phi_0 / (2\pi I_0 R)$ and currents are normalized to I_0 . ∂_t indicates derivatives with respect to the normalized time. The currents $i_{N,k}$ denote normalized noise currents with (normalized) spectral density 4Γ , where $\Gamma = 2\pi k_B T / (I_0 \Phi_0)$ is the noise parameter.

The normalized currents j_k can be found from the conditions $i_1 = j_1 - j_4$, $i_2 = j_2 - j_1$, $i_3 = i_1 + i_2 + i_4 = j_2 - j_3$ and $i_4 = j_4 - j_3$. With the definition of an average circulating current $j_{\text{SQUID}} = \sum_{k=1}^4 j_k / 4$ one obtains:

$$j_1 = j_{\text{SQUID}} + i_1/2 - i_2/4 + i_4/4, \quad (2a)$$

$$j_2 = j_{\text{SQUID}} + i_1/2 + 3i_2/4 + i_4/4, \quad (2b)$$

$$j_3 = j_{\text{SQUID}} - i_1/2 - i_2/4 - 3i_4/4, \quad (2c)$$

$$j_4 = j_{\text{SQUID}} - i_1/2 - i_2/4 + i_4/4. \quad (2d)$$

Using (in dimensioned units) $\sum_{k=1}^4 L_k J_k + \Phi_{\text{ext}} = (\Phi_0 / 2\pi) [\delta_3 + \delta_4 - \delta_1 - \delta_2]$, the current j_{SQUID} can be related to the phase differences δ_k via:

$$j_{\text{SQUID}} = [-\delta_1 - \delta_2 + \delta_3 + \delta_4 - 2\pi(\varphi_{\text{ext}} + \varphi_b)] / (\pi\beta_L), \quad (3)$$

with the screening parameter $\beta_L = 2I_0 L / \Phi_0$. Here, φ_{ext} is the magnetic flux (normalized to Φ_0) applied to the SQUID loop and φ_b is the normalized flux due to additional fluxes generated by the normalized bias current i_1 and control currents i_2 and i_4 in the case of asymmetric inductances,

$$\varphi_b = \beta_L / 2 \cdot [(l_1 + l_2 - l_3 - l_4) \cdot i_1 / 2 + (3l_2 - l_1 - l_3 - l_4) \cdot i_2 / 4 + (l_1 + l_2 + l_4 - 3l_3) \cdot i_4 / 4], \quad (4)$$

where $l_k = L_k / L$.

We solve the equation (1) using a 5th order Runge Kutta method, together with equations (2a)–(4). The time derivatives $\partial_t \delta_k$ equal the normalized voltages $u_k = U_k / (I_0 R)$ across the four junctions, and from that we obtain the time averaged normalized voltages v_k . The time averaged voltage across the SQUID (between port 1 and 3) is $v_{\text{SQ}} = v_1 + v_2 = v_3 + v_4$. To record an IVC we typically start at zero current with initial conditions $\delta_k = u_k = 0$, let the system relax over 10^3 – 10^4 time units and then perform time averaging over 10^3 – 10^4 time units to obtain v_k . Then the current is changed by a small step and the procedure is repeated using the final values of δ_k and u_k of the previous step as the new initial conditions. The SQUID critical current is determined from i_1 vs. v_{SQ} characteristics by applying a voltage criterion $v_{\text{crit}} = 0.05$, which was chosen to be close to the experimental voltage criterion (see section 3.2).

The simulations discussed in this paper are for $\beta_C = 0$. We further use $l_k = 0.25$ for all k and $i_4 = 0$.

2.2. 4JJ SQUID behaviour for (nearly) symmetric junctions

To connect to the theoretical predictions shown in [28] we briefly address the symmetric 4JJSQ ($a_k = 1$) at $\beta_L = 1$. We first set the noise parameter to a very small value, $\Gamma = 10^{-6}$. For the perfectly symmetric 4JJSQ, $\Gamma = 0$ would produce solutions that are unstable against small perturbations.

Figure 2(a) shows the normalized critical current i_{c1} vs. φ_{ext} , calculated for five different values of $i_2 = 0, \pm 0.6$ and ± 1.2 . This graph agrees very well with figure 2(b) of [28]. The dependence i_{c1} vs. i_2 is shown in figure 2(b) for three values of $\varphi_{\text{ext}} = 0, 0.25$ and 0.5 and both polarities of i_1 . This graph can be compared with figure 3 of [28]. While the overall agreement is very good, there is a difference for $i_2 < -1.5$ (at $i_{c1} > 0$), where i_{c1} in our dynamic simulations shows an increase with decreasing i_2 , while i_{c1} in [28] continues to decrease, as indicated by the dashed blue and green lines in figure 2(b).

The differences can be understood from the IVC shown in figure 3(a) for $i_2 = -2$ and $\varphi_{\text{ext}} = 0$. The current i_1 was swept in steps of 0.02 using the sequence $0 \rightarrow 6 \rightarrow -6 \rightarrow 0$. The SQUID IVC v_{SQ} vs. i_1 shows a clear supercurrent up to $i_1 = 1.96$ at positive bias. However, when plotting the individual voltages v_k across junctions 1–4 vs. current i_1

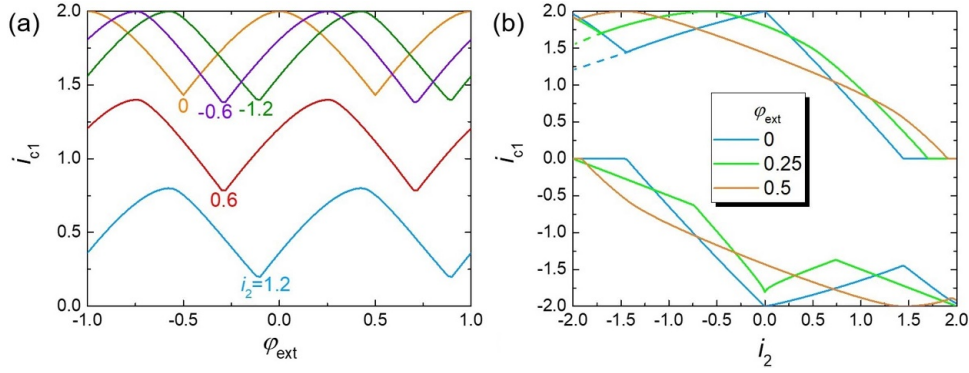


Figure 2. Simulations for comparison to results of [28] for a symmetric 4JJSQ ($a_k = 1$) with $\beta_L = 1$ and $\Gamma = 10^{-6}$. (a) i_{c1} vs. φ_{ext} for 5 different values of i_2 . (b) i_{c1} vs. i_2 for three different values of φ_{ext} . Differences to [28] occur in (b) at positive bias currents and i_2 values below -1.5 . In this region, dashed lines indicate i_{c1} vs. i_2 as obtained in [28].

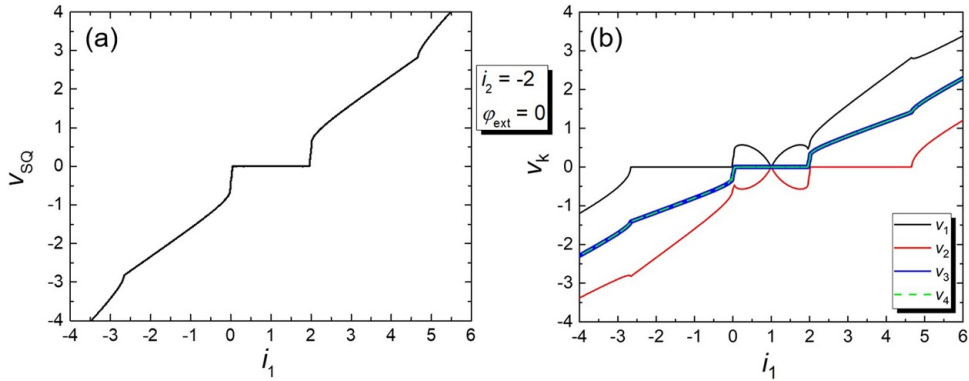


Figure 3. Simulations for a symmetric 4JJSQ ($a_k = 1$) with $\beta_L = 1$ and $\Gamma = 10^{-6}$, for $i_2 = -2$ and $\varphi_{\text{ext}} = 0$. (a) SQUID IVC v_{SQ} vs. i_1 . (b) Individual voltages of the four JJs, v_k vs. i_1 .

(figure 3(b)) one finds that for currents between 0.06 and 1.96 junctions 1 and 2 are in the resistive state with compensating voltages v_1 and v_2 , while the time-averaged voltages across junctions 3 and 4 are zero. This dynamic state could not be captured by the static analysis of [28].

As another remarkable dynamic feature, figure 4(a) shows IVCs (for $i_2 = 0$) for different $\varphi_{\text{ext}} = 0$ (black line), 0.25 (red line) and 0.5 (green line). For $\varphi_{\text{ext}} = 0$ and 0.25 the IVCs are hysteretic, although β_C was set to zero. One further notes in figure 4(a) that in the resistive state at fixed bias current the voltage v_{SQ} across the SQUID decreases with increasing flux, opposite to the case of a standard (2-JJ) dc SQUID and somewhat reminiscent to the case of a dc SQUID with nonzero β_C , if the LC-resonance-voltage of the SQUID is exceeded [33, 34]. This is more clearly visible in figure 4(b), which shows $v_{\text{SQ}}(\varphi_{\text{ext}})$ curves for different values of i_1 . Here we initialized the phases δ_k and voltages u_k with zero at a fixed value of i_1 and then swept φ_{ext} from either -1 to 1 or from 1 to -1 . For $i_1 = 1.5$, $v_{\text{SQ}}(\varphi_{\text{ext}})$ has maxima at $\varphi_{\text{ext}} = \pm 0.5$. With further increasing i_1 , those are converted into minima. From figure 4(a) we see that there is a resistive (downsweep) branch in the IVC also near integer values of φ_{ext} (with a return current to the zero-voltage state $i_{r1} = 0.88$ at $\varphi_{\text{ext}} = 0$), which

however, could not be stabilized for $i_1 < 1.7$ in our sweeps of φ_{ext} . For $i_1 = 1.7$ it appears only on the beginning of the sweep sequence. Also note that for $i_1 > 2.6$ there is a splitting of the $v_{\text{SQ}}(\varphi_{\text{ext}})$ curves near half-integer values of φ_{ext} . We did not investigate this feature further at this point.

While for $i_2 = 0$ at given bias current i_1 the time-averaged voltages v_k across all junctions are identical (not shown here), a difference shows up when inspecting the time-dependent voltages u_k , as displayed in figure 5 for $i_2 = 0$ and $i_1 = 1.8$. Figure 5(a) shows the case $\varphi_{\text{ext}} = 0$. Junctions 1 and 2, as well as junctions 3 and 4, oscillate in-phase. However, the voltage oscillations of the junctions 1 and 2 in the left and 3 and 4 in the right arm of the SQUID are out-of-phase, corresponding to a large circulating current around the SQUID. Consequently, the effective critical current i_{c1} is lowered compared to the static case, causing the hysteresis in the IVC. Note that for a symmetric two-junction SQUID the circulating current would be zero for $\varphi_{\text{ext}} = 0$.

In figure 4(a), we show that the hysteresis in the IVC decreases and eventually vanishes with increasing φ_{ext} . More precisely, the hysteresis disappears near $\varphi_{\text{ext}} = 0.314$. Figures 5(b) and (c) show $u_k(t)$ for $\varphi_{\text{ext}} = 0.25$ and 0.5, respectively. At $\varphi_{\text{ext}} = 0.25$ (figure 5(b)) the phase shift between the

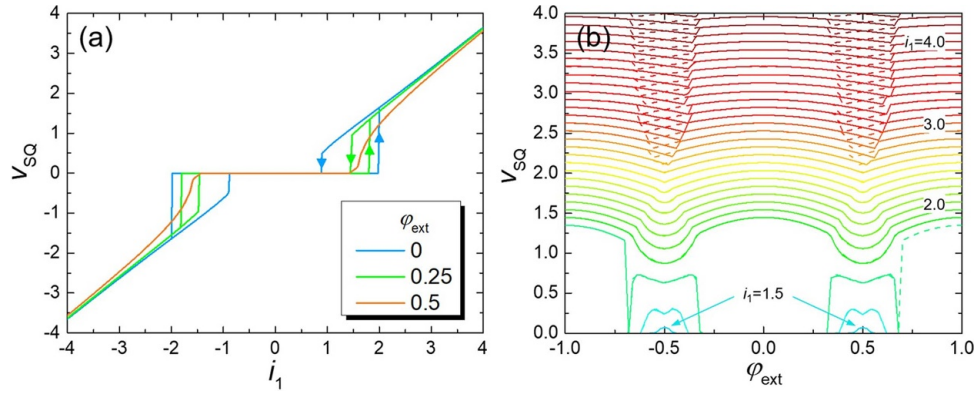


Figure 4. Simulations for a symmetric 4JJSQ ($a_k = 1$) with $\beta_L = 1$ and $\Gamma = 10^{-6}$ for $i_2 = 0$. (a) IVCs for different values of applied flux. Arrows indicate sweep direction. (b) Family of $v_{SQ}(\varphi_{ext})$ curves (solid lines: φ_{ext} from -1 to $+1$; dashed lines: φ_{ext} from $+1$ to -1) for different bias currents i_1 (from 1.4 to 4.3 in 0.1 steps).

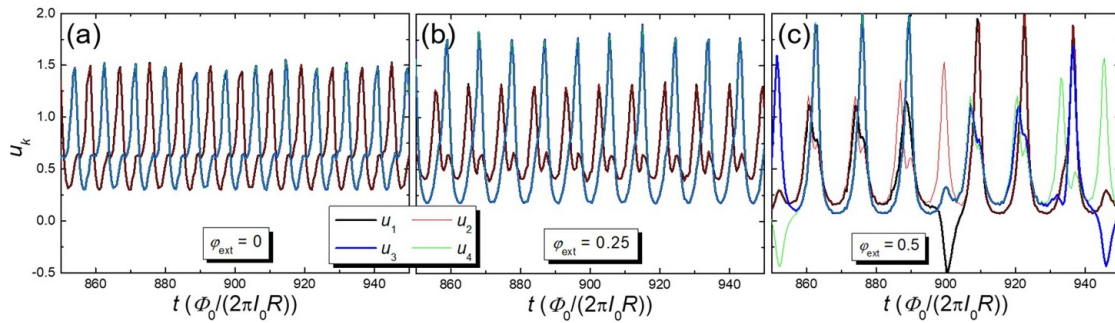


Figure 5. Simulation of time-dependent voltage oscillations of all 4 single JJs of a symmetric 4JJSQ ($a_k = 1$, $\beta_L = 1$ and $\Gamma = 10^{-6}$) at $i_2 = 0$ and $i_1 = 1.8$ for $\varphi_{ext} = 0$ (a), 0.25 (b) and 0.5 (c).

JJs in the left and right arm becomes smaller. If we increase φ_{ext} further to $\varphi_{ext} = 0.5$ (figure 5(c)), the system seems to become chaotic, and synchronization of JJs within the same SQUID arm gets lost. This chaotic regime seems to coincide with the region where the IVCs are no longer hysteretic. We also calculated families of $v_{SQ}(\varphi_{ext})$ curves for $i_2 = \pm 0.6$ and ± 1.2 (not shown). In all cases we observed instabilities in the $v_{SQ}(\varphi_{ext})$ patterns indicating that for the symmetric device chaotic regimes appear over a wide range of i_2 values.

Trivially, if the critical currents of one of the junctions in each arm of the SQUID were much bigger than the critical currents of the two other junctions one should return to the behaviour of a 2-junction SQUID. Thus, to investigate the quite unusual hysteresis in the IVCs (in the absence of JJ capacitance or heating effects) in some more detail we also show simulations for a somewhat asymmetric 4JJSQ with $a_1 = a_3 = 1.2$ and $a_2 = a_4 = 1$. The parameters are chosen such that the left and right arm of the SQUID remain symmetric.

Figure 6(a) shows by the red line i_{c1} vs. φ_{ext} for the asymmetric case in comparison to the symmetric case (black line). In both cases, the critical current has a maximum $i_{c1,max} = 2$ at $\varphi_{ext} = 0$ and minima $i_{c1,min}$ at $\varphi_{ext} = \pm 0.5$, like for a symmetric 2-junction SQUID. But one notes that the modulation depth $(i_{c1,max} - i_{c1,min})/i_{c1,max}$ of the asymmetric 4JJSQ is larger than for the symmetric 4JJSQ and closer to the modulation depth

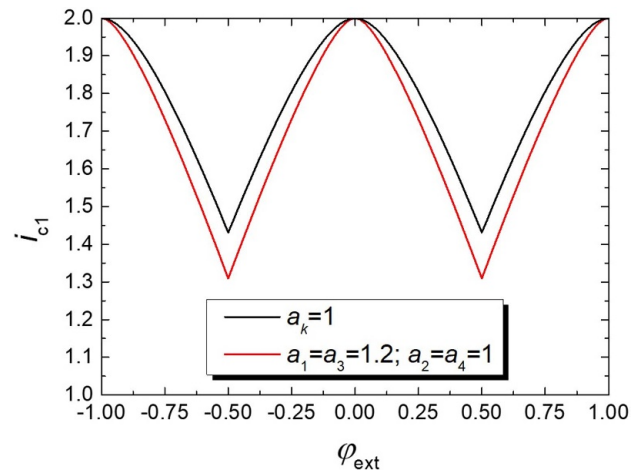


Figure 6. Simulations ($\beta_L = 1$, $\Gamma = 10^{-6}$, $i_2 = 0$), comparing $i_{c1}(\varphi_{ext})$ -curves for a symmetric (black line) and slightly asymmetric (red line) 4JJSQ.

of 1/2 which would be obtained for a symmetric 2-junction SQUID with $\beta_L = 1$.

Figure 7(a) shows IVCs for the asymmetric 4JJSQ for $\varphi_{ext} = 0$ (maximum i_{c1}) and 0.5 (minimum i_{c1}). For $\varphi_{ext} = 0$

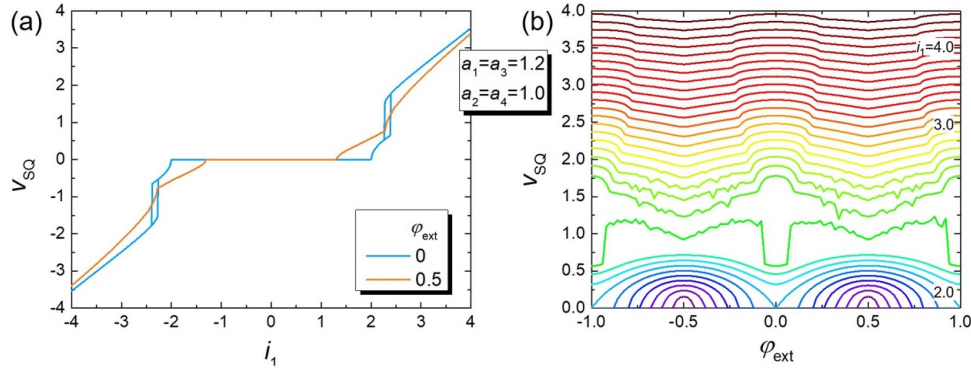


Figure 7. Simulations ($\beta_L = 1$ and $\Gamma = 10^{-6}$, $i_2 = 0$) for slightly asymmetric 4JJSQ ($a_1 = a_3 = 1.2$; $a_2 = a_4 = 1$). (a) IVCs at two different values of applied flux. (b) Family of $v_{SQ}(\varphi_{ext})$ curves for different bias currents i_1 (from 1.4 to 4.4 in 0.1 steps). φ_{ext} is swept from -1 to 1 .

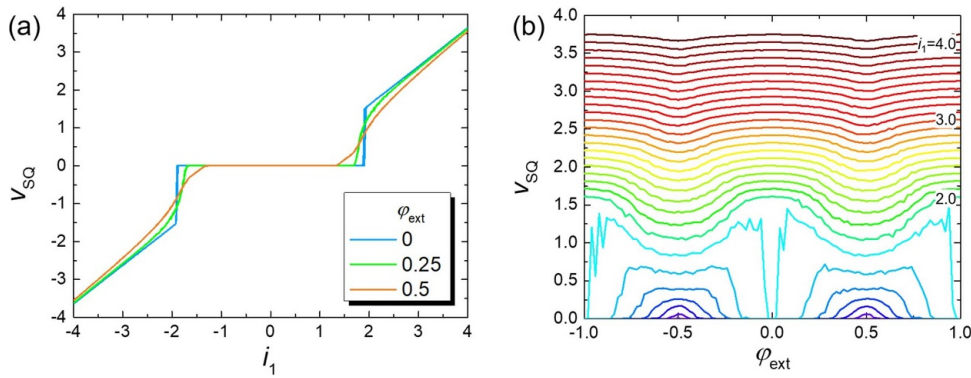


Figure 8. Simulations for a symmetric 4JJSQ ($a_k = 1$) with $i_2 = 0$, $\beta_L = 1$ and $\Gamma = 4.4 \cdot 10^{-3}$. (a) Simulated IVCs for different values of applied flux. (b) Family of $v_{SQ}(\varphi_{ext})$ curves for different values of bias current i_1 (from 1.4 to 4.1 in 0.1 steps). φ_{ext} is swept from -1 to 1 .

the critical current $i_{c1} = 2$, i.e. the two weaker JJs 2 and 4 (with $a = 1$) are switching to the resistive state. With further increasing i_1 , we find a jump to higher v_{SQ} at $i_1 = 2.4$, which means that now also JJs 1 and 3 (with $a = 1.2$) become resistive. We also find for the slightly asymmetric 4JJSQ a hysteretic IVC for $\varphi_{ext} = 0$; however, this is smaller than for the symmetric 4JJSQ, and it is also suppressed with increasing φ_{ext} . In the resistive state one observes a crossover between the two IVCs at $\varphi_{ext} = 0$ and 0.5 .

Figure 7(b) displays for the slightly asymmetric 4JJSQ a family of $v_{SQ}(\varphi_{ext})$ curves for different bias currents i_1 . Like for the symmetric 4JJSQ, at low bias currents the voltage maximum occurs at half-integer values of φ_{ext} . With increasing i_1 one observes the crossover to the state where the maxima of v_{SQ} vs. φ_{ext} occur at integer values of φ_{ext} . Also note, that near the crossover the v_{SQ} vs. φ_{ext} curves look noisy. This is because of the small hysteresis visible in the IVCs.

Finally, for the symmetric device, we also address the case of higher thermal noise. We take $\Gamma = 4.4 \cdot 10^{-3}$, a value, which we find for our experimental 4JJSQ discussed below. Figure 8(a) shows IVCs for $\varphi_{ext} = 0, 0.25$ and 0.5 . The large hysteresis observed for $\Gamma = 10^{-6}$ has nearly vanished, and we observe a low-bias region where the voltage at $\varphi_{ext} = 0.5$ is higher than the voltage for lower values of φ_{ext} . This can also be seen in the v_{SQ} vs. φ_{ext} curves displayed in figure 8(b),

where one observes the crossover in the position of voltage maxima from half-integer to integer values of φ_{ext} at voltages near 1. Also note that the voltage jumps associated with the splitting of the $v_{SQ}(\varphi_{ext})$ curves at high bias currents are no longer observable.

3. Fabrication and measurement results

3.1. Fabrication and design

The 4JJSQs with deep submicron sandwich-type trilayer SNS JJs with Nb electrodes and HfTi barrier were fabricated using an established Nb planar fabrication technology. This is based on magnetron sputtering deposition on 3 inch Si wafers with 300 nm thermally oxidized SiO_2 , electron beam lithography to ensure high alignment precision for nanopatterning of the small features of our SQUIDs and a chemical-mechanical polishing step to planarize the insulating SiO_2 layer between the Nb base and the Nb wiring layer and to open contact windows between the Nb top layer and Nb wiring layer. Those technologies are available at the clean room center at PTB Braunschweig and have been applied before to the fabrication of JJ-based circuits [35–38], including complex and advanced nanoSQUID layouts, such as gradiometers [39] and 3-axis vector nanoSQUIDs [40] and for auxiliary components such

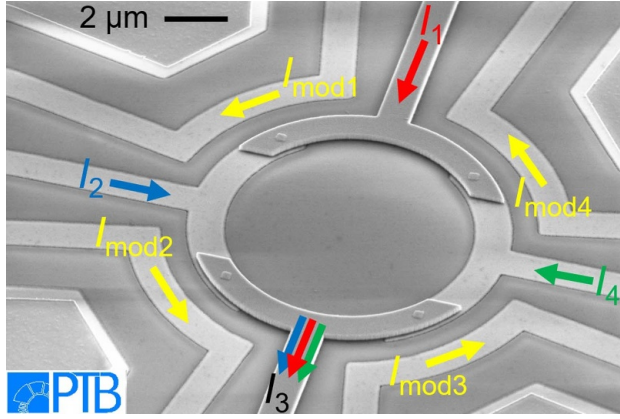


Figure 9. Scanning electron microscopy image of a 4JJSQ. Two superconducting quadrants in the Nb base layer are connected via four JJs to two quadrants in the Nb wiring layer. The bias current I_1 , drain current I_3 , control currents I_2 and I_4 and modulation currents $I_{\text{mod}1}$ to $I_{\text{mod}4}$ are indicated by arrows. The voltage across the 4JJSQ is measured between the ports 1 and 3 for bias current I_1 and drain current I_3 , respectively.

as pick-up and feedback coils. Since the fabrication technology is not the focus of this paper, we refer to [41] for the detailed fabrication technology.

We fabricated dc SQUIDs with four SNS JJs with nominal lateral JJ size of $300 \text{ nm} \times 300 \text{ nm}$ (figure 9) and a normal conducting $\text{Hf}_{\text{wt}50\%}\text{Ti}_{\text{wt}50\%}$ (HfTi) barrier with a thickness of 26 nm. The superconducting Nb loop is constructed as two quadrants in the 160 nm thick Nb base layer which are connected via the four JJs to two more quadrants in the Nb wiring layer, which has a thickness of 200 nm. The applied magnetic flux φ_{ext} to the SQUID can be provided by the modulation currents $I_{\text{mod},i}$ ($i = 1-4$) through four inductively coupled modulation lines in the Nb base layer, which are designed to be in a close distance (with a nominal $0.9 \mu\text{m}$ gap) to the four SQUID loop segments. The SQUID loop was designed to have an inner diameter of $8.0 \mu\text{m}$ with $1.1 \mu\text{m}$ linewidth for the Nb base and $8.1 \mu\text{m}$ diameter with $0.9 \mu\text{m}$ line width in the wiring layer.

3.2. Basic SQUID characterization

All measurement data shown here were taken at liquid He temperature ($T = 4.2 \text{ K}$) and we used the current I_1 , flowing from the top across the SQUID loop to the drain (bottom; see figure 9) as the bias current. The SQUID voltage V_{SQ} was measured between ports 1 and 3. The modulation current $I_{\text{mod}1}$ was used to inductively couple magnetic flux Φ_1 to the SQUID loop, via the mutual inductance $M_1 = \Phi_1/I_{\text{mod}1}$. The control current I_2 , flowing from the left to the drain, was used to shift the interference patterns. We always kept $I_4 = 0$, and accordingly, $I_3 = I_1 + I_2$. Also, we limit the results presented below to one exemplary 4JJSQ, since the other investigated 4JJSQs showed similar behaviour.

The IVCs $V_{\text{SQ}}(I_1)$, with $I_{\text{mod}1}$ adjusted to obtain maximum critical current $I_{c1,\text{max}}$ and minimum critical current $I_{c1,\text{min}}$ are shown in figure 10(a) for the 4JJSQ with $I_2 = 0$ and

$37.5 \mu\text{A}$. These IVCs, as well as all others we obtained, are nonhysteretic. For $I_2 = 0$ the maximum critical current is $80 \mu\text{A}$, which corresponds to $I_0 \approx 40 \mu\text{A}$ and a critical current density $j_0 \approx 44 \text{ kA cm}^{-2}$. For the noise parameter we find $\Gamma \approx 4.4 \cdot 10^{-3}$ at 4.2 K . Further, we find the best overall agreement between the shapes of the experimental and simulated IVCs for $i_2 = 0$ by using $I_0R = 15 \mu\text{V}$.

We show in figure 10(b) the voltage oscillation $V_{\text{SQ}}(I_{\text{mod}1})$ for the 4JJSQ (with $I_2 = 0$) at $I_1 = 80 \mu\text{A}$. From the oscillation period (current $I_{\text{mod}1,0}$ required to couple one flux quantum Φ_0 to the SQUID) we determine the inverse mutual inductance $1/M_1 = I_{\text{mod}1,0}/\Phi_0 = 1.95 \text{ mA}/\Phi_0$ ($M_1 = 1.06 \text{ pH}$) between the corresponding modulation line and the 4JJSQ. The maximum modulation voltage of our 4JJSQ is $9 \mu\text{V}$ (cf figure 10(b)) and the derived maximum transfer coefficient is $V_{\Phi} \approx 50 \mu\text{V}/\Phi_0$. Using the simulation software 3D-MLSI, to calculate the supercurrent density distribution based on the London equations [42] for the given geometry of our device and with a London penetration depth $\lambda_L = 70-80 \text{ nm}$ for our Nb thin films, we obtain for the mutual inductance $M_1 = 1.12 \text{ pH}$, which is in good agreement with the value $M_1 = 1.06 \text{ pH}$ determined experimentally from figure 10(b). For the SQUID inductance we calculate with 3D-MLSI $L = 17.0 \text{ pH}$, leading to an estimated screening parameter $\beta_L = 2I_0L/\Phi_0 \approx 0.66$. From direct simulations (see below) we obtain $\beta_L = 0.65$ and $L = 16 \text{ pH}$, which is in very good agreement.

To work with dimensionless quantities for comparing our measurement results with calculations from [28] and with our simulations based on the mathematical model described in section 2, we normalize the currents I_1 and I_2 to I_0 and the modulation current $I_{\text{mod}1}$ to $I_{\text{mod}1,0} = \Phi_0/M_1$. The voltages are normalized to $I_0R = 15 \mu\text{V}$. We denote normalized quantities by lower case letters i and v . $\varphi_1 = I_{\text{mod}1}/I_{\text{mod}1,0} = \Phi_1/\Phi_0$ is the normalized applied flux (modulation current).

For the simulations shown below we use asymmetry parameters $a_1 = 1.05$ and $a_4 = 0.95$, so that we have $a_1 + a_4 = 2$ for the weakest JJs in both SQUID arms. We further use $a_2 = 1.15$ and $a_3 = 5$ and $\beta_L = 0.65$. These values have been obtained by matching i_{c1} vs. φ_1 curves for $i_2 = 0$ and $i_2 = 1.25$, as well as IVCs for $i_2 = 0$ and φ_1 chosen so that the positive critical current was at a maximum or a minimum. Parameters a_1 to a_4 , as well as β_L were varied in steps of 0.05. For the asymmetry parameter a_3 we can give only a lower limit of 4 and for convenience set this parameter to 5. We briefly note here that, by inspecting IVCs for $i_4 = 0$ only, in the absence of measurements of the individual voltages v_k , we could have exchanged the values of a_3 and a_4 without changing the results. However, using the measured individual junction voltages, as well as using measurements with nonzero values of the current i_4 , we find JJ3 to be the junction with significantly higher asymmetry parameter. In experiment the threshold voltage to determine the critical current was $1 \mu\text{V}$, translating to a normalized voltage criterion of about 0.07 to determine i_{c1} in our simulations. Finally, we note that to match experimental $i_{c1}(\varphi_1)$ or $v_{\text{SQ}}(\varphi_1)$ curves with simulations, the experimental I_{mod} -axes needed to be adjusted typically by an offset of $0.05-0.1 \text{ mA}$ to account for residual fields of $\approx 1-2 \mu\text{T}$ in the cryostat.

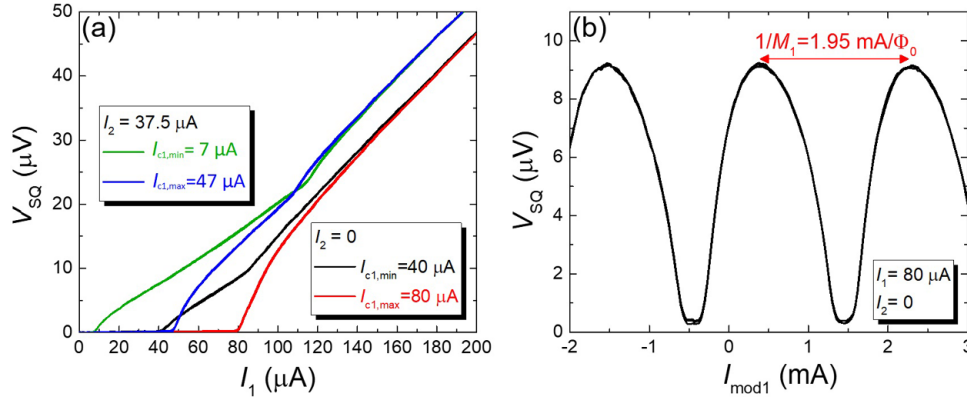


Figure 10. Experimental results for the 4JJSQ at 4.2 K. (a) IVCs with I_{mod1} adjusted to achieve maximum ($I_{c,max}$) and minimum ($I_{c,min}$) critical current for $I_2 = 0$ and $37.5 \mu A$. (b) Voltage vs. modulation current for $I_2 = 0$ (chosen to obtain maximum voltage modulation amplitude).

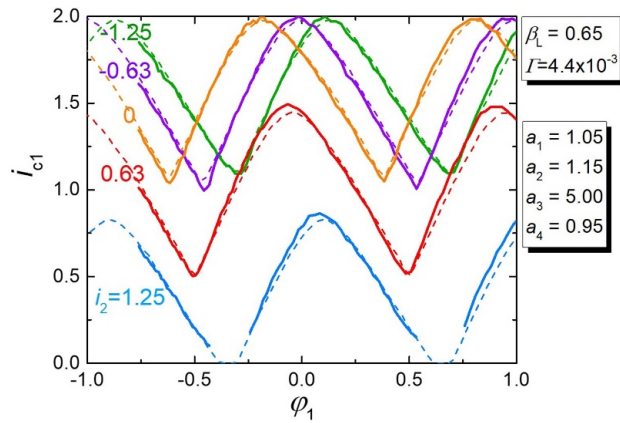


Figure 11. Measured (solid lines) and simulated (dashed lines) $i_{c1}(\phi_1)$ curves of the 4JJSQ for 5 different control currents i_2 . The boxes to the right indicate the values for the parameters used in the simulations.

Figure 11 shows by solid lines the measured quantum interference patterns $i_{c1}(\phi_1)$ of our 4JJSQ together with the corresponding simulated curves (dashed lines). Here we measured IVCs for 101 different values of the modulation current, varying between $I_{mod1} = -1.48$ mA and 2.40 mA, at 5 different values of the applied control current i_2 , which were chosen to be between -1.25 and 1.25 .

As predicted by the model described in [28], the quantum interference patterns in figure 11 are not only shifted to lower critical currents, but also along the ϕ_1 -axis while applying a positive control current ($i_2 > 0$). For negative control currents ($i_2 < 0$) the patterns are shifted only along the ϕ_1 -axis, which agrees with the theoretical model, too. Compared to [28] and to our simulations for symmetric 4JJSQs (cf figure 2(a)) we observe a shift of all quantum interference patterns to the left, which is due to the asymmetry in the junction critical currents of our device.

Now, we compare our simulation results to IVCs measured at different values of applied flux and $i_2 = 0$. The measured

curves are presented in figure 12(a), whereas the simulated curves are shown in figure 12(b). In general, there is a good agreement between the measurement and the simulation. Particularly, the measured critical current values and the ‘bends’ (abrupt changes in the slope) observed in the IVCs for different values of applied flux could be reproduced by simulations.

An explanation for the bending of the IVCs can be found by having a closer look at the voltages v_k across the four individual junctions, shown in figure 13 for $i_2 = 0$. The left panels (a), (c) show measurements and the right panels (b), (d) show simulations. The upper panels (a), (b) show $v_k(i_1)$ at maximum critical current (at $\phi_1 = -0.17$), and the lower panels are for minimum critical current (at $\phi_1 = 0.41$). In both cases, JJ3 stays in the zero-voltage state. The voltage v_1 across JJ1 equals v_4 as long as JJ2 is in the zero-voltage state, while v_1 is close to v_2 as soon as v_2 becomes nonzero. This transition marks the bends in the IVCs shown in figure 12, where the voltages are the sum of the JJs in the right and left arm, respectively.

With respect to the IVCs we briefly mention that also for nonzero values of i_2 we found a very good agreement between experiment and simulation. However, neither in experiment nor in simulation we found hysteretic IVCs for our strongly asymmetric device, as we found in our simulations for the (nearly) symmetric 4JJSQ, cf figures 4–6.

Figure 14 shows measured (figure 14(a)) and simulated (figure 14(b)) families of $v_{SQ}(\phi_1)$ curves for $i_2 = 0$. Here, we varied the bias current i_1 in steps of 0.1 from 1 to 4 for positive bias and from -1 to -4 for negative bias.

The v_{SQ} vs. ϕ_1 curves show a point-symmetric behaviour and for $|i_1| \lesssim 1.5$ one observes the voltage maxima at half-integer values of the applied flux (shifted due to the asymmetric JJs), similar to 2-junction SQUID behaviour. For higher values of the bias current $|i_1|$, the maxima of the $v_{SQ}(\phi_1)$ curves are gradually shifting further to the left and right, for positive and negative i_1 , respectively. The simulations are in good agreement with the experimental data. As we neglected inductance and resistance asymmetries in the simulations, the above-described shifts in the voltage maxima are attributed to critical current asymmetries only. Note that in contrast to the

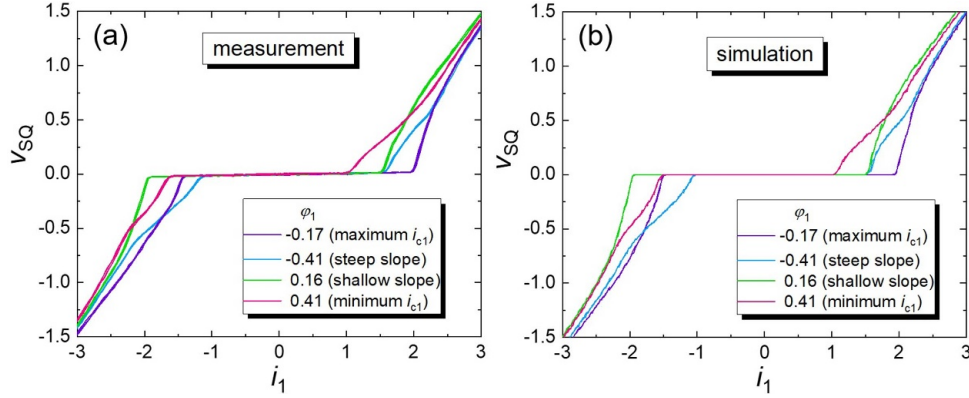


Figure 12. (a) Measured and (b) simulated (same parameters as in figure 11) IVCs for $i_2 = 0$ and different values of applied flux to reach either maximum or minimum i_{c1} or to stay on the steep or shallow slope of the $i_{c1}(\varphi_1)$ pattern (for $i_1 > 0$; cf figure 11).

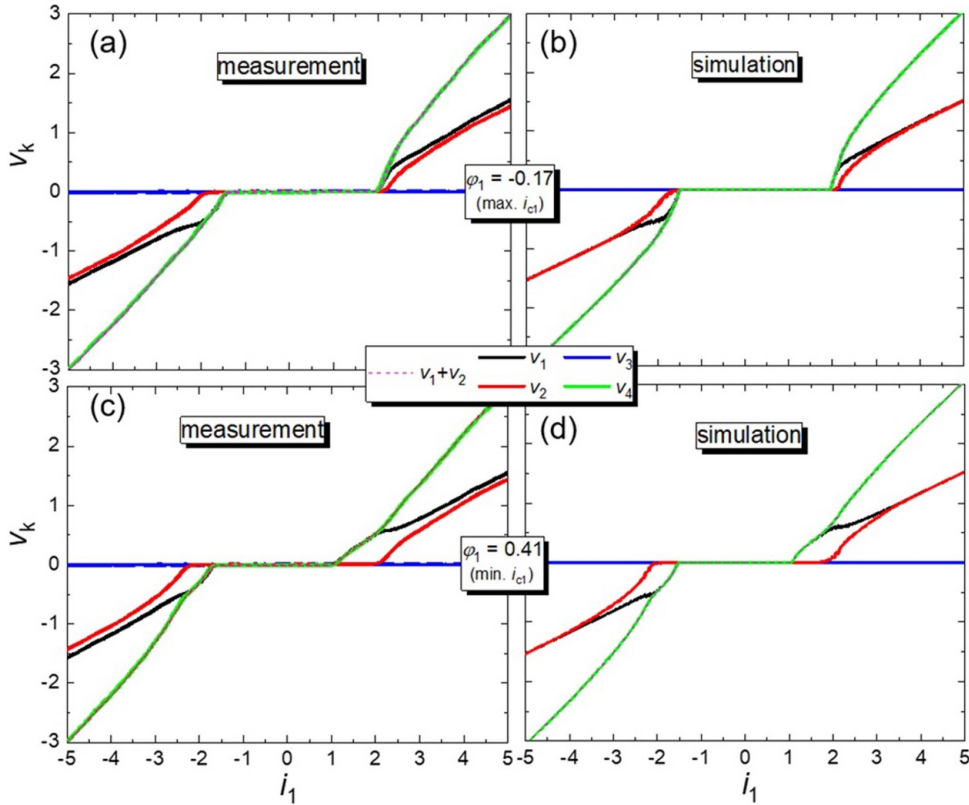


Figure 13. (a), (c) Measurement and (b), (d) simulation (same parameters as in figure 11) of the voltages $v_k(i_1)$ of the individual four junctions of the 4JJSQ for $i_2 = 0$ and an applied flux leading to maximum (a), (b) and minimum (c), (d) critical current (solid lines). Dashed lines show the total voltage across the SQUID.

simulated $v_{SQ}(\varphi_{ext})$ families shown in figures 4, 7 and 8, we do not observe an abrupt crossover of the position of the voltage maxima from half-integer to integer values of the applied normalized flux. Further note that in contrast to the case of the simulated $v_{SQ}(\varphi_{ext})$ families for the symmetric 4JJSQ with comparable noise parameter, the v_{SQ} vs. φ_1 curves look much less noisy close to $v_{SQ} \approx 1$, which is consistent with the missing hysteresis in the IVCs of our asymmetric device.

Figure 15 shows measured (figure 15(a)) and simulated (figure 15(b)) $v_{SQ}(\varphi_1)$ curves for $i_2 = 0$ and ± 0.95 while the bias current is chosen to obtain maximum voltage modulation amplitude. We observe a shift of the curves along the φ_1 -axis while applying a positive control current ($i_2 = 0.95$) as well as negative control currents ($i_2 = -0.95$) compared to the case of $i_2 = 0$. In contrast to the symmetric device, no instabilities appear in the curves.

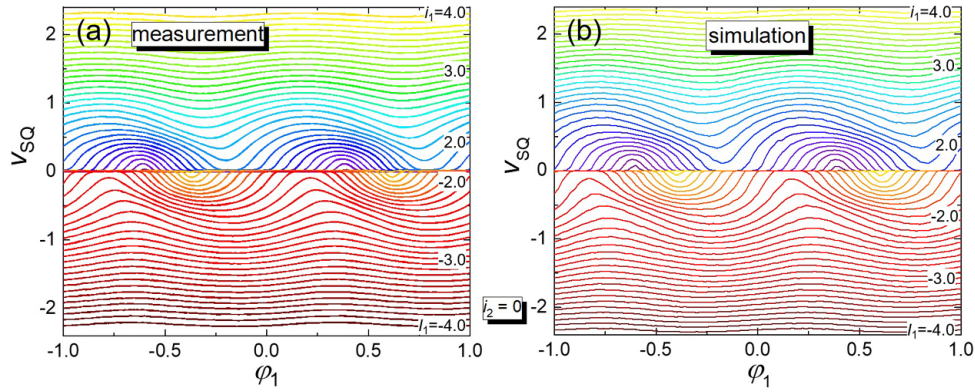


Figure 14. Families of (a) measured and (b) simulated (same parameters as in figure 11) $v_{SQ}(\varphi_1)$ curves for different values of the bias current i_1 ($|i_1|$ from 1.0 to 4.0 in 0.1 steps) and for control current $i_2 = 0$.

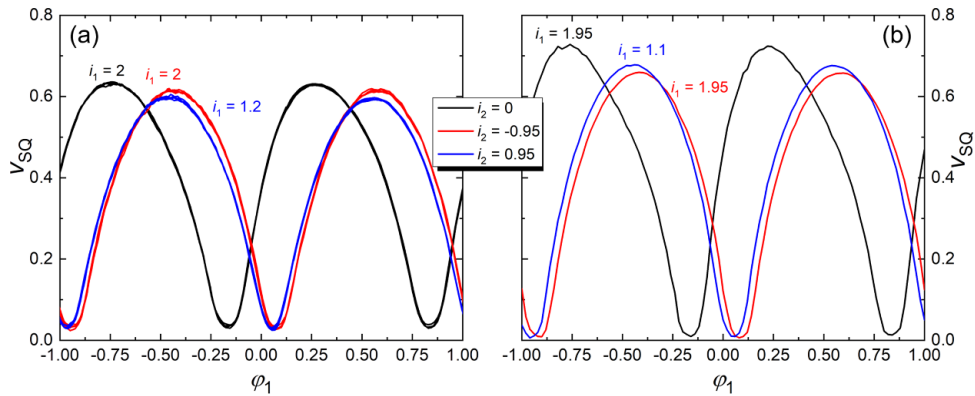


Figure 15. (a) Measured and (b) simulated $v_{SQ}(\varphi_1)$ curves for different values of control current i_2 and bias current i_1 (chosen to obtain maximum voltage modulation amplitude).

3.3. Critical current vs. i_2

Figure 16 displays the measured (a) and simulated (b) critical currents i_{c1} vs. control current i_2 for both polarities of i_{c1} and different values of applied flux (taking into account that for $i_2 = 0$ the $i_{c1}(\varphi_1)$ curves have their maximum at $\varphi_1 = -0.17$ for $i_{c1} > 0$, and at 0.16 for $i_{c1} < 0$). The agreement between the measured and the simulated curves is very good and, like for the symmetric case (cf figure 2(b)), we observe both in experiment and simulation an increase of the critical current for positive bias, for $i_2 < -1.5$ and φ_1 adjusted to be near the $i_{c1}(\varphi_1)$ maximum for $i_2 = 0$.

The upper panel of figure 17 displays experimental (a) and simulated (b) IVCs $v_{SQ}(i_1)$ for $i_2 = -2$ and the same three values of φ_1 that were chosen for the $i_{c1}(i_2)$ curves in figure 16 for $i_{c1} > 0$. Again, the agreement between experiment and simulation is very good. The lower panel of figure 17 shows measured (c) and simulated (d) individual junction voltages $v_k(i_1)$ for $\varphi_1 = 0.31$ and $i_2 = -2$. Like for the symmetric case, cf figure 3(b), the simulations yield a state where the junctions in the left arm are resistive, with opposite dc voltages, while the junctions in the right arm remain in their zero-voltage state. This state is also realized in the experimental device.

3.4. Current-phase relation

As explained in [28] the current-phase relation $F(\delta)$ of junctions 1 and 2 can be reconstructed from measurements of the critical current $i_{c1}(\varphi_1, i_2)$. For a given value of i_2 one determines the flux value φ_1 where $i_{c1}(\varphi_1)$ has a maximum. This constitutes the curve $\varphi_{1, \max}(i_2)$ which encodes the CPR of JJ1 for $i_2 > a_2 - a_1$ and the CPR of JJ2 for $i_2 \leq a_2 - a_1$.

For junction 2 the phase δ_2 is found from:

$$\delta_2 = -2\pi\varphi_{1, \max} - \pi\beta_L i_2/4 + \mu, \quad (5)$$

and the normalized CPR $F_2(\delta_2)/I_0$ is obtained via:

$$F_2(\delta_2)/I_0 = j_2 = i_2 + a_1. \quad (6)$$

The phase μ is a constant and can, e.g. be determined by demanding $F_2(0) = 0$.

From equation (3), using the definition of j_{SQUID} and further assuming sinusoidal CPR's and under the assumption that junction 4 is at its critical current we can also give an analytic expression for μ ,

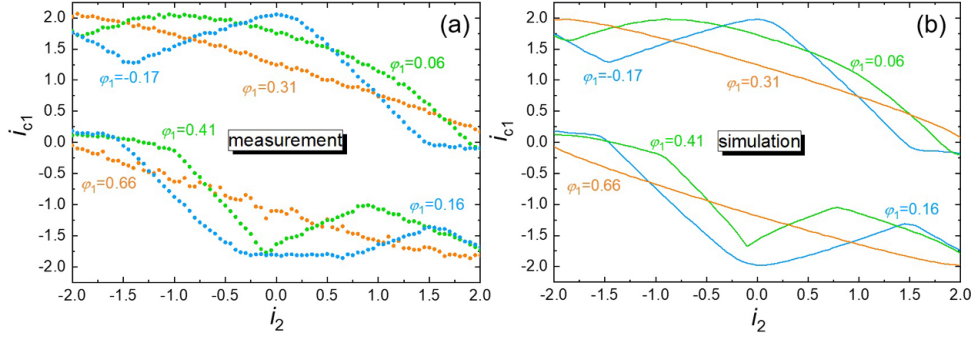


Figure 16. Comparison between (a) measured and (b) simulated (same parameters as in figure 11) $i_{c1}(i_2)$ curves for different values of applied flux. The blue curves correspond to applied flux values which yield maximum i_{c1} in the $i_{c1}(\varphi_1)$ curves for $i_2 = 0$. For the green and orange curves, φ_1 is increased by approximately $1/4$ and $1/2$, respectively.

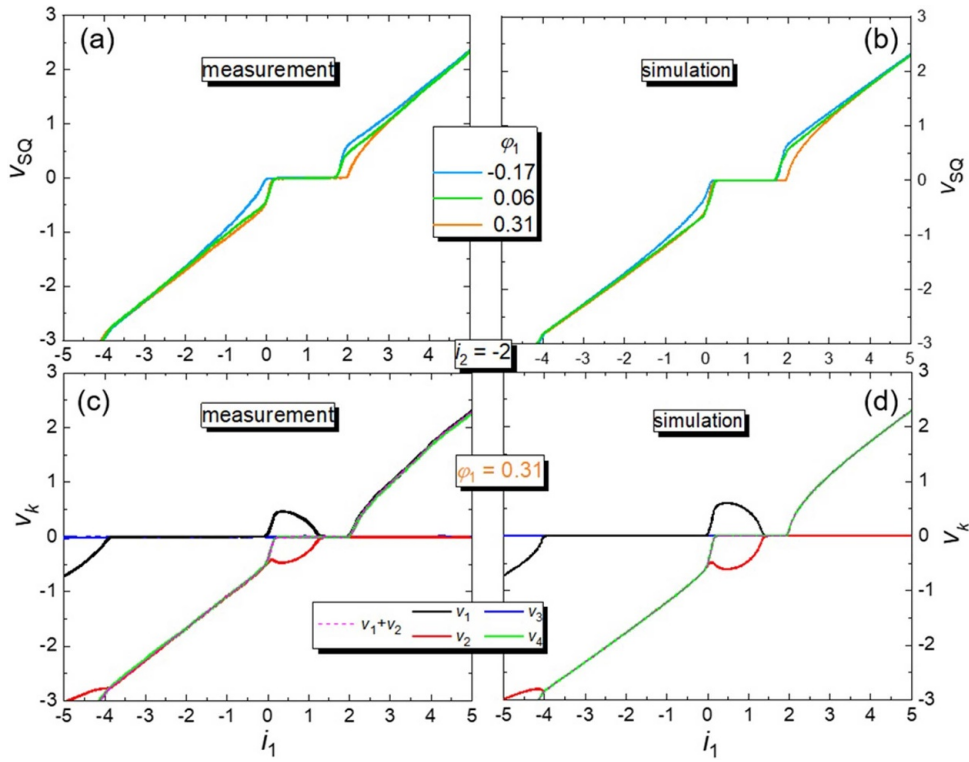


Figure 17. Measured (a) and simulated (b) IVCs $v_{SQ}(i_1)$ for $i_2 = -2$ and three values of φ_1 and measured (c) and simulated (d) individual junction voltages $v_k(i_1)$ for $i_2 = -2$ and $\varphi_1 = 0.31$. For the simulations, same parameters as in figure 11 were used.

$$\mu = a_4/a_3 - \pi\beta_L(a_1 - a_4)/2. \quad (7)$$

For junction 1 one makes the replacements $i_2 \rightarrow -i_2$, $a_1 \leftrightarrow a_2$, $\delta_2 \rightarrow \delta_1$, and for μ one finds:

$$\mu = a_4/a_3 - \pi\beta_L(a_2 - a_4)/2. \quad (8)$$

Figure 18(a) shows a measured contour plot $i_{c1}(\varphi_1, i_2)$. Here, we measured IVCs for 52 different values of φ_1 from -0.9 to 1 for 81 different values of i_2 between -2 and 2 . $\varphi_{1,\max}(i_2)$ is indicated by the pink symbols for φ_1 between -0.25 and 0.3 and for both polarities of i_2 . The

reconstructed normalized CPRs $F_i(\delta_i)/(a_i I_0)$ are shown in figure 19(a) for junction 1 and in figure 19(b) for junction 2. In the graphs we also plotted by lines the sinusoidal dependences. For the phase shift we used $\mu = -0.22$ for junction 1 and $\mu = -0.12$ for junction 2, to fulfil $F_1(0) = F_2(0) = 0$. Apparently, the data points are compatible with a sinusoidal CPR, although the error bars are large. Using the sinusoidal CPRs we also inverted equations (5) and (6) and show the resulting $\varphi_{1,\max}(i_2)$ curves as solid white lines in figure 18(a).

Finally, for completeness and in order to further test the evaluation method we applied the same procedure for the simulated $i_{c1}(\varphi_1, i_2)$ curves, where by ansatz we have sinusoidal

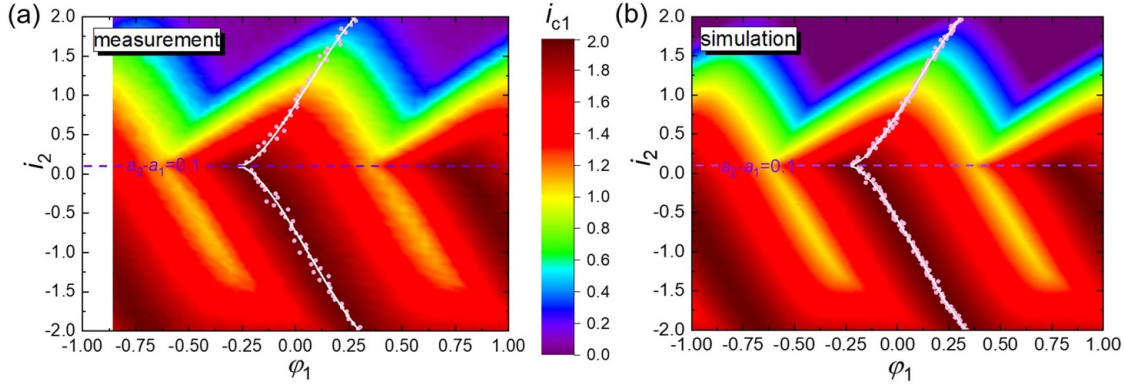


Figure 18. (a) Measured and (b) simulated (same parameters as in figure 11) contour plot $i_{c1}(\varphi_1, i_2)$ for the 4JJSQ. Pink dots indicate the maxima of the i_{c1} vs. φ_1 patterns at fixed values of i_2 , i.e. $\varphi_{1,\max}(i_2)$. The white solid lines are calculated by inverting equations (5) and (6) for sinusoidal CPRs for junctions 1 and 2. Values of $i_2 > a_2 - a_1$ are for junction 1 while values of $i_2 \leq a_2 - a_1$ are for junction 2.

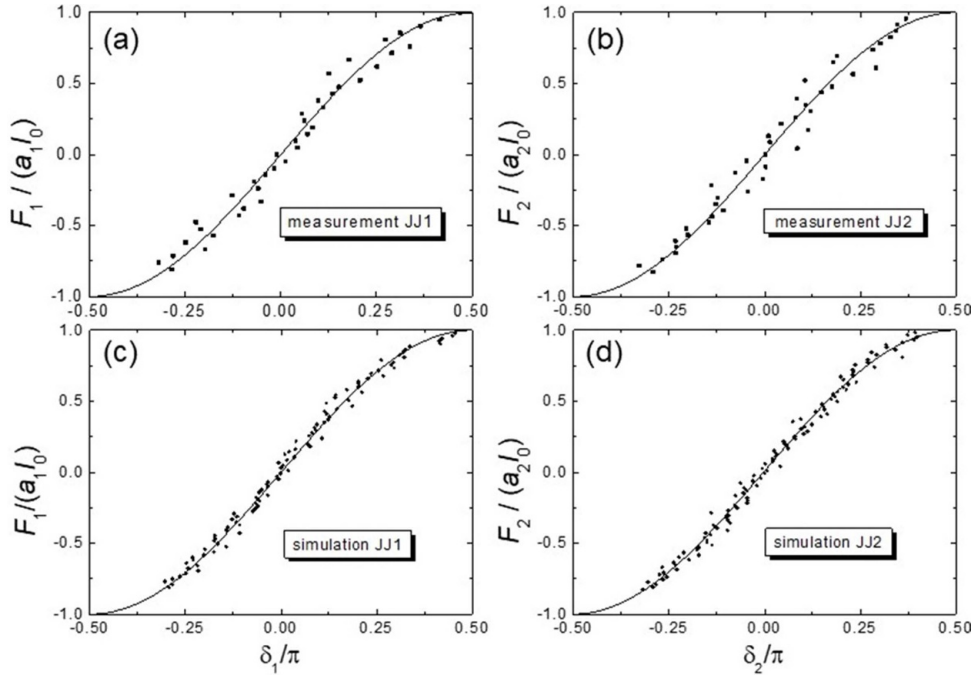


Figure 19. CPRs of JJ1 (a) and JJ2 (b), extracted from measured $\varphi_{1,\max}(i_2)$ data. CPRs of JJ1 (c) and JJ2 (d), extracted from the simulated $\varphi_{1,\max}(i_2)$ data. Lines correspond to sinusoidal CPRs $F_1/(a_1 I_0) = \sin \delta_1$ and $F_2/(a_2 I_0) = \sin \delta_2$.

CPRs. Figure 18(b) shows the corresponding contour plot $i_{c1}(\varphi_1, i_2)$. In the calculations both φ_1 and i_2 were varied in steps of 0.02.

Figures 19(c) and (d) show the extracted CPRs, where we used $\mu = 0$ for JJ1 and $\mu = 0.1$ for JJ2 to fulfil $F_1(0) = F_2(0) = 0$. Those values are close to $\mu = -0.01$ and 0.09 , found from equations (7) and (8), respectively. We further note that the experimental data yield values for μ that are shifted by $\Delta\mu = -0.22$ relative to the simulated ones. This may indicate that a_3 of the experimental device is much larger than the value of 5 used for simulation. Indeed, $a_3 \rightarrow \infty$ would roughly lead to the observed value of $\Delta\mu$.

4. Conclusions

Motivated by the fact that the multi-terminal, multi-junction SQUID, suggested and realized for the SQUID-on-tip configuration, is also an interesting concept for other highly miniaturized SQUIDS we fabricated four-terminal, four-junction SQUIDS, using Nb SNS-junctions with a HfTi barrier. Like the conventional two-junction dc SQUID, also this device can be very well modelled using RCSJ-type equations, and we see that the static behaviour is similar to that of the 4-junction SQUID-on-tip. Particularly in the resistive state the dynamics of the device can strongly differ from the dynamics of a

conventional dc SQUID, involving various phase-locked and chaotic states if the 4-junction SQUID is symmetric. We have addressed several examples. While the symmetric device may be interesting for studies of nonlinear dynamics, the appearance of chaos and of instabilities in the current–voltage characteristics and the voltage–flux patterns is clearly detrimental for SQUID magnetometry. However, these effects have disappeared in the *asymmetric* 4-junction SQUID studied experimentally. Under this condition, as judged from the transport characteristics, the multi-terminal, multi-junction configuration is a promising geometry, allowing for a stable *in-situ* control over shifting interference patterns. This may become particularly important when it comes to pushing the limits of miniaturization, which will make it increasingly difficult to optimally flux-bias the conventional two-junction dc SQUID. However, it remains to be investigated, how the 4-junction dynamics imprints on the noise properties of the SQUID.

Data availability statement

The data that support the findings of this study are available upon reasonable request from the authors.

Acknowledgments

The authors thank K Störr, M Petrich, R Gerdau and P Hinze for their help throughout the wafer fabrication and support at the SEM equipment.

We gratefully acknowledge financial support by the Deutsche Forschungsgemeinschaft (DFG) (KI 698/3-2, KO 1303/13-2), by the European Commission under H2020 FET Open grant ‘FIBsuperProbes’ (Grant No. 892427) and by the COST action NANOCOBYBRI (CA16218). This work was partially funded from the EMPIR programme (Project ParaWave 17FUN10) co-financed by the Participating States and from the European Union’s Horizon 2020 research and innovation programme.

ORCID iDs

S Wolter  <https://orcid.org/0000-0001-7702-6813>
 D Koelle  <https://orcid.org/0000-0003-3948-2433>
 R Kleiner  <https://orcid.org/0000-0002-2819-9774>
 O Kieler  <https://orcid.org/0000-0001-5193-8910>

References

- [1] Vasyukov D *et al* 2013 A scanning superconducting quantum interference device with single electron spin sensitivity *Nat. Nanotechnol.* **8** 639–44
- [2] Wernsdorfer W 2001 Classical and quantum magnetization reversal studied in nanometersized particles and clusters *Adv. Chem. Phys.* **118** 99–190
- [3] Jamet M, Wernsdorfer W, Thirion C, Maily D, Dupuis V, Mélinon P and Pérez A 2001 Magnetic anisotropy of a single cobalt nanocluster *Phys. Rev. Lett.* **86** 4676–9
- [4] Wernsdorfer W 2009 From micro- to nano-SQUIDs: applications to nanomagnetism *Supercond. Sci. Technol.* **22** 064013
- [5] Hao L, Abmann C, Gallop J C, Cox D, Ruede F, Kazakova O, Josephs-Franks P, Drung D and Schurig T 2011 Detection of single magnetic nanobead with a nano-superconducting quantum interference device *Appl. Phys. Lett.* **98** 092504
- [6] Buchter A *et al* 2013 Reversal mechanism of an individual Ni nanotube simultaneously studied by torque and SQUID magnetometry *Phys. Rev. Lett.* **111** 067202
- [7] Schwarz T, Wölbing R, Reiche C F, Müller B, Martínez-Pérez M J, Mühl T, Büchner B, Kleiner R and Koelle D 2015 Low-noise YBa₂Cu₃O₇ nano-SQUIDs for performing magnetization-reversal measurements on magnetic nanoparticles *Phys. Rev. Appl.* **3** 044011
- [8] Martínez-Pérez M J, Müller B, Schwebius D, Korinski D, Kleiner R, Sesé J and Koelle D 2017 NanoSQUID magnetometry of individual cobalt nanoparticles grown by focused electron beam induced deposition *Supercond. Sci. Technol.* **30** 024003
- [9] Martínez-Pérez M J, Pablo-Navarro J, Müller B, Kleiner R, Magén C, Koelle D, de Teresa J M and Sesé J 2018 NanoSQUID magnetometry on individual as-grown and annealed Co nanowires at variable temperature *Nano Lett.* **18** 7674–82
- [10] Martínez-Pérez M J, Müller B, Lin J, Rodriguez L A, Snoeck E, Kleiner R, Sesé J and Koelle D 2020 Magnetic vortex nucleation and annihilation in bi-stable ultrasmall ferromagnetic particles *Nanoscale* **12** 2587–95
- [11] Bouchiat V 2009 Detection of magnetic moments using a nano-SQUID: limits of resolution and sensitivity in near-field SQUID magnetometry *Supercond. Sci. Technol.* **22** 064002
- [12] Nagel J *et al* 2011 Resistively shunted YBa₂Cu₃O₇ grain boundary junctions and low-noise SQUIDs patterned by a focused ion beam down to 80 nm linewidth *Supercond. Sci. Technol.* **24** 015015
- [13] Wölbing R, Schwarz T, Müller B, Nagel J, Kemmler M, Kleiner R and Koelle D 2014 Optimizing the spin sensitivity of grain boundary junction nanoSQUIDs—towards detection of small spin systems with single-spin resolution *Supercond. Sci. Technol.* **27** 125007
- [14] Granata C and Vettoliere A 2016 Nano superconducting quantum interference devices: a powerful tool for nanoscale investigations *Phys. Rep.* **614** 1–69
- [15] Martínez-Pérez M J and Koelle D 2017 NanoSQUIDs: basics & recent advances *Phys. Sci. Rev.* **2** 20175001
- [16] Kirtley J R, Ketchen M B, Stawiasz K G, Sun J Z, Gallagher W J, Blanton S H and Wind S J 1995 High-resolution scanning SQUID microscope *Appl. Phys. Lett.* **66** 1138–40
- [17] Kirtley J R 2009 Prospects for imaging magnetic nanoparticles using a scanning SQUID microscope *Supercond. Sci. Technol.* **22** 064008
- [18] Hazra D, Kirtley J R and Hasselbach K 2013 Nano-superconducting quantum interference devices with continuous read out at millikelvin temperatures *Appl. Phys. Lett.* **103** 093109
- [19] Kirtley J R *et al* 2016 Scanning SQUID susceptometers with sub-micron spatial resolution *Rev. Sci. Instrum.* **87** 093702
- [20] Reith P, Wang X R and Hilgenkamp H 2017 Analysing magnetism using scanning SQUID microscopy *Rev. Sci. Instrum.* **88** 123706
- [21] Wyss M, Gliga S, Vasyukov D, Ceccarelli L, Romagnoli G, Cui J, Kleibert A, Stamps R L and Poggio M 2019 Stray-field imaging of a chiral artificial spin ice during magnetization reversal *ACS Nano* **13** 13910–6

- [22] Anahory Y *et al* 2020 SQUID-on-tip with single-electron spin sensitivity for high-field and ultra-low temperature nanomagnetic imaging *Nanoscale* **12** 3174–82
- [23] Uri A *et al* 2020 Nanoscale imaging of equilibrium quantum Hall edge currents and of the magnetic monopole response in graphene *Nat. Phys.* **16** 164–70
- [24] Wyss M, Bagani K, Jetter D, Marchiori E, Vervelaki A, Gross B, Ridderbos J, Gliga S, Schönenberger C and Poggio M 2022 Magnetic, thermal, and topographic imaging with a nanometer-scale SQUID-on-cantilever scanning probe *Phys. Rev. Appl.* **17** 034002
- [25] Persky E, Sochnikov I and Kalisky B 2022 Studying quantum materials with scanning SQUID microscopy *Annu. Rev. Condens. Matter Phys.* **13** 385–405
- [26] Schwarz T, Nagel J, Wölbing R, Kemmler M, Kleiner R and Koelle D 2013 Low-noise nano superconducting quantum interference device operating in tesla magnetic fields *ACS Nano* **7** 844–50
- [27] Wölbing R, Nagel J, Schwarz T, Kieler O, Weimann T, Kohlmann J, Zorin A B, Kemmler M, Kleiner R and Koelle D 2013 Nb nano superconducting quantum interference devices with high spin sensitivity for operation in magnetic fields up to 0.5 T *Appl. Phys. Lett.* **102** 192601
- [28] Meltzer A Y, Uri A and Zeldov E 2016 Multi-terminal multi-junction dc SQUID for nanoscale magnetometry *Supercond. Sci. Technol.* **29** 114001
- [29] Uri A *et al* 2016 Electrically tunable multi-terminal SQUID-on-tip *Nano Lett.* **16** 6910–5
- [30] Drung D and Mück M 2004 SQUID electronics *The SQUID Handbook: Fundamentals and Technology of SQUIDS and SQUID Systems* ed J Clarke and A I Braginski vol I (Weinheim: Wiley-VCH) ch 4
- [31] Stewart W C 1968 Current-voltage characteristics of Josephson junctions *Appl. Phys. Lett.* **12** 277–80
- [32] McCumber D E 1968 Effect of ac impedance on dc voltage-current characteristics of Josephson junctions *J. Appl. Phys.* **39** 3113–8
- [33] Chesca B, Kleiner R and Koelle D 2004 SQUID theory *The SQUID Handbook: Fundamentals and Technology of SQUIDS and SQUID Systems* ed J Clarke and A I Braginski vol I (Weinheim: Wiley-VCH) ch 2
- [34] de Waal V J, Schrijner P and Llorca R 1984 Simulation and optimization of a dc SQUID with finite capacitance *J. Low Temp. Phys.* **54** 215–32
- [35] Hagedorn D, Kieler O, Dolata R, Behr R, Müller F, Kohlmann J and Niemeyer J 2006 Modified fabrication of planar sub- μm superconductor–normal metal–superconductor Josephson junctions for use in a Josephson arbitrary waveform synthesizer *Supercond. Sci. Technol.* **19** 294–8
- [36] Kieler O F, Iuzzolino R and Kohlmann J 2009 Sub- μm SNS Josephson junction arrays for the Josephson arbitrary waveform synthesizer *IEEE Trans. Appl. Supercond.* **19** 230–3
- [37] Bechstein S, Köhn C, Drung D, Storm J-H, Kieler O, Morosh V and Schurig T 2017 Investigation of nanoSQUID designs for practical applications *Supercond. Sci. Technol.* **30** 034007
- [38] Morosh V *et al* 2020 Transport and noise properties of sub-100-nm planar Nb Josephson junctions with metallic HfTi barrier for nanoSQUID applications *Phys. Rev. Appl.* **14** 054072
- [39] Nagel J, Kieler O F, Weimann T, Wölbing R, Kohlmann J, Zorin A B, Kleiner R, Koelle D and Kemmler M 2011 Superconducting quantum interference devices with submicron Nb/HfTi/Nb junctions for investigation of small magnetic particles *Appl. Phys. Lett.* **99** 032506
- [40] Martínez-Pérez M J, Gella D, Müller B, Morosh V, Wölbing R, Sesé J, Kieler O, Kleiner R and Koelle D 2016 Three-axis vector nano superconducting quantum interference device *ACS Nano* **10** 8308–15
- [41] Wolter S, Linek J, Altmann J, Weimann T, Bechstein S, Kleiner R, Beyer J, Koelle D and Kieler O 2021 Fabrication process for deep sub-micron SQUID circuits with three independent niobium layers *Micromachines* **12** 350
- [42] Khapaev M M, Kupriyanov M Y, Goldobin E and Siegel M 2003 Current distribution simulation for superconducting multi-layered structures *Supercond. Sci. Technol.* **16** 24–27