Die Bestimmung der Mathematik bei Cusanus und Leibniz*

Von

ULLI ROTH (FREIBURG IM BREISGAU)

Summary

Nicolaus Cusanus' thought appears in much to anticipate or run in the direction of modern philosophy, especially that of Leibniz, in particular what concerns his – for the middle ages novel – mathematical reasoning. This article pursues the singularity of the mathematics of both thinkers back to their theological or philosophical intention. Continuity from Cusanus to Leibniz must thus be seen as problematical not only in relation to the infinitesimal calculus. Cusanus adheres, particularly in his specialist mathematical calculations, to the impossibility of continuous transitions and accordingly also of an exact squaring of the circle. Within this limit he seeks the proximity of God in his absolute distinction from all that is finite. Leibniz, on the other hand, achieves the exact calculation of the number π with the support of the continuity principle. This refers not only to God's absolute freedom in the choice of the best but points to a modern mediation between finite and infinite, just that which is rejected by Cusanus.

Nicolaus Cusanus und Gottfried Wilhelm Leibniz in einen Zusammenhang zu bringen, kann nunmehr auf eine über 150jährige Geschichte zurückblicken. Hierfür ist weniger die Tatsache verantwortlich, daß Leibniz Cusanus zur Kenntnis genommen und in verschiedenartigen Zusammenhängen erwähnt hat[1], vielmehr haben ihre jeweiligen metaphysischen Konzeptionen den Anschein einer Verwandtschaft des Gedankens hervorgerufen. Die Frage nach der Verbindung der beiden Denker ist dabei von besonderer Bedeutung, da es in ihr auch um die Bestimmung des Anfangs des neuzeitlichen Denkens geht, sowohl historisch als auch prinzipiell. Findet man etwa die zentralen Punkte der Leibnizschen Monadenlehre nicht schon in Cusanus' Lehre vom Universum und den Individuen vorweggenommen?[2] Diese Beobachtung hinsichtlich der Onto-

* Für wertvolle Kritik und Hinweise möchte ich Prof. Dr. Klaus E. Kaehler (Köln) und Prof. Dr. Menso Folkerts (München) danken.

1 Vgl. F. Nagel: *Nicolaus Cusanus und die Entstehung der exakten Wissenschaften* (= *Buchreihe der Cusanus-Gesellschaft* 9), Münster 1984, S. 131-139, 159-163.

2 Vgl. u. a. R. Zimmermann: *Der Kardinal Nicolaus Cusanus als Vorläufer Leibnizens*, in: *Sitzungsberichte der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften, philosophisch-historische Klasse* 8 (1852), S. 306-328; H. Heimsoeth: *Die sechs großen Themen der abendländischen Metaphysik und der Ausgang des Mittelalters*, Darmstadt [3]1954; H. Rombach: *Substanz, System, Struktur. Die Ontologie des Funktionalismus und der philosophische Hintergrund der modernen Wissenschaft*, 1.2., Freiburg - München 1965-1966, insbesondere Bd 1, S. 150-151, Bd 2, S. 323; neuerdings auch T. Leinkauf: *Die Bestimmung des Einzelseienden durch die Begriffe contractio, singularitas und aequalitas bei Nicolaus Cusanus*, in: *Archiv für Begriffsgeschichte* 37 (1994), S. 180-211, insbesondere S. 181, 211.

logie scheint noch durch die eigentümliche Ausprägung der Mathematik und eines mathematisch orientierten Denkens bei beiden Denkern gestützt zu werden. Sogar bezüglich fachmathematischer Errungenschaften der Neuzeit, konkret der Infinitesimalrechnung, scheint es eine Kontinuität des Denkens von Cusanus zu Leibniz zu geben[3], so daß Cusanus als Begründer des neuzeitlichen Denkens auftritt.

Dieser Aufsatz will demgegenüber zu einem anderen Blick anregen, indem er eine Kontinuität von Cusanus zu Leibniz in Frage stellt. Hierzu wird die theoretische Konzeption der Mathematik bei beiden auf ihre theologische beziehungsweise metaphysische Bestimmung hin zurückverfolgt. Die dabei zutage tretende prinzipielle Verankerung der Mathematik wie auch ihre konkrete Realisierung geben meines Erachtens nicht nur den Unterschied von Cusanus und Leibniz jenseits eines philosophiehistorischen Kontinuums frei, sondern lassen auch das eigentliche Movens ihres jeweiligen philosophischen Denkens gerade nochmals plastisch in der von ihnen praktizierten Mathematik zum Vorschein kommen. Erstaunlicherweise zeigt sich dabei, daß für eine Kontrastierung von Cusanus und Leibniz jenseits eines mathematik- oder philosophiegeschichtlichen Kontinuums gerade der Kontinuitätsgedanke zentral ist, wie Rombach mit umgekehrter Zielsetzung festgestellt hat[4] – nun aber in dem Sinne, daß genau hinsichtlich des Kontinuitätsgesetzes kein Kontinuum von Cusanus zu Leibniz festgehalten werden kann. In den ,Infinitesimalüberlegungen' ihrer Mathematik hat ihre jeweilige prinzipielle Einsicht eine Spur hinterlassen. Sie wird in zwei separaten Teilen aufgezeigt, wobei zunächst Cusanus dargestellt wird. Wenn dann Leibniz skizziert wird, sollen vermehrt die Unterschiede betont werden.

I. Mathematik und die Jenseitigkeit Gottes bei Nicolaus Cusanus

Cusanus kennt ein allgemeines Kontinuumsgesetz etwa der Leibnizschen Form nicht. Gerade dieser Mangel ist nun eine Spur, die auf den von allem Endlichen absolut verschiedenen Schöpfergott verweist. Anstelle des Kontinuitätsgesetzes, das für die Leibnizsche Mathematik und Metaphysik von grundlegender Bedeutung ist, verweist Cusanus immer wieder auf die sogenannte ,regula doctae ignorantiae'. Auf sie und den Gedanken der ,coincidentia oppositorum' – wie erstmals klar in *De docta ignorantia* von 1440 vorgestellt – rekurriert er auch in seinen fachmathematischen Schriften. Diese sind also

3 Vgl. die vorsichtigen Vermutungen bei J. E. Hofmann/J. Hofmann: *Schriften des Nikolaus von Cues. Die mathematischen Schriften*, Hamburg 1952; N. Sturloff: *Mathematische Tradition in Byzanz und ihr Fortleben bei Nikolaus von Kues*, in: *Mitteilungen und Forschungsbeiträge der Cusanus-Gesellschaft* 4 (1964), S. 420-436; K. Jacobi: *Die Methode der cusanischen Philosophie* (= *Symposion* 31), Freiburg - München 1969, S. 304; Nagel (vgl. Anm. 1), S. 60-61, 140.

4 Vgl. Rombach (vgl. Anm. 2), Bd 1, S. 212, Bd 2, S. 323.

schon unter diesem äußerlichen Gesichtspunkt ganz eng mit seinen theologischen Spekulationen verknüpft. Es gilt aber auch die Umkehrung, da Cusanus bekanntlich wie kein anderer mittelalterlicher Denker die Mathematik mit der Theologie verbunden hat – im Wissen um eine innerliche Verknüpfung.

Hier soll gezeigt werden, daß die für das Mittelalter neuartigen Cusanischen Grenzwertüberlegungen[5], mit denen er in zahlreichen Anläufen das Problem der Kreisquadratur lösen will, gerade keinen Grenzübergang kennen. Denn das Kontinuumsgesetz gilt bei ihm weder in der Welt des real Existierenden noch in der Mathematik. Vielmehr verweisen seine mathematischen Gedankengänge auf die Jenseitigkeit Gottes in seiner Unendlichkeit und sind selbst eine Spur des theologischen Gedankens, daß Gott zwar für uns endliche Wesen unerkennbar ist, dennoch aber gerade in dieser Unerkennbarkeit für unser Erkennen unmittelbar gegenwärtig ist. Dieses beseligende Wissen der ‚docta ignorantia‘, um das es Cusanus in seiner Ausarbeitung einer mystischen Theologie ging, scheint auch in seinen rein mathematischen Gedankengängen auf. Insofern sind diese eine Spur für den christlichen Denker, die nicht nur auf Gott selbst verweist, sondern in der er erreicht wird – gerade in der für Cusanus eigentümlichen Form eines belehrten Nichtwissens. Je manifester sich dieses ist, desto mehr weiß es sich in der Gegenwart Gottes[6].

Hierzu bestimmt Cusanus allerdings sowohl die Theologie als auch die Mathematik neu und verwandelt das ihm überkommene Wissen. Cusanus hält fest, daß wir in der Mathematik zum für uns höchsten Grad von Gewißheit und Genauigkeit gelangen können. Als Schöpfer der mathematischen Gegenstände sind wir deren Ursache und ahmen darin den göttlichen Schöpfer nach, zudem werden sie ohne Materie gedacht und finden sich im menschlichen Geist[7]. Der Unterschied von hervorgebrachtem Bild und hervorbringendem Urbild ist so im Bereich des Endlichen beim mathematischen Erkennen am geringsten, deshalb ist ein Höchstgrad an Genauigkeit (praecisio) und Gewißheit (certitudo) garantiert; darin hat es vor allem anderen Erkennen einen Vorzug, der auch für die Theologie von großer Fruchtbarkeit ist[8]. Werden die mathematischen Sachverhalte in entsprechender Weise auf die Theologie übertragen, so bilden sie einen Spiegel, der das Göttliche nicht in bloßer Ähnlichkeit, sondern ‚strahlender

5 Zur Mathematik von Cusanus vgl. als unerläßliche Grundlage Hofmann/Hofmann (vgl. Anm. 3); weitere historische und bibliographische Angaben zur Cusanischen Mathematik bei Nagel (vgl. Anm. 1).

6 Vgl. *De docta ignorantia* I, 26, in: *Nicolai de Cusa opera omnia*. Jussu et auctoritate Academiae Litterarum Heidelbergensis ad codicum fidem edita, Lipsiae 1932 ff. - Hamburgi 1950 ff (*Cusa opera omnia*), vol. I, S. 56, Z. 14-16: „[...] praecisionem veritatis in tenebris lucere. Et haec est illa docta ignorantia, quam inquisivimus [...]“.

7 Zur produktiven Hervorbringung der ‚mathematicalia‘ vgl. T. van Velthoven: *Gottesschau und menschliche Kreativität. Studien zur Erkenntnislehre des Nikolaus von Kues*, Leiden 1977, S. 131-196.

8 Vgl. *De possest*, in: *Cusa opera omnia*, vol. XI/2, n. 44, S. 54, Z. 1-3: „Si igitur recte consideravimus, nihil certi habemus in nostra scientia nisi nostram mathematicam, et illa est aenigma ad venationem operum dei“.

Nähe' vergegenwärtigt[9]. Die Übertragung von Gedankengängen aus der Mathematik auf Glaubensinhalte wie etwa das Trinitätsgeheimnis mittels eines doppelten Überstiegs von endlichen über unendliche Figuren bis zum unendlichen Gott[10], wie sie vor allem in *De docta ignorantia* I vorkommt, ist aber von einer noch innerlicheren Verbindung der Mathematik mit diesen Inhalten zu unterscheiden – diese verweist auf die Spur Gottes in der Mathematik. Vor allem in der Lösung des Kreisquadraturproblems bestätigt sich nämlich das metaphysisch-theologische Prinzip der ‚coincidentia oppositorum'. Es führt zu einer Art ‚docta ignorantia' in dieser rein mathematischen Frage. Die Gleichheit von Kreis und Quadrat – um uns auf diese zu beschränken – wird erkannt und nicht erkannt. Insofern gilt, daß uns die Mathematik zu den ‚penitus absoluta divina'[11] führen kann. Dies ist aber nur möglich, weil das Kontinuumsgesetz für diesen Bereich nicht gilt.

Cusanus sieht dem Universum eine kontinuierliche Struktur an. Auf der Ebene der Gattungen und Arten gibt es kontinuierliche Übergänge, so daß etwa nebeneinander liegende Gattungen durch eine gemeinsame Art verbunden sind[12]. Doch diese Kontinuumsstruktur schlägt sich nicht auf der Ebene der individuellen Wirklichkeiten nieder. Diese wird nur eingeschränkt durch die kontinuierlich geordnete Oberstruktur geprägt. Schon auf der Ebene der Arten gibt es keine genauen Zwischenzustände[13], erst recht nicht auf der Ebene der Individuen. Cusanus illustriert dies damit, daß bei der kontinuierlichen Vergrößerung eines einem Kreis einbeschriebenen Quadrates zum umbeschriebenen Quadrat kein Quadrat erreicht werden kann, das denselben Flächeninhalt wie der Kreis hätte[14]. Hierin steckt einer der zentralen Gedanken von Cusanus, der auch hinter den Cusanischen Rektifikationsversuchen steht, wie er selbst ausführlich darlegt[15]. Diese Problematik soll in drei Schritten angegangen werden: Zu-

9 Vgl. *De theologicis complementis*, in: *Cusa opera omnia*, vol. X/2a, n. 1, S. 3-4, Z. 6-10: „Conabor igitur libelli illius figuras theologicales efficere, ut, quantum deus dederit, mentali visu intuear, quomodo in speculo mathematico verum illud, quod per omne scibile quaeritur, reluceat non modo remota similitudine, sed fulgida quadam propinquitate".

10 Vgl. hierzu *De docta ignorantia* I, 12 mit 15 und 21. Ein solcher doppelter ‚transcensus' ist auch bei der in *De theologicis complementis* dargestellten Kreisquadratur gemeint, mit der das dem Menschen zugängliche theologische Wissen erreicht wird (vgl. *Cusa opera omnia*, vol. X/2a, n. 13-14, S. 75-83).

11 Vgl. *De mathematica perfectione*, in: *Nicolai Cusae Cardinalis opera*, t. II, Parisiis 1514 (Nachdr. Frankfurt am Main 1962), S. 101r°; Hofmann/Hofmann (vgl. Anm. 3), S. 160.

12 Vgl. *De docta ignorantia* III, 1, in: *Cusa opera omnia*, vol. I, S. 120, Z. 24-29; *De coniecturis* I, 13, in: *Cusa opera omnia*, vol. III, n. 67, S. 66, Z. 15-16, S. 212-213, Anm. 30.

13 Vgl. *De docta ignorantia* III, 1, in: *Cusa opera omnia*, vol. I, S. 121, Z. 7-10.

14 Vgl. a. a. O., S. 122, Z. 4-13. Der antike Mathematiker Bryson soll dagegen gerade mit diesem Beispiel zumindest die Existenz eines solchen flächengleichen Quadrates behauptet haben.

15 Vgl. *De circuli quadratura*; Codex latinus monacensis 18711, fol. 242v°-244r°; Hofmann/Hofmann (vgl. Anm. 3), S. 36-41.

nächst (1) wird der metaphysisch-theologische Hintergrund geschildert, danach (2) wird darauf eingegangen, wie dieser Hintergrund sich in der mathematischen Methode und ihren systematischen ‚Fehlern' niederschlägt, um dann (3) den eigentlich theologischen Bezug anhand der Cusanischen Reflexion auf seine eigene Methode darzustellen. So wird der Spur zu Gott, die in der Cusanischen Mathematik gedacht wird, nachgegangen und sie damit aufgezeigt.

(1) Anstelle des Kontinuumsprinzips kennt Cusanus als allgemeine metaphysische Regel die sogenannte ‚regula doctae ignorantiae':

„Haec est ratio regulae doctae ignorantiae, quod in recipientibus magis et minus numquam devenitur ad maximum simpliciter vel minimum simpliciter, licet bene ad actu maximum et minimum"[16].

Sie konkretisiert die für mittelalterliches Denken grundlegende Tatsache, daß es zwischen dem Endlichen und Unendlichen kein Verhältnis gibt, Gott also immer in einem absoluten Unterschied zu allem anderen bleibt. Er ist nämlich das absolute Maximum, also dasjenige, worüber hinaus nichts Größeres ist[17]. Demgegenüber ist alles Endliche dadurch gekennzeichnet, daß es einem Mehr-und-Weniger verhaftet ist. Dies gilt sowohl für den Erkenntnisbereich als auch für die Wirklichkeit. Das Erkennen der endlichen Vernunft, des ‚intellectus finitus' bleibt angesichts der Unendlichkeit Gottes Unwissenheit. Gott bleibt für den Menschen unbegreifbar, denn ihm allein kommt die absolute Genauigkeit zu, ja er ist sie[18]. Solche Genauigkeit kann im endlichen Erkennen in keinem Punkt erreicht werden, weil es vergleichend im Sinne einer ‚comparativa inquisitio'[19] vorgeht, Unbekanntes an Bekanntem abschätzt und daran mißt. Ein solches Erkennen ist also ebenfalls durch die Struktur von ‚excedens' und ‚excessum' gekennzeichnet. Seine Erkenntnisse können zwar immer noch genauer werden, erreichen aber nie jene absolute Genauigkeit, wie sie allein Gott zu eigen ist. Dies gilt für alle endliche Erkenntnis, insbesondere sind die Wesenheiten der Dinge für uns unerreichbar[20]. Ebenso hat ja auch alles Endliche sein Sein in komparativischer Form, ‚meliori modo'[21]. Eine völlige Gleich-

16 *De venatione sapientiae* 26, in: *Cusa opera omnia*, vol. XII, n. 79, S. 76, Z. 1-3; vgl. *De ludo globi* II, in: *Nicolai Cusae Cardinalis opera* (vgl. Anm. 11), t. I, S. 165v° sowie *De docta ignorantia* I, 3, in: *Cusa opera omnia*, vol. I, S. 8, Z. 20 - S. 9, Z. 1: „Quoniam ex se manifestum est infiniti ad finitum proportionem non esse, est et ex hoc clarissimum, quod, ubi est reperire excedens et excessum, non deveniri ad maximum simpliciter, cum excedentia et excessa finita sint".

17 Cusanus greift den Anselmschen Gottesbegriff auf; vgl. *De docta ignorantia* I, 2, in: *Cusa opera omnia*, vol. I, S. 7, Z. 4-5.

18 Vgl. insbesondere *Idiota de mente*, in: *Cusa opera omnia*, vol. V, cap. II, S. 33, Z. 3-4 und *De circuli quadratura*, in: *Cusa opera omnia*, vol. X/2a, S. 92, Z. 118-119; Codex latinus monacensis 18711, fol. 249r°; Hofmann/Hofmann (vgl. Anm. 3), S. 56: „[...] ut ipse sit non solum incognitus, sed ipsa praecisio incognita [...]".

19 Vgl. *De docta ignorantia* I, 1, in: *Cusa opera omnia*, vol. I, S. 9, Z. 15-16.

20 Vgl. *De docta ignorantia* I, 3, in: *Cusa opera omnia*, vol. I, S. 9, Z. 24-26.

21 Vgl. *De docta ignorantia* I, 1, in: *Cusa opera omnia*, vol. I, S. 5, Z. 4.

heit zweier endlicher Wesen etwa hinsichtlich einer Eigenschaft kann es also nicht geben, da dann in diesem Punkt vollkommene Übereinstimmung herrschte, also ein Maximum im Endlichen. Dieses ist aber nicht nur allein Gott vorbehalten, sondern sogar mit ihm identisch. Nur der menschgewordene Gottessohn kann ein Maximum sein, nämlich ein maximaler Mensch, weil er zugleich – in hypostatischer Union – Gott ist. Diese einfachen Gedanken prägen bei Cusanus nicht nur die Metaphysik, sondern bilden auch den Einstieg in die Schöpfungslehre und in den Kern der Theologie, die Christologie. Doch genauso finden sie auch ihren Niederschlag in der Cusanischen Mathematik. Schon jetzt müßte deutlich sein, daß sich für Cusanus keine zu einem Kreis exakt gleich große Quadratfläche finden läßt, würden doch so zwei endliche Größen in einem Punkt genau übereinstimmen, mithin ein Verhältnis zweier inkommensurabler, kontradiktorischer Größen – geradlinig bzw. krummlinig begrenzt – existieren. Ein unendliches Verhältnis im Sinne einer unendlichen Reihe, mit dem Leibniz die Kreisproportionalitätszahl π bestimmt und dessen Exaktheit er – unter einem neuen Prinzip stehend – behaupten kann, muß dem Cusanischen Denken fremd bleiben, gerade auch seinen Maximumsüberlegungen.

(2) Cusanus sieht sich bei der Frage der Kreisquadratur vor das Problem gestellt, für zwei inkommensurable Größen ein gemeinsames Maß anzugeben. Gesucht ist sozusagen ein Zusammenfall der Gegensätze. Hiervon ist auch auszugehen – durch eine vernünftige Schau, ‚visus' bzw. ‚visio intellectualis'[22], wie sich Cusanus ausdrückt. Denn für Cusanus ist die endliche Vernunft im Gegensatz zum Verstand, der ‚ratio', nicht dem Widerspruchsprinzip unterworfen. Hier greift er auf sein Prinzip der ‚coincidentia oppositorum' aus der Gotteslehre von *De docta ignorantia* zurück. Cusanus benutzt als Ausgangspunkt seiner Berechnungen unterschiedliche Koinzidenzen, etwa die des Umkreises eines Kreises mit dessen Inkreis oder eines minimalen Bogens mit dessen Sehne[23]. Diese Koinzidenzen bilden das Fundament seiner Beweise; die Vernunft erkennt deren Möglichkeit, wenn sie die Verschiedenheit und Vielheit auf die Einheit zurücknimmt, etwa die von Umkreis und Inkreis bei Vielecken auf deren Zusammenfall beim Kreis. Diese Gedankenbewegung hat in der

22 Vgl. *De mathematica perfectione* (vgl. Anm. 11), S. 101r°-v°; Hofmann/Hofmann (vgl. Anm. 3), S. 5-6. Auch in der letzten mathematischen Schrift von 1459 bleibt die ‚visio intellectualis' noch in der besonderen Anwendung des Zwischenwertsatzes vorausgesetzt, die der allerdings neuartige Gedanke weiterführt, die Gleichheit eines Verhältnisses sei das „medium transmutationis atque transitus de contrario in contrarium" (vgl. *Aurea propositio in mathematicis*, Milano, Biblioteca Ambrosiana, G 74 inf., fol. 2v°-3r°; Hofmann/Hofmann (vgl. Anm. 3), S. 180, 182, auch XXXVII).

23 Vgl. *De geometricis transmutationibus*, in: *Nicolai Cusae Cardinalis opera* (vgl. Anm. 11), S. 33v°; Hofmann/Hofmann (vgl. Anm. 3), S. 6: „In circulo vero isoperimetro coincidentes, cum ibi inscriptus circunscriptus et peripheria coincidant". Vgl. *De mathematica perfectione* (vgl. Anm. 11), S. 101r°; Hofmann/Hofmann (vgl. Anm. 3), S. 161-162: „Necesse erit igitur me recurrere ad visum intellectualem, qui videt minimam sed non assignabilem chordam cum minimo arcu coincidere". Vgl. *De theologicis complementis*, in: *Cusa opera omnia*, vol. X/2a, n. 3, S. 13-14, Z. 1-11.

Cusanischen Trinitätsspekulation, die von der Vielheit der Welt beziehungsweise schon der Möglichkeit einer Schöpfertätigkeit Gottes auf sein trinitarisches Wesen schließt, ihr Analogon[24]. Hervorzuheben ist hier aber, daß einerseits eine Koinzidenz gesucht wird – gewissermaßen auf der Ebene der ‚ratio' durch ein Annäherungsverfahren –, daß aber für die Suche diese schon als gegeben vorausgesetzt wird – in der ‚visio intellectualis'. Das Gesuchte wird schon als gegeben vorausgesetzt, nur so gelingt die Berechnung. Allein über die Berechnung, die Annäherung wird das Gesuchte nicht erreicht, auch dann nicht, wenn diese abgeschlossen ist. Hierauf ist später im dritten Punkt zu kommen. Dieser merkwürdige Sachverhalt, in dem sich das Eigentümliche des Cusanischen Denkens offenbart, äußert sich in zweifacher Weise. Einerseits hält er an der im Mittelalter gängigen negativen Gültigkeit des Zwischenwertsatzes fest, andererseits begeht er in seinen Beweisen einen wiederkehrenden Fehler, der seiner Methode selbst entspringt.

Schon oben beim Beispiel der Kreisquadratur ist deutlich geworden, daß Cusanus nicht unsere heutige Auffassung der Existenz von Zwischenwerten bei kontinuierlichen Durchgängen durch zwei Extremwerte teilt. Den Zwischenwertsatz in einer uns auch heute akzeptabel scheinenden positiven Form[25] lehnt er für die Mathematik explizit ab; Leibniz wird ihn dagegen in dem Diktum ‚natura non facit saltus' unter Rückgriff auf das von Gott gewollte Kontinuumsgesetz behaupten. Cusanus begründet seinen Standpunkt mit der ‚regula doctae ignorantiae', die hier an die Stelle des positiv formulierten Zwischenwertsatzes tritt:

„[...] habebit tamen regula locum: In recipientibus majus et minus non deveniri ad maximum simpliciter in esse et posse"[26].

Zunächst scheint sich Cusanus dann auch der indirekten Beweismethode der mittelalterlichen Mathematiker mittels eines negativen Mittelwertsatzes anzuschließen. Was weder größer noch kleiner ist, ist gleich. Später wird zu sehen sein, wie auch noch dies von ihm spezifiziert wird, da die Absolutheit der so erzielten Gleichheit in Frage gestellt werden kann. Eine Determination des Grenzwertes bei einer Annäherung über die Glieder der Annäherung wird also ausgeschlossen, ein wesentlicher Unterschied zu Leibniz. Unter der Voraussetzung des negativ formulierten Zwischenwertsatzes läßt sich aber immerhin angeben, wann eine Annäherung ihr Ziel erreicht hat – so setzt ihn Cusanus

24 Vgl. *De theologicis complementis*, in: *Cusa opera omnia*, vol. X/2a, n. 3, S. 14, Z. 15-18: „Tres igitur differentes peripheriae nos ducunt in notitiam unitrini circuli isoperimetri. Et haec trinitas quae est in omnibus polygoniis cum distinctis peripheriis, est in circulo sine omni distinctione magnitudinis [...]". Vgl. *De docta ignorantia* I, 24, in: *Cusa opera omnia*, vol. I, S. 50, Z. 26 – S. 51, Z. 18.

25 Vgl. *De circuli quadratura*; Codex latinus monacensis 18711, fol. 141v°; Hofmann/Hofmann (vgl. Anm. 3), S. 37, auch XX): „Ubi est dare magis et minus, est et dare aequale [...]".

26 *De circuli quadratura*; Codex latinus monacensis 18711, fol. 243v°; Hofmann/Hofmann (vgl. Anm. 3), S. 40.

auch ein. Dies führt ihn aber an entscheidenden Stellen zu einem symptomatischen Fehler.

Die Cusanischen Berechnungen und Beweise weisen einige Fehler auf. Diese liegen zum Teil in irrigen Behauptungen oder Annahmen, wie sie u. a. schon Toscanelli zur Kritik herausgefordert haben[27]. Daneben gibt es vor allem in frühen mathematischen Schriften, die auf *De geometricis transmutationibus* aufbauen, den symptomatischen Fehler, daß Cusanus nur über eine Mittelbildung zur Bestimmung der gesuchten Größe gelangen kann[28]. Dies ist das einzige, was er positiv aus dem negativ formulierten Zwischenwertsatz entnehmen kann und insofern ein für Cusanus völlig konsequentes Vorgehen. Eine Formel, mit der er die Annäherung rein quantitativ in den Griff bekommen könnte, muß ihm schon wegen der ‚regula doctae ignorantiae' unter einem metaphysischen Gesichtspunkt als ungeeignet erscheinen. Die Bestimmung der gesuchten Größe, die in gewisser Weise ein Maximum darstellt, kann nur wiederum von einem Maximum, etwa dem Mittelpunkt einer Linie aus geschehen und nicht durch schon gegebene Größen. Hiermit hängt auch ein anderer systematischer Fehler in späteren Schriften zusammen. Für die Bestimmung eines Zwischenwertes wird einfach angenommen, daß, falls ein Wert für das Maximum und das Minimum in einer Eingrenzung gilt, er auch für die dabei umfaßten Größen gilt[29].

(3) Wie beurteilt Cusanus nun selbst seine Ergebnisse? Behauptet er, die exakte Lösung der Kreisquadratur gefunden zu haben? In mathematiktheoretischen Reflexionen stellt er sich selbst diese Fragen und führt sie auf sein metaphysisch-theologisches Fundament zurück. Hier wird der Unterschied zu Leibniz völlig deutlich. Vor allem in *De circuli quadratura* von 1450 hat sich Cusanus darüber Rechenschaft abgelegt, wie die von ihm erreichten Lösungen einer Kreisquadratur zu verstehen seien. Dies leistet er in zwei Schritten:

Zunächst begründet er, daß auch der negativ formulierte Zwischenwertsatz keine uneingeschränkte Gültigkeit für ihn hat. Denn die dort behauptete Gleichheit, wie sie auch die von Kreis und Quadrat begründet, muß er in Frage stellen, weil aus der ‚regula doctae ignorantiae' folgt, daß die exakte Gleichheit von der

27 Vgl. das Schreiben Toscanellis an Cusanus bei Hofmann/Hofmann (vgl. Anm. 3), S. 128-131, 233-235.

28 Vgl. *De geometricis transmutationibus*, in: *Nicolai Cusae Cardinalis opera* (vgl. Anm. 11), S. 36r°-v°; Hofmann/Hofmann (vgl. Anm. 3), S. 9, auch 192 Anm. 16-18: „Sic erit punctus tertius, ad quem de a linea ducta et extensa secundum habitudinem cujuscumque portionis ad latus trigoni non sit nec major nec minor quaesita. Et constat alium quam e [e ist der Mittelpunkt der Linie] punctum esse non posse, in quo solum secundum utriusque portionis extensionem idem evenire potest". Vgl. *De circuli quadratura*; Codex latinus monacensis 18711, fol. 246r°; Hofmann/Hofmann (vgl. Anm. 3), S. 47, auch 206 Anm. 22.

29 Vgl. etwa *De mathematica perfectione* (vgl. Anm. 11), S. 101v°; Hofmann/Hofmann (vgl. Anm. 3), S. 164, auch 247 Anm. 8).

endlichen Vernunft nicht gewußt werden kann[30]. Gleichheit im strengen, absoluten Sinne kann es bei allem Endlichen, also auch bei den endlichen mathematischen Figuren, nicht geben. Der negativ formulierte Zwischenwertsatz ist also nochmals in sich zu differenzieren. Das hat in dem Sinne zu geschehen, daß keine absolute Gleichheit vorliegt, wie dem ‚intellectus finitus' einsichtig ist, sondern Gleichheit nur für die durch Unterscheiden und Entgegensetzen erkennende ‚ratio', die keinen Fehler mehr wahrnehmen kann, denn Kreis und Quadrat unterscheiden sich um keinen Bruchteil (pars aliquota) ihrer selbst voneinander[31]. Dennoch sind sie nicht nur verschieden, es lassen sich auch noch beliebig viele größere und kleinere Quadrate und Kreise finden, die sich alle um keinen Bruchteil unterscheiden und sich doch außerhalb der völligen Genauigkeit bewegen[32]. Dieser Bereich zwischen einer völligen und der für die ‚ratio' erreichten Exaktheit ist genau der Bereich, den Leibniz mittels der Infinitesimalien zu beherrschen versuchen wird. Gelingt ihm dies durch deren Betrachtung in ihrem Verschwinden, wie sie also den Widerspruch von exakt und nicht-exakt austragen, so hält Cusanus dagegen an diesem Widerspruch fest, denn er folgt einer anderen Vernunftabsicht, will nicht wie Leibniz die Freiheit Gottes denken und nachvollziehen. Vielmehr will er Gottes Herrlichkeit, wie sie der endlichen Vernunft an seinem absoluten Unterschied von allem anderen aufgeht, in dieser selbst betrachten. Allein für Gott gilt schlechthin, daß über ihn hinaus nichts Größeres sein kann. So lehnt Cusanus im Gegensatz zu Leibniz eine Univozität von endlicher und göttlicher Vernunft in allen Punkten ab.

Das Verhältnis von ‚ratio' und ‚intellectus finitus', wie es dem ‚intellectus finitus' an der Frage nach der Genauigkeit der Kreisquadratur aufgeht, dient Cusanus als Analogon zum Verhältnis von ‚intellectus finitus' und ‚intellectus infinitus'. Es ist nämlich ein Wissen von einer Unwissenheit[33]. In ihm sieht die

30 Vgl. *De circuli quadratura*; Codex latinus monacensis 18711, fol. 246v°; Hofmann/Hofmann (vgl. Anm. 3), S. 49: „[...] aequalitatem sciri non posse [...]": Diese kennt allein Gott, der sie selbst ist - in der göttlichen Person des Sohnes.

31 Vgl. *De circuli quadratura*; Codex latinus monacensis 18711, fol. 244r°; Hofmann/Hofmann (vgl. Anm. 3), S. 41: „Eo enim modo ceperunt aequale, ut scilicet id sit alteri aequale, quod nulla parte aliquota, quantumcumque minima, aliud excedit aut exceditur. Sic aequale capiendo, puto verum esse, quod datae peripheriae polygoniae dabilis sit peripheria circuli aequalis et e converso. Capiendo vero aequalitatem absolute, prout respicit quantitatem, absque respectu ad partes aliquotas, tunc, quia circulari quantitati non potest non-circularis praecise aequalis assignari, secundi verum dixerunt". Hofmanns Übersetzung von ‚pars aliquota' mit ‚rationaler Bruchteil' trifft genau, sofern der Cusanische Begriff der ‚ratio' beachtet wird.

32 Vgl. *De circuli quadratura*; Codex latinus monacensis 18711, fol. 243v°; Hofmann/Hofmann (vgl. Anm. 3), S. 40.

33 Vgl. *De circuli quadratura*; Codex latinus monacensis 18711, fol. 247r°; Hofmann/Hofmann (vgl. Anm. 3), S. 50: „Et haec est differentia hominum, quoniam quidam se praecisionem attigisse jactant, quam sapientiores inattingibilem sciunt, ut hii sint doctiores, qui suae ignorantiae scientiam habeant".

endliche Vernunft, wie etwas für sich ein anderes, Unerreichbares erreichen kann, ohne daß jenes Unerreichbare an sich erreicht wäre. Analoges gilt gerade auch für Gott und die Erkenntnis Gottes[34]. Dabei muß es die endliche Vernunft nicht mehr beunruhigen, daß sie Gott einerseits als unerkennbaren weiß. Vielmehr sieht sie gerade, daß er sich durch größte und feinste Unterschiede von ihrem Erkennen unterscheidet wie etwa der Kreis vom ihm ‚flächengleichen' Quadrat. Doch die Unterschiede sind nur von seiner Seite her von Belang. Andererseits ist der endlichen Vernunft gerade dann kein Unterschied mehr zu Gott gegenwärtig, wenn sie ihn in der ihr eigentümlichen Weise so gut als möglich zu erreichen versucht. Dies tut sie aber im Wissen um sich selbst und ihre eigene Natur, zuhöchst, weil mit höchster Präzision, wenn sie ihr Wissen als solches angesichts der Wahrheit erkennt – als Unwissenheit. Deshalb müssen auch die mathematischen Erkenntnisse nochmals in einer Übertragung auf das Unendliche überstiegen werden. So realisiert sich die ‚docta ignorantia', in der die Herrlichkeit Gottes gerade in seiner Unterschiedenheit, das Licht im Dunkel aufgeht. Diese mystische Erkenntnis parallelisiert Cusanus mit der Problematik der Kreisquadratur:

„Sic quietatur omnis intellectus, si modo, quo suae speciei conceditur, se senserit ad aequalitatem infinitatis elevari divina praecisione semper inaccessa remanente"[35].

Innerhalb der Grenzen der Natur wird die Ruhe der beseligenden Schau erreicht, ohne daß Gott dadurch verendlicht würde. Vielmehr bleibt in Wahrheit ein unendlicher Unterschied, der nur für die Vernunft der ‚docta ignorantia' keiner mehr ist, nicht weil er an sich keiner mehr ist, sondern gerade weil er immer bleibt. Der ‚deus ignotus' ist die ‚praecisio incognita'[36]. So wahrt Cusanus den absoluten Unterschied Gottes, obwohl er schon in den Grenzen der Natur Gottes Gegenwart wahrnimmt, also im natürlichen Licht das Licht der Gnade und der Herrlichkeit. Auf die erfüllende Vereinigung mit Gott, die ruhige Schau seiner Herrlichkeit schon in dieser Welt, in der ‚natura' sammelt sich der Cusanische Gedanke, wenn er sich fachmathematischer Fragen annimmt:

34 Vgl. *De circuli quadratura*, in: *Cusa opera omnia*, vol. X/2a, S. 92, Z. 119 - S. 93, Z. 129; Codex latinus monacensis 18711, fol. 249r°; Hofmann/Hofmann (vgl. Anm. 3), S. 56: „Nititur enim quaelibet creatura deum suum intra limites suae naturae diffinire: sicut si trigonus vellet circulum trigonare et tetragona tetragonare et ita de polygoniis, sic et natura intellectualis intelligere. Sed quamvis deus ipse, qui non habet partes, cum sit simplicitas infinita, non sit parte aliquota excedens omnem mensurandi modum specifice varium, tamen sic excedit omnem magnitudinis mensuram, quod est omni inquisibili modo major. Et sic excedit omnes subtilium mensurarum minutissimas fractiones, eo quod est omnium talium fractionum subtilior, ut neque in ascensu nec descensu praecisio ejus attingi possit".

35 *De circuli quadratura*, in: *Cusa opera omnia*, vol. X/2a, S. 93, Z. 141-143; Codex latinus monacensis 18711, fol. 249v°; Hofmann/Hofmann (vgl. Anm. 3), S. 57.

36 Vgl. *De circuli quadratura*, in: *Cusa opera omnia*, vol. X/2a, S. 92, Z. 118-119; Codex latinus monacensis 18711, fol. 249r°; Hofmann/Hofmann (vgl. Anm. 3), S. 56.

„Sufficit autem omni naturae, quod in sua specie deum modo, quo potest, attingat. Tunc enim quiescit, quando extra speciem suam eum nec quaerit nec esse apprehendit"[37].

II. Mathematik und die Freiheit Gottes bei Leibniz

Leibniz hat nicht nur wie auch Newton die Infinitesimalrechnung erfunden, sondern diese Art von Mathematik aufs engste mit seiner Metaphysik verbunden. Gezeigt werden soll, daß das Kontinuumsgesetz bei Leibniz[38] eine Spur darstellt, die direkt auf die Freiheit des göttlichen Willens zurückgeführt werden kann. Kontinuitätsüberlegungen gibt es nach Leibniz im Bereich der physikalischen und der mathematischen Betrachtung, mithin bei kontingenten wie notwendigen Wahrheiten. Demgegenüber ist gezeigt worden, daß Cusanus das Kontinuitätsgesetz weder für die real existierende Welt noch für die Welt der Mathematik gelten läßt, um gerade darin seiner Vernunftabsicht zu folgen. Geht man der Bedeutung des Kontinuitätsgesetzes bei Leibniz nach, so wird man auf das Moment der höchsten Rationalität zurückgeführt, die Gottes Freiheit auszeichnet. Es soll nun nachgewiesen werden, daß erstens Gott, wenn er etwas von ihm Verschiedenes hervorbringt, nicht nur die beste aller möglichen Welten schafft, sondern daß diese Welt als beste auch notwendigerweise dem Gesetz der Kontinuität unterliegen wird. Zweitens soll herausgestellt werden, daß sich auch in Leibniz' mathematischen Anwendungen wie beispielsweise der Infinitesimalrechnung die Freiheit, wie er sie begrifflich zu fassen versucht, unmittelbar geltend macht. Dies soll in vier Schritten geleistet werden: Zunächst (1) wird aufgezeigt, wie Leibniz Metaphysik und Mathematik in der Frage nach der Freiheit in einer von Gott geschaffenen und radikal von ihm abhängigen Welt verbindet. Hierbei macht er schon Gebrauch vom (2) Kontinuumsgesetz. Danach (3) soll am Beispiel der Kreisquadratur und der Infinitesimalien dem Faden nachgegangen werden, der Freiheit und Kontinuumsgesetz bis in die Mathematik hinein zusammenknüpft. Ein (4) Ausblick auf die damit eingeschlagene neue Bestimmung des Unendlichen, die endgültig den Unterschied zu Cusanus markiert, beschließt diese Arbeit.

(1) Bekanntlich macht es sich Leibniz nicht leicht, Kontingenz und damit auch Freiheit zu begreifen. Er unterscheidet in sich notwendige Wahrheiten, deren kontradiktorisches Gegenteil einen Widerspruch ergeben würde, von den

37 *De circuli quadratura*, in: *Cusa opera omnia*, vol. X/2a, S. 93, Z. 129-131; Codex latinus monacensis 18711, fol. 249r°; Hofmann/Hofmann (vgl. Anm. 3), S. 56.

38 Die Literatur zur Kontinuumsproblematik bei Leibniz ist grenzenlos. Der Kürze halber sei auf die neueste Arbeit von P. Beeley: *Kontinuität und Mechanismus. Zur Philosophie des jungen Leibniz in ihrem ideengeschichtlichen Kontext* (= *Studia Leibnitiana, Supplementa* XXX), Stuttgart 1996 und die dortige Bibliographie verwiesen; zur Einführung immer noch sehr empfehlenswert ist H. Cohen: *Das Princip der Infinitesimal-Methode und seine Geschichte. Ein Kapitel zur Grundlegung der Erkenntniskritik*, Berlin 1883. Zur Freiheit siehe vor allem T. O. Enge: *Der Ort der Freiheit im Leibnizischen System* (= *Monographien zur philosophischen Forschung* 186), Königstein im Taunus 1979 und M.-T. Liske: *Leibniz' Freiheitslehre. Die logisch-metaphysischen Voraussetzungen von Leibniz' Freiheitstheorie* (= *Paradeigmata* 13), Hamburg 1993.

faktischen. Deren Gegenteil schließt keinen Widerspruch in sich und ist damit auch möglich. Für alle Wahrheiten gilt aber, wenn man sie als Aussagen betrachtet, daß das Prädikat dem Subjekt inhäriert. Diese analytische Struktur der Wahrheit macht in der Leibnizschen Metaphysik der Substanz die Natur der Wahrheit aus (vgl. C, 518). Für die faktischen Wahrheiten, mithin für die Existenz aller Wesen mit der Ausnahme Gottes gilt nunmehr, daß sie nicht notwendig sind, doch ebenso auch, daß das Prädikat stets dem Subjekt inhäriert. Wie läßt sich dies denken? Wenn Existenz ein Prädikat wäre, das im Begriff eines Dinges läge, müßte dessen Existenz notwendig sein. Nun erkennt aber Gott alles schon in sich und hat von jeglichem einen vollständigen Begriff. Wird damit nicht alles zu einem in sich Notwendigen? Oder kann das Prädikat Existenz vom Begriff getrennt werden, ohne daß der Begriff unvollständig wird?[39] Schon an diesem grundlegenden Punkt taucht für Leibniz eine Verbindung von Mathematik und Metaphysik auf, bei der nicht nur die eine Wissenschaft der anderen Hilfestellung gibt, sondern bei der ihre engste Verbundenheit zutage tritt, und zwar im Begriff des Unendlichen:

„Duo sunt nimirum labyrinthi humanae mentis, unus circa compositionem continui, alter circa naturam libertatis, et ex eodem infiniti fonte oriuntur"[40].

Die beiden Labyrinthe der Leibniz überkommenen Metaphysik scheinen durch einen Faden verbunden zu sein, dessen Mitte die Natur des Unendlichen einnimmt und der aus beiden Labyrinthen gerade dadurch einen Ausweg zeigt, daß er sie verbindet. Folgt man diesem Faden, so wird man genau die in diesem Artikel behauptete Verbindung von Freiheit und Kontinuumsgesetz finden, die aufgedeckt zu haben Leibniz für sich in Anspruch nimmt.

Denkbar wird die Kontingenz der faktischen Wahrheiten, wenn man sie als unendliche Entwicklungen der in ihnen liegenden Prädikate betrachtet. So wird einerseits die Natur der Wahrheit nicht verletzt, andererseits können sie keine notwendigen Wahrheiten sein. Ihr Gegenteil ist in sich nicht widersprüchlich. Wollte man ihre Notwendigkeit nachweisen, müßte man die Reihe bis zu einem bestimmten Punkt entwickeln. Doch so bricht man die unendliche Reihe ab, ein kontingentes Existierendes ist aber nur als eine solche unendliche Reihe. Selbst Gott hat kein demonstratives Wissen von kontingenten Wahrheiten, kann sie nicht in endlich vielen Schritten auf eine Identitätsbeziehung zurückführen, sondern überschaut nur die gesamte Reihe in einem Blick. Doch kennt er nicht alles schon, wenn er allein auf sein Wesen schaut, in dem alle notwendigen und möglichen Wahrheiten, alle möglichen Welten und Weltverläufe erfaßt sind?

39 Vgl. *De libertate*, in: A. L. Foucher de Careil (éd.): *Nouvelles lettres et opuscules inédits de Leibniz*, Paris 1857 (Nachdr. Hildesheim 1971), S. 179: „[...] si praedicati notio pro dato tempore in subjecti notione inest, quomodo sine contradictione ab impossibilitate praedicatum a subjecto tunc abesse potest, salva ejus notione?". Zum Problem vgl. den konzisen Artikel von T. Buchheim: *Zum Verhältnis von Existenz und Freiheit in Leibniz' Metaphysik*, in: *Zeitschrift für philosophische Forschung* 50 (1996), S. 386-409.

40 *De libertate* (vgl. Anm. 39), S. 180.

Erkennt er damit nicht in sich selbst schon jede kontingente Wahrheit als vollständig entwickelte? Wenn man weiß, daß 2 die unendliche Summe von 1 + $^1/_2$ + $^1/_4$ + $^1/_8$ ... ist, so ist ja die Entwicklung bis zu einem Glied n schon aus der 2 ableitbar, wenn man den Rest der Summe ergänzt. Es läßt sich für jede Stelle der Reihe eine Gleichung angeben, die auf bekannte Zahlen zurückgreift. Anders ist dies bei Größen, die nur durch ihre unendliche Entwicklung bekannt sind (vgl. Grua, 479). Die kontingenten Dinge müssen also einen Grenzwert anstreben, der weder in ihnen noch in Gottes Wesen zu finden ist, sonst würden sie trotz ihrer Unendlichkeit zu notwendigen Wahrheiten. Ihre Darstellung als unendliche Entwicklungen bliebe künstlich, wenn Gott deren Ende schon in seinem eigenen Wesen sehen könnte. Dieser Grenzwert ist der Grund ihrer Existenz, der aber ihrem Begriff durch ihre Existenz nichts hinzufügt. Hier ist der entscheidende Punkt, aus dem hervorgeht, wie Gottes Freiheit unmittelbar in der kontingenten Welt ihren Abdruck hinterläßt. Der angestrebte Grenzwert jedes kontingent Existierenden ist nämlich nicht sein eigener, sondern der gemeinsame des aus unendlich vielen Einzelwesen bestehenden Universums – ihre Übereinstimmung und Vollkommenheit, die Harmonie des Universums. Wie die transzendente Zahl π gewissermaßen nur über ihre unendliche Reihenentwicklung bekannt ist und im Gegensatz zur 2 keine endliche Entwicklung kennt oder auch mittels einer Gleichung endlichen Grades dargestellt werden könnte, so ist auch die Harmonie des Universums nicht schon in Gottes Wesen erfaßt: Gott schaut sie folglich nicht allein im Blick auf sein Wesen, sondern nur, wenn er auch auf seinen Willen reflektiert[41]. In der Harmonie von allem wird ihm der eigene Willensbeschluß zur Schöpfung als frei manifest.

Es ist – unter dem Satz vom Grund betrachtet – durchaus notwendig, daß Gott als das vollkommenste Wesen auch das Vollkommenste auswählen wird, wenn er etwas schaffen will. Dennoch ist damit das Vollkommenste nicht in sich notwendig, und folglich ist auch Gottes Willensbeschluß nicht notwendig, obwohl er nur das Vollkommenste wählen kann. Denn vor der Betrachtung des tatsächlichen göttlichen Willensbeschlusses kann nicht festgemacht werden, worin denn das Vollkommenste bestehen soll (vgl. Grua, 305-306). Zwar ist es notwendig, daß das Beste gewählt wird, und daß das einmal Gewählte das Beste ist, ist wahr, doch das Gewählte ist nicht in sich notwendig, sondern kontingent (vgl. Grua, 493). Hypothetische und absolute Notwendigkeit sind streng voneinander abzuheben. Denn das zu Wählende steht vor der Wahl nicht fest, da es verschiedene Möglichkeiten gibt, auch wenn es, einmal gewählt, das Beste sein muß – dies aber mit hypothetischer, nicht absoluter Notwendigkeit. Auch für Gott wird das Vollkommenste erst mit Blick auf seinen Willensbeschluß, d. h.

41 Vgl. *De libertate* (vgl. Anm. 39), S. 182: „[...] resolutio procedit in infinitum, Deo solo vidente non quidem finem qui nullus est, sed tamen connexionem (terminorum) sic involutionem praedicati in subjecto, quia ipse videt quidquid seriei inest; imo ipsa haec veritas ex ipsius partim intellectu, partim voluntate nata est. Et infinitam ejus perfectionem, atque totius rerum seriei harmoniam, suo quodam modo exprimit".

auf die zu erschaffende als mögliche Welt klar, da erst dann die verschiedenen Weltreihen voneinander abgehoben werden[42]. Zwar kennt Gott alle Möglichkeiten und auch die Güte der verschiedenen möglichen Welten, doch damit hat er sich noch nicht entschieden und auch die verschiedenen Weltreihen noch nicht voneinander abgehoben. Dies geschieht erst dadurch, daß Gott nicht nur ihre Inhalte und ihre Güte nebeneinander betrachtet, sondern sie untereinander vergleicht und nach dem Grad ihrer Vollkommenheit abschätzt und mündet unmittelbar darin, daß er – in Reflexion auf sein erstes Willensdekret, das Beste zu schaffen – angesichts der Güte der vollkommensten aller möglichen Welten unfehlbar dazu geführt wird, sie auszuwählen (vgl. GP VI, 423; C, 23-24). In der Wahl des Besten kulminiert die göttliche Vernunfttätigkeit als freie und doch völlig bestimmte, da zuhöchst rationale, und wird zugleich produktiv[43]. Das Höchstmaß an Vollkommenheit der Welt, gefaßt in der universellen Harmonie von allem, drückt unmittelbar Gottes absolute Freiheit aus. Deshalb spricht Leibniz auch verschiedentlich davon, daß es eigentlich nur ein – alles umfassendes – göttliches Willensdekret gebe, nämlich das Beste zu schaffen.

(2) Wie stellt sich nun der Bezug zum Kontinuitätsgesetz dar? Leibniz wendet das Kontinuitätsgesetz schon an, wenn er die kontingenten Wahrheiten mit unendlichen Reihen vergleicht, denn dieser Vergleich macht nur Sinn, wenn die einzelnen Existenzen bei ihrer Entwicklung wirklich auf einen Grenzwert hin konvergieren und nicht divergieren oder zwischen mehreren Werten springen: Nur bei vorausgesetzter Konvergenz kann ihnen Individualität zugesprochen werden. Daß sie gewissermaßen in der Harmonie von allem einen gemeinsamen Grenzwert haben, löst ihre Individualität nicht auf, da sie ja eben als die unendliche Annäherung existieren. Die Harmonie ist nichts für sich selbst Existierendes, sondern nur die Gesamtheit der gegenseitigen Übereinstimmungen aller existierenden Dinge. Konvergenz wird aber allein durch das Kontinuumsgesetz garantiert, das lautet:

„Cum differentia duorum casuum infra omnem quantitatem datam diminui potest in datis sive positis, necesse est, ut simul diminuatur infra omnem quantitatem in quaesitis sive consequentibus quae ex positis resultant" (GM VI, 129).

Das unter bestimmten Regeln Bekannte verweist über sich hinaus auf das Gesuchte, als gäbe es eine zielursächliche Struktur. Darüber hinaus muß man auf Grund des Kontinuumsgesetzes sogar sagen, daß das Gesuchte, obwohl es eigentlich nicht im Gegebenen vorkommt, dennoch als darin eingeschlossen betrachtet werden kann. Der Grenzwert einer Annäherung bleibt ihr nicht nur äußerlich, sondern ist in ihr, genauer mit ihr gegeben. Dies leistet das Kontinuitätsgesetz:

42 Vgl. Grua, 309-312: Gott kann zwar in seinem Wissen jede Wahrheit voraussehen, doch muß er sie nicht entscheiden; diese Festlegung ist in seinem Willen verankert.

43 Zu dieser ‚glücklichen' oder ‚freien Notwendigkeit' vgl. GP VI, 385 und K. E. Kaehler: *Leibniz' Position der Rationalität. Die Logik im metaphysischen Wissen der „natürlichen Vernunft"*. Freiburg im Breisgau - München 1989, S. 421-432.

„[...] unde fit, ut in continuis extremum exclusivum tractari possit ut inclusivum, et ita ultimus casus, licet tota natura diversus, lateat in generali lege caeterorum [...]“ (GM V, 385).

Doch allein die Tatsache, daß Leibniz bei seiner Begründung der Kontingenz der Welt aus Gottes freiem Handeln das Kontinuumsgesetz voraussetzt, läßt die innere Verbindung mit der göttlichen Freiheit noch nicht ganz durchschaubar werden – daß diese Verbindung wie ein innerer Faden zu verstehen ist, der beides aneinander koppelt, macht Leibniz aber völlig deutlich, wenn er behauptet, daß ohne das Kontinuumsgesetz die Harmonie selbst verletzt wäre (vgl. GM VI, 249), mithin Gottes freie Wahl.

(3) Festzuhalten war, daß Gott die beste aller möglichen Welten wählt, diejenige mit optimaler Realität. Diese geht nicht allein aus der Macht Gottes und seinem Wissen hervor, sondern auch aus seinem Willen. Der Wille, das Beste zu erschaffen, ist sich einsichtig als die Weisheit Gottes, nach der er seine Glorie manifestieren wollte, d. h. letztlich seine Freiheit (vgl. Grua, 298, 300). Die Weisheit hat sich als die Wahl dessen dargestellt, das den besten Grund für sich veranschlagen kann. Die Entscheidung für die Wahl des Besten ist das erste Prinzip für alle faktische, kontingente Existenz[44]. Mit ihr ist „le principe de la plus grande perfection, qui les a fait choisir“ (vgl. GP VII, 272), das Prinzip der größten Vollkommenheit gegeben. Dieses Prinzip weitet die Gültigkeit des Satzes vom Grund, der die Beweisbarkeit jeder Aussage durch den Aufweis des Enthaltenseins der Prädikate im Subjekt sichert, auf alle Wahrheiten aus, über die notwendigen und möglichen hinaus auch auf die kontingenten. So zeigt sich die Weisheit Gottes, also auch sein freier Wille im Sinne der Güte unmittelbar im Prinzip der Vollkommenheit (vgl. GM VI, 134; GP VII, 272): Die sich hieraus ergebenden Wahrheiten sind zwar nicht absolut notwendig, wohl aber notwendig im Sinne einer moralischen Notwendigkeit – ihr Gegenteil ist zwar nicht unmöglich, doch führt es zu einer Unvollkommenheit (vgl. GP VII, 278). Die Unvollkommenheit bestände in einem Mangel an Grund dafür, daß die Existenz eines Falles, etwa eines Sprunges in einem Naturverlauf, vor der Nichtexistenz Vorzug erhalten hätte. Dies erschiene der Vernunft absurd, da so die einzelnen Wahrheiten und die sie regelnden Gesetze nicht mehr aufeinander verwiesen und jedes einzelne für sich der Begründetheit im gegenseitigen Zusammenhang ermangelte[45] – so fundiert das Gesetz der Vollkommenheit für die Mathematik und mehr noch für die Mechanik und Physik auch Erklärungen und Begründungen mittels Finalursachen. Unter die dabei vorausgesetzten architektonischen Gründe Gottes gehört nun auch das Kontinuitätsgesetz[46]. Dieses garantiert, daß etwa eine Parabel als der Grenzfall einer Ellipse mit einem unendlich entfernten zweiten Brennpunkt betrachtet werden

44 Vgl. Grua, 301: „Principium primum circa Existentias est propositio haec: Deus vult eligere perfectissimum. Haec propositio demonstrari non potest; est omnium propositionum facti prima, seu origo omnis existentiae contingentis“.

45 Vgl. die Kritik an den Cartesischen Stoßgesetzen in GM VI, 130-133, 250.

46 Vgl. GP VII, 279; zu den architektonischen Prinzipien, allerdings ohne ihre metaphysische Begründung in Gottes freier Wahl, vgl. F. Duchesneau: *Leibniz et la méthode de la science*, Paris 1993, S. 259-379.

kann, Ruhe als geringste Bewegung, Gleichheit als kleinste Ungleichheit (vgl. GM VI, 249-250). Genau diese Gesetzmäßigkeit ist aber für das Gelingen der Exhaustionsmethode etwa bei Längen- oder Flächenberechnungen notwendig: Denn nur wenn die kleinste Ungleichheit nicht nur als verschwindend betrachtet werden kann, sondern auch wirklich verschwindet, also mit der Gleichheit identifiziert werden kann, gilt Gleichheit[47]. Der unendlich angestrebte Grenzwert ist mit der unendlichen Annäherung auch wirklich erreicht und nicht noch einmal verschieden von seiner Annäherung. Der nicht in der Reihe vorkommende Grenzwert wird doch von der Reihe als ganzer erreicht und kann so in sie gesetzt, d. h. mit ihr gleichgesetzt werden. Die so fundierte Exhaustionsmethode erlaubt es nun, auch inkommensurable Größen in ein Verhältnis zu setzen, das so exakt ist, als wären die Größen kommensurabel und hätten ein gemeinsames Maß (vgl. GM VII, 39). Das berühmteste Beispiel ist die Kreisquadratur, bei der Leibniz den Wert von $\pi/4$, also den achten Teil des Kreisbogens des Einheitskreises, in Form der unendlichen Reihe $1 - 1/3 + 1/5 - 1/7 + 1/9 \ldots$ angibt:

„[...] prout enim longe continuata intelligitur, erit error minor fractione data, ac proinde et minor data quavis quantitate. Quare tota series exactum exprimit valorem“ (GM V, 120).

Nur das Kontinuitätsgesetz, das Sprünge beim Angenäherten ausschließt, wenn das Gesetz der Annäherung bekannt ist, liefert die Garantie, daß der immer kleiner werdende Fehler nicht etwa lediglich vernachlässigt werden darf, als gäbe es ihn noch, sondern gleich Null gesetzt werden kann (vgl. GM VII, 40). Der Fehler ist Null, die Annäherung exakt. Genau diese Exaktheit ist im Cusanischen Denken prinzipiell nicht möglich, eine Annäherung kann bei Cusanus nie völlig exakt sein.

Einsehbar wird dies für uns jedoch allein mittels der Infinitesimalien. Sie sind nicht nur die direkte Spur zurück zu Gottes Wahl des Besten, sondern lassen Gottes Freiheit in der Form der Freiheit des Mathematikers gegenwärtig werden. Zwei kommensurable Größen lassen sich z. B. auf einen gemeinsamen Nenner bringen. Will man die eine mit der anderen ausschöpfen, d. h. als ein Vielfaches derselben darstellen, so läßt sich dies mit endlich vielen Schritten bewältigen. Dies gilt für die Menge der rationalen Zahlen. Dennoch lassen sich auch die irrationalen Zahlen mittels der rationalen darstellen. Sie sind zwar zueinander inkommensurabel, dennoch läßt sich ein Verhältnis, ein gemeinsames Maß angeben, das allerdings das unendliche einer Reihendarstellung ist. Eine irrationale Zahl läßt sich mit unendlich vielen rationalen Zahlen ausschöpfen[48]. Begründet ist die Möglichkeit einer solchen unendlichen Ausschöpfung

47 Vgl. GM VII, 40: „[...] ostendi potest, errorem qui in ratiocinando admissus videri possit, minorem esse quovis dato errore, id est nullum assignari posse“. Vgl. auch GM VII, 273.

48 Vgl. GM VII, 39: „[...] si residua supersint in infinitum, incommensurabiles erunt duae primae quantitates, quemadmodum et residua omnia; sed ipsa series quotientium si certa lege constet, qui exprimunt quoties quivis minor a praecedente detrahi possit, comparationem scientificam duarum magnitudinem dabit. Interim fictione quadam possumus concipere, omnes quantitates homogeneas esse velut commensurabiles inter se, fingendo scilicet elementum aliquod infinitesimum vel infinite parvum“.

allein im Kontinuitätsgesetz, geleistet wird sie in der Kenntnis des Gesetzes, das die Entwicklung der Reihe beschreibt. Es gibt auf einen Blick zwar nicht alle einzelnen Glieder als einzelne an, doch umgreift es trotz seiner Endlichkeit die gesamte unendliche Abfolge. Es garantiert, daß die Exaktheit der Ausschöpfung auch als solche einsehbar ist. Weil die gesamte Reihe etwa der oben genannten Darstellung von $\pi/4$ mit dem Gesetz der Reihenentwicklung gegeben ist, kann man nicht mehr sagen, daß ein Fehler nur immer weiter verschoben werde[49]. Die Infinitesimalien lassen uns dagegen deutlich sehen, daß der Fehler verschwindet, etwa wenn eine Kurve als Polygonzug unendlich vieler unendlich kleiner Linienstückchen betrachtet und mit einem solchen gleichgesetzt wird (vgl. GM VII, 39): Denn sie sind gar keine eigentlichen Quantitäten, sondern fiktive Größen, die entsprechend dem angegebenen Gesetz der Reihenentwicklung[50] erkennen lassen, wie der Fehler wirklich zum Verschwinden gebracht wird – sie heben ihn in ihnen selbst auf, indem sie in sich die Transformation der eigentlich inkommensurablen Größen leisten. Die Infinitesimalien sind nämlich keine bestimmten, festen Größen (eher sogar als ohne Realität anzunehmen), sondern in bestimmter Weise unbestimmt, „pouvant estre pris aussi petits qu'on veut" (vgl. GM IV, 92). Sie tragen den Widerspruch von Fehler und Exaktheit, endlich und unendlich in sich aus. Leibniz vergleicht sie oft mit den imaginären Wurzeln. Wie diese könnte man die Infinitesimalien als Amphibien zwischen Sein und Nichtsein bezeichnen[51]. Sie sind

„sur le point d'evanouir, en prenant tout d'un coup l'incomparablement petit au lieu de ce qu'on peut assigner tousjours plus petit à l'infini"[52].

Sie sind nichts anderes als ihr eigenes Verschwinden und geben gerade dadurch ein gesuchtes Verhältnis frei[53] – mittels dieser Fiktionen läßt sich erkennen, weil mit einem Schlag erfassen, wie Inkommensurables kommensu-

49 Vgl. GM V, 120: „Quare tota series exactum exprimit valorem. Et licet uno numero summa ejus seriei exprimi non possit, et series in infinitum producatur, quoniam tamen una lege progressionis constat, tota satis mente percipitur". Leibniz nimmt für sich in Anspruch, eine ‚lex progressionis' und damit eine direkte Herleitung von π gefunden zu haben; dies macht den Fortschritt gegenüber Ludolphus und anderen aus.

50 Leibniz konstatiert nicht nur den Zusammenhang seiner Infinitesimalrechnung mit der Exhaustionsmethode (vgl. GM VII, 273; vgl. auch GP II, 90 zum Zusammenhang von Infinitesimalien und unendlichen Reihen), stellt also die Verbindung der ‚analysis infinitorum' mit den bekannten Exhaustionsmethoden her, sondern untersucht auch die Infinitesimalien verschiedener Stufen, die sich bei höheren Ableitungen ergeben, also dx im Verhältnis zu ddx.

51 Vgl. GM IV, 92-93, auch GM V, 357: „Itaque elegans et mirabile effugium reperit in illo Analyseos miraculo, idealis mundi monstro, pene inter Ens et non-Ens Amphibio, quod radicem imaginariam appellamus".

52 Vgl. GM IV, 92 („en prenant" hat nicht die Infinitesimalien, sondern ein vorausgehendes ‚man' als Subjekt.); vgl. auch GP VI, 90: „[...] ou bien on entend par l'infiniment petit, l'état de l'evanouissement ou du commencement d'une grandeur, conçus à l'imitation des grandeurs déja formées".

53 Vgl. GM IV, 218: „[...] evanescentia quidem in nihilum, retinentia tamen characterem ejus quod evanescit". Vgl. insbesondere GP VII, 275.

rabel, Gekrümmtes gerade gedacht werden kann. Im unendlich Kleinen ist es gleich, weil es als gleich gesetzt wird. Diese Freiheit nimmt sich der Leibnizsche Gedanke, weil sie schon der Schöpfer in seiner freien Schöpfertat für sich in Anspruch genommen hat, als er das Universum der unendlich vielen diskreten Substanzen doch in Übereinstimmung mit dem Kontinuitätsgesetz erschuf.

(4) Genau diese Freiheit kannte aber das Cusanische Denken nicht. So müßte Cusanus Leibniz widersprechen, wenn dieser formuliert:

„Cependant on peut dire en general que sans doute la continuité est une chose ideale et qu'il n'y a jamais rien dans la nature, qui ait des parties parfaitement uniformes, mais en recompense le reel ne laisse pas de se gouverner parfaitement par l'ideal et l'abstrait, et il se trouve que les regles du fini reussissent dans l'infini [...]" (GM IV, 93).

Die Natur macht keine Sprünge (vgl. z. B. GM VII, 25), sondern gehorcht trotz ihrer Diskretheit den Forderungen des Kontinuitätsgesetzes. Dies widerspricht der ‚regula doctae ignorantiae'. Das Unendliche kann in diesem Sinne für Cusanus nicht mit dem Endlichen vermittelt werden, er betont im Gegenteil immer wieder die Verhältnislosigkeit von Endlichem und Unendlichem, um Gott in seinem absoluten Unterschied anzuerkennen; hierin wahrt er die Grenze zur neuzeitlichen Philosophie. Dies kann, wie zu zeigen versucht worden ist, besonders schön an der Cusanischen Mathematik und der Stellung des Kontinuitätsgesetzes gesehen werden. Leibniz dagegen bemerkt selbst, daß er das Unendliche neu zu denken hat[54]. Es ist ein Unendliches, wie es aus der absoluten Freiheit Gottes in der Wahl der besten aller möglichen Welten erwächst. Diese Wahl ist allein durch sich selbst bestimmt, bestimmt und zugleich unbestimmt, da ohne a priori angebbare Grenze. Die Grenze ist die Harmonie des Universums, in die Gott als Zentralmonade selbst gehört. Leibniz kommt dahin, das Unendliche aus dem Gesichtspunkt der Freiheit neu zu denken. Nur so kann er durch die beiden Labyrinthe finden, die ihm die Aufgabe seines Denkens gewiesen haben. Zu dieser Lösung findet er nur, indem er beide Probleme zusammen angeht[55]. Die Harmonie des Universums und die Infinitesimalien verweisen dabei wechselseitig aufeinander – auch darin, daß das neu konzipierte Unendliche als Unbegrenztes mit der Methode der Leibnizschen Metaphysik selbst noch nicht vollständig durchsichtig und begriffen ist, was die Bewegung des neuzeitlichen Denkens weiter treibt.

Ulli Roth, Blücherstr. 14, D-79110 Freiburg

54 Vgl. GM IV, 91: „[...] il m'a paru, que l'infini pris à la rigueur doit avoir sa source dans l'interminé, sans quoy je ne voy pas moyen de trouver un fondement propre à le discerner du fini".

55 Vgl. *Epistolae ad Fardellam*, in: Foucher de Careil (vgl. Anm. 39), S. 327-328: „Fortasse non inutile erit, ut nonnihil in praefatione operis tui attingas de nostra hac analysi infiniti, ex intimo philosophiae fonte derivata, qua mathesis ipsa ultra hactenus consuetas notiones, id est ultra imaginabilia, sese attollit quibus pene solis hactenus geometria et analysis immergebantur. Et haec nova inventa mathematica partim lucem accipient a nostris philosophematibus, partim rursus ipsis autoritatem dabunt".