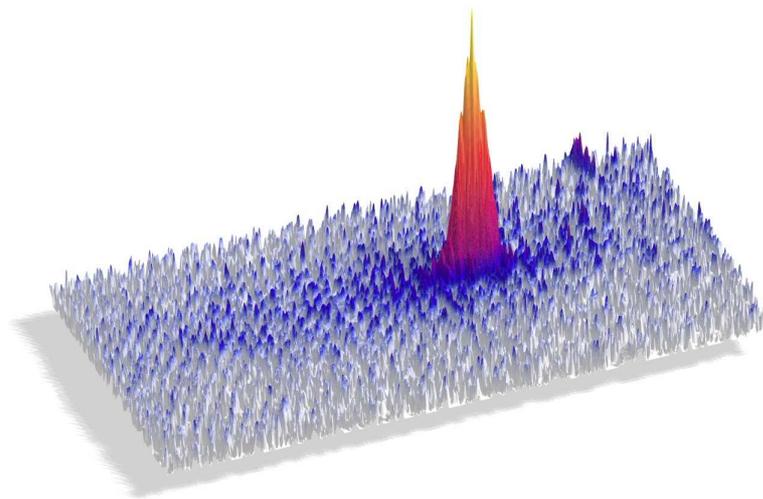

Wechselwirkungen kalter Li-Rb-Gase im entarteten Regime



Dissertation

zur Erlangung des Grades eines Doktors
der Naturwissenschaften
der Fakultät für Mathematik und Physik
der Eberhard-Karls-Universität zu Tübingen

vorgelegt von:

Sebastian Günther
aus Heiligenstadt

2006

Tag der mündlichen Prüfung: 11.01.2006

Dekan: Prof. Dr. Peter Schmid

1.Berichterstatter: Prof. Dr. Claus Zimmermann

2.Berichterstatter: Prof. Dr. Herbert Mütter

Zusammenfassung

In dieser Arbeit wird ein Experiment beschrieben, mit dem es zum ersten Mal gelang, fermionisches Lithium-6 mit Hilfe von bosonischem Rubidium-87 sympathetisch zu kühlen. Aufgrund fehlender bzw. ungenauer Daten für die Molekülpotenziale beider Spezies war es im Vorfeld nicht möglich, die Streulänge zwischen beiden Atomen zu bestimmen. Sie ist die zentrale Größe, die den Thermalisierungsprozess zwischen kalten ${}^6\text{Li}$ - und ${}^{87}\text{Rb}$ -Gasen bestimmt. Wir konnten mit unserer Apparatur die Tripletstreuränge zwischen ${}^6\text{Li}$ -Atomen im Hyperfeinzustand $|\frac{3}{2} \frac{3}{2}\rangle$ und ${}^{87}\text{Rb}$ -Atomen im Zustand $|2 \ 2\rangle$ über einen Thermalisierungsprozess bestimmen:

$$a_{T_{\text{RbLi}}} = 21.6 \cdot a_0 \begin{pmatrix} +8 \\ -4 \end{pmatrix} .$$

Über das sympathetische Kühlen mit ${}^{87}\text{Rb}$ gelang es, ein ${}^6\text{Li}$ -Fermigas mit etwa $2 \cdot 10^5$ ${}^6\text{Li}$ -Atomen zu erzeugen. Die Temperatur des Fermigases beträgt etwa $T = T_F = 2.5 \mu\text{K}$. Sehr wichtig ist, dass das Rubidiumgas immer ein reines Spingemisch im Zustand $|2 \ 2\rangle$ ist. Schon kleine Teile anderer Rubidiumzustände führen aufgrund von spinändernden Stößen zu starken Lithiumverlusten. Wir haben eine Methode entwickelt, mit der es möglich ist, während des evaporativen Kühlens die unerwünschten Rubidiumzustände ($|2 \ 1\rangle$ und $|1 \ -1\rangle$) aus der Magnetfalle zu entfernen. Die Rubidiumatome im Zustand $|2 \ 1\rangle$ werden während des Verdampfungskühlens ständig nachproduziert. Sie müssen mehrmals entfernt werden, um die Lithiumverluste klein zu halten. Erst nach dem Entfernen dieser Zustände war es möglich, eine kalte Lithiumwolke zu beobachten. Der Entstehungsprozess der Rubidiumatome im Zustand $|2 \ 1\rangle$ lässt sich über den Prozess der Dipolaren Relaxation beschreiben.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Fermionen und Bosonen in magnetischen Fallen	5
2.1	Fermionen und Bosonen kalt gemacht	5
2.2	Die Phasenraumdichte	7
2.2.1	Das Fallenpotenzial der Ioffefalle	8
2.2.2	Das chemische Potenzial	13
2.3	Verteilungsfunktionen der Fermionen in der Falle	15
2.3.1	Dichteverteilung	15
2.3.2	Impulsverteilung	16
2.4	Thermodynamische Größen	18
2.4.1	Teilchenenergie	18
2.4.2	Wärmekapazität	23
2.5	Sympathetisches Kühlen von Lithium und Rubidium	26
2.5.1	Wärmekapazität	27
2.5.2	Räumlicher Überlapp	27
2.5.3	Hole Heating	32
3	Der experimentelle Aufbau	33
3.1	Das Rubidium-Lasersystem	33
3.1.1	Der Ti:Saphir-Laser	37
3.2	Das Lithium-Lasersystem	48
3.2.1	Das Lithium Master-Slave System	50
3.3	Das Abbildungssystem	53
3.4	MOT-Aufbau und Experimentierkammer	57
3.4.1	MOT-Aufbau	57
3.4.2	Experimentierkammer	58

3.5	Der experimentelle Zyklus	60
3.5.1	Rb-Li MOT Ladephase	60
3.5.2	Melassenphase	61
3.5.3	Umpumpphase	62
3.5.4	Magnetisches Speichern und Transfer in die Ioffefalle . . .	64
3.5.5	Kühlen mit der Mikrowelle	68
3.6	Abbildung der Atome	72
4	Messungen und Diskussion	75
4.1	Sympathetisches Kühlen von Lithium ins entartete Fermiregime .	75
4.1.1	Wärmekapazität	79
4.1.2	Stoßrate und Thermalisierungszeit	79
4.1.3	Nachthermalisieren der Lithiumatome	80
4.2	Bestimmung der Triplett-Streulänge	83
4.3	Heizen der Rubidium-Wolke mit und ohne Mikrowellenabschirmung	85
4.4	Bevölkerung des Rb $ 2 1\rangle$ - Zustandes durch dipolare Relaxation .	87
5	Ausblick	93
A	Termschema von Lithium und Rubidium	95
A.1	Termschema $^{87}\text{Rubidium}$	95
A.2	Termschema $^6\text{Lithium}$	96
B	Fermi- und Bosefunktion	97
C	Ti:sapphire on the rocks	99
	Literaturverzeichnis	103
	Danksagung	111

1 Einleitung

Bosonische und fermionische Atome können über das magnetische Moment der Elektronenhülle in magnetischen Feldern gespeichert werden. Seit 1994 ist es möglich, bosonische Atome durch Evaporation zu kühlen [1–3]. Im Jahr 1995 gelang es erstmals, Rubidiumatome auf so niedrige Temperaturen zu kühlen, dass die Phasenraumdichte des Gases größer als eins wurde [4, 5]. Für diese hohen Phasenraumdichten wird für Bosonen ein Phasenübergang beobachtet, der bereits 1924 von A. Einstein [6] und S. Bose [7] vorhergesagt wurde. Unterhalb einer kritischen Temperatur T_c wird der Grundzustand des Fallenpotenzials durch die Bosonen verstärkt besetzt. Das heißt, die Atome kondensieren unterhalb von T_c in die Wellenfunktion des Fallgrundzustandes und besetzen den niedrigsten Zustand des einschließenden Potenzials. Die Ausdehnung und Form der Wellenfunktion wird durch die Wechselwirkung der Bosonen untereinander stark beeinflusst. Bose-Einstein-Kondensate können eine Ausdehnung von bis zu $100\ \mu\text{m}$ erreichen. Sie werden daher auch als makroskopische Quantenzustände bezeichnet und haben sich als universelles Werkzeug zur Untersuchung von quantenmechanischen Phänomenen herausgestellt.

Für Fermionen sieht die Situation anders aus. Sie können wie Bosonen in magnetischen Fallen gespeichert werden, unterliegen aber dem Pauli-Prinzip. Danach dürfen zwei Fermionen nie den selben Zustand annehmen. Das Pauli-Prinzip hat zur Folge, dass für Fermionen ein anderes Verhalten für hohe Phasenraumdichten zu erwarten ist. Fermionen besetzen bei kleinen Temperaturen die Zustände der Falle vom niedrigsten Energiezustand an. Die Falle wird bis zur Fermienergie mit einem Atom je Zustand aufgefüllt. Es bildet sich eine sogenannte Fermikugel im Orts- und Impulsraum.

Eine weitere Konsequenz des Pauli-Prinzips ist das Verbot elastischer s-Wellenstöße für identische Fermionen. Diese elastischen Stöße spielen die entscheidende Rolle während des Verdampfungskühlens. Heiße Atome am Ende der thermischen Geschwindigkeitsverteilung werden entfernt. Durch elastische s-Wellenstöße unter den Atomen stellt sich wieder eine thermische Maxwell-Boltzmann Verteilung

mit niedrigerer Temperatur ein. Indem die hochenergetischen Atome aus der Falle entfernt werden, kann die Temperatur der Bosonen sehr stark abgesenkt werden. Eine um den Faktor 100 kleinere Temperatur ist mit einem Teilchenverlust in der gleichen Größenordnung zu erreichen. Ohne die elastischen s-Wellen-Stöße ist dieser Thermalisierungsprozess, und so das evaporative Kühlen für Fermionen, nicht möglich.

Das Pauli-Prinzip gilt zum Glück nur für identische Fermionen. Für zwei unterschiedliche Fermionen sind s-Wellen-Stöße erlaubt. Um Fermionen evaporativ zu kühlen, ist eine Mischung aus unterscheidbaren Atomen nötig. 1998 gelang es erstmals der Gruppe von D. Jin, ein solches Fermigas aus ^{40}K -Atomen zu erzeugen [8]. Mit einem Gemisch aus verschiedenen Spinzuständen von ^{40}K war es möglich, die Atome evaporativ zu kühlen.

Fermionen lassen sich ebenso durch Thermalisierung mit einem bosonischen Partner kühlen. Die Fermionen werden zusätzlich zum bosonischen Hintergrundgas gespeichert. Während des Kühlprozesses für die Bosonen thermalisieren die Fermionen mit den kälter werdenden Bosonen. Ist die Atomzahl der Fermionen klein gegenüber der Atomzahl der Bosonen, lassen sich die Fermionen sehr einfach mit dieser Methode kühlen. Im Jahr 2001 gelang es der Gruppe um C. Salomon zum ersten Mal ein ^6Li -Fermigas in einem bosonischen ^7Li -Hintergrundgas zu erzeugen [9]. Weitere Mischungen folgten in den nächsten Jahren: W. Ketterle (2002) ^6Li - ^{23}Na [10, 11], M. Inguscio (2002) [12], D. Jin (2004) [13], K. Bongs (2005) [14] ^{40}K - ^{87}Rb .

Die Mischung aus zwei verschiedenen ultrakalten Gasen bietet hervorragende Voraussetzungen für die Erzeugung von heteronuklearen bosonischen bzw. fermionischen Molekülen. Diese Moleküle unterscheiden sich grundlegend von homonuklearen Molekülen, die aus zwei gleichen Atomen aufgebaut sind. Homonukleare Moleküle und auch einzelne Atome wechselwirken über die kurzreichweitigen Van-der-Waals Kräfte miteinander. Heteronukleare Moleküle besitzen im Grundzustand ein permanentes elektrisches Dipolmoment (4.3 Debye für ^6Li - ^{87}Rb [15]). Diese Dipolmomente wechselwirken über die langreichweitige und anisotrope Dipol-Dipol Wechselwirkung miteinander. Die Ausrichtung der Dipole kann durch ein externes elektrisches Feld erfolgen. Diese neue Wechselwirkung ändert die Physik der kalten Gase grundlegend.

Aufgrund der Anisotropie erwartet man die Kondensation bosonischer Molekülga-

se nur in bestimmten Fallengeometrien. In pfannkuchenförmigen Fallen, in denen die Dipole nebeneinander ausgerichtet sind, ist die Wechselwirkung der Dipole repulsiv. In diesen Fallen sollte die Erzeugung stabiler Kondensate möglich sein. Dagegen ist die Wechselwirkung in zigarrenförmigen Fallen, in denen die Dipole in Längsrichtung angeordnet sind, attraktiv. In diesen Fallen erwartet man ähnlich wie für negative Streulängen ($a < 0$) keine stabilen Kondensate [16].

Auch für den Fall fermionischer heteronuklearer Molekülgase wird eine starke Abhängigkeit der Wechselwirkung von der Fallengeometrie erwartet. In zigarrenförmigen Fallen soll es möglich sein, durch die attraktive Wechselwirkung der Moleküle direkt die Entstehung von Cooper-Paaren zu beobachten [17–19]. Mit einem elektrischen Dipolmoment von 1 Debye und einer Dichte von 10^{12} cm^{-3} wird dieser Übergang bei Temperaturen von etwa 100 nK vorhergesagt.

Zur Zeit stellt sich für Experimentatoren die Frage, wie aus einem kalten atomaren Gemisch hinreichend viele kalte heteronukleare Moleküle im vibronischen Grundzustand erzeugt werden können. Sehr erfolgreich können aus kalten ^{40}K - [20], ^6Li - [21–24], ^{133}Cs - [25, 26], ^{87}Rb - [27] und ^{23}Na - [28] Gasen homonukleare Moleküle über magnetische Feshbachresonanzen erzeugt werden. Feshbachresonanzen ermöglichen es, die Streulänge zwischen den Atomen von $-\infty$ bis $+\infty$ zu verändern. Auf der positiven Seite der Resonanz ($a > 0$) werden aus den fermionischen Atomen sehr schwach gebundene bosonische Moleküle erzeugt. Diese Moleküle haben sich als äußerst stabil gegenüber inelastischen Stößen gezeigt. Grund hierfür ist das Pauli-Prinzip. Es verbietet Stöße zwischen den schwach gebundenen Fermionen, aus denen die Moleküle aufgebaut sind.

Feshbachresonanzen sind vor kurzem auch in heteronuklearen Gemischen entdeckt worden [29, 30]. Es ist zu hoffen, dass ähnlich wie im homonuklearen Fall auch heteronukleare Moleküle erzeugt werden können. Die schwach gebundenen Moleküle müssen dann in den vibronischen Grundzustand des Molekülpotentials transferiert werden. Die heteronukleare Photoassoziation sollte solche Transfers zwischen Zuständen im Molekülpotenzial möglich machen. In unserer Gruppe konnte heteronukleare Photoassoziation zum ersten Mal zwischen ^6Li und ^7Li in einer magneto-optischen Falle gezeigt werden [31–34]. Seit kurzem können über diesen Weg auch polare heteronukleare Moleküle im vibronischen Grundzustand erzeugt werden: RbCs [35–37], KRb [38], NaCs [39]. All diese Photoassoziationsschemata wurden aber nur in magneto-optischen Fallen, also relativ heißen Gemischen gezeigt. In Zukunft wird die Herausforderung darin liegen, mit einer

Kombination aus Feshbachresonanzen und Photoassoziation kalte polare Gase zu erzeugen [40, 41]. Diese Aufgabe ist keineswegs trivial, da für jedes System ein spezielles Photoassoziationsschema gefunden werden muss, um die Moleküle in den Grundzustand des Potentials zu transferieren. Ein Hauptproblem sind die zu kleinen Frank-Condon-Faktoren, die einen effizienten und einfachen Transfer verhindern. Für das Rb_2 -Molekül gibt es einen theoretischen Vorschlag [42], mit dem über 6 bis 7 Übergänge Grundzustandsmoleküle erzeugt werden können.

In dieser Arbeit stellen wir eine neue Apparatur vor, mit der es erstmalig möglich war, ^6Li -Atome mit ^{87}Rb -Atomen sympathetisch ins entartete Fermigasregime zu kühlen. Diese Mischung war bis zu diesem Zeitpunkt nicht untersucht. Es existierten keine bzw. nur ungenaue theoretische Daten über die Stößeigenschaften dieser Mischung. Es gelang uns zu zeigen, dass sympathetisches Kühlen möglich ist, und wir konnten grundlegende Größen wie die Triplet-Streulänge für das ^6Li - ^{87}Rb -Gemisch bestimmen. Für die Entwicklung von Photoassoziationsschemata benötigen wir eine genaue Kenntnis der Molekülpotenziale. Diese Daten sind zur Zeit noch nicht bekannt, lassen sich aber aus Lage von Feshbachresonanzen, oder über die Photoassoziationsspektroskopie ermitteln.

Unsere Apparatur ist nicht auf das Gemisch ^6Li - ^{87}Rb beschränkt. Wir können das Experiment auch leicht auf ^7Li erweitern und besitzen so die Möglichkeit polare bosonische Molekülgase zu erzeugen. Wir haben daher mit ^6Li , ^7Li und ^{87}Rb sehr gute Voraussetzungen, die Physik ultrakalter polarer bosonischer und fermionischer Gase zu untersuchen.

2 Fermionen und Bosonen in magnetischen Fallen

2.1 Fermionen und Bosonen kalt gemacht

Fermionen und Bosonen unterscheiden sich dadurch, dass für sie nur antisymmetrische bzw. symmetrische Wellenfunktionen in einem quantenmechanischen System zulässig sind. Für ein quantenmechanisches System mit diskreten Energieniveaus lassen sich basierend auf der Einführung von Mikro- und Makrozuständen mit Hilfe einfacher statistischer und thermodynamischer Überlegungen die Verteilungsfunktionen für Fermionen und Bosonen herleiten [43]:

$$f_{FD}(\epsilon_n) = \frac{1}{e^{(\alpha+\beta\epsilon_n)} + 1} \quad (2.1)$$

$$f_{BE}(\epsilon_n) = \frac{1}{e^{(\alpha+\beta\epsilon_n)} - 1}. \quad (2.2)$$

Die Verteilungsfunktion gibt die mittlere Besetzung des Zustandes n mit der Energie ϵ_n an. Die unterschiedlichen Verteilungsfunktionen beruhen allein auf der Symmetrieanforderung an die entsprechenden Wellenfunktionen für Fermionen und Bosonen. Die Lagrange-Parameter α und β bezeichnet man als Affinität und inverse Temperatur. Sie werden eingeführt, um das Gesamtsystem auf eine feste Teilchenzahl bzw. feste Energie zu normieren:

$$N = \sum_k N_k \quad (2.3)$$

$$E = \sum_k N_k \epsilon_k. \quad (2.4)$$

Die Parameter können mit den Beziehungen $\alpha = -\frac{\mu}{k_B T}$ und $\beta = \frac{1}{k_B T}$ auch auf die geläufigeren Größen des chemischen Potentials und der Temperatur umgeschrieben werden:

$$f_{FD}(\epsilon_n) = \frac{1}{e^{\left(\frac{\epsilon_n - \mu}{k_B T}\right)} + 1} \quad (2.5)$$

$$f_{BE}(\epsilon_n) = \frac{1}{e^{\left(\frac{\epsilon_n - \mu}{k_B T}\right)} - 1}. \quad (2.6)$$

Im Bereich hoher Temperaturen ($e^\alpha \gg 1$) ist die mittlere Besetzung pro Zustand sehr viel kleiner Eins. In diesem Bereich konvergieren beide Verteilungen (2.5) und (2.6) gegen die rein klassische Maxwell-Boltzmann Verteilung:

$$f_{MB}(\epsilon_n) = e^{-\left(\frac{\epsilon_n - \mu}{k_B T}\right)}. \quad (2.7)$$

Im Bereich kleiner Temperaturen unterscheiden sich dagegen beide Verteilungen stark. Für Fermionen wird die mittlere Besetzung je Zustand Eins. Das heißt für $T=0$ werden alle Zustände von den niedrigsten Energien an mit je einem Teilchen pro Zustand aufgefüllt. Die Energie des letzten aufgefüllten Teilchens bezeichnet man als Fermienergie.

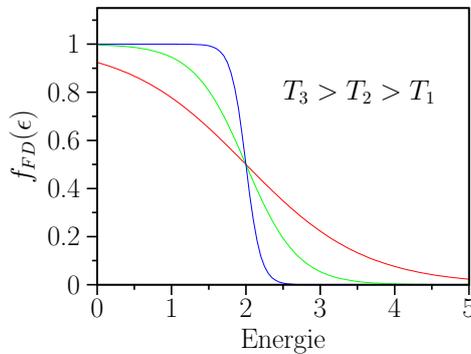


Abbildung 2.1: Besetzungswahrscheinlichkeit für Fermionen

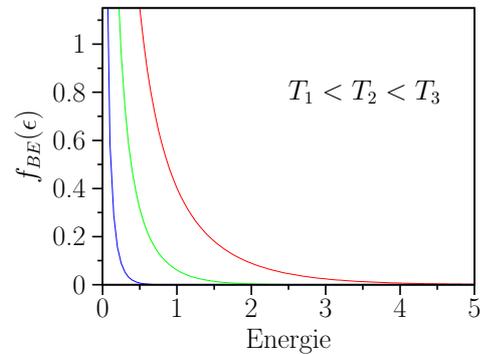


Abbildung 2.2: Besetzungswahrscheinlichkeit für Bosonen

Für Bosonen dagegen ist das Verhalten anders. Damit die Bose-Einstein-Verteilung (2.6) für alle möglichen Energieniveaus immer positiv definiert bleibt, ist zwingend erforderlich, dass das chemische Potenzial μ immer kleiner als der niedrigste Energiezustand ϵ_0 des Systems ist. Erreicht das chemische Potenzial Werte, die größer sind als ϵ_0 , wird die Besetzungswahrscheinlichkeit des niedrigsten Zustandes negativ. Dies ergibt aber physikalisch keinen Sinn. Das chemische Potenzial ist eine Funktion der Teilchenzahl und der Temperatur $\mu = \mu(N, T)$ und lässt sich über die Normierungsbedingung (2.3) bestimmen. Kühlt man ein Gas von Bosonen, so nähert sich das chemische Potenzial von negativen Werten dem niedrigsten energetischen Zustand. Bei der kritischen Dichte n_c und der kritischen Temperatur T_c erreicht das chemische Potenzial den Wert des niedrigsten Energiezustandes und im System findet der sogenannte BEC-Übergang statt. Das chemische Potenzial bleibt für kleiner werdende Temperaturen konstant auf

dem Wert ϵ_0 , der näherungsweise auch mit $\mu = 0$ angegeben werden kann. Für Temperaturen unterhalb T_c kommt es zu einer makroskopischen Besetzung des Grundzustandes. Atome aus der thermischen Wolke bevölkern zu einem immer größeren Teil das Bose-Einstein Kondensat. Die Normierung (2.3) der Boseverteilung auf die Gesamtatomzahl ist korrekt, so lange wir das System mit diskreten Energieniveaus betrachten. Bei der Beschreibung des Quantengases im Rahmen des Großkanonischen Ensembles wird jedoch die Normierungsbedingung (2.3) in ein Integral umgeschrieben. Für Fermionen ist dies kein Problem. Für Bosonen führt es aber dazu, dass jetzt die makroskopische Besetzung des Grundzustandes nicht mehr korrekt wiedergegeben werden kann. Die Boseverteilung (2.6) kann für Temperaturen $T < T_c$ mit $\mu = 0$ nicht mehr auf die Gesamtatomzahl normiert werden. Die Atomzahl für Temperaturen $T < T_c$ nimmt in der Boseverteilung jetzt ständig ab. Man kann dieses Problem aber lösen, indem man die Besetzung des Grundzustandes als zusätzlichen Term in die Normierungsbedingung einführt.

Eine genaue thermodynamische Beschreibung kalter fermionischer und bosonischer Gase findet, wie schon erwähnt, im Rahmen des Großkanonischen Ensembles statt. Hier wird ein Probesystem untersucht, welches mit einem Energie- und einem Teilchenreservoir in Kontakt steht. Die Gesamtenergie und die Gesamtteilchenzahl sind für das Probesystem variabel. Mit Hilfe des Großkanonischen Potentials ψ lässt sich die Phasenraumdichte für die Quantengase herleiten. Im Folgenden Kapitel wird gezeigt, wie diese Größe bestimmt werden kann, und wie daraus die Orts- und Impulsverteilungen bestimmt werden.

2.2 Die Phasenraumdichte

Ausgehend von der Phasenraumdichte $\omega_{(\mu,T)}(\mathbf{x}, \mathbf{k})$ lassen sich für unser System alle relevanten Größen wie Orts-, Impuls- und Energieverteilung bestimmen. Die Phasenraumdichte ist durch folgende Beziehung gegeben:

$$\omega_{(\mu,T)}(\mathbf{x}, \mathbf{k}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \cdot \frac{1}{e^{\frac{H(\mathbf{x},\mathbf{k})-\mu}{k_B T}} \underbrace{\pm 1}_{\substack{+1FD \\ -1BE}}} . \quad (2.8)$$

$$H(\mathbf{x}, \mathbf{k}) = \frac{\hbar \mathbf{k}^2}{2m} + U(\mathbf{x}) \quad (2.9)$$

Der Hamiltonoperator $H(\mathbf{x}, \mathbf{k})$ ist der Einteilchenoperator für unser System. Um den Hamiltonoperator und die Phasenraumdicke korrekt angeben zu können, ist eine genaue Kenntnis des Fallenpotenzials nötig. Da unsere Falle nicht ganz einer harmonischen Falle entspricht, werde ich im Folgenden kurz auf dieses Fallenpotenzial eingehen.

2.2.1 Das Fallenpotenzial der Ioffefalle

Die Ioffefalle in unserem Experiment basiert auf dem Magnetfeld eines sphärischen Quadrupols und dem Magnetfeld von vier Ioffedrähten, wie in Abbildung (2.3) zu sehen ist. Der Strom in den beiden Ioffedrähtepaaren fließt entgegengerichtet.

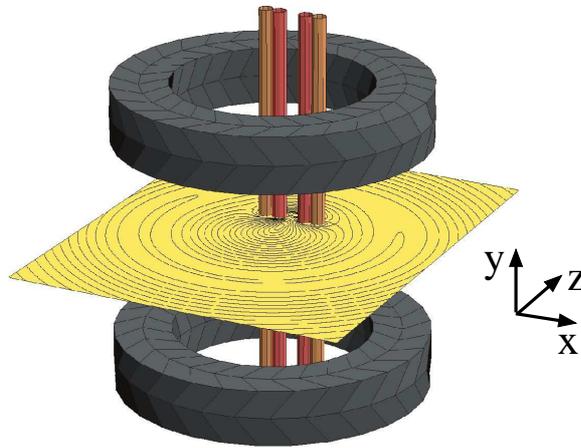


Abbildung 2.3: Die Ioffefalle unseres Experimentes wird aus dem sphärischen Quadrupol der Fallenspulen und dem Magnetfeld von vier Ioffedrähten gebildet.

setzt und erzeugt eine Ioffefalle mit variablem Offsetfeld ähnlich einer „*QUIC-trap*“ [44]. Dieses Design bietet den Vorteil, dass wir unsere Ioffefalle in y -Richtung verschieben können. So lassen sich die Atome leicht in die Mikrofalle transferieren, die unter der oberen Quadrupolspule montiert ist. Sowohl die Ioffefalle als auch die Mikrofalle wurden detailliert in der Doktorarbeit von C. Silber [45] analysiert. Das Magnetfeld unserer Falle lässt sich mit folgender Formel analytisch nähern:

$$B(\mathbf{x}) \approx \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ B_0 \end{pmatrix} + \alpha \begin{pmatrix} -x \\ 2y \\ -(z+a) \end{pmatrix} + \beta_z e^{\left(\frac{z}{a}\right)} \begin{pmatrix} -ax + \frac{1}{6}\frac{x^3}{a} - \frac{1}{120}\frac{x^5}{a^3} \\ 0 \\ a^2 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{24}\frac{x^4}{a^2} \end{pmatrix}. \quad (2.10)$$

Die z-Richtung ist die axiale Richtung der Falle, die x- und y- Richtungen sind die radialen Richtungen der Falle, wie in Abbildung (2.3) zu sehen ist. Die Formel (2.10) für das Magnetfeld unserer Falle ist durch drei Parameter definiert:

$$B_z(0)|_{x=y=0} = B_0 \quad \text{Offsetfeld} \quad (2.11)$$

$$B'_z(0)|_{x=y=0} = \alpha \quad \text{Gradient in z-Richtung} \quad (2.12)$$

$$B''_z(0)|_{x=y=0} = \beta_z \quad \text{Krümmung in z-Richtung} \quad (2.13)$$

$$a \equiv \frac{\alpha}{\beta_z} . \quad (2.14)$$

Das Offsetfeld am Nullpunkt, der Gradient und die Krümmung des Feldes in z-Richtung beschreiben das Magnetfeld des Fallenpotenzials komplett. Durch die Messung der Fallenfrequenzen in z- und y-Richtung können die Werte für α und β_z bestimmt werden. In unserer Falle haben wir für Rubidium Fallenfrequenzen von

$$\omega_{z \text{ Rb}|22\rangle} = 2\pi \cdot 50.1 \text{ Hz} \quad (2.15)$$

$$\omega_{y \text{ Rb}|22\rangle} = 2\pi \cdot 206.0 \text{ Hz} \quad (2.16)$$

und ein Offsetfeld von $B_0 = 3.07 \text{ G}$ experimentell bestimmt [45]. Die Fallenfrequenzen in radialer Richtung und das Offsetfeld lassen sich in einem weiten Bereich durch den Spulenstrom und den Strom der Ioffedrähte verändern. Die Fallenfrequenz in axialer Richtung ist von der Geometrie der Falle abhängig und lässt sich daher nur wenig ändern. Mit den folgenden Zusammenhängen lassen sich die nötigen Parameter (2.11), (2.12) und (2.13) für unsere Falle bestimmen.

$$\omega_{x,y,z} = \sqrt{\frac{g_F m_F \mu_B}{m}} \beta_{x,y,z} \quad (2.17)$$

$$\beta_x = \frac{4\alpha^2}{B_0} - \beta_z \quad (2.18)$$

$$\beta_y = \frac{4\alpha^2}{B_0} \quad (2.19)$$

Damit ergeben sich folgende Parameter für unsere Falle:

$$B_0 = 3.07 \cdot 10^{-4} \text{ T} \quad (2.20)$$

$$\alpha = 1.4125 \text{ T/m} \quad (2.21)$$

$$\beta_z = 1.5436 \cdot 10^3 \text{ T/m}^2 . \quad (2.22)$$

Diese Falle ist die Grundlage für alle weiteren Berechnungen in diesem Kapitel. Für die Atome ergibt sich nun das Potenzial wie folgt:

$$U(\mathbf{x}) = g_F m_F \mu_B |B(\mathbf{x})| .$$

Das Potenzial ist proportional zum Betrag des Magnetfeldes. Der Proportionalitätsfaktor $g_F m_F \mu_B$ ist abhängig vom jeweiligen Zustand, in dem das Atom gespeichert wird. In unserem Fall ergeben sich sowohl für Rubidium $|2, 2\rangle$ als auch für Lithium $|\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\rangle$ ein Vorfaktor von $1 \cdot \mu_B$ (Abschnitt 3.5.4). Das Potenzial ist daher in unserem Fall für beide Atomsorten gleich. In Abbildung (2.4) und (2.5) ist der Magnetfeldbetrag in axiale und radiale Richtung zu sehen. Ich werde im Folgenden die x- und y-Richtung als radiale Richtung bezeichnen, da sich ihre Fallenfrequenzen nur leicht unterscheiden. Im Fallenzentrum können die Potenziale

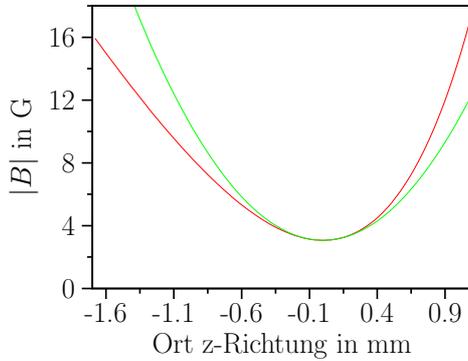


Abbildung 2.4: $|B(0, 0, z)|$ - axialer Magnetfeldverlauf, (rot) - exakter Potenzialverlauf, (grün) - harmonischer Potenzialverlauf

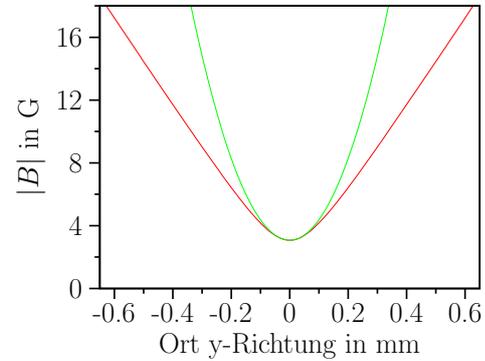


Abbildung 2.5: $|B(0, y, 0)|$ - radialer Magnetfeldverlauf, (rot) - exakter Potenzialverlauf, (grün) - harmonischer Potenzialverlauf

gut durch ein harmonisches Potenzial angenähert werden. Für hohe Temperatur bzw. Energiebereiche werden die Potenziale linear. Dies gilt vor allem für die radialen Richtungen der Falle. Der Übergangsbereich zwischen harmonischer und linearer Falle verschiebt sich mit abnehmendem Offsetfeld zu kleineren Energien. Die Tiefe unserer Falle beträgt in der angegebenen Konfiguration etwa 18 G. Dies entspricht einer Energie von $1.2 \text{ mK} \cdot k_B$.

Im Zentrum lässt sich unsere Falle harmonisch beschreiben. Das Potenzial für eine solche harmonische Falle ist durch Gleichung (2.23) gegeben und in den Abbildungen (2.5) und (2.4) dargestellt:

$$U(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} m (\omega_x^2 x^2 + \omega_y^2 y^2 + \omega_z^2 z^2), \quad \omega_{x,y,z} = \sqrt{\frac{g_F m_F \mu_B}{m} b_{x,y,z}} . \quad (2.23)$$

$$\begin{aligned}
\omega_{xRb} &= 2\pi \cdot 199.8 \text{ Hz} & \omega_{xLi} &= 2\pi \cdot 760.8 \text{ Hz} \\
\omega_{yRb} &= 2\pi \cdot 206.0 \text{ Hz} & \omega_{yLi} &= 2\pi \cdot 784.4 \text{ Hz} \\
\omega_{zRb} &= 2\pi \cdot 50.1 \text{ Hz} & \omega_{zLi} &= 2\pi \cdot 190.8 \text{ Hz} \\
\tilde{\omega}_{Rb} &= 2\pi \cdot 127.3 \text{ Hz} & \tilde{\omega}_{Li} &= 2\pi \cdot 484.7 \text{ Hz}
\end{aligned}$$

Die mittlere Fallenfrequenz ist definiert als $\tilde{\omega} = (\omega_x \omega_y \omega_z)^{\frac{1}{3}}$. In welchem Temperaturbereich man diese harmonische Darstellung unserer Falle nutzen kann, wird in Abschnitt (2.4.1) beschrieben.

Die Zustandsdichte unserer Magnetfalle

Für ein quantenmechanisches System ist die Zustandsdichte $\varrho(\epsilon)$ eine fundamentale Größe zur Charakterisierung des Systems. Sie gibt an, wieviele Zustände ein System bei einer bestimmten Energie ϵ besitzt. Für Atome in der Magnetfalle lässt sich die Zustandsdichte über das Integral in Gleichung (2.24) berechnen.

$$\varrho(\epsilon) = \frac{(2m)^{\frac{3}{2}}}{(2\pi)^2 \hbar^3} \int_{\epsilon \leq U(\mathbf{x})} \sqrt{\epsilon - U(\mathbf{x})} d\epsilon \quad (2.24)$$

Viele thermodynamische Größen des Systems können allein mit Kenntnis dieser Zustandsdichte bestimmt werden. Sie lässt sich sowohl für harmonische als auch für sogenannte „*power-law-Fallen*“ (PL-Fallen) analytisch angeben [46]. Für eine harmonische Falle ist die Zustandsdichte proportional zu ϵ^2 , für eine PL-Falle proportional zu ϵ^γ , wie aus den Gleichungen (2.25) und (2.26) zu entnehmen ist.

$$\varrho_{\text{harm}}(\epsilon) = \frac{\epsilon^2}{2(\hbar\tilde{\omega})^3} \quad (2.25)$$

$$\varrho_{PL}(\epsilon) = A_{PL} \epsilon^\gamma \quad (2.26)$$

$$\begin{aligned}
U_{PL}(\mathbf{x}) &= \epsilon_1 \left| \frac{x}{a} \right|^p + \epsilon_2 \left| \frac{y}{b} \right|^l + \epsilon_3 \left| \frac{z}{c} \right|^q & A_{PL} &= \frac{2\pi(2m)^{\frac{3}{2}}}{\hbar^3} \frac{abc}{\epsilon_1^{\frac{1}{p}} \epsilon_2^{\frac{1}{l}} \epsilon_3^{\frac{1}{q}}} F(p, l, q) \\
\gamma &= \frac{1}{p} + \frac{1}{l} + \frac{1}{q} + \frac{1}{2}
\end{aligned}$$

In vorliegenden Fall wird die Zustandsdichte für das System zuerst numerisch bestimmt und dann durch eine Kombination aus harmonischer und PL-Zustandsdichte angenähert. Dies funktioniert sehr gut und hat den Vorteil, dass wir eine analytische Form unserer Zustandsdichte besitzen. In Abbildung (2.6) ist die numerische

Zustandsdichte zusammen mit der harmonischen Zustandsdichte im Zentrum unserer Ioffefalle aufgetragen. Aufgrund des linearen Potentials im Außenbereich der Falle steigt die numerisch bestimmte Zustandsdichte schneller als die harmonische Näherung im Fallenzentrum. An die Differenz dieser beiden Zustandsdichten wird jetzt eine Zustandsdichte mit der Potenz $\gamma = 3$ angenähert (Abbildung (2.7)). Dieser Wert entspricht einer Falle, die in einer Dimension harmonisch und in den zwei anderen Dimensionen linear verläuft. Wie zu sehen ist, lässt sich so unsere Zustandsdichte in eine einfache analytische Form bringen:

$$\varrho_{Falle:Rb}(\epsilon) = \frac{\epsilon^2}{2(\hbar\tilde{\omega}_{Rb})^3} + A_{PL:Rb}\epsilon^3. \quad (2.27)$$

$$\tilde{\omega}_{Rb} = 2\pi \cdot 127.3 \text{ Hz} \quad A_{PL:Rb} = 9.3 \cdot 10^{-18} / \hbar^4$$

Da die Zustandsdichte abhängig von der Masse ist, unterscheidet sich die Zustandsdichte für Rubidium und Lithium um den Faktor $(m_{Li}/m_{Rb})^{3/2}$:

$$\varrho_{Falle:Li}(\epsilon) = \left(\frac{m_{Li}}{m_{Rb}}\right)^{3/2} \cdot \varrho_{Falle:Rb}(\epsilon). \quad (2.28)$$

Die in Abbildung (2.6) und (2.7) dargestellten Zustandsdichten sind über den gesamten Bereich unserer Fallentiefe von circa 18 G dargestellt.

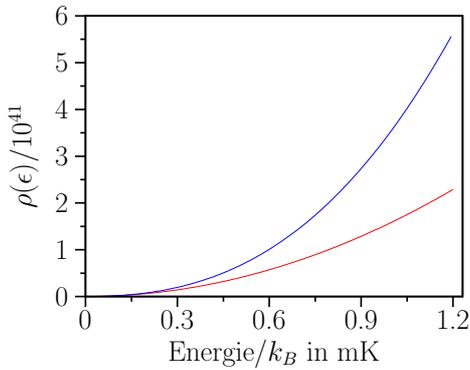


Abbildung 2.6: Numerisch bestimmte Zustandsdichte unseres Systems (blau), und die Zustandsdichte für die rein harmonische Falle im Zentrum unserer Ioffefalle.

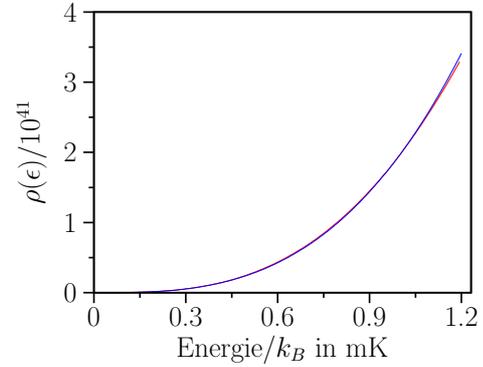


Abbildung 2.7: Die Differenz zwischen der numerischen und der harmonischen Zustandsdichte wird mit $A_{PL} \cdot \epsilon^3$ angenähert. Die rote Kurve ist die Differenz, die blaue Kurve ist die angenäherte Zustandsdichte.

2.2.2 Das chemische Potenzial

Das chemische Potenzial ist nach dem realen Potenzial die zweite wichtige Größe, die zur korrekten Angabe der Phasenraumdichte (2.8) nötig ist. Es kann über die Normierungsbedingung (2.29) für Fermionen und Bosonen bestimmt werden. Das chemische Potenzial ist von Teilchenzahl, Temperatur und Teilchenart (Boson oder Fermion) abhängig.

$$N \stackrel{!}{=} \int \omega_{(\mu,T)}(\mathbf{x}, \mathbf{k}) d^3\mathbf{x} d^3\mathbf{k} \quad (2.29)$$

Das Integral (2.29) kann mit Hilfe der Zustandsdichte $\varrho(\epsilon)$ in ein eindimensionales Integral über die Energie überführt werden:

$$N \stackrel{!}{=} \int \varrho(\epsilon) f_{(FD)}(\epsilon) d\epsilon = \int \frac{\varrho(\epsilon) d\epsilon}{e^{\beta(\epsilon-\mu)} \pm 1}. \quad (2.30)$$

Bestimmung des chemischen Potenzials

Das Normierungsintegral (2.30), über das das chemische Potenzial bestimmt ist, lässt sich mit Hilfe der bekannten Zustandsdichte für unser System (2.27) und mit Hilfe der Fermifunktion $f_n(Z)$ folgendermaßen vereinfachen:

$$N \stackrel{!}{=} \left(\frac{k_B T}{\hbar \tilde{\omega}} \right)^3 f_3(Z) + A_{PL} (k_B T)^4 \Gamma(4) f_4(Z), \quad (2.31)$$

wobei $Z = e^{\beta\mu}$ als Fugazität bezeichnet wird und Γ die Gamma-Funktion darstellt. Die Definitionen sowohl für die Fermifunktion als auch für die Bosefunktion finden sich in Anhang (B). Im Grenzfall für $Z \gg 1$ und $Z \ll 1$ kann die Normierungsbedingung exakt gelöst werden. Im Allgemeinfall muss das chemische Potenzial für eine bestimmte Teilchenzahl bei einer bestimmten Temperatur über die Gleichung (2.31) numerisch bestimmt werden.

Näherung für $T \rightarrow 0$ (harmonische Falle)

Für kleine T bzw. $Z \gg 1$ kann man den 1. Term der Sommerfeldnäherung aus Anhang (B) nutzen. Damit lässt sich Gleichung (2.31) und somit auch das chemische Potenzial für $T = 0$ bestimmen:

$$N = \left(\frac{k_B T}{\hbar \tilde{\omega}} \right)^3 \frac{(\beta\mu)^3}{\Gamma(4)} \quad (2.32)$$

$$\mu = \hbar \tilde{\omega} (6N)^{\frac{1}{3}}. \quad (2.33)$$

Das chemische Potenzial ist die Energie, die man benötigt, um ein Teilchen zum Ensemble hinzuzufügen. Für Fermionen bei $T = 0$ ist dies genau die Fermienergie:

$$E_F = \hbar\tilde{\omega}(6N)^{\frac{1}{3}}. \quad (2.34)$$

Mit Hilfe der Fermienergie werden der Fermiradius und der Fermiimpuls wie folgt definiert:

$$\text{Fermiradius:} \quad R_{F_r} = \sqrt{\frac{2E_F}{m\omega_r^2}}; \quad R_{F_a} = \sqrt{\frac{2E_F}{m\omega_a^2}} \quad (2.35)$$

$$\text{Fermiimpuls:} \quad K_F = \sqrt{\frac{2mE_F}{\hbar^2}}. \quad (2.36)$$

Näherung für $T \gg 0$ (harmonische Falle)

Für große T bzw. $Z \ll 1$ konvergiert die Fermifunktion $f_\eta(Z)$ gegen Z und wir erhalten das chemische Potenzial für ein klassisches Gas in einer harmonischen Falle:

$$N = \left(\frac{k_B T}{\hbar\tilde{\omega}}\right)^3 e^{\frac{\mu}{k_B T}} \quad (2.37)$$

$$\mu = k_B T \cdot \ln \left[\left(\frac{\hbar\tilde{\omega}}{k_B T}\right)^3 N \right] = k_B T \cdot \ln \left[\frac{1}{6} \left(\frac{E_F}{k_B T}\right)^3 \right]. \quad (2.38)$$

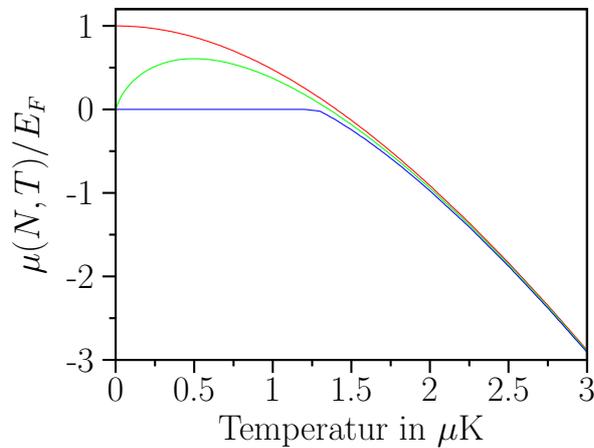


Abbildung 2.8: Darstellung des chemischen Potenzials $\mu(N, T)$ für $N_{6\text{Li}} = 2 \cdot 10^5$. Die drei Graphen zeigen das Verhalten für die drei Teilchenarten Fermionen (rot), klassische Teilchen (grün) und Bosonen (blau). (Fermitemperatur $T_F = 2.5 \mu\text{K}$, kritische Temperatur $T_c = 1.27 \mu\text{K}$).

Für **beliebige T** muss das chemische Potenzial, wie schon erwähnt, numerisch bestimmt werden. Dazu muss μ solange variiert werden, bis die Integralgleichung (2.31) erfüllt ist. In Abbildung (2.8) ist das chemische Potenzial für $2 \cdot 10^5$ Lithiumatome in Abhängigkeit von der Temperatur dargestellt. Zum Vergleich ist das chemische Potenzial für den Fall dargestellt, dass es sich bei ${}^6\text{Li}$ um ein klassisches Teilchen bzw. um ein bosonisches Teilchen handeln würde.

2.3 Verteilungsfunktionen der Fermionen in der Falle

Da sowohl das Fallenpotenzial als auch das chemische Potenzial bekannt sind, ist die Phasenraumdichte (2.8) für unser System genau bestimmt. Nun können wir mit ihrer Hilfe wichtige Beobachtungsgrößen wie Dichteverteilung, Impulsverteilung und Energieverteilung in unserem System bestimmen. Die theoretische Beschreibung dieser Verteilungen ist wichtig, da sie die Grundlage für die Temperaturbestimmung im Fermigas darstellt. Werden die Fermionen ins entartete Regime gekühlt, wird kein Phasenübergang beobachtet. Um den Entartungsgrad im Gas festzustellen, ist daher eine genaue Analyse der gemessenen Dichte- bzw. Impulsverteilung unerlässlich.

2.3.1 Dichteverteilung

Die Dichteverteilung wird bestimmt, indem die Phasenraumdichte über den Impulsraum integriert wird:

$$n(\mathbf{x}) = \int \omega_{(\mu,T)}(\mathbf{x}, \mathbf{k}) d^3\mathbf{k} . \quad (2.39)$$

Diese Integration kann mit Hilfe einiger Substitutionen auf ein Integral über die Energie umgeschrieben werden:

$$n(\mathbf{x}) = \frac{1}{(2\pi)^2} \left(\frac{2m}{\beta\hbar^2} \right)^{\frac{3}{2}} \int \frac{\epsilon'^{\frac{1}{2}} d\epsilon'}{\underbrace{e^{\beta\epsilon'} e^{-\beta(\mu-U(\mathbf{x}))} + 1}_{\Gamma(\frac{3}{2}) \cdot f_{\frac{3}{2}}(e^{-\beta(\mu-U(\mathbf{x}))})}} \quad (2.40)$$

$$n(\mathbf{x}) = \lambda_{dB}^{-3} f_{\frac{3}{2}}(e^{-\beta(\mu-U(\mathbf{x}))}) . \quad (2.41)$$

Die Dichteverteilung (2.41) in der Falle wird über Fermifunktion und die deBroglie-Wellenlänge $\lambda_{dB} = \sqrt{2\pi\hbar^2/mk_B T}$ bestimmt. Für beliebige Temperaturen ist eine genaue Bestimmung aufgrund der Fermifunktion nur numerisch möglich. Im

Grenzfall für kleine und große Temperaturen lassen sich aber die exakten Verteilungen des Fermigas bei $T = 0$ bzw. die Verteilungen eines klassischen Gases in der Falle angeben.

Näherung für $T \rightarrow 0$ (harmonische Falle)

Für kleine Temperaturen kann die Fermifunktion in (2.41) wieder durch den ersten Term der Sommerfeldnäherung beschrieben werden. Damit erhalten wir für $T=0$ die Dichteverteilung des Fermigas in der Ioffefalle:

$$n(r) = \frac{8\lambda_{dB}}{\pi^2} \frac{N}{R_F} \left[1 - \frac{r^2}{R_F^2} \right]^{\frac{3}{2}}. \quad (2.42)$$

R_F ist der in Gleichung (2.35) definierte Fermiradius. Die Atome sind bis zum Fermiradius aufgefüllt. Für $r > R_F$ ist die Dichteverteilung Null.

Näherung für $T \gg 0$ (harmonische Falle)

Für große Temperaturen können wir die Fermifunktion durch Z nähern und erhalten die Dichteverteilung eines klassischen Gases in einer harmonischen Falle:

$$n(\mathbf{x}) = \lambda_{dB}^{-3} \cdot \underbrace{e^{\beta\mu}}_{e^{\mu\beta} = N(\hbar\bar{\omega}\beta)^3} \cdot e^{-\beta U(\mathbf{x})} \quad (2.43)$$

$$= N \left(\frac{m(\omega_x\omega_y\omega_z)^{\frac{2}{3}}}{2\pi k_B T} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-\frac{m}{2k_B T}(\omega_x^2 x^2 + \omega_y^2 y^2 + \omega_z^2 z^2)} \quad (2.44)$$

$$= N \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_x} e^{-\frac{x^2}{2\sigma_x^2}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_y} e^{-\frac{y^2}{2\sigma_y^2}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_z} e^{-\frac{z^2}{2\sigma_z^2}}. \quad (2.45)$$

Wie aus Gleichung (2.45) zu entnehmen, ist die Verteilung für alle Raumrichtungen eine Gaußverteilung mit den Breiten $\sigma_{x,y,z} = \sqrt{\frac{k_B T}{m\omega_{x,y,z}^2}}$.

2.3.2 Impulsverteilung

Die Impulsverteilung lässt sich ganz analog herleiten. Die Phasenraumdichte wird dazu über den gesamten Ortsraum integriert.

$$n(\mathbf{k}) = \int \omega_{(\mu,T)}(\mathbf{x}, \mathbf{k}) d^3\mathbf{x} \quad (2.46)$$

$$n(\mathbf{k}) = \lambda_{dB}^{-3} a_{tr}^6 f_{\frac{3}{2}} \left(e^{-\beta(\mu - \frac{\hbar^2 \mathbf{k}^2}{2m})} \right) \quad (2.47)$$

Die Impulsverteilung wird ähnlich der Dichteverteilung mit Hilfe der Fermifunktion, der deBroglie-Wellenlänge und zusätzlich noch durch die Oszillatorlänge a_{tr}

beschrieben. Die Oszillatorlänge beschreibt die Größe der Grundzustandswellenfunktion des Potenzial $a_{tr} = \sqrt{\hbar/m\tilde{\omega}}$.

Näherung für $T \rightarrow 0$ (harmonische Falle)

Für kleine Temperaturen können wir wieder die Sommerfeldnäherung benutzen. So erhalten wir die Impulsverteilung im Fermigas bei $T = 0$:

$$n(k) = \frac{8}{\pi^2} \frac{N}{K_F^3} \left[1 - \frac{k^2}{K_F^2} \right]^{\frac{3}{2}}. \quad (2.48)$$

Näherung für $T \gg 0$ (harmonische Falle)

Für große Temperaturen erhalten wir erneut das Ergebnis für ein klassisches Gas:

$$n(\mathbf{k}) = \lambda_{db}^{-3} a_{tr}^6 \underbrace{e^{\beta\mu}}_{e^{\mu\beta} = N(\hbar\tilde{\omega}\beta)^3 \text{ (2.37)}} e^{-\beta \frac{\hbar^2 \mathbf{k}^2}{2m}} \quad (2.49)$$

$$= N \left(\frac{\hbar^2 \beta}{2\pi m} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-\beta \frac{\hbar^2 \mathbf{k}^2}{2m}} \quad (2.50)$$

$$= N \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{k_x}} e^{-\frac{k_x^2}{2\sigma_{k_x}^2}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{k_y}} e^{-\frac{k_y^2}{2\sigma_{k_y}^2}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{k_z}} e^{-\frac{k_z^2}{2\sigma_{k_z}^2}}. \quad (2.51)$$

Auch im Impulsraum kann die Verteilung der Atome mit einer Gaußfunktion beschrieben werden. Die Breiten dieser Verteilung sind im Gegensatz zur Ortsverteilung in allen drei Richtungen gleich: $\sigma_{k_x} = \sigma_{k_y} = \sigma_{k_z} = \sqrt{mk_B T/\hbar^2}$. Dies ist damit zu begründen, dass die Impulskoordinaten mit dem gleichen Vorfaktor in den Hamiltonoperator eingehen. Für die Ortskoordinaten ist dies aufgrund der unterschiedlichen Fallenfrequenzen nicht der Fall.

Die genaue Angabe der Verteilungsfunktion entweder im Ortsraum oder im Impulsraum macht es möglich, die Temperatur des Fermigases zu bestimmen, indem die gemessenen Verteilungen an die theoretischen Verteilungen angenähert wird. Allerdings ist dieses Verfahren recht aufwändig, da die Verteilungsfunktionen nicht analytisch angegeben werden können, sondern über eine aufwändige 3-dimensionale Integration bestimmt werden müssen. Im Folgenden wird daher eine einfachere Methode beschrieben, die es ermöglicht, über die 2. Momente der Verteilungsfunktionen die Temperatur des Fermigases zu bestimmen.

2.4 Thermodynamische Größen

2.4.1 Teilchenenergie

Eine weitere wichtige Größe ist die Energie, die jedes Teilchen im Mittel besitzt. Auch sie lässt sich auf einfache Weise über die Phasenraumdichte bestimmen:

$$\langle E(T) \rangle = \frac{\int \epsilon \cdot \omega_{(\mu,T)}(\mathbf{x}, \mathbf{k}) d^3 \mathbf{x} d^3 \mathbf{k}}{\int \omega_{(\mu,T)}(\mathbf{x}, \mathbf{k}) d^3 \mathbf{x} d^3 \mathbf{k}} \quad (2.52)$$

$$\langle E(T) \rangle = \frac{\int \epsilon \varrho(\epsilon) (e^{\beta(\epsilon-\mu)+1})^{-1} d\epsilon}{\int \varrho(\epsilon) (e^{\beta(\epsilon-\mu)+1})^{-1} d\epsilon} . \quad (2.53)$$

Dieses Integral lässt sich mit Hilfe der bekannten Zustandsdichte und des chemischen Potentials numerisch bestimmen. Für PL- und harmonische Fallen lässt sich die Gleichung (2.53) weiter vereinfachen und mit Hilfe der Fermifunktionen erhalten wir folgende Darstellung:

$$\langle E(T) \rangle = \eta k_B T \frac{f_{\eta+1}(Z)}{f_{\eta}(Z)} \quad \text{PL-Falle} \quad \eta = \frac{3}{2} + \delta \quad (2.54)$$

$$\langle E(T) \rangle = 3k_B T \frac{f_4(Z)}{f_3(Z)} \quad \text{harmonische Falle} . \quad (2.55)$$

Mit der Zustandsdichte aus Gleichung (2.27) kann für unsere Falle eine geschlossene Formel angegeben werden. Damit lässt sich die mittlere Energie mit Hilfe der bekannten Zustandsdichte auf ein einfach auswertbares eindimensionales Integral (2.56) reduzieren:

$$\langle E(T) \rangle = \frac{\frac{(k_B T)^4}{2(\hbar\omega)^3} 6f_4(Z) + A_{PL}(k_B T)^5 24f_5(Z)}{\frac{(k_B T)^3}{2(\hbar\omega)^3} 2f_3(Z) + A_{PL}(k_B T)^4 6f_4(Z)} . \quad (2.56)$$

Näherung für $T \rightarrow 0$ (harmonische Falle)

Für $T \rightarrow 0$ erhalten wir mit Hilfe der Sommerfeldnäherung:

$$\langle E \rangle = \frac{3}{4} E_F . \quad (2.57)$$

Näherung für $T \gg 0$ (harmonische Falle)

Für große T erhalten wir das Ergebnis des klassischen Gases:

$$\langle E \rangle = 3k_B T . \quad (2.58)$$

In einer harmonischen Falle erhalten wir eine mittlere Energie von $3k_B T$. Jede quadratische Komponente des Hamiltonoperators trägt dazu $\frac{1}{2}k_B T$ bei. Betrachtet man den Fall einer beliebigen PL-Falle, so kann die mittlere Energie pro Teilchen wie folgt angegeben werden:

$$\langle E_{PL} \rangle = \left(\frac{3}{2} + \delta \right) \cdot k_B T; \quad \delta = \frac{1}{p} + \frac{1}{l} + \frac{1}{q}. \quad (2.59)$$

Die Parameter p, l, q sind die Potenzen des PL-Potenzials [46]. Im Zentrum ist unsere Falle harmonisch. Im äußeren Bereich werden die beiden radialen Richtungen aber schnell linear. Diese Fallengeometrie entspricht einer PL-Falle mit $\delta = \frac{5}{2}$. Für eine solche Falle wäre die mittlere Energie je Teilchen $4k_B T$. In Abbildung (2.9) ist zu sehen, wie sich die mittlere Energie eines klassischen Teilchens in unserer Falle verhält. Für niedrige Temperaturen beträgt sie $3k_B T$, wie es für harmonische Fallen erwartet wird. Mit zunehmender Temperatur steigt dieser Wert und erreicht am Fallenrand etwa einen Wert von $3.8 k_B T$.

Im Bereich kleiner Temperaturen verhält sich unsere Falle in sehr guter Näherung harmonisch, wie in Abbildung (2.10) zu sehen ist. Zur Analyse unserer Messdaten können daher die Ergebnisse für eine harmonische Falle genutzt werden.

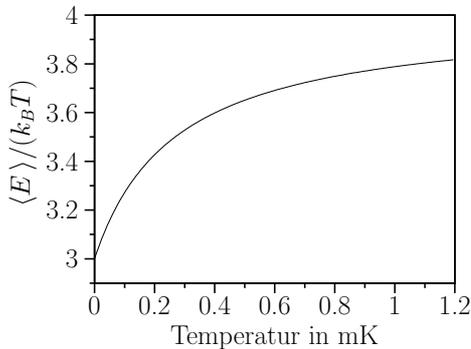


Abbildung 2.9: Mittlere Energie eines klassischen Teilchens in unserer Magnetfalle. Mit zunehmender Temperatur steigt die mittlere Energie von $3k_B T$ auf etwa $3.8 k_B T$

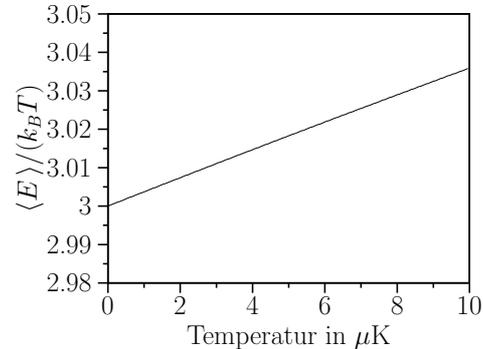


Abbildung 2.10: Mittlere Energie eines klassischen Teilchens in unserer Magnetfalle für einen Temperaturbereich bis $10 \mu\text{K}$. In diesem Bereich kann die Falle als rein harmonisch angenommen werden.

Für beliebige T können wir die Gleichung (2.53) direkt numerisch integrieren. In Abbildung (2.11) können wir sehen, wie sich die mittlere Energie für Fermionen, Bosonen und klassische Teilchen verhält. Die Fermionen füllen für $T \rightarrow 0$ alle Zustände des Systems auf und besitzen daher für $T = 0$ eine endliche mittlere

Energie. Für klassische Teilchen dagegen nimmt die Energie für kleiner werdende Temperaturen immer weiter ab. Für Bosonen sinkt die mittlere Energie unterhalb der kritischen Temperatur T_c überproportional stark, weil sich unterhalb dieser Temperatur ein Teil der Atome im Bose-Einstein-Kondensat befindet. Diese Atome besitzen in erster Näherung keine Energie. Das führt zur verstärkten Reduktion der mittleren Energie.

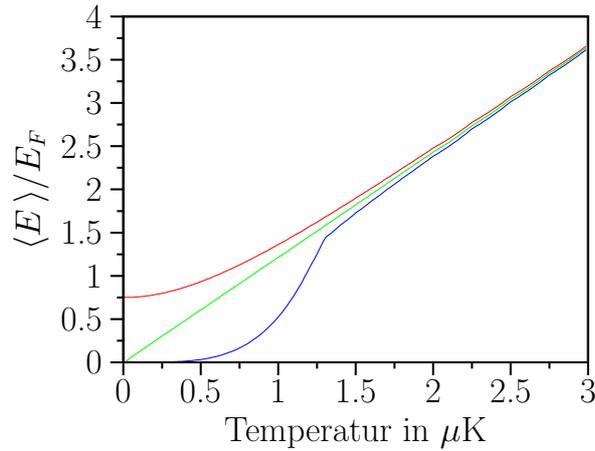


Abbildung 2.11: Die mittlere Energie je Teilchen in unserer Magnetfalle. Fermionen (rot) $T_F = 2.5 \mu\text{K}$, klassische Teilchen (grün), Bosonen (blau) $T_c = 1.27 \mu\text{K}$

Mit Hilfe der mittleren Energie je Teilchen lassen sich sehr einfach die quadratischen Mittelwerte der Orts- und Impulsverteilung bestimmen. Dieses Verfahren ist einfacher, als diese Größen aus den in Abschnitt (2.3.1) und (2.3.2) hergeleiteten Ort- und Impulsverteilungen zu bestimmen.

Bestimmung der quadratischen Mittelwerte für Impuls- und Ortsverteilung

Die mittlere Energie lässt sich mit Hilfe des Hamiltonoperators für eine harmonische Falle in die folgende Form bringen:

$$\langle E \rangle = \langle H(\mathbf{x}, \mathbf{k}) \rangle \quad (2.60)$$

$$= \langle E_{kin}(\mathbf{k}) \rangle + \langle E_{pot}(\mathbf{x}) \rangle \quad (2.61)$$

$$= \frac{\hbar^2}{2m} [\langle k_x^2 \rangle + \langle k_y^2 \rangle + \langle k_z^2 \rangle] + \frac{1}{2}m [\omega_x^2 \langle x^2 \rangle + \omega_y^2 \langle y^2 \rangle + \omega_z^2 \langle z^2 \rangle] . \quad (2.62)$$

Da der Hamiltonoperator sowohl für die einzelnen Impulskomponenten als auch für die Ortskomponenten die gleiche Struktur besitzt, muss sich die Energie zu gleichen Teilen auf die einzelnen Terme des Hamiltonoperators aufteilen. Auf jede einzelne Komponente $\langle k_x^2 \rangle, \langle k_y^2 \rangle, \langle k_z^2 \rangle, \langle x^2 \rangle, \langle y^2 \rangle, \langle z^2 \rangle$ entfällt $\frac{1}{6}$ der gesamten Energie $\langle E \rangle$. Daher kann man den quadratischen Mittelwert für Orts- und Impulsverteilung sehr einfach aus der bekannten Energie (2.53) bestimmen:

$$\frac{\hbar^2}{2m} \langle k_x^2 \rangle = \frac{\hbar^2}{2m} \langle k_y^2 \rangle = \frac{\hbar^2}{2m} \langle k_z^2 \rangle = \frac{\langle E \rangle}{6} \quad (2.63)$$

$$\frac{1}{2} m \omega_x^2 \langle x^2 \rangle = \frac{1}{2} m \omega_y^2 \langle y^2 \rangle = \frac{1}{2} m \omega_z^2 \langle z^2 \rangle = \frac{\langle E \rangle}{6} . \quad (2.64)$$

Diese Beziehungen sind sowohl für Bosonen, Fermionen und klassische Teilchen korrekt. In Abbildung (2.12) sind als Beispiel die quadratischen Mittelwerte der Ortsverteilungen (axialer Richtung) für Fermionen, Bosonen und klassische Teilchen aufgetragen.

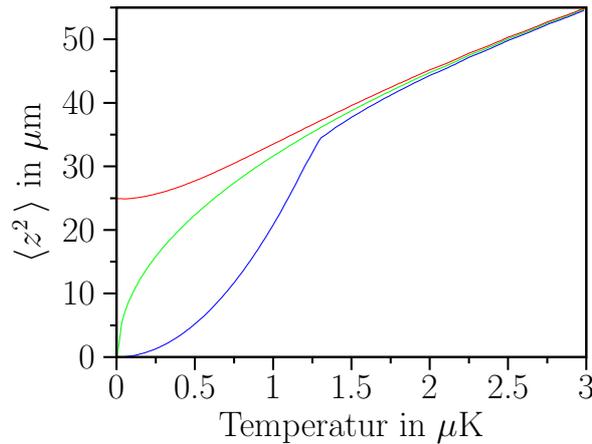


Abbildung 2.12: Dargestellt sind die quadratischen Mittelwerte der Ortsverteilung in axialer Richtung für ein Gas aus $2 \cdot 10^5$ ${}^6\text{Li}$ Atomen im Fall für Fermionen (rot), klassische Teilchen (grün) und Bosonen (blau). Für Bosonen ist die Breite der Gesamtverteilung dargestellt. Die thermische Wolke allein verhält sich wie ein klassisches Gas.

Gelingt es, die quadratischen Mittelwerte der Orts- oder Impulsverteilung zu bestimmen, so kann daraus die Temperatur der Bosonen und Fermionen bestimmt werden.

Für Bosonen unterhalb der kritischen Temperatur T_c befindet sich nur ein Teil

der Atome im Kondensat. Die übrigen Atome bilden eine thermische Wolke. Diese Wolke lässt sich über die Verteilungsfunktionen klassischer Teilchen beschreiben. Da die mittlere Energie im klassischen Fall analytisch angegeben werden kann:

$$\langle E \rangle_{klass} = 3k_B T, \quad (2.65)$$

können die Breiten der Verteilung direkt in Abhängigkeit von der Temperatur angegeben werden. Im klassischen Fall werden sowohl die Impuls- als auch die Ortsverteilungen der Atome durch eine Gaußfunktion (2.51, 2.45) beschrieben. Für eine Gaußfunktion sind der quadratische Mittelwert bzw. das 2. Moment der Verteilung durch das Quadrat der Gaußbreite σ gegeben.

$$\sigma_x^2 = \frac{k_B T}{m\omega_x^2} \quad (2.66)$$

$$\sigma_{k_x}^2 = \frac{mk_B T}{\hbar^2} \quad (2.67)$$

Mit diesen Ergebnissen kann die Temperatur eines klassischen Gases (thermische Komponente des BEC) in einer harmonischen Falle entweder durch die Kenntnis der Orts- oder der Impulsverteilung bestimmt werden.

Normalerweise wird die Impulsverteilung des Gases gemessen. Die Magnetfalle wird ausgeschaltet und man lässt das Gas frei expandieren. Die Atome bewegen sich mit ihrem Anfangsimpuls mit fester Geschwindigkeit. So wird die Impulsverteilung mit der Zeit in eine Ortsverteilung umgewandelt. Man lässt das Gas typischerweise für $t = 20$ ms expandieren, so dass die Anfangsdichteverteilung nach der Expansion keine Rolle mehr spielt. Die Impulse der einzelnen Teilchen werden nach Gleichung (2.68) in einen Ort transformiert.

$$\mathbf{k} \rightarrow \frac{m}{\hbar t} \mathbf{x}_{TOF} \quad (2.68)$$

Der Vorteil dieser Methode liegt darin, dass die optische Dichte nach der Expansion stark abnimmt und diese Verteilung leicht mit einer Absorptionsabbildung gemessen werden kann. Die Verteilung nach der Expansion ist weiterhin eine Gaußverteilung, deren Breite über die Beziehung (2.70) gegeben ist:

$$\frac{\hbar^2}{2m} \langle \frac{m^2}{\hbar^2 t^2} x_{TOF}^2 \rangle = \frac{1}{2} k_B T \quad (2.69)$$

$$\langle x_{TOF}^2 \rangle = \sigma_{x_{TOF}}^2 = \frac{k_B T}{m} t^2. \quad (2.70)$$

Mit dieser beschriebenen „*Time of Flight*“ Methode (TOF) kann die Temperatur für Bosonen auch unterhalb von T_c bestimmt werden.

Im Fall einer PL-Falle sieht die Situation der klassischen Temperaturbestimmung ähnlich aus. Die quadratischen Mittelwerte der Impulskoordinaten sind auch für PL-Potenziale $\frac{1}{2}k_B T$. Wenn wir diese Werte bestimmen können, ist immer eine Aussage über die Temperatur möglich. Allerdings sind die Verteilungsfunktionen keine Gaußverteilungen mehr, das führt dazu, dass das 2. Moment der Verteilung ($\langle x^2 \rangle = \int x^2 \cdot f(x) dx$) direkt bestimmt werden muss.

Für Fermionen ist die Bestimmung der Temperatur unterhalb T_F nur möglich, wenn das 2. Momente der Verteilung bestimmt wird. Wir messen dazu die Ortverteilung in der Falle. Die beschriebene TOF-Methode können wir für Lithium nicht anwenden, da die Anzahl der gespeicherten Atome zu gering ist.

2.4.2 Wärmekapazität

Die Wärmekapazität ist eine weitere wichtige thermodynamische Größe für fermionische und bosonische Gase. Insbesondere in unserem Experiment ist sie von besonderer Bedeutung, da wir ein fermionisches Gas sympathetisch mit einem bosonischen Gas kühlen. Dieser Prozess ist aber nur dann möglich, wenn die Wärmekapazität der Bosonen größer als die der zu kühlenden Fermionen ist. Daher ist es wichtig, diese Größe genau zu kennen. Die Wärmekapazität wird über folgende Gleichung definiert:

$$C_N = \left. \frac{\partial E}{\partial T} \right|_N . \quad (2.71)$$

Die Wärmekapazität gibt an, wieviel Energie nötig ist, um die Temperatur des Systems bei konstanter Teilchenzahl zu ändern. Für ein klassisches Gas lässt sich die Wärmekapazität sehr einfach bestimmen:

$$\frac{C_N}{Nk_B} = \eta \quad \text{PL-Falle} \quad \eta = \left(\frac{3}{2} + \delta \right) \quad (2.72)$$

$$\frac{C_N}{Nk_B} = 3 \quad \text{harmonische Falle} . \quad (2.73)$$

Die Wärmekapazität je Teilchen ist für ein klassisches Gas unabhängig von der Temperatur. Für Fermionen und Bosonen ist dies nicht der Fall. Hier weicht die Wärmekapazität im Bereich der Fermitemperatur bzw. der kritischen Temperatur stark vom klassischen Verhalten ab.

Wärmekapazität der Fermionen

Die Wärmekapazität der Fermionen kann aus der Gleichung (2.54) bestimmt werden [47]. Sie lässt sich wieder mit Hilfe der Fermifunktion einfach darstellen:

$$\frac{C_N}{Nk_B} = \eta \left[(\eta + 1) \frac{f_{\eta+1}(Z)}{f_\eta(Z)} - \eta \frac{f_\eta(Z)}{f_{\eta-1}(Z)} \right]. \quad (2.74)$$

Für eine harmonische Falle mit $\eta = 3$ lässt sich diese Formel weiter vereinfachen:

$$\frac{C_N}{Nk_B} = 12 \frac{f_4(Z)}{f_3(Z)} - 9 \frac{f_3(Z)}{f_2(Z)}. \quad (2.75)$$

In der Näherung für kleine Temperaturen können wir die Wärmekapazität über die Sommerfeldnäherung auch explizit angeben:

$$\frac{C_N}{Nk_B} = \pi^2 \frac{T}{T_F}. \quad (2.76)$$

Für kleine Temperaturen geht die Wärmekapazität eines fermionischen Gases linear mit der Temperatur gegen Null.

Wärmekapazität der Bosonen

Die Wärmekapazität der Bosonen lässt sich auf die gleiche Weise bestimmen [46,48,49]. An der Stelle $T = T_c$ besitzt die Energie für Bosonen eine Unstetigkeit, wie in Abbildung (2.11) zu sehen ist. Diese führt dazu, dass die Wärmekapazität bei T_c nicht definiert ist, da die Grenzwerte für $T^\pm \rightarrow T_c$ nicht identisch sind.

Für $\mathbf{T} > \mathbf{T}_c$ lässt sich die Wärmekapazität ähnlich wie für Fermionen, jetzt mit Hilfe der Bosefunktion angeben:

$$\frac{C_N}{Nk_B} = \eta \left[(\eta + 1) \frac{g_{\eta+1}(Z)}{g_\eta(Z)} - \eta \frac{g_\eta(Z)}{g_{\eta-1}(Z)} \right]. \quad (2.77)$$

Im Fall unserer harmonischen Falle ($\eta = 3$) lässt sich diese Formel weiter vereinfachen:

$$\frac{C_N}{Nk_B} = 12 \frac{g_4(Z)}{g_3(Z)} - 9 \frac{g_3(Z)}{g_2(Z)}. \quad (2.78)$$

Für $\mathbf{T} < \mathbf{T}_c$ ist das chemische Potenzial $\mu(N, T < T_c) = 0$, und es ergibt sich folgender Ausdruck für die Wärmekapazität:

$$\frac{C_N}{Nk_B} = \eta(\eta + 1) \frac{g_{\eta+1}(1)}{g_\eta(1)} \left(\frac{T}{T_c} \right)^\eta. \quad (2.79)$$

Im Fall unserer harmonischen Falle lässt sich dieser weiter vereinfachen:

$$\frac{C_N}{Nk_B} = 12 \frac{g_4(1)}{g_3(1)} \left(\frac{T}{T_c} \right)^3 = 10.8 \cdot \left(\frac{T}{T_c} \right)^3. \quad (2.80)$$

Für $\mathbf{T} = \mathbf{T}_c$ sieht man sofort, dass die Wärmekapazitäten aus Gleichung (2.77) und (2.79) unterschiedliche Werte liefern. Die Differenz lässt sich einfach bestimmen:

$$\frac{\Delta C_{T^\pm \rightarrow T_c}}{Nk_B} = \eta^2 \frac{g_\eta(1)}{g_{(\eta-1)}(1)} = \eta^2 \frac{\zeta(\eta)}{\zeta(\eta-1)}. \quad (2.81)$$

Die Bosefunktion an der Stelle $Z = 1$ entspricht der Riemannschen-Zeta Funktion. Die Differenz (2.81) in den Wärmekapazitäten wird Null, wenn $1 < \eta \leq 2$ ist. Das heißt, je nach Potenzial entscheidet es sich, ob die Wärmekapazität bei T_c diskontinuierlich ist oder nicht. Für eine harmonische Falle ($\eta = 3$) beträgt die Differenz der Wärmekapazitäten in diesem Fall:

$$\frac{\Delta C_{T^\pm \rightarrow T_c}}{Nk_B} = 3^2 \frac{\zeta(3)}{\zeta(2)} = 6.58. \quad (2.82)$$

In Abbildung (2.13) sind die Wärmekapazitäten für Fermionen, Bosonen und klassische Teilchen aufgetragen. Man sieht deutlich die Diskontinuität für den bosonischen Fall.

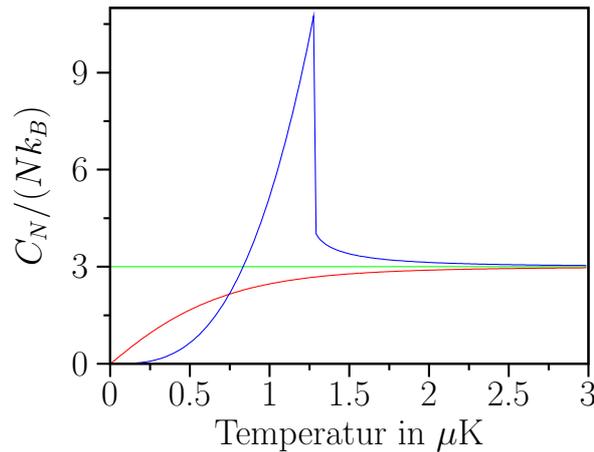


Abbildung 2.13: Die Wärmekapazität für $2 \cdot 10^5$ ${}^6\text{Li}$ -Atome: Fermionen (rot) $T_F = 2.5 \mu\text{K}$, Bosonen (blau) $T_c = 1.27 \mu\text{K}$, klassische Teilchen (grün).

2.5 Sympathetisches Kühlen von Lithium und Rubidium

Ein wichtiger Prozess zur Erzeugung ultrakalter Gase ist das Verdampfungskühlen. Dazu werden die hochenergetischen Atome der Maxwell-Boltzmann-Verteilung entfernt. Das Gas thermalisiert durch elastische Stöße und erreicht so eine niedrigere Temperatur. Dieses Verfahren wird sehr erfolgreich angewandt, um Bosonen bis weit unter die kritische Temperatur zu kühlen. Für Fermionen gibt es hier allerdings eine grundsätzliche Schwierigkeit. In diesem Temperaturbereich ist die Stoßenergie so klein, dass nur reine s-Wellen-Stöße am Stoß teilnehmen. Für Partialwellen mit höherem Drehimpuls kann die Zentrifugalbarriere (2.83) nicht überwunden werden [8].

$$E_{th}(l) = \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2mb^2} - \frac{C_6}{b^6}, \quad b^2 = \left(\frac{6C_6 m}{\hbar^2 l(l+1)} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (2.83)$$

Die Schwellenergie für p-Wellen liegt für Lithium bei $E_{Li}(p) = 2.34$ mK. Für identische Fermionen sind die s-Wellen-Stöße aufgrund der geforderten antisymmetrischen Wellenfunktion verboten. Daher kann Lithium unterhalb einer Temperatur von 2.34 mK nicht elastisch mit identischen Lithiumatomen stoßen. Das Verdampfungskühlen ist daher im Fall identischer Fermionen nicht möglich.

Dieses Problem kann auf zwei Arten gelöst werden. Zum Einen ist es möglich, eine Spinnmischung einer Atomsorte zu kühlen. Die Fermionen mit unterschiedlichen Spins sind in diesem Fall nicht mehr identisch und für die unterschiedlichen Spinkomponenten sind s-Wellen-Stöße erlaubt. Um eine gute Thermalisierung zu ermöglichen, müssen beide Spinkomponenten zu gleichen Teilen in der Falle sein. Es ist nicht ganz einfach dies während der gesamten Kühlzeit zu gewährleisten. Dieses Verfahren wurde erfolgreich für Spinnmischungen von ^{40}K [8] und ^6Li [50] angewandt. Eine weitere Möglichkeit besteht darin, identische Fermionen in einer Mischung mit Bosonen zu kühlen. Dabei wird eine kleinere Anzahl von Fermionen sympathetisch durch eine bosonische Komponente gekühlt. Zur Zeit gibt es drei verschiedene Mischungen, mit denen auf diese Weise entartete Fermigase erzeugt werden können: ^6Li - ^7Li [9, 51], ^{40}K - ^{87}Rb [12–14], ^6Li - ^{23}Na [10]. Im Folgenden werden einige Sachverhalte geklärt, die für einen solchen sympathetischen Kühlprozess wichtig sind.

2.5.1 Wärmekapazität

Während des gesamten Kühlprozesses muss sichergestellt werden, dass die Wärmekapazität der Bosonen immer größer als die der Fermionen ist:

$$C_F < C_B.$$

Am Anfang des Kühlprozesses ist die Atomzahl und somit auch die Wärmekapazität der Bosonen weit größer als die der Fermionen. Da aber aus der bosonischen Komponente ständig Atome entfernt werden, sinkt auch deren Wärmekapazität. Am Ende der Kühlrampe wird das sympathetische Kühlen ineffizient, wenn $C_F \sim C_B$ ist. Nun werden die Bosonen nur noch verdampft, ohne zu einer Temperaturabnahme beizutragen. Dieser Punkt wird typischerweise bei Temperaturen unterhalb der kritischen Temperaturen erreicht. So lassen sich die Gleichungen (2.76) und (2.80) für die Wärmekapazitäten von Bosonen und Fermionen nutzen:

$$C_F = Nk_B\pi^2\frac{T}{T_F} \quad C_B = Nk_B10.8\left(\frac{T}{T_c}\right)^3.$$

Um die Grenze des sympathetischen Kühlens durch die Bedingung an die Wärmekapazität zu finden, muss die Atomzahl der beiden Komponenten während des Kühlprozesses bestimmt werden.

2.5.2 Räumlicher Überlapp

Eine weitere wichtige Voraussetzung ist der räumliche Überlapp zwischen der bosonischen und fermionischen Komponente. Ist der Überlapp der beiden Gase schlecht, können sie auch nur schlecht thermalisieren. Für die von uns gewählte Spinmischung $\text{Rb}|22\rangle \text{Li}|\frac{3}{2}\frac{3}{2}\rangle$ besitzen beide Spezies das gleiche Potenzial, das heißt, bei gleichen Temperaturen nehmen die Atome die gleiche Dichteverteilung in der Falle an. Dies sind ideale Voraussetzungen für das sympathetische Kühlen. In allen erdnahen Fällen spüren die Atome zusätzlich zum Potenzial des Magnetfeldes auch das Schwerepotenzial der Erde. Dieses zusätzliche lineare Potenzial führt dazu, dass die Atome abhängig von ihrer Masse in der Falle durchhängen. Dieses Durchhängen wird als „gravitational sag“ bezeichnet. In einer harmonischen Falle lässt er sich einfach über die Fallenfrequenzen bestimmen:

$$\Delta x_{sag} = \frac{g}{\omega^2}. \quad (2.84)$$

Die Differenz für dieses Durchhängen zwischen Lithium und Rubidium ist in unserer Falle aufgrund der hohen Fallenfrequenzen relativ gering:

$$\Delta x_{sag:Li} = 0.4 \mu\text{m} \quad \Delta x_{sag:Rb} = 5.8 \mu\text{m} \quad (2.85)$$

$$\Delta x_{sag:Rb} - \Delta x_{sag:Li} = 5.4 \mu\text{m} . \quad (2.86)$$

Desweiteren ist zu beachten, dass die Ortsverteilung von Bosonen und Fermionen im entarteten Regime bei gleicher Temperatur unterschiedlich ist. Die Ausdehnung der Fermikugel ist aufgrund des Paulidruckes größer als die der Bosonen, was zu einem schlechteren Wärmeaustausch führt. Vergleicht man die Breite der thermischen Bosonenwolke mit der des Fermigas bei $T = 0$ (Gl. 2.87), so stellt man fest, dass die Wolken bis zu einer Temperatur von $T = T_F/3$ noch guten Überlapp besitzen. Bei kleineren Temperaturen wird der Überlapp zunehmend schlechter.

$$\sigma_{thermal} = \sqrt{\frac{k_B T}{m_{Rb} \omega_{Rb}^2}} \quad \sigma_{Fermion} \approx \sqrt{\langle r^2 \rangle} = \frac{1}{\sqrt{6}} R_F \quad (2.87)$$

Der Überlapp mit dem Kondensat ist im Allgemeinen noch kleiner. Ein Wärmeaustausch kann aber trotzdem stattfinden, wenn die Geschwindigkeit der Fermionen über der Schallgeschwindigkeit im Kondensat liegt. Die Dichteverteilung im Kondensat (Thomas-Fermi-Limit) und im Fermigas ($T = 0$) kann folgendermaßen beschrieben werden:

$$n_{BEC}(r) = g^{-1} [\mu - U(r)] \quad (2.88)$$

$$g = \frac{4\pi \hbar^2 a_{sRb}}{m} \quad \mu = \frac{\hbar \tilde{\omega}}{2} \left(\frac{15N a_{sRb}}{a_{ho}} \right)^{\frac{1}{5}} \quad a_{ho} = \left(\frac{\hbar}{m \tilde{\omega}} \right)$$

$$n_{Fermi}(r) = \frac{8\lambda_{db}}{\pi^2} \frac{N}{R_F} \left[1 - \left(\frac{r}{R_F} \right) \right]^{\frac{3}{2}} . \quad (2.89)$$

Die Größe des Kondensates ist maßgeblich durch die Wechselwirkung der Bosonen untereinander bestimmt. Sie wird durch die Streulänge $a_{sRb} \approx 100 a_0$ charakterisiert. Die Radien der Verteilungen lassen sich direkt angeben:

$$R_{BEC} = \sqrt{\frac{\hbar \tilde{\omega}_{Rb}}{m_{Rb} \omega_{Rb}^2}} \left(\frac{15N a_{sRb}}{a_{ho}} \right)^{\frac{1}{5}} \quad (2.90)$$

$$R_{Fermi} = \sqrt{\frac{2E_F}{m_{Li}\omega_{Li}^2}}. \quad (2.91)$$

Typische Größen für etwa $2 \cdot 10^5$ Lithium- bzw. Rubidiumatome sind in folgender Tabelle dargestellt. Man sieht, dass das Kondensat unter diesen Bedingungen immer kleiner ist als das Fermigas:

Radien BEC	Radien Fermigas
$R_r = 4\mu m$	$R_r = 17\mu m$
$R_a = 17\mu m$	$R_a = 69\mu m$.

Eine genaue Analyse des Überlapps sowie der Thermalisierungszeiten ist über die Bestimmung der Kollisionsraten bei gegebenen Dichteverteilungen in der Falle möglich.

Thermalisierungszeiten und Kollisionsraten

Die Thermalisierungszeit wird durch die interatomare Streulänge a_{RbLi} bestimmt. Für eine Thermalisierung zwischen zwei Atomsorten gleicher Masse werden in einer harmonischen Falle im Mittel etwa 2.7 Stöße [52] benötigt. Für Atomsorten unterschiedlicher Masse ist der Energieaustausch um den Faktor

$$\xi = \frac{4m_1m_2}{(m_1 + m_2)^2}$$

verringert [53]. Daher benötigt man dementsprechend $2.7/\xi$ Stöße für eine Thermalisierung. In unserer Mischung ist $\xi = 0.24$. Daher benötigen wir etwa 11 Stöße je Atom, bis sich die Temperatur des Lithiums an die des Rubidiums angepasst hat.

Die Stoßrate lässt sich mit Hilfe der Dichteverteilungen und der interatomaren Streulänge a_{RbLi} bestimmen:

$$\Gamma_{coll} = \sigma_{RbLi}\tilde{v} \int n_{Li}(\mathbf{x}) \cdot n_{Rb}(\mathbf{x}) d^3\mathbf{x}. \quad (2.92)$$

Die in Gleichung (2.92) angegebene Stoßrate ist die gesamte Stoßrate im Gas. Für uns interessant ist aber die Stoßrate je Lithiumatom, die angibt, wie schnell jedes Lithiumatom mit dem Rubidiumgas thermalisieren kann. Um sie zu bestimmen muss die Gesamtstoßrate durch die Anzahl der Lithiumatome dividiert werden:

$\Gamma_{Li} = \Gamma_{coll}/N_{Li}$. Die mittlere Geschwindigkeit \tilde{v} und der Wirkungsquerschnitt σ_{RbLi} sind wie folgt definiert:

$$\tilde{v} = \left[\frac{8k_B}{\pi} \left(\frac{T_{Rb}}{m_{Rb}} + \frac{T_{Li}}{m_{Li}} \right) \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$\sigma_{RbLi} = 4\pi a_{RbLi}^2 .$$

In unserem Fall war die interatomare Streulänge a_{RbLi} nicht bekannt. Durch eine Thermalisierungsmessung konnten wir diese für die Spinnmischung $Rb|22\rangle Li|\frac{3}{2}\frac{3}{2}\rangle$ bestimmen (siehe Abschnitt 4.2).

Das Integral (2.92) kann für ein **klassisches Gas** in einer harmonischen Falle direkt bestimmt werden. Die Dichteverteilung lässt sich mit der Gaußverteilung (2.45) beschreiben. Für den allgemeinen Fall zweier verschiedener Gase, die auch unterschiedlich stark im Magnetfeld gefangen sein können, lässt sich die Stoßrate folgendermaßen bestimmen:

$$\Gamma_{coll} = \sigma_{RbLi} \tilde{v} N_{Rb} N_{Li} \frac{1}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}} \frac{1}{\sqrt{\sigma_{xLi}^2 + \sigma_{xRb}^2}} \frac{1}{\sqrt{\sigma_{yLi}^2 + \sigma_{yRb}^2}} \frac{1}{\sqrt{\sigma_{zLi}^2 + \sigma_{zRb}^2}} \quad (2.93)$$

mit $\sigma_{x,y,zRb} = \sqrt{\frac{k_B T_{Rb}}{m_{Rb} \omega_{x,y,zRb}}}$ $\sigma_{x,y,zLi} = \sqrt{\frac{k_B T_{Li}}{m_{Li} \omega_{x,y,zLi}}}$.

Für unsere Spinnmischung (Abschnitt 3.5.3) sind die Potentiale für Rubidium und Lithium gleich. Unter dieser Voraussetzung gilt $m_{Rb} \omega_{Rb}^2 = m_{Li} \omega_{Li}^2$. Wir können die Stoßrate weiter vereinfachen:

$$\Gamma_{coll} = \sigma_{RbLi} \tilde{v} N_{Rb} N_{Li} \frac{1}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}} \left[\frac{m \tilde{\omega}^2}{k_B (T_{Li} + T_{Rb})} \right]^{\frac{3}{2}} , \quad (2.94)$$

wobei für $m \tilde{\omega}^2$ entweder die Daten für Lithium oder Rubidium benutzt werden können. Mit der so bestimmten Kollisionsrate können wir die Thermalisierungsrate $\gamma_{thm} = \frac{\Gamma_{Li}}{(2.7/\xi)}$ unserer Mischung bestimmen. Mit Hilfe eines einfachen Modells kann jetzt die Thermalisierung zwischen beiden Gasen beschrieben werden [53]:

$$\frac{d(\Delta T)}{dt} = -\gamma_{thm} \Delta T . \quad (2.95)$$

Im **entarteten Regime** ist die Bestimmung der exakten Stoßrate schwieriger. Hier müssen die entsprechenden Dichteverteilungen für Fermionen und Bosonen in Gleichung (2.92) numerisch integriert werden. Die Stoßrate im entarteten Regime ist gegenüber der Stoßrate im klassischen Regime verringert, da der räumliche Überlapp zwischen Fermigas und BEC schlechter ist. Dies wurde schon in

Abschnitt (2.5.2) erläutert. Zusätzlich zum schlechteren Überlapp gibt es noch zwei weitere Effekte, die die Stoßrate zwischen Fermigas und Bosegas verringern. Sie werden im Folgenden kurz besprochen.

Pauliblockade der Lithiumstöße

Für $T < T_F$ wird die elastische Stoßrate aufgrund der zunehmenden Entartung im Fermisee durch das Pauliprinzip unterdrückt. Findet ein Stoß zwischen Lithium- und Rubidiumatomen statt, so ist dieser nur erlaubt, wenn der Endzustand für das Lithiumatom noch nicht besetzt ist. Mit zunehmender Entartung steigt aber die Wahrscheinlichkeit das bereits ein Fermion den gewünschten Endzustand besetzt. Die Stoßrate wird mit Hilfe der Boltzmann Transport Gleichung numerisch bestimmt [54]. Die Reduktion der klassischen Stoßrate liegt für $\frac{T}{T_F} = 0.2$ bei einem Faktor 10. Über die Bestimmung der Stoßrate lässt sich sehr präzise die Temperatur des Fermigases bestimmen [54], da die Temperaturabhängigkeit der Stoßrate für $T \ll T_F$ sehr groß ist. Dies ist nicht der Fall, wenn die Orts- bzw. Impulsverteilung eines Fermigases betrachtet wird. Für Temperaturen weit im Fermiregime $T < 0.2 T_F$ kann mit Hilfe der Verteilungsfunktionen keine Aussage mehr über die Temperatur des Fermigases gemacht werden. Die Temperaturabhängigkeit der Verteilungen wird hier einfach zu schwach, wie in Abschnitt (2.4.1) gezeigt wurde.

Superfluidität des Kondensates

Das Kondensat besitzt superflüssige Eigenschaften, dass heißt unterhalb einer kritischen Geschwindigkeit können Fremdatome das Kondensat ohne Wechselwirkung durchqueren. Kollektive Anregungen des Kondensates sind nur möglich, wenn die Geschwindigkeit der Atome oberhalb der Schallgeschwindigkeit liegt. Die Schallgeschwindigkeit im Kondensat hängt von dessen Dichte ab und kann folgendermaßen angegeben werden [55]:

$$c_B(r) = \sqrt{\frac{4\pi\hbar^2 a_{sRb}}{m_{Rb}^2} n(r)}. \quad (2.96)$$

In unseren Kondensaten liegt die Dichte bei etwa $n_{BEC} \approx 4 \cdot 10^{14} \frac{1}{\text{cm}^3}$. Damit liegt die Schallgeschwindigkeit im Kondensat bei $c_B = 3.8 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$. Durch numerische Simulation konnte gezeigt werden [56], dass ein Gas in thermischem Kontakt zu einem Kondensat so lange gekühlt werden kann, bis die mittlere Geschwindigkeit

der Atome v_T die Schallgeschwindigkeit des Kondensats erreicht:

$$v_T = \sqrt{\frac{2k_B T}{m}} \approx c_B .$$

Eine Kühlung auf kleinere Temperaturen ist nicht möglich, da ein weiterer Energieaustausch durch die Superfluidität des Kondensates verhindert wird. Für unsere Lithiumatome ergibt sich daher folgendes Bild: Die mittlere Geschwindigkeit von $v_T = 3.8 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$ erreichen die Lithiumatome bei einer Temperatur von etwa 5 nK. Bis zu dieser Temperatur können die Lithiumatome durch das Kondensat prinzipiell gekühlt werden. Die Lithiumatome werden also nicht nur mit den thermisch verteilten Bosonen wechselwirken, sondern auch mit den kondensierten.

2.5.3 Hole Heating

Für das sympathetische Kühlen sind nicht nur Wärmekapazität, räumlicher Überlapp und eine ausreichende Stoßrate von großer Bedeutung, sondern auch alle Prozesse, durch die das fermionische Gas geheizt wird. In der Regel wird sich ein Gleichgewicht zwischen den Heizprozessen und dem sympathetischen Kühlen einstellen. Für Fermionen gibt es hier, neben den bekannten Prozessen, durch mechanisches Schwingen der Falle, den Effekt des „hole heating“ [57], der so nur in Fermigasen auftritt.

Teilchenverluste z.B. durch Stöße mit dem Hintergrundgas führen für ein entartetes Fermigas nicht nur zur Abnahme der Teilchenzahl, sondern auch zum Aufheizen des Gases. Die mittlere Energie je Teilchen eines Fermigases bei $T = 0$ beträgt wie in Abschnitt (2.4.1) gezeigt wurde $\langle E \rangle = \frac{3}{4} E_F$. Wird jetzt ein Teilchen aus der Fermikugel mit $E < E_F$ entfernt, so steigt die mittlere Energie je Teilchen, was zwangsläufig zu einer Erhöhung der Temperatur führt. Dieses Aufheizen des Fermigases durch Teilchenverluste lässt sich wie folgt beschreiben [57]:

$$T = T_0 \sqrt{1 + \frac{3t}{\tau_2}}; \quad \tau_2 = \left(\frac{15\pi^2}{8} \right) \left[\frac{T_0}{T_F} \right]^2 \tau_L . \quad (2.97)$$

Hierbei ist T_0 die Anfangstemperatur des Gases. Die Lebensdauer des Gases durch Verluste ist durch τ_L bestimmt. Wird beispielsweise ein Fermigas mit $T = 0.01 T_F$ präpariert, so verdoppelt sich die Temperatur des Gases in der Zeit $t = 0.02 \tau_L$. In den aktuellen Experimenten mit Bose-Fermi-Mischungen können mit der Methode des sympathetischen Kühlens Temperaturen von $T \approx 0.2 T_F$ erreicht werden. Unterhalb dieser Temperatur limitieren die beschriebenen Probleme den Kühlprozess.

3

Der experimentelle Aufbau

In diesem Kapitel wird der Aufbau des ${}^6\text{Li}$ - ${}^{87}\text{Rb}$ -Experimentes beschrieben. Dazu gehören die Lasersysteme für Rubidium und Lithium. Hierbei wird besonders auf einen in unserer Arbeitsgruppe entwickelten Ti:Saphir-Laser eingegangen, der das Licht für die Magnetooptische Falle (MOT) für Rubidium zu Verfügung stellt. Desweiteren wird die Experimentierkammer mit der implementierten Magnetfalle kurz besprochen. Eine genauere Beschreibung des Magnetfallenaufbaus einschließlich einer Beschreibung der Mikrofalle findet sich in der Dissertation von C. Silber [45]. Anschließend wird anhand eines typischen Experimentablaufes dargestellt, wie beide Atomsorten gemeinsam geladen, gespeichert und sympathetisch gekühlt werden. Mit diesem Experiment war es uns erstmal möglich, fermionisches ${}^6\text{Lithium}$ mit bosonischem ${}^{87}\text{Rubidium}$ bis ins entartete Regime zu kühlen. Die ersten Ergebnisse werden im Anschluss an dieses Kapitel diskutiert.

3.1 Das Rubidium-Lasersystem

Das Rubidium-Lasersystem basiert auf zwei gitterstabilisierten Diodenlasern (Referenzlaser und Rückpumplaser) und einem Ti:Saphir-Festkörperlaser. Mit dem Referenzlaser werden die nötigen Laserfrequenzen zum Abbilden, Umpumpen und die Referenz für die Stabilisierung des Ti:Saphir-Lasers erzeugt. Eine Laserdiode vom Typ Sanyo DL-7140-201W ($P_{cw} = 80\text{ mW}$) liefert hierfür in gitterstabilisierter Littrow-Anordnung eine Ausgangsleistung von circa 25 mW. Im Rückpumplaser wird eine Laserdiode vom Typ Sharp GH0781JA2C ($P_{cw} = 120\text{ mW}$) eingesetzt. Sie liefert für das Rückpumpen der Rubidium-MOT eine Ausgangsleistung von circa 45-50 mW. Während der Umpumphase stellt dieser Laser auch das zum Umpumpen zusätzlich benötigte Rückpumpleicht bereit. Für das Rubidium-MOT-Licht stehen circa 400 mW Laserleistung zur Verfügung. Es wird durch einen kompakten Ti:SaphirLaser erzeugt, welcher bei 5 W Pumpleistung eine Ausgangsleistung von etwa 800 mW liefert. Aufgrund des Resonatordesigns wird diese Leistung auf zwei benachbarte Resonatormoden gleichmäßig aufgeteilt, was die effektive Leistung auf 400 mW reduziert.

In Abbildung (3.1) ist der schematische Aufbau des Rubidium-Lasersystems zu sehen. Die beiden Diodenlaser werden mit Hilfe einer Frequenzmodulationstech-

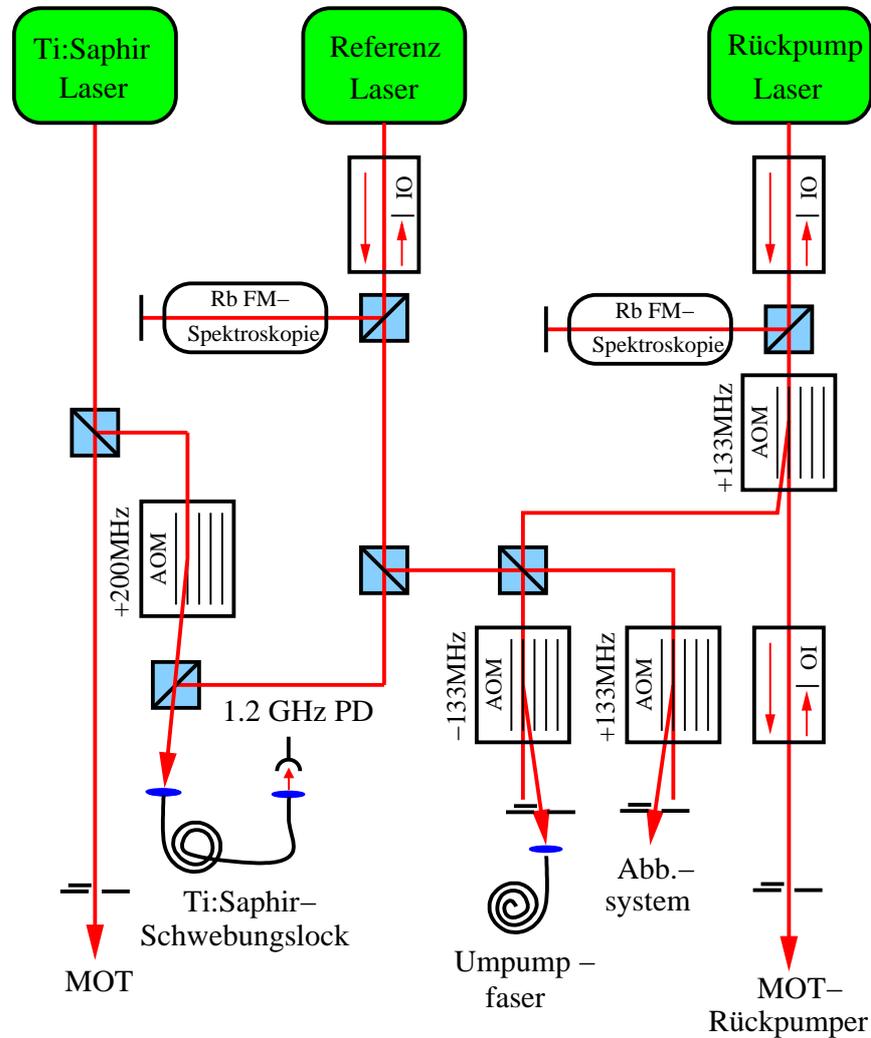


Abbildung 3.1: Das Rubidium-Lasersystem

nik auf zwei Sättigungsspektren von Rubidium stabilisiert. Dazu wird auf den Diodenstrom mittels eines kleinen Transformators eine Radiofrequenz von circa 20 MHz aufmoduliert. Die beiden Frequenzen sind leicht unterschiedlich gewählt, so dass eine Kopplung der beiden Regelungen durch die Radiofrequenz sehr effizient unterdrückt werden kann. Das Photodiodensignal der Sättigungsspektroskopie wird mit den gleichen Frequenzen entmischt und liefert das Fehlersignal (Abbildung 3.2 und 3.3) für die Stabilisierungsregelung der Diodenlaser. Im Sättigungsspektrum (Abbildung 3.2) entsteht genau zwischen dem MOT-

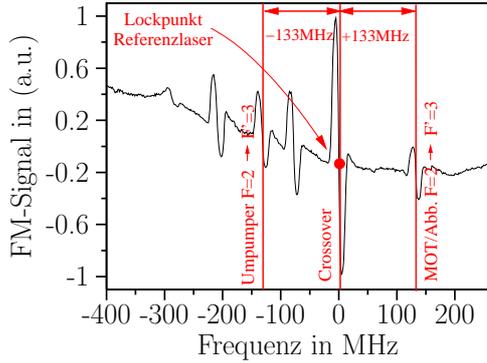


Abbildung 3.2: ^{87}Rb FM-Spektrum $5s^2S_{1/2}(F = 2) \rightarrow 5p^2P_{3/2}^0$: Auf den Lockpunkt wird der Referenzlaser stabilisiert.

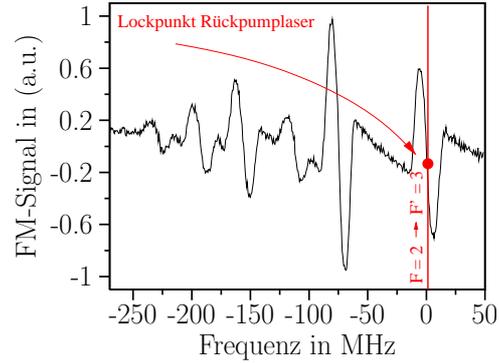


Abbildung 3.3: ^{87}Rb FM-Spektrum $5s^2S_{1/2}(F = 1) \rightarrow 5p^2P_{3/2}^0$: Auf den Lockpunkt wird der Rückpumplaser stabilisiert.

Übergang ($5s^2S_{1/2}(F = 2) \rightarrow 5p^2S_{3/2}(F' = 3)$) und dem Umpumperübergang ($5s^2S_{1/2}(F = 2) \rightarrow 5p^2S_{3/2}(F' = 2)$) eine Crossoverresonanz. Der Frequenzabstand zu den beiden Übergängen beträgt je 133 MHz.

Der Referenzlaser wird direkt auf diese Crossoverresonanz stabilisiert. Für die Abbildung wird das Licht des Referenzlasers mit einem AOM um +133 MHz auf Resonanz verstimmt (Abbildung 3.2). Dabei dient der AOM auch zum präzisen Schalten des Abbildungslichtes. Um ungewolltes Streulicht in der Abbildung zu verhindern, ist im Abbildungsstrahlengang ein zusätzlicher mechanischer Shutter eingebaut. Die genaue Funktionsweise des Abbildungssystems wird in Unterkapitel (3.3) näher erläutert. Das Umpumplicht wird auf die gleiche Weise erzeugt, jedoch wird dieses Licht mit einem AOM um -133 MHz auf den Umpumpübergang verschoben. Auch hier dient eine Kombination aus AOM und mechanischem Shutter zum schnellen Schalten des Umpumpimpulses.

Der Rückpumplaser wird direkt auf den Rückpumpübergang ($5s^2S_{1/2}F' = 1 \rightarrow 5p^2S_{3/2}F' = 2$) stabilisiert (Abbildung 3.3). Bevor dieser Laser jedoch mit dem MOT-Laser überlagert wird, passiert er noch einen AOM. Die 0. unbeeinflusste Ordnung des AOMs, wird mit dem MOT-Laser überlagert und dient somit als Rückpumplicht während der MOT-Phase. Die +1. Ordnung des AOM wird mit dem Umpumpstrahl des Referenzlasers überlagert. Beide Strahlen werden durch einen weiteren AOM um -133 MHz auf Resonanz mit dem Umpumpübergang verstimmt. So wird die Laserfrequenz des Rückpumplasers einmal positiv um +133 MHz und einmal negativ um -133 MHz verstimmt. Damit bleibt die Fre-

quenz des Rückpump lasers auf Resonanz und kann durch die AOMs zusätzlich schnell geschaltet werden. Außerdem steht die gesamte Leistung des Rückpump lasers während der MOT-Phase zur Verfügung.

Der Ti:Saphir-Laser wird mit Hilfe einer Schwebungsstabilisierung direkt auf den Referenzlaser stabilisiert. Um technische Schwierigkeiten bei zu kleinen Schwebungsfrequenzen unterhalb von 100 MHz zu vermeiden, wird das Referenzlicht des Ti:Saphir-Lasers, bevor es mit dem Referenzlicht des Diodenlasers zur Schwebung gebracht wird, mit Hilfe eines AOM um +200 MHz verstimmt. Das führt

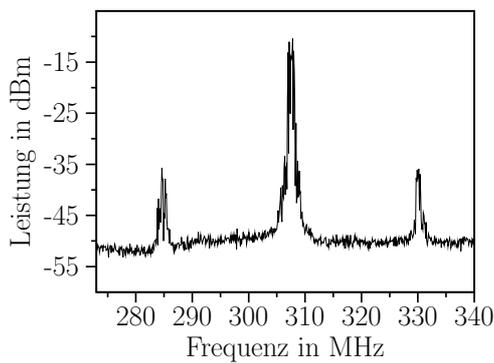


Abbildung 3.4: Schwebungsspektrum Referenzlaser - Ti:Saphir-Laser

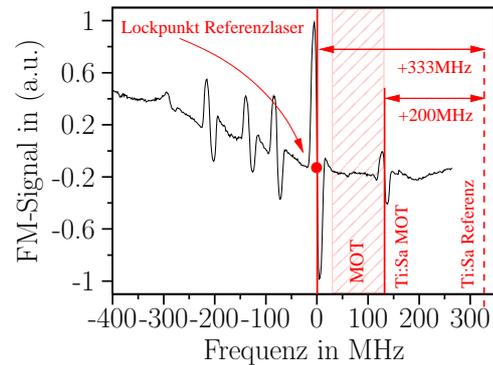


Abbildung 3.5: Lockschema Referenzlaser - Ti:Saphir-Laser

dazu, dass der Ti:Saphir-Laser bei einer Schwebungsfrequenz von $333 \text{ MHz} = (200 + 133) \text{ MHz}$ genau auf dem MOT-Übergang stabilisiert ist (Abbildung 3.5). Dieses Verfahren ermöglicht eine Blau- und Rotverstimmung des Ti:Saphir-Lasers zum MOT-Übergang um mehr als 100 MHz. Während der MOT-Phase wird der Ti:Saphir-Laser rotverstimmt, bei einer Schwebungsfrequenz von typischerweise 307 MHz (Abbildung 3.4), betrieben. Dies entspricht dann einer Verstimmung des MOT-Lichtes zum MOT-Übergang von -26 MHz .

Dieser kompakte Laseraufbau liefert alle Laserfrequenzen zum Betreiben einer Rubidium-MOT, zum Umladen der Atome in die Magnetfalle und zum Abbilden der Atome im Time-of-Flight. Außerdem können die Laserpulse zum Umpumpen und Abbilden mit AOMs sehr präzise ($\tau_{\text{rise}} \sim \tau_{\text{fall}} < 50 \text{ ns}$) geschaltet werden. Bei diesem Aufbau sind die Laserfrequenzen für das Umpump- und für das Abbildungslicht fest durch die AOMs bestimmt. Eine flexible Verstimmung dieser beiden Laserfrequenzen während des Experimentes ist nicht möglich. Abhilfe kann hier eine aufwändige Schwebungsstabilisierung der beiden Diodenlaser bringen. Mechanische Shutter werden für das schnelle Schalten des MOT-Pump- und

Rückpumplichtes eingesetzt. Beide Strahlen werden im Fokus eines Teleskops schnell geschaltet ($\tau_{rise} \sim \tau_{fall} < 10 \mu s$). Die Shutter sind eine Eigenentwicklung [58] und erreichen Schaltzeiten (im Fokus einer 50mm Linse) kleiner $10 \mu s$ bei einer Reproduzierbarkeit besser als $15 \mu s$. Das gesamte System hat sich im Alltagsbetrieb als äußerst zuverlässig erwiesen. Automatisierte Messungen über viele Stunden waren ohne Probleme möglich.

3.1.1 Der Ti:Saphir-Laser

Das Rubidium-Laserlicht für die Magnetooptische Falle wird in unserem Aufbau über einen in unserer Arbeitsgruppe entwickelten [59] Ti:Saphir-Laser erzeugt. Dieser Laser ist aufgrund seiner kompakten Bauart sehr stabil und einfach zu bedienen. Er bietet prinzipiell die Möglichkeit, Laserlicht über einen großen Wellenlängenbereich von 660 nm bis 1100 nm zu erzeugen. Wir setzten ihn für Rubidium bei einer Wellenlänge von 780.24 nm ein.

Das Grunddesign

Der Laser basiert auf einem Stehwellenresonator, der aus vier halbzölligen Spiegeln ($\varnothing = 12.7 \text{ mm}$) gebildet wird (Abbildung 3.6). Die beiden Endspiegel des Resonators sind plan. Die beiden anderen Spiegel des Resonators besitzen einen Krümmungsradius von $R = -25 \text{ mm}$. Sie erzeugen einen Fokus in der Mitte des Laserkristalls und auf den beiden planen Flächen der Resonatorendspiegel. An einem der beiden Endspiegel wird der Laserstrahl ausgekoppelt. Dieser Auskoppelspiegel besitzt dafür einen Transmissionskoeffizienten der typischerweise einige Prozent beträgt. Der zweite Endspiegel ist auf einem Piezo montiert. Er ermöglicht es, die Länge des Laserresonators leicht zu ändern und damit die Frequenz des Lasers genau einzustellen. Die optische Länge des Resonators beträgt $l_{opt} = 12.35 \text{ cm}$. Benachbarte Lasermoden besitzen so einen Frequenzabstand von $\Delta\nu = c/(2 \cdot l_{opt}) = 1.215 \text{ GHz}$. Der Laserkristall ist 12 mm lang und befindet sich in der Mitte des Resonators. Die Enden sind im Brewsterwinkel geschnitten. Dies führt dazu, dass Laserlicht nur mit waagerechter Polarisation ohne Verluste im Resonator umlaufen kann. Der Laserkristall wird mit einem Laser vom Typ Verdi V5 bei 532 nm gepumpt. Der Pumplaser wird über einen der beiden gekrümmten Spiegel in den Laserresonator eingekoppelt und in der Mitte des Laserkristalls fokussiert. Dabei muss das Pumpvolumen im Kristall an die TEM₀₀-Mode des Laserresonators angepasst werden. Die Laserspiegel und der Laserkristall sind

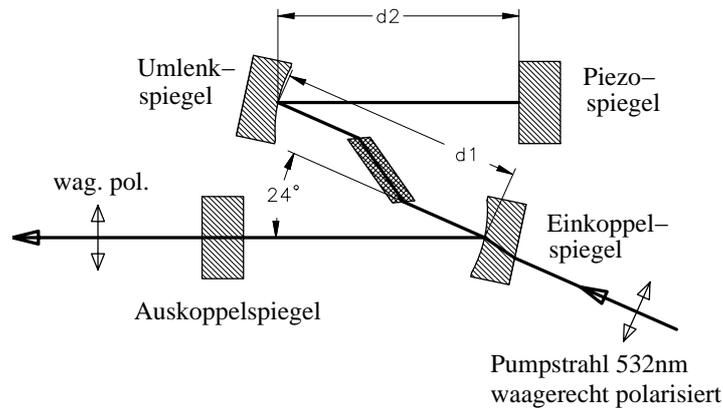


Abbildung 3.6: Ti:Saphir-Laser: Dargestellt ist der Grundaufbau des Laserresonators mit den vier Resonatorspiegeln. Die zwei Planspiegel befinden sich an den beiden Enden des Resonators. An dem einen Ende wird der Laserstrahl ausgekoppelt, am anderen kann über einen Piezo die Frequenz des Lasers verändert werden. Über einen der gekrümmten Spiegel wird der Pump Laser in den Resonator gekoppelt und im Kristall fokussiert. Der Laser ist waagrecht polarisiert, da die Reflexionsverluste nur für die waagerechte Polarisation klein sind.

in kleinen Edelstahlhaltern auf eine Edelstahlgrundplatte montiert. Dabei sind die Halter der beiden gekrümmten Laserspiegel und der des Laserkristalls über Passungen fest mit der Grundplatte verbunden. Diese Halter bieten auch keine Möglichkeit zur Justage der Elemente. Die beiden Planspiegel lassen sich in ihren Halterungen sowohl in horizontaler, als auch in vertikaler Richtung verkippen. Über diese beiden Spiegel wird der Laserresonator justiert.

Alle Spiegel besitzen eine dielektrische Hochreflexionsbeschichtung¹ um die Zentralwellenlänge 780 nm. Der Auskoppelspiegel besitzt eine partielle Reflexions-schicht an der einige Prozent transmittiert werden, um den Laserstrahl aus dem Resonator auszukoppeln. Auch die Zentralwellenlänge für die dielektrische Beschichtung des Auskoppelspiegels kann variieren, sie bietet die Möglichkeit, die freilaufende Wellenlänge des Lasers einzustellen. Wichtig ist es, allein durch die richtige Wahl des Auskopplers (Zentralwellenlänge und Transmissionskoeffizient) die gewünschte Wellenlänge bei einer möglichst hohen Ausgangsleistung zu erreichen. Für den hier beschriebenen Ti:Saphir-Laser wurde ein spezielles interferometrisches Auskoppel-Etalon aus zwei Spiegeln entwickelt. Aufbau und Funktionsweise werden im folgenden noch detailliert beschrieben. Die Spiegelsubstrate

¹S1:HR780HT532 S2:AR532 für eine optimale Einkopplung des Pumpstrahls

der planen Resonatorspiegel besitzen einen Keil von $30'$. Damit kann sichergestellt werden, dass keine unerwünschten Interferometer durch den Spiegel entstehen. Zusätzlich zu den Resonatorspiegeln und dem Laserkristall befinden sich noch weitere frequenzselektive Elemente im Resonator, um die Wellenlänge des Lasers genau einzustellen und um einen Zwei-Moden-Betrieb zu gewährleisten. Der Laser besitzt mindestens zwei Moden, da es sich um einen Stehwellenresonator handelt. Eine Lasermode besitzt im Laserkristall ein ortsfestes Intensitätsprofil mit Bäuchen und Knoten. Das führt dazu, dass in den Knoten die Besetzungsinversion des Kristalls nicht abgebaut werden kann. Die nächste Lasermode besitzt in der Mitte des Resonators genau an diesen Stellen einen Wellenbauch. So können im Laserkristall immer zwei Moden gleichzeitig angeregt werden. Dieser Effekt wird als „*spatial holeburning*“ bezeichnet. Der Frequenzabstand der beiden Lasermoden beträgt mit 1.215 GHz genau eine freie spektrale Länge des Laserresonators. Für die Magnetooptische Falle ergeben sich daraus keine Probleme, da nur eine der beiden Moden mit den Rubidiumatomen wechselwirkt.

Bei den drei wellenlängenselektiven Elementen handelt es sich um einen einstufigen Lyot-Filter und ein dünnes Etalon, welche im Resonator eingebaut sind. Außerdem haben wir außerhalb des Resonators einen interferometrischen Auskoppler aufgebaut, der über ein von uns neu entwickeltes Verfahren stabilisiert wird. In Abbildung 3.7 ist der komplette Laseraufbau mit allen wellenlängenselektiven Elementen dargestellt.

Der Lyot-Filter

Der Lyot-Filter [60,61] besteht aus einem doppelbrechenden Quarzplättchen mit einer Dicke von $d = 2.04, 1.02$ oder 0.51 mm. Er wird im Brewsterwinkel in den Laserresonator eingebaut (Abbildung 3.7) und kann um die eigene Achse gedreht werden. Abhängig vom Drehwinkel durchlaufen unterschiedliche Wellenlängen den Filter ohne Polarisationsdrehung [62]. Diese Wellenlänge wird vom Laser bevorzugt, da nur die waagerechte Polarisation im Laser ohne Verluste umlaufen kann. Der Lyot-Filter wird typischerweise in einer dreistufigen Version benutzt, was seine Handhabung aber erschwert. Vor allem die Justage der einzelnen Platten gegeneinander macht eine aufwändige und vor allem große Halterung nötig. Wir benutzen daher nur eine Platte. Die Platten unterschiedlicher Dicke ermöglichen einen unterschiedlich weiten Bereich der Wellenlängenselektion. Mit der dünnsten Platte ($d = 0.51$ mm) kann die Wellenlänge am weitesten durchge-

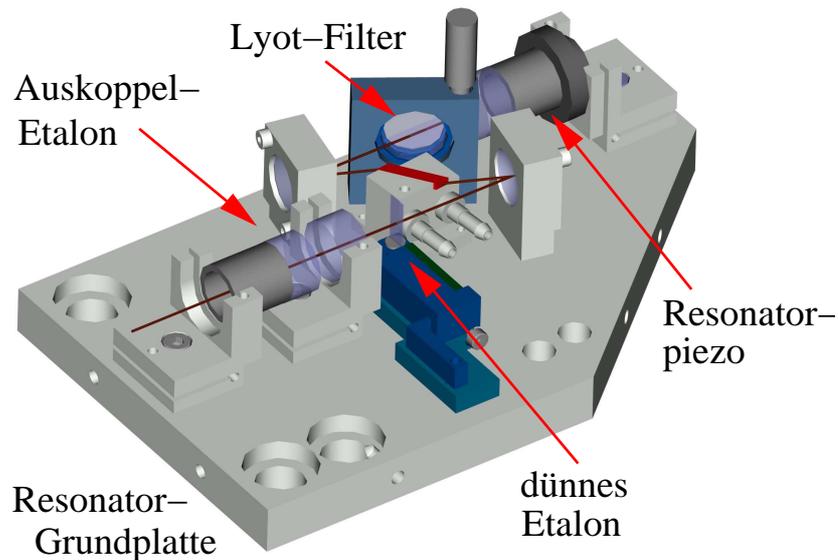


Abbildung 3.7: Aufbau des Ti:Saphir-Lasers mit Lyot-Filter, dünnem Etalon und Auskoppel-etalon.

stimmt (≈ 80 nm) werden, die dickste Platte ($d = 2.04$ mm) liefert den kleinsten Durchstimmbereich (≈ 20 nm). In unserem Laser benutzen wir die Platte mit $d = 2.04$ mm, da die freilaufende Laserwellenlänge sehr nah an der gewünschten Wellenlänge liegt.

Das dünne Etalon

Nach dem Lyot-Filter ist das dünne Etalon im Resonator das nächst feinere Element, um die Wellenlänge zu wählen. Wir benutzen für das Etalon handelsübliche Mikroskopdeckplättchen mit einer Dicke von $d = 170$ μm . Dieses Glasplättchen wird unter fast 90° in den Resonator eingebaut (Abbildung 3.7). An jeder Oberfläche werden 4% des Lichtes aus dem Resonator reflektiert. Da das Plättchen so dünn ist, können die beiden reflektierten Strahlen miteinander interferieren. Der Laser bevorzugt die Wellenlängen, bei denen beide Strahlen destruktiv interferieren und somit die Verluste im Resonator am kleinsten sind. Der freie spektrale Bereich dieses Etalons liegt bei 588 GHz. Indem der Winkel des Glasplättchens relativ zum Laser verändert wird, kann die Wellenlänge des Lasers über den freien Spektralbereich durchgestimmt werden.

In Abbildung (3.8) ist die Halterung für das Etalon zu sehen. Das Glasplättchen wird auf einen kleinen Neusilberzylinder geklebt und an der Spitze in die

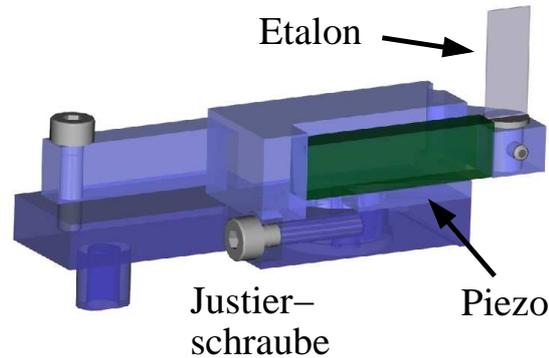


Abbildung 3.8: Halterung: Dünnes Glasplättchen mit Piezo und Justierschrauben. Der Halter besteht aus zwei Neusilberteilen (blau), die ineinander drehbar gelagert sind. Mit der Justierschraube können beide Teile gegeneinander verstellt werden. So kann das Etalon grob justiert werden. Das Etalon ist auf einer kleinen Spannzone an der Spitze des Halters eingebaut. Mit dem Piezo kann der Einstellwinkel des Etalons genau justiert werden.

Halterung eingebaut. Ein Piezo ermöglicht es, den Winkel des Glasplättchens im Resonator einzustellen. Leider ist der Hub des Piezos zu klein ($\Delta l = 20 \mu\text{m}$), um den gesamten freien Spektralbereich des Etalon anzusteuern. Daher besitzt der Halter eine kleine Justierschraube, mit der manuell eine Justage über einen großen Wellenlängenbereich vorgenommen werden kann.

Das Auskoppetalon

Das empfindlichste Element zur Modenselektion im Resonator bildet das Auskoppetalon. Dieses Etalon wird durch den Auskoppelspiegel und einen zweiten Etalon Spiegel außerhalb des Laserresonators gebildet, wie in Abbildung (3.9) zu sehen ist. Die beiden Etalonflächen werden durch die Frontflächen der beiden Spiegel gebildet. Beide Substrate besitzen einen Keil von $30'$, so dass die Rückseiten der Spiegel keine zusätzlichen Interferometer bilden. Dieses so aufgebaute Etalon beeinflusst die Lasermoden auf zwei grundlegende Arten.

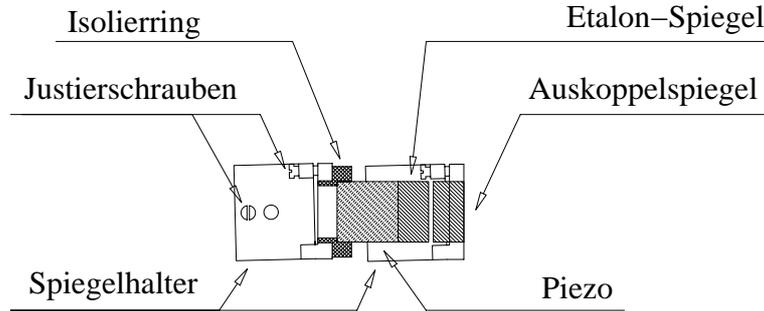


Abbildung 3.9: Aufbau des Auskoppel-etalons (Schnitt in Draufsicht): Das Etalon wird aus dem Auskoppelspiegel und einem zweiten Spiegel außerhalb des Laserresonators gebildet. Die Länge des Etalon kann über einen Piezo verändert werden.

Zum einen besitzt das Etalon eine frequenzabhängige Transmission. Sie lässt sich über die Airy-Funktionen (3.1) beschreiben:

$$A_t = A_0 \left[\frac{\sqrt{t_1 t_2} e^{i\phi}}{1 - \sqrt{r_1 r_2} e^{i\phi}} \right] \quad (3.1)$$

$$A_r = A_0 \left[-\sqrt{r_1} + t_1 \sqrt{r_2} \frac{e^{i\phi}}{1 - \sqrt{r_1 r_2} e^{i\phi}} \right] \quad (3.2)$$

$$\phi = 2\pi \frac{2L_{AE}}{c} \nu .$$

Die Größen A_t und A_r beschreiben die vom Etalon transmittierten bzw. reflektierten Feldamplituden eines einfallenden Lichtfeldes A_0 . Die Reflexions- und Transmissionskoeffizienten der Feldintensitäten für beide Spiegel werden mit r_1, r_2 und t_1, t_2 beschrieben. Die Phase ϕ wird durch die optische Länge L_{AE} des Auskoppel-etalons und die Frequenz ν des Lichtfeldes bestimmt. In Abbildung (3.10) ist der Verlauf des Transmissionskoeffizienten für zwei verschiedene Etalons dargestellt. Der freie spektrale Bereich ($FSR_{AE} = c/2L_{AE}$) beträgt 13 GHz. Der Laser wird zwei Lasermoden auswählen, für die die Verluste im Resonator minimal sind. Das heißt, der Laser wird immer zwei Moden im Minimum des Transmissionskoeffizienten selektieren (Abbildung 3.10). Indem wir die Länge des Etalons verändern, können wir über einen Bereich, der etwa der freien spektralen Länge des Etalon entspricht, die Moden im Resonator anwählen. In den meisten Fällen ist es möglich, für den zweiten Spiegel im Auskoppel-etalon ein einfaches Spiegelsubstrat ohne Beschichtung zu benutzen. Die 4% Reflexion sind im Allgemeinen

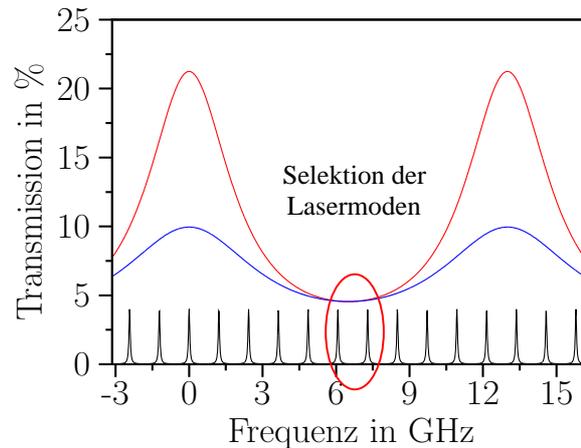


Abbildung 3.10: Dargestellt ist der frequenzabhängige Transmissionskoeffizient des Auskoppelatalon. Die blaue Kurve zeigt ein Etalon mit Reflexionskoeffizienten $r_1 = 0.93$ und $r_2 = 0.04$ (Spiegelsubstrat ohne Beschichtung). Die rote Kurve zeigt das Transmissionsverhalten für das bei 780 nm eingesetzte Etalon ($r_1 = 0.90$, $r_2 = 0.15$). In den Minima besitzt diese Kurve eine höhere Krümmung, was zu einer besseren Modenselektion führt. Nur mit diesem speziellen Etalon war ein reiner Zweimodenbetrieb des Laser bei 780 nm möglich. Der Frequenzabstand zwischen zwei benachbarten Lasermoden beträgt 1.215 GHz. Die schwarze Kurve zeigt die Resonatormoden, von denen die beiden Moden im Zentrum als Lasermoden selektiert werden.

ausreichend, um eine Modenselektion von nur 2 Moden zu gewährleisten. Wir haben den Laser in Wellenlängenbereichen von 900 – 980 nm und 660 – 730 nm erfolgreich mit zwei Moden betreiben können.

Im Bereich von 780 nm war dies jedoch nicht möglich. Hier waren mit allen frequenzselektiven Elementen noch mindestens drei Moden am Laserprozess beteiligt. Der Grund für dieses Verhalten ist nicht ganz klar, hängt aber wahrscheinlich mit der besonders hohen Verstärkung des Lasermaterials in diesem Bereich zusammen. Um trotzdem einen Zweimodenbetrieb zu ermöglichen, haben wir versucht, die Modenselektion des Auskoppelatalons zu verstärken. Dazu haben wir eine Kombination für die beiden Spiegelreflektivitäten gesucht, bei der die Krümmung in den Minima der Transmissionskurve möglichst groß ist. In Abbildung (3.10) ist die Transmissionskurve sowohl für das neue Etalon (rote Kurve), als auch für ein typisches Etalon (blaue Kurve) mit unbeschichtetem Spiegelsubstrat gezeigt. Der Auskoppelspiegel besitzt einen Reflexionskoeffizienten von 90 %, der zweite Etalonspiegel einen von 15 %. Mit dieser Kombination verläuft die Transmissionskurve im Bereich der Minima steiler als mit dem gewöhnlichen

4 % Spiegel. Das führt dazu, dass die Modenselektion in den Minima stärker wird. So war es uns möglich, auch für 780 nm einen Zweimodenbetrieb zu erreichen. Das Auskoppeletalon beeinflusst nicht nur die Selektion der Lasermoden durch seinen frequenzabhängigen Transmissionskoeffizienten, sondern es prägt auch jeder Mode im Resonator bei der Reflexion eine zusätzliche frequenzabhängige Phase ϕ_r auf. Diese zusätzliche Phase des Etalons ist in Abbildung (3.11) dargestellt und wird durch die Gleichung (3.4) beschrieben.

$$\phi_t = \arctan \left(\frac{\text{Im}(A_t)}{\text{Re}(A_t)} \right) \quad (3.3)$$

$$\phi_r = \arctan \left(\frac{\text{Im}(A_r)}{\text{Re}(A_r)} \right) \quad (3.4)$$

Sie kann als ein zusätzlicher Weg $\Delta L_{AE} = \frac{\phi_r}{2\pi} \lambda$ für jede Mode betrachtet werden.

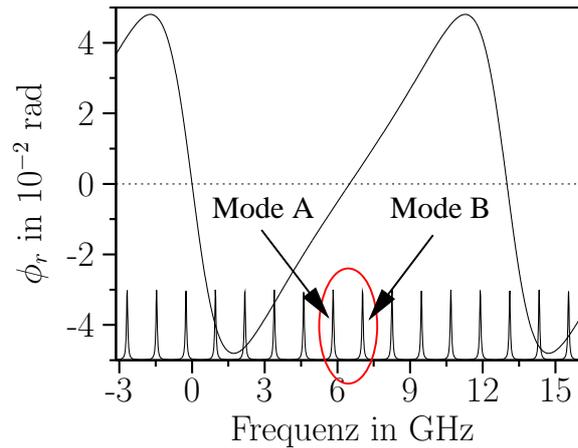


Abbildung 3.11: Dargestellt ist die Phase bei der Reflexion am Auskoppeletalon.

Das führt dazu, dass sich die Resonatorlänge jetzt frequenzabhängig verändert und somit auch die Frequenz der einzelnen Moden verschoben wird.

Betrachten wir in Abbildung (3.11) die beiden ausgewählten Lasermoden (rot). Die linke Mode (A) erfährt eine Phasenverschiebung $\phi < 0$, die rechte (B) eine Phasenverschiebung $\phi > 0$. Die Länge des Resonators wird für Mode (A) effektiv verkürzt, für Mode (B) wird sie verlängert. Das führt dazu, dass sich die Frequenz der Mode (A) erhöht und die der Mode (B) verringert. Beide Moden werden zueinander in Richtung Zentrum des Auskoppelminimum verschoben. Dieser Effekt wird als „*frequency pulling*“ bezeichnet [63, 64].

Die Resonanzbedingung für den Laserresonator mit Auskoppeltalton lässt sich wie folgt schreiben:

$$\nu_m = m \cdot \frac{c}{2(L_{\text{Laser}} + \Delta L_{AE}(\nu))}, \quad m = 1, 2, 3 \dots \quad (3.5)$$

Diese Gleichung lässt sich mit Hilfe numerischer Verfahren lösen. In Abbildung (3.12) ist die Differenz der Lösung von Gleichung (3.5) für zwei benachbarte Resonatormoden bei einer Wellenlänge von 780 nm aufgetragen. Diese Differenz beschreibt das Schwebungssignal zwischen beiden Lasermoden, welches experimentell zugänglich ist. Die Grundfrequenz liegt bei 1.215 GHz, was dem freien

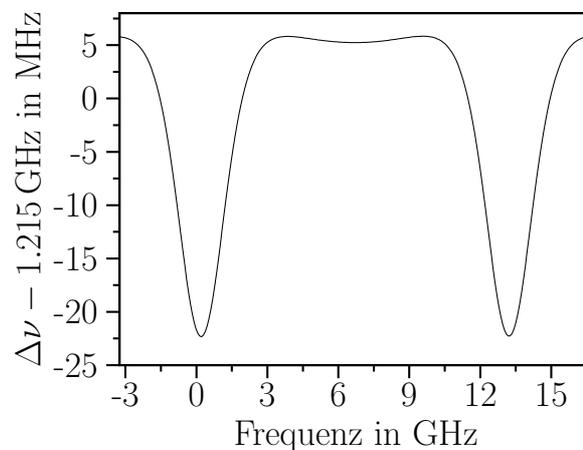


Abbildung 3.12: Schwebungsfrequenz zwischen zwei benachbarten Lasermoden in Abhängigkeit von der Laserfrequenz

Spektralbereich des Laserresonators entspricht. Die Änderung der Schwebungsfrequenz durch das Auskoppeltalton liegt bei etwas mehr als 25 MHz. Man sieht, dass der Verlauf der Kurve sowohl um die Transmissionsminima als auch um die Transmissionsmaxima symmetrisch ist. Dieses Verhalten ist zu erwarten, da sich in diesen Fällen je eine Mode rechts bzw. links der Resonanz befindet. Das Verschieben der Moden zu höheren oder niedrigeren Frequenzen ist in dieser Situation ein vollkommen symmetrischer Prozess. Solch ein Verhalten der Schwebungsfrequenz wurde zuerst in He-Ne Gas Masern beobachtet [63].

Die in Abbildung (3.12) gezeigte Kurve ist nur in einem kleinen Bereich experimentell zugänglich, da das Auskoppeltalton immer zwei Moden im Minimum der Transmission auswählt. Diese beiden Moden können circa 800 MHz mit dem Resonatorpiezo verfahren werden, bevor eine neue Mode im Spektrum erscheint. Über diesen Bereich lässt sich die Schwebungsfrequenz bestimmen. In Abbildung

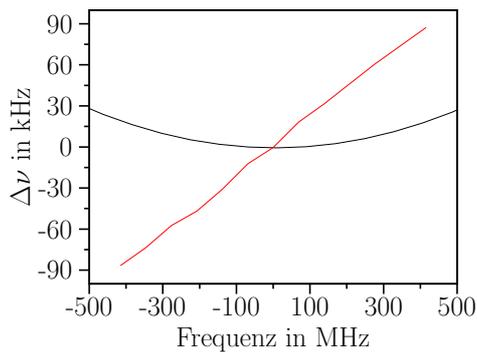


Abbildung 3.13: Schwebungsfrequenz zweier Lasermoden, die zentral durch das Auskoppelletalon ausgewählt werden (rot). Die schwarze Kurve zeigt den theoretischen Verlauf.

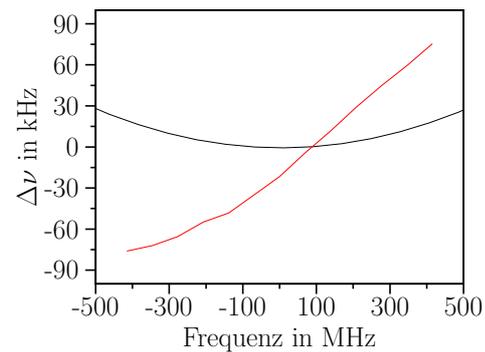


Abbildung 3.14: Schwebungsfrequenz zweier Lasermoden, die nicht zentral durch das Auskoppelletalon ausgewählt werden (rot). Die schwarze Kurve zeigt den theoretischen Verlauf.

(3.13) und (3.14) ist das gemessene und das theoretische Schwebungssignal für zwei verschiedene Modenpaare dargestellt. Der Graph (3.13) zeigt die Schwebungsfrequenz der zwei zentralen Moden, die durch das Auskoppelletalon ausgewählt werden. Der Verlauf ist linear, stimmt aber nicht mit der theoretischen Kurve überein. Für zwei Moden die nicht im Zentrum ausgewählt werden, ist die Schwebungsfrequenz in Abbildung (3.14) gezeigt. Sie sollte sich theoretisch nicht von der Kurve in (3.13) unterscheiden. Man kann aber deutlich erkennen, dass der Kurvenverlauf nicht so linear ist wie im linken Bild.

Das nach der Theorie zu erwartene Minimum ist in keiner der beiden Kurven zu erkennen. Zusätzlich zur Phase des Auskoppelletalons muss es weitere Effekte im Resonator geben, die die Phase der Lasermoden beeinflussen. Das aktive Lasermedium spielt hier die entscheidende Rolle. Durch das Lasermedium werden beide Moden nichtlinear gekoppelt. Für Gaslaser gibt es einige Näherungsmethoden, mit denen man die Frequenzverschiebung der Moden bestimmen kann [65–67]. Auf Festkörperlaser sind diese Methoden aber nicht einfach übertragbar, daher kann eine komplette Beschreibung der Modenverschiebung durch das aktive Lasermedium an dieser Stelle nicht gegeben werden.

Stabilisierungsregelung für das Auskoppelletalon

Das Auskoppelletalon reagiert aufgrund seiner großen optischen Länge von $L_{AE} = 11.5$ mm sehr empfindlich auf Längenänderungen, die durch Driften der Lasertemperatur hervorgerufen werden. Die Temperatur des Laserresonators wird aktiv

mit einem Umlaufkühler auf etwa ± 0.1 K stabilisiert. Innerhalb dieses Bereiches ändert sich die Länge des Auskoppeletalons aber immer noch so stark, dass langfristig kein kontinuierlicher Laserbetrieb gewährleistet werden kann. Die Schwebungsfrequenz ist bei fester Wellenlänge (Stabilisierung auf atomare Resonanz) abhängig von der Länge des Auskoppeletalons und bietet so die Möglichkeit, diese aktiv zu regeln. Die Regelung ermöglicht es, die thermischen Driften des Auskoppeletalons auszugleichen und einen stabilen Laserbetrieb über viele Stunden zu gewährleisten. Die thermischen Driften in Position und Dicke des dünnen Etalons sind so klein, dass sie den Laserbetrieb kaum beeinflussen.

In Abbildung (3.15) ist die aktive Regelung des Auskoppeletalons schematisch dargestellt. Die Schwebungsfrequenz wird mit einer schnellen Photodiode² detektiert und das Signal wird über einen Verstärker um +30 dB verstärkt. Ein 16-fach-Teiler teilt das Signal von 1.216 GHz auf 76.0 MHz. Da die relative Frequenzänderung nur etwa 10^{-4} beträgt, muss das Signal mit einer zweiten Frequenz von 75.65 MHz gemischt werden. Diese Frequenz liefert ein 1-GHz-Synthesizer. Das

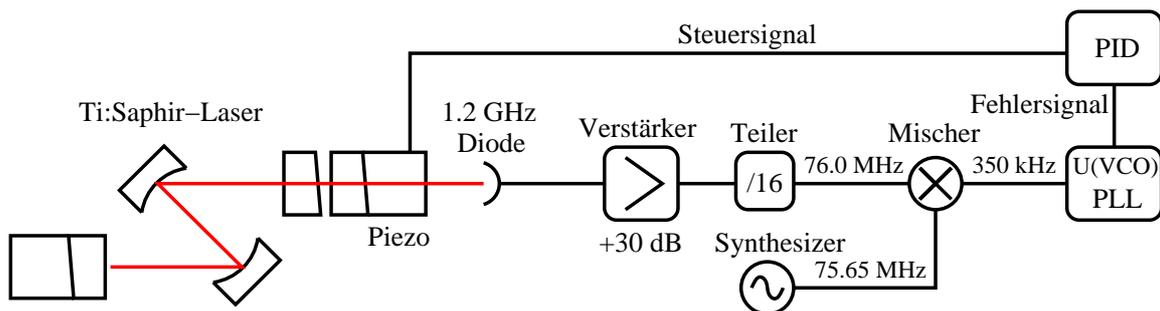


Abbildung 3.15: Stabilisierungsregelung für das Auskoppeletalon

gemischte Signal hat eine Frequenz von etwa 350 kHz und ändert sich beim Durchstimmen des Auskoppeletalons um etwa $180/16$ kHz. Die Frequenz muss für die Stabilisierungselektronik in eine Spannung umgewandelt werden. Dies geschieht mit einem „*phase locked loop*“ (PLL), der einen internen spannungsgesteuerten Oszillator (VCO) auf die externe Frequenz stabilisiert. Die Steuerspannung dieses internen VCO ist proportional zur Frequenz und liefert so das benötigte Spannungssignal. Dieses Spannungssignal ist das Fehlersignal einer PID-Regelung, mit der die Länge des Auskoppeletalons über einen Piezo geregelt wird. Wir können mit dieser Regelung thermische Längenänderungen des Auskoppeletalons kompensieren und so einen stabilen Laserbetrieb über viele Stunden garantieren.

²Anteil 1.2GHz

Die Linienbreite des Ti:Saphir-Lasers

Die Laserfrequenz des Ti:Saphir-Lasers wird mit einer Schwebungsstabilisierung auf den Referenzdiodenlaser stabilisiert (siehe Abbildung 3.1). Die Frequenzbreite des Schwebungssignals ist die quadratische Summe aus beiden Laserlinienbreiten. In Abbildung (3.16) ist das Leistungsspektrum des Schwebungssignals dargestellt. Die Linienbreite (FWHM) beträgt 0.84 MHz. Diese Linienbreite wird von der La-

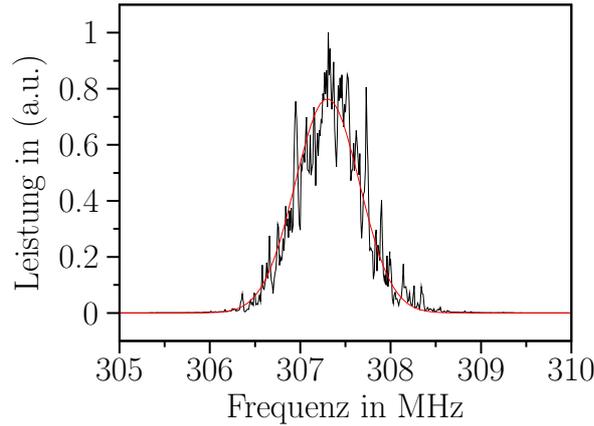


Abbildung 3.16: Leistungsspektrum Schwebungslock Ti:Saphir-Referenzlaser: FWHM=0.84 MHz

serlinienbreite des Diodenlasers dominiert. Der Ti:Saphir-Laser besitzt aufgrund seiner kompakten und stabilen Bauweise und aufgrund des sehr rauscharmen Pumplasers eine sehr schmale Linienbreite. Akustische Störungen beschränken die Linienbreite auf einige hundert kHz.

3.2 Das Lithium-Lasersystem

Leider besitzt Lithium die unangenehme Eigenschaft, dass die Hyperfeinstruktur der D_2 -Linie nicht aufgelöst ist (siehe Anhang A.2). Die Hyperfeinaufspaltungen im $2p^2P_{3/2}^0$ -Niveau sind kleiner als die natürliche Linienbreite des Übergangs. Eine Konsequenz daraus ist, dass es keinen geschlossenen Übergang zwischen dem $2s^2S_{1/2}^0 F = 3/2$ und dem $2p^2P_{3/2}^0$ -Niveau gibt. Atome können auch in den unteren Hyperfeinzustand $2s^2S_{1/2}^0 F = 1/2$ des Grundzustandes zerfallen. Deswegen benötigt man sowohl für die Lithium-MOT als auch für die Lithium-Abbildung einen Rückpumplaser, der die gleiche Intensität wie der eigentliche Pumplaser besitzt. Diese Tatsache macht das Lithium-Lasersystem um einiges umfangreicher

als das Rubidiumsistem.

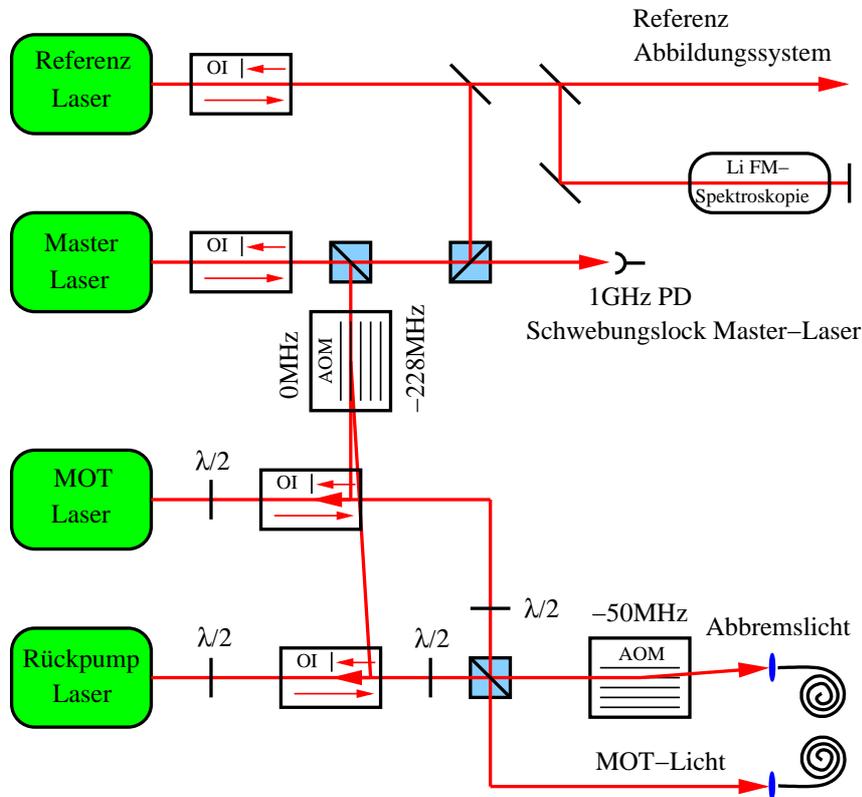


Abbildung 3.17: Das Lithium-Lasersystem: Referenzlaser und Master-Slave-System

Das gesamte Lasersystem für Lithium basiert auf 7 Diodenlasern: einem Referenzlaser, einem Masterlaser für das Master-Slave-System, zwei Slave Lasern für die MOT, einem Umpumplaser sowie einem Abbildungslaser und einem Rückpumplaser für die Abbildung. Das Abbildungssystem von Lithium wird aufgrund seiner Komplexität getrennt in Abschnitt (3.3) behandelt. Der Referenzlaser und der Umpumplaser sind direkt auf zwei Lithium-Sättigungsspektren stabilisiert. Das Licht für die Lithium-MOT und den Zeemanabbremser wird über ein Master-Slave-System (Abschnitt 3.20) bereitgestellt. Der Master-Laser dieses Systems wird relativ zum Referenzlaser stabilisiert. Zusätzlich gibt es noch ein Abbildungssystem (Abschnitt 3.3) für Lithium, welches aus zwei gitterstabilisierten Lasern besteht, die wiederum relativ zum Referenzlaser stabilisiert sind. Alle Laser, auch die MOT-Laser, werden in optische Fasern gekoppelt und so direkt auf dem zweiten optischen Tisch verteilt. So ist die Justage auf dem Lasertisch komplett

unabhängig von der Justage auf dem MOT-Tisch.

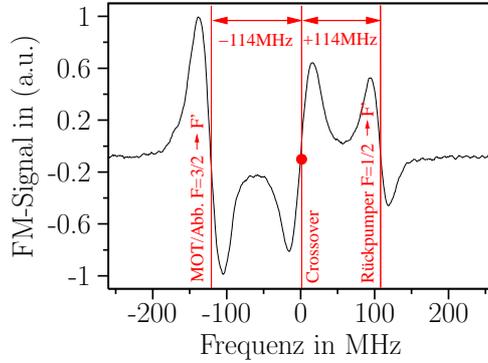


Abbildung 3.18: Fehlersignal ${}^6\text{Li}$ Referenzlaser D_2 -Linie

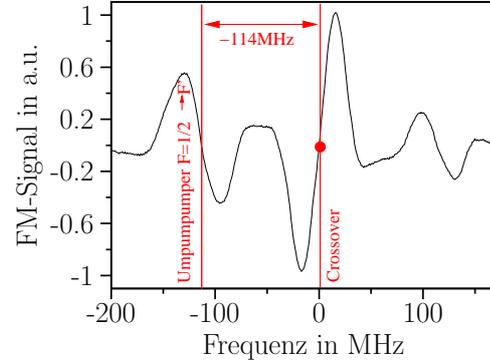


Abbildung 3.19: Fehlersignal ${}^6\text{Li}$ Umpumplaser D_1 -Linie

Referenzlaser, Umpumplaser und der Masterlaser werden mit Laserdioden vom Typ CQL-20 ($P_{cw} = 20 \text{ mW}$) bei einer Ausgangsleistung zwischen $10..12 \text{ mW}$ betrieben. Der Referenzlaser ist, wie in Abbildung (3.18) zu sehen, auf die Crossoverresonanz der D_2 -Linie zwischen den Übergängen $2s^2S_{1/2}^0 F = 3/2 \rightarrow 2p^2P_{3/2}^0$ und $2s^2S_{1/2}^0 F = 1/2 \rightarrow 2p^2P_{3/2}^0$ stabilisiert. Auf diesen Referenzlaser werden der Masterlaser des Master-Slave-Systems und auch die Abbildungslaser mit einer Schwebungsstabilisierung bei 114 MHz stabilisiert. Mit dieser Lösung können während des Experimentes MOT-Pumplicht, MOT-Rückpumplicht und auch das Abbildungslicht positiv und negativ zur Resonanz flexibel verstimmbar werden. Der Lithium-Umpumplaser ist ähnlich wie der Referenzlaser auf die Crossoverresonanz der D_1 Linie stabilisiert. Im Spektrum ist die Hyperfeinaufspaltung von 26 MHz des $2p^2P_{1/2}^0$ Zustandes nicht aufzulösen. Mit Hilfe eines AOM wird der Laser um -114 MHz auf die richtige Frequenz (siehe Abschnitt 3.5.3) verstimmbar. Vor der optischen Faser wird der Umpumpstrahl mit dem zusätzlich benötigten Rückpumplicht überlagert. Wie bei Rubidium dient die Kombination aus AOM und mechanischem Shutter zum schnellen Schalten des Umpumpimpulses.

3.2.1 Das Lithium Master-Slave System

Der Masterlaser ist über eine Schwebungsstabilisierung -134 MHz relativ zum Referenzlaser stabilisiert. In einem AOM (228 MHz) wird der Laser in zwei etwa gleichstarke Teilstrahlen aufgeteilt. Die 0. Ordnung des AOM wird zur Injektion

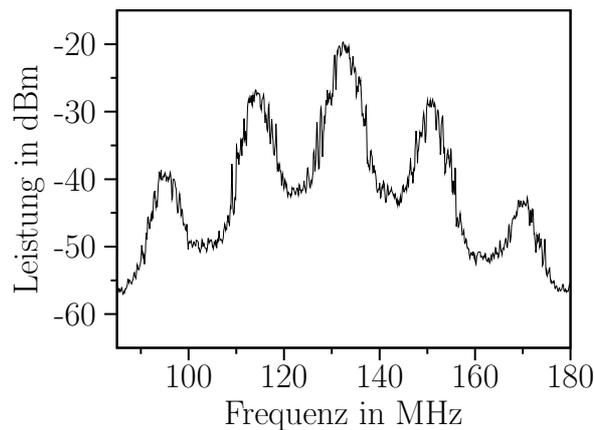


Abbildung 3.20: Schwebungsstabilisierung Lithium-Master-Laser

des MOT-Pumpasers benutzt. Die +1. Ordnung steht zur Injektion des MOT-Rückpumpasers zur Verfügung (siehe Abbildung 3.17). Über eine externe Spannung kann die Schwebungsfrequenz des Masterlasers während des Experimentes gesteuert werden.

Als Injektionsdioden verwenden wir Laserdioden vom Typ VPSL-0658-050-H-5-G der Firma Blue-Sky-Research. Diese Dioden besitzen eine Wellenlänge von 658 nm und eine spezifizierte Ausgangsleistung von 50 mW. Um sie bei einer Wellenlänge von 671 nm erfolgreich zu injizieren, werden die Laserdioden bei der maximal zugelassenen Temperatur von 60° C betrieben. Diese Erwärmung führt zu einer Verschiebung der freilaufenden Wellenlänge auf etwa 665 nm. Um die restlichen 6 nm zu überbrücken, wird verhältnismässig viel Injektionsleistung benötigt. In unserem Aufbau werden beide Dioden mit etwa 2.5 mW injiziert. Die Dioden werden bei einer Ausgangsleistung von circa 45 mW betrieben. Der Diodenstrom liegt bei etwa 195 mA. Das liegt aufgrund der hohen Betriebstemperatur weit außerhalb der Spezifikation von 135 mA. Eine Besonderheit der Dioden ist der vollsymmetrische Ausgangsstrahl. Direkt auf die Austrittsfläche der Diode wird eine kleine Zylinderlinse geklebt, die den für Diodenlaser typischen Astigmatismus im Ausgangsstrahl behebt. Damit muss der Strahl nicht mit Prismenpaaren korrigiert werden und besitzt optimale Eigenschaften zum Einkoppeln in optische Fasern.

Um die Temperatur der Laserdioden auf etwa 60° C zu stabilisieren, entwickelten wir den in Abbildung (3.21) zu sehenden Injektionslaseraufbau. Dieser Aufbau ermöglicht es, die Laserdiode mit Hilfe eines einzigen Peltierelementes auf die

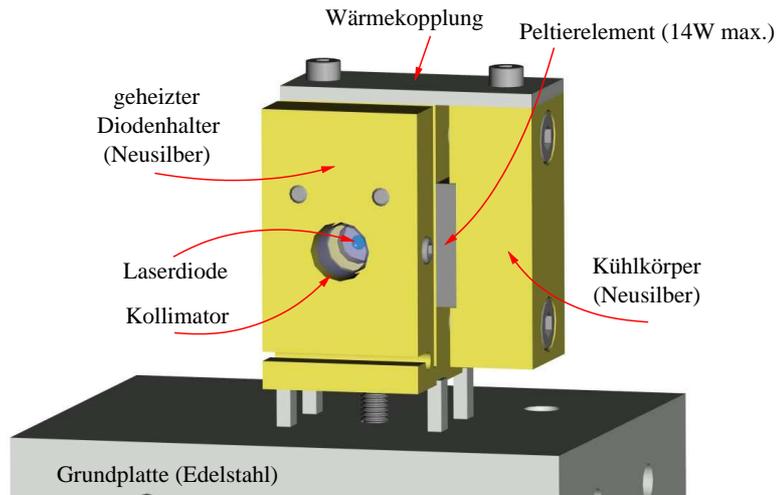


Abbildung 3.21: Laseraufbau Injektionslaser

gewünschte Temperatur zu heizen und zu regeln. Nimmt man das Peltierelement in Betrieb, wird zuerst die Laserdiode geheizt. Dafür kühlt sich die entgegengesetzte Seite des Peltierelements ab. Nun sind aber Kalt- und Warmseite des Peltiers thermisch durch ein dünnes Alustück miteinander gekoppelt. Dies führt dazu, dass sich auch die kalte Seite langsam aufheizt. Beide Seiten werden so durch die ohmsche Leistung des Peltiers auf fast die gleiche Temperatur geheizt. Auf kleinen Zeitskalen kann die Temperatur der Laserdiode mit dem Peltierelement schnell geregelt werden, da die Kopplung zwischen der kalten und der warmen Seite verhältnismäßig klein ist. Um die Heizleistung und damit die Wärmeanbindung an den Lasersockel möglichst klein zu halten, ist der Laserhalter auf vier kleinen Edelstahlstiften montiert. Die Edelstahlstifte sind so dimensioniert, dass der Laserhalter mit einer Leistung von circa 7 W auf 60° C (Sockel 20° C) geheizt werden kann. Das verwendete Peltierelement kann maximal eine ohmsche Leistung von 14 W erzeugen und ist somit doppelt so stark ausgelegt als eigentlich benötigt. Die Regelung des Peltierelements übernimmt ein Toptica Temperaturkontroller, der auf einen größeren Temperaturregelbereich umgebaut wurde. Typischerweise gibt es beim Einschalten der Regelung einen etwa ein- bis zweiminütigen Einschwingvorgang. Der Vorteil dieser Lösung ist, dass das Peltier bei einer geringen Temperaturdifferenz und bei einem kleinen Strom betrieben werden kann. Eine andere denkbare Lösung ist, das Peltierelement direkt mit der kalten Seite an den Lasersockel zu befestigen und mit der heißen Seite die Laserdiode direkt zu heizen. Bei dieser Lösung muss das Peltierelement bei einer Temperaturdif-

ferenz von 40°C (Sockel bei 20°C) betrieben werden. Das führt zu einem hohen Stromverbrauch des Peltiers. Diese Leistung (typ. $30 - 50\text{ W}$) muss natürlich an der kalten Seite abgeführt werden. Dies ist nur mit einer aufwändigen Wasserkühlung zu realisieren. Der Vorteil dieser Lösung ist vor allem eine schnellere Regelung beim Einschalten, da es in diesem System keine Rückkopplung mit daraus resultierenden langen Thermalisierungszeiten gibt. Ein großer Vorteil unserer neuen Lösung liegt darin, dass der Laserhalter sehr fest auf dem Lasersockel montiert werden kann (so nicht möglich bei der letzteren direkten Lösung). Dies führt zu einer ausgezeichneten Richtungsstabilität des Laserstrahls, die bei uns besonders wichtig ist, da alle Strahlen in optische Fasern gekoppelt werden. Über einen Zeitraum von einem halben Jahr hat sich die Einkopplung nicht messbar verändert.

An einem polarisierenden Strahlteilerwürfel werden die beiden Strahlen der injizierten Laserdioden überlagert. Mit Hilfe von zwei $\lambda/2$ -Platten kann die relative Intensität in beiden Armen abgeglichen werden. Der eine Teil des Laserlichtes wird in eine polarisationserhaltende Faser gekoppelt und dient als MOT-Licht. Der andere Teil wird mit Hilfe eines weiteren AOM um 50 MHz rotverstimmt und stellt das Licht für den Zeemanabbremsstrahl zur Verfügung. Dieser Aufbau liefert nach den optischen Fasern circa 20 mW Gesamtleistung für die MOT-Strahlen und 5 mW für den Abbremsstrahl. Das System hat sich bei uns im experimentellen Alltag als sehr stabil bewährt.

3.3 Das Abbildungssystem

In unserem Aufbau wurde ein kombiniertes Abbildungssystem für Lithium und Rubidium realisiert. Alle Laserpulse können sehr präzise und reproduzierbar mit AOMs geschaltet werden. Optische Fasern transportieren das Licht direkt an die Experimentierkammer. Unser Aufbau erfordert es, die Atome an zwei verschiedenen Stellen in der experimentellen Apparatur abbilden zu können. Zum einen können die Atome an der Position der MOT abgebildet werden. Die MOT-Abbildung ist unerlässlich, da hier das Umladen der Atome aus der MOT in die reine Magnetfalle optimiert werden muss. Zum Anderen können wir die Atome zusätzlich am Ort der Ioffefalle unserer Apparatur abbilden. Die Ioffeabbildung ermöglicht es, Lithium und Rubidium zeitgleich abzubilden. Dazu werden beide Laserfrequenzen nach der Abbildung durch einen dichroitischen Strahlteiler wie-

der getrennt (Abbildung 3.22) und auf zwei separaten CCD Kameras detektiert. Theoretisch wäre dieses Verfahren auch für die Abbildung der MOT möglich.

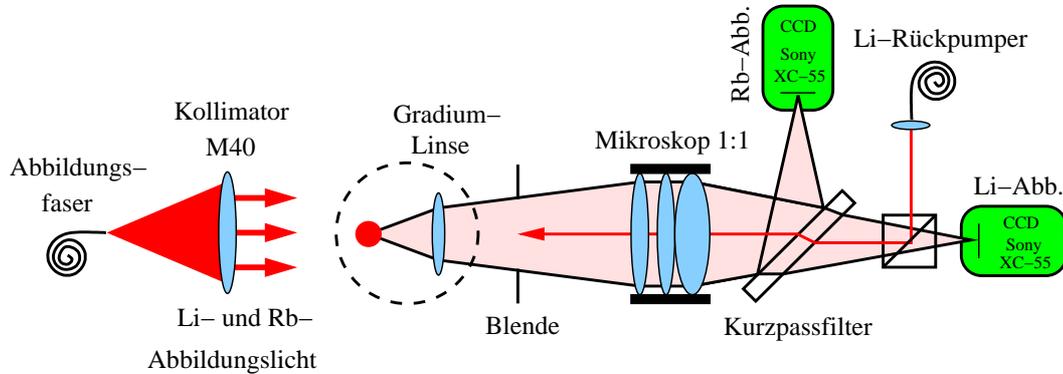


Abbildung 3.22: Gleichzeitige Abbildung der Lithium- und Rubidiumatome in der Ioffefalle

Für die Optimierung des Umladens ist dies aber nicht unbedingt nötig. In der MOT-Abbildung kann nur eine Atomspezies je Zyklus abgebildet werden.

Da im Gegensatz zu Rubidium für die Abbildung von Lithium kein geschlossener optischer Übergang zur Verfügung steht, müssen die Lithiumatome während der Abbildung mit einer zweiten Frequenz kontinuierlich zurückgepumpt werden. Zudem darf diese Frequenz nicht mit dem Abbildungslicht überlagert sein, da das Rückpumplicht sonst die CCD-Kamera belichten würde. Während der Abbildung muss das Lithium aus einer zweiten Richtung rückgepumpt werden. Wir benötigen daher insgesamt vier Fasern für die Abbildung in der MOT und in der Ioffefalle.

Abbildung (3.23) zeigt, wie das Abbildungssystem aufgebaut ist. Zwei gitterstabilisierte Diodenlaser werden mit einer Schwebungsstabilisierung von -114 MHz und $+114$ MHz relativ zum Referenzlaser stabilisiert und erzeugen so das benötigte Abbildungs- und Rückpumplicht. Beide Strahlen werden an einem polarisierenden Strahlteilerwürfel mit zueinander senkrechter Polarisation überlagert. Zwei AOMs beugen das Licht einmal in die $+1$. und einmal in die -1 . Ordnung. Die Frequenz des Lichtes bleibt so unverändert, kann aber schnell geschaltet werden. Im Folgenden benutzen wir zweimal eine Kombination aus EOM und polarisierendem Strahlteilerwürfel, um die beiden Laserfrequenzen auf die vier Fasern aufzuteilen. EOM I besitzt zwei Schaltpositionen. In der Position HIGH (475 V) wird am folgenden polarisierenden Strahlteiler das Abbildungslicht (senk. pol.) in die Abbildungsfasern reflektiert. Das Rückpumplicht (waag. pol.) wird weitergeleitet und

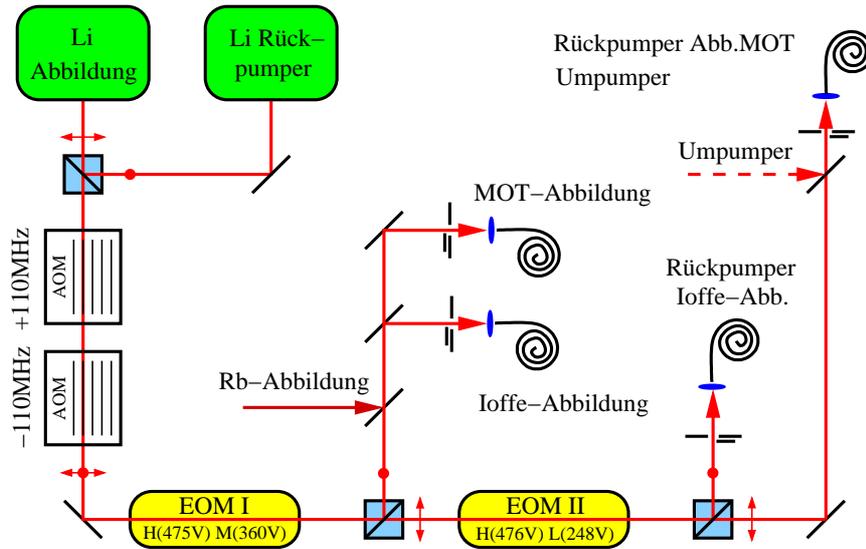


Abbildung 3.23: Lithium-Rubidium-Abbildungssystem

jetzt mit dem EOM II entweder auf die Umpumpfaser geleitet (EOM II HIGH 476V), welche für die MOT-Abbildung als Rückpumpfaser genutzt wird, oder auf die Rückpumpfaser der Ioffe-Abbildung geschaltet (EOM II LOW 248V). Bei der Abbildung wird nur das Rückpumplicht zwischen den jeweiligen Rückpumpfasern geschaltet. Das Abbildungssystem liefert auch während der Li-Umpumphase (siehe Abschnitt 3.5.3) das benötigte Rückpumplicht. Hierfür werden die Frequenzen des Abbildungslasers als auch des Rückpumplasers in der Umpumpfaser benötigt. Mit Hilfe des EOM I wird dazu das Polarisationskreuz auf 45° gedreht (EOM I MEDIUM 360V), so dass beide Laserfrequenzen am pol. Strahlteiler je zu 50% reflektiert und transmittiert werden. Der EOM II ist in dieser Phase auf HIGH geschaltet, um das Licht in die Umpumpfaser zu leiten. In Tabelle (3.24) sind die Verschaltungen noch einmal im Überblick dargestellt. Um während der verschiedenen Phasen unerwünschtes Licht in nicht benutzten Fasern zu vermeiden, ist vor jeder Faser noch zusätzlich ein mechanischer Shutter installiert.

Die beiden Abbildungsfasern³ sind für beide Wellenlängen (670 nm, 780 nm) polarisationserhaltend. Sie besitzen eine Numerische Apertur von $NA = 0.12$. Der Strahlradius ($1/e^2$) am Faserende lässt sich auf einfache Weise bestimmen:

$$\omega_0 = \frac{\lambda}{\pi * 0,82 * NA} .$$

³TYP PMC-850-5.2-NA012-3-APC-1000P (Schäfter Kirchhoff)

	EOM I	EOM II	Faser Abb. MOT	Faser Abb. Ioffe	Faser Rückp. MOT Umpumpen	Faser Rückp. Ioffe
Abbildung MOT	H	H	Abb.-Licht	(Abb.-Licht)	Rückpumplicht	-
Abbildung Ioffe	H	L	(Abb.-Licht)	Abb.-Licht	-	Rückpumplicht
Li Umpumpen	M	H	(Abb.-Licht Rück. Licht)	(Abb.-Licht Rück. Licht)	Abb.-Licht Rück. Licht	(Abb.-Licht Rück. Licht)

Abbildung 3.24: Schaltmöglichkeiten des Abbildungssystems, eingeklammerte Einträge werden durch mechanische Shutter geblockt

Daraus ergeben sich folgende Strahlparameter für den Lithium- und den Rubidium-Ausgangsstrahl der Abbildung:

$$\omega_0(780 \text{ nm}) = 2.52 \mu\text{m}$$

$$\omega_0(670 \text{ nm}) = 2.17 \mu\text{m} .$$

Diese Ausgangsstrahlen werden mit Kollimatoren⁴ aufgeweitet, so dass ein möglichst gut ausgeleuchtetes Bildfeld entsteht. Die Strahlparameter lassen sich über die Brennweiten der Kollimatoren leicht bestimmen:

$$\text{MOT Abb.}_{M60} \quad \omega_0(670 \text{ nm}, 780 \text{ nm}) = 4 \text{ mm}$$

$$\text{Ioffe Abb.}_{M40} \quad \omega_0(670 \text{ nm}, 780 \text{ nm}) = 6 \text{ mm} .$$

Über die gesamte Leistung im Strahl kann die Maximalintensität $I_{max} = 2 \cdot P_0 / \pi \omega_0^2$ bestimmt werden. Sie ist so gewählt, dass sie für Lithium und Rubidium deutlich unter der Sättigungsintensität von 1.6 mW/cm^2 bzw. 2.5 mW/cm^2 liegt. In der folgenden Tabelle sind die verwendeten Leistungen und Intensitäten aufgeführt:

	$P_0(670\text{nm})$	$I_{max}(670\text{nm})$	$P_0(780\text{nm})$	$I_{max}(780\text{nm})$
MOT-Abbildung	$163 \mu\text{W}$	$0.29 \frac{\text{mW}}{\text{cm}^2}$	$200 \mu\text{W}$	$0.35 \frac{\text{mW}}{\text{cm}^2}$
Ioffe-Abbildung	$150 \mu\text{W}$	$0.60 \frac{\text{mW}}{\text{cm}^2}$	$132 \mu\text{W}$	$0.52 \frac{\text{mW}}{\text{cm}^2}$

⁴Firma Schäfter Kirchhoff Ioffe:M40 (f=40mm), MOT:M60 (f=60.5mm)

3.4 MOT-Aufbau und Experimentierkammer

3.4.1 MOT-Aufbau

Alle bisher beschriebenen Lasersysteme befinden sich auf einem optischen Tisch. Die benötigten Laserfrequenzen werden über optische Fasern auf einen zweiten optischen Tisch geleitet, auf dem die gesamte MOT-Optik für Lithium und Rubidium aufgebaut ist. Am Ende des Tisches befindet sich die Experimentierkammer, die teilweise in den optischen Tisch integriert ist. So wird gewährleistet, dass die Laserjustage von Laser-Tisch und MOT-Tisch voneinander getrennt sind. Allein die Rubidium Pump- und Rückpumplaser werden ohne optische Fasern direkt auf den MOT-Tisch gelenkt.

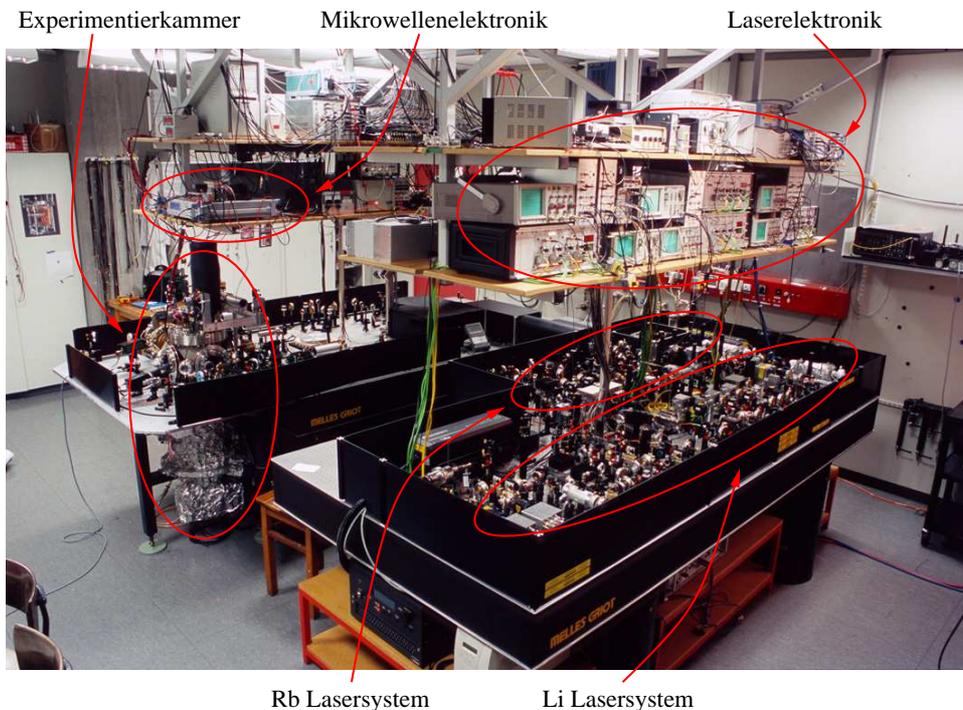


Abbildung 3.25: Labor: Auf dem vorderen Tisch sind alle Lasersysteme aufgebaut. Alle Laser bis auf die Rb-MOT/Rückpumplaser werden über optische Fasern auf den weiter hinten stehenden MOT-Tisch geleitet. Die Justage auf dem MOT-Tisch ist somit unabhängig von der Justage auf dem Laser-Tisch.

Auf dem MOT-Tisch werden zuerst alle benötigten Strahlen mit kostengünstiger 1-Zoll-Polarisationsoptik aufgeteilt. Für Rubidium sind das 6 Einzelstrahlen.

Die Strahlintensität lässt sich in den gegenläufigen Strahlen über $\lambda/2$ -Platten aufteilen. So kann die Position der MOT über den Strahlungsdruck aus allen 6 Raumrichtungen sehr präzise eingestellt werden. Die Lithium-MOT wird mit insgesamt vier MOT-Strahlen betrieben. Aufgrund der geringen Leistung ist eine komfortable 6-Strahl-Lösung noch nicht realisiert. Für die z-Richtung werden zwei gegenläufige Strahlen verwendet, um wenigstens in dieser Richtung den Lichtdruck exakt einstellen zu können. In x- und y-Richtung werden die MOT-Strahlen zurückreflektiert. Da die Lichtleistung im reflektierten Strahl aufgrund der Lichtabsorption der MOT immer kleiner ist als in der Vorwärtsrichtung, ist der Lichtdruck in beiden Strahlen nur schwer abzustimmen. Sind alle Strahlen präpariert, wird jeder Strahl durch ein eigenes Teleskop (Rb 2-Zoll Optik, Li 40-mm Optik) aufgeweitet. Danach werden die Strahlen für Rubidium und Lithium an einem Kurzpassfilter überlagert, wie in Abbildung (3.26) zu sehen ist. Eine $\lambda/4$ -Platte mit einem Durchmesser von 2-Zoll erzeugt für Lithium und Rubidium zirkular polarisiertes Licht für die MOT. Die Sichtfenster für die MOT-Strahlen haben eine freie Öffnung von 38 mm.

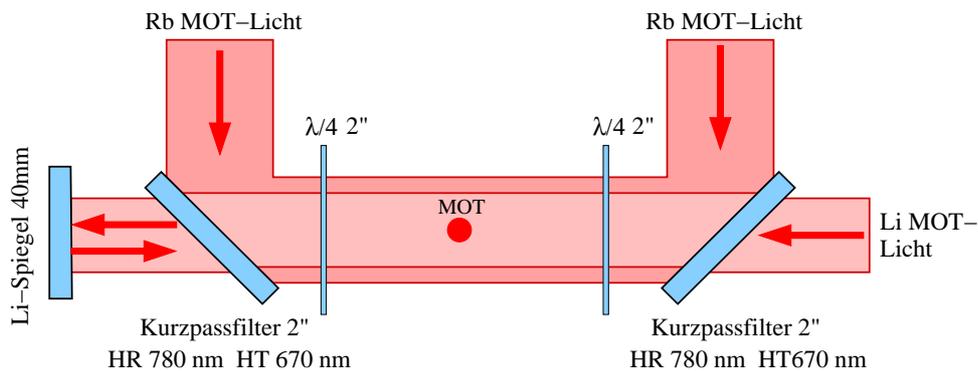


Abbildung 3.26: Überlagerung der Rubidium und Lithium MOT-Strahlen in horizontaler Richtung

3.4.2 Experimentierkammer

Wir verwenden eine zylindrische Experimentierkammer (Abbildung 3.27). Diese Kammer besitzt vier große Flansche vom Typ DN100CF. An einem dieser Flansche ist der Lithium-Zeemanabbremsler und der Lithium-Ofen angeschlossen. An den drei übrigen Flanschen ist jeweils ein Sichtfenster angebracht. Durch diese drei Sichtfenster werden die Atome abgebildet und analysiert. Vier kleine Sichtfenster (DN40CF), die um 45° zu den großen Sichtfenstern versetzt sind,

werden für die horizontalen MOT-Strahlen verwendet. Der gesamte Spulenaufbau befindet sich in der Vakuumkammer und ist am Deckel montiert. Desweiteren befinden sich im Deckel drei 12-fach-Stromdurchführungen und zwei Sichtfenster (DN40CF), über die die vertikalen MOT-Strahlen in die Kammer gekoppelt werden. Der Spulenaufbau ist in der Vakuumkammer an einem Kühlstab angeschlossen (Kontakt über Indiumfolie), um die erzeugte Wärme durch die Magnetspulen aus dem Vakuum abzuführen. Der Kühlstab wird über ein Peltierelement, dessen wärmere Seite auf circa -10°C gekühlt wird, auf etwa -40°C abgekühlt. Damit wirkt der Spulenaufbau in der Kammer als zusätzliche Kältefalle. Je nach Be-

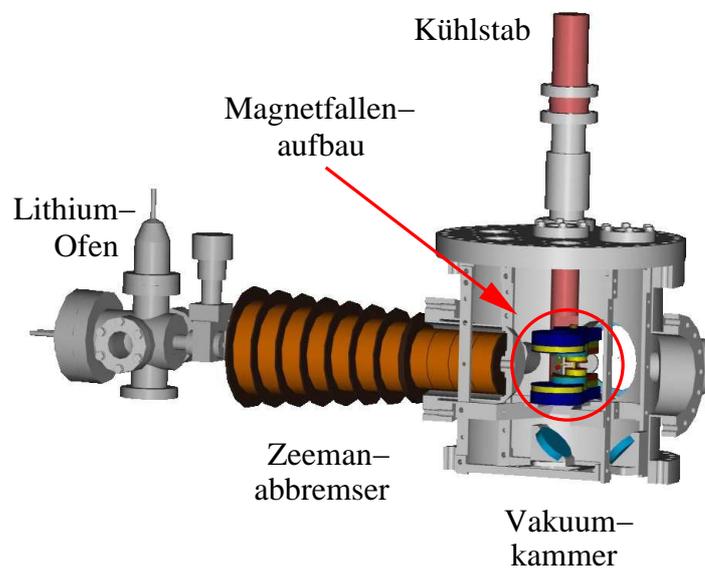


Abbildung 3.27: Experimentierkammer mit Lithiumofen und Zeemanabbremsler. In der Vakuumkammer befindet sich der Magnetspulenaufbau zum Speichern der Atome.

triebsmodus schwankt der Druck in der Vakuumkammer zwischen $1 \cdot 10^{-11}$ mbar und $1 \cdot 10^{-10}$ mbar. Die zwei Hauptursachen für das Ansteigen des Druckes in der Kammer sind der Rubidium-Dispenser und die Magnetspulen. In der Praxis hat sich eine Zyklusdauer von 77 s mit einer Dispenserpulsdauer von circa 5.5 s (9 A) und einer Speicherzeit von maximal 25 s in den Fallenspulen als guter Kompromiss herausgestellt. In solch einem Zyklus kann über einen ganzen Tag im Bereich von 10^{-11} mbar gearbeitet werden. Zudem haben wir keine großen Unterschiede in der Kühleffizienz bei Drücken zwischen 10^{-11} mbar und 10^{-10} mbar feststellen können. Dies liegt wohl an der Tatsache, dass die Spulen aufgrund ihrer niedrigen

Temperatur lokal am Speicherort der Atome einen konstant guten Druck garantieren.

Auf dem Kammerdeckel ist eine Aluminiumkonstruktion montiert. Hier sind alle optischen Elemente für die Aufteilung, Überlagerung und die Justage der vertikalen MOT-Strahlen für Rubidium und Lithium montiert. Zudem werden an den polarisierenden Strahlteilerwürfeln zusätzlich die Umpumplaser (für Lithium auch Rückpumplaser während der MOT-Abbildung) für die beiden Atomspesies eingekoppelt.

3.5 Der experimentelle Zyklus

In diesem Unterkapitel möchte ich einen zusammenhängenden Überblick über einen typischen Ablauf eines Experimentzyklus geben. Wie schon beschrieben, hat sich eine Zyklusdauer von 77 s bei Experimenten, in denen auch Lithium sympathetisch gekühlt wird, als praktikabel herausgestellt. Für Experimente nur mit Rubidiumkondensaten kann ein kürzerer Zyklus von 60 s gewählt werden, da in diesen Fällen die Speicherzeit in den Fallenspulen circa 15 s statt 25 s beträgt. Bei der Bestimmung der Zyklusdauer ist darauf zu achten, dass nicht nur die reine Programmzeit zählt, sondern auch die Zeit, die der Computer benötigt, um die Daten an den Steuerrechner zu übermitteln. In unserem Fall sind das 7 s. Um einen möglichst konstanten Experimentierablauf zu gewährleisten, sollte die Anlage mindestens eine halbe Stunde mit dem jeweiligen Zyklus betrieben werden. Vor allem die Dispenser erwärmen sich mit der Zeit langsam. Dies führt zu einem ständigem Ansteigen der Rubidiumatomzahl.

3.5.1 Rb-Li MOT Ladephase

Beide Atomspesies werden in einer kombinierten Li-Rb-MOT im Quadrupolfeld der MOT-Spulen geladen. Die MOT-Spulen werden bei einem Strom von 1 A betrieben und erzeugen einen Feldgradienten von 6 G/cm. Die gesamte MOT-Dauer beträgt 13 s. Rubidium wird bei einer Verstimmung von -30 MHz geladen. Die Dispenser werden dabei für einen Zeitraum von 5.5 s betrieben. Lithium wird fast über den gesamten Zeitraum von 13 s bei einer Verstimmung von -31 MHz geladen. Eine Sekunde vor Ende der MOT-Ladephase werden die Magnetspulen des Zeemanabbremsers ausgeschaltet. Der Abbremsers erzeugt ein starkes Magnetfeld am Ort der MOT. Dieses Magnetfeld wird während der MOT-Phase durch

die dem Zeemanabbremsers gegenüberliegende Kompensationsspule kompensiert. Während des Ausschaltens wird mit einer kleinen Schaltung dafür gesorgt, dass alle Ströme im Zeemanabbremsers (3 getrennte Netzteile) und der Strom der Kompensationsspule innerhalb von 500 ms ausgeschaltet werden. Dabei ist während der gesamten Ausschaltphase gewährleistet, dass die Kompensation des Zeemanmagnetfeldes am Ort der MOT bestehen bleibt. Nach dem Ausschalten der Zeemanspulen und der Kompensationsspule wird diese Spule über Relais auf eine zweite Stromquelle geschaltet. Jetzt wird bis zum Ende der Umpumpphase das Erdmagnetfeld in horizontaler Richtung mit vier Kompensationsspulen kompensiert. Die Kompensation der vertikalen Richtung übernehmen die MOT-Spulen. Beim Umladen der Atome in die Magnetfalle ist es sehr wichtig, die Atome aus einem möglichst kleinen Volumen zu laden. Dies ist vor allem bei unserem Aufbau kritisch, da wir nicht in eine relativ langsam ansteigende Ioffefalle umladen, sondern in einen schnell ansteigenden Quadrupol. Daher folgt der MOT-Phase eine kurze Komprimierungsphase, bei der innerhalb von 5 ms der Feldgradient von 6 G/cm auf 30 G/cm erhöht wird. In dieser Zeit werden auch die Laserfrequenzen verstimmt (Rb: -30 MHz Li: -24 MHz). Nun wird diese Kompression für weitere 5 ms gehalten. Durch diese Kompressionsphase werden die Atome komprimiert und auf den Magnetfeldnullpunkt zentriert. Typischerweise lassen sich in der MOT bis zu 10^9 Rb-Atome und bis zu $5 \cdot 10^7$ Li-Atome laden.

3.5.2 Melassenphase

Nach der Kompressionsphase folgt eine kurze zweistufige Melassenphase. Die Melasse ist ein Kompromiss für beide Atomsorten. Lithium kann wegen der nicht aufgelösten Hyperfeinstruktur im angeregten Zustand in dieser Phase fast nicht gekühlt werden. Zusätzlich expandiert das Lithium während dieser Phase stark, was zu höheren Temperaturen nach dem Umladen führt. Im Gegensatz dazu kann Rubidium sehr gut weit unter das Dopplerlimit gekühlt werden. Für optimale Rubidiumkühlleistungen wird eine etwa 8 ms lange Melasse benötigt. In dieser Zeit expandiert das Lithium aber so stark, dass es nicht mehr, bzw. nur noch sehr heiß, in die Magnetfalle geladen werden kann. Daher haben wir einen Kompromiss gesucht, der sowohl Rubidium noch möglichst gut kühlt und die Lithiumverluste möglichst gering hält. Die Gesamtzeit der Melasse beträgt bei uns 2.5 ms.

Die Melasse ist in zwei Schritte unterteilt. Im ersten Schritt wird das Magnetfeld der MOT ausgeschaltet und auf Helmholtz-Konfiguration geschaltet, um das

Erdmagnetfeld zu kompensieren. Gleichzeitig werden in dieser 1.5 ms dauernden Phase die Laserfrequenzen von Rubidium und Lithium verstimmt. Die Rubidiumfrequenz wird in dieser Zeit linear auf -46 MHz Verstimmung gefahren. Die Lithiumfrequenz wird innerhalb von 1.05 ms auf -5 MHz an die Resonanz herangestimmt und dann in $450 \mu\text{s}$ auf -15 MHz gefahren. Dieser ersten Schaltphase folgt eine zweite Phase, in der die Melasse für 1 ms gehalten wird. Mit dieser Melasse lassen sich die Rubidiumatome auf circa $50\text{-}80 \mu\text{K}$ kühlen. Eine für Rubidium optimierte Melasse erreicht Temperaturen von $10\text{-}20 \mu\text{K}$. Das Lithium kann über die Melassenzeit gut gerettet werden. Es erhöht seine Temperatur nur leicht. Die Temperatur des Lithium bewegt sich im Bereich von einigen hundert μK .

3.5.3 Umpumpphase

Damit die Atome effizient in die Magnetfalle umgeladen werden können, müssen sie vor dem Umladen im richtigen Zustand präpariert werden. Für Rubidium gibt es prinzipiell drei mögliche Zustände, die in einer Magnetfalle gespeichert werden können (Abbildung 3.30). Für Lithium gibt es dementsprechend vier fangbare Spinzustände (Abbildung 3.31). Für eine Spinnischung von zwei verschiedenen Spezies ist es sinnvoll, beide Atome in sogenannten gestreckten Zuständen in der Falle zu speichern, da diese Zustände stabil gegenüber spinändernden Stößen sind. Bei diesen Stößen kann sich unter der Voraussetzung der Gesamtdrehimpulserhaltung

$$m_F = m_{f1}(\text{Rb}) + m_{f2}(\text{Li}) = m_{f1'}(\text{Rb}) + m_{f2'}(\text{Li}) = m_{F'}$$

der Spinzustand der Atome beim Stoß ändern. Werden die Atome so präpariert, dass beide mit maximalen bzw. minimalen m_f gespeichert sind, können die Atome ihren Zustand während eines Stoßes nicht ändern. In unserem Fall gibt es zwei Mischungen gestreckter Zustände, die in der Magnetfalle gespeichert werden können:

$$\begin{aligned} \text{Mischung A} & \quad \text{Rb}_{|22\rangle}; \text{Li}_{|\frac{3}{2} \frac{3}{2}\rangle} \\ \text{Mischung B} & \quad \text{Rb}_{|1 -1\rangle}; \text{Li}_{|\frac{1}{2} -\frac{1}{2}\rangle} . \end{aligned}$$

In unseren Experimenten haben wir uns bis jetzt auf die Mischung A konzentriert. Sie besitzt beim magnetischen Speichern den stärksten magnetischen Einschluss. Um die Atome in den entsprechenden Zuständen zu präparieren, gehen wir wie

folgt vor.

Mit Hilfe der MOT-Spulen wird ein homogenes Offsetfeld von etwa 4 G am Ort der Atome erzeugt. Damit ist die Quantisierungsachse für die Atome festgelegt. Die σ^+ -polarisierten Umpumplaser sind in die von oben kommenden vertikalen MOT-Strahlen eingekoppelt und werden für $250 \mu\text{s}$ (Rb) und $180 \mu\text{s}$ (Li) aktiviert. Damit werden die Rubidiumatome, wie in Abbildung (3.28) zu sehen ist, in den Zustand $|2\ 2\rangle$ gepumpt. Alle Atome werden im Schema durch den Umpumper nach rechts zu positiven m_F gepumpt. Die Atome, die in den $F=1$ Grundzustand zurückfallen, werden durch den Rückpumper wieder in den Zyklus gebracht. Im Zustand $|2\ 2\rangle$ sammeln sich alle Atome an und können nicht mehr mit dem Licht wechselwirken.

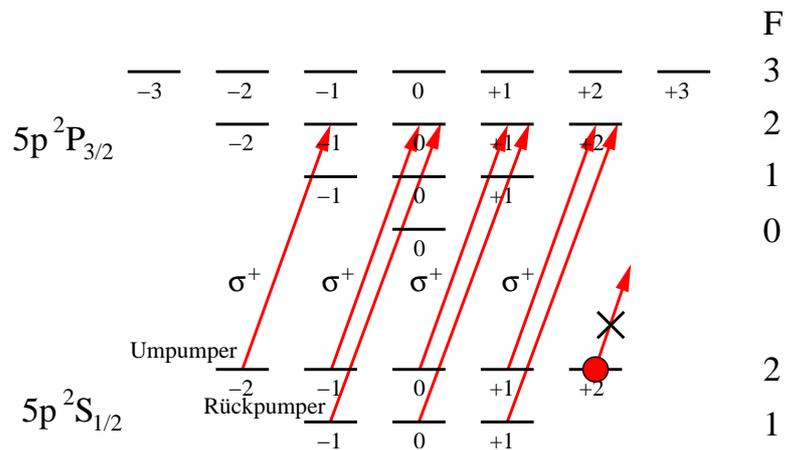


Abbildung 3.28: Umpumpschema Rb: Mit σ^+ -polarisiertem Licht werden alle Rb-Atome in den Dunkelzustand $|2\ 2\rangle$ gepumpt.

Die Lithiumatome werden nach einem ganz ähnlichen Schema (Abbildung 3.29) umgepumpt. Hier wird zum Umpumpen die D_1 -Linie benutzt. Die Zustände der D_2 -Linie erlauben kein effizientes Umpumpen in den $|\frac{3}{2}\ \frac{3}{2}\rangle$ Zustand. Für den Umpumper wurde ein separater Laser aufgebaut (Abschnitt 3.2). Da im Spektrum die Aufspaltung der D_1 -Linie nicht aufgelöst werden kann, ist der Umpumplaser effektiv zwischen dem $F = 3/2$ und $F = 1/2$ stabilisiert. Wichtig ist, dass der Übergang $2s^2S_{1/2}F = 3/2 \rightarrow 2p^2P_{1/2}F' = 3/2$ getrieben werden kann. Als Rückpumper benutzen wir das Rückpumplicht der Abbildung. Dieses Licht ist auf der D_2 -Linie stabilisiert und kann die Lithiumatome effektiv zurückpumpen.

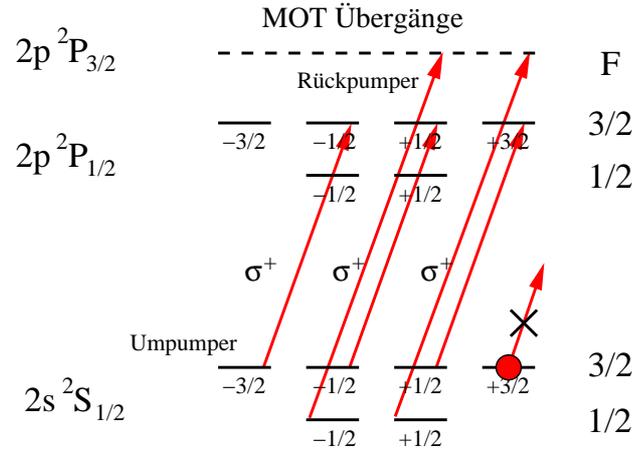


Abbildung 3.29: Umpumpschema Li: Mit σ^+ -polarisiertem Licht werden alle Li-Atome auf der D_1 -Linie in den Dunkelzustand $|\frac{3}{2} \frac{3}{2}\rangle$ gepumpt. Als Rückpumplicht wird Licht aus der Abbildung benutzt, welches auf der D_2 -Linie stabilisiert ist.

3.5.4 Magnetisches Speichern und Transfer in die Ioffefalle

In Abbildung (3.30) und (3.31) ist noch einmal dargestellt, wie die Magnetunterzustände für Rubidium und Lithium im Magnetfeld aufgespalten werden. Alle Zustände, deren Energie mit zunehmenden Magnetfeld steigt, bezeichnet man als „*low field seeker*“, da sie im Betragsminimum eines Magnetfeldes gefangen werden können. Das Potenzial der Atome lässt sich wie folgt schreiben:

$$U(\mathbf{x}) = \underbrace{g_F \cdot \mu_B \cdot m_F}_{\mu_{ges}} \cdot |\mathbf{B}(\mathbf{x})| .$$

Verschiedene Zustände sind aufgrund ihrer unterschiedlichen g_F - und m_F -Faktoren unterschiedlich stark im Magnetfeld gebunden. Der g_F -Faktor lässt sich über folgende Formel leicht bestimmen:

$$g_F = \underbrace{\left(1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)} \right)}_{g_J} \cdot \frac{F(F+1) + J(J+1) - I(I+1)}{2j(j+1)} .$$

Das gesamte magnetische Moment ergibt sich für die beiden Spinnmischungen folgendermaßen:

	Mischung A		Mischung B	
	Rb $_{ 22\rangle}$	Li $_{ \frac{3}{2} \frac{3}{2}\rangle}$	Rb $_{ 1-1\rangle}$	Li $_{ \frac{1}{2} -\frac{1}{2}\rangle}$
μ_{ges}	$1 \cdot \mu_B$	$1 \cdot \mu_B$	$\frac{1}{2} \cdot \mu_B$	$\frac{1}{3} \cdot \mu_B$

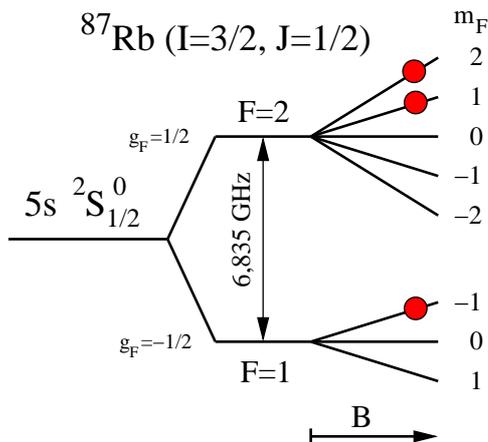


Abbildung 3.30: Für Rubidium sind die Zustände $|2\ 2\rangle$, $|2\ 1\rangle$ und $|1\ -1\rangle$ magnetisch speicherbar mit einem magnetischen Moment von $1\mu_B$ bzw. $\frac{1}{2}\mu_B$.

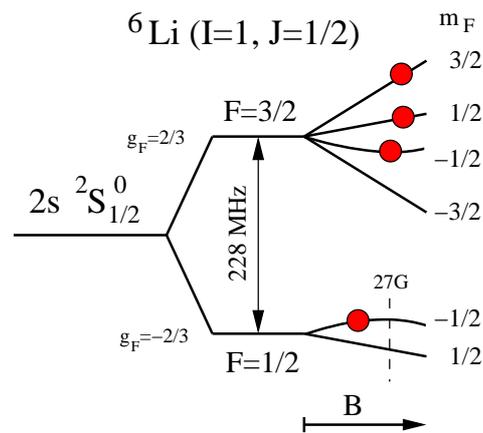


Abbildung 3.31: Für Lithium sind die Zustände $|\frac{3}{2}\ \frac{3}{2}\rangle$, $|\frac{3}{2}\ \frac{1}{2}\rangle$ und $|\frac{1}{2}\ -\frac{1}{2}\rangle$ mit einem magnetischen Moment von $1\mu_B$ bzw. $\frac{1}{3}\mu_B$ speicherbar. Der Zustand $|\frac{3}{2}\ -\frac{1}{2}\rangle$ nimmt eine Sonderstellung ein, da er erst für hohe Magnetfelder bindend ist.

Die Spinnmischung A ist für beide Atome mit einem μ_B stark gebunden. Bei gleichen Temperaturen ist auch die Verteilung der Atome in der Falle gleich. Dies bietet optimale Voraussetzungen für das sympathetische Kühlen. Die Spinnmischung B ist nur mit $\frac{1}{2}\mu_B$ bzw. $\frac{1}{3}\mu_B$ gebunden. Die daraus resultierenden Probleme sind vor allem eine um den Faktor zwei bzw. drei reduzierte Fallentiefe und eine entsprechende Abnahme der Fallenfrequenzen in der Ioffefalle. Daher ist es sinnvoll, mit der Spinnmischung A zu beginnen und die Atome so ins entartete Regime zu kühlen. Sind die Atome einmal kalt, können sie mit Hilfe eines RF-Überanges in andere Zustände überführt werden. Alle Experimente, die in dieser Arbeit beschrieben sind, wurden mit der Mischung A durchgeführt. Im Folgenden wird erläutert, wie die Atome nach der Umpumpphase magnetisch gefangen werden und dann in die Ioffefalle transferiert werden.

Nach dem Umpumpen werden die Atome im sphärischen Quadrupolfeld der MOT-Spulen gespeichert. Dazu werden die Spulen (Anti-Helmholtz-Konfiguration) in $500\ \mu\text{s}$ auf den maximalen Strom von 5 A (30 G/cm) gefahren. Es hat sich herausgestellt, dass es besser ist, wenn die Falle mit einer leichter Asymmetrie angeschaltet wird. Dazu wird der Spulenstrom der oberen MOT-Spule während des linearen Hochrampens mit dem Faktor 0.96 multipliziert und dementsprechend

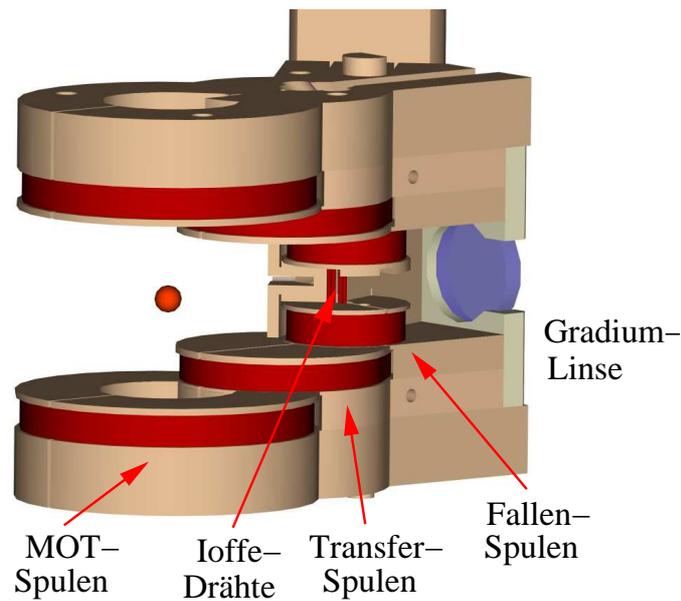


Abbildung 3.32: Magnetfallen-Aufbau: Der Spulenaufbau besteht aus drei Spulenpaaren. Das größte Spulenpaar sind die MOT-Spulen. Die Atome werden von den MOT-Spulen in die weiter hinten liegenden Fallen-Spulen transferiert. Die Fallen-Spulen bilden mit den Ioffedrähten eine Ioffefalle.

der Spulenstrom der unteren MOT-Spulen durch den gleichen Faktor dividiert. Dies führt dazu, dass die Atome leicht unterhalb des eigentlichen Nullpunktes umgeladen werden. Wir konnten damit die Atome mit niedrigeren Temperaturen umladen. Der Grund hierfür liegt darin, dass die Atome während der Umpumpphase leicht nach unten beschleunigt werden, da wir das Umpumplicht nur von oben aus einer Richtung einkoppeln können. Zusätzlich hat es sich bewährt, die Transferspulen während des Umladens auf einen Strom von 0.4 A zu rampen. Dadurch kann die horizontale Komponente des Erdmagnetfeldes teilweise kompensiert werden. Der MOT-Strom von 5 A wird jetzt über einen Zeitraum von 500 ms gehalten, in denen das Rubidiumgas thermalisieren kann. Danach wird der Strom in 300 ms auf 4 A gefahren. Der MOT-QP besitzt jetzt einen Feldgradienten von 24 G/cm und eine Falltiefe von etwa 40 G. Mit unserer Apparatur können bis zu $5 \cdot 10^8$ Rubidiumatome bei Temperaturen im Bereich von $80 \mu\text{K}$ bis $130 \mu\text{K}$ gespeichert werden. Die Temperatur hängt vor allem davon ab, ob die Melasse für Rubidium oder Lithium optimiert ist. Die Zahl der gespeicherten Lithiumatome beträgt ungefähr $3 - 5 \cdot 10^7$ Atome. Die Temperatur des Lithiums lässt sich nur schwer bestimmen. Sie liegt aber mit einigen hundert μK deutlich

über der von Rubidium.

Der gesamte Magnetfallenaufbau ist, wie in Abbildung (3.32) zu sehen ist, aus drei Spulenpaaren aufgebaut. Im ersten größten Spulenpaar wird die MOT betrieben und die Atome werden hier in die reine Magnetfalle der MOT-Spulen umgeladen. Danach werden die Atome über die Transferspulen in die Fallenspulen transferiert. Bei diesem Transfer werden die Atome adiabatisch komprimiert. Dabei erhöhen sich Dichte und Temperatur so, dass die Phasenraumdicke konstant bleibt.

$$n\Lambda^3 \sim n \cdot T^{-\frac{3}{2}} = \text{const.}$$

Die Fallentiefe ist ein kritischer Parameter, da die Atome bei diesem Transfer geheizt werden. Typischerweise können 60% der Rubidiumatome in den Quadrupol der Fallenspule umgeladen werden. Die Transfereffizienz für Lithium lässt sich nur schwer bestimmen, da eine Absorptionaufnahme des adiabatisch geheizten Lithiums nach dem Ausschalten der Fallenspulen nicht möglich ist. Theoretische Abschätzungen für die Transfereffizienz liegen im Bereich weniger Prozent.

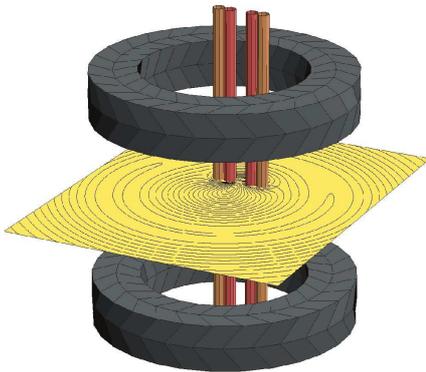


Abbildung 3.33: Die Ioffefalle: Die Ioffefalle wird mit Hilfe der Fallenspulen und vier parallel zur Symmetrieachse der Spulen verlaufenden Drähten generiert. Der Strom in den Drähten fließt rechts und links entgegengesetzt.

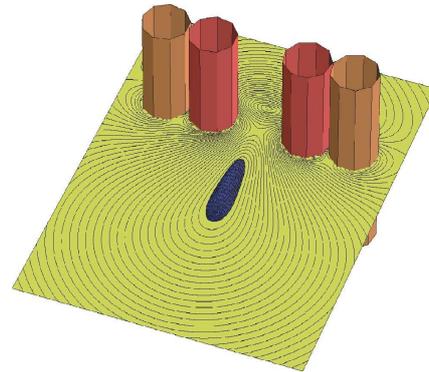


Abbildung 3.34: Detailansicht der Atome in der Ioffefalle: Zwischen den beiden Drähtepaaren besitzt die Falle einen optischen Zugang in axialer Richtung. Hier kann z.B. eine optische Dipolfalle implementiert werden.

Die Fallenspulen werden typischerweise bei 5 A betrieben und erzeugen ein Quadrupolfeld mit einem Einschluss von etwa 140 G/cm. Die Fallentiefe beträgt 85 G. Durch vier parallel zu Symmetrieachse verlaufende Drähte (Abbildung 3.33 und 3.34) wird eine Ioffefalle erzeugt. Die inneren und äußeren Ioffedrähte sind

an zwei getrennte Stromtreiber angeschlossen und können mit maximal 20 A versorgt werden. Die Drähte besitzen einen Durchmesser von 2 mm und sind mit Kapton isoliert. Sie sind direkt auf Kupfer geklebt. Dadurch ist eine optimale Wärmeabfuhr garantiert. Der Maximalstrom ist durch die Stromtreiber (20 A) begrenzt. Aufgrund der guten thermischen Anbindung wäre ein weit höherer Strom möglich. Die inneren und äußeren Ioffedrähte werden, zum Umladen der Atome in die Ioffefalle innerhalb von 100 ms auf 20 A bzw. -20 A gefahren. In weiteren 100 ms wird der Strom in den äußeren Drähten von -20 A auf $+20$ A umgepolt. So kann gewährleistet werden, dass die Atome in einer möglichst tiefen Falle umgeladen werden. Diese so entstandene Falle ist mit etwa 80 G sehr tief. Dafür besitzt sie aufgrund ihres hohen Offsetfeldes $B_0 = 20.6$ G aber nur sehr geringe Fallenfrequenzen⁵ ($\omega_{r_1} = 2\pi \cdot 80.3$ Hz, $\omega_{r_2} = 2\pi \cdot 67.6$ Hz, $\omega_a = 2\pi \cdot 42.7$ Hz). Die daraus resultierenden niedrigen Stoßraten sowohl für Rb-Rb-Stöße als auch für Rb-Li-Stöße bieten nur unzureichende Voraussetzungen für das evaporative und sympathetische Kühlen. Deswegen werden die Ströme in den Ioffedrähten auf 12 A (innen) und 6.5 A (außen) gefahren. So entsteht eine Ioffefalle mit Fallenfrequenzen von $\omega_{r_1} = 2\pi \cdot 206.0$ Hz, $\omega_{r_2} = 2\pi \cdot 199.9$ Hz, $\omega_a = 2\pi \cdot 50.1$ Hz und einem Offsetfeld von 3.5 G. In der Zeit, in der die Ioffefalle auf ihre endgültigen Werte gefahren wird, wird bereits das Rubidium mit einer Mikrowelle evaporativ gekühlt. Das Kühlen und das Herunterfahren der Falle zu geringeren Fallentiefen und hohen Fallenfrequenzen findet gleichzeitig statt. Der genaue Verlauf der Kühlrampe und eine detaillierte Beschreibung der Ioffefalle und des Transfers zwischen MOT-Spulen und Fallen-Spulen sind in der Dissertationsschrift von C.Silber [45] zu finden.

3.5.5 Kühlen mit der Mikrowelle

Die meisten BEC-Experimente benutzen zum evaporativen Kühlen ein RF-Messer, welches Übergänge zwischen den einzelnen Zeemanunterniveaus induziert. Im Gegensatz dazu benötigen wir ein Mikrowellenmesser, welches für Rubidium Übergänge zwischen der vollen Hyperfeinstruktur ($F = 2 \rightarrow F' = 1$) des Grundzustandes induziert. Mit einem normalen RF-Messer werden Lithium und Rubidium gleichermaßen aus der Falle entfernt. Die Zeeman-Aufspaltung der Lithium- und Rubidium-Zustände verläuft quasi identisch. Mit der Mikrowelle kann selektiv Rubidium aus der Falle entfernt und so gekühlt werden.

⁵Rb $|2\ 2\rangle$

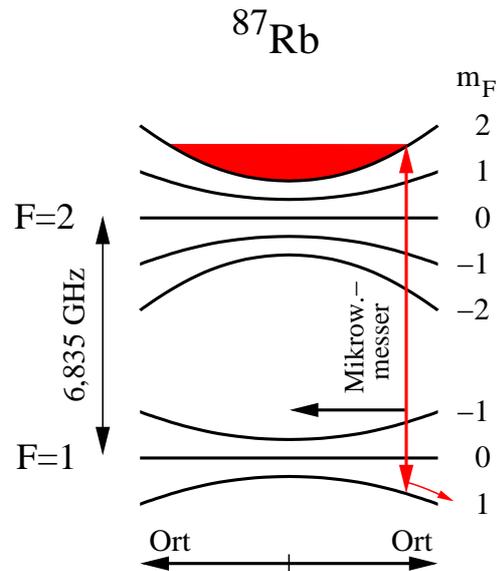


Abbildung 3.35: Rubidium wird über die gesamte Hyperfeinstruktur mit einer Mikrowelle bei 6.835GHz gekühlt. So kann selektiv nur das Rubidium aus der Falle entfernt werden.

Wir benutzten einen Mikrowellengenerator⁶, der über einen Prozessrechner angesteuert werden kann. Der Mikrowellengenerator lässt sich analog über 20 MHz verstimmen. Da dies nicht für die gesamte Kühlrampe (typ. 200 MHz) ausreicht, ist im Generator eine Liste von Frequenzpunkten der Kühlrampe im Abstand von 20 MHz eingetragen. Diese Punkte werden über einen externen Trigger angesteuert. Zwischen den Punkten wird die Kühlrampe analog gefahren. Somit können wir die Mikrowelle über große Frequenzbereiche verstimmen. Das Ausgangssignal von +10 dBm wird mit einem 2 W-Mikrowellenverstärker⁷ auf etwa +35 dBm verstärkt und auf eine eigenentwickelte Helixantenne [58] gegeben. Die Antenne ist sehr klein und besitzt einen starken Richtcharakter (Gain $\approx +12$ dB). Sie wird vor dem Fenster der Ioffe-Abbildung positioniert und direkt auf die Falle gerichtet.

Mit der Mikrowelle werden die Atome vom gebundenen Zustand $|F = 2 m_F = 2\rangle$ in den nicht gebundenen Zustand $|F = 1 m_F = 1\rangle$ gekoppelt. Dabei startet die Frequenz oberhalb der Resonanz und wird dann so weit wie gewünscht an die Resonanz herangefahren. Auf diese Weise lassen sich Rubidiumkondensate mit einer Atomzahl von $5 \cdot 10^5$ Atomen in etwa 15 s Kühltdauer erzeugen.

⁶SMR 20 Rhode&Schwarz

⁷Microwave Amplifier, AM25-6.3-7.3-30-33

Sympathetisches Kühlen von Lithium

Beim sympathetischen Kühlen von Lithium mit Rubidium haben sich zwei Punkte als kritisch herausgestellt. Als wichtigster Punkt sind die falschen Spinzustände von Rubidium zu nennen. Die Zustände $\text{Rb } |21\rangle$ und $\text{Rb } |1-1\rangle$ sind von Anfang an zu kleinen Teilen zusätzlich zu den gewünschten Zuständen $\text{Rb } |22\rangle$ vorhanden. Da wir aber mit geringen Atomzahlen von Lithium arbeiten, sind spinändernde Stöße mit den falschen Rubidium-Zuständen von großer Bedeutung. Die möglichen inelastischen Stoßkanäle sind im Folgenden dargestellt:

$$\begin{aligned}
 |2\ 1\rangle + \left| \frac{3}{2}\ \frac{3}{2} \right\rangle &\longrightarrow |2\ 2\rangle + \left| \frac{3}{2}\ \frac{1}{2} \right\rangle \\
 |2\ 1\rangle + \left| \frac{3}{2}\ \frac{3}{2} \right\rangle &\longrightarrow |2\ 2\rangle + \left| \frac{1}{2}\ \frac{1}{2} \right\rangle + \nu_{Li_{HFS}} \\
 |2\ 1\rangle + \left| \frac{3}{2}\ \frac{3}{2} \right\rangle &\longrightarrow |1\ 1\rangle + \left| \frac{3}{2}\ \frac{3}{2} \right\rangle + \nu_{Rb_{HFS}} \\
 |1\ -1\rangle + \left| \frac{3}{2}\ \frac{3}{2} \right\rangle &\longrightarrow |1\ 0\rangle + \left| \frac{3}{2}\ \frac{1}{2} \right\rangle + \nu_{Rb_{Zee}} + \nu_{Li_{Zee}} \\
 |1\ -1\rangle + \left| \frac{3}{2}\ \frac{3}{2} \right\rangle &\longrightarrow |1\ 0\rangle + \left| \frac{1}{2}\ \frac{1}{2} \right\rangle + \nu_{Li_{HFS}} + \nu_{Rb_{Zee}} + \nu_{Li_{Zee}} .
 \end{aligned}$$

All diese Prozesse führen dazu, dass Lithium aus dem Zustand $\left| \frac{3}{2}\ \frac{3}{2} \right\rangle$ entfernt wird. Um das Lithium erfolgreich sympathetisch zu kühlen, ist es sehr wichtig, dass das Rubidiumgas über den gesamten Kühlprozess eine reines spinpolarisiertes $\text{Rb } |2\ 2\rangle$ Gas ist.

Die Rubidiumatome im Zustand $|1\ -1\rangle$ werden nach dem Anschalten der Ioffe-Falle auf je 20 A in der noch flachen, dafür aber tiefen Ioffe-Falle entfernt. Die Mikrowelle startet 110 MHz unterhalb der Resonanz und wird dann in einer Sekunde bis auf Resonanz gefahren. Dabei werden alle Atome aus dem gebundenen $|1\ -1\rangle$ in den nicht gebundenen $|2\ -2\rangle$ Zustand transferiert (Abbildung 3.36) und aus der Falle entfernt. Aufgrund des hohen Offsetfeldes ($B_0 = 20\text{ G}$ für $\text{Rb } |22\rangle$) bleiben die Atome im Zustand $|2\ 2\rangle$ von der Radiofrequenz unbeeinflusst. Ein kleiner Teil der Atome, der bei dieser ersten Spinbereinigung weiterhin im Zustand $|1\ -1\rangle$ verbleibt, wird am Ende der Kühlrampe innerhalb von 50 ms mit einer feststehenden Mikrowellenfrequenz aus der Falle entfernt. Die Entfernung der Rubidiumatome aus dem unerwünschten $|1\ -1\rangle$ Zustand ist mit dieser Methode sehr effizient möglich.

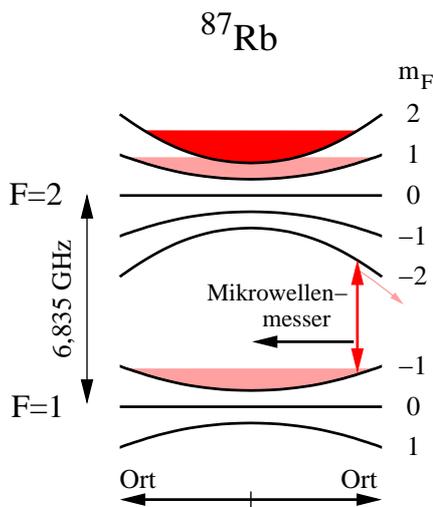


Abbildung 3.36: Mit einer variablen Mikrowelle unterhalb der Resonanz werden die Rubidiumatome aus dem Zustand $|1 -1\rangle$ entfernt.

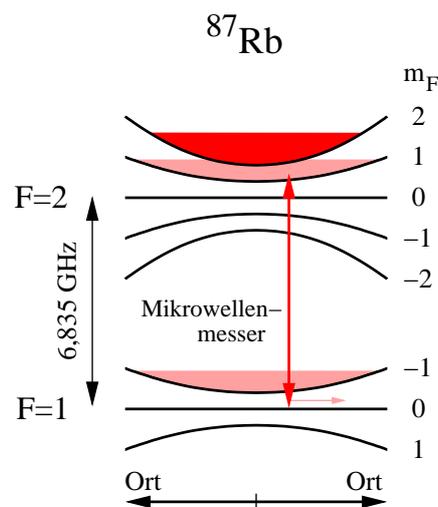


Abbildung 3.37: Die Rubidiumatome im Zustand $|2 1\rangle$ werden mit frequenzfesten Mikrowellenpulsen (30ms) nah am Fallenminimum entfernt.

Dem unerwünschten Spinzustand $|2 1\rangle$ muss mehr Aufmerksamkeit geschenkt werden. Dieser Zustand wird während der Mikrowellenkühlphase ständig nachproduziert. Spinändernde Stöße mit Rb [22] sind zwar für diesen Zustand ein Verlustkanal, jedoch ist dieser Kanal wohl zu schwach, so dass im Gleichgewicht eine nicht zu vernachlässigende Anzahl von Atomen im $|2 1\rangle$ -Zustand gespeichert ist. Mögliche Prozesse, die für die kontinuierliche Bevölkung des Zustandes in Frage kommen, werden im nächsten Kapitel in Abschnitt (4.4) diskutiert. Der Zustand $|2 1\rangle$ wird im letzten Drittel der Kühlphase insgesamt 12 mal entleert. Aufgrund des unterschiedlichen Offsetfeldes sind beide Zustände energetisch getrennt. Mit einer Mikrowelle kann man nun selektiv Übergänge vom gebundenen Zustand $|2 1\rangle$ in den nicht gebundenen Zustand $|1 0\rangle$ induzieren (Abbildung 3.37). Die Mikrowelle wird dazu nah am Fallenminimum bei fester Frequenz für etwa 30 ms eingestrahlt. Auf diese Weise kann man die Besetzung des unerwünschten Zustandes $|2 1\rangle$ stark reduzieren, so dass die Verluste für Lithium tolerierbar sind. Eine konsequente Lösung besteht darin, über die gesamte Zeit des Kühlens eine zweite Festfrequenz für die kontinuierliche Entleerung des $|2 1\rangle$ -Zustandes einzustrahlen. Hierzu wird allerdings eine zweite Mikrowellenquelle⁸ mit Verstärker und Antenne benötigt. Diese Lösung ist für die Zukunft geplant.

⁸VCO CRM-6835-15P Miteq, Parzich GmbH

Die konsequente Bereinigung der unerwünschten Spinzustände von Rubidium war der Schlüssel für das sympathetische Kühlen von Lithium. Ohne diese Bereinigung gehen während der Kühlphase alle Lithiumatome verloren. Wir können mit einer Kühlrampe von 25 s etwa $2 \cdot 10^5$ Lithiumatome ins entartete Regime kühlen (Abschnitt 4.1). Es gibt aber noch einen zweiten kritischen Punkt, der beim sympathetischen Kühlen von Lithium beachtet werden muss. Lithium besitzt eine um 14 mal kleinere Masse als Rubidium und besitzt daher in der Magnetfalle bei gleicher Temperatur eine um den Faktor 3.8 mal höhere Geschwindigkeit. Majorana-Spinübergänge im Zentrum der Falle sind daher für Lithium stärker und erfordern ein höheres Offsetfeld, um diese Verluste zu minimieren.

3.6 Abbildung der Atome

Nachdem der Prozess am Ende der Kühlrampe angekommen ist, wird die Ioffefalle abgeschaltet. Wir können die Falle in minimal $100 \mu\text{s}$ ausschalten. Je schneller die Falle ausgeschaltet wird, desto mehr Wirbelströme entstehen. Daher benutzen wir typischerweise Ausschaltzeiten von $500 \mu\text{s}$. Nach einer einstellbaren Fallzeit, die zwischen 10 und 20 ms liegt, werden drei Bilder aufgenommen. Aus diesen Aufnahmen lassen sich Atomzahl und Impulsverteilung der Atome bestimmen.

$I_{\text{Atome}}(x, y)$ 1. Bild mit Atomen

$I_0(x, y)$ 2. Bild ohne Atome

$I_{\text{Leer}}(x, y)$ 3. Bild Leerbild

Dort, wo sich Atome im Abbildungsstrahl befinden, werden Photonen aus dem Abbildungsstrahl gestreut. Das führt dazu, dass die Atome als Schatten im Abbildungsstrahl sichtbar werden. Diese Verteilung lässt sich folgendermaßen beschreiben:

$$I_{\text{Atome}}(x, y) = I_0(x, y) \cdot e^{-\sigma \int dz n(x, y, z)} = I_0(x, y) \cdot e^{-D_{\text{opt}}} .$$

Im Exponenten der e -Funktion stehen der Streuquerschnitt und die integrierte Dichte der Atome in Abbildungsrichtung $\eta(x, y) = \int dz n(x, y, z)$. Mit Hilfe der bekannten Streurrate σ kann die integrierte Atomdichte $\eta(x, y)$ bestimmt werden.

$$D_{\text{opt}} = -\ln \left(\frac{I_{\text{Atome}}(x, y) - I_{\text{Leer}}(x, y)}{I_0(x, y) - I_{\text{Leer}}(x, y)} \right) = \sigma \eta(x, y)$$

$$\sigma = C^2 \cdot \frac{3\lambda^2}{2\pi} \cdot \frac{1}{1 + 4 \left(\frac{\Delta}{\Gamma}\right)^2}$$

Der Koeffizient C^2 ist eine Mittelung der Clebsch-Gordan-Koeffizienten über die möglichen Übergänge. Für Rubidium ergibt sich $C_{Rb}^2 = 7/15$, für Lithium $C_{Li}^2 = 1/2$.

4 Messungen und Diskussion

4.1 Sympathetisches Kühlen von Lithium ins entartete Fermiregime

Mit dem experimentellen Zyklus, der in Abschnitt (3.5) beschrieben ist, ist es möglich, Lithium sympathetisch bis ins entartete Fermigasregime zu kühlen. Um das Lithium erfolgreich kühlen zu können, sind einige wichtige Punkte zu beachten. Aufgrund der kleinen interatomaren Streulänge a_{RbLi} (Abschnitt 4.2) ist eine möglichst lange Thermalisierungszeit der beiden Gase von großer Bedeutung. Wir konnten beobachten, dass mit zunehmender Kühldauer mehr Lithium sympathetisch gekühlt wurde. Mit unserem Experiment sind wir bei einer kontinuierlichen Experimentabfolge auf etwa 25 s Kühldauer beschränkt, da sich sonst die Fallenspulen zu stark erwärmen. Weiterhin ist es sehr wichtig, die falschen Spinzustände der Rubidiumatome zu entfernen (Abschnitt 3.5.5). Vor allem die Rubidiumatome im Zustand $|2\ 1\rangle$ führen zum Totalverlust der Lithiumatome während der Kühlphase. Die Rubidiumatome im Zustand $|1\ -1\rangle$ stellten sich ebenfalls als Verlustfaktor heraus, allerdings waren die Verluste hier nicht so drastisch wie für den Zustand $|2\ 1\rangle$. Des Weiteren war es wichtig, ein hohes Offsetfeld zu wählen. Experimente bei einem Offsetfeld von 0.5 G waren trotz höherer Fallenfrequenzen und kürzerer Thermalisierungszeiten wegen erhöhter Lithiumverluste durch Majorana-Spinflips nicht erfolgreich.

Beachtet man all diese Punkte, so ist es möglich, Lithium sympathetisch mit Rubidium zu kühlen. In Abbildung (4.1) sind Absorptionenaufnahmen von Rubidium und Lithium in der Falle gezeigt. Der dargestellte Temperaturbereich reicht von $12\ \mu\text{K}$ bis etwa $0.3\ \mu\text{K}$. Die kritische Temperatur für Rubidium liegt bei etwa $0.7\ \mu\text{K}$. Die Atomzahl der Lithiumatome beträgt etwa $2 \cdot 10^5$. Die Rubidiumatomzahl nimmt ständig ab, da die Wolke evaporativ gekühlt wird. Diese Aufnahmen sind mit einer Evaporationsdauer von 25 s entstanden. Zusätzlich wurde das Gemisch am Ende des Kühlprozesses noch 1 s gespeichert (mit Mikrowellenabschirmung), um eine möglichst gute Thermalisierung beider Komponenten zu gewährleisten.

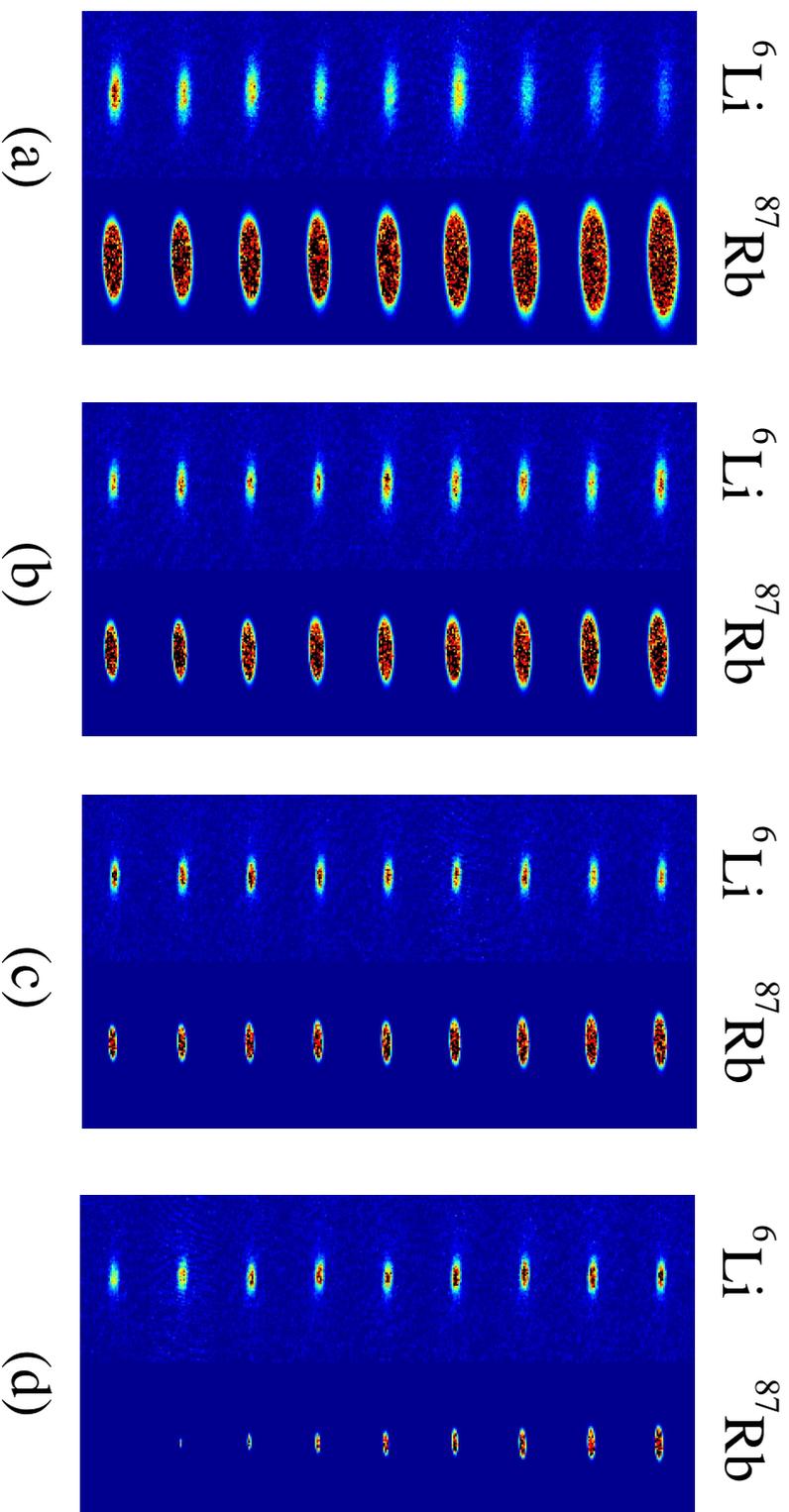


Abbildung 4.1: Diese Abbildung zeigt die Lithium- und Rubidiumatome in der Magnetfalle für verschiedene Temperaturen. (a) Temperaturbereich $12.1\ \mu\text{K} \dots 5.6\ \mu\text{K}$, (b) Temperaturbereich $5.3\ \mu\text{K} \dots 2.7\ \mu\text{K}$, (c) Temperaturbereich $2.5\ \mu\text{K} \dots 960\ \text{nK}$, (d) Temperaturbereich $800\ \text{nK} \dots 300\ \text{nK}$ (drittleztes Bild) (Bei den beiden vorletzten Bildern handelt es sich um reine Kondensate. Eine genaue Temperaturbestimmung ist hier nicht möglich.) Die Zahl der Rubidiumatome nimmt von etwa $2.8 \cdot 10^7$ im ersten Bild (a) bis auf 0 im letzten Bild (d) kontinuierlich ab. Die Lithiumatomzahl liegt konstant bei etwa $2 \cdot 10^5$ Atomen.

Die Fermionen können über die Bosonen nicht auf beliebig kleine Temperaturen gekühlt werden. In Abschnitt (2.5) wurden die Grenzen dieses sympathetischen Kühlens besprochen. Um festzustellen, bis zu welcher Temperatur die Fermionen mit den Bosonen vollständig thermalisieren, muss deren Dichte- bzw. Impulsverteilung analysiert und mit den theoretisch zu erwartenden Verteilungen aus Abschnitt (2.4.1) verglichen werden. Im Allgemeinen liefert die Bestimmung der Impulsverteilung über TOF-Aufnahmen sehr gute Resultate. Die Atome werden mit niedriger optischer Dichte und etwa 10 bis 20 ms nach dem Ausschalten der Magnetfalle ohne Magnetfeld abgebildet. Nach dieser Fallzeit hat sich die Anfangsimpulsverteilung der Atome in eine Ortsverteilung umgewandelt, die unabhängig von der Anfangsortsverteilung der Atome ist. Für Lithiumatome ist dieses Verfahren aber schwierig, da die Atomeverteilung aufgrund der kleinen Atommasse sehr schnell expandiert. In Verbindung mit einer kleinen Atomzahl nimmt die optische Dichte innerhalb von kurzer Zeit (2 ms) so stark ab, dass Absorptionsabbildungen nicht mehr möglich sind. Wir sind daher auf die Analyse der Lithiumdichteverteilung in der Magnetfalle beschränkt.

In Abbildung (4.1) ist die Dichteverteilung der Lithium- und Rubidiumatome in der Magnetfalle dargestellt. Die Breiten in radialer und axialer Richtung müssen mit den theoretischen Breiten eines Fermigas verglichen werden. Wir haben dazu die Verteilung der Lithiumatome in der Falle an eine Gaußverteilung angepasst und so die Gaußbreiten der Dichteverteilungen bestimmt. Die in Abschnitt (2.4.1) hergeleiteten Breiten der Fermiverteilungen stimmen strenggenommen nur für das 2. Moment der Verteilung. Wird die Verteilung mit einer Gaußfunktion angenähert, so stimmt die Gaußbreite in guter Näherung mit dem 2. Moment der Verteilung überein. Für $T = 0$ ist die Gaußbreite um etwa 15% größer als das 2. Moment. Die Temperaturen und Teilchenzahlen der Rubidiumwolken wurden in je einer getrennten TOF-Aufnahme bestimmt. Unter der Annahme, dass das Lithium mit dem Rubidium thermalisiert, können wir so die theoretisch vorhergesagten Breiten der Fermionen- und Bosonenverteilung in der Falle mit den experimentellen Daten vergleichen.

In Abbildung (4.2) sind die Breiten der Lithium- und der Rubidiumverteilung in der Magnetfalle für die axiale und die radiale Richtung dargestellt. Alle experimentell bestimmten Breiten wurden durch den Faktor 1.15 dividiert, um den Verlauf im klassischen Bereich zu reproduzieren. Die Breiten der Bosonenverteilung in der Falle stimmten gut mit der Verteilung eines klassischen Gases (blaue Kurve) in der Falle überein. Erst für Temperaturen unterhalb von T_c weichen sie

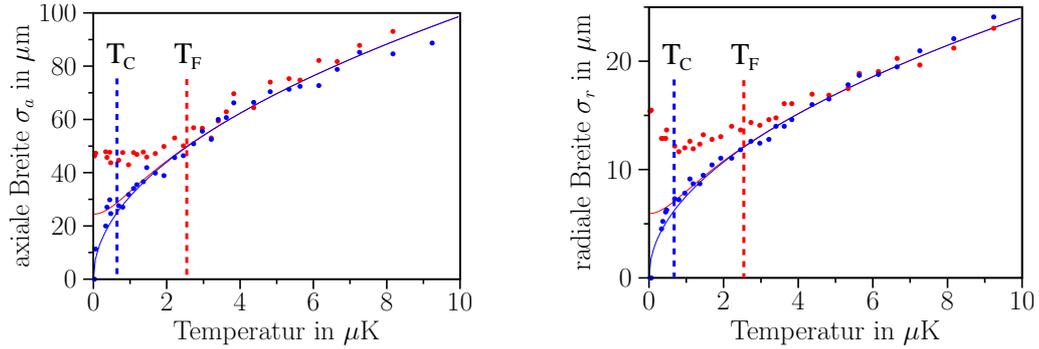


Abbildung 4.2: Dargestellt sind die axialen und radialen Breiten der Lithium- und Rubidiumatome in der Magnetfalle (Punkte). Dazu sind die theoretischen Breiten in unserer Falle für Fermionen (rot) und Boltzonen (blau) eingetragen. Die kritische Temperatur für die Bosonen liegt bei $T_c = 0.7 \mu\text{K}$. Die Fermitemperatur für $2 \cdot 10^5$ Lithiumatome liegt bei $T_F = 2.5 \mu\text{K}$.

von der klassischen Vorhersage ab. Diese Abweichungen sind aber mit unserem Abbildungssystem nicht aufzulösen. Die Breiten der Lithiumwolke weichen für Temperaturen unterhalb von etwa $2.5 \mu\text{K}$ stark von der theoretischen Vorhersage (rote Kurve) für Fermionen ab. Es scheint so, als würden sich die Lithiumatome bei etwa $T \approx 2 \mu\text{K}$ von der Rubidiumwolke thermisch abkoppeln. Weiterhin ist zu erwähnen, dass sich die radialen und axialen Breiten bei kleinen Temperaturen unterschiedlich verhalten. Die axiale Breite der Lithiumwolke erreicht für kleinere Temperaturen einen konstanten Wert von etwas unter $50 \mu\text{m}$. Im Gegensatz dazu steigt die radiale Breite für Temperaturen unterhalb von T_c wieder an. Grund hierfür ist wohl der schlechtere thermische Kontakt mit dem BEC. Dieses Verhalten sollte aber auch für die axiale Breite zu beobachten sein. Es ist nicht ganz klar, warum dieses Phänomen nur in der radialen Richtung auftritt. Im Folgenden möchte ich etwas genauer darauf eingehen, welche Gründe für das thermische Abkoppeln der Lithiumwolke eine Rolle spielen können.

4.1.1 Wärmekapazität

Die Wärmekapazität der Bosonen sollte während der gesamten Kühlphase größer als die der Fermionen sein. Für den klassischen Fall kann man die Wärmekapazität eines Gases leicht bestimmen:

$$C_{kl} = 3Nk_B .$$

Da die Wärmekapazität für Fermionen unterhalb T_F kleiner ist als für ein klassisches Gas und für Bosonen erst unterhalb von T_c die klassische Näherung nicht korrekt ist, können wir die Wärmekapazität der beiden Gase (bis T_c) klassisch nähern und so einfach die Teilchenzahlen der beiden Gase vergleichen. Aus Abbil-

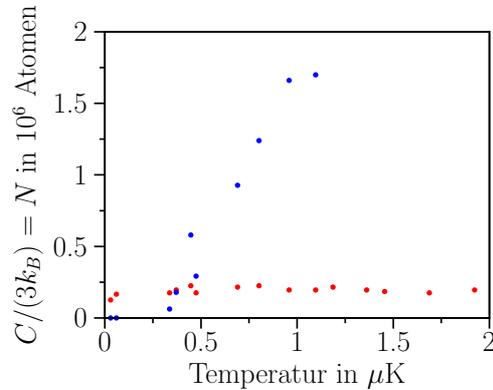


Abbildung 4.3: Dargestellt sind die Teilchenzahlen bzw. die Wärmekapazität für Lithium (rot) und Rubidium (blau, nur thermische Komponente) während der Kühlphase. Erst für Temperaturen kleiner $T = 0.5 \mu\text{K}$ wird die Rubidiumteilchenzahl kleiner als die der Fermionen.

dung (4.3) ist eindeutig zu erkennen, dass die Wärmekapazität der Rubidiumatome für Temperaturen oberhalb von $T = 0.5 \mu\text{K}$ größer ist als die der Fermionen. Die Wärmekapazität kann also nicht für das thermische Abkoppeln der Fermionen verantwortlich gemacht werden.

4.1.2 Stoßrate und Thermalisierungszeit

Eine weitere Möglichkeit für das beobachtete Abkoppeln der Lithiumatome ist eine zu lange Thermalisierungszeit der Lithiumatome mit der kalten Rubidiumwolke. Mit Hilfe der Gleichung (2.94) lässt sich die Stoßrate im Lithium-Rubidium-Gemisch für den klassischen Fall bestimmen. Über die Stoßrate lässt sich die Thermalisierungszeit für die Lithiumatome berechnen. In Abbildung (4.4) und (4.5)

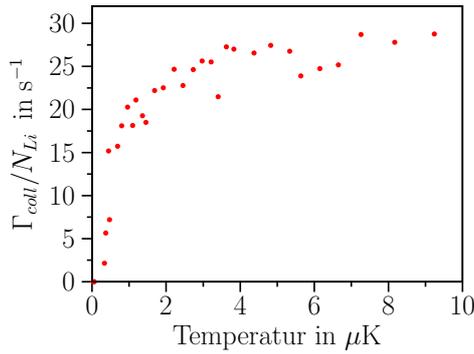


Abbildung 4.4: mittlere Stoßrate je Lithiumatom während der Kühlphase

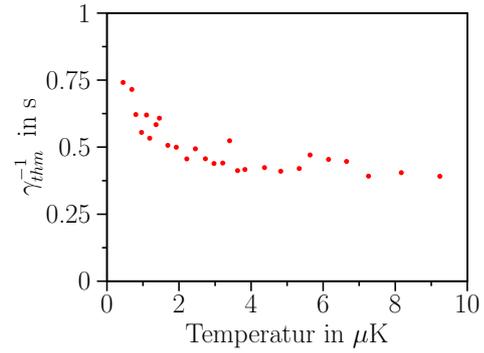


Abbildung 4.5: mittlere Thermalisierungszeit für Lithiumatome während der Kühlphase

sind sowohl die mittlere Stoßrate je Lithiumatom als auch die mittlere Thermalisierungszeit für die Lithiumatome aufgetragen. Die Thermalisierungszeit steigt von etwa 0.4 s am Anfang der Kühlphase ($T \approx 10 \mu\text{K}$) bis auf etwa 0.7 s gegen Ende der Kühlphase ($T \approx 1 \mu\text{K}$). Wir lassen das Gas nach der Kühlphase noch eine Sekunde thermalisieren. Diese Zeit liegt ungefähr im Bereich der benötigten mittleren Thermalisierungszeit. Für Temperaturen unterhalb der Fermitemperatur ist allerdings zu beachten, dass die klassische Stoßrate aufgrund der Quantenstatistik für Fermionen weiter unterdrückt wird (Abschnitt 2.5.2). Für $T/T_F = 0.2$ verringert sich die Stoßrate um den Faktor 10. Der Thermalisierungsprozess wird für kleine Temperaturen durch die kleine Stoßrate zwischen den beiden Gasen begrenzt. Allerdings sollte diese Grenze erst deutlich unterhalb von T_F in Erscheinung treten, im Gegensatz zu unseren Messungen in Abbildung (4.2).

4.1.3 Nachthermalisieren der Lithiumatome

Wir haben versucht, den Thermalisierungsprozess der Lithiumatome mit den Rubidiumatomen genauer zu analysieren. Dazu haben wir das Gemisch mit der normalen Kühlrampe sympathetisch auf etwa $1.2 \mu\text{K}$ gekühlt und für 2 s thermalisieren lassen. Während dieser Zeit wurde die Mikrowelle für Rubidium bei der Position belassen, die sie am Ende der Kühlphase erreicht hatte. Dadurch wird sichergestellt, dass die Rubidiumatome nicht während der Thermalisierungszeit aufgeheizt werden. Allerdings werden die Rubidiumatome dadurch weiter evaporativ gekühlt. Das führt zu einer Abnahme der Rubidiumatomzahl (Abbildung 4.6). Nach etwa 0.5 s stellt sich eine konstante Temperatur von etwa $0.7 \mu\text{K}$ ein,

wie in Abbildung (4.7) zu sehen ist. Für Lithium sind fast keine Atomzahlverluste

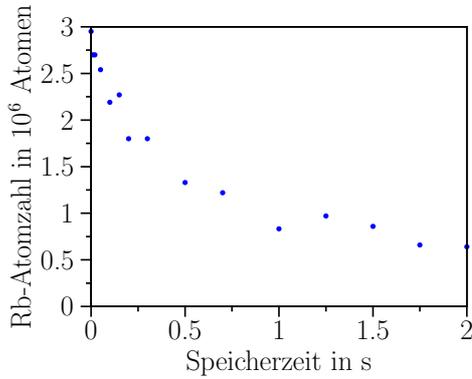


Abbildung 4.6: Rubidiumatomzahl während der Thermalisierungsphase

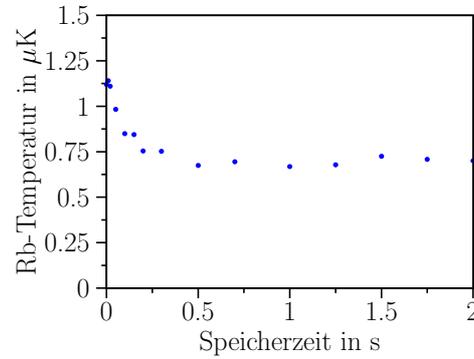


Abbildung 4.7: Rubidiumtemperatur während der Thermalisierungsphase

zu beobachten. Die Daten in Abbildung (4.8) lassen sich mit einer exponentiellen Lebensdauer $\tau_{Li} = 6\text{ s}$ (${}_{-3}^{+27}$) beschreiben. Interessant ist das Verhalten der axialen und radialen Breiten der Lithiumwolke, die in Abbildung (4.9) und (4.10) zu sehen sind. Sowohl für die axiale als auch für die radiale Breite der Lithiumwolke ist

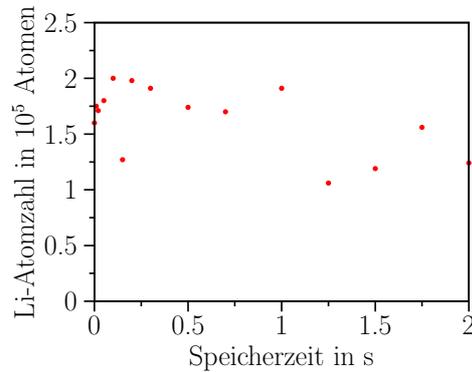


Abbildung 4.8: Lithiumatomzahl während der Thermalisierungsphase mit Rubidium: Lebensdauer $\tau_{Li} = 6\text{ s}$ (${}_{-3}^{+27}$)

zu beobachten, dass diese bis zu einer Thermalisierungszeit von etwa 1.25 s stetig abnehmen. Nach diesem Zeitpunkt aber nehmen die Breiten der Wolke wieder zu. Die Daten in Abbildung (4.9) und (4.10) schwanken stark, aber dieser Trend ist dennoch zu erkennen. Diese Zunahme der Lithiumbreiten lässt sich eigentlich nur dadurch erklären, dass die Lithiumwolke durch irgendeinen Prozess geheizt wird. Ist ein solcher Heizprozess vorhanden, erwartet man, dass sich für Lithium eine Gleichgewichtstemperatur einstellt. Dieses Gleichgewicht ist abhängig von der

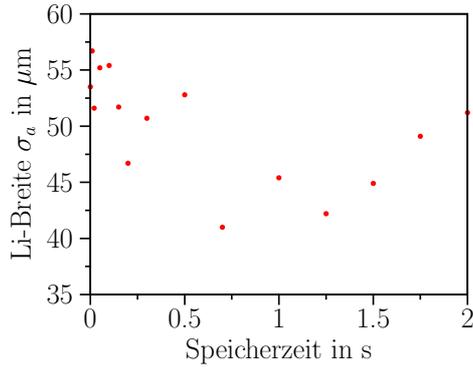


Abbildung 4.9: axiale Breiten der Lithiumwolke während der Thermalisierungsphase

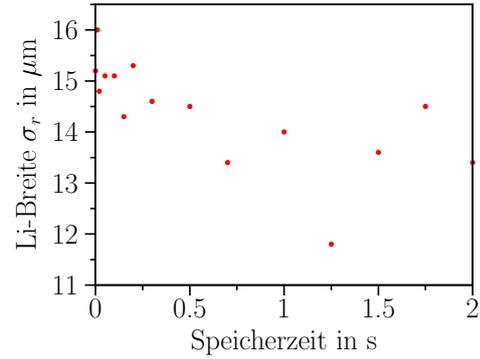


Abbildung 4.10: radiale Breiten der Lithiumwolke während der Thermalisierungsphase

Heizrates und der Thermalisierungszeit der Lithiumatome mit den Rubidiumatomen. Betrachtet man die Thermalisierungszeit der Lithiumatome während des Kühlprozesses in Abbildung (4.12), so kann festgestellt werden, dass sich diese um mehr als einen Faktor 2 vergrößert. Es würde also in das beschriebene Bild passen,

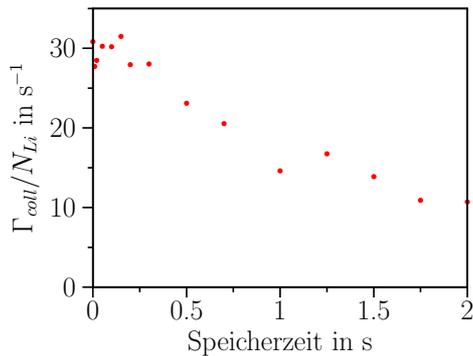


Abbildung 4.11: mittlere Stoßrate je Lithiumatom während der Thermalisierung

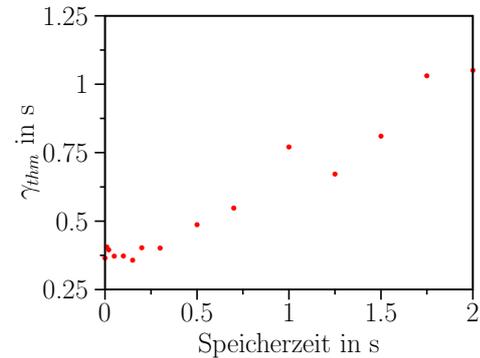


Abbildung 4.12: mittlere Thermalisierungszeit während der Thermalisierung

dass die Lithiumatome aufgrund der steigenden Thermalisierungszeit schlechter an das kalte Rubidiumreservoir angebunden sind und somit ihre Temperatur erhöhen. Ein solcher Heizprozess könnte auch das Verhalten der Lithiumbreiten in Abbildung (4.2) beschreiben. Durch solch einen Heizprozess ist die minimal zu erreichende Temperatur für die Fermionen beschränkt. Leider haben wir noch keine Analyse für einen solchen Heizprozess von Lithium durchgeführt. Daher muss diese Frage offen bleiben. Wir haben aber detaillierte Untersuchungen für das Heizen der Rubidiumatome durchgeführt (Abschnitt 4.3).

4.2 Bestimmung der Triplett-Streulänge

Wir haben ein Lithium-Rubidiumgemisch bei einer Temperatur von $12 \mu\text{K}$ präpariert. Das Rubidium wurde dann in 300 ms evaporativ auf etwa $5 \mu\text{K}$ gekühlt. Innerhalb von 3 s thermalisiert die Lithiumwolke vollständig mit den Rubidiumatomen. Die gemessenen Temperaturen für Lithium und Rubidium sind in Abbildung (4.13) dargestellt.

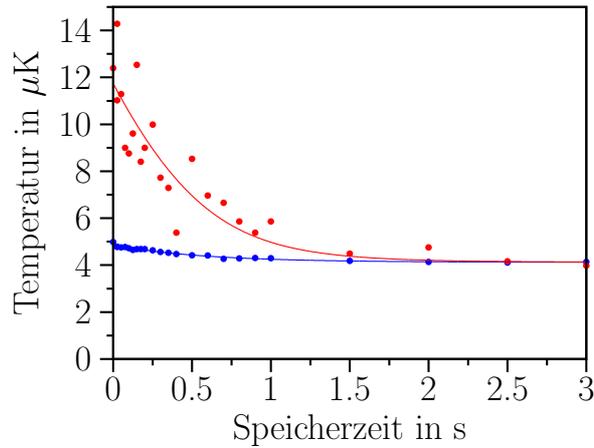


Abbildung 4.13: Thermalisierung zwischen Lithium und Rubidium. Rubidium wird schnell auf etwa $5 \mu\text{K}$ abgekühlt. Das Lithium thermalisiert danach mit der kalten Rubidiumwolke.

Die Thermalisierung eines solchen zweikomponentigen Systems kann mit einer einfachen Differenzialgleichung beschrieben werden [53]:

$$\frac{d(\Delta T)}{dt} = -\gamma_{thm}(T_{Rb}, T_{Li}) \Delta T . \quad (4.1)$$

Dabei ist ΔT die Temperaturdifferenz zwischen den beiden Gasen und γ_{thm} ist die Thermalisierungsrate:

$$\gamma_{thm} = \frac{\Gamma_{Li}}{2.7/\xi} .$$

Für eine Thermalisierung benötigt ein gleichatomiges Gas etwa 2.7 Stöße [52]. Für Atome unterschiedlicher Massen verringert sich der Energieübertrag je Stoß. Daher wird der Korrekturfaktor ξ eingeführt. Er beträgt in unserem Gemisch $\xi = 0.24$. Unser Lithium-Rubidium-Gemisch benötigt 11.2 Stöße für eine Thermalisierung. Die Stoßrate Γ_{Li} wird über die beiden Dichteverteilungen der Gase

und über den Betrag der interatomaren Streulänge a_{RbLi} bestimmt (Abschnitt 2.5.2). Über die Beschreibung des Thermalisierungsprozesses ist die Bestimmung der interatomaren Streulänge zwischen den Rubidiumatomen im Zustand $|2\ 2\rangle$ und den Lithiumatomen im Zustand $|\frac{3}{2}\ \frac{3}{2}\rangle$ möglich. Das Vorzeichen der Streulänge kann mit dieser Methode allerdings nicht bestimmt werden.

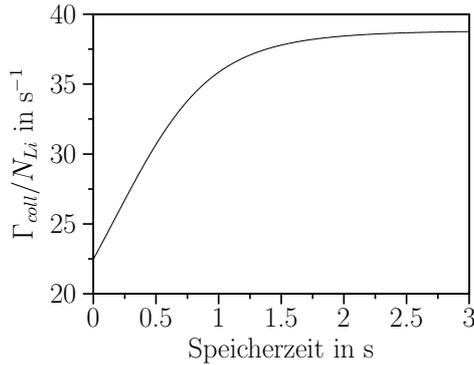


Abbildung 4.14: mittlere Stoßrate je Lithiumatom während der Thermalisierung

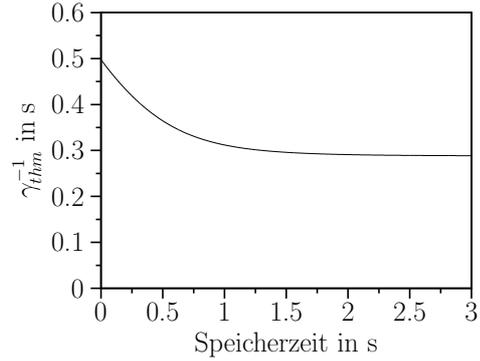


Abbildung 4.15: mittlere Thermalisierungszeit $\gamma_{thm}^{-1} = 2.7/(\xi \cdot \Gamma_{Li})$ während der Thermalisierung

Die Differenzialgleichung (4.1) beschreibt nur die Zeitentwicklung für die Temperaturdifferenz zwischen beiden Gasen. Wir sind daher folgendermaßen vorgegangen. Die Atomzahl der Rubidiumwolke beträgt $N_{Rb} = (1.3 \pm 0.6) \cdot 10^7$, die der Lithiumwolke etwa $N_{Li} = (2 \pm 1) \cdot 10^5$ Atome. Da $N_{Li} \ll N_{Rb}$ ist, wird kein Einfluss der Lithiumwolke auf die Rubidiumwolke erwartet. Die Rubidiumtemperatur wurde mit einer Exponentialfunktion angenähert, die den noch andauernden Evaporationsprozess gut beschreibt. Mit diesem bekannten Temperaturverlauf für Rubidium und der Differenzialgleichung (4.1) kann der Verlauf der Lithiumtemperatur numerisch bestimmt werden. Die Stoßrate ist während des Thermalisierungsprozesses nicht konstant, da sich der räumliche Überlapp der beiden Gase während der Thermalisierung ändert. Die Differenzialgleichung (4.1) ist daher nicht linear. In Abbildung (4.14) und (4.15) sind die Stoßrate je Lithiumatom und die mittlere Thermalisierungszeit während der Thermalisierung gezeigt.

Auf diese Weise lässt sich der Betrag der interatomaren Streulänge aus den gemessenen Lithium- und Rubidiumtemperaturen bestimmen [68, 69]:

$$|a_{T_{RbLi}}| = 21.6 \begin{pmatrix} +8 \\ -4 \end{pmatrix} a_0 . \quad (4.2)$$

Die gemessene Streulänge in dieser Spinkombination wird durch die reine Triplett-Streulänge $a_{T_{RbLi}}$ beschrieben. Die Streulänge aller anderen Spinkombinationen wird durch eine Mischung der Singulett- und Triplettstreulänge beschrieben. Um die Singulettstreulänge zu bestimmen, ist eine Thermalisierungsmessung mit einer anderen Spinnmischung nötig.

4.3 Heizen der Rubidium-Wolke mit und ohne Mikrowellenabschirmung

Wir haben das Heizen einer kalten Rubidiumwolke in unserer Ioffefalle untersucht. Dazu haben wir ein Rubidiumgas evaporativ auf etwa $7\ \mu\text{K}$ gekühlt. Das Gas wurde anschließend 16 s gespeichert. Während dieser Zeit wurden Temperatur und Atomzahl zu verschiedenen Zeitpunkten bestimmt. In Abbildung (4.16) zeigt die rote Kurve den Verlauf der Rubidiumtemperatur. Es ist ein deutliches Aufheizen der Atome zu beobachten. Am Anfang der Speicherzeit beträgt die

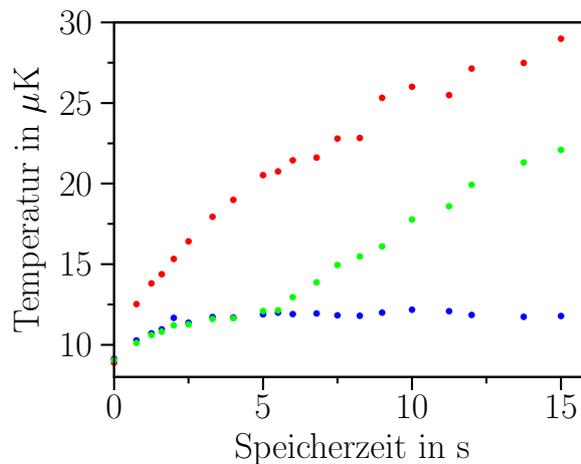


Abbildung 4.16: Temperaturverlauf für Rubidium während des Speicherns in der Magnetfalle. Die Atome wurden evaporativ auf etwa $10\ \mu\text{K}$ gekühlt und anschließend bis zu 16 s gespeichert. (rot) - ohne Mikrowellenabschirmung, (blau) - mit Mikrowellenabschirmung, (grün) - Mikrowellenabschirmung wird nach 5 s ausgeschaltet.

Heizrate etwa $1.7\ \mu\text{K}/\text{s}$. Nach einer Speicherdauer von 5 s reduziert sich die Heizrate leicht.

Eine detaillierte theoretische Beschreibung der Heizprozesse in kalten Gasen fehlt zur Zeit. Daher möchte ich nur einige Punkte ansprechen, die für das Heizen ver-

antwortlich sein könnten. Die Atome sind in der Magnetfalle von einer Wolke sehr viel heißerer Atome umgeben. Diese hochenergetischen Atome werden als Oortsche Wolke bezeichnet, in Anlehnung an die Oortsche Wolke in unserem Sonnensystem [70]. Die Atome dieser Wolke können mit den kalten Atomen in der Falle wechselwirken und so zu einem Heizen führen. Für die Bevölkerung der Oortschen Wolke sind verschiedene Prozesse denkbar. Zum Einen werden bei der Evaporation nicht alle mit der Mikrowelle resonanten Atome aus der Falle entfernt. Ein kleiner Teil der Atome bleibt mit hoher Temperatur in der Falle. Zum anderen kann die Oortsche Wolke durch inelastische Prozesse (dipolare Relaxation, Dreikörperstöße, etc.) im kalten Ensemble und durch „*glancing collisions*“ [71] mit dem Hintergrundgas bevölkert werden. In beiden Fällen werden in dem kalten Gas heiße Atome erzeugt, deren Energie aber zu klein ist, die Falle zu verlassen. Diese Atome können direkt nach der Entstehung, beim Verlassen der kalten Wolke, Energie auf das kalte Gas übertragen. Danach können sie als Teil der Oortschen Wolke mit dem kalten Gas wechselwirken.

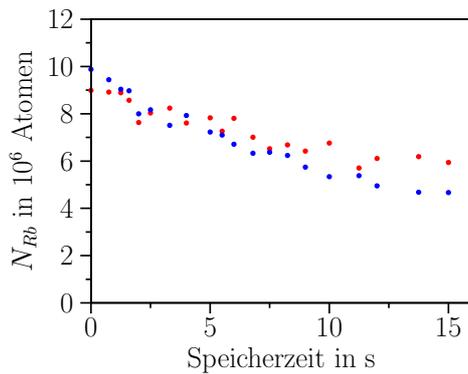


Abbildung 4.17: Atomzahlen während des Speicherns. (rot) - ohne Mikrowellenabschirmung, (blau) - mit Mikrowellenabschirmung

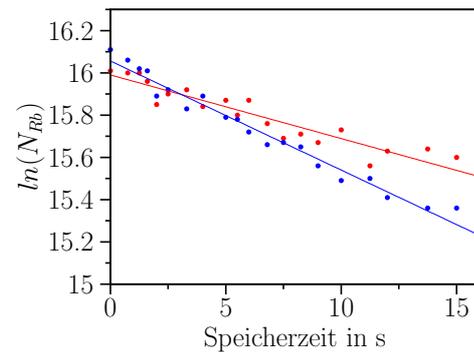


Abbildung 4.18: Lebensdauerbestimmung mit und ohne Mikrowellenabschirmung. (rot) - ohne Abschirmung $\tau \approx 32$ s, (blau) - mit Abschirmung $\tau \approx 19$ s

In der Praxis hat es sich bewährt, nach der Evaporation das Mikrowellenmesser bei einer konstanten Frequenz etwas oberhalb der kalten Atome zu belassen. Das Heizen der Atome kann auf diese Weise sehr effizient unterdrückt werden. Heiße Atome aus der Oortschen Wolke werden, bevor sie die kalten Atome im Zentrum der Falle erreichen, aus der Falle entfernt. In Abbildung (4.16) zeigt die blaue Kurve den Temperaturverlauf der Atome mit Mikrowellenabschirmung.

Die Mikrowellenfrequenz wurde bei dieser Messung nach der Evaporation leicht erhöht, um ein weiteres Kühlen der Wolke zu verhindern. Durch die Mikrowelle kann das Heizen der kalten Atomwolke effizient unterdrückt werden. Die grüne Kurve in Abbildung (4.16) zeigt den Temperaturverlauf der Atome, wenn die Mikrowelle nach 5 s ausgeschaltet wird. Die Atome heizen sich nach dem Ausschalten wieder auf. In Abbildung (4.17) sind die Atomzahlen während des Speicherns dargestellt. Die roten Datenpunkte korrespondieren zu der Messung in (4.16) ohne Mikrowellenabschirmung, die blauen zur Messung mit Mikrowellenabschirmung. Die Lebensdauer der Atome ohne Abschirmung beträgt $\tau = 32$ s, mit Mikrowellenabschirmung verringert sich die Lebensdauer auf etwa $\tau = 19$ s. Es ist möglich, dass im kalten Gas hochenergetische Atome entstehen, die ohne Mikrowellenabschirmung mit den kalten Atomen thermalisieren und zum beobachteten Heizen führen. Mit Mikrowellenabschirmung werden diese Atome entfernt und das Heizen kann unterdrückt werden. Eine umfassende Beschreibung und Analyse der Heizprozesse kann an dieser Stelle aber leider nicht gegeben werden.

4.4 Bevölkerung des Rb $|2\ 1\rangle$ - Zustandes durch dipolare Relaxation

Während des evaporativen Kühlens der Rubidiumatome im Zustand $|2\ 2\rangle$ haben wir beobachtet, dass der Zustand $|2\ 1\rangle$ kontinuierlich bevölkert wird. Diese Atome werden sympathetisch mit den Rubidiumatomen im Zustand $|2\ 2\rangle$ gekühlt. Eine Kondensation der Atome im Zustand $|2\ 1\rangle$ haben wir nicht beobachtet. Durch das evaporative Kühlen werden Rubidiumatome aus dem Zustand $|2\ 2\rangle$ mit einer Mikrowelle entfernt. Die Mikrowelle koppelt die Rubidiumatome im Zustand $|2\ 2\rangle$ mit dem nicht gebundenen Zustand $|1\ 1\rangle$ im Grundzustand der Hyperfeinstruktur. Atome am Rand der Ioffefalle werden durch das Magnetfeld in Resonanz mit der Mikrowelle gestimmt und können die Falle verlassen. Der Zustand $|2\ 1\rangle$ wird durch die Mikrowelle mit dem ungebundenen Zustand $|1\ 0\rangle$ gekoppelt. Diese Kopplung findet aber aufgrund der flacheren Potenziale weiter außen statt. Da beide Spinkomponenten durch elastische Stöße miteinander thermalisieren, bleiben die Rubidiumatome im Zustand $|2\ 1\rangle$ nahezu unbeeinflusst von der Mikrowelle.

Wir haben den Entstehungsprozess der Rubidiumatome im Zustand $|2\ 1\rangle$ untersucht. Dazu haben wir ein fast reines Rubidiumensemble aus $8 \cdot 10^6$ Rubi-

diumatomen im Zustand $|2\ 2\rangle$ präpariert. Über eine Speicherzeit von 3 s haben wir die Entstehung der Rubidiumatome im Zustand $|2\ 1\rangle$ beobachtet. Die beiden Spinkomponenten lassen sich in einer TOF-Aufnahme trennen, wenn die Falle langsam (100 ms) ausgeschaltet wird. In den Abbildungen (4.19) und (4.20) sind die Atomzahlen für beide Rubidiumzustände aufgetragen. Die Zahl der Atome im Zustand $|2\ 1\rangle$ steigt in 3 s auf etwa $1.5 \cdot 10^5$ an. Für die Rubidiumatome im Zustand $|2\ 2\rangle$ ist keine signifikante Abnahme zu beobachten.

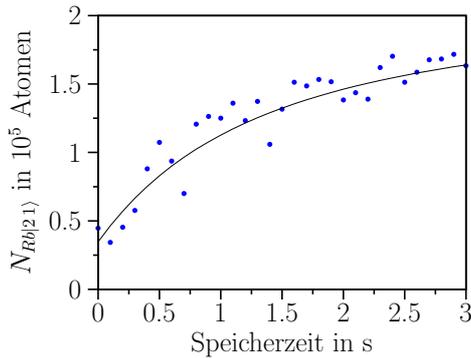


Abbildung 4.19: Rubidiumatome im Zustand $|2\ 1\rangle$

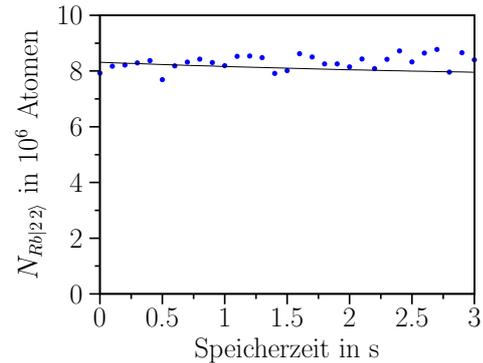


Abbildung 4.20: Rubidiumatome im Zustand $|2\ 2\rangle$

Während der Speicherzeit steigt die Temperatur der Rubidiumatome (keine Mikrowellenabschirmung) von $7\ \mu\text{K}$ auf etwa $15\ \mu\text{K}$ an.

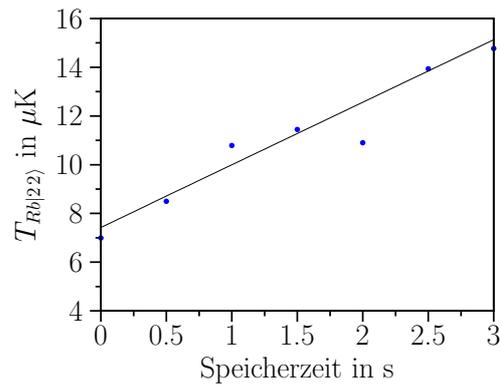


Abbildung 4.21: Temperaturverlauf der Atome im Zustand $|2\ 2\rangle$ während der Speicherzeit

Die Entstehung der Rubidiumatome im Zustand $|2\ 1\rangle$ kann über den Prozess der dipolaren Relaxation beschrieben werden. Bei diesem Prozess wechselwirken die

Spins zweier Rubidiumatome im Zustand $|2\ 2\rangle$ über die langreichweitige Dipol-Dipol-Wechselwirkung miteinander. Dabei kann sich der Spin eines oder beider Atome ändern und andere magnetisch gebundene Zustände der Falle bevölkern. Die zwei gekoppelten Differenzialgleichungen (4.3) und (4.4) beschreiben den zeitlichen Verlauf der Atomzahlen in beiden Zuständen:

$$\dot{N}_{Rb|22\rangle} = -G_{dip} \int n_{|22\rangle}^2(\mathbf{x}) d^3\mathbf{x} - G_{inel} \int n_{|22\rangle} n_{|21\rangle}(\mathbf{x}) d^3\mathbf{x} \quad (4.3)$$

$$\dot{N}_{Rb|21\rangle} = +G_{dip} \int n_{|22\rangle}^2(\mathbf{x}) d^3\mathbf{x} - G_{inel} \int n_{|22\rangle} n_{|21\rangle}(\mathbf{x}) d^3\mathbf{x}. \quad (4.4)$$

Der erste Term beschreibt die Entstehung der Rubidium $|2\ 1\rangle$ Zustände über die dipolare Relaxation, der zweite Term beschreibt den Zerfall der beiden Spin-komponenten über inelastische Prozesse wie zum Beispiel spinändernde Stöße. Die Ratenkoeffizienten für die jeweiligen Prozesse werden mit G_{dip} und G_{inel} bezeichnet. In [72] werden die dipolaren Ratenkoeffizienten für Rubidium theoretisch berechnet. Für ein Magnetfeld von 3.5 G ergibt sich ein Ratenkoeffizient von etwa $G_{dip} = (1..2) \cdot 10^{-15} \text{ cm}^3/\text{s}$. Zufällig ist genau für dieses Magnetfeld der Ratenkoeffizient, bei dem beide Atome im Zustand $|2\ 1\rangle$ enden, dominant. Die Ratenkoeffizienten für die anderen Ausgangskanäle sind in diesem Bereich nach der Theorie um über eine Größenordnung kleiner. In Abbildung (4.22) sind die Ratenkoeffizienten der dipolaren Relaxation aus Ref. [72] abgebildet. Für die inelastischen Ratenkoeffizienten gibt es leider keine theoretischen Vorhersagen. Diese Raten sind aber in der Regel viel höher als die dipolaren Raten.

Die Integrale aus den Gleichungen (4.3) und (4.4) können für klassische Gase mit den Dichteverteilungen aus Abschnitt (2.3.1) vereinfacht werden:

$$\int n_{|22\rangle}^2(\mathbf{x}) d^3\mathbf{x} = \left(\frac{m\tilde{\omega}^2}{4\pi k_B T} \right)^{\frac{3}{2}} N_{Rb|22\rangle}^2 \quad (4.5)$$

$$\int n_{|22\rangle} n_{|21\rangle}(\mathbf{x}) d^3\mathbf{x} = \left(\frac{m\tilde{\omega}^2}{6\pi k_B T} \right)^{\frac{3}{2}} N_{Rb|22\rangle} N_{Rb|21\rangle}. \quad (4.6)$$

Bei der Berechnung wurde berücksichtigt, dass die Rubidiumatome im Zustand $|2\ 1\rangle$ nur halb so stark gebunden sind wie die Atome im Zustand $|2\ 2\rangle$. Mit diesen Beziehungen und der Kenntnis des Temperaturverlaufes aus Abbildung (4.21) kann die Entstehung der Rubidiumatome im Zustand $|2\ 1\rangle$ berechnet werden. Die in den Abbildungen (4.19) und (4.20) eingezeichneten theoretischen Kurven zeigen die Lösung der gekoppelten Differenzialgleichungen (4.3) und (4.4). Für

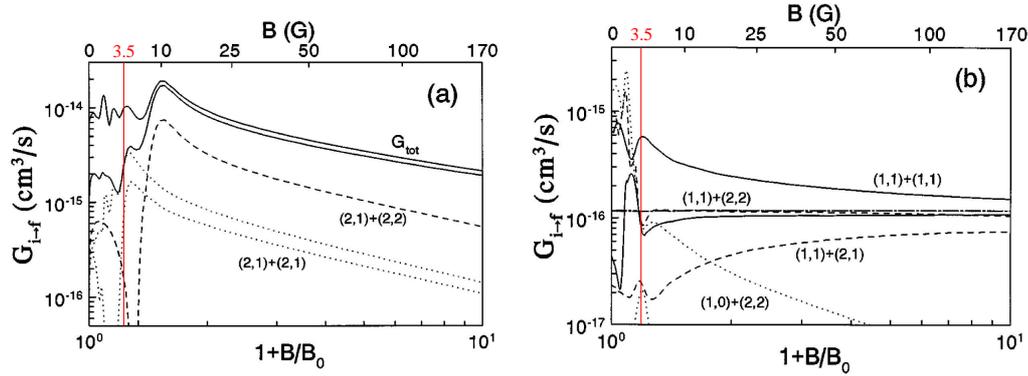


Abbildung 4.22: Dargestellt ist die Rate $G_{i \rightarrow f}$ der dipolaren Relaxation für ein spinpolarisiertes Gas aus ^{87}Rb -Atomen im Zustand $|2\ 2\rangle$ bei $T = 0$: (a) totale Übergangsrate G_{tot} und die dominierenden Teilraten, bei denen beide Atome nach dem Übergang im oberen Hyperfeinzustand ($F=2$) verbleiben; (b) die übrigen Teilraten. Horizontal ist die Größe $1 + B/B_0$ aufgetragen mit $B_0 = a_{\text{HF}}/(128\mu_B) = 19\text{ G}$. Für jede Übergangsrate repräsentieren zwei Linien die unteren und oberen Grenzen, die durch die Variation der Phase ϕ_S bestimmt wird. [72]

die beiden Raten ergeben sich aus den gemessenen Daten folgende Werte:

$$G_{dip} = (3.5 \pm 1.5) \cdot 10^{-15} \frac{\text{cm}^3}{\text{s}} \quad (4.7)$$

$$G_{inel} = (3 \pm 2) \cdot 10^{-13} \frac{\text{cm}^3}{\text{s}}. \quad (4.8)$$

Diese Daten stimmen gut mit den theoretischen Vorhersagen aus [72] überein. Der Fehler für die beiden Raten ist relativ groß, da sie beide über eine Messung bestimmt werden müssen. Wenn es möglich ist, die inelastische Rate getrennt zu messen, wäre eine wesentlich genauere Bestimmung der dipolaren Rate möglich. Der Prozess der dipolaren Relaxation beschreibt die Entstehung der Rubidiumatome im Zustand $|2\ 1\rangle$. Für jedes Atom, welches im Zustand $|2\ 1\rangle$ erzeugt wird, wird aufgrund der unterschiedlichen Potenziale die Energie $\frac{1}{2}\mu_B B_0$ freigesetzt. Diese Energie wird in Bewegungsenergie umgewandelt und führt zu einem Heizen der Atome. In unserem Beispiel erwartet man eine Temperaturänderung des Gemisches von etwa $1\ \mu\text{K}$. Den beobachteten Temperaturanstieg von etwa $7\ \mu\text{K}$ können wir so nicht erklären. Es ist aber möglich, dass bei der dipolaren Relaxation auch eines der beiden Atome im unteren Hyperfeinzustand endet. Bei diesem Prozess wird die gesamte Energie der Hyperfeinstruktur ($E_{\text{HF}} = h \cdot 6.8\text{ GHz}$) frei.

Diese Energie ist so groß, dass die Atome nicht mehr in der Falle gebunden sind. Es ist möglich, dass diese hochenergetischen Atome beim Verlassen der Falle einen Teil ihrer Energie an die Atome in der Falle übertragen, und so zum beobachteten Heizen führen.

5 **Ausblick**

Das Ziel unseres Experimentes ist die Erzeugung kalter heteronuklearer Li-Rb-Molekül-gase. Zur Zeit ist es weltweit noch keiner Gruppe gelungen, ultrakalte polare Gemische zu erzeugen. Es gibt theoretische Vorschläge, die Moleküle mit Hilfe von Feshbachresonanzen und Photoassoziation zu erzeugen. Dazu ist allerdings eine genaue Kenntnis der heteronuklearen Molekülpotenziale von großer Bedeutung. Für das ${}^6\text{Li}$ - ${}^{87}\text{Rb}$ -System stehen diese Daten noch nicht in ausreichender Genauigkeit zur Verfügung. Die einfachste Möglichkeit, die Potenziale zu bestimmen, ist die Vermessung von heteronuklearen Feshbachresonanzen. Diese Resonanzen können verhältnismäßig einfach in einer optischen Dipolfalle bestimmt werden. Sie liefern, wenn Resonanzen zu finden sind, sehr gute Daten für den Verlauf der Molekülpotenziale. Aus diesen Messungen kann die Singulett- und Triplett-Streulänge zwischen den Atomen sehr viel genauer bestimmt werden als über die Thermalisierungsmessung in Abschnitt (4.2).

Das Experiment wird daher um eine optische Dipolfalle erweitert, um diese Messungen durchzuführen. Bei der Entwicklung des Magnetspulenaufbaus wurde darauf geachtet, dass eine optische Falle einfach zu integrieren ist. Wir sollten daher bald in der Lage sein, nach Feshbachresonanzen suchen zu können.

Eine weitere Änderung ist der Umbau der Lithium-MOT von einer 4-Strahl- auf eine 6-Strahl-MOT. Sie bietet unverzichtbare Vorteile, besonders die Justage der MOT-Position wird entscheidend vereinfacht. Dies ist sehr wichtig, um die Atome möglichst kalt in die Magnetfalle umzuladen. Erst seit kurzem stehen uns neue Laserdioden zur Verfügung, um die benötigte Laserleistung zu erzeugen.

A

Termschema von Lithium und Rubidium

A.1 Termschema ^{87}Rb

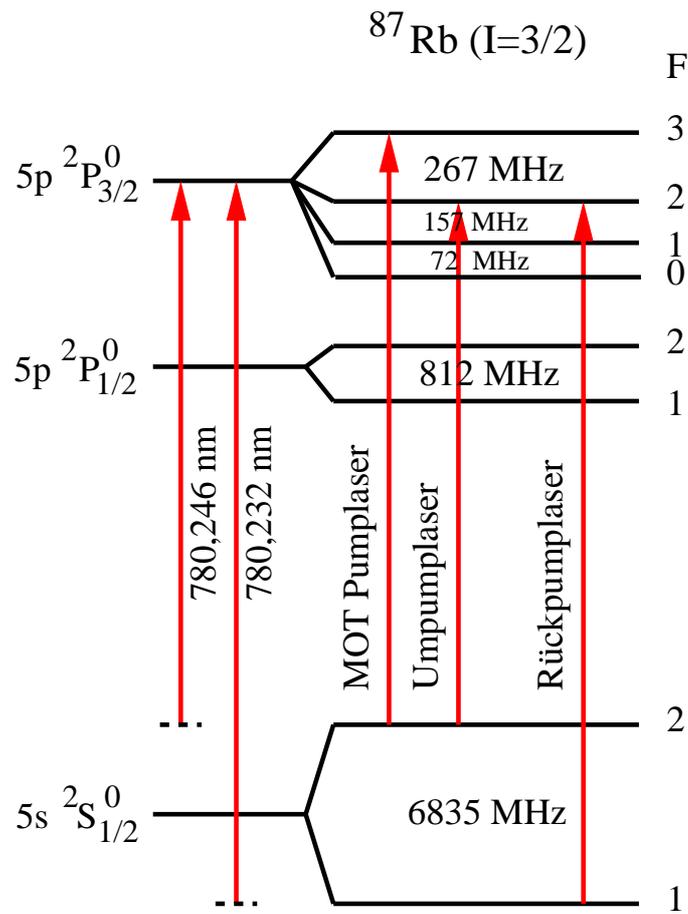


Abbildung A.1:

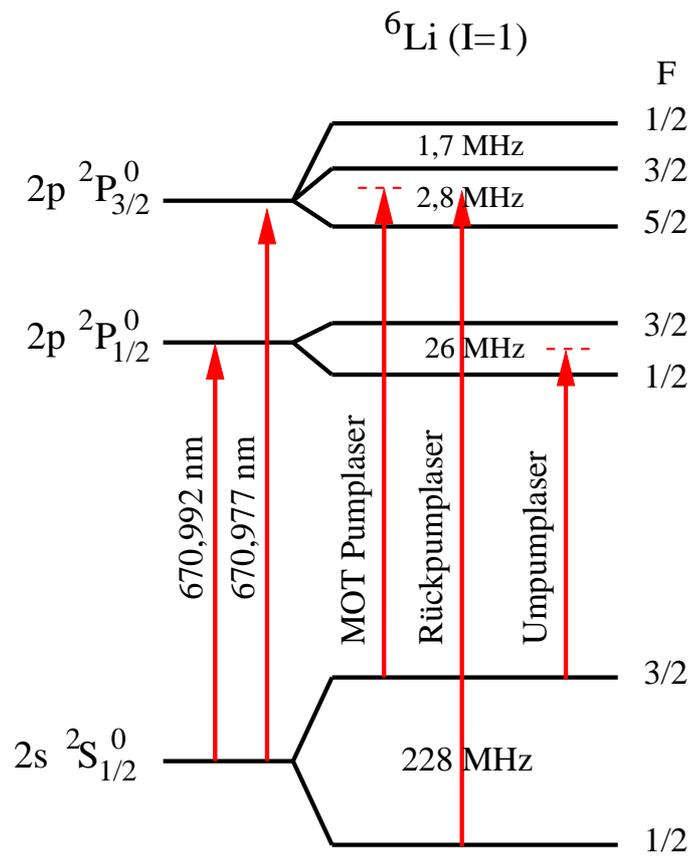
A.2 Termschema ${}^6\text{Li}$ 

Abbildung A.2:

B Fermi- und Bosefunktion

Für die thermodynamische Beschreibung von Fermionen und Bosonen ist die Einführung der Fermi- und der Bosefunktion hilfreich.

Fermifunktion

$$f_\eta(z) = \sum_{t=1}^{\infty} + \frac{(+z)^t}{t^\eta} = \frac{1}{\Gamma(\eta)} \int_0^\infty \frac{x^{\eta-1} dx}{z^{-1}e^x + 1} \quad (\text{B.1})$$

Bosefunktion

$$g_\eta(z) = \sum_{t=1}^{\infty} - \frac{(-z)^t}{t^\eta} = \frac{1}{\Gamma(\eta)} \int_0^\infty \frac{x^{\eta-1} dx}{z^{-1}e^x - 1} \quad (\text{B.2})$$

Sommerfeldnäherung

Im Bereich großer und kleiner z kann mit Hilfe der Sommerfeldnäherung die Bose- und Fermifunktionen einfach angenähert werden.

$z \gg 1$

$$\int_0^\infty \frac{g(x) dx}{e^{x-y} + 1} = \int_0^y g(x) dx + \int_0^\infty \frac{g(y+x)^{\eta-1} dx}{e^x + 1} - \int_0^x \frac{g(y-x)^{\eta-1} dx}{e^x + 1} \quad (\text{B.3})$$

$$\approx \int_0^y g(x) dx + \frac{\pi^2}{6} g'(x) + \dots \quad (\text{B.4})$$

$$f_\eta(e^y) \approx \frac{x^\eta}{\Gamma(\eta+1)} \left(1 + \frac{\pi^2 \eta (\eta-1)}{6x^2} + \frac{7\pi^4 \eta (\eta-1)(\eta-2)(\eta-3)}{360x^4} + \dots \right) \quad (\text{B.5})$$

$z \ll 1$

$$c_\eta(z) = \frac{1}{\Gamma(\eta)} \int_0^\infty \frac{x^{\eta-1} dx}{z^{-1}e^x} = c_{\eta-1}(z) = z \quad (\text{B.6})$$

Für kleine z konvergieren Bose- und Fermifunktion gegen z .

C

Ti:sapphire on the rocks

Wir haben auch eine Version des Ti:Saphir-Lasers bei 670 nm entwickelt. Dieser Laser wird zur Zeit noch nicht eingesetzt, soll hier aber kurz Erwähnung finden. Das Lasermaterial ermöglicht prinzipiell Laserwellenlängen von 660 nm bis 1100 nm [73] [74]. Im unteren Wellenlängenbereich begrenzt den Laserbetrieb die sinkende Fluoreszenz und die gleichzeitig steigende Reabsorption im Kristall [75, 76]. Die steigende Reabsorption bei niedrigen Wellenlängen kann über eine aktive Kühlung des Kristalls verringert werden [77]. Wir haben einen Laser-aufbau entworfen, bei dem der Laserkristall über einen Kühlfinger mit flüssigem Stickstoff gekühlt werden kann. Der Kristallhalter wird auf drei Edelstahlspitzen im Resonator montiert, um die Wärmeanbindung an die Resonatorgrundplatte niedrig zu halten. Der Laserresonator befand sich in einem geschlossenen Gehäuse, das mit Stickstoff begast wurde. Allerdings konnte die Eisbildung auf den Kristallfacetten nur bis zu einer Temperatur von etwa $-25\text{ }^{\circ}\text{C}$ unterdrückt werden. Um bei tieferen Temperaturen arbeiten zu können, muss sehr sorgfältig auf die Abdichtung des Laserresonators bzw. des Laserkristalls geachtet werden, um das Eindringen von Luftfeuchtigkeit zu verhindern.

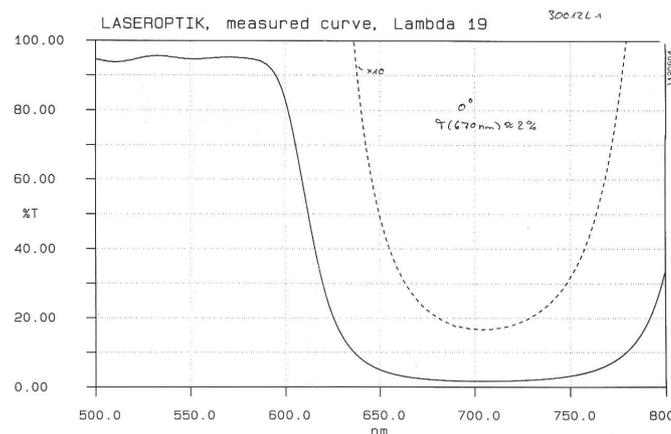


Abbildung C.1: Transmission Auskoppelspiegel: $T \approx 2\%$, Keil $30'$ (Laseroptik Ebert)

Als Laserspiegel kommt ein Spiegelsatz mit einer HR-Beschichtung bei 670 nm zum Einsatz. Der Auskoppelspiegel mit einem Keil von 30' besitzt eine Transmission von etwa 2%. In Abbildung (C.1) ist die Transmission über den gesamten Wellenlängenbereich aufgetragen. Die freilaufende Wellenlänge mit diesem Auskoppelspiegel und ohne die wellenlängenselektiven Elemente liegt bei 721 nm. Die Pumpschwelle ist etwa 1 W. Die Konversionseffizienz liegt bei etwa 24.5%, wie in Abbildung (C.2) zu sehen ist. Baut man den Lyot-Filter ($d = 0.51$ mm) in den Laserresonator ein, so lässt sich die Wellenlänge mit diesem Spiegelsatz im Bereich von 685 nm bis 735 nm kontinuierlich verändern (Abbildung C.3).

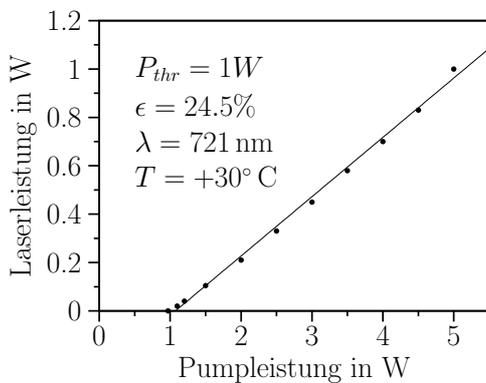


Abbildung C.2: Laserleistung Ti:Saphir-Laser bei 721 nm, Spiegelsatz HR670 nm, Auskoppler: $T = 2\%$ (Laseroptik Ebert), ohne Resonatorelemente

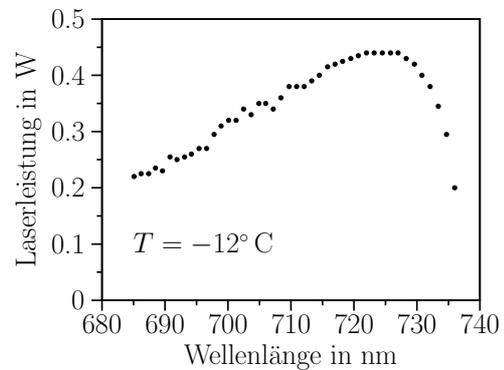


Abbildung C.3: Durchstimmverhalten des Ti:Saphir-Lasers: Spiegelsatz HR670 nm, Auskoppler: $T = 2\%$ (Laseroptik Ebert), Lyot-Filter($d = 0.51$ mm)

Der Laser arbeitet mit diesem Spiegelsatz außerhalb des von uns benötigten Bereiches von 670 nm. Auch wenn der Kristall gekühlt wird, ändert sich daran nicht viel. Die Verstärkung im Bereich von 670 nm ist aufgrund der niedrigen Fluoreszenz und der hohen Reabsorption zu klein. Um den Laser im gewünschten Bereich in Betrieb zu nehmen, müssen wir zusätzliche Verluste für höhere Wellenlängen einführen. Dies geschieht in unserem Fall durch die Wahl eines speziellen Gradientenauskopplers. Dieser Auskoppler besitzt eine dielektrische Beschichtung¹, bei der die Transmission im Bereich oberhalb von 680 nm stark zunimmt (Abbildung C.4, C.5). Das führt dazu, dass die Verluste im Resonator für den Bereich oberhalb von 685 nm stärker werden als darunter. Der Laser kann jetzt mit höherer Pumpleistung im Bereich von 670 nm betrieben werden.

¹Hochreflexionsbeschichtung HR600 (Laser Components)

In Abbildung (C.6) ist die Ausgangsleistung des Lasers bei einer Kristalltempe-

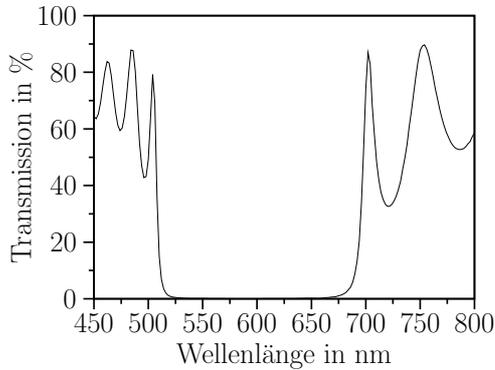


Abbildung C.4: Transmission des Auskoppelspiegels: Gradientenauskoppler, HR600 (Laser Components), kein Keil

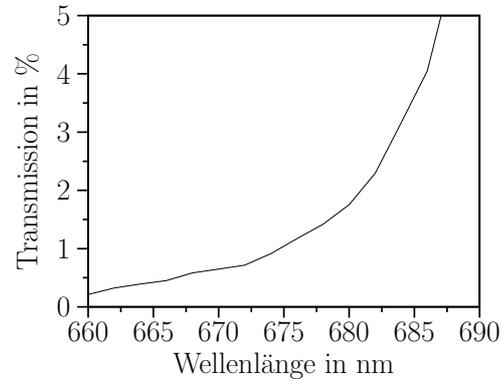


Abbildung C.5: Transmission des Auskoppelspiegels: Gradientenauskoppler, HR600 (Laser Components), kein Keil

ratur von $T = 28^\circ\text{C}$ dargestellt. Die Pumpschwelle liegt mit 2.9 W recht hoch. Die Konversionseffizienz ist aber mit 24.7% sehr gut. Um hohe Ausgangsleistungen zu erzielen, ist eine starke Pumpquelle hilfreich. In Abbildung (C.7) ist das

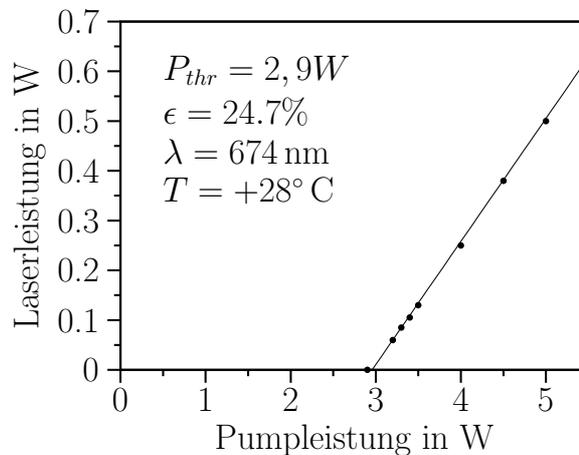


Abbildung C.6: Laserleistung des Ti:Saphir-Lasers bei 674 nm, Spiegelsatz HR670 nm, Auskoppler: Gradientenauskoppler HR600 (Laser Components), ohne Resonatorelemente

Durchstimmverhalten des Lasers für Kristalltemperaturen von $T = +15^\circ\text{C}$ und $T = -15^\circ\text{C}$ aufgetragen. Es ist deutlich zu erkennen, dass die Kühlung des Kristalls zu einer Zunahme der Laserleistung im Bereich unterhalb von 680 nm führt. Der Laserbetrieb des Ti:Saphir-Lasers bei 670 nm ist bei der richtigen Wahl des

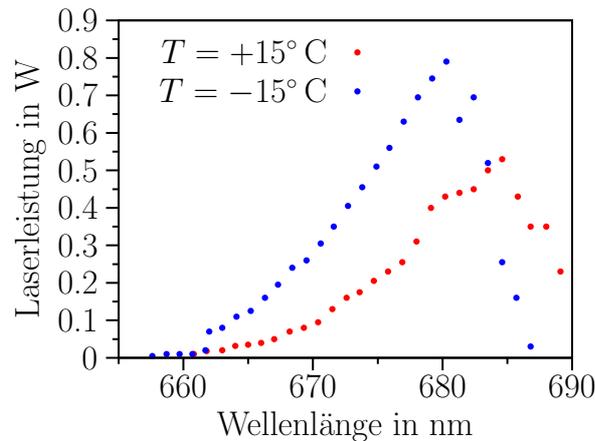


Abbildung C.7: Durchstimmverhalten des Ti:Saphir-Lasers bei verschiedenen Temperaturen: Spiegelsatz HR670 nm, Auskoppler: Gradientenauskoppler HR600 (Laser Components), Lyot-Filter ($d = 0.51$ mm), Pumpleistung 5.5 W

Auskoppelspiegels möglich. Durch die Kühlung des Kristalls lässt sich eine höhere Laserleistung erreichen. Bei einer Kühlung mit flüssigem Stickstoff muss der Resonator bzw. der Kristall hermetisch abgeschlossen sein, um das Eindringen von Luftfeuchtigkeit und die daraus resultierende Eisbildung auf den Facetten zu vermeiden. Einfacher ist eine Kühlung mit einem Durchlaufkühler auf etwa $T = -15^\circ\text{C}$. Durch eine stetige Begasung des Resonators mit Stickstoff kann die Eisbildung effizient unterdrückt werden, auch wenn kleine Öffnungen im Resonatorgehäuse vorhanden sind. Eine noch einfachere Variante ist die Kühlung des Kristalls bis etwas oberhalb des Taupunktes. Hier gibt es keinerlei Probleme mit Kondensation oder Eisbildung und der Laser kann ohne Stickstoffbegasung betrieben werden. Eine niedrigere Ausgangsleistung muss dafür in Kauf genommen werden. Wichtig ist aber, dass der Kristall überhaupt gekühlt wird, da nur ein geringer Teil der Pumpleistung in Laserlicht konvertiert wird. Die Differenz wird im Kristall in Wärme umgewandelt. Ohne eine Kühlung erwärmt sich der Kristall stetig und dies würde zu einem ständigen Driften der Laserwellenlänge führen.

Literaturverzeichnis

- [1] W. Petrich, M. H. Anderson, J. R. Ensher, and E. A. Cornell. Stable, Tightly Confining Trap for Evaporative Cooling of Neutral Atoms. *Phys. Rev. Lett.*, 74:3352, 1995.
- [2] C. S. Adams, H. J. Lee, N. Davidson, M. Kasevich, and S. Chu. Evaporative Cooling in a Crossed Dipole Trap. *Phys. Rev. Lett.*, 74:3577, May 1995.
- [3] K. B. Davis, M.-O. Mewes, M. A. Joffe, M. R. Andrews, and W. Ketterle. Evaporative Cooling of Sodium Atoms. *Phys. Rev. Lett.*, 74:5202, 1995.
- [4] M. H. Anderson, J. R. Ensher, M. R. Matthews, C. E. Wieman, and E. A. Cornell. Observation of Bose-Einstein Condensation in a Dilute Atomic Vapor. *Science*, 269:198, July 1995.
- [5] K. B. Davis, M.-O. Mewes, M. R. Andrews, N. J. van Druten, D. S. Durfee, D.M. Kurn, and W. Ketterle. Bose-Einstein Condensation in an Gas of Sodium Atoms. *Phys. Rev. Lett.*, 75:3969, 1995.
- [6] A. Einstein. Quantentheorie des einatomigen idealen Gases: Zweite Abhandlung. *Sitzungber. Preuss. Akad. Wiss.*, 0:3, 1925.
- [7] Satyendra N. Bose. Plancks Gesetz und Lichtquantenhypothese. *Z. Phys.*, 26(3):178, 1924.
- [8] B. DeMarco and D.S. Jin. Exploring a Quantum Degenerate Gas of Fermionic Atoms. *Phys. Rev. A*, 58:R4267, 1998.
- [9] F. Schreck, L. Khaykovich, K. L. Corwin, T. Bourdel, J. Cubizolles, and C. Salomon. Quasipure Bose-Einstein Condensate Immersed in a Fermi Sea. *Phys. Rev. Lett.*, 87:080403, 2001.
- [10] Z. Hadzibabic, C. A. Stan, K. Dieckmann, S. Gupta, M. W. Zwierlein, A. Görlitz, and W. Ketterle. Two-Species Mixture of Quantum Degenerate Bose and Fermi Gases. *Phys. Rev. Lett.*, 88:160401, 2002.
- [11] Z. Hadzibabic, S. Gupta, C. A. Stan, C. H. Schunck, M. W. Zwierlein, K. Dieckmann, and W. Ketterle. Fiftyfold Improvement in the Number of Quantum Degenerate Fermionic Atoms. *Phys. Rev. Lett.*, 91:160401, 2003.
- [12] G. Roati, F. Riboli, G. Modugno, and M. Inguscio. Fermi-Bose Quantum Degenerate 40 K - 87 Rb Mixture with Attractive Interaction. *Phys. Rev. Lett.*, 89:150403, 2002.

-
- [13] J. Goldwin, S. Inouye, M. L. Olsen, B. Newman, B. D. DePaola, and D. S. Jin. Measurement of the Interaction Strength in a Bose-Fermi Mixture with 87-Rb and 40-K. *Phys. Rev. A*, 70:021601(R), 2004.
- [14] C. Ospelkaus, S. Ospelkaus, K. Sengstock, and K. Bongs. Interaction-driven Dynamics of $^{40}\text{K}/^{87}\text{Rb}$ Fermi-Bose Gas Mixtures in the Large Particle Number Limit. *Phys. Rev. Lett.*, 2005.
- [15] G. Igel-Mann, U. Weding, P. Fuentealba, and H. Stoll. Ground-state properties of alkali dimers XY (X,Y=Li to Cs). *J. Chem. Lett. Phys.*, 84, 1986.
- [16] L. Santos, G. V. Shlyapnikov, P. Zoller, and M. Lewenstein. Bose-Einstein Condensation in Trapped Dipolar Gases. *Phys. Rev. Lett.*, 85(9):1791, Aug 2000.
- [17] L. You and M. Marinescu. Prospects for p-wave paired Bardeen-Cooper-Schrieffer states of fermionic atoms. *Phys. Rev. A*, 60:2324, Mar 1999.
- [18] M. A. Baranov, M. S. Marénko, Val. S. Rychkov, and G. V. Shlyapnikov. Superfluid Pairing in a Polarized Dipolar Fermi Gas. *Phys. Rev. A*, 66:013606, 2002.
- [19] M. A. Baranov, L. Dobrek, and M. Lewenstein. Superfluidity of Trapped Dipolar Fermi Gases. *Phys. Rev. Lett.*, 92:250403, 2004.
- [20] Markus Greiner, Cindy A. Regal, and Deborah S. Jin. Emergence of a Molecular Bose-Einstein Condensate from a Fermi Gas. *Nature*, 426:537, 2003.
- [21] M. W. Zwierlein, C. A. Stan, C. H. Schunck, S. M. F. Raupach, S. Gupta, Z. Hadzibabic, and W. Ketterle. Observation of Bose-Einstein Condensation of Molecules. *Phys. Rev. Lett.*, 91:250401, 2003.
- [22] Kevin E. Strecker, Guthrie B. Partridge, and Randall G. Hulet. Conversion of an Atomic Fermi Gas to a Long-Lived Molecular Bose Gas. *Phys. Rev. Lett.*, 91:080406, 2003.
- [23] M. Bartenstein, A. Altmeyer, S. Riedl, S. Jochim, C. Chi N, J. Hecker Denschlag, and R. Grimm. Crossover from a Molecular Bose-Einstein Condensate to a Degenerate Fermi Gas. *Phys. Rev. Lett.*, 92:120401, 2004.
- [24] T. Bourdel, L. Khaykovich, J. Cubizolles, J. Zhang, F. Chevy, M. Teichmann, L. Tarruell, S. J. J. M. F. Kokkelmans, and C. Salomon. Experimental Study of BEC-BCS Crossover Region in Lithium 6. *Phys. Rev. Lett.*, 93:050401, 2004.

- [25] J. Herbig, T. Kraemer, M. Mark, T. Weber C. Chin, H.-C. Nägerl, and R. Grimm. Preparation of a Pure Molecular Quantum Gas. *Science*, 301:1510, 2003.
- [26] Cheng Chin, A.J. Kerman, V. Vuletic, and S. Chu. Sensitive Detection of Cold Cesium Molecules Formed on Feshbach Resonances. *Phys. Rev. Lett.*, 90:033201, 2003.
- [27] Stephan Dürr, Thomas Volz, Andreas Marte, and Gerhard Rempe. Observation of Molecules Produced from a Bose - Einstein Condensate. *Phys. Rev. Lett.*, 92:020406, 2004.
- [28] J. R. Abo-Shaeer J. K. Chin D. E. Miller K. Xu, T. Mukaiyama and W. Ketterle. Formation of Quantum - Degenerate Sodium Molecules. *Phys. Rev. Lett.*, 91:210402, 2003.
- [29] S. Inouye, J. Goldwin, M. L. Olsen, C. Ticknor, J. L. Bohn, and D. S. Jin. Observation of heteronuclear feshbach resonances in a mixture of bosons and fermions. *Phys. Rev. Lett.*, 93:183201, 2003.
- [30] C. A. Stan, M. W. Zwierlein, C. H. Schunck, S. M. F. Raupach, and W. Ketterle. Observation of feshbach resonances between two different atomic species. *Phys. Rev. Lett.*, 93:143001, 2004.
- [31] U. Schlöder, C. Silber, and C. Zimmermann. Photoassociation of heteronuclear lithium. *Phys. Rev. B*, 73:801, 2001.
- [32] U. Schlöder, C. Silber, T. Deuschle, and C. Zimmermann. Saturation in Heteronuclear Photoassociation of $6\text{Li}\ 7\text{Li}$. *Phys. Rev. A*, 66:061403, 2002.
- [33] U. Schlöder, T. Deuschle, C. Silber, and C. Zimmermann. Autler-Townes Splitting in Two-Color Photoassociation of 6Li . *Phys. Rev. A*, 68:051403, 2003.
- [34] U. Schlöder. *Photoassoziation in einem kalten $^6\text{Li}/^7\text{Li}$ -Gemisch*. Doktorarbeit, Eberhard-Karls-Universität Tübingen, Auf der Morgenstelle 14, Tübingen, 2003.
- [35] Andrew J. Kerman, Jeremy M. Sage, Sunil Sainis, Thomas Bergeman, and David DeMille. Production of Ultracold, Polar RbCs Molecules Via Photoassociation. *Phys. Rev. Lett.*, 92:033004, 2004.
- [36] A. J. Kerman, J. M. Sage, S. Sainis, T. Bergeman, and D. DeMille. Produc-

- tion and State-Selective Detection of Ultracold RbCs Molecules. *Phys. Rev. Lett.*, 92:153001, 2004.
- [37] Jeremy M. Sage, Sunil Sainis, Thomas Bergeman, and David DeMille. Optical Production of Ultracold Polar Molecules. *Phys. Rev. Lett.*, 94:203001, 2005.
- [38] M. W. Mancini, G. D. Telles, A. R. L. Caires, V. S. Bagnato, and L. G. Marcassa. Observation of ultracold ground-state heteronuclear molecules. *Phys. Rev. Lett.*, 92:133203, 2004.
- [39] C. Haimberger, J. Kleinert, M. Bhattacharya, and N.P. Bigelow. Formation and detection of ultracold ground-state polar molecules. *Phys. Rev. A*, 70:021402, 2004.
- [40] W. C. Stwalley. Efficient Conversion of Ultracold Feshbach-Resonance-Related Polar Molecules Into Ultracold Ground State Molecules. *Eur. Phys. J. D*, 31:221, 2004.
- [41] S. Kotochigova, P. S. Julienne, and E. Tiesinga. Photoassociative Formation of Ultracold Polar KRb Molecules. *Eur. J. Phys. D*, 31:189, 2004.
- [42] D. Jaksch, V. Venturi, J. I. Cirac, C. J. Williams, and P. Zoller. Creation of a Molecular Condensate by Dynamically Melting a Mott Insulator. *Phys. Rev. Lett.*, 89:040402, 2002.
- [43] *Statistical Mechanics and Thermodynamics*. Oxford University Press, 200 Madison Avenue, New York, 1995.
- [44] T. Esslinger, I. Bloch, and T. W. Hänsch. The QUIC-trap: a simple magnetic trap for Bose-Einstein condensation. In M. Inguscio, S. Stringari, and C. E. Wieman, editors, *Proceedings of the International School of Physics - Enrico Fermi*, page 491. IOS Press, 1999.
- [45] C. Silber. *Thermalisierung von Lithium mit Rubidium*. Doktorarbeit, Eberhard-Karls-Universität Tübingen, Auf der Morgenstelle 14, Tübingen, 2005.
- [46] V. S. Bagnato, D. E. Pritchard, and D. Kleppner. Bose-Einstein Condensation in an External Potential. *Phys. Rev. A*, 35:4354, 1987.
- [47] Mingzhe Li, Zijun Yan, Jincan Chen, Lixuan Chen, and Chuanhong Chen. Thermodynamic properties of an ideal Fermi gas in an external potential with $U = br^t$ in any dimensional space. *Phys. Rev. A*, 58(2):1445, Aug 1998.

-
- [48] Ziyun Yan. Bose-Einstein Condensation of a Trapped Gas in N Dimensions. *Phys. Rev. A*, 59:4657, 1999.
- [49] Mingzhe Li, Lixuan Chen, Jincan Chen, Zijun Yan, and Chuanhong Chen. Bose-Einstein condensation of a finite number of particles trapped in any-dimensional space. *Phys. Rev. A*, 60(5):4168, Nov 1999.
- [50] S. Jochim, M. Bartenstein, G. Hendl, J. Hecker Denschlag, R. Grimm, A. Mosk, and M. Weidemüller. Magnetic Field Control of Elastic Scattering in a Cold Gas of Fermionic Lithium Atoms. *Phys. Rev. Lett.*, 89:273202, 2002.
- [51] Andrew G. Truscott, Kevin E. Strecker, William, I. McAlexander, Guthrie, B. Partridge, and Randall G. Hulet. Observation of Fermi Pressure in a Gas of Trapped Atoms. *Science*, 291:2570, 2001.
- [52] Huang Wu and Ch. J. Foot. Direct simulation of evaporative cooling. *J. Phys. B*, 29:L321, 1996.
- [53] A. Mosk, S. Kraft, M. Mudrich, K. Singer, W. Wohlleben, R. Grimm, and M. Weidemüller. Mixture of Ultracold Lithium and Cesium Atoms in an Optical Dipole Trap. *Appl. Phys. B*, 73:791, 2001.
- [54] Gabriele Ferrari. Collisional relaxation in a fermionic gas. *Phys. Rev. A*, 59(6):R4125, Jun 1999.
- [55] C. Raman, M. Köhl, R. Onofrio, D. S. Durfee, C. E. Kuklewicz, Z. Hadzi-babic, and W. Ketterle. Evidence for a Critical Velocity in a Bose-Einstein condensed Gas. *Phys. Rev. Lett.*, 83:2502, 1999.
- [56] E. Timmermans and R. Coté. Superfluidity in Sympathetic Cooling with Atomic Bose-Einstein Condensates. *Phys. Rev. Lett.*, 80:3419, 1998.
- [57] E. Timmermans. Degenerate Fermion Gas Heating by Hole Creation. *Phys. Rev. Lett.*, 87:240403, 2001.
- [58] T. Donner. Erzeugung ultrakalter Gemische aus fermionischen und bosonischen Atomen. Diplomarbeit, Eberhard-Karls-Universität Tübingen, 2004.
- [59] Claus Zimmermann, V. Vuletic, A. Hemmerich, L. Ricci, and T. W. Hänsch. Design of a Compact Tunable Ti:Sapphire Laser. *Opt. Lett.*, 20:297, 1995.
- [60] D. R. Preuss and J. L. Gole. Three-stage birefringent filter tuning smoothly over the visible region: theoretical treatment and experimental design. *Applied Optics*, 19/5:702, 1980.

- [61] X. Zhu. Explicit Jones transformation matrix for a tilted birefringent plate with its optic axis parallel to the plate surface. *Applied Optics*, 33/16:3502, 1994.
- [62] S. Günther. Obertonspektroskopie an CO. Diplomarbeit, Eberhard-Karls-Universität Tübingen, 2001.
- [63] R. A. McFarlane. Frequency Pushing and Frequency Pulling in a He-Ne Gas Optical Maser. *Phys. Rev.*, 135:543, 1964.
- [64] Asa M. Lindberg. Mode frequency pulling in He-Ne lasers. *Am. J. Phys.*, 67(5):350, Sep 1998.
- [65] W.E. Lamb. Theory of an optical maser. *Phys. Rev. A*, 134:1429, 1964.
- [66] H. Haken. *Z.Phys.*, 173:261, 1963.
- [67] W. R. Bennett Jr. Hole Burning Effects in a He-Ne Optical Maser. *Phys.Rev.*, 126:580, 1962.
- [68] C. Silber, S. Günther, C. Marzok, B. Deh, Ph. W. Courteille, and C. Zimmermann. Quantum-degenerate mixture of fermionic lithium and bosonic rubidium gases. *Phys. Rev. Lett.*, 95:170408, 2005.
- [69] S. Günther, C. Silber, C. Marzok, B. Deh, PH. W. Courteille, and C. Zimmermann. Sympathetic Cooling of Fermionic Lithium via a Bosonic Rubidium Gas. *Proceedings of the 17th International Conference on Laser Spectroscopy ICOLS '05*, 2005.
- [70] J. H. Oort. Dutch astrophysicist Jan Oort proposed the existence of a vast, extremely disperse, essentially undetectable cloud of comets located far outside of the orbit of Pluto, but still within the solar gravitational well. *Bull. Astron. Inst. Neth.*, 11:91, 1950.
- [71] E. A. Cornell, J. R. Ensher, and C. E. Wieman. Experiments in Dilute Atomic Bose-Einstein Condensation, cond-mat/9903109. *Proc. Int. School of Phys. Enrico Fermi*, 1999.
- [72] H. M. J. M Boesten, A. Moerdijk, and B. J. Verhaar. Dipolar decay in two recent bose-einstein condensation experiments. *Phys. Rev. A*, 54(1):R29, Jul 1996.
- [73] P.F. Moulton. Spectroscopic and laser characteristics of Ti:Al₂O₃. *J. opt. Soc. Amer. B*, 3, 1986.

-
- [74] W. R. Rapoport and Chandra P. Khattak. Titanium sapphire laser characteristics. *Applied Optics*, 27(13):2677, 1988.
- [75] O.L. Aggarwal, A. Sanchezand, M.M. Stuppi, R.E. Fahey, A.J. Strauss, W.R. Rapoport, , and Chandra P. Khattak. Residual Infrared Absorption in As-Grown and Annealed Crystals of Ti:Al₂O₃. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 24(6):1003, 1988.
- [76] K.F. Wall, R.L. Aggarwal, R.E. Fahey, and A.J. Strauss. Small-Signal Gain Measurements in a Ti:Al₂O₃ Amplifier. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 24:1016, 1988.
- [77] Peter A. Schultz and S.R. Henion. Liquid-Nitrogen-Cooled Ti:Al₂O₃ Laser. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 27:1039, 1991.

Herzlichen Dank

- Mein besonderer Dank gilt Claus Zimmermann. Er hat mich über viele Jahre hinweg immer wieder aufs neue für die spannende Welt der Quantenoptik begeistern können und stand mir jederzeit mit Rat und Tat zur Seite. Sei es beim Aufbau eines neuen Ti:Saphir-Lasers oder bei verzwickten theoretischen Fragen, Claus kannte immer die entscheidenden Fakten, um uns weiterzuhelfen. Als sehr angenehm empfand ich immer den großen Freiraum, den wir bei der Entwicklung und Durchführung unserer Experimente erhalten haben. Claus hat uns bei unseren wilden Ideen immer unterstützt. Viel Spaß haben mir auch immer die Diskussionen über nicht-physikalische Themen gemacht, die man mit Claus vortrefflich bei einem Glas Rotwein in der Bretagne führen kann.
- Besonders danken möchte ich auch meinem langjährigen Mitstreiter Christian Silber. Wir haben über vier Jahre dieses Experiment gemeinsam aufgebaut. Dabei hat Christian besonders durch seine kreativen Ideen und deren Umsetzung maßgeblich zum Erfolg unseres Experimentes beigetragen. Ohne Ihn wäre dieses Experiment so wohl nicht zustande gekommen. Ich hoffe, dass wir bei Bosch genauso erfolgreich zusammenarbeiten werden. An dieser Stelle möchte ich auch Carsten Marzok und Benjamin Deh danken. Sie haben mich während der heißen Phase im Labor tatkräftig unterstützt.
- Ich möchte mich bei unserer ganzen Arbeitsgruppe für fünf schöne Jahre am Institut bedanken. Besonders in Erinnerung werden mir die langen Diskussionen über „Gott und die Welt“ in der Cafeteria bei Sonnenschein und Eis bleiben. Echt cool waren auch unsere Auslandsseminare in Ungarn und in der Bretagne. Bitte ladet mich auch bei den nächsten wieder ein.

- Einen besonderen Dank möchte ich unserer feinmechanischen Werkstatt von Herrn Brodbeck und unserer elektronischen Werkstatt von Herrn Schreier aussprechen. Sie haben unser Team über die letzten fünf Jahre immer absolut professionell unterstützt. Ohne diese vielen kleinen und vor allem GROßEN Arbeiten sind Projekte in diesem Umfang undenkbar.
- Vielen Dank auch an Philippe Courteille, er hat mir bei vielen theoretischen Problemen geholfen und hatte immer das richtige Paper zur Hand. Vielen Dank natürlich auch für das Schreiben unseres Papers! Leider habe ich seinen Zorn auf mich gezogen, da ich den guten französischen Pastis mit Ouzo verwechselt haben. Ich hoffe du vergibst mir, Philippe!
- Vielen Dank an die Korrekturleser Carsten Marzok, Benjamin Deh, Christian Silber, Torsten Hehl, Manuela Schulze, Andreas Günther und an meine Eltern, die die Anzahl der Fehler um mindestens einen Faktor 10^2 verringert haben. Ohne euch wäre der Inhalt dieser Arbeit wohl auf Jahrzehnte unverstanden geblieben.
- Ein besonders großes Dankeschön gilt auch meinen Eltern Hans-Karl und Renate Günther. Sie haben mich nicht nur finanziell unterstützt, sondern mir auch während des gesamten Studiums immer Rückhalt und Unterstützung gegeben. Vielen Dank!

Ich erkläre hiermit, dass ich die zur Promotion eingereichte Arbeit mit dem Titel „*Wechselwirkungen kalter Li-Rb-Gase im entarteten Regime*“ selbständig verfasst, nur die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt und wörtlich oder inhaltlich übernommene Stellen als solche gekennzeichnet habe. Ich versichere an Eidesstatt, dass diese Angaben wahr sind und dass ich nichts verschwiegen habe. Mir ist bekannt, dass die falsche Abgabe einer Versicherung an Eidesstatt mit Freiheitsstrafe bis zu drei Jahren oder mit Geldstrafe bestraft wird.

Tübingen, 21. Januar 2006

