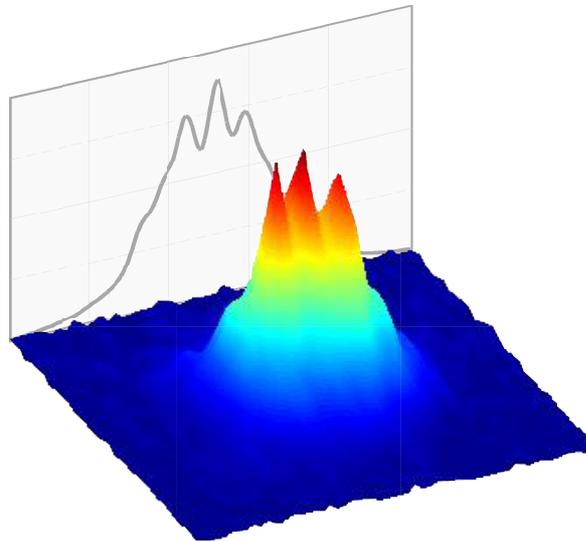

**Materiewellenoptik
mit Bose-Einstein-Kondensaten
auf Mikrochips**



Dissertation

zur Erlangung des Grades eines Doktors
der Naturwissenschaften
der Fakultät für Mathematik und Physik
der Eberhard-Karls-Universität zu Tübingen
vorgelegt von

Andreas Günther
aus Heiligenstadt
2008

Tag der mündlichen Prüfung: 4. Februar 2008
Dekan: Prof. Dr. Nils Schopohl
1. Berichterstatter: Prof. Dr. Claus Zimmermann
2. Berichterstatter: Prof. Dr. Martin Weitz
3. Berichterstatter: Prof. Dr. Matthias Weidemüller

**FÜR MEINE TOCHTER
THERESA
GEBOREN AM 8. MÄRZ 2007**

Kurzfassung

Thema dieser Dissertation ist die Beugung und Interferenz von Bose-Einstein-Kondensaten an einem magnetischen Gitterpotential. Das $4\ \mu\text{m}$ periodische Potential wird durch eine Anordnung paralleler, stromdurchflossener Goldleiterbahnen realisiert, welche mittels lithographischer Prozesse auf der Oberfläche eines Silizium-Chips implementiert wurden. Bringt man Bose-Einstein-Kondensate für kurze Zeit in den Wechselwirkungsbereich dieses Gitterpotentials, so lassen sich Beugungseffekte beobachten, die durch das Auftreten von charakteristischen Beugungsordnungen gekennzeichnet sind. Die experimentellen Daten können durch ein einfaches Modell beschrieben werden, welches die Beugung als Aufprägung einer periodischen Phasenmodulation auf die Kondensatswellenfunktion beschreibt. Numerische Simulationen an einem Supercomputer in England bestätigen diese Theorie. Da der Beugungsprozess nicht zu einer vollständigen Separation der einzelnen Beugungsordnungen führt, lässt sich die Interferenz zwischen benachbarten Beugungsordnungen beobachten und somit ein Interferometer auf dem Chip realisieren. Die Analyse der Interferenzmuster gibt Aufschluss über die relative Phasenbeziehung zwischen benachbarten Beugungsordnungen. Identische Wiederholungen des Experiments zeigen eine reproduzierbare Phaseninformation und belegen somit die Phasenkohärenz der Teilung des Kondensates am Gitter.

Durch die in dieser Arbeit realisierten Beugungsexperimente gelang somit weltweit erstmals die phasenkohärente Manipulation eines Bose-Einstein-Kondensates durch die Magnetfelder mikrostrukturierter Leiterbahnen.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Kondensate in magnetischen Mikrofallen	7
2.1	Magnetische Mikrofallen	7
2.1.1	Atomare Wechselwirkung mit Magnetfeldern	8
2.1.2	Basiskonzept einer Mikrofalle	10
2.2	Der Trägerchip	12
2.2.1	Radialer Einschluss und Positionierung	13
2.2.2	Axialer Einschluss und Positionierung	15
2.2.3	Realisierung und Montage	16
2.3	Der apparative Aufbau	18
2.3.1	Das Vakuumsystem	19
2.3.2	Der Vakuumeinsatz	20
2.3.3	Das Lasersystem	22
2.4	Erzeugung entarteter Bose-Gase am Chip	24
2.5	Experimente am Trägerchip	26
2.5.1	Transport ultrakalter Atome	26
2.5.2	Orts- und Impulskontrolle von Kondensaten	28
2.6	Kombinierte Chips	29
3	Ein magnetisches Gitter für Atome	33
3.1	Das Gitter	33
3.1.1	Die Doppel-Mäander-Struktur	34
3.1.2	Der Atom-Optik-Chip	36
3.1.3	Kombination mit Trägerchip	37
3.2	Das Gitterpotential	37
3.2.1	Der unendlich ausgedehnte Spiegel	38
3.2.2	Vom Spiegel zum Beugungsgitter	41
3.2.3	Das endliche Beugungsgitter	45
3.2.4	Das Doppel-Mäander-Potential	48
3.2.5	Ioffe-Falle am Gitter	50
3.3	Radiofrequenz-modifiziertes Gitter	51
3.3.1	Adiabatische Potentiale	52
3.3.2	Implementierung am Chip	54
3.3.3	Schließen der Quadrupollöcher	54

4	Beugung von Kondensaten am Gitter	57
4.1	Präparation der Atome am Atom-Optik-Chip	57
4.1.1	Dynamische Potentialvermessung	57
4.1.2	Magnetfeldmikroskop	59
4.2	Beugungsexperimente am Gitter	62
4.2.1	Beugungsschema	62
4.2.2	Experimentelle Durchführung	63
4.2.3	Experimentelle Beobachtung	65
4.3	Interpretation im Raman-Nath-Regime	67
4.3.1	Phasenmodulation der Kondensatswellenfunktion	67
4.3.2	Darstellung im Impulsraum	72
4.3.3	Die Beugungsprofile	73
4.4	Einfluss der Wechselwirkungszeit	77
4.4.1	Das erweiterte Modell	78
4.4.2	Anwendung auf den Beugungsprozess	80
4.4.3	Lösung für den Beugungsprozess	81
4.4.4	Diskussion der Ergebnisse	82
4.5	Numerische Simulation des Beugungsprozesses	86
4.5.1	Der Hochleistungs-Supercomputer	87
4.5.2	Wellenfunktion nach der Beugung	87
4.5.3	Phasenanalyse und Vergleich mit Experiment	89
4.6	Beugung an RF-kontrolliertem Gitterpotential	91
4.6.1	Reflektivität des Gitters	92
4.6.2	Elektronische Manipulation des Gitterpotentials	94
5	Interferenzen am Gitter	97
5.1	Experimentelle Durchführung und Beobachtung	98
5.2	Modell der kohärenten Beugung	100
5.2.1	Das Konzept	100
5.2.2	Ψ_n – Dichteentwicklung	102
5.2.3	Ψ_n – Phasenentwicklung	104
5.2.4	Die Modellfunktion	106
5.3	Analyse der Messdaten	109
6	Zusammenfassung	113
7	Ausblick	115
A	Expandierende Kondensate	117
B	Schrödinger-Gleichung im periodischen Potential	123
B.1	Blochsches Theorem	123
B.2	Eigenzustände und Eigenenergien	124
	Bibliographie	129

1 Einleitung

Im Jahre 1924 wurde an der Wissenschaftlichen Fakultät der Universität von Paris eine Dissertation mit dem Titel „*Recherches sur la théorie des Quanta*“ (Untersuchungen zur Theorie der Quanten) eingereicht. Autor war der französische Physiker Louis-Victor de Broglie (siehe Abb. 1.1), der für diese Arbeit im Jahre 1929 mit dem Physik-Nobelpreis ausgezeichnet wurde. Er postulierte eine spektakuläre Theorie, nach der jedem Teilchen ein Wellencharakter zugeordnet werden könne [Bro23]. Insbesondere sollten Wellenphänomene wie Interferenz und Beugung nicht nur für Licht, sondern für alle massebehafteten Teilchen zu beobachten sein. Nach de Broglie lässt sich jedes Teilchen durch eine Materiewelle beschreiben, deren Wellenlänge¹ λ_{dB} durch das Plancksche Wirkungsquantum h und den Impuls p des Teilchens gegeben ist:

$$\lambda_{dB} = h/p. \quad (1.1)$$

Mit dieser Arbeit legte de Broglie vor über 80 Jahren den Grundstein der heutigen Materiewellenoptik. Bereits drei Jahre später gelang Davisson und Germer durch die Beobachtung der Beugung eines Elektronenstrahls an einem Nickel-Kristall die experimentelle Bestätigung dieser Theorie [Dav27]. Die Interferenzfähigkeit von Elektronen konnte schließlich im Jahre 1961 durch ein Doppelspaltexperiment von Jönsson bestätigt werden [Jön61].

¹De Broglie zu Ehren bezeichnet man diese als: „de-Broglie-Wellenlänge“



Abbildung 1.1: Begründer der Materiewellenoptik (von links nach rechts): Louis-Victor de Broglie, der die Welleneigenschaften von Elektronen vorhersagte; Clinton Davisson und Lester Halbert Germer, denen der erste experimentelle Nachweis einer Materiewelle gelang. (Bilder von [Wik])

Wenige Jahre nach der Entdeckung von Davisson und Germer waren die Beugungsphänomene nicht mehr allein auf die relativ leichten Elektronen beschränkt, sondern ließen sich auch für Neutronen, Atome und Moleküle beobachten [Hal36, Est30]. Die Realisierung von Interferenzexperimenten war jedoch für solch schwere Teilchen, wegen der damit verbundenen kleinen de-Broglie-Wellenlänge (siehe Gl. 1.1), ungleich schwieriger als für Elektronen. Erst die Herstellung von Gitterstrukturen in der Größenordnung weniger hundert Nanometern ermöglichte die Realisierung von Interferometern für Atome [Car91, Kei91] bzw. Moleküle [Bor94, Cha95, Bre02]. Parallel dazu versuchte man die de-Broglie-Wellenlänge der interferierenden Teilchen zu vergrößern, indem deren Temperatur reduziert wurde. Insbesondere für Atome erreichte man dabei, durch die Entwicklung der Laserkühlung in den 80er Jahren [Chu85, Chu98], schnell Fortschritte und konnte so das erste Atom-Interferometer mit lasergekühlten Atomen realisieren [Kas91].

In den folgenden Jahren eröffnete sich ein breites Anwendungsgebiet solcher Atominterferometer. Mit ihrer Hilfe ließen sich beispielsweise Rotations- [Len97, Gus97] und Beschleunigungssensoren [Kas91] realisieren, deren Genauigkeit in den letzten Jahren nochmals deutlich verbessert werden konnte. So gelang es Peters et al. [Pet99] im Jahr 1999 die Gravitationsbeschleunigung mit einer Genauigkeit von $\Delta g/g = 3 \times 10^{-9}$ zu bestimmen.

Auf dem Weg zu immer kälteren Atomen wurde schließlich im Jahr 1995, durch die erste experimentelle Realisierung eines Bose-Einstein-Kondensates (BEC), ein vorläufiger Höhepunkt erreicht [And95, Dav95]. Der Effekt der Bose-Einstein-Kondensation wurde bereits 1925 von Albert Einstein vorausgesagt [Ein25]. Demnach sollten bosonische Atome eines verdünnten Gases unterhalb einer kritischen Temperatur in einen gemeinsamen quantenmechanischen Grundzustand kondensieren. Die Temperatur des atomaren Ensembles muss dabei so niedrig sein, dass die de-Broglie-Wellenlängen der einzelnen Atome überlappen. Alle Atome im Kondensat sind dann Teil einer makroskopischen Wellenfunktion, deren Kohärenzlänge sich über die gesamte Ausdehnung des Kondensates erstreckt. Trotz der frühen theoretischen Vorhersage sollte es noch 70 Jahre bis zur ersten experimentellen Realisierung durch Eric Cornell, Carl Wieman [And95] und wenig später durch Wolfgang Ketterle [Dav95] dauern. Alle drei wurden dafür im Jahr 2001 mit dem Physik-Nobelpreis ausgezeichnet [Cor02, Ket02]. Die makroskopische Ausdehnung des Kondensates machte es erstmals möglich, eine atomare Materiewelle [And95] und die Interferenz zweier Materiewellen [And97] durch ein abbildendes Verfahren direkt sichtbar zu machen. Mit dem Bose-Einstein-Kondensat steht seither eine atomare Quelle zur Verfügung, die sich aufgrund der hohen Atomzahl und der großen Kohärenzlänge ideal zum Studium kohärenter Materiewellenphänomene eignet.

In einer Vielzahl folgender Experimente gelang es, das Kondensat erfolgreich als kohärente atomare Quelle zu verwenden. Insbesondere konnte gezeigt werden, dass bei der Beugung eines Kondensates an einem stehenden bzw. bewegten optischen Gitterpotential dessen Kohärenz erhalten bleibt [Koz99]. Seitdem wird die Beugung an optischen Potentialen als Standardmethode zur kohärenten Manipulation von Kondensaten verwendet. So gelang es Kozuma et al. [Koz99], ein Kondensat durch Bragg-Streuung an einem optischen Gitter kohärent zu teilen. Bald darauf konnte damit das erste Mach-Zehnder-Interferometer für Kondensate realisiert werden [Tor00]. Mittels eines solchen Interferometers war es bei-

spielsweise möglich, die zeitliche Entwicklung der räumlichen Phasenverteilung eines expandierenden Kondensates zu untersuchen [Sim00].

Man erkannte schnell, dass die Realisierung interferometrischer Sensoren durch Bose-Einstein-Kondensate nochmals einen enormen Fortschritt hinsichtlich der Genauigkeit solcher Sensoren bringen könnte. Im Vergleich zu inkohärenten Quellen können nämlich im Kondensat alle Atome zum Interferenzmuster beitragen und ermöglichen so ein sehr viel besseres Signal-Rausch-Verhältnis. Das Kondensat als kohärente Quelle für Atome ist dabei in etwa vergleichbar mit dem Laser als kohärente Photonenquelle, die im Bereich der optischen Interferometrie ebenfalls zu einem Durchbruch führte. Von besonderem Interesse ist dabei die Entwicklung portabler und kostengünstiger Sensoren, die eine orts aufgelöste Messung von Rotationsgeschwindigkeiten, Beschleunigungen und Magnetfeldern bzw. deren Gradienten erlauben. Solche Detektoren könnten in vielen Bereichen Verwendung finden. In der Geologie beispielsweise könnten sie zur Untersuchung von Gesteinsformationen oder zum Auffinden von Bodenschätzen und Erdöllagern genutzt werden. In der Archäologie könnten durch orts aufgelöste Gravimeter aufwendige Suchgrabungen nach historischen Fundstätten vermieden werden.

Mit Blick auf diese Miniaturisierung wurden zeitgleich zur Erforschung der Kondensate neuartige Fallen entwickelt, in denen ultrakalte atomare Gase durch miniaturisierte magnetische Potentiale manipuliert wurden [Wei95]. Die notwendigen Magnetfelder zur Erzeugung dieser sogenannten „Mikrofallen“ wurden dabei durch permanentmagnetische Strukturen [Vul98], stromdurchflossene Drähte [For98] oder mikrostrukturierte Leiterbahnen [Rei99] erzeugt. Gerade die Möglichkeit, mikrostrukturierte Leiterbahnen durch lithographische Prozesse auf der Oberfläche eines Mikrochips zu implementieren, ermöglicht die Realisierung fast beliebiger Potentialformen. Es liegt daher nahe, solche magnetischen Mikrochips (Atomchips) für die kohärente Manipulation von Kondensaten zu verwenden. Die Präparation von Bose-Einstein-Kondensaten an magnetischen Mikrochips ist mittlerweile zur Routine geworden [Ott01, Hän01a]. In den vergangenen Jahren gelang es, eine Vielzahl atomoptischer Elemente, wie zum Beispiel magnetische Spiegel, Strahlteiler, Wellenleiter und Gitter, auf der Oberfläche solcher Chips zu implementieren [Fol02]. Dennoch existierten bis vor kurzem keine Experimente, in denen die kohärente Manipulation eines Kondensates, geschweige denn die Realisierung eines Interferometers, auf einem Mikrochip gelang. Als ersten Schritt in diese Richtung konnte Wang et al. [Wan05] einen magnetischen Mikrochip mit einem optischen Gitterpotential kombinieren und damit ein Interferometer realisieren.

Prinzipiell sind die Beugungs- und Interferenzeffekte eines Kondensates jedoch nicht auf die Manipulation durch optische Potentiale beschränkt. Gerade im Hinblick auf die Miniaturisierung interferometrischer Sensoren liegt es nah, die zur kohärenten Manipulation des Kondensates erforderlichen Potentialstrukturen ebenfalls durch miniaturisierte Leiterbahnen zu erzeugen und auf der Oberfläche von Mikrochips zu implementieren. Solche magnetischen Mikropotentiale unterliegen keinem Drift durch thermische oder mechanische Effekte und können durch die Variation der Stromstärke in den Leitern einfach manipuliert werden. Zudem sind die zur Manipulation verwendbaren Potentiale nicht auf periodische

Strukturen beschränkt, sondern lassen sich nahezu beliebig gestalten.

Bis dato konnte jedoch allein durch die Manipulation mittels magnetischer Potentiale kein Beugungs- oder Interferenzphänomen eines Kondensates auf einem Atomchip beobachtet werden. Zudem scheint das Design und die Konstruktion solcher magnetischer Strukturen nicht offensichtlich zu sein. Um ein Kondensat beispielsweise an einem magnetischen Gitter zu beugen, darf die Gitterkonstante maximal wenige μm groß sein. Nur so ist es möglich, das Kondensat innerhalb seiner Kohärenzlänge zu strukturieren. Damit das Kondensat solch kleine Potentialstrukturen auflösen kann, muss es in ähnlicher Größenordnung an die felderzeugenden Leiter herangeführt werden. Bringt man jedoch ein atomares Ensemble nah an die Oberfläche metallischer Leiterbahnen, so erleidet dieses, durch die thermisch fluktuierenden Magnetfelder des Leiters, starke Atomzahlverluste [Hen99b, Jon04, Lin04]. Zusätzlich führt die geometrische Unvollkommenheit der mikrostrukturierten Stromleiter zu einer Störung der magnetischen Potentiale, welche nahe der Leiter am stärksten ist [Est04].

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wird ein Experiment präsentiert, mit dem diese technischen Schwierigkeiten gelöst werden konnten und weltweit erstmals die phasenkohärente Manipulation eines Bose-Einstein-Kondensats durch die Magnetfelder eines Mikrochips gelang. Zur kohärenten Manipulation der Kondensatswellenfunktion wurde dazu ein μm -strukturiertes magnetisches Gitterpotential entwickelt, welches es erlaubt, eine periodische Phasenstruktur auf die Kondensatswellenfunktion aufzuprägen. Diese resultiert in einer intrinsisch kohärenten Beugung des Kondensates am Gitter, welche durch das Auftreten von Beugungsordnungen mit charakteristischen Besetzungszahlen in Erscheinung tritt. Ähnliche Phasenmodulationsexperimente wurden bereits mittels optischer Potentiale zur Erzeugung von Vortizes und Solitonen in Bose-Einstein-Kondensaten verwendet [Mat99, Bur99]. Während es bereits früher gelang, thermische Atome an einer magnetischen Struktur zu streuen [Ros00], zeigt das in dieser Arbeit vorgestellte Experiment zum ersten Mal die Beugung einer kohärenten Materiewelle an einem magnetischen Gitter.

Mittlerweile ist die kohärente Manipulation von Kondensaten an magnetischen Mikrostrukturen auch in anderen Experimenten erfolgreich gelungen. So konnte Schumm et al. [Sch05] ein magnetisches Fallenpotential durch Einstrahlung einer Radiofrequenz in ein räumliches Doppelmuldenpotential überführen und somit ein Kondensat kohärent teilen. Damit konnte erstmals ohne Zuhilfenahme optischer Potentiale ein Interferometer auf einem Atomchip realisiert werden. Die Verwendung der Radiofrequenz erlaubt die Durchführung dieses Experiments weitab der Chipoberfläche und umgeht die erwähnten Probleme nahe der Leiterbahnen. In einer ähnlichen Anordnung gelang es Jo et al. [Jo07], die Kohärenzzeit zweier separierter Kondensate zu bestimmen. Zuvor versuchte Shin et al. [Shi05] ein Kondensat in einer alternativen Strahlteileranordnung [Hin01] zu teilen. Obwohl Interferenz zwischen den Kondensatsteilen beobachtet wurde, gelang es nicht, den Teilungsprozess kohärent durchzuführen.

In einem weiterführenden Experiment gelang auch uns die Realisierung eines Interferometers am Chip. Dieses beruht auf der kohärenten Teilung des Kondensates durch dessen Beugung am magnetischen Gitter. Wegen der relativ großen Gitterkonstante von $4\ \mu\text{m}$ ist mit der Beugung jedoch nur ein kleiner Rückstoßimpuls auf die einzelnen Beugungsord-

nungen verbunden. Während der freien Expansion des gebeugten Kondensates bleiben die Beugungsordnungen daher räumlich überlagert. Im Überlagerungsbereich konnten wir so Materiewelleninterferenz mit einem reproduzierbaren Streifenmuster beobachten. Anders als in herkömmlichen Interferometern wird der interferometrische Pfad dabei durch die während des freien Falls freiwerdende Wechselwirkungsenergie geschlossen. Das Interferometer basiert damit auf einer einzigen Wechselwirkung des Kondensates mit dem Gitter. Das Auftreten eines deterministischen Interferenzmusters belegt schließlich die Phasenkohärenz des Teilungsprozesses.

Die Ergebnisse der in dieser Arbeit vorgestellten Experimente wurden in drei Veröffentlichungen der Zeitschriften *Physical Review Letters* [Gün05b, Gün07] und *Physical Review A* [Gün05a] publiziert.

Die vorliegende Arbeit gliedert sich wie folgt: Im ersten Kapitel wird nach einer kurzen Einführung in die Physik der magnetischen Mikrofallen der im Experiment verwendete Aufbau zur Erzeugung eines Kondensates am Chip vorgestellt. Dies beinhaltet, neben einer Beschreibung des verwendeten Atomchips, auch die Beschreibung des Laser- und des Vakuumsystems. Im Hinblick auf die Materiewellenexperimente werden die Voraussetzungen und die damit verbundenen Probleme zur kohärenten Manipulation des Kondensates erörtert. Es wird ein Konzept entwickelt, welches die Probleme umgeht und die Implementierung der zur kohärenten Manipulation notwendigen Potentiale auf dem Chip erlaubt.

Das zweite Kapitel beschäftigt sich mit dem magnetischen Gitterpotential, mit dessen Hilfe das erste kohärente Materiewellenexperiment am Chip realisiert wurde. Es wird gezeigt, wie dieses Gitterpotential durch eine periodische Anordnung mikrostrukturierter Leiterbahnen erzeugt wird und welche Eigenschaften es besitzt. Zur Berechnung der räumlichen Potentialstruktur werden analytische Formeln abgeleitet. Überlagert man das statische magnetische Gitterpotential mit einem zusätzlichen oszillierenden Magnetfeld (Radiofrequenzfeld), so lassen sich grundlegende Eigenschaften des Gitterpotentials ändern.

In Kapitel drei werden die Beugungsexperimente des Kondensates am Gitter vorgestellt. Die Ergebnisse lassen sich durch eine einfache eindimensionale Theorie beschreiben. Dazu ist es jedoch notwendig, die Rolle der Wechselwirkungszeit des Kondensates mit dem Gitter näher zu untersuchen. Es werden erste dreidimensionale numerische Berechnungen präsentiert und mit der eindimensionalen Theorie verglichen. Anschließend wird gezeigt, wie der Beugungsprozess durch die Überlagerung des Gitterpotentials mit einem oszillierenden Radiofrequenzfeld erfolgreich manipuliert werden kann.

Im letzten Kapitel wird die Realisierung eines Interferometers am Chip beschrieben. Dieses beruht auf der Interferenz der überlappenden Beugungsordnungen während der ballistischen Expansion des gebeugten Kondensates. Zur Beschreibung des Interferenzmusters wird die Entwicklung der Kondensatswellenfunktion bis zum Abbildungszeitpunkt modelliert und anschließend mit den experimentellen Daten verglichen. Daraus lässt sich auf die Phasenbeziehung zwischen verschiedenen Beugungsordnungen des Kondensates zurückschließen. Die Arbeit endet mit einer Zusammenfassung und einem kurzen Ausblick auf künftige Experimente.

2 Kondensate in magnetischen Mikrofallen

In diesem Kapitel werden der apparative Aufbau und die experimentellen Techniken erläutert, die zur Erzeugung von Bose-Einstein-Kondensaten in magnetischen Mikrofallen notwendig sind. Damit wird der Grundstein zur Beschreibung der in dieser Arbeit vorgestellten Beugungs- und Interferenzexperimente am magnetischen Gitter gelegt.

Nach einer allgemeinen Motivation und Einführung in die Physik der Mikrofallen, wird der im Experiment verwendete Trägerchip vorgestellt. Dieser ermöglicht die Speicherung und präzise Manipulation ultrakalter atomarer Gase ohne die Notwendigkeit zusätzlicher externer magnetfelderzeugender Elemente. Der Chip ist in ein Vakuumsystem integriert, welches zusammen mit dem Lasersystem die Präparation ultrakalter atomarer Rubidiumgase ermöglicht. Neben der Beschreibung des Vakuum- und des Lasersystems wird der experimentelle Ablauf zur Erzeugung eines Bose-Einstein-Kondensates am Trägerchip erklärt. Zwei Demonstrationsexperimente zeigen anschließend, wie der Trägerchip zur präzisen Orts- und Impulskontrolle ultrakalter atomarer Gase verwendet werden kann. Das Kapitel schließt mit der grundsätzlichen Frage nach der Durchführbarkeit von Materiewellenexperimenten an magnetischen Mikrostrukturen. Diese Fragestellung führt zum Konzept der „kombinierten Chips“, mit denen phasensensitive Experimente möglich werden.

2.1 Magnetische Mikrofallen

Die grundlegende Idee der magnetischen Mikrofalle besteht in der Manipulation und Speicherung ultrakalter atomarer Gase durch die Magnetfelder miniaturisierter Leiterbahnen. Bringt man Atome nah an solche Leiterbahnen, so sind die zu erwartenden Magnetfelder und Feldgradienten sehr viel größer als es für herkömmliche makroskopische felderzeugende Elemente wie z.B. Spulen oder Drähte in großem Abstand zu den Atomen der Fall ist. Für einen stromdurchflossenen Leiter beispielsweise steigen Feldbetrag und Gradient mit abnehmendem Abstand r zum Leiter mit $1/r$ bzw. $1/r^2$ an. Demgegenüber führt eine Erhöhung der Stromstärke nur zu einem linearen Anstieg und ist zudem noch mit einem quadratischen Anwachsen der vom Leiter produzierten Abwärme verbunden. Für die Erzeugung tiefer und steiler Magnetfallen ist es somit zweckmäßig, die Atome sehr nah an den felderzeugenden Elementen zu platzieren. Im Gegensatz zu makroskopischen Feldanordnungen aus Spulen und Drähten reichen dann bereits kleine Ströme aus, um die notwendigen Feldstärken und Gradienten zu erzielen. Die Implementierung solcher miniaturisierter Leiterbahnstrukturen auf der Oberfläche von Substraten erlaubt es darüber hinaus, ganze Leiterbahnstrukturen und damit fast beliebige maßgeschneiderte Potentiale für Atome zu erzeugen. Die hohe Qualität bei der Herstellung solcher Mikrochips durch

beispielsweise optische Lithographie oder Elektronenstrahlolithographie ermöglicht dann eine präzise Kontrolle und Manipulation dieser Potentiale.

2.1.1 Atomare Wechselwirkung mit Magnetfeldern

In unserem Experiment speichern und manipulieren wir bosonische ^{87}Rb -Atome in solchen chipbasierten magnetischen Mikrofallen. Das Alkali-Element Rubidium hat sich seit langer Zeit für die Herstellung von Bose-Einstein-Kondensaten etabliert. Seine hohe atomare Masse, sein wasserstoffähnliches Spektrum und seine hohe s-Wellen-Streulänge machen es zu einem idealen Kandidaten für die Erzeugung von Kondensaten. Während der Experimente am Chip befinden sich die Rb-Atome im $5S_{1/2}$ Grundzustand. Dieser ist charakterisiert durch den Bahndrehimpuls $L = 0$, den Elektronenspin $S = 1/2$ und den Kernspin $I = 3/2$. Abbildung 2.1 zeigt das zugehörige Termschema. Durch den fehlenden Bahndrehimpuls besitzt es keine Feinstrukturaufspaltung¹. Die Kopplung des Elektronenspins und des Kernspins zum Gesamtdrehimpuls $F = S + I$ führt jedoch zu einer Hyperfeinstrukturaufspaltung² in zwei Zustände $|F = 1\rangle$ und $|F = 2\rangle$, die durch eine Energiedifferenz von 6.8 GHz getrennt sind. Mit jedem dieser Zustände ist ein magnetisches Moment μ_F verbunden, welches in Richtung des Gesamtdrehimpulses zeigt:

$$\mu_F = -g_F \frac{\mu_B}{\hbar} F \quad \text{mit} \quad \mu_B = \frac{\hbar}{2} \frac{e}{m_e} . \quad (2.1)$$

Dabei bezeichnet g_F den Landé-Faktor des atomaren Hyperfeinzustands und μ_B steht für das Bohrsche Magneton, welches sich aus der Elektronenmasse m_e , der Elementarladung e und der Planck-Konstante \hbar ergibt.

Bringt man dieses System in ein moderates³ externes Magnetfeld⁴ \mathbf{B} , so kann sich das magnetische Moment μ_F in diesem ausrichten. Die damit verbundene potentielle Energie ist dann für den Fall, dass die Quantisierungsachse in Richtung des Magnetfeldes zeigt, gegeben durch

$$U = -\mu_F \cdot \mathbf{B} = g_F \mu_B m_F |\mathbf{B}| . \quad (2.2)$$

m_F ist die Projektion des Gesamtdrehimpulses F auf die Richtung des Magnetfeldes. Durch die Bewegung der Atome im Magnetfeld ändert sich aber ständig das lokale Feld und die

¹Die Feinstrukturaufspaltung (Spin-Bahn Kopplung) entsteht durch die Ausrichtung des Elektronenspins S im Hüllmagnetfeld, das durch den Drehimpuls L des Elektrons erzeugt wird. Dabei koppeln Bahndrehimpuls und Spin zu einem Gesamtdrehimpuls $J = L + S$.

²Die Hyperfeinstrukturaufspaltung beschreibt die Ausrichtung des Kernspins I im vom Gesamtdrehimpuls J erzeugten Magnetfeld. Die Drehimpulse koppeln dabei zum Gesamtdrehimpuls $F = J + I$.

³Für Felder über 600 G wird die Kopplung der einzelnen Drehimpulse an das externe Feld stärker als die $S-I$ Kopplung der Hyperfeinstruktur. Die $S-I$ Kopplung wird aufgehoben und Kern- und Elektronenspin richten sich unabhängig voneinander im externen Feld aus. Gleichung 2.2 verliert dann ihre Gültigkeit. Solche großen Felder treten allerdings im Experiment nicht auf.

⁴Entsprechend dem allgemeinen Sprachgebrauch bezeichnen wir die magnetische Induktion \mathbf{B} als Magnetfeld. Im Vakuum gilt zum Magnetfeld \mathbf{H} die Beziehung $\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}$. Dabei ist μ_0 die Permeabilität des Vakuums.

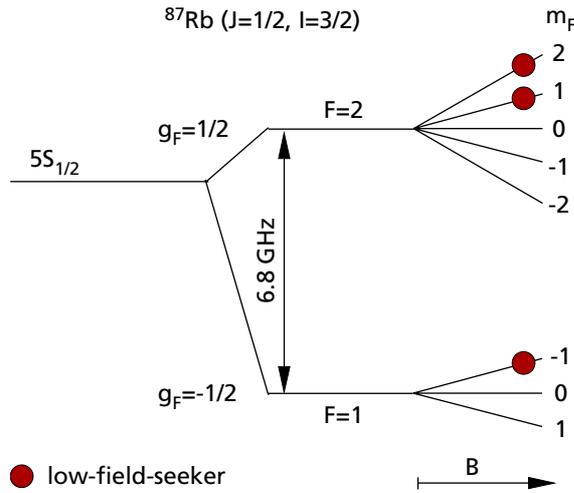


Abbildung 2.1: Termschema des ^{87}Rb - $5S_{1/2}$ Grundzustands: Die Hyperfeinstruktur führt zu einer Aufspaltung des $5S_{1/2}$ Zustands in zwei Zustände mit $F=1$ und $F=2$. Durch Anlegen eines externen Magnetfeldes spalten die magnetischen Unterzustände linear mit dem Magnetfeld auf. Für die magnetische Speicherung eignen sich nur Zustände mit $g_F m_F > 0$.

Feldrichtung am Ort der Atome. Unter der Voraussetzung, dass die Larmorfrequenz

$$\omega_L = \frac{g_F \mu_B |\mathbf{B}|}{\hbar}, \quad (2.3)$$

mit der das magnetische Moment um die Richtung des Magnetfeldes präzidiert, sehr viel kleiner ist als ihre zeitliche Änderung

$$\omega_L \ll \frac{1}{\omega_L} \frac{d\omega_L}{dt}, \quad (2.4)$$

kann das magnetische Moment der Änderung des Magnetfeldes adiabatisch folgen, und m_F ist eine Erhaltungsgröße. Das von den Atomen erfahrene Potential aus Gleichung 2.2 spiegelt dann einfach den Magnetfeldbetrag wider.

Die Zustände $|F\rangle$ spalten somit linear mit dem Magnetfeld in $2F + 1$ äquidistante magnetische Unterzustände $|F, m_F = -F \dots F\rangle$ auf (siehe Abb. 2.1). Zustände mit $g_F m_F > 0$ erfahren dann eine Kraft in Richtung fallender Magnetfeldstärke und werden daher *low-field-seeker* genannt. Zustände mit $g_F m_F < 0$ bewegen sich in Richtung steigender Felder und werden als *high-field-seeker* bezeichnet. Da es im freien Raum kein Maximum des Magnetfeldes geben kann⁵, lassen sich in magnetostatischen Feldern nur *low-field-seeking* Zustände fangen. Dazu reicht dann eine Magnetfeldanordnung, welche ein lokales Minimum des Feldbetrages aufweist [Mig85]. Darüber hinaus muss für die Bewegung der Atome in der Falle zusätzlich das Adiabazitätskriterium aus Gleichung 2.4 erfüllt sein, da andernfalls der Spinzustand m_F keine gute Quantenzahl und damit keine Erhaltungsgröße mehr ist.

⁵Dies folgt aus der Rotations- und Quellenfreiheit des Magnetfeldes im freien Raum [Win83].

Als Folge kann es zur Änderung des Spinzustandes kommen, wodurch Atome aus gefangenen *low-field-seeking* Zuständen in ungefangene *high-field-seeking* Zustände überführt werden können. Solche Atome gehen aus der Falle verloren und stehen dem Experiment nicht mehr zur Verfügung. Man bezeichnet solche Verluste als Majorana-Spin-Flip-Verluste [Suk97].

Für ^{87}Rb -Atome kommen zur magnetischen Speicherung daher nur die drei in Abbildung 2.1 gekennzeichneten Zustände in Frage: $|F = 1, m_F = -1\rangle$ und $|F = 2, m_F = 2, 1\rangle$. In unserem Experiment präparieren wir die Atome im $|F = 2, m_F = 2\rangle$ Zustand und erhalten mit $g_F = 1/2$ für die potentielle Energie der Atome im Magnetfeld:

$$U = \mu_B |\mathbf{B}| . \quad (2.5)$$

Aufgrund dieses direkten Zusammenhangs zwischen Potential und Betrag des Magnetfeldes werden Potentialdifferenzen typischerweise in Einheiten des Magnetfeldes, also in Einheiten von Gauss⁶, angegeben. Wegen $\mu_B |\mathbf{B}| = k_B T = \hbar \omega$ ist aber auch eine Angabe als Temperatur oder Frequenz üblich:

$$1 \text{ G} \hat{=} 67.2 \mu\text{K} \hat{=} 2\pi \times 1.4 \text{ MHz} . \quad (2.6)$$

2.1.2 Basiskonzept einer Mikrofalle

Abbildung 2.2 zeigt die einfachste Realisierung und zugleich das Basiskonzept einer magnetischen Mikrofalle. Ein von einem Strom I durchflossener gerader Leiter erzeugt ein zirkulares Magnetfeld \mathbf{B}_L , welches von einem senkrecht zum Leiter orientierten homogenen Kompressionsfeld⁷ \mathbf{B}_\perp überlagert wird. Legt man o.B.d.A. den Leiter entlang der z-Achse und das Kompressionsfeld entlang der negativen x-Richtung (siehe Abb. 2.2a), so ergibt sich ein entlang der axialen Richtung (z-Richtung) invariantes Gesamtfeld

$$\mathbf{B}(x, y) = \mathbf{B}_L + \mathbf{B}_\perp = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{x^2 + y^2} \begin{pmatrix} y \\ -x \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -B_\perp \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} , \quad (2.7)$$

dessen radialer Feldverlauf (x,y-Ebene) in Abbildung 2.2b dargestellt ist. Das radial nach außen abfallende Feld des Leiters wird entlang einer Linie parallel zum Leiter vom Kompressionsfeld kompensiert. Die radiale Position dieses Kanals mit verschwindendem Gesamtmagnetfeld ergibt sich aus Gleichung 2.7 zu

$$x_0 = 0 , \quad y_0 = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I}{B_\perp} \quad (2.8)$$

und ist bestimmt durch den Strom im Leiter und die Stärke des Kompressionsfeldes. In radialer Richtung um diesen Kanal steigt der Feldbetrag mit einem Feldgradienten von

$$a_r := \left. \frac{dB_x(x_0, y)}{dy} \right|_{y=y_0} = \left. \frac{dB_y(x, y_0)}{dx} \right|_{x=x_0} = \frac{2\pi}{\mu_0} \frac{B_\perp^2}{I} \quad (2.9)$$

⁶1 G = 10⁻⁴ T.

⁷oft auch Bias-Feld genannt

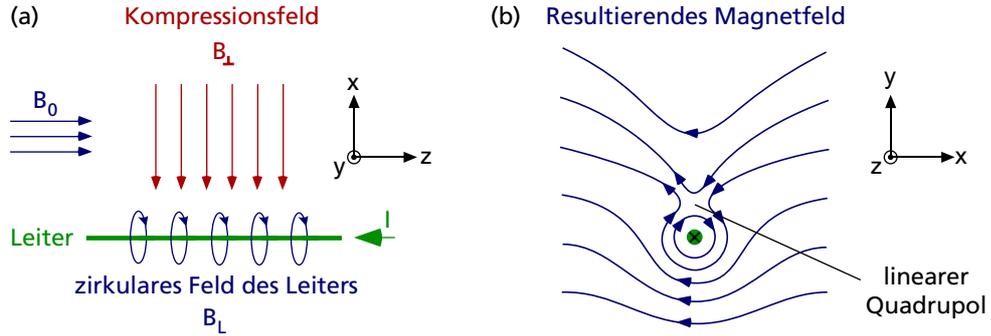


Abbildung 2.2: (a) Schema und (b) radialer Feldverlauf einer linearen Mikrofalle bestehend aus einem stromdurchflossenen Leiter und einem zum Draht senkrechten Kompressionsfeld. In erster Näherung entsteht oberhalb des Leiters ein linearer Quadrupolkanal mit verschwindendem Magnetfeld im Zentrum und linear ansteigendem Feld in radialer Richtung. Ein zusätzliches inhomogenes Offsetfeld sorgt für einen Feldeinschluss in axialer Richtung und verhindert Majorana-Verluste.

linear an. Damit entspricht die Feldkonfiguration in der Nähe des Feldnullpunktes einem linearen Quadrupolfeld

$$|B| \approx a_r r \quad \text{mit} \quad r = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (2.10)$$

und eignet sich zur Speicherung von Atomen in radialer Richtung [For98, Den99, Rei99]. Da nah dem Zentrum der Falle aber das Magnetfeld beliebig klein wird, reduziert sich hier entsprechend Gleichung 2.3 auch die Larmorfrequenz und das Adiabazitätskriterium 2.4 kann nicht mehr erfüllt werden. Atome, die sich nah am Fallenzentrum bewegen, können eine Änderung des Spin-Zustands erleiden und somit aus der Falle verloren gehen. Um dies zu verhindern, wird im Allgemeinen ein zusätzliches Offsetfeld B_0 angelegt, welches parallel zum Leiter orientiert ist (siehe Abb. 2.2a). Wählt man $|B_0| \gg a_r r$, so verschwindet der Nulldurchgang des Feldes und der ursprünglich lineare Feldverlauf wird parabolisch [Pri83]:

$$|B| = \sqrt{(a_r r)^2 + B_0^2} \approx B_0 + \frac{1}{2} \frac{a_r^2}{B_0} r^2. \quad (2.11)$$

Das magnetische Potential $U = g_F m_F \mu_B |B|$, dem die Rb-Atome der Masse m_{Rb} ausgesetzt sind, entspricht dann einem harmonischen Oszillatorpotential $U = (1/2) m_{\text{Rb}} \omega^2 r^2$. Man definiert daher eine radiale Fallenfrequenz ω_r

$$\omega_r := \sqrt{\frac{g_F m_F \mu_B}{m_{\text{Rb}} B_0}} a_r, \quad (2.12)$$

welche der radialen Oszillationsfrequenz der Atome in der Falle entspricht. In solch einem Potential sind die Atome in radialer Richtung gefangen und können sich axial frei bewegen, ohne dabei Majorana-Verluste zu erleiden. In Analogie zu einem Lichtleiter für Photonen bezeichnet man solch ein Potential als Wellenleiter für Atome. Um die Atome auch in der dritten Raumrichtung zu lokalisieren, wählt man üblicherweise das Offsetfeld derart, dass

es an einem Punkt entlang der axialen Richtung einen minimalen Feldbetrag aufweist. In der Umgebung dieses Feldminimums lässt sich dann der axiale Feldverlauf ebenfalls durch einen harmonischen Oszillator nähern und durch eine axiale Fallenfrequenz ω_a beschreiben. Es entsteht eine sogenannte Ioffe-Falle mit einem parabolischen Feldverlauf in allen drei Raumrichtungen und einem endlichen⁸ Magnetfeld im Fallenzentrum. In dieser Falle können Atome in *low-field-seeking* Zuständen magnetisch gespeichert werden.

Neben der Charakterisierung solcher Fallen durch das Offsetfeld B_0 und die Fallenfrequenzen ω_a und ω_r spielt die Fallentiefe eine entscheidende Rolle bei der Speicherung von Atomen. Je heißer eine atomare Wolke ist, umso höhere energetische Zustände werden besetzt und desto tiefer muss eine Falle sein, um die Atome zu speichern. Als Faustformel sollte die Tiefe einer Falle mindestens $10k_B T$ betragen, damit die Atome nicht aus der Falle verloren gehen [Ket99].

Eine ausführliche Beschreibung weiterer Mikrofallengeometrien findet man in den Übersichtsartikeln von E.A. Hinds und I. Hughes [Hin99b], R. Folman et al. [Fol02], J. Reichel [Rei02] sowie J. Fortágh und C. Zimmermann [For07]. Die Funktionsweise der dort vorgestellten Fallengeometrien lässt sich fast immer auf das gerade beschriebene Basiskonzept einer Mikrofalle zurückführen.

2.2 Der Trägerchip

Für die Manipulation von Kondensaten mit μm -strukturierten Leiterbahnanordnungen ist die exakte Positionierung der Atome relativ zu diesen Strukturen sehr wichtig. In herkömmlichen Mikrofallen-Experimenten benutzt man Fallen, wie sie im letzten Abschnitt vorgestellt wurden. Der zentrale Leiter wird dabei meist auf einer Mikrostruktur implementiert. Das Kompressionsfeld und Offsetfeld wird jedoch durch andere externe Leiter oder Spulen erzeugt [Fol02]. Die ungenaue Kenntnis ihrer Geometrie und relativen Position zu den mikrostrukturierten Leitern verhindert dann oftmals eine akkurate Berechnung der Fallenfrequenzen und der Fallenposition. Wir haben daher einen Chip entwickelt [Gün03, Gün05a], der alle zur Speicherung und Manipulation von Atomen notwendigen Magnetfelder durch mikrostrukturierte Leiterbahnen auf der Chipoberfläche erzeugt. Mit ihm sind keine externen Leiter oder Spulen mehr notwendig, um die Atome zu fangen oder zu manipulieren. Die genaue Kenntnis der Leiterbahngeometrie erlaubt es darüberhinaus, die Fallenparameter und die Fallenposition sehr exakt zu berechnen. Der Chip wurde dabei so konzipiert, dass er nicht nur eine dreidimensionale Falle erzeugt, sondern zugleich auch ein dreidimensionales Positionierungssystem zur Verfügung stellt, welches die μm -genaue Positionierung und den Transport von Kondensaten erlaubt.

Mit diesen Eigenschaften bildet der Chip eine zentrale Grundlage für die Realisierung der in dieser Arbeit beschriebenen Materiewellenexperimente. Im Konzept der „kombinierten Chips“ (siehe Abschnitt 2.6) übernimmt er die Rolle des Trägerchips und bietet eine

⁸von Null verschieden

Plattform zur Implementierung weiterer μm -strukturierter Atom-Optik-Chips. Gleichzeitig stellt er alle zur Erzeugung und Mikropositionierung eines Kondensates erforderlichen Magnetfelder zur Verfügung. Aus diesem Grund werden der Chip und insbesondere das Positionierungssystem im Folgenden kurz vorgestellt. Eine detaillierte Beschreibung findet man in [Gün03, Gün05a].

2.2.1 Radialer Einschluss und Positionierung

Auf dem Weg zur dreidimensionalen Falle ist zunächst ein lineares Quadrupolpotential notwendig, welches einen radialen Einschluss der Atome erlaubt. Dieses wird auf dem Trägerchip, wie in Abbildung 2.3a dargestellt, durch drei parallele Leiterbahnen QP1, QP2 und QP3 erzeugt. Im Folgenden werden diese Leiter als Quadrupolleiter bezeichnet. Das zirkulare Magnetfeld B_L des mittleren Leiters QP2 wird dabei überlagert durch ein Kompressionsfeld B_{\perp} , welches durch die beiden äußeren parallelen Leiter QP1 und QP3 erzeugt wird [Thy99, Cas00]. Legt man alle drei Leiter in die x - z Ebene und den mittleren Leiter ent-

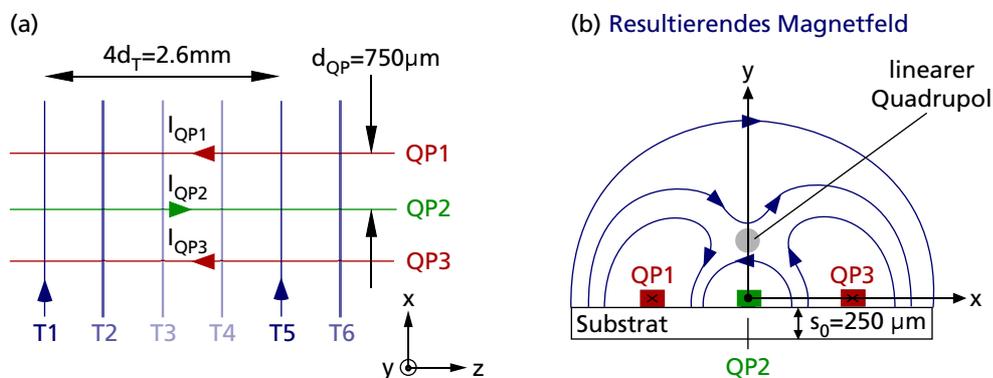


Abbildung 2.3: (a) Leiterbahngeometrie zur Erzeugung einer dreidimensionalen Falle für ultrakalte Atome: Der radiale Einschluss der Falle ist durch ein Wellenleiterpotential gegeben, das durch die drei parallelen Leiter QP1, QP2 und QP3 erzeugt wird. Die Magnetfelder der dazu senkrechten Leiterbahnen T1 und T5 sorgen für den axialen Einschluss der Falle und für ein endliches Offsetfeld im Fallenzentrum. Die äquidistante Anordnung mehrerer senkrechter Leiterbahnen (Transportleiter) ermöglicht die axiale Positionierung bzw. den axialen Versatz des Fallenzentrums. (b) Feldverlauf des resultierenden Magnetfeldes der drei Quadrupolleiter: Ist der Strom in den äußeren Leitern entgegengesetzt zum Strom im mittleren Leiter gerichtet, so entsteht ein linearer Quadrupolkanal parallel zur Chipoberfläche.

lang der z-Achse, so gilt:

$$\mathbf{B}_L = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_{QP2}}{x^2 + y^2} (-y\hat{e}_x + x\hat{e}_y) , \quad (2.13)$$

$$\mathbf{B}_\perp = \frac{\mu_0}{2\pi} \left(\frac{I_{QP1}y}{(d_{QP} + x)^2 + y^2} + \frac{I_{QP3}y}{(d_{QP} - x)^2 + y^2} \right) \hat{e}_x \quad (2.14)$$

$$- \frac{\mu_0}{2\pi} \left(\frac{I_{QP1}(d_{QP} + x)}{(d_{QP} + x)^2 + y^2} \right) \hat{e}_x - \left(\frac{I_{QP3}(d_{QP} - x)}{(d_{QP} - x)^2 + y^2} \right) \hat{e}_y . \quad (2.15)$$

Dabei ist $d_{QP} = 750 \mu\text{m}$ der Abstand zwischen zwei benachbarten Quadrupolleitern und I_{QP_i} ($i = 1, 2, 3$) der zugehörige Strom. Er zeigt für positive Stromwerte I_{QP2} in $+z$ Richtung und für positive I_{QP1} bzw. I_{QP3} in $-z$ Richtung. Ist der Strom in den äußeren Leiterbahnen entgegengesetzt zum Strom im mittleren Leiter gerichtet, so entsteht eine Feldanordnung wie in Abbildung 2.3b dargestellt. Ähnlich wie im Falle des homogenen Kompressionsfeldes bildet sich parallel zum zentralen Leiter ein linearer Quadrupolkanal aus, in dessen Zentrum der Feldbetrag verschwindet und radial nach außen linear ansteigt.

Wählt man den Strom in den äußeren Quadrupolleitern gleich groß, so entsteht der lineare Quadrupol auf der y-Achse (siehe Abb. 2.3b) in einem Abstand von

$$y_0 = d_{QP} \sqrt{\frac{1}{2I_{QP1}/I_{QP2} - 1}} \quad (2.16)$$

zum Leiter QP2. Der radiale Feldgradient im Zentrum der Falle ist dann gegeben durch

$$a_r = \frac{\mu_0 I_{QP2}}{2\pi y_0^2} \frac{2}{1 + (y_0/d_{QP})^2} . \quad (2.17)$$

Im allgemeinen Fall beliebiger Ströme in den Quadrupolleitern ist die Position des Quadrupolkanals gegeben durch:

$$x_0 = \frac{d_{QP2}}{2} \frac{I_{QP1} - I_{QP3}}{I_{QP1} - I_{QP2} + I_{QP3}} , \quad (2.18)$$

$$y_0 = \frac{d_{QP2}}{2} \frac{\left[4I_{QP1}I_{QP3} - (I_{QP1} - 2I_{QP2} + I_{QP3})^2 \right]^{1/2}}{I_{QP1} - I_{QP2} + I_{QP3}} . \quad (2.19)$$

Damit kann die radiale Position des Wellenleiters durch Änderung der Ströme in den drei Quadrupolleitern sehr genau kontrolliert werden. Abbildung 2.4 zeigt, wie sich die Fallenposition mit den Strömen ändert. Die blauen Trajektorien beschreiben die Fallenposition in Abhängigkeit vom Strom im mittleren Quadrupolleiter für ein jeweils konstantes Verhältnis $\gamma = I_{QP1}/I_{QP3}$ der äußeren Quadrupolströme. Die roten Trajektorien hingegen beschreiben die Fallenposition in Abhängigkeit von γ für einen festen Strom I_{QP2} . Für alle Trajektorien wurde die Summe der äußeren Ströme mit $I_{QP1} + I_{QP3} = 2 \text{ A}$ konstant gehalten, was realistischen Werten im Experiment entspricht. Man erkennt, dass die radiale Fallenposition durch die Wahl der Stromstärken in den Quadrupolleitern über einen weiten Bereich eingestellt werden kann.

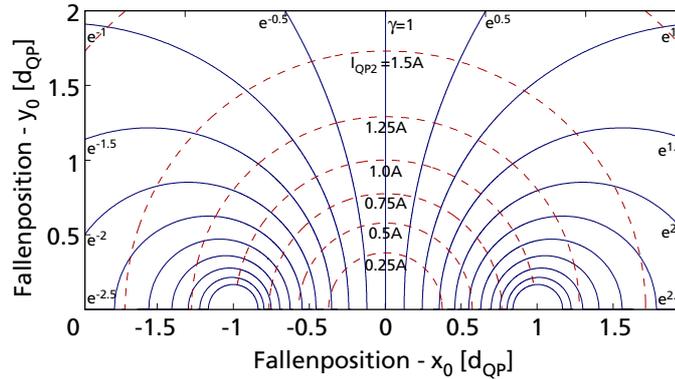


Abbildung 2.4: Radiale Position des Wellenleiters in Abhängigkeit der Stromstärke in den Quadrupolleitern. Die blauen Trajektorien repräsentieren die Fallenposition für ein festes Verhältnis $\gamma = I_{QP1}/I_{QP3}$ und variablen Strom I_{QP2} . Umgekehrt zeigen die roten Trajektorien die Fallenposition für feste Ströme I_{QP2} und variables γ . Die Summe der äußeren Ströme $I_{QP1} + I_{QP3} = 2\text{ A}$ wurde für die Berechnung konstant gehalten.

2.2.2 Axialer Einschluss und Positionierung

Wie bereits in Abschnitt 2.1.2 beschrieben, ist ein zusätzliches Offsetfeld entlang der Symmetrieachse des Wellenleiters notwendig, um die Falle gegen Majorana-Verluste zu stabilisieren. Das Magnetfeld nimmt dann im Fallenzentrum einen endlichen Wert an und die radiale Potentialform wird parabolisch. Gleichzeitig lässt sich über den inhomogenen Anteil des Offsetfeldes ein Einschluss der Falle in axialer Richtung erzielen. Die Leiter T1 und T5 aus Abbildung 2.3a erzeugen solch ein inhomogenes Offsetfeld. Sie sind senkrecht zu den Quadrupolleitern ausgerichtet und werden in gleicher Richtung vom Strom durchflossen. Um einen Kurzschluss mit den Quadrupolleitern zu verhindern, sind sie auf der Rückseite des Trägerchips implementiert und damit durch einen Abstand $s_0 = 250\ \mu\text{m}$ von den Quadrupolleitern entfernt. Wählt man in beiden Leitern den selben Strom I_T , so erzeugen diese im Wellenleiter ein Magnetfeld mit einer z-Komponente

$$B_z = -\frac{\mu_0}{2\pi} I_T \left(\frac{s_0 + y_0}{(s_0 + y_0)^2 + (2d_T + z)^2} + \frac{s_0 + y_0}{(s_0 + y_0)^2 + (2d_T - z)^2} \right), \quad (2.20)$$

welche ein endliches Offsetfeld im Wellenleiter hervorruft. Nah dem Minimum des Feldes B_z , direkt zwischen den Leitern T1 und T5, ist das Potential näherungsweise parabolisch und sorgt somit gleichzeitig für den axialen Einschluss der Falle.

Die fünf Leiter QP1, QP2, QP3, T1 und T5 erzeugen nun zusammen ein Fallenpotential, welches um das Zentrum der Falle näherungsweise parabolisch ist und durch die Feldkrümmungen b_i ($i = a, r$) und den Wert des Offsetfeldes B_0 im Fallenzentrum charakteri-

siert ist:

$$B_0 = \frac{\mu_0}{\pi} \frac{I_T(s_0 + y_0)}{(s_0 + y_0)^2 + 4d_T^2}, \quad (2.21)$$

$$b_a = \frac{\mu_0}{2\pi} I_T(s_0 + y_0) \frac{48d_T^2 - 4(s_0 + y_0)^2}{[(s_0 + y_0)^2 + 4d_T^2]^3}, \quad (2.22)$$

$$b_r = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{2I_{QP2}^2}{y_0^4 I_T(s_0 + y_0)} \frac{(s_0 + y_0)^2 + 4d_T^2}{[1 + (r_0/d_{QP})^2]^2}. \quad (2.23)$$

Die resultierenden Fallenfrequenzen⁹ ω_i ($i = a, r$), ergeben sich gemäß Gleichung 2.11 und 2.12 zu

$$\omega_i = \sqrt{\frac{g_{FMF} \mu_B}{m_{Rb}} b_i}. \quad (2.24)$$

Typische Fallenparameter einer so erzeugten Falle entnimmt man dem experimentellen Teil dieses Kapitels in Abschnitt 2.5.1.

Die axiale Positionierung der Falle erfolgt durch zusätzliche Transportleiter T1-T8 auf der Unterseite der Struktur (siehe Abb. 2.3a). Eine durch T2 und T6 erzeugte Falle weist dabei die gleichen Fallenparameter auf wie eine durch T1 und T5 erzeugte Falle. Lediglich die axiale Position des Fallenzentrums ist um den Abstand $d_T = 650 \mu\text{m}$ zwischen benachbarten Transportleitern verschoben. Reduziert man den Strom im Leiterpaar T1 und T5 und erhöht gleichzeitig den Strom in T2 und T6, so gelingt es, die beiden versetzten Fallen kontinuierlich ineinander zu überführen. Das Fallenzentrum bewegt sich dabei um den Abstand d_T entlang der z-Achse. Wählt man eine optimale Trajektorie $I_{T2}(I_{T1})$ und $I_{T6}(I_{T5})$, so kann die axiale Fallenfrequenz während dieser Verschiebung konstant gehalten werden [Gün03, Gün05a]. Dies ist insbesondere für einen kohärenten Transport von Kondensaten wichtig, da eine sich ändernde Fallenfrequenz zu einer nichtlinearen Anregung des Kondensates führen kann [Ott03b]. Passt man zusätzlich noch die Ströme in den drei Quadrupolleitern an, so kann darüber hinaus die radiale Fallenfrequenz und die radiale Fallenposition während der axialen Positionierung erhalten bleiben [Gün05a].

2.2.3 Realisierung und Montage

Abbildung 2.5 zeigt die Leiterbahnanordnung des gesamten Trägerchips. Er enthält die Quadrupolleiter und die Transportleiter, die zur Erzeugung und Manipulation einer dreidimensionalen Falle für Atome notwendig sind. Die Leiterbahnen QP1, QP2 und QP3 befinden sich auf der Oberseite des Chips und haben untereinander einen Abstand von $d_{QP} = 750 \mu\text{m}$. Die Transportleiter T1-T8 auf der Unterseite des Chips haben einen Abstand von $d_T = 650 \mu\text{m}$ und wiederholen sich periodisch über eine Distanz von 20.15 mm. Um einen Kurzschluss der Leiter untereinander zu verhindern, werden sie von der Chipunterseite

⁹Diese Ausdrücke gelten für unendlich lange Leiterbahnen. Berücksichtigt man die endliche Länge auf dem realen Chip (Abb. 2.5), so weichen die axiale und radiale Fallenfrequenz für die in Abschnitt 2.5 gewählten Parameter um 5% bzw. 4% ab.

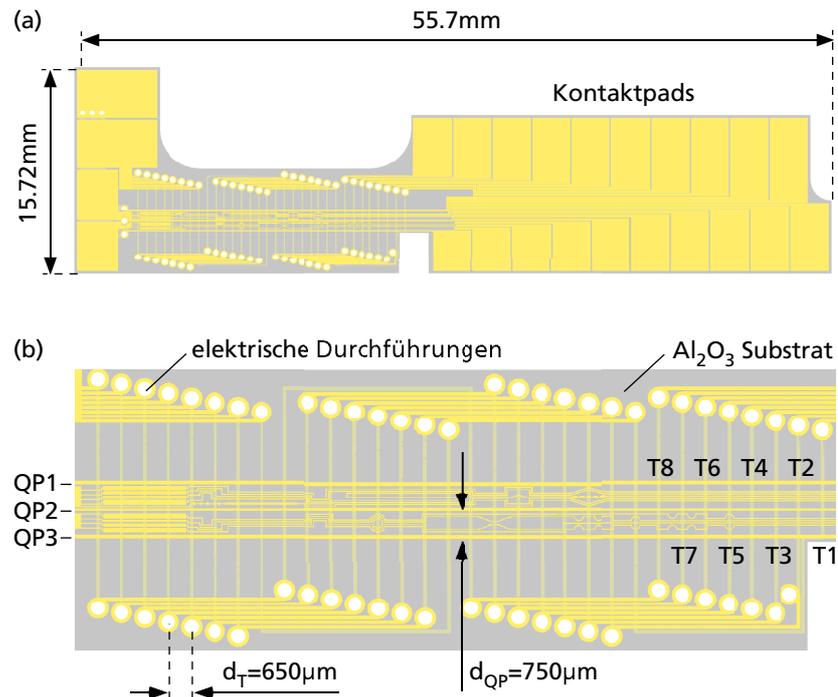


Abbildung 2.5: (a) Schematische Darstellung des kompletten Chips inklusive der Kontaktpads. (b) Ausschnittsvergrößerung ohne Kontaktpads. Die vertikalen Leiterbahnabschnitte befinden sich auf der Rückseite des Chips. Alle anderen Leiterbahnen sind auf der Vorderseite implementiert.

zur Oberseite und wieder zurück geführt. Der Kontakt zwischen Vorder- und Rückseite wird dabei durch $400 \mu\text{m}$ große, innen mit Gold beschichtete Löcher gewährleistet. Der elektrische Kontakt der mikrostrukturierten Leiterbahnen zu den Anschlussdrähten geschieht durch 24 Kontaktpads auf der Chipoberseite. Zwischen den QP-Leitern befinden sich zusätzliche Leiterbahnstrukturen zur Erzeugung spezieller Magnetfeldanordnungen. Da diese in der vorliegenden Arbeit nicht zum Einsatz kommen, sei für eine detaillierte Beschreibung auf die Arbeiten [Gün03] und [Kra05] verwiesen.

Für die Herstellung des Chips wurden mittels optischer Lithographie Leiterbahnen aus Gold auf beide Seiten eines $250 \mu\text{m}$ dicken Aluminium-Oxid-Substrates aufgebracht. Als Haftvermittler dient eine nur wenige hundert nm dicke Wolfram-Titan-Legierung. Die Leiter sind $100 \mu\text{m}$ breit, $6 \mu\text{m}$ hoch und variieren in der Länge zwischen 2,3 und 6,5 cm. Im Vakuum können sie mit einem kontinuierlichen Strom von bis zu 1,35 A betrieben werden. Dies entspricht einer maximalen Stromdichte von $2,3 \times 10^5 \text{ A/cm}^2$. Im gepulsten Betrieb (3 s Betriebszeit, 57 s Leerlauf) erreicht man Ströme von 2,8 A bzw. Stromdichten bis zu $4,7 \times 10^5 \text{ A/cm}^2$.

Zur Implementierung der Mikrostruktur in dem im nächsten Abschnitt vorgestellten UHV¹⁰-Vakuumsystem wird der Trägerchip mittels eines UHV-tauglichen Keramikklebers [Res]

¹⁰Als Ultra-Hoch-Vakuum (UHV) bezeichnet man den Druckbereich zwischen 10^{-7} und 10^{-12} mbar.

auf einem OFHC-Kupfer¹¹-Kühlkörper befestigt. Dieser dient neben der genauen Positionierung des Trägerchips innerhalb der Kammer zur Ableitung der am Chip entstehenden Abwärme. Abbildung 2.6 zeigt den fertig montierten Trägerchip. Die Kontaktierung der Mikrostruktur erfolgt über die 24 auf dem Chip integrierten Kontaktpads. Über Federplatten¹² werden M1 Madenschrauben auf die Kontaktpads gepresst und somit ein elektrischer Kontakt zu den am Ende der Federplatten montierten Anschlussdrähten hergestellt.

Im Kühlkörper selbst verläuft ein zusätzlicher Leiter mit einer rechteckigen Querschnittsfläche von $2\text{ mm} \times 2\text{ mm}$. Dieser sogenannte Kompressionsdraht befindet sich direkt unter dem Trägerchip und läuft parallel zum mittleren Quadrupolleiter. Er ermöglicht die Bereitstellung eines zusätzlichen Kompressionsfeldes, wie es für das Umladen der Atome an den Trägerchip notwendig ist (siehe Abschnitt 2.4).

2.3 Der apparative Aufbau

Der Trägerchip ist zusammen mit anderen felderzeugenden Elementen in ein Vakuumssystem integriert, welches zusammen mit dem Lasersystem die Präparation ultrakalter atomarer Rubidiumgase erlaubt. Das Vakuum ist erforderlich, um die ultrakalten Atome von der thermischen Umgebung zu isolieren. Nur so lassen sich unerwünschte Stöße mit dem heißen Hintergrundgas minimieren. Solche Stöße führen zwangsläufig zu einem Heizen des ultrakalten atomaren Ensembles und zu Verlusten von Atomen aus der Falle.

¹¹Oxygen-Free-High-Conductivity (OFHC) Kupfer zeichnet sich im UHV gegenüber normalem Kupfer durch seine niedrigere Ausgasrate und seine verbesserte Wärmeleitfähigkeit aus. Alle vakuumseitigen Kupferbauteile wurden aus OFHC-Kupfer gefertigt.

¹²dünne, elastisch-deformierbare Edelstahlplättchen

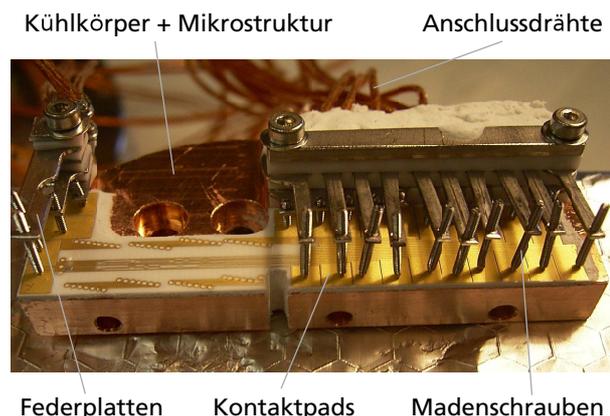


Abbildung 2.6: Auf dem Kühlkörper montierter Trägerchip. Die elektrische Kontaktierung erfolgt über Kontaktpads, welche durch Madenschrauben und Federplatten mit den kaptonisolierten Anschlussdrähten verbunden sind.

2.3.1 Das Vakuumsystem

Abbildung 2.7a zeigt das im Experiment verwendete Vakuumsystem [For03a]. Es besteht aus einer Vakuumkammer, einer Titan-Sublimationspumpe und einer Ionengetter-Pumpe. Für den optischen Zugang befinden sich an der Vakuumkammer zwei CF160- und vier CF40-Flansche, an denen antireflexbeschichtete Fenster angebracht sind. Der Kammerdeckel ist über einen CF160-Flansch an der Oberseite der Kammer montiert. An ihm befindet sich der gesamte Innenaufbau der Vakuumkammer, sowie ein zusätzliches CF40-Fenster und alle elektrischen Durchführungen. An der Unterseite der Kammer ist über einen CF160-Flansch die Titan-Sublimationspumpe angeschlossen. Sie erreicht bei Kühlung mit flüssigem Stickstoff eine maximale Pumpleistung von 2500 l/s. Zusätzlich ist unterhalb dieser Pumpe noch eine Ionengetter-Pumpe mit einer Pumpleistung von 80 l/s montiert.

Der mit diesem Aufbau erreichte Druck liegt bei etwa 6×10^{-12} mbar. Der Druck wird mittels einer UHV-Drucksonde [Ley] gemessen, die zusammen mit einem Ventil zum Be- und Entlüften zwischen Kammer und Sublimationspumpe angebracht ist. Drucksonde und Ventil sind in Abbildung 2.7a nicht dargestellt.

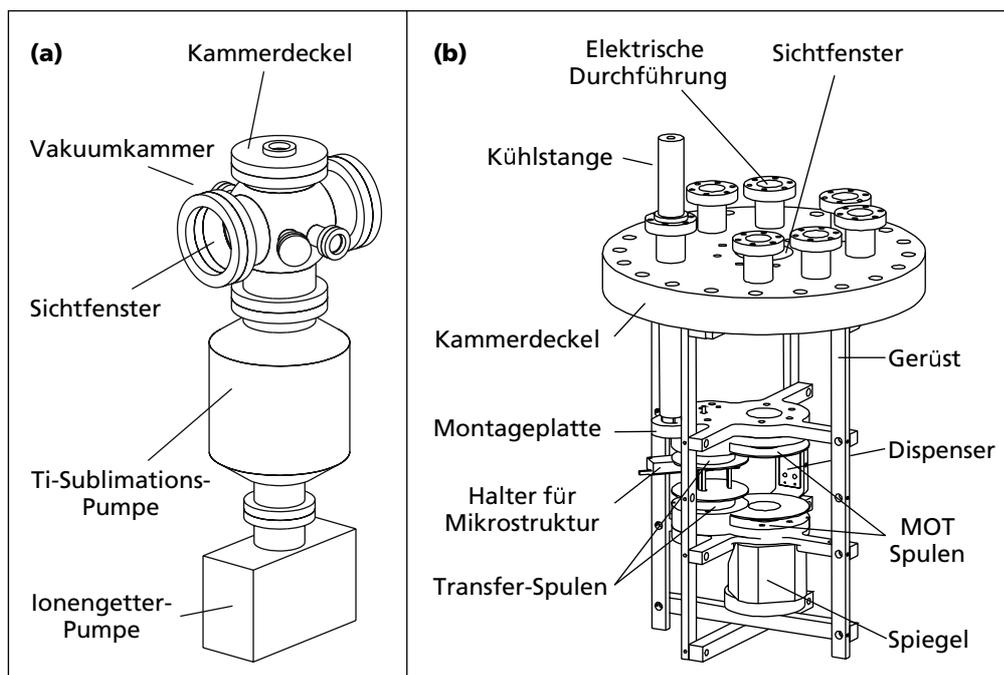


Abbildung 2.7: (a) Vakuumsystem bestehend aus der Vakuumkammer mit Sichtfenstern, einer Titan-Sublimationspumpe und einer Ionengetter-Pumpe. Der Innenaufbau der Vakuumkammer ist am Kammerdeckel befestigt. (b) Kammerdeckel mit Vakuumeinsatz. Über ein Gerüst sind alle magnetfelderzeugenden Elemente, sowie die Dispenserquellen für thermische Rubidiumatome am Kammerdeckel befestigt. Der gesamte Aufbau befindet sich im Vakuum bei 6×10^{-12} mbar.

2.3.2 Der Vakuumeinsatz

Um einen möglichst kompakten Aufbau des gesamten Experiments zu gewährleisten, befinden sich alle notwendigen felderzeugenden Elemente wie Spulen, Drähte und die Mikrostruktur, aber auch die Dispenserquellen zur Erzeugung thermischer Rubidiumatome, im Inneren der Vakuumkammer [For03a]. Abbildung 2.7b zeigt eine schematische Darstellung des Kammerdeckels mit dem Vakuumeinsatz. Über ein Gerüst, bestehend aus vier vertikalen und zwei horizontalen Kupferstreben, ist dieser am Kammerdeckel befestigt. Zwischen den Streben befinden sich zwei Montageplatten, an denen die beiden Spulenpaare und die Dispenser montiert sind.

Die beiden MOT-Spulen sind zum Betrieb der magneto-optischen Falle (MOT) notwendig. Auf beiden Spulenkörpern befinden sich je 130 Windungen eines kaptonisolierten Kupferdrahtes mit 0.6 mm Leiterdurchmesser. Die beiden Spulen mit einem Außendurchmesser von 56 mm, einem Innendurchmesser von 22 mm, einer Höhe von 6 mm und einer zentralen Bohrung von 20 mm Durchmesser befinden sich im gegenseitigen Abstand von 42 mm (siehe Abb. 2.8a). Wie alle Leiter werden sie von bipolaren Stromquellen versorgt [HF] und erzeugen in Anti-Helmholtz-Konfiguration¹³ bei einem maximalen Strom von 3 A eine Quadrupolfalle mit einem axialen Gradienten von 45 G/cm. Das Loch in den Spulen ist notwendig, um die vertikalen MOT-Strahlen zwischen die Spulen zu bringen. Dazu befindet sich unterhalb der MOT-Spule ein Spiegelhalter mit einem gegenüber der Horizontalen um 45° geneigten dielektrischen Spiegel. Ein seitlich durch das Fenster eingestrahelter MOT-Strahl wird somit in die vertikale Richtung reflektiert¹⁴.

Für das zweite Spulenpaar (Transferspulen) wurden je 80 Windungen des gleichen kaptonisolierten Drahtes auf einen Spulenkörper mit 48 mm Außendurchmesser und 8 mm Höhe aufgebracht. Bei einem Abstand von 22 mm und einem maximalen Strom von 3 A erzeugen sie ein Quadrupolfeld mit einem maximalen Gradienten von 58 G/cm. Auf der oberen Transferspule befindet sich zusätzlich eine Spule mit sechs Windungen, die als Radiofrequenz-Antenne für Atome in der Mikrofalle dient.

Vertikal durch die Transferspule verläuft ein Kupferdraht mit einem Durchmesser von 1.5 mm. Dieser Draht ist gegenüber der Symmetrieachse der Transferspulen um 4 mm verschoben (siehe Abb. 2.8b) und wird mit einem maximalen Strom von 20 A betrieben. Sein Magnetfeld erzeugt zusammen mit dem Quadrupolfeld der Transferspulen eine Ioffe-Falle, in der Atome ohne Majorana-Verluste gefangen werden können. Daher bezeichnet man diesen Draht auch als Ioffe-Draht.

Über zwei Schrauben ist der Mikrostrukturhalter samt Mikrostruktur „kopfüber“ an der oberen Transfer-Spule befestigt. Damit können die Atome nach dem Ausschalten der Fallenfelder im Gravitationsfeld frei expandieren, bevor sie abgebildet werden. Gerade für die in dieser Arbeit vorgestellten Beugungsexperimente ist dies notwendig, um die Impulsverteilung des gebeugten Kondensates räumlich sichtbar zu machen.

Zwei Dispenser [SAE], die in einem Keramikhalter aus Marcor im Abstand von 5 cm zur MOT befestigt sind, dienen als Quelle thermischer Rubidiumatome (siehe Abb. 2.8c). Fließt

¹³entgegengesetzte Stromrichtungen in den Spulen

¹⁴Näheres zur MOT siehe Abschnitt 2.3.3.

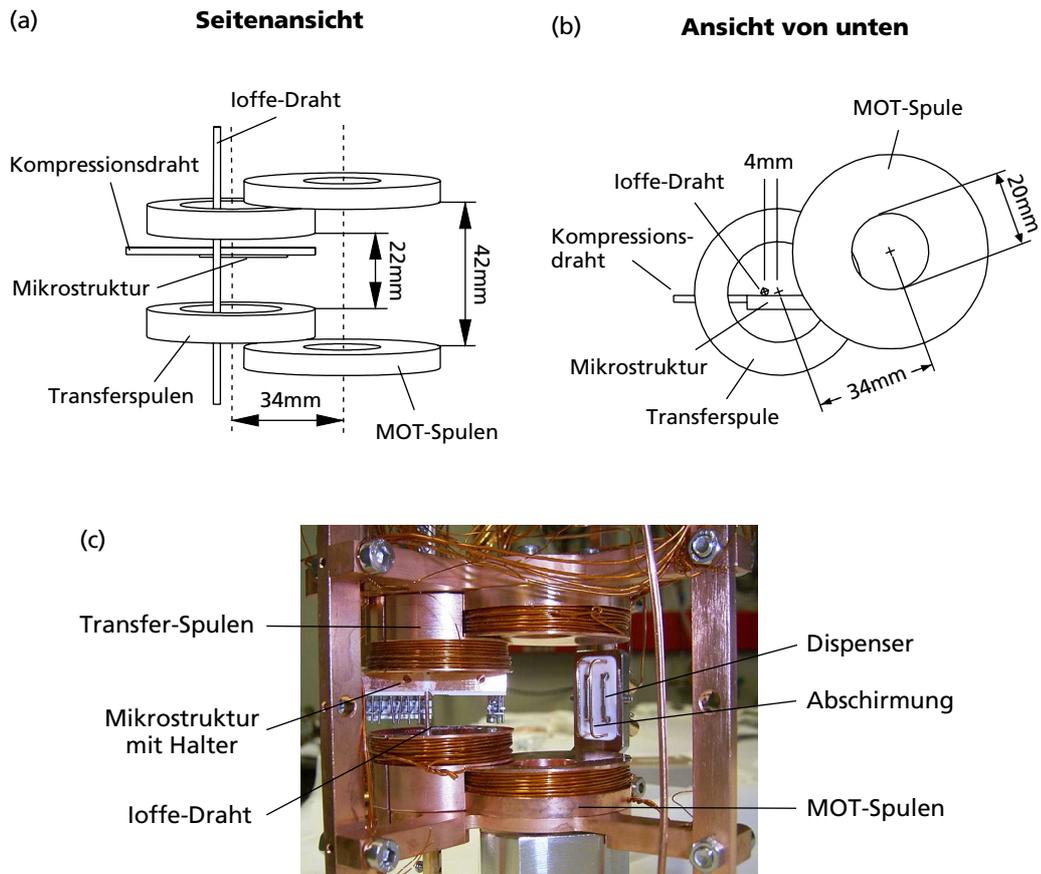


Abbildung 2.8: (a)+(b) Schematische Darstellung der Anordnung der beiden Spulenpaare sowie der zusätzlichen Drähte in der Kammer. (c) Fertig montierter Aufbau. Die beiden Spulenpaare sind an den Montageplatten befestigt. An der unteren Platte befindet sich zusätzlich eine Halterung für die beiden Dispenser und Abschirmdrähte. Der Mikrostrukturhalter mit dem Atomchip ist „kopfüber“ an der oberen Transferspule befestigt.

ein Strom durch die Dispenser, so werden diese durch ohmsche Verlustleistung erwärmt und emittieren ab einer Temperatur von etwa $400\text{ }^{\circ}\text{C}$ Rubidiumatome. Die beiden Dispenser werden entgegengesetzt vom Strom durchflossen, so dass sich ihre Felder am Ort der MOT aufheben. Zusätzlich angebrachte Abschirmdrähte verhindern den direkten Beschuss der MOT durch die heißen Dispenseratome.

Die Kontaktierung der elektrischen Elemente im Inneren der Kammer erfolgt über fünf CF16-Stromdurchführungen am Kammerdeckel mit jeweils 10 Leitern. Der maximale Strom pro Leiter bzw. Durchföhrung beträgt dabei 10 A bzw. 50 A. Um die während des Experiments entstehende Abwärme abzuführen, wird am Kammerdeckel über einen zusätzlichen CF16-Flansch eine massive OFHC-Kupfer-Stange ins Vakuum geführt (siehe Abb. 2.7b). Außerhalb der Kammer taucht diese Kühlstange in flüssigen Stickstoff und ist innerhalb des Vakuums mit der oberen Montageplatte verbunden. Damit erreicht man Temperaturen von

etwa -15°C an der Mikrostruktur.

2.3.3 Das Lasersystem

Dem Lasersystem kommt im Experiment eine zentrale Bedeutung bei der Präparation und der Abbildung ultrakalter Atome zu. Die Schmalbandigkeit der Laser ermöglicht dabei eine gezielte Manipulation der Atome. Abbildung 2.9 zeigt das Termschema von ^{87}Rb für den $5S_{1/2}$ Grundzustand sowie für die beiden angeregten Feinstrukturzustände $5P_{1/2}$ und $5P_{3/2}$.

Zentraler Bestandteil aller Experimente mit ultrakalten Atomen ist die magneto-optische Falle (MOT). In unserem Experiment entsteht sie durch die Überlagerung von sechs Laserstrahlen (zwei gegenläufige Strahlen aus jeder Raumrichtung) und dem von den MOT-Spulen erzeugten magnetischen Quadrupolfeld. Zusammen wirkt so eine geschwindigkeits- und ortsabhängige Kraft auf die Atome, welche die Atome kühlt und gleichzeitig räumlich lokalisiert. Für den Betrieb der MOT werden zwei Laser benötigt. Ein Laser, der Kühllaser, treibt den geschlossenen Kühlübergang $5S_{1/2}, F=2 \rightarrow 5P_{3/2}, F=3$. Ein zweiter Laser ist notwendig, um Atome, welche aus dem geschlossenen Kühlübergang in den Zustand $5S_{1/2}, F=1$ zerfallen¹⁵, wieder in den Kühlkreislauf zurückzupumpen. Dieser Laser wird als Rückpumplaser bezeichnet.

Um die Atome magnetisch speichern zu können, ist ein weiterer Laser notwendig, der die Atome in den richtigen magnetischen Unterzustand bringt. Dieser Umpumplaser wird resonant auf den Übergang $5S_{1/2}, F=2 \rightarrow 5P_{3/2}, F=2$ eingestrahlt. Bei σ^+ -Polarisation des Laserlichtes¹⁶ werden so alle Atome in den *low-field-seeking* Dunkelzustand $5S_{1/2}, F=2, m_F=2$

¹⁵Durch den Kühllaser kommt es zu einer nicht-resonanten Anregung des $5P_{3/2}, F=2$ Zustands, welcher in den $5S_{1/2}, F=1$ Zustand zerfallen kann.

¹⁶Die Quantisierungsrichtung ist durch die Richtung des homogenen Magnetfeldes, welches während des Umpumpens von den MOT-Spulen erzeugt wird, festgelegt.

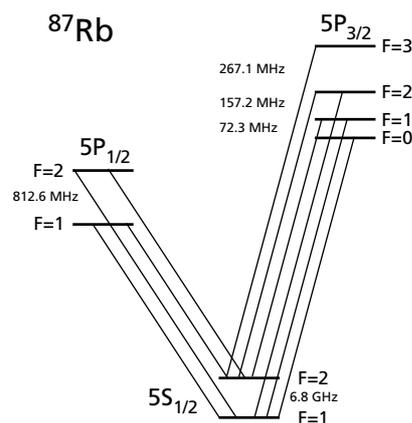


Abbildung 2.9: ^{87}Rb -Termschema inklusive Hyperfeinstruktur. Die optische Wellenlänge des Übergangs $5S_{1/2} \rightarrow 5P_{3/2}$ beträgt ca. 780 nm . Zusätzlich sind die Abstände zwischen den Hyperfeinzuständen angegeben.

gepumpt.

Für den Nachweis der magnetisch gespeicherten Atome mittels einer Absorptionsabbildung [Ket99] ist ein zusätzlicher Abbildungslaser notwendig, der resonant auf den Übergang $5S_{1/2}, F=2 \rightarrow 5P_{3/2}, F=3$ eingestellt ist.

Im Experiment kommen zur Erzeugung der notwendigen Laserstrahlen drei gitterstabilisierte Diodenlaser [Ric95] zum Einsatz. Eine ausführliche Charakterisierung dieser Laser und deren Stabilisierung findet sich in [Ott03c]. Nachfolgend wird lediglich ein kurzer Überblick gegeben.

Referenzlaser:

Der Referenzlaser mit einer Ausgangsleistung von etwa 20 mW wird über eine Polarisationspektroskopie [Dem95] resonant auf den Übergang $5S_{1/2}, F=2 \rightarrow 5P_{3/2}, F=3$ stabilisiert. Ein Teilstrahl des Lasers wird zur resonanten Absorptionsabbildung benutzt. Der andere Teil wird mittels eines akusto-optischen Modulators (AOM) um 267 MHz rotverstimmt und ist somit resonant zum Übergang $5S_{1/2}, F=2 \rightarrow 5P_{3/2}, F=2$. Dieses rotverstimmte Licht wird einerseits zum optischen Pumpen der Atome in den $F=2, m_F=2$ -Zustand und andererseits zur Stabilisierung des Kühllaser benutzt.

Kühllaser:

Der Kühllaser besitzt ebenfalls eine Ausgangsleistung von etwa 20 mW. Er wird sowohl zum magneto-optischen Kühlen [Raa87] als auch zum anschließenden Molassekühlen [Chu85] verwendet. Für den Betrieb der MOT muss der Laser um etwa 3 bis 4 natürliche Linienbreiten (etwa 20 MHz) gegenüber dem Kühlübergang $5S_{1/2}, F=2 \rightarrow 5P_{3/2}, F=3$ rotverstimmt werden. Für die Molassekühlung hingegen ist eine Rotverstimmung von etwa 10 natürlichen Linienbreiten (60 MHz) notwendig. Um die Laserverstimmung während des Experiments ändern zu können, wird der Kühllaser über eine Schwebungsspektroskopie stabilisiert [Don04]. Das Fehlersignal zur Stabilisierung wird dabei durch eine Überlagerung des Kühllasers mit dem um 267 MHz rotverstimmt Laserstrahl des Referenzlasers erzeugt. Mittels eines Trapezverstärkers [Zac99] wird das Licht auf etwa 500 mW verstärkt und anschließend durch eine optische Faser räumlich gefiltert. Hinter der Faser beträgt die Leistung in der TEM00-Mode etwa 160 mW. Anschließend wird das Laserlicht durch ein Teleskop auf einen $1/e$ -Durchmesser von 40 mm aufgeweitet und durch eine Kreisblende auf einen Durchmesser von 25 mm begrenzt. Durch eine Kombination aus $\lambda/2$ -Plättchen und Polarisationsstrahlteilern wird der Laserstrahl in sechs Teilstrahlen aufgeteilt und über $\lambda/4$ -Plättchen zirkular polarisiert. Die sechs Teilstrahlen werden dann durch die Vakuumfenster zur MOT geführt.

Rückpumlaser:

Der Rückpumlaser mit einer Ausgangsleistung von 20 mW wird über eine Sättigungsspektroskopie [Dem95] etwa 5 MHz neben der atomaren Resonanz des $5S_{1/2}, F=1 \rightarrow 5P_{3/2}, F=2$ -Übergangs stabilisiert. Ein Teil der Leistung (3 mW) wird für den Umpumpprozess zum Laden der Magnetfalle verwendet. Ein anderer Teil (16 mW) wird über ein Teleskop auf 20 mm aufgeweitet und vor der Aufteilung des MOT-Strahls mit diesem überlagert.

2.4 Erzeugung entarteter Bose-Gase am Chip

Eine genaue Beschreibung der Präparation von Bose-Einstein-Kondensaten an mikrostrukturierten Leiterbahnen findet sich in den Doktorarbeiten von J. Fortágh [For03b] und H. Ott [Ott03c]. Dort wird der Transfer der Atome aus der magneto-optischen Falle bis in die Mikrofalle sehr detailliert beschrieben. Hier erfolgt lediglich ein kurzer Abriss dieses experimentellen Ablaufs.

1. MOT-Phase

Zu Beginn des experimentellen Zyklus werden Rb-Atome aus den beiden Dispensern in die MOT geladen. Dazu werden die Dispenser für ca. 13 s bei einem Strom von 6 A geheizt. Für die folgenden 7 s werden die Dispenser ausgeschaltet, und die MOT wird aus dem Hintergrundgas weiter geladen. Am Ende der MOT-Phase befinden sich dann etwa 3×10^8 Atome bei einer Temperatur von 100 μK in der magneto-optischen Falle.

Durch Molassekühlen werden die Atome anschließend innerhalb von 10 ms auf eine Temperatur von 30 μK abgekühlt, bevor sie innerhalb von 500 μs durch den σ^+ -polarisierten Umpumplaser in den $5S_{1/2}, F=2, m_F=2$ -Zustand gepumpt werden. Während des Molassekühlens sind die Magnetfelder ausgeschaltet, und der Kühllaser ist um weitere 40 MHz rotverstimmt. Zur Festlegung der Quantisierungsachse für das Umpumpen wird mittels der MOT-Spulen ein homogenes Magnetfeld von 2 G erzeugt.

2. Magnetisches Speichern und Transfer in die Ioffe-Falle

Im Anschluss an das Umpumpen werden die Atome in eine durch die MOT-Spulen erzeugte Quadrupolfalle umgeladen. In dieser Falle befinden sich nun circa 2×10^8 Atome bei einer Temperatur von etwa 100 μK . Durch Verringern des Stromes in den MOT-Spulen und Erhöhen der Stromstärke in den Transferspulen werden die Atome nun innerhalb von 1 s in das Quadrupolfeld der Transferspulen verschoben. Dort angelangt, werden sie in eine durch die Transferspulen und den Ioffe-Draht erzeugte Ioffe-Falle umgeladen. Diese Falle ist charakterisiert durch Fallenfrequenzen von $\omega_r = 2\pi \times 120 \text{ Hz}$ und $\omega_a = 2\pi \times 14 \text{ Hz}$ sowie durch ein Offsetfeld im Fallenzentrum von 0.4 G. In dieser Falle werden die Atome durch evaporatives Kühlen¹⁷ innerhalb von 20 s auf eine Temperatur von 5 μK abgekühlt. Da das Kühlen mit starken Atomzahlverlusten verbunden ist, verbleiben nur etwa 2×10^7 Atome in der Magnetfalle.

3. Transfer an die Mikrostruktur

Innerhalb der nächsten Sekunde wird die thermische Wolke adiabatisch in die Mikrofal-

¹⁷Die Aufspaltung ΔE benachbarter magnetischer Unterzustände ist entsprechend Gleichung 2.2 abhängig vom Magnetfeld. Durch Einstrahlung einer Radiofrequenz $\hbar\omega_{\text{rf}} = \Delta E$ werden Atome bei diesem Magnetfeld in nichtgespeicherte Zustände überführt und gehen verloren. Da die heißesten Atome zu den höchsten Magnetfeldern vordringen, können diese durch Einstrahlung einer entsprechenden Radiofrequenz aus der Falle entfernt werden. Die Thermalisierung der verbleibenden Atome führt dann zu einer Erniedrigung der Temperatur [Ket99].

le überführt. Dabei wird der Strom im mittleren Quadrupolleiter mit 0.7 A eingeschaltet und die Magnetfalle durch Verringern des Stromes in der oberen Transferspule an den Leiter verschoben. Gleichzeitig erfolgt eine Kompression der Falle durch eine Erhöhung der Stromstärke im Kompressionsdraht auf 4 A. Die thermischen Atome befinden sich nun im Abstand von einigen hundert Mikrometern unterhalb der Mikrostruktur.

In den folgenden 500 ms werden die Atome in die rein chipbasierte Falle umgeladen. Dazu werden die Ströme in den drei Quadrupolleitern und den beiden Transportleitern T1 und T5 auf den Endwert erhöht (typische Parameter siehe Abschnitt 2.5.1) und anschließend alle externen Magnetfelder, also die Transferspulen, der Ioffe-Draht und der Kompressionsdraht ausgeschaltet. Damit befinden sich die Atome in einer allein durch den Trägerchip erzeugten Ioffe-Falle, deren Fallenparameter sich über die Ströme in den Mikrostrukturleitern einstellen lassen (siehe Abschnitt 2.2).

4. Manipulation am Chip

Die Atome befinden sich nun am Chip und können hier durch die mikrostrukturierten Leiterbahnen sehr genau kontrolliert werden. Meist ist es erforderlich, an einer bestimmten Stelle am Chip ein Kondensat zu erzeugen. Dazu wird die thermische Wolke zuerst mittels des Positionierungssystems des Trägerchips an die richtige Stelle befördert. Anschließend wird innerhalb von 5 – 10 s durch evaporatives Kühlen ein Kondensat erzeugt. Je nach Fallenparametern erreicht man so Kondensate mit bis zu 1×10^6 Atomen.

5. Nachweis der Atome

Nach den Experimenten an den thermischen Wolken bzw. Kondensaten wird deren Dichteverteilung durch herkömmliche Absorptionsabbildung [Ket99] dargestellt. Dabei wird die atomare Dichteverteilung $n(x, y, z)$ mit einem kollimierten resonanten Abbildungslaser beleuchtet und das transmittierte Licht über eine Abbildungsoptik auf einer CCD¹⁸-Kamera detektiert. Die Atome streuen, entsprechend ihres Streuquerschnittes¹⁹ σ_π , Photonen aus dem Laserstrahl und die einfallende Strahlintensität $I_0(x, y)$ wird je nach atomarer Dichte entlang des Strahlpfades exponentiell abgeschwächt.

$$I(x, y) = I_0(x, y) e^{-\sigma_\pi \int n(x, y, z) dz} \quad \text{mit} \quad \sigma_\pi = \frac{7}{15} \cdot \frac{3\lambda^2}{2\pi} = 1.36 \times 10^{-13} \text{ m}^2 \quad (2.25)$$

Durch Messung der transmittierten Strahlintensität mit und ohne Atome kann so auf die atomare Flächendichte zurückgeschlossen werden.

$$n(x, y) = \int n(x, y, z) dz = -\frac{1}{\sigma_\pi} \ln \frac{I(x, y)}{I_0(x, y)} = \frac{1}{\sigma_\pi} D(x, y) \quad (2.26)$$

Der negative Logarithmus des Quotienten der beiden Intensitäten mit und ohne Atome wird dabei als optische Dichte $D(x, y)$ bezeichnet. Aufgrund der endlichen Bit-Tiefe n der

¹⁸Englisch: Charge Coupled Device

¹⁹Der in Gl. 2.25 angegebene Streuquerschnitt bezieht sich auf die Beleuchtung der Rubidiumatome mit linear polarisiertem, resonanten Licht und ergibt sich aus der Mittelung über alle möglichen π -Übergänge [Die01].

Kamera ist man bei der Abbildung durch eine maximale optische Dichte von $\ln(2^n)$ begrenzt. Bei einer in-situ Abbildung von Atomen in der Falle werden diese Dichten schnell überschritten und Bildinformationen gehen verloren. Deshalb schaltet man vor der Abbildung alle Magnetfelder aus und lässt das atomare Ensemble im Gravitationsfeld der Erde frei expandieren. Dies reduziert die atomaren Dichten und ermöglicht eine Absorptionsabbildung ohne Informationsverluste. Durch die Flugzeitbilder wird es insbesondere möglich, die Impulsverteilung der Atome räumlich sichtbar zu machen. Dies ist eine wesentliche Voraussetzung zur Beobachtung der in dieser Arbeit beschriebenen Beugungseffekte an magnetischen Gittern.

2.5 Experimente am Trägerchip

Neben der Bereitstellung einer magnetischen Falle zur Erzeugung entarteter Bose-Gase besteht die Hauptaufgabe des Trägerchips in der exakten Orts- und Impulskontrolle ultrakalter atomarer Gase. Dabei wird in den meisten Fällen zuerst die thermische Wolke an den Ort transportiert, an dem später die Materiewellenexperimente durchgeführt werden, und dann vor Ort zum Kondensat gekühlt. Auf diese Weise umgeht man nichtlineare Anregungen des Kondensates [Ott03a] während des Transports und zusätzliche dichtebedingte Verluste. Anschließend kann eine weitere Mikropositionierung des Kondensates erfolgen. Dies ist notwendig, um beispielsweise ein Kondensat wenige Mikrometer von der Oberfläche entfernt zu positionieren. Mit einer thermischen Wolke ist dies nicht möglich, da ihr Radius diesen Abstand überschreitet. Die folgenden zwei Experimente demonstrieren exemplarisch den Transport einer thermischen Wolke und die Mikropositionierung bzw. Impulskontrolle eines Bose-Einstein-Kondensates am Trägerchip.

2.5.1 Transport ultrakalter Atome

Zur Demonstration des Transports präparieren wir 1.5×10^7 Rubidiumatome bei einer Temperatur von $6 \mu\text{K}$ in einer nur durch den Trägerchip hervorgerufenen Magnetfalle. Die Falle wird erzeugt durch die Quadrupolströme $I_{QP1} = I_{QP3} = 0.85 \text{ A}$, $I_{QP2} = 0.235 \text{ A}$ und die Transportströme $I_{T1} = I_{T5} = 0.6 \text{ A}$. Sie befindet sich $300 \mu\text{m}$ unterhalb der Chipoberfläche und ist charakterisiert durch eine radiale und axiale Fallenfrequenz von $\omega_r = 2\pi \times 140 \text{ Hz}$ und $\omega_a = 2\pi \times 16 \text{ Hz}$. Die Fallentiefe beträgt $87 \mu\text{K}$. Während des Transportes wird die Falle zusammen mit den Atomen innerhalb von 1.25 s über eine Gesamtstrecke von 1.95 mm parallel zu den Quadrupolleitern verschoben. Dies geschieht durch gezieltes Schalten der Ströme in den Transportleitern unterhalb der Struktur [Gün03].

Der Transport der ursprünglich ruhenden thermischen Wolke beginnt mit einer 500 mm langen Beschleunigungsphase, an deren Ende die Atome eine Geschwindigkeit von $v_T = 2.6 \text{ mm/s}$ erreichen. Dabei wird die Beschleunigung sinusförmig von null auf ihren Maximalwert $a_{\text{max}} = 8.2 \text{ mm/s}^2$ erhöht und anschließend wieder auf null reduziert. Am Ende

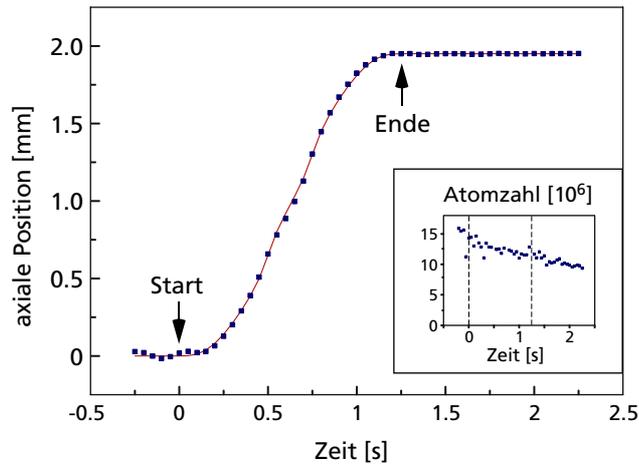


Abbildung 2.10: Transport eines thermischen Ensembles über eine Distanz von 1.95 mm. Der Transport startet bei $t=0$ mit einer ruhenden thermischen Wolke, welche innerhalb von 500 ms auf eine Geschwindigkeit von 2.6 mm/s beschleunigt wird. Mit dieser Geschwindigkeit bewegt sich die Wolke anschließend für 250 ms, bevor sie wieder abgebremst wird und bei $t=1.25$ s zur Ruhe kommt. Die blauen Punkte zeigen die gemessenen, die rote Kurve die berechneten axialen Positionen der thermischen Wolke. Im Unterbild ist zusätzlich die Anzahl der Atome in der Falle während des Transportes und danach dargestellt.

der Beschleunigungsphase haben die Atome eine Strecke von $650 \mu\text{m}$ zurückgelegt. Anschließend werden sie bei konstanter Geschwindigkeit v_T innerhalb von 250 ms über die nächsten $650 \mu\text{m}$ transportiert, bevor die thermische Wolke wieder abgebremst wird. Die zeitlich variable Bremsbeschleunigung wird dabei äquivalent zur anfänglichen Beschleunigung gewählt, allerdings mit umgekehrtem Vorzeichen. Somit endet der Transport nach weiteren 500 ms bei einer ruhenden thermischen Wolke, die gegenüber ihrer Startposition um 1.95 mm versetzt ist.

Da eine thermische Wolke weniger sensitiv auf eine Änderung der Fallenparameter reagiert als es für ein Bose-Einstein-Kondensat der Fall ist, wurde für den Transport der thermischen Wolke ein vereinfachtes Transportstromschema verwendet. Wählt man einen linearen Zusammenhang zwischen benachbarten Transportströmen $I_{T2} = I_T - I_{T1}$ mit einem maximalen Transportstrom $I_T = 0.6 \text{ A}$, so lässt sich der Versatz der Fallenposition näherungsweise als lineare Funktion des Transportstromes beschreiben: $\Delta z = d_T (1 - I_{T1}/I_T)$. Dies vereinfacht die experimentelle Steuerung des Transports, führt aber zu einer Änderung der radialen bzw. axialen Fallenfrequenzen während des Transports um 4% bzw. 14%. Da die Atome dieser Änderung jedoch adiabatisch folgen können, findet kein Heizen der Atome während des Transportes statt.

Zur Auswertung des Transportprozesses wurden alle 50 ms Absorptionsabbildungen der thermischen Wolke gemacht. Diese wurden anschließend durch eine zweidimensionale Gaussverteilung gefittet, um daraus die Atomzahl, die Temperatur und die genaue Position der thermischen Wolke zu bestimmen. In Abbildung 2.10 ist die so ermittelte Position der thermischen Wolke gegen die Zeit aufgetragen (blaue Punkte). Gleichzeitig ist die aus

den Stromwerten berechnete Fallenposition durch die rote Kurve gekennzeichnet. Es zeigt sich eine sehr gute Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment. Abbildung 2.10 zeigt zusätzlich die Atomzahl während und nach dem Transport. Dabei scheint es keinen Hinweis auf zusätzliche durch den Transport hervorgerufene Verluste zu geben.

2.5.2 Orts- und Impulskontrolle von Kondensaten

Die Mikropositionierung und Impulskontrolle des Kondensates soll durch das Abbremsen eines ursprünglich räumlich oszillierenden Kondensates demonstriert werden. Dazu präparieren wir ein oszillierendes Kondensat in der im vorherigen Abschnitt beschriebenen Falle

$$z(t) = A \sin(\omega_a t + \varphi) + z_0. \quad (2.27)$$

Die Schwingungsamplitude und Phase kann aus einer zeitlichen Serie von Absorptionsabbildungen bestimmt werden. Dabei ist es sinnvoll, die zeitlich veränderliche Kondensatsposition nicht innerhalb der Falle zu messen, sondern nach einer möglichst langen freien Fallzeit τ . In diesem Fall ist die Position des Kondensates nicht nur bestimmt durch die Anfangsposition, sondern auch durch die Geschwindigkeit des Kondensates zum Zeitpunkt des Ausschaltens der Fallenfelder:

$$Z(t) = z(t) + \dot{z}(t)\tau = A \sin(\omega_a t + \varphi) + A\omega_a \tau \cos(\omega_a t + \varphi) + z_0 \quad (2.28)$$

$$= A\sqrt{1 + \omega_a^2 \tau^2} \sin(\omega_a t + \tilde{\varphi}) + z_0. \quad (2.29)$$

Damit ist die Amplitude der beobachteten Schwingung nach der freien Fallzeit τ um einen Faktor $\sqrt{1 + \omega_a^2 \tau^2}$ größer als in der Falle selbst. Bei einer meist durch die optische Abbildung limitierten Positionsmessung erreicht man so eine höhere Genauigkeit bei der Bestimmung der Schwingungsamplitude A . Abbildung 2.11 zeigt für Zeiten $t < 0$ die axiale Position des Kondensates nach 20 ms freier Fallzeit. Daraus lässt sich durch einen Fit der Gleichung 2.28 die Amplitude, Frequenz und Phase der Oszillation bestimmen: $A = (15.8 \pm 0.8) \mu\text{m}$, $\omega_a = 2\pi \times (16.4 \pm 0.3) \text{ Hz}$ und $\varphi = (-0.014 \pm 0.09)$. Wird nun die Falle im Umkehrpunkt der Oszillation schlagartig um die Amplitude A versetzt, so sollte das Kondensat danach in Ruhe verweilen. Um radiale Anregungen des Kondensates zu verhindern, sollte der Versatz aber nicht instantan, sondern auf einer Zeitskala größer als die der radialen Schwingungsperiode von $T = 2\pi/\omega_r = 7.2 \text{ ms}$ stattfinden. Der Versatz startet somit 5 ms, bevor das Kondensat den Umkehrpunkt erreicht. Innerhalb von 10 ms wird die Falle dann um $16 \mu\text{m}$ versetzt und das Kondensat zur Ruhe gebracht (siehe Abb. 2.11). Legt man die Genauigkeit der im Experiment verwendeten Stromtreiber [HF] zu Grunde, so ist es prinzipiell möglich, die Fallenposition bis auf wenige Nanometer zu kontrollieren. Die Genauigkeit der Positionsmessung ist jedoch abhängig von der Auflösung des Abbildungssystems, welche in unserem Experiment etwa $13 \mu\text{m}$ beträgt. Damit lassen sich Kondensatspositionen auf etwa $5 \mu\text{m}$ genau bestimmen²⁰.

²⁰Üblicherweise erfolgt die Bestimmung der Position durch Anpassung einer Modellfunktion an das Dichteprofil des Kondensates. Die damit zu erreichenden Genauigkeiten in der Positionsbestimmung liegen dann

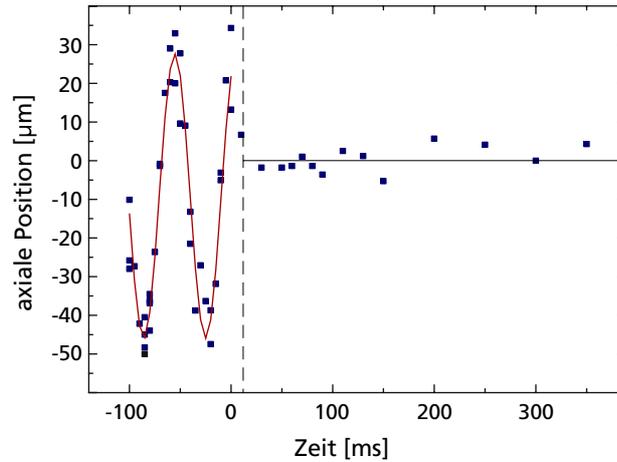


Abbildung 2.11: *Abbremsen der axialen Schwerpunktsoszillation eines Kondensates durch einen phasenangepassten Versatz der Fallenposition. Dargestellt ist die axiale Position des Kondensates nach 20 ms freier Expansion – vor und nach dem Abbremsen.*

2.6 Kombinierte Chips

Innerhalb eines Bose-Einstein-Kondensates befinden sich alle Atome im selben quantenmechanischen Zustand und lassen sich durch eine makroskopische Wellenfunktion $\Psi(\mathbf{r}, t)$ beschreiben. Das Verhalten dieser Wellenfunktion in einem externen Potential $V_{\text{ext}}(\mathbf{r})$ ist durch die zeitabhängige Gross-Pitaevskii-Gleichung beschrieben [Dal99]:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{r}, t) = \left(\underbrace{-\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m}}_{H_{\text{kin}}} + \underbrace{V_{\text{ext}}(\mathbf{r})}_{H_{\text{pot}}} + \underbrace{g |\Psi(\mathbf{r}, t)|^2}_{H_{\text{WW}}} \right) \Psi(\mathbf{r}, t). \quad (2.30)$$

Gegenüber der Schrödinger-Gleichung (SG) unterscheidet sich diese durch den zusätzlichen nichtlinearen Term H_{WW} , der die interatomare Wechselwirkung (WW) der Atome beschreibt. Dabei bezeichnet $g = 4\pi\hbar^2 a_0/m$ die atomare Kopplungskonstante, welche durch die s-Wellen-Streulänge a_0 bestimmt ist. Der Wellencharakter eines Bose-Einstein-Kondensates ist nun hauptsächlich durch den kinetischen Energieterm H_{kin} bestimmt. Dieser beschreibt die mit einer räumlichen Lokalisierung der Wellenfunktion verbundene Lokalisierungsenergie aufgrund der Unschärferelation. Wird dieser Energieterm gegenüber der WW-Energie vernachlässigt, so sind die stationären Lösungen der Gleichung 2.30 durch eine über das Kondensat invariante Phaseninformation geprägt. Die Kondensatsdichte spiegelt dann einfach das zugrunde liegende Potential wieder (siehe Anhang A) und ist auf den klassisch zugänglichen Potentialbereich beschränkt. Erst unter Berücksichtigung des kinetischen Energieterms ist ein Vordringen der Wellenfunktion in den klassisch verbote-

unterhalb der optischen Auflösung.

nen Potentialbereich möglich. Die Ausbalancierung zwischen kinetischer Energie und WW-Energie definiert dabei die charakteristische Längenskala der Ausheillänge ξ , über welche die Wellenfunktion in den klassisch verbotenen Potentialbereich eindringen kann. Sie ist abhängig von der lokalen Dichte n des Kondensates und ergibt sich zu²¹:

$$\xi = \frac{1}{\sqrt{8\pi n a_0}}. \quad (2.31)$$

Zur Durchführung von Materiewellenexperimenten, d.h. Experimenten bei denen die Wellennatur und somit die Phase des Kondensates in den Vordergrund rückt, ist es notwendig, die Wellenfunktion auf der Größenordnung der Kohärenzlänge²² des Kondensates zu strukturieren. In unseren Experimenten erstreckt sich diese über die gesamte Ausdehnung des Kondensates und beträgt in axialer Richtung typischerweise²³ 50 μm . Strukturiert man die Phase des Kondensates innerhalb dieser Kohärenzlänge, so sollte der Wellencharakter des Kondensates sichtbar werden. In der vorliegenden Arbeit geschieht dies durch Aufprägung einer 4 μm periodischen Phasenstruktur auf die Kondensatswellenfunktion (siehe Kapitel 4), welche zur Beugung und Interferenz des Kondensates führt.

Neben der Phase kann zur Untersuchung der Welleneigenschaften eines Kondensates auch die Kondensatsdichte strukturiert werden. Bringt man beispielsweise ein Kondensat in ein Doppelmuldenpotential, so lassen sich unter bestimmten Voraussetzungen Tunneleffekte beobachten. Dafür reicht es jedoch nicht allein aus, die Dichte innerhalb der Kohärenzlänge zu strukturieren. Vielmehr muss die Größenordnung der Dichtestrukturierung (Abstand der Doppelmulden) im Bereich der Ausheillänge des Kondensates liegen. Nur so kann die Wellenfunktion in den benachbarten Potentialtopf vordringen und ein Tunneln des Kondensates durch die Potentialbarriere ermöglichen.

Kohärente Materiewellenexperimente verlangen somit die Strukturierung der Kondensatswellenfunktion im Bereich einiger μm oder darunter. Um solch eine kleine Strukturierung durch magnetische Potentiale zu ermöglichen, dürfen einerseits die felderzeugenden Leiterbahnen maximal wenige Mikrometer breit sein, andererseits muss das Kondensat im Abstand von nur wenigen Mikrometern zur Leiteroberfläche positioniert werden, da sonst die μm -strukturierten Potentiale nicht aufgelöst werden können. Die Herstellung schmaler Leiterbahnen ($\leq 1\mu\text{m}$) wird durch die Elektronenstrahlolithographie ermöglicht. Die Positionierung der Kondensate in geringem Abstand zur Leiterbahnoberfläche ist jedoch mit einigen Schwierigkeiten verbunden. Für Abstände $> 1\mu\text{m}$ spielen dabei hauptsächlich zwei Effekte eine Rolle²⁴:

²¹Steigt die Kondensatsdichte innerhalb einer Länge ξ von 0 auf n an, so ist entsprechend Gleichung 2.30 die zugehörige kinetische Energie $\sim \hbar^2/(2m\xi^2)$ und die WW-Energie $\sim 4\pi\hbar^2 a_0 n/m$. Das Gleichsetzen beider Ausdrücke liefert die Formel für die Ausheillänge ξ [Dal99].

²²Die Kohärenzlänge gibt denjenigen Abstand an, über den eine kohärente Phasenbeziehung zwischen verschiedenen Teilen des Kondensates besteht. Für ein dreidimensionales Kondensat erstreckt sich diese über die gesamte Ausdehnung des Kondensates. Für quasi-1D Kondensate liegt sie in der Größenordnung von einigen hundert nm [Hel03] und für ein Tonks-Gas im Bereich eines μm [Kin04].

²³Typische experimentelle Parameter: $\omega_a = 2\pi \times 16\text{ Hz}$, $\omega_r = 2\pi \times 76\text{ Hz}$, $N = 1 \times 10^5$ (siehe Kapitel 4)

²⁴Bei kleineren Abständen kann die attraktive van der Waals Wechselwirkung [Car05, Gor06] und das Casimir-

1. Fragmentierung der Dichteverteilung

Bringt man ein Kondensat oder eine kalte atomare Wolke nah (einige $10\ \mu\text{m}$) an die Oberfläche eines stromdurchflossenen mikrostrukturierten Leiters, so beobachtet man eine Fragmentierung der atomaren Dichteverteilung. Die Ursache dieser Fragmentierung, die zum ersten Mal in unserer Gruppe [For02] und später auch von anderen Gruppen [Lea02, Jon04] beobachtet wurde, liegt in der nicht perfekt realisierbaren Leiterbahngeometrie [Est04]. Je nach Herstellungsprozess zeigen die Kanten der mikrostrukturierten Leiterbahnen geometrische Fluktuationen, welche eine räumliche Störung der Stromdichte hervorrufen. Dies führt zu räumlich variierenden Magnetfeldkomponenten parallel zum Leiter, die letztendlich für die Fragmentierung verantwortlich sind [Kra02]. Dabei reichen bereits Fluktuationen der Leiterbahnbreite im Bereich einiger zehn nm aus, um die beobachteten Effekte zu erklären.

Um die Störung eines Kondensates durch die Fragmentierung zu reduzieren, müssen die Atome entweder den felderzeugenden Elementen fern bleiben oder die Qualität der mikrostrukturierten Leiterbahnen verbessert werden. Letzteres ließe sich durch Verwendung der Elektronenstrahlolithographie anstatt der üblicherweise verwendeten optischen Lithographie erreichen. Dies ist zwar für einzelne μm -strukturierte Leiter möglich, nicht aber für die zur Speicherung und Positionierung der Atome benötigten Leiterbahnen. Um die notwendigen Felder zu erzeugen, müssen diese mit relativ hohen Strömen im Bereich einiger hundert mA bis zu wenigen A betrieben werden. Bei typischerweise erreichbaren Stromdichten von $10^6 - 10^7\ \text{A}/\text{cm}^2$ müssen die zugehörigen Leiterbahnen entsprechend breit (einige zehn bis einige hundert μm) und hoch (einige μm) sein. Solche Strukturen lassen sich jedoch nur durch optische Lithographie herstellen.

2. Thermisch induzierte Spin-Flip-Verluste

Ein zweiter Effekt, der auftritt, wenn Atome nah an einer metallischen Oberfläche positioniert werden, ist die Reduktion der Lebensdauer der Atome [Jon03] in der Falle. Diese lässt sich auf thermische Fluktuationen des Magnetfeldes zurückführen, welche durch die bei Raumtemperatur befindlichen Leiterbahnen hervorgerufen werden [Hen99b, Hen99a]. Die Kopplung des atomaren magnetischen Moments an diese fluktuierenden Felder kann eine Änderung des Spinzustandes hervorrufen. Dazu muss die Anregungsfrequenz der lokalen Zeemanaufspaltung $\hbar\omega = (1/2)\mu_B B$ entsprechen. Bei großen Abständen zur Oberfläche ($> 100\ \mu\text{m}$) ist das Anregungsspektrum durch die Schwarzkörperstrahlung der thermischen Oberfläche gegeben und weist nur eine geringe Leistungsdichte bei den entsprechenden Frequenzen auf. Bringt man die Atome aber in einen Abstand von nur wenigen Mikrometern zu einer metallischen Oberfläche, so ist das Anregungsspektrum durch das thermisch fluktuierende Nahfeld der Oberfläche bestimmt, welches sich deutlich von der Schwarzkörperstrahlung unterscheidet. Das Spektrum enthält dann bei der atomaren Resonanz eine um viele Größenordnungen größere Leistungsdichte und führt zu Spin-Flip bedingten Verlusten von Atomen aus der Falle. Im Experiment von Lin et al. [Lin04] führte dies zu

Polder-Potential [Pow93] zur Öffnung der Magnetfalle in Richtung der Oberfläche und damit zu Verlusten von Atomen aus der Falle führen [Lin04].

einer Reduktion der Lebensdauer des Kondensates von ursprünglich 2 s im Abstand von $10\ \mu\text{m}$ zur Oberfläche auf weniger als 100 ms im Abstand von $1\ \mu\text{m}$ zur Oberfläche. Prinzipiell steigt die Verlustrate mit abnehmendem Abstand zur Oberfläche und mit zunehmender metallischer Materialmenge „unter“ dem Kondensat an [Hen03].

Beide Prozesse scheinen auf den ersten Blick eine Manipulation des Kondensates durch μm -strukturierte Potentiale unmöglich zu machen. Es ist uns aber gelungen, einen Weg zu finden, diese Effekte zu umgehen und damit phasenkohärente Experimente durch magnetische Mikropotentiale zu ermöglichen. Die Lösung besteht in der räumlichen Trennung der Leiterbahnen, die das Fallenpotential zur Verfügung stellen, von denjenigen, die zur Manipulation der Materiewelle notwendig sind. Abbildung 2.12 zeigt die Vorgehensweise schematisch. Auf dem bereits bekannten Trägerchip wird ein zusätzlicher Atom-Optik-Chip montiert, der nur μm -strukturierte Leiterbahnen enthält und eine Substrathöhe von etwa $250\ \mu\text{m}$ aufweist. Die Potentiale des Trägerchips ermöglichen das Fangen, die Positionierung und die Impulskontrolle des Kondensates über dem Atom-Optik-Chip. Damit befindet sich das Kondensat aber mindestens $250\ \mu\text{m}$ über den durch optische Lithographie strukturierten Leitern dieses Trägerchips. Eine Fragmentation oder thermisch induzierte Verluste durch diese Leiter sind somit ausgeschlossen. Die eigentlichen zur kohärenten Manipulation verwendeten μm -strukturierten Leiterbahnen befinden sich auf der Oberfläche des Atom-Optik-Chips und werden durch Elektronenstrahlolithographie erzeugt. Damit tritt die Fragmentierung an diesen Leitern erst bei sehr viel kleineren Abständen auf und die thermisch induzierten Spin-Flip-Verluste sind durch die geringe Materialmenge dieser Leiterbahnen minimiert [Hen01]. Die μm -strukturierten Leiterbahnen sind dabei typischerweise $1\ \mu\text{m}$ breit und $300\ \text{nm}$ hoch. Im Vergleich zu den Leitern des Trägerchips (Breite= $100\ \mu\text{m}$, Höhe= $6\ \mu\text{m}$) ist die Querschnittsfläche somit um einen Faktor 2000 reduziert. Zusätzlich können die μm -strukturierten Leiter des Atom-Optik-Chips senkrecht zur langen Achse des Kondensates orientiert werden. Eine Fragmentierung kann dann nur in radialer Richtung auftreten und der Überlapp des Kondensates mit dem Leiter wird weiter reduziert.

Mit dieser Methode der „kombinierten Chips“ sollte es möglich sein, Materiewellenexperimente an der Oberfläche von magnetischen Mikrostrukturen durchzuführen.

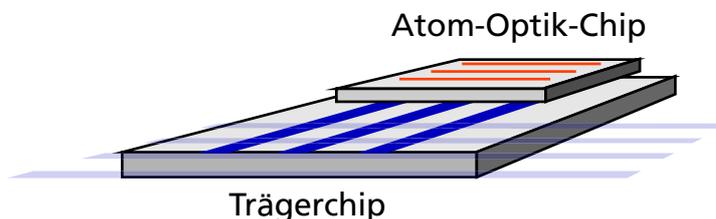


Abbildung 2.12: „Kombinierte Chips“: Der Trägerchip erzeugt die zum Fangen und Positionieren eines Kondensates notwendigen Magnetfelder. Seine Leiterbahnen sind $250\ \mu\text{m}$ von den Atomen entfernt und rufen daher keine Verluste oder Fragmentierungen hervor. Der Atom-Optik-Chip klebt auf dem Trägerchip und enthält nur μm -strukturierte Leiterbahnen, welche senkrecht zur langen Achse des Kondensates ausgerichtet sind.

3 Ein magnetisches Gitter für Atome

Die Verwendung kombinierter Chipfallen bietet nun erstmals die Möglichkeit, ein Bose-Einstein-Kondensat allein durch magnetische Mikropotentiale auf der μm -Skala zu manipulieren. Damit ist der Weg zur Durchführung kohärenter Materiewellenexperimente in mikrostrukturierten Potentialen bereitet. Zur ersten Demonstration eines solchen Experiments haben wir uns für ein $4\ \mu\text{m}$ periodisches, magnetisches Gitterpotential entschieden, welches durch eine Leiterbahnstruktur auf der Oberfläche eines Atom-Optik-Chips erzeugt wird. Damit ist es uns weltweit erstmals gelungen, Beugungs- und Interferenzphänomene von Bose-Einstein-Kondensaten an einem magnetischen Gitter zu beobachten.

Bevor wir in den folgenden Kapiteln genauer auf diese Experimente eingehen, soll in diesem Kapitel das zur Durchführung der Experimente verwendete magnetische Gitter beschrieben werden. Im ersten Abschnitt wird dabei die das Gitterpotential erzeugenden Leiterbahnkonfiguration vorgestellt. Es wird gezeigt, wie diese Konfiguration auf einem Atom-Optik-Chip implementiert und dieser dann auf dem Trägerchip montiert wird. Der zweite Abschnitt beschäftigt sich mit dem durch diese Leiterbahnordnung erzeugten Potential. Obwohl dieses ursprünglich nur sehr schwach moduliert ist, kann es durch Überlagerung mit einem zusätzlichen Magnetfeld in ein stark moduliertes Gitterpotential überführt werden. Solche Potentiale eignen sich dann zur Beugung von Kondensaten. Der letzte Abschnitt dieses Kapitels beschäftigt sich mit der Modifizierung des Gitterpotentials durch Einstrahlung einer Radiofrequenz. Neben der zusätzlichen Möglichkeit, die Form des Gitterpotentials zu beeinflussen, lassen sich durch die Radiofrequenz mögliche Atomzahlverluste im Gitterpotential minimieren.

3.1 Das Gitter

Zur Erzeugung eines magnetischen Gitters ist ein periodisches Potential notwendig, welches durch eine räumlich periodische Anordnung magnetischer Strukturen erzeugt wird. Neben der Beschreibung [Hin99a, Rei99] und Realisierung [Hän01b, Hän01a] atomarer Transportbänder, wurden solche Anordnungen bisher meist zur Erzeugung magnetischer Spiegelpotentiale [Opa92] benutzt, an denen ultrakalte Atome reflektiert wurden. Dabei kamen neben magnetischen Audio- bzw. Videobändern [Roa95, Sab99] auch Anordnungen permanentmagnetischer Strukturen [Sid96] und stromdurchflossener Leiterbahnen [Joh98, Lau99a, Drn99, Cog99] zum Einsatz. Die Verwendung stromführender Leiterbahnen hat dabei den Vorteil, dass die Magnetfeldanordnung über den Strom in den Leitern zusätzlich beeinflusst werden kann. So konnte beispielsweise durch eine zeitlichen Variation des Potentials die chromatische Abberation eines magnetischen Spiegels korrigiert werden [Joh98].

Erweitert man solche Spiegelpotentiale um ein geeignetes homogenes Magnetfeld, so tritt der periodische Anteil des Potentials in den Vordergrund (siehe Abschnitt 3.2) und ein magnetisches Gitter lässt sich realisieren.

3.1.1 Die Doppel-Mäander-Struktur

Aufgrund der zusätzlichen Flexibilität durch die Wahl der Stromstärke und der Möglichkeit, μm -kleine Leiterbahnstrukturen durch Elektronenstrahlolithographie zu erzeugen, haben wir uns für die Realisierung eines magnetischen Gitters mittels stromdurchflossener Leiter entschieden. Dazu benötigt man eine Anordnung vieler paralleler Leiterbahnen, die entweder alle in gleicher Richtung vom Strom durchflossen werden oder einen alternierenden Strom in benachbarten Leiterbahnen aufweisen (siehe Abb. 3.1). Um die Anzahl der stromführenden Zuleitungen bzw. Stromtreiber zu begrenzen, müssen die Leiterbahnen so untereinander verschaltet werden, dass sich die gewünschte Stromanordnung ergibt. Im Fall gleichgerichteter Ströme ist dies in einer planaren Anordnung mit einer Zuleitung nur möglich, indem die Leiter parallel geschlossen werden (siehe Abb. 3.1a). Der Gesamtstrom I teilt sich dann entsprechend der Widerstände R_n auf die einzelnen Leiterbahnen $n = 1 \dots N$ des Gitters auf. Um ein möglichst symmetrisches Gitterpotential zu erzeugen, sollte in allen Leiterbahnen die Stromstärke gleich groß sein. Dies ist in dieser Anordnung durch die produktionsbedingt variierenden Widerstände R_n jedoch schwer realisierbar. Damit ist es sinnvoller, die Leiterbahnen in Reihe zu schalten, so dass sich eine mäanderförmige Leiterbahnanordnung ergibt, wie sie in Abbildung 3.1b dargestellt ist. Wird diese An-

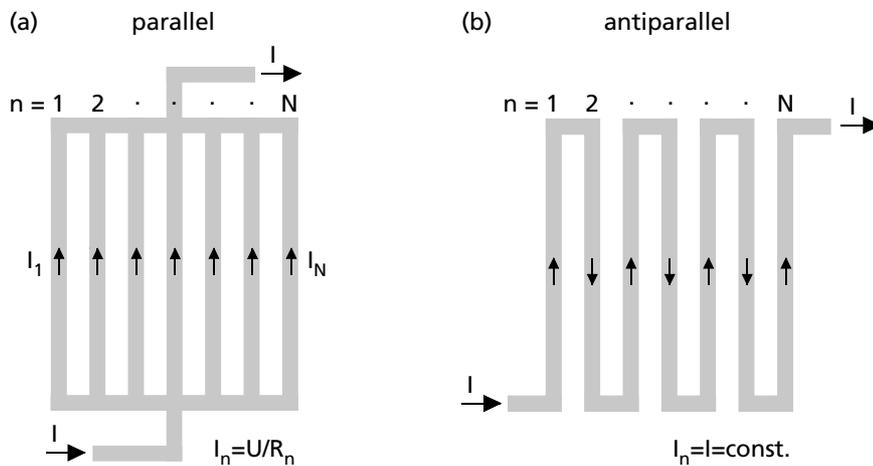


Abbildung 3.1: Leiterbahnanordnung zur Erzeugung eines magnetischen Gitters mit (a) gleichgerichtetem Strom und (b) alternierender Stromrichtung in benachbarten Leiterbahnen. Zur Realisierung dieser Anordnung mit nur einer Zuleitung müssen die Leiter (a) parallel oder (b) in Reihe geschaltet werden. Ein konstanter Strom in allen parallelen Leiterbahnen kann dabei nur durch die Reihenschaltung garantiert werden und ist somit für die Erzeugung eines Gitters zu bevorzugen.

3.1.2 Der Atom-Optik-Chip

Um die Atome später mit dem Gitter wechselwirken zu lassen, wurde die Doppel-Mäander-Struktur auf einem Atom-Optik-Chip implementiert. Abbildung 3.3 zeigt zwei Mikroskopaufnahmen des fertigen Atom-Optik-Chips. Die Herstellung dieses Chips erfolgte am Physikalischen Institut der Universität Tübingen in der Arbeitsgruppe von Prof. Kleiner und Prof. Kölle. Als Substrat wurde ein 250 μm dicker Silizium-Wafer verwendet, der mit einer zusätzlichen 750 nm dicken, isolierenden Oxidschicht versehen wurde. Als Haftvermittler zwischen der Oxidschicht und den Goldleiterbahnen dient eine 20 nm dicke Chromschicht. Die eigentliche Leiterbahnanordnung zur Erzeugung des Gitterpotentials wurde mittels Elektronenstrahlolithographie aufgebracht [Trü04].

Die beiden Mäanderleiter sind jeweils 1 μm breit, 150 nm hoch und ca. 20 mm lang. Ihr Widerstand beträgt bei Raumtemperatur etwa 3.2 k Ω . Im Vakuum können die Leiter mit einer maximalen Stromstärke von 15 mA betrieben werden [Trü04], welches einer maximalen Stromdichte von 1×10^7 A/cm² entspricht. Um die beiden Mäanderleiter $i = 1, 2$ mit Strom zu versorgen, beginnen und enden diese jeweils auf einem Kontaktpad M_i bzw. MR_i mit Abmessungen von $200 \mu\text{m} \times 150 \mu\text{m}$. Alle weiteren Abmessungen des Atom-Optik-Chips sind der Abbildung 3.3 zu entnehmen.

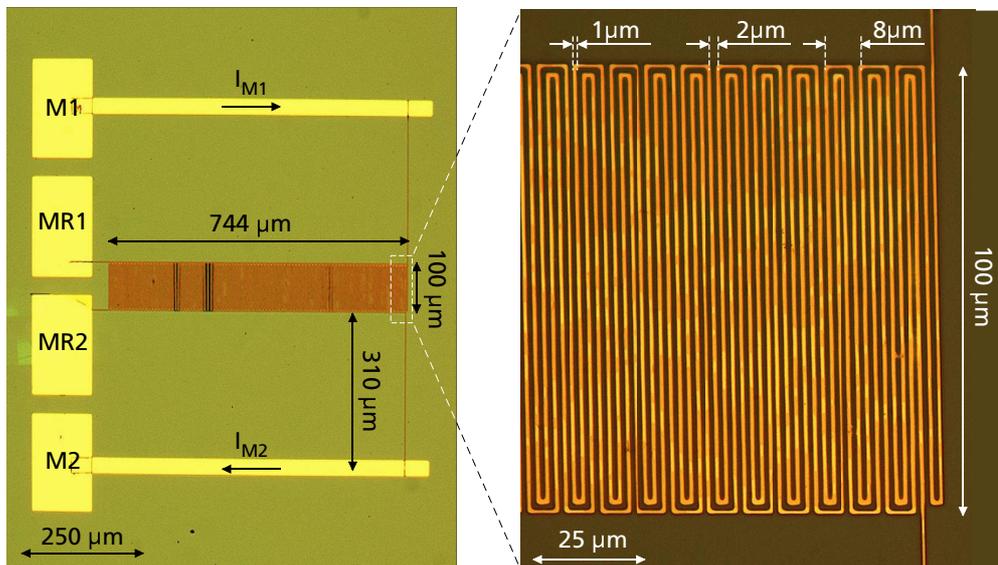


Abbildung 3.3: Mikroskopaufnahmen des fertigen Atom-Optik-Chips mit integrierter Doppel-Mäander-Struktur. Zentraler Bestandteil ist die Leiterbahnanordnung zur Erzeugung des Gitterpotentials bestehend aus zwei 1 μm breiten, mäanderförmig ineinander verschachtelten Leiterbahnen. Die elektrische Kontaktierung der beiden Leiter $i=1,2$ erfolgt über jeweils zwei Kontaktpads M_i und MR_i .

3.1.3 Kombination mit Trägerchip

Der Atom-Optik-Chip ist mittels eines UHV tauglichen Keramikklebers [Res] auf der Oberfläche des Trägerchips fixiert. Abbildung 3.4 zeigt den Trägerchip mit gleich drei aufgeklebten Atom-Optik-Chips. Der links angeordnete Chip enthält die Magnetfeldanordnung zur Erzeugung des Gitterpotentials. Der Gitter-Chip ist so ausgerichtet, dass die das Gitterpotential erzeugenden parallelen Leiterbahnabschnitte senkrecht zu den Quadrupolleitern orientiert sind. Idealerweise sollte die Doppel-Mäander-Struktur exakt über dem mittleren Quadrupolleiter liegen. Da das Kleben allerdings per Hand erfolgt, ist dies nur begrenzt genau möglich. Somit verbleibt eine gewisse Restungenauigkeit in der Kenntnis der relativen Position des Atom-Optik-Chips bezüglich des Trägerchips. In Abschnitt 4.1 wird gezeigt, wie man mit Hilfe eines Kondensates die Position des Atom-Optik-Chips genau vermessen kann und damit eine exakte Positionierung der Kondensate über dem Gitter ermöglicht wird. Zur elektrischen Kontaktierung der Doppel-Mäander-Struktur führen Bonddrähte von den vier Kontaktpads des Gitter-Chips auf verschiedene Leiterbahnen zwischen den Quadrupolleitern. Diese werden über die Kontaktpads des Trägerchips kontaktiert und ermöglichen so die Versorgung des Gitters mit elektrischem Strom.

3.2 Das Gitterpotential

Der folgende Abschnitt beschäftigt sich mit dem durch den Gitter-Chip erzeugten Beugungspotential. Ausgehend von einer unendlich ausgedehnten Gitter-Anordnung wird gezeigt, wie sich deren Potential durch die Überlagerung mit einem homogenen Magnet-

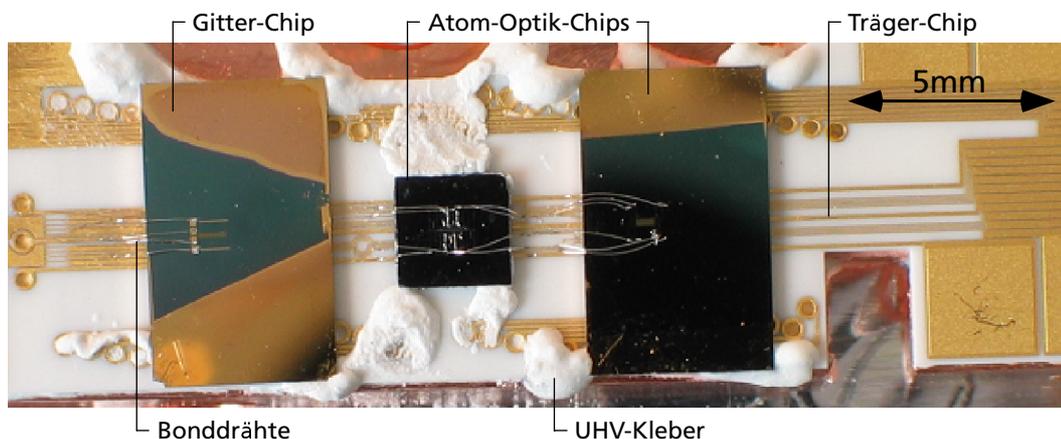


Abbildung 3.4: Der Atom-Optik-Chip mit dem Gitter (links im Bild) wird auf dem Trägerchip fixiert. Er ist dabei so ausgerichtet, dass die parallelen Leiterbahnabschnitte der Doppel-Mäander-Struktur senkrecht zu den Quadrupolleitern orientiert sind. Die Stromversorgung des Gitter-Chips erfolgt über vier Bonddrähte, welche die Kontaktpads mit jeweils einem Leiter des Trägerchips verbinden.

feld in ein magnetisches Gitterpotential verwandelt. Das Potential der Doppel-Mäander-Struktur unterscheidet sich von diesem idealisierten Potential nur durch die Effekte der endlichen Ausdehnung des Gitters und die zusätzlich auftretenden Leiterbahnabschnitte. Um die Atome in den Wechselwirkungsbereich des Gitters zu bringen, ist zudem eine zusätzliche Magnetfalle notwendig, welche die Atome nah am Gitter-Chip positioniert.

3.2.1 Der unendlich ausgedehnte Spiegel

In Anlehnung an die im Experiment verwendete Doppel-Mäander-Struktur betrachten wir das Potential eines unendlich ausgedehnten Gitters, welches aus unendlich vielen, unendlich langen, parallel angeordneten Leiterbahnen (Gitterstäben) besteht (siehe Abb. 3.5). Die durch einen Index $n = -\infty \dots +\infty$ gekennzeichneten Leiterbahnen befinden sich im Abstand von $2\mu\text{m}$ und werden vom selben Strom I durchflossen. Die Stromrichtung in benachbarten Leiterbahnen alterniert. Die Periodizität dieser Leiterbahnanordnung bezüglich des Stromes beträgt somit $a = 4\mu\text{m}$ und ist identisch mit der Periodizität der Doppel-Mäander-Struktur. Das Bezugssystem ist, wie in Abbildung 3.5 dargestellt, so gewählt, dass die gesamte Leiterbahnanordnung in der x, z -Ebene liegt und der Leiter mit $n=0$ auf der x -Achse ruht. Dieser Leiter sei von einem Strom I durchflossen, welcher für positive Werte in positive x -Richtung zeigt. Der Strom I_n im n -ten Leiter ist damit gegeben durch $I_n = (-1)^n I$ und erzeugt nach dem Biot-Savartschen Gesetz [Jac74] ein zirkulares Magnetfeld

$$\mathbf{B}_n(y, z) = \frac{K}{2\pi} \frac{(-1)^n}{(2y/a)^2 + (2z/a - n)^2} \begin{pmatrix} 0 \\ -(2z/a - n) \\ 2y/a \end{pmatrix} \quad \text{mit} \quad K := \frac{2\mu_0 I}{a}. \quad (3.1)$$

Die Konstante K ist durch die Leiterbahngeometrie und den Strom in den Leitern bestimmt und beträgt für die gewählte Anordnung $K/I = 6.8\text{G/mA}$.

Das Gesamtfeld der Anordnung ergibt sich als Überlagerung der Magnetfelder aller Gitterstäbe und lässt sich durch die trigonometrischen und hyperbolischen Funktionen [Gra65]

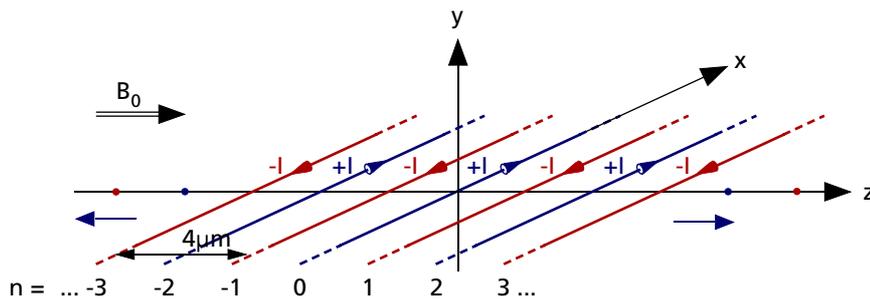


Abbildung 3.5: Unendlich ausgedehntes Gitter bestehend aus parallelen Leiterbahnen im Abstand von $2\mu\text{m}$. Alle Leiterbahnen werden vom gleichen Strom I durchflossen, dessen Richtung zwischen benachbarten Leitern alterniert. Zusätzlich kann das Magnetfeld der Leiterbahnstruktur von einem homogenen Feld B_0 in z -Richtung überlagert werden.

in geschlossener Form darstellen. Für die nichtverschwindenden Komponenten B_y und B_z des Feldes erhält man somit:

$$B_y(y, z) = \sum_{-\infty}^{+\infty} B_{n,y}(y, z) = -K \frac{\cosh(ky) \cdot \sin(kz)}{\cosh(2ky) - \cos(2kz)}, \quad (3.2)$$

$$B_z(y, z) = \sum_{-\infty}^{+\infty} B_{n,z}(y, z) = +K \frac{\sinh(ky) \cdot \cos(kz)}{\cosh(2ky) - \cos(2kz)}. \quad (3.3)$$

Dabei ist $k := 2\pi/a$ der zur Gitterperiode a gehörende Wellenvektor. Eine besonders einfache Darstellung ergibt sich, wenn man das Feld in komplexer Form umschreibt [Lau99a]:

$$B_z(y, z) - iB_y(y, z) = i \frac{K}{2 \sin(kz +iky)}. \quad (3.4)$$

In diesem Magnetfeld spüren die Atome entsprechend Gleichung 2.2 ein Potential, welches durch den Betrag B des Magnetfeldes bestimmt ist. Dieser ergibt sich nach einer kleinen Rechnung zu

$$B(y, z) = \sqrt{B_x^2 + B_y^2 + B_z^2} \quad (3.5)$$

$$= Ke^{-ky} \left(1 - 2e^{-2ky} \cos(2kz) + e^{-4ky} \right)^{-1/2} \quad (3.6)$$

und ist wegen der unendlichen Länge der Leiterbahnen translationsinvariant bezüglich der x -Koordinate.

Abbildung 3.6 zeigt zwei verschiedene Darstellungen des resultierenden Potentials über der Gitterstruktur für einen Strom von 1 mA. Abbildung (a) zeigt den Verlauf der Äquipotentiallinien, entlang derer das Potential konstant ist. Dargestellt sind 15 Potentiallinien mit einem äquidistanten Potentialabstand von 85 mG. Abbildung (b) zeigt den tatsächlichen Feldbetrag und damit das Potential, welchem die Atome unterliegen. Auf den ersten Blick scheint dieses keine starke Modulation entlang der axialen Ausbreitungsrichtung des Gitters (z -Richtung) aufzuweisen. Vielmehr scheint das Potential unabhängig von der z -Position mit zunehmendem Abstand zum Gitter exponentiell abzufallen. Es bildet sich eine Art Potentialwand entlang des Gitters aus.

Um den qualitativen Verlauf besser verstehen zu können, substituiert man in Gleichung 3.6 den Ausdruck $\alpha := \exp(-ky)$ und entwickelt den Wurzelausdruck um $\alpha = 0$ in eine Taylorreihe¹. Berücksichtigt man Terme bis zur 3. Ordnung in α , so erhält man nach abschließender Rücksubstitution für den Magnetfeldbetrag über der periodischen Leiterbahnanordnung:

$$B(x, y) = Ke^{-ky} \left(1 + e^{-2ky} \cos(2kz) + O(\alpha^4) \right). \quad (3.7)$$

Das Magnetfeld besteht somit aus der Überlagerung eines entlang des Gitters nicht modulierten Anteils $K \exp(-ky)$ und eines periodisch modulierten Terms $K \exp(-3ky) \cos(2kz)$.

¹Dies entspricht einer Entwicklung des Feldes von $y = \infty$ aus startend.

3 Ein magnetisches Gitter für Atome

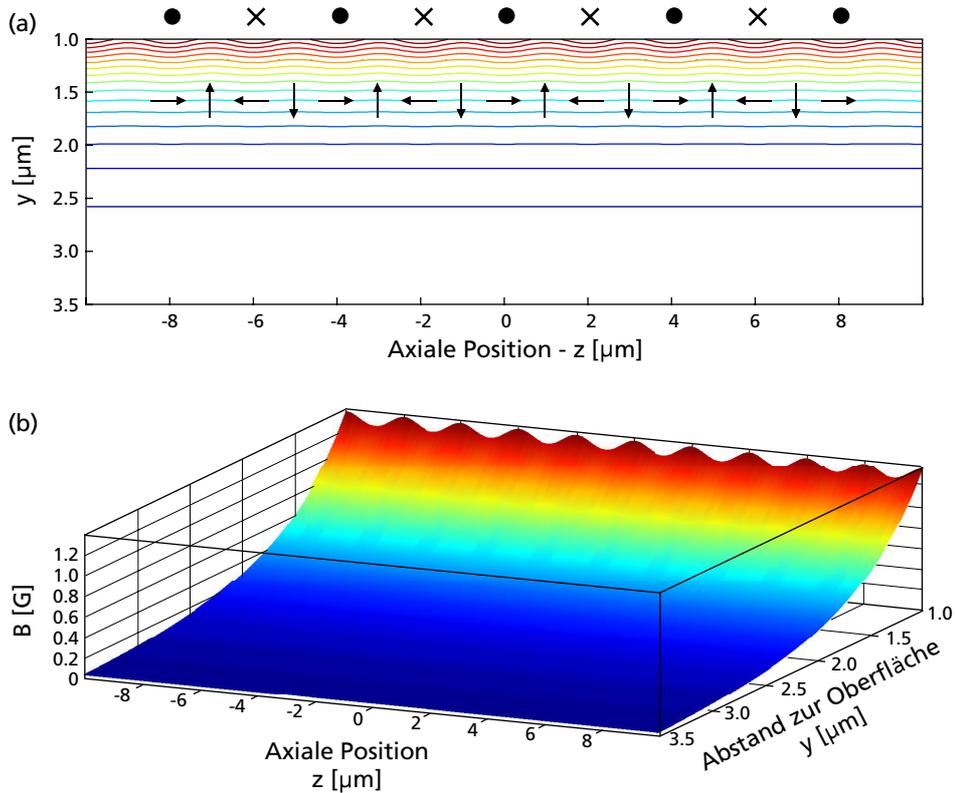


Abbildung 3.6: Verlauf der (a) Äquipotentiallinien und (b) des Feldbetrages über der periodischen Leiterbahnanordnung ($I = 1 \text{ mA}$). (a) Für Abstände $y > a/4$ zeigt das Feld und damit die Äquipotentiallinien keine nennenswerte Modulation entlang der axialen Richtung des Gitters. Bewegt man sich in konstantem Abstand y über das Gitter, so rotiert zwar das Magnetfeld (siehe Vektorpfeile), seine Amplitude bleibt jedoch konstant. Erst für Abstände $y < a/4$ tritt das $2 \mu\text{m}$ periodische Potential in Erscheinung. Die Symbole \bullet und \times stellen die Position der parallelen Leiterbahnen und ihre Stromrichtung dar. Die Äquipotentiallinien befinden sich im Abstand von jeweils 85 mG . (b) Das Potential wird dominiert von einem exponentiell abfallenden, nicht modulierten Beitrag. Es eignet sich damit insbesondere zur Reflektion einlaufender atomarer Materiewellen und wird daher als magnetischer Spiegel verwendet.

Die Amplitude beider Feldbeiträge klingt mit zunehmendem Abstand zur Gitterebene exponentiell ab, allerdings unterschiedlich schnell. Die Reichweite der Potentiale lässt sich charakterisieren durch die Entfernung, auf der die Potentiale um einen Faktor $1/e$ abfallen. Für den Modulationsterm beträgt diese nur $1/(3k) = 0.21 \mu\text{m}$. Der unmodulierte Anteil hingegen hat mit $1/k = 0.64 \mu\text{m}$ eine etwa dreimal so große Reichweite.

Für Abstände $y > a/4 = 1 \mu\text{m}$ beträgt daher die Amplitude des modulierten Feldanteils weniger als 5% des Gesamtfeldes, welches in diesem Bereich somit durch den unmodulierten Feldanteil dominiert wird (Abb. 3.6b). Die Feldkomponenten B_y und B_z aus Gleichung 3.2

und 3.3 lassen sich dann näherungsweise schreiben als²:

$$B_y(y, z) \longrightarrow -Ke^{-ky} \sin(kz) \quad (3.8)$$

$$B_z(y, z) \longrightarrow +Ke^{-ky} \cos(kz) . \quad (3.9)$$

Damit erhält man eine stark vereinfachte Form der komplexen Darstellung des Feldes aus Gleichung 3.4 und den daraus resultierenden Feldbetrag:

$$B_z(y, z) - iB_y(y, z) = Ke^{-ky} e^{ikz} \implies B = Ke^{-ky} . \quad (3.10)$$

Bewegt man sich daher in konstantem Abstand y entlang des Gitters, so ändert das resultierende Magnetfeld lediglich seine Richtung. Zwischen zwei benachbarten Leiterbahnen rotiert es dabei um genau 180° (Vektorpfeile in Abb. 3.6a). Die Amplitude des Feldes hingegen bleibt konstant, und das Potential zeigt keine Modulation entlang des Gitters (Abb. 3.6b).

Erst für sehr kleine Abstände zu den Leiterbahnen $y < a/4$ kommt der zusätzliche Modulationsterm $K \exp(-3ky) \cos(2kz)$ aus Gleichung 3.7 zum Tragen und beeinflusst das Aussehen des Gesamtpotentials. Neben dem nicht-modulierten Feldanteil zeigt sich hier eine zusätzliche Potentialmodulation mit einer Periode³ von $a/2 = 2 \mu\text{m}$ (Abb. 3.6a+b).

Aufgrund der starken Dominanz des unmodulierten Feldanteils werden solche Potentiale vorwiegend als magnetische Spiegel verwendet [Opa92]. Atome, die aus großen Abständen auf das Gitter zulaufen, werden an der exponentiell ansteigenden Potentialwand reflektiert und in ihrer Bewegungsrichtung umgekehrt. Typischerweise benutzt man hierfür allerdings Leiterbahnanordnungen mit Periodizitäten und Leiterbahnbreiten im Bereich einiger $100 \mu\text{m}$. Die Potentialwand hat dann eine sehr viel größere Reichweite, und die Reflektion findet in Raumbereichen statt, wo Atomzahlverluste durch Wechselwirkungen mit der Chipoberfläche vernachlässigt werden können. Die Reflektion von Atomen an solchen magnetischen Spiegeln ist damit ähnlich zur Reflektion an einem evaneszenten Lichtfeld [Haj89]. Solch ein Feld kann beispielsweise bei der Totalreflektion eines Laser an einem Prisma im transmittierten Feldbereich beobachtet werden [Deu93]. Ähnlich wie das exponentiell abfallende Magnetfeld des Gitters zeigt es eine exponentiell abfallende Feldamplitude [Hen94] und eignet sich zur Reflektion von Atomen.

3.2.2 Vom Spiegel zum Beugungsgitter

Auf den ersten Blick scheint das vorgestellte Gitterpotential nicht geeignet zur Durchführung von Beugungsexperimenten zu sein, da die Atome eine sehr großen Anfangsgeschwindigkeit bräuchten, um über die Exponentialwand in den Bereich des modulierten

²Für $y > a/4$ ist $\cosh(ky) \approx (1/2) e^{ky}$ und $\cosh(2ky) \approx (1/2) e^{2ky} \gg \cos(2kz)$. Damit ergeben sich die Gleichungen 3.8 und 3.9.

³Obwohl die Leiterbahnanordnung bezüglich des Stromes eine $4 \mu\text{m}$ Periodizität aufweist, zeigt das resultierende Potential eine Periodizität von nur $2 \mu\text{m}$. Dies ist dadurch bedingt, dass der Feldbetrag und damit das Potential über benachbarten Stromleitern unabhängig von der Stromrichtung in diesen ist.

Potentials vorzudringen. Dies ändert sich jedoch drastisch, wenn das Magnetfeld des unendlich ausgedehnten Gitters durch ein zusätzliches homogenes Offsetfeld $B_0 = B_0 \hat{e}_z$ entlang der Ausbreitungsrichtung des Gitters⁴ überlagert wird (siehe Abb. 3.5). Der Feldbetrag \tilde{B} über dem Gitter ändert sich dann zu

$$\tilde{B} = \sqrt{B_y^2 + (B_z + B_0)^2} = B_0 \sqrt{1 + \frac{2B_z}{B_0} + \left(\frac{B}{B_0}\right)^2}, \quad (3.11)$$

wobei B_y , B_z und B die Magnetfeldkomponenten bzw. den Feldbetrag des unendlichen Gitters ohne Offsetfeld repräsentieren.

Abbildung 3.7 zeigt den geänderten Potentialverlauf für ein zusätzliches homogenes Magnetfeld der Stärke $B_0 = 0.6 \text{ G}$. Die exponentiell ansteigende Potentialwand ist verschwunden und das Potential scheint nun durch einen stark modulierten Anteil dominiert zu werden. Dabei führt das Offsetfeld zu einer Symmetriebrechung des Feldbetrages über benachbarten Leiterbahnen, welche die Periodizität des modulierten Potentials von $2 \mu\text{m}$ auf $4 \mu\text{m}$ erhöht. Dies ist dadurch bedingt, dass das Magnetfeld über Leitern mit geradzahligem Index n vom Offsetfeld konstruktiv überlagert wird, während es für ungeradzahlig indizierte Leiter destruktiv überlagert (Abb. 3.7a). Das Potential spiegelt somit die tatsächliche Periodizität a der Leiterbahnstruktur wider. Insbesondere existieren Orte, an denen sich das Magnetfeld des Gitters und das Offsetfeld gerade auslöschen. Diese Punkte befinden sich über jedem zweiten Leiter und bilden dort lineare Quadrupolkanäle aus, die in x -Richtung, also parallel zu den Leiterbahnen, orientiert sind (Abb. 3.7a+b).

Um den genauen Feldverlauf qualitativ zu verstehen, ist es von Vorteil, sich Gleichung 3.11 genauer anzuschauen. Im Fernfeld⁵ des Gitters ist $B_0 \gg B_z, B$, und der Wurzelausdruck der Form $\sqrt{1+x}$ lässt sich um $x = 0$ in eine Taylorreihe entwickeln. Berücksichtigt man Terme in $1/B_0$ bis zur quadratischen Ordnung, so lässt sich der Feldbetrag näherungsweise schreiben als:

$$\tilde{B} \approx B_0 \left(1 + \frac{B_z}{B_0} + \frac{B^2}{2B_0^2} - \frac{B_z^2}{2B_0^2} \right) = B_0 + B_z + \frac{B_y^2}{2B_0}. \quad (3.12)$$

Für Abstände zum Gitter $y > a/4$ können dann die Ausdrücke für B_y und B_z durch Gleichung 3.8 und 3.9 ersetzt werden und man erhält den Feldbetrag im Fernfeld zu:

$$\tilde{B} \approx B_0 + Ke^{-ky} \cos(kz) + \frac{K^2}{4B_0} e^{-2ky} (1 - \cos(2kz)). \quad (3.13)$$

Der weitreichendste Term ist somit das homogene Offsetfeld B_0 , welches sich über den gesamten Raum erstreckt. Da es konstant ist, übt es keine Kraftwirkung auf die Atome aus, sondern bewirkt lediglich eine Verschiebung des Potentialnullpunktes. Der dominierende Term im Potential ist damit der modulierte Feldanteil $Ke^{-ky} \cos(kz)$. Er zeigt wie erwartet

⁴Ähnliche Potentialänderungen treten auf, wenn die Richtung des zusätzlichen Offsetfeldes in der y,z -Ebene orientiert ist. Dies führt lediglich zu einer axialen Phasenverschiebung des Gitterpotentials relativ zu den Gitterstäben.

⁵Für typische Offsetfelder im Bereich von einem Gauss und Gitterströme bis zu einem mA ist diese Bedingung wegen der exponentiell abfallenden Felder B_z und B bereits bei Abständen $y > 1.5 \mu\text{m}$ zum Gitter erfüllt.

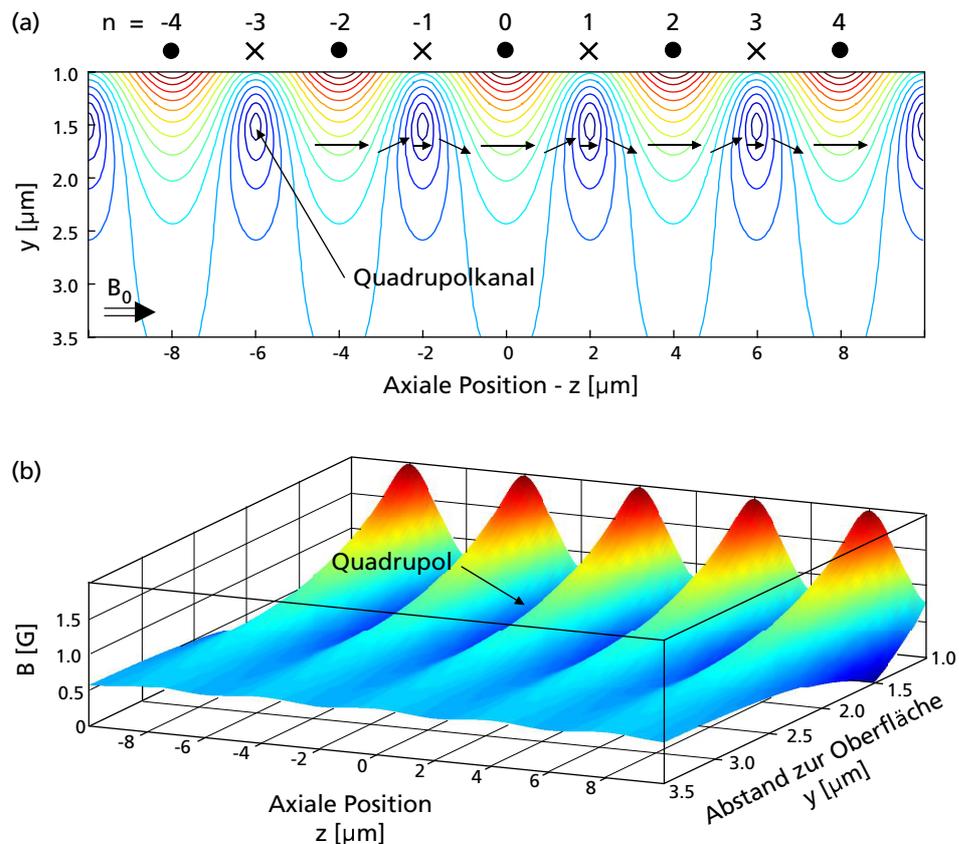


Abbildung 3.7: Verlauf der (a) Äquipotentiallinien und (b) des Feldes über der periodischen Leiterbahnanordnung ($I = 1 \text{ mA}$) mit überlagertem homogenem Magnetfeld $B_0 = 0.6 \text{ G}$ in z -Richtung. (a) Das zusätzliche Feld ist so gerichtet, dass es das Magnetfeld der Leiterbahnanordnung über den mit \times gekennzeichneten Leiterbahnen destruktiv überlagert, während es über den mit \bullet gekennzeichneten Leiterbahnen das Magnetfeld verstärkt (siehe Vektorpfeile). Das resultierende Potential zeigt damit eine Periodizität von $a = 4 \text{ } \mu\text{m}$. An den Orten, wo das zusätzliche Magnetfeld das Feld der Leiter gerade kompensiert (unterhalb der \times Leiter) entstehen Quadrupolkanäle, welche parallel zu den Leiterbahnen ausgerichtet sind. (b) Das Potential wird durch den periodischen Feldanteil dominiert und eignet sich als Beugungsgitter für einlaufende Materiewellen.

eine Periode von $4 \text{ } \mu\text{m}$ und seine Amplitude fällt mit wachsendem Abstand zur Gitterebene nur noch mit e^{-ky} ab. Der Modulationsterm ist damit sehr viel langreichweitiger als es ohne Offsetfeld der Fall war. Der nicht modulierte Feldanteil $K^2/(4B_0)e^{-2ky}$ hingegen fällt nun bereits sehr viel schneller ab und verliert damit an Bedeutung.

An dieser Stelle sei darauf hingewiesen, dass der modulierte Feldanteil nun den gleichen Vorfaktor besitzt wie der unmodulierte Feldanteil des Gitters ohne Offsetfeld. Dies lässt vermuten, dass beide durch Hinzufügen des Offsetfeldes auseinander hervorgehen. In der Tat ist dies recht einfach zu verstehen und soll anhand von Abbildung 3.8 illustriert werden. Für einen konstanten Abstand zum Gitter lassen sich ohne Offsetfeld die Magnet-

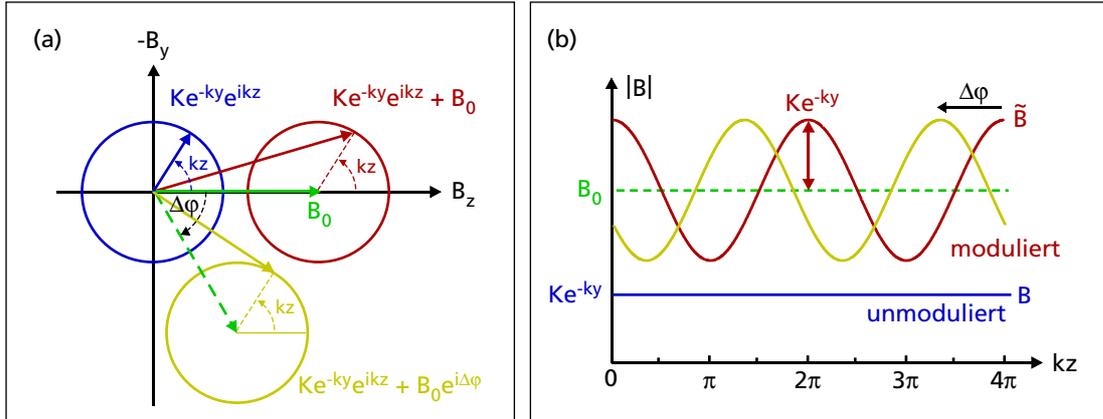


Abbildung 3.8: (a) Darstellung der Magnetfeldkomponenten B_y und B_z im Fernfeld des unendlichen Gitters ohne (blauer Kreis) und mit (roter und gelber Kreis) zusätzlichem Offsetfeld B_0 für einen festen Abstand y zur Gitterebene. Die Überlagerung durch das Offsetfeld (grüne Vektoren) führt zu einer Verschiebung des roten und gelben Kreises gegenüber dem blauen Kreis und somit zu einer Verschiebung des Kreismittelpunkts aus dem Koordinatenursprung heraus. Der Feldbetrag und somit das Potential entlang des Gitters ist durch den Abstand der Punkte auf den Kreisen zum Ursprung gegeben. (b) Ohne Offsetfeld ist dieser konstant (blaue Linie) und mit Offsetfeld zeigt er eine $4\mu\text{m}$ periodische Modulation mit einer Amplitude, die dem Radius des Kreises entspricht (rote und gelbe Linie). Die Drehung des Offsetfeldes in der y,z -Ebene bewirkt eine zusätzliche Phasenverschiebung des modulierten Gitterpotentials.

feldkomponenten des unmodulierten Feldanteils in der Feldebene ($B_z, -B_y$) durch einen Kreis darstellen⁶ (blauer Kreis in Abb. 3.8a). Dies entspricht der komplexen Darstellung $B_z - iB_y = Ke^{-ky}e^{ikz}$ aus Gleichung 3.10. Entlang der z -Richtung des Gitters ändern sich nun zwar die Feldkomponenten periodisch, der Feldbetrag allerdings (Radius des Kreises) und damit das Potential bleibt konstant (blaue Linie in Abb. 3.8b). Fügt man nun der bestehenden Feldgeometrie ein Offsetfeld B_0 in z -Richtung hinzu, so verschiebt dies den Mittelpunkt des blauen Kreises aus Abbildung 3.8a um den Wert B_0 entlang der B_z -Achse. Für die Punkte auf dem resultierenden roten Kreis ist nun aber der Feldbetrag (Abstand zum Ursprung) und damit das Potential nicht mehr konstant, sondern moduliert mit einer Periode von $a = 2\pi/k$ (rote Linie in Abb. 3.8b). Die Amplitude des modulierten Feldes ist durch den Radius des Kreises gegeben und skaliert daher mit Ke^{-ky} .

Der gleiche Effekt stellt sich ein, wenn das Offsetfeld in der y,z -Ebene um einen Winkel $\Delta\varphi$ gegenüber der z -Achse gedreht ist: $\mathbf{B}_0 = B_0 (\sin \Delta\varphi \hat{e}_y + \cos \Delta\varphi \hat{e}_z)$. Das Gesamtfeld nimmt dann in komplexer Schreibweise die Form $B_z - iB_y = Ke^{-ky}e^{ikz} + B_0e^{-i\Delta\varphi}$ an und lässt sich für einen konstanten Abstand zum Gitter durch den gelben Kreis in Abbildung 3.8a darstellen. Die Drehung des Offsetfeldes bewirkt somit eine axiale Verschiebung des modulierten Feldbetrages (gelbe Linie in Abb. 3.8b) relativ zu den Gitterstäben um einen

⁶Der Radius des Kreises ist durch den Abstand zum Gitter bestimmt und beträgt Ke^{-ky} . Verschiedene z -Positionen entlang des Gitters entsprechen jeweils einem Punkt auf dem Kreis mit dem zugehörigen azimutalen Winkel $\varphi = kz$.

Betrag $\Delta z = \Delta\varphi/k$. Bei den tatsächlich am Gitter durchgeführten Experimenten (siehe Kapitel 4 und 5) ist das Offsetfeld immer entlang der Ausbreitungsrichtung des Gitters, d.h. in z -Richtung, orientiert (siehe Abschnitt 3.2.5).

Damit ist es gelungen, das Potential des magnetischen Spiegels, durch Hinzufügen eines homogenen Magnetfeldes, in ein Gitterpotential zu überführen, an dem Beugung von Atomen bzw. Kondensaten möglich sein sollte. Dieser Potentialtyp bildet die Grundlage der in dieser Arbeit beschriebenen Beugungs- und Interferenzexperimente.

3.2.3 Das endliche Beugungsgitter

Eine reale Leiterbahnanordnung zur Erzeugung eines Gitterpotentials unterscheidet sich vom bisher betrachteten unendlichen Gitter durch eine endliche Anzahl und Länge der Leiterbahnen. Damit ändert sich natürlich das Potential einer solchen Anordnung gegenüber der unendlich ausgedehnten Struktur. Wir betrachten im Folgenden ein Gitter bestehend aus N parallelen Leiterbahnen der Länge L , die im Abstand $a/2 = 2\ \mu\text{m}$ voneinander angeordnet sind. Für das von uns realisierte Gitter ist $N = 372$ und $L = 100\ \mu\text{m}$. Alle Leiterbahnen werden vom gleichen Strom I durchflossen, dessen Richtung in benachbarten Leiterbahnen wechselt. Das Bezugssystem sei entsprechend Abbildung 3.9 so gewählt, dass die gesamte Anordnung in der x,z -Ebene liegt und die Leiterbahnen parallel zur x -Achse ausgerichtet sind. Abbildung 3.9 zeigt dies für eine gerade und eine ungerade Anzahl von Gitterstäben. Die Breite der Anordnung beträgt $2w = (N - 1)a/2$. Im Folgenden betrachten wir den Einfluss der endlichen Leiterbahnlänge und der endlichen Anzahl der Gitterstäbe

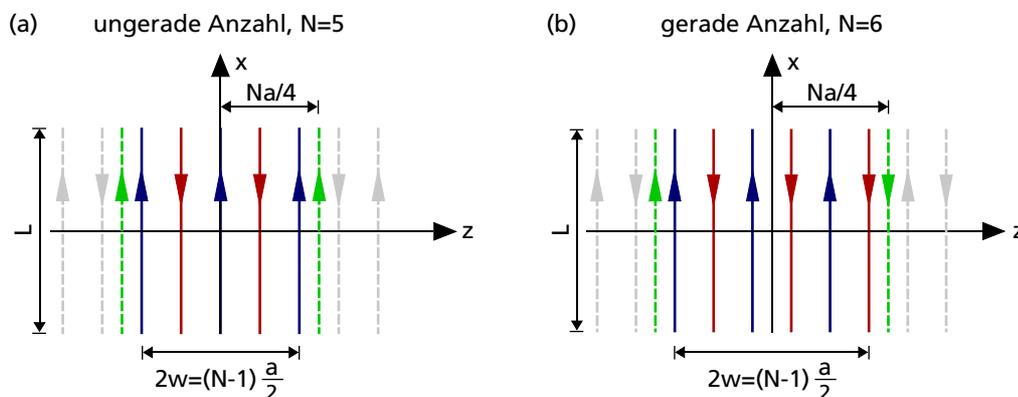


Abbildung 3.9: Endliches Gitter (rote und blaue Leiter) bestehend aus N parallelen Leiterbahnen der Länge L im Abstand von $2\ \mu\text{m}$. Die Stromrichtung in benachbarten Leiterbahnen alterniert. Das Magnetfeld des endlichen Gitters lässt sich in der Nähe des Zentrums als Überlagerung des Feldes eines unendlichen Gitters (graue Leiter) mit dem Magnetfeld zweier Korrekturleiter (grün dargestellt) an den Positionen $z = \pm Na/4$ beschreiben. Die Stromrichtung in diesen beiden zusätzlichen Leitern ist gleichgerichtet für ungeradzahlige N (siehe a) und entgegengesetzt gerichtet für geradzahlige N (siehe b).

auf das vom Gitter erzeugte Potential. Die Überlegungen gelten sowohl für den Fall des Spiegelpotentials ohne Offsetfeld, als auch für das Beugungspotential mit zusätzlich überlagertem Feld in z -Richtung.

Endliche Leiterbahnlänge

Die endliche Länge der Gitterstäbe hebt die Entartung der Felder des unendlichen Gitters bezüglich der x -Koordinate auf. Das Magnetfeld eines einzelnen endlichen Leiters stimmt zwar in der Richtung mit dem eines unendlichen Leiters überein nicht aber im Feldbetrag. In einem festen Abstand zum Leiter ist dieser maximal über dem Zentrum des Leiters und fällt nach außen hin ab. Über dem Mittelpunkt des Leiters reduziert sich dabei der Feldbetrag im Abstand r gegenüber dem unendlich langen Leiter um einen Faktor γ [Gün03]:

$$B = \gamma B_\infty \quad \text{mit} \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{2r}{L}\right)^2}}. \quad (3.14)$$

Für Abstände $r \ll L$ ist $\gamma \approx 1$, und das Feld des endlichen Leiters unterscheidet sich kaum vom unendlichen. Für $r \gg L$ hingegen ist $\gamma \approx 1/r$ und das Magnetfeld des endlichen Leiters fällt mit $1/r^2$ ab, anstatt, wie im Fall des unendlich langen Leiters, mit $1/r$.

Für die im Experiment verwendete Gitterstruktur hat dies allerdings kaum einen Effekt. Da die modulierten und unmodulierten Anteile des Feldbetrages über dem Gitter mindestens mit e^{-ky} abfallen, werden die Experimente sehr nah ($y \approx a$) an der Oberfläche des Gitters erfolgen. In diesem Bereich ist aber das Magnetfeld hauptsächlich durch die in der Nähe befindlichen Gitterstäbe bestimmt. Da deren Länge mit $L = 25a = 100 \mu\text{m}$ gegenüber der Reichweite $\sim a$ der Potentiale derart groß gewählt ist, wird das Feld über dem Gitter maximal um einen Faktor $\gamma_{r=a} = 0.997$, also um weniger als 0.3%, abgeschwächt. Auch die endliche Länge der weiter entfernten Gitterstäbe hat kaum einen Einfluss auf das Potential, da diese Gitterstäbe immer paarweise mit entgegengesetzter Stromrichtung auftreten. Das Magnetfeld über solch einem Stromleiterpaar (\bullet, \times) fällt aber schon für unendlich lange Leiter mit $1/r^2$ ab [Gün03], so dass erstens die Atome das Magnetfeld weit entfernter Leiterpaare überhaupt nicht „sehen“ und zweitens die zusätzliche Reduktion des Feldes um einen Faktor $\gamma \sim 1/r$ kaum ins Gewicht fällt.

Endliche Zahl von Gitterstäben

Die Magnetfeldkomponenten eines Gitters mit einer endlichen Anzahl unendlich langer Gitterstäbe lassen sich, ähnlich wie im Fall des unendlich ausgedehnten Gitters, in komplexer Form darstellen [Lau99b]:

$$B_z - iB_y = \underbrace{\frac{iK}{2 \sin(kz +iky)}}_{B_\infty} \pm \underbrace{\frac{iK}{4k [z + (w + a/4) + iy]}}_{B_-} \pm \underbrace{\frac{iK}{4k [z - (w + a/4) + iy]}}_{B_+}. \quad (3.15)$$

Der erste Term \mathbf{B}_∞ entspricht den Feldkomponenten des unendlichen Gitters aus Gleichung 3.4. Die beiden anderen Terme hingegen

$$\mathbf{B}_\mp = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I/2}{(z \pm (w + a/4))^2 + y^2} [y + i(z \pm (w + a/4))] , \quad (3.16)$$

beschreiben die Magnetfeldkomponenten zweier zusätzlicher Gitterstäbe an der Position $z = \mp(w + a/4) = \mp Na/4$, die vom halben Gitterstrom durchflossen werden. Damit lässt sich das Magnetfeld des endlichen Gitters, wie in Abbildung 3.9 dargestellt, als Überlagerung des unendlichen Gitters mit den Feldern zweier Korrekturleiter im Abstand einer viertel Gitterperiode zu den äußersten Leitern beschreiben. Die Stromrichtung dieser zusätzlichen Leiter ist durch die Stromrichtung in den äußersten Gitterstäben bestimmt. Je nach Anzahl der Gitterstäbe sind die Ströme in den beiden zusätzlichen Leiterbahnen gleichgerichtet (N ungerade) oder entgegengesetzt gerichtet (N gerade).

Nahe der Oberfläche des endlichen Gitters ist das Magnetfeld im Zentrum der Anordnung dann hauptsächlich durch das unendliche Gitterpotential bestimmt. Für eine ungerade Anzahl von Gitterstäben rufen dort⁷ die beiden Korrekturleiter lediglich einen Magnetfeldgradienten entlang der y- und z-Richtung hervor

$$\nabla B = \frac{\mu_0 I}{2\pi w^2} = \frac{8\mu_0 I}{\pi a^2} N^{-2} , \quad (3.17)$$

der als zusätzlicher Gradient über dem Gitterpotential in Erscheinung tritt. Für geradzahliges N hingegen erzeugen die beiden Korrekturleiter über dem Zentrum der Anordnung ein nahezu homogenes Magnetfeld $B_{0,y} \hat{e}_y$ senkrecht zur Gitteroberfläche, mit einer zusätzlichen Feldkrümmung $\nabla^2 B$ in y- und z-Richtung:

$$B_{0,y} = \frac{2\mu_0 I}{\pi a} N^{-1} , \quad \nabla^2 B = \frac{\mu_0 I}{\pi w^3} = \frac{64\mu_0 I}{\pi a^3} N^{-3} . \quad (3.18)$$

Da zur Erzeugung des Gitterpotentials typischerweise ein Offsetfeld $B_{0,z}$ entlang der Ausbreitungsrichtung des Gitters angelegt wird, bewirkt das homogene Magnetfeld $B_{0,y}$ lediglich eine Änderung des Betrages und der Richtung des effektiven Offsetfeldes $B_0 = \sqrt{B_{0,z}^2 + B_{0,y}^2}$. Wie in Abschnitt 3.2.2 beschrieben, führt dies im direkten Vergleich mit dem unendlichen Gitter zu einer Verschiebung des Gitterpotentials sowie der Quadrupole in der y,z-Ebene. Wählt man jedoch N groß genug, so ist in der Regel $B_{0,y} \ll B_{0,z}$, und dieser Effekt kann vernachlässigt werden. Die Feldkrümmung $\nabla^2 B$ tritt sowohl entlang der Ausbreitungsrichtung des Gitters als auch senkrecht zur Gitterebene als zusätzliches parabolisches Potential in Erscheinung. Dieses ist verbunden mit einer Fallenfrequenz $\omega_{\text{Gitter}} = \sqrt{\mu_B \nabla^2 B / m_{\text{Rb}}}$.

In großen Abständen zum Gitter hingegen dominieren die Felder der Korrekturleiter, da die Beiträge des unendlichen Gitters exponentiell abfallen.

⁷direkt an der Oberfläche des Gitters bei $y = 0$

3.2.4 Das Doppel-Mäander-Potential

Die im Experiment zum Einsatz kommende Gitterstruktur besteht, wie in Abschnitt 3.1 bereits erläutert, aus zwei ineinander verschachtelten, mäanderförmigen Leiterbahnen (siehe Abb. 3.10). Diese erzeugen eine Anordnung bestehend aus 372 parallelen Gitterstäben, die jeweils $100\ \mu\text{m}$ lang und im Abstand von $2\ \mu\text{m}$ angeordnet sind. In Übereinstimmung mit den bereits betrachteten Gitterstrukturen definieren wir auch hier wieder ein Bezugssystem, wie es in Abbildung 3.10b dargestellt ist.

Wählt man den Strom in den beiden Mäanderleitern gleich groß, $I_M := I_{M1} = I_{M2}$, und die Stromrichtung wie in Abbildung 3.10b dargestellt, so entsteht eine $4\ \mu\text{m}$ periodische Leiterbahnanordnung mit wechselnder Stromrichtung in benachbarten Leitern. Über dem Zentrum der Anordnung, nah an der Oberfläche des Gitter-Chips, ist dann das Potential in sehr guter Näherung durch das Potential des unendlichen Gitters aus Abschnitt 3.2.1 beschrieben. Zusammen mit einem Offsetfeld B_0 ergeben sich somit Beugungspotentiale, wie wir sie aus Abschnitt 3.2.2 kennen. Die endliche Anzahl der Gitterstäbe ruft entsprechend Gleichung 3.18 ein zusätzliches Magnetfeld $B_{0,y}$ sowie eine Feldkrümmung $\nabla^2 B$ hervor. Dieses Feld ist mit $B_{0,y}/I = 5.4\ \text{mG}/\text{mA}$ gegenüber den im Experiment verwendeten Offsetfeldern von mindestens $600\ \text{mG}$ zu vernachlässigen⁸. Die Feldkrümmung hingegen erzeugt

⁸Für $I_M = 1\ \text{mA}$ und $B_0 = 0.6\ \text{G}$ bewirkt es lediglich eine Verschiebung des Gitterpotentials und der Quadrupole entlang der axialen Richtung um $6\ \text{nm}$. Gegenüber der Gitterperiode von $4\ \mu\text{m}$ ist dies zu vernachlässigen.

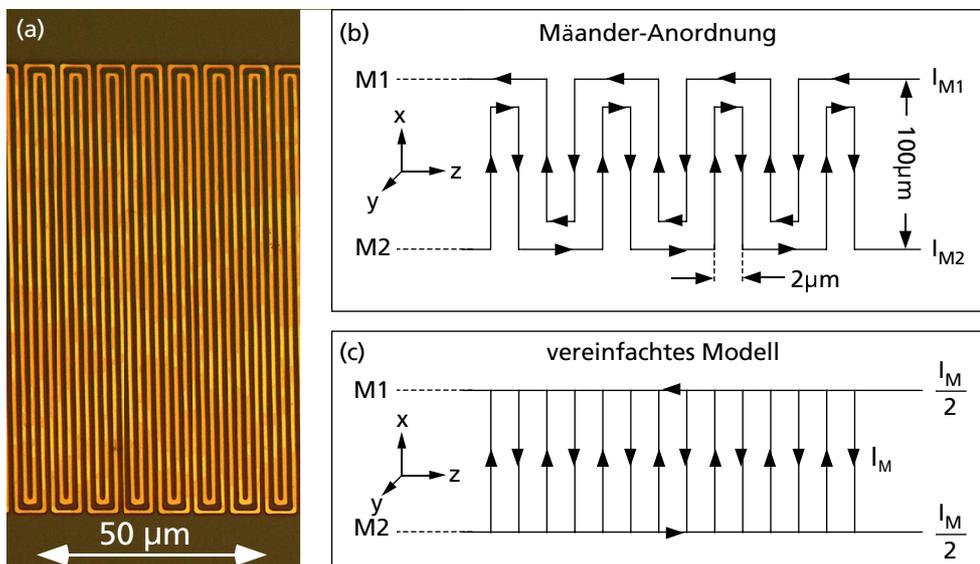


Abbildung 3.10: (a) Foto und (b) schematische Darstellung der im Experiment verwendeten Doppel-Mäander-Struktur. (c) Vereinfachte Darstellung des Gitters für den Fall $I_M := I_{M1} = I_{M2}$. Die Querverbindungen der parallelen Leiter lassen sich näherungsweise durch zwei Leiter bei $x = \pm 50\ \mu\text{m}$ beschreiben, die vom halben Mäanderstrom durchflossen werden.

mit $\nabla^2 B/I = 7.77 \text{ G mA}^{-1}/\text{cm}^2$ entlang der y - und z -Richtung einen parabolischen Feldverlauf mit einer zugehörigen Fallenfrequenz von $\omega_{\text{Gitter}}/\sqrt{I} = 2\pi \times 3.5 \text{ Hz mA}^{-1/2}$. Da das Kondensat für die kohärente Manipulation mittels einer Ioffe-Falle in der Nähe des Gitters positioniert wird (siehe Abschnitt 3.2.5), führt die zusätzliche Feldkrümmung jedoch lediglich zu einer Änderung der Fallenfrequenzen dieser Ioffe-Falle. Im Experiment sind diese Änderungen zu vernachlässigen⁹.

Zusätzlich zu den Gitterleitern zeigt die Doppel-Mäander-Struktur aus Abbildung 3.10 jedoch auch Leiterbahnabschnitte entlang der z -Richtung, welche die parallelen Leiter miteinander verbinden. Betrachtet man den Stromfluss in diesen Leitern, so lassen sich diese näherungsweise durch zwei Leiter bei $x = \pm 50 \mu\text{m}$ beschreiben, die vom halben Mäanderstrom durchflossen werden. Damit ergibt sich eine vereinfachte Darstellung der Doppel-Mäander-Struktur wie in Abbildung 3.10c gezeigt. Diese wird insbesondere wichtig bei der Positionseichung des Kondensates relativ zum Gitter (siehe Abschnitt 4.1).

Um das Gitterpotential auch für unterschiedliche Ströme in den Mäanderleitern berechnen zu können, wurde ein Computerprogramm entwickelt, welches die Berechnung des Feldbetrages für den gesamten Gitter-Chip erlaubt. Für gleiche Ströme in beiden Leitern zeigen die numerischen Berechnungen eine ausgezeichnete Übereinstimmung mit den analytisch erwarteten Feldern. Abbildung 3.11a zeigt den Feldbetrag und damit das von den Atomen erfahrene Potential über dem Zentrum des Mäanders für einen Strom von 1 mA und ein Offsetfeld von 0.6 G. Wie zu erwarten, sieht man ein sehr stark moduliertes $4 \mu\text{m}$ periodi-

⁹Die zusätzliche Feldkrümmung des Gitterpotentials führt zu einer Änderung der Fallenfrequenzen ω_y und ω_z der überlagerten Ioffe-Falle um den Betrag

$$\Delta\omega_{y,z} = \frac{1}{2} \frac{\omega_{\text{Gitter}}^2}{\omega_{y,z}}.$$

Dies folgt aus dem allgemeinen Zusammenhang zwischen der Fallenfrequenz ω und der Feldkrümmung b : $\omega = \sqrt{\mu_B b / m_{\text{Rb}}}$. Bei einem Mäanderstrom von 1 mA und typischen Fallenfrequenzen der Ioffe-Falle von $\omega_y = 2\pi \times 76 \text{ Hz}$ und $\omega_z = 2\pi \times 16 \text{ Hz}$ bewirkt das Gitter somit lediglich eine Änderung der Fallenfrequenzen von $\Delta\omega_y = 2\pi \times 0.08 \text{ Hz}$ und $\Delta\omega_z = 2\pi \times 0.38 \text{ Hz}$. Gegenüber den Frequenzen der Ioffe-Falle sind diese zu vernachlässigen.

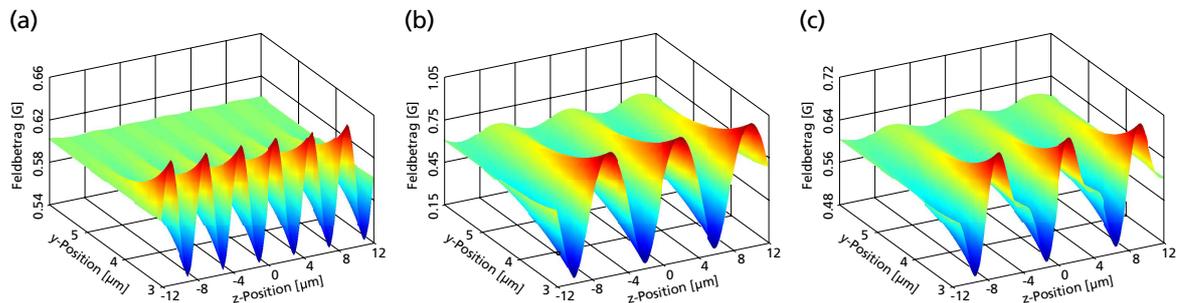


Abbildung 3.11: Mögliche Potentialformen, die sich durch die Doppel-Mäander-Struktur erzeugen lassen. Für (a) $I_{M1}=I_{M2}$ ergibt sich ein $4 \mu\text{m}$ periodisches, für (b) $I_{M1}=-I_{M2}$ ein $8 \mu\text{m}$ periodisches und für (c) $I_{M1} \neq I_{M2}$ ein asymmetrisches Beugungspotential.

ches Potential. Die Änderung der Ströme in den beiden Mäanderleitern ermöglicht darüberhinaus auch die Erzeugung anderer Potentialformen. Abbildung 3.11b zeigt das Potential für den Fall, dass einer der beiden Mäanderleiter umgepolt wird. Das Gitter zeigt nun bezüglich des Stromes eine Periodizität von $8\ \mu\text{m}$, die sich im Potential widerspiegelt. Im Vergleich zum $4\ \mu\text{m}$ Gitter zeigt dieses entsprechend Gleichung 3.13 eine doppelt so große Reichweite. Zusätzlich lassen sich mit der Doppel-Mäander-Struktur aber auch asymmetrische Potentiale erzeugen. Abbildung 3.11c zeigt solch ein Potential, welches durch die Ströme $I_{M1} = 1\ \text{mA}$ und $I_{M2} = 0.5\ \text{mA}$ erzeugt wurde. Solche Potentiale können beispielsweise zur Erzeugung von Quantenrutschen [Rei97] benutzt werden.

3.2.5 Ioffe-Falle am Gitter

Zur Durchführung der Beugungsexperimente (siehe Kapitel 4) wird es notwendig sein, die Atome nah am Gitter zu platzieren bzw. mit dem Gitterpotential wechselwirken zu lassen. Da das Gitterpotential selbst keine Atome fangen kann, ist eine zusätzliche Magnetfalle erforderlich, um die Atome über dem Gitter zu positionieren. Dabei kommt im Experiment eine Ioffe-Falle zum Einsatz, welche durch die Leiterbahnen des Trägerchips erzeugt wird. Diese Falle stellt gleichzeitig das Offsetfeld B_0 zur Verfügung, welches benötigt wird, um das Spiegelpotential in ein Beugungsgitter zu überführen. Typischerweise werden die Atome dabei in einer Falle präpariert, die durch eine radiale und axiale Fallenfrequenz von $\omega_r = 2\pi \times 76\ \text{Hz}$ und $\omega_a = 2\pi \times 16\ \text{Hz}$ charakterisiert ist. Das Offsetfeld im Fallenzentrum beträgt dann etwa $0.87\ \text{G}$ und ist entlang der Ausbreitungsrichtung des Gitters orientiert.

Abbildung 3.12 zeigt das resultierende Gesamtpotential für den Fall, dass die Ioffe-Falle in einem Abstand von $15\ \mu\text{m}$ zum Gitter positioniert ist. Für Abstände $y > 10\ \mu\text{m}$ zum Gitter ist das Potential allein durch die Ioffe-Falle bestimmt. Man sieht hier den radial parabolischen Feldverlauf ebenso wie das Offsetfeld. Die Feldkrümmung in axialer Richtung ist nicht zu erkennen, da der dargestellte axiale Ausschnitt hierfür zu klein ist. Bewegt man sich auf das Gitter zu, so sieht man für Abstände $y < 10\ \mu\text{m}$ die $4\ \mu\text{m}$ periodische Modulation des Potentials. Mit sinkendem Abstand zum Gitter steigt dessen Modulationsamplitude, wie zu erwarten, exponentiell an. Über jedem zweiten Leiter entsteht ein Quadrupol, in dem der Feldbetrag bis auf den Wert Null abfällt, bevor er zum Leiter hin wieder ansteigt¹⁰. Der komplette Quadrupol ist in Abbildung 3.12 nicht dargestellt, sondern nur die zugehörigen Potentialflanken.

Um die Atome später mit dem Gitterpotential in Wechselwirkung zu bringen, werden sie innerhalb einer solchen Falle in Oszillation versetzt, so dass sie in den Wirkungsbereich des Gitters vordringen können (siehe Abschnitt 4.2.1).

¹⁰Tatsächlich erzeugt die Ioffe-Falle am Ort der Quadrupollöcher ein endliches Magnetfeld in x-Richtung. Dieses führt zu einer Anhebung des Feldnullpunktes im Zentrum der Quadrupole. Bei einer im Abstand von $15\ \mu\text{m}$ zu den Löchern positionierten Ioffe-Falle mit $B_0 = 0.87\ \text{G}$ und $\omega_r = 2\pi \times 76\ \text{Hz}$ beträgt diese Anhebung etwa $80\ \text{mG}$. Das Feld im Zentrum des Loches wird somit parabolisch und entspricht nicht mehr dem eines „echten“ Quadrupols. Dennoch bleibt das Potential steil genug um entsprechend Gleichung 2.4 Majorana-Verluste hervorzurufen. Im Folgenden werden daher diese Potentiallöcher weiterhin als Quadrupole bezeichnet.

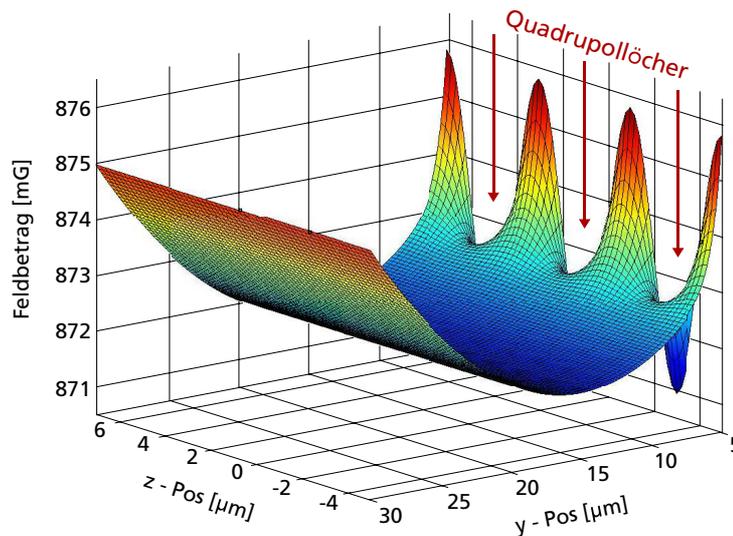


Abbildung 3.12: Potential des Gitters mit überlagerter Ioffe-Falle. Das Zentrum der Falle befindet sich im Abstand von $15\ \mu\text{m}$ zur Oberfläche. Die Fallenfrequenzen und das Offsetfeld wurden so gewählt, dass sie den späteren experimentellen Parametern entsprechen: $\omega_a = 2\pi \times 16\ \text{Hz}$, $\omega_r = 2\pi \times 76\ \text{Hz}$, $B_0 = 0.871\ \text{G}$. Die Ioffe-Falle ist notwendig, um die Atome am Gitter zu positionieren. Versetzt man Atome in solch einer Falle in radiale Oszillation, so können die Atome bis in den Wechselwirkungsbereich des Gitters vordringen.

3.3 Radiofrequenz-modifiziertes Gitter

In Kapitel 4 dieser Arbeit werden wir sehen, dass die durch den Atom-Optik-Chip erzeugten Potentiale zwar zur Beugung von Kondensaten geeignet sind, aber von starken Atomzahlverlusten begleitet sind. Diese Verluste werden in erster Linie durch die im Beugungspotential auftretenden Quadrupollöcher und die damit verbundenen steilen Potentialgradienten hervorgerufen (siehe Abb. 3.12). Laufen die Atome durch solche Quadrupole, so können sie der Richtungsänderung des Magnetfeldes unter Umständen nicht mehr adiabatisch folgen und gehen durch Majorana-Spin-Flip-Übergänge aus der Falle verloren [Suk97]. Man bezeichnet die Quadrupollöcher daher auch als Majoranalöcher. Die Einstrahlung einer Radiofrequenz (RF) ermöglicht es jedoch, zusätzlichen Einfluss auf die Potentialform zu nehmen und dadurch die Potentiallöcher zu schließen. Darüber hinaus lassen sich die RF-Parameter zur Manipulation des Gitterpotentials verwenden.

Die Radiofrequenz führt dabei zu einer Kopplung verschiedener magnetischer Unterzustände des atomaren Systems. Da die Stärke des magnetischen Potentials aber vom magnetischen Unterzustand der Atome abhängt, führt die Kopplung zu einer Beeinflussung des atomaren Fallenpotentials. Es entstehen neue, sogenannte adiabatische Potentiale, in denen sich die Atome bewegen können. Dies wird beispielsweise beim evaporativen Kühlen genutzt, um in bestimmten Potentialregionen gefangene und nichtgefangene Zustände miteinander zu koppeln und somit Atome oberhalb einer bestimmten potentiellen Energie

aus der Falle zu entfernen [Hes86, Ket96]. Angewandt auf ein Kondensat lässt sich so ein Auskopplungsmechanismus für einen Atom-Laser realisieren [Mew97]. Die adiabatischen Potentiale eignen sich aber ebenso zum Fangen von Atomen [Zob01, Zob04, Mor06, Fer07], wie es erstmals in der Gruppe von Hélène Perrin demonstriert wurde [Col04]. Vor kurzer Zeit ist es sogar gelungen, eine mikrostrukturierte Ioffe-Falle durch Einstrahlung einer Radiofrequenz in ein Doppelmuldenpotential zu überführen und damit ein Bose-Einstein-Kondensat kohärent zu teilen [Sch05, Les06a, Les06b]. Prinzipiell ist es sogar denkbar, ein komplettes Gitterpotential durch Einstrahlung von Radiofrequenzen zu erzeugen [Cou06].

3.3.1 Adiabatische Potentiale

Betrachtet man den Grundzustand eines atomaren Systems mit Gesamtdrehimpuls F in einem externen Magnetfeld \mathbf{B} , so spalten die Energien der magnetischen Unterzustände m_F entsprechend Gleichung 2.2 mit $\mu_B g_F m_F B$ auf. Strahlt man in dieses System eine linear polarisierte Radiofrequenz $\mathbf{B}_{\text{rf}} \cos(\omega_{\text{rf}} t)$ ein, so führt diese, in Feldbereichen wo die Resonanzbedingung

$$\hbar\omega_{\text{rf}} = \mu_B g_F B_{\text{cut}} \quad (3.19)$$

erfüllt ist, zu einer Kopplung benachbarter Zustände $|F, m_F\rangle \leftrightarrow |F, m'_F\rangle$ mit $m'_F = m_F \pm 1$. Die Kopplungsstärke ist dabei durch die Rabi-Frequenz [Ket96]

$$\Omega = \frac{\mu_B g_F}{4\hbar} |\mathbf{B}_{\text{rf}} \times \hat{\mathbf{e}}_B| \sqrt{F(F+1) - m_F m'_F} \quad (3.20)$$

gegeben und hängt neben der Amplitude B_{rf} des RF-Feldes nur von dessen relativer Orientierung zur Richtung des lokalen Magnetfeldes $\hat{\mathbf{e}}_B$ ab.

Zur Veranschaulichung betrachten wir ein Spin 1/2-System, in dem die Radiofrequenz zu einer Kopplung der beiden Spin-Zustände $|\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\rangle \leftrightarrow |\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\rangle$ führt. Abbildung 3.13a illustriert diesen Sachverhalt. Die beiden Zustände spalten im externen Magnetfeld linear zum Feldbetrag auf und werden durch die Radiofrequenz ω_{rf} , entsprechend der Resonanzbedingung 3.19, beim Magnetfeld $B_{\text{cut}} = \hbar\omega_{\text{rf}}/\mu_B g_F$ gekoppelt. Um das Gesamtsystem, bestehend aus den atomaren Zuständen und dem Lichtfeld (RF-Feld) zu beschreiben, wechselt man in die *dressed state* Darstellung¹¹. In dieser sind für $\Omega = 0$ die beiden atomaren Zustände bei $B = B_{\text{cut}}$ entartet. Die Gesamtenergie ist nämlich die gleiche, ob das Atom im $m_F = -1/2$ Zustand ist und n Photonen in der Lichtmode sind, oder ob das Atom im energetisch höheren Zustand $m_F = +1/2$ dafür aber nur $(n - 1)$ Photonen in der Lichtmode sind. Die Wirkung der Radiofrequenz ist dann durch den *dressed state* Hamiltonian des Systems beschrieben [Cou06]:

$$\hat{H}(z) = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}\mu_B g_F B(z) - \frac{1}{2}\hbar\omega_{\text{rf}} & \frac{1}{2}\hbar\Omega \\ \frac{1}{2}\hbar\Omega & -\frac{1}{2}\mu_B g_F B(z) + \frac{1}{2}\hbar\omega_{\text{rf}} \end{pmatrix}. \quad (3.21)$$

¹¹Im *dressed state* Bild werden das atomare System und das Lichtfeld durch einen gemeinsamen Hamiltonian beschrieben. Das Energiespektrum berücksichtigt damit neben den atomaren Zuständen auch die quantisierten Zustände der Lichtmode [CT92].

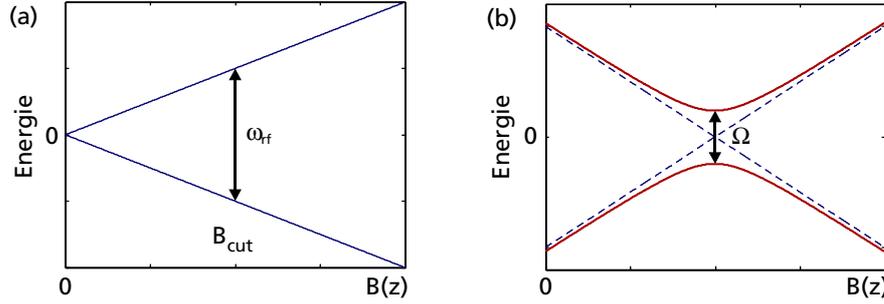


Abbildung 3.13: (a) Potentielle Energie eines $F=1/2$ Systems im externen Magnetfeld $B(z)$. Die Radiofrequenz ω_{rf} koppelt die beiden Spin-Zustände beim Magnetfeld B_{cut} , welches durch ω_{rf} bestimmt ist. (b) Im dressed state Bild kreuzen sich dann bei ausgeschalteter Kopplung $\Omega = 0$ die beiden Zustände (gestrichelte Linie). Wird die Kopplung $\Omega \neq 0$ eingeschaltet, so wird die Entartung bei B_{cut} aufgehoben und die Potentiale stoßen sich ab (durchgezogene Linie). Für Atome, die der Richtungsänderung des Magnetfeldes adiabatisch folgen können, entstehen so neue adiabatische Potentiale.

Dabei haben wir uns der Einfachheit halber auf ein eindimensionales externes Magnetfeld $\mathbf{B} = B(z)\hat{e}_z$ beschränkt. Die Eigenwerte von \hat{H} lassen sich berechnen zu:

$$E_{\pm}(z) = \pm \frac{1}{2} \sqrt{\hbar^2 \Omega^2 + [\mu_{BGF} B(z) - \hbar \omega_{\text{rf}}]^2} = \pm \frac{1}{2} \mu_{BGF} \sqrt{\left(\frac{\hbar \Omega}{\mu_{BGF}}\right)^2 + [B(z) - B_{\text{cut}}]^2}. \quad (3.22)$$

Abbildung 3.13b zeigt die Eigenenergien $E_{\pm}(z)$ des Systems. Die gestrichelte Linie zeigt die Energie im dressed state Bild für ungekoppelte Spin-Zustände, d.h. für $\Omega = 0$. Man sieht, dass sich beide Zustände bei $B = B_{\text{cut}}$ kreuzen (crossing) und dort entartet sind. Aktiviert man die Kopplung zwischen den beiden Zuständen, indem die Amplitude des RF-Feldes erhöht wird, so ist $\Omega \neq 0$, und das crossing verwandelt sich in ein anti-crossing (rote Linien in Abb. 3.13b). Für Atome, die dem Magnetfeld adiabatisch folgen können, entsteht so ein neues adiabatisches Potential. Die Größe der Aufspaltung der beiden Zustände ist dabei durch die Rabi-Frequenz Ω gegeben.

Um die korrekten Energien der adiabatischen Zustände zu erhalten, müssen noch eventuelle Potentialverschiebungen durch die Transformation ins dressed state Bild berücksichtigt werden. Dazu betrachtet man die Energien aus Gleichung 3.22 weit ab der Resonanz, d.h. für $\hbar \Omega \ll |\mu_{BGF} B(z) - \hbar \omega_{\text{rf}}|$:

$$E_{\pm}(z) \approx \pm \frac{1}{2} [\mu_{BGF} B(z) - \hbar \omega_{\text{rf}}]. \quad (3.23)$$

Diese vergleicht man mit der Aufspaltung der beiden atomaren Zustände in einem externen Magnetfeld ohne Einstrahlung einer Radiofrequenz, welche durch $E_{\pm}(z) = \pm \frac{1}{2} \mu_{BGF} B$ gegeben ist. Die Energien im dressed state Bild müssen daher um einen zusätzlichen Faktor $\pm \frac{1}{2} \hbar \omega_{\text{rf}}$ korrigiert werden. Damit ergeben sich die Energien des adiabatischen Potentials aus Gleichung 3.22 zu:

$$E_{\pm}(z) = \pm \frac{1}{2} \sqrt{\hbar^2 \Omega^2 + [\mu_{BGF} B(z) - \hbar \omega_{\text{rf}}]^2} \pm \frac{1}{2} \hbar \omega_{\text{rf}}. \quad (3.24)$$

Für eine beliebige Spin-Quantenzahl F ändert sich diese Gleichung zu [Cou06]:

$$E_{m_F}(z) = m_F \sqrt{\hbar^2 \Omega^2 + [\mu_B g_F B(z) - \hbar \omega_{\text{rf}}]^2} + m_F \hbar \omega_{\text{rf}}. \quad (3.25)$$

3.3.2 Implementierung am Chip

Für die Gitterexperimente wird die Radiofrequenz über den mittleren Quadrupolleiter eingekoppelt. Dieser befindet sich direkt unter dem Gitter-Chip und ist parallel zur z-Achse ausgerichtet. Das RF-Feld oberhalb des Gitter-Chips zeigt somit in x-Richtung: $\mathbf{B}_{\text{rf}} = B_{\text{rf}} \hat{e}_x$. Das lokale Magnetfeld am Ort der Atome ist gegeben durch $\mathbf{B} = (B_x, B_y, B_z)$ mit $B = |\mathbf{B}|$ und enthält neben dem Gitterpotential auch das Fallenpotential und das Offsetfeld. Mit $F = 2$, $m_F = 2$ und $g_F = 1/2$ erhält man somit für die Rabi-Frequenz aus Gleichung 3.20:

$$\Omega = \frac{\mu_B}{4\hbar} |\mathbf{B}_{\text{rf}} \times \hat{e}_B| = \frac{\mu_B}{4\hbar} \underbrace{\frac{B_{\text{rf}}}{B} \sqrt{B_y^2 + B_z^2}}_{B_{\text{rf},\perp}} = \frac{\mu_B}{4\hbar} B_{\text{rf},\perp}. \quad (3.26)$$

Dabei ist $B_{\text{rf},\perp}$ der Anteil von B_{rf} , der senkrecht zur Orientierung des lokalen Feldes zeigt. Da die Atome im Wellenleiter hauptsächlich ein Feld in z-Richtung (das Offsetfeld) „sehen“ und das Gitter nur Felder in y und z-Richtung erzeugt, kann die x-Komponente des lokalen Magnetfeldes vernachlässigt werden und man erhält $B_{\text{rf},\perp} \approx B_{\text{rf}}$. Damit zeigt das RF-Feld immer senkrecht zum lokalen Magnetfeld und die Kopplung ist maximal

$$\Omega \approx \frac{\mu_B}{4\hbar} B_{\text{rf}}. \quad (3.27)$$

Die Energie des neuen adiabatischen Potentials für den Zustand $m_F = 2$ ist somit entsprechend Gleichung 3.25 gegeben durch:

$$E_{\text{ad}}(x, y, z) = 2\sqrt{\hbar^2 \Omega^2 + [\mu_B g_F B(x, y, z) - \hbar \omega_{\text{rf}}]^2} + 2\hbar \omega_{\text{rf}} \quad (3.28)$$

$$= \mu_B \sqrt{\left(\frac{B_{\text{rf},\perp}}{2}\right)^2 + [B(x, y, z) - B_{\text{cut}}]^2} + \mu_B B_{\text{cut}}. \quad (3.29)$$

3.3.3 Schließen der Quadrupollöcher

In unserem Experiment nutzen wir diese adiabatischen Potentiale, um die durch das magnetische Gitter und das Offsetfeld erzeugten Quadrupollöcher zu schließen. Wie dies funktioniert, soll an dem in Abschnitt 3.2.5 vorgestellten Gitterpotential mit überlagerter Ioffe-Falle erklärt werden. Abbildung 3.14a zeigt das magnetische Potential entlang zweier Trajektorien senkrecht zur Chipoberfläche. Weit entfernt vom Chip wird das Potential vom parabolischen Fallenpotential ($\omega_r = 2\pi \times 76$ Hz) bestimmt, welches durch den unter dem Gitter-Chip liegenden Trägerchip erzeugt wird. Bewegt man sich auf die Gitterstäbe zu, so steigt über jedem zweiten Leiter das Feld exponentiell an (rote Linie), während es über

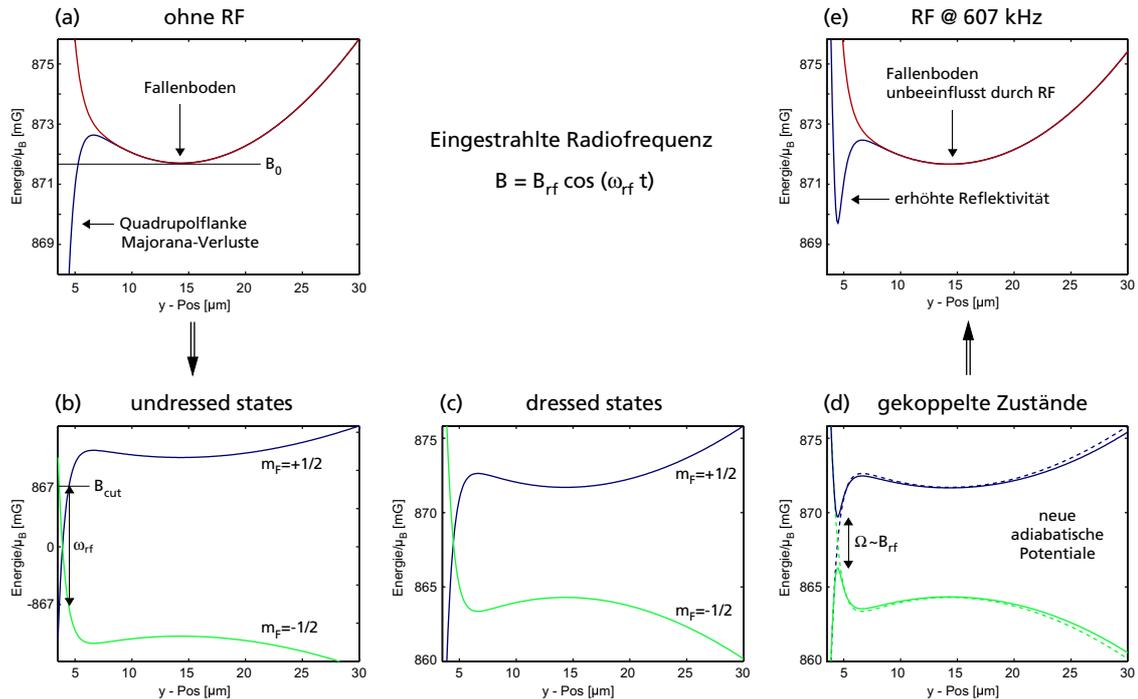


Abbildung 3.14: (a) Potentielle Energie der Atome entlang einer Trajektorie, welche senkrecht zur Chipoberfläche orientiert ist und auf die Gitterstäbe zuläuft. Über jedem zweiten Leiter ist das Potential repulsiv (rote Linie), bildet aber dazwischen Quadrupole aus (blaue Linie). (b) Potentielle Energie der Quadrupol-Trajektorie für die beiden magnetischen Unterzustände eines Spin $1/2$ -Systems. Eine Radiofrequenz ω_{rf} wird unterhalb des Fallenbodens eingestrahlt. (c) Energien im ungekoppelten ($\Omega = 0$) dressed state Bild. (d) Die Kopplung der Radiofrequenz ($\Omega \neq 0$) erzeugt neue adiabatische Potentiale. (e) Beide Potentialtrajektorien in Richtung der Chipoberfläche sind nun repulsiv und Atomzahlverluste sollten minimiert sein.

den dazwischenliegenden Leiterbahnen einen Quadrupol (blaue Linie) durchläuft (vgl. dazu Abb. 3.12). Bedingt durch die steilen, attraktiven Potentialgradienten können Atome beim Durchlaufen der Quadrupole durch Majorana-Spin-Flip-Übergänge verloren gehen. Durch Einstrahlung einer Radiofrequenz kann der Quadrupol jedoch geschlossen werden. Abbildung 3.14b zeigt die Energien der magnetischen Spin-Zustände entlang der blauen Quadrupoltrajektorie. Der Einfachheit halber betrachten wir wieder ein Spin $1/2$ -System, so dass Abbildung 3.14b die potentielle Energie der $m_F = \pm 1/2$ -Zustände entlang der Quadrupoltrajektorie widerspiegelt. Die eingestrahelte Radiofrequenz ω_{rf} führt zu einer lokalen Kopplung dieser beiden Zustände. Im ungekoppelten ($\Omega = 0$) dressed state Bild sind somit die Energien der beiden Zustände bei B_{cut} entartet (Abb. 3.14c). Die Kopplung ($\Omega \neq 0$) führt zu einer Abstoßung der gekreuzten Potentiale (Abb. 3.14d). Atome, die weit ab der Resonanz im blau gekennzeichneten Zustand starten, „sehen“ ein neues adiabatisches Potential

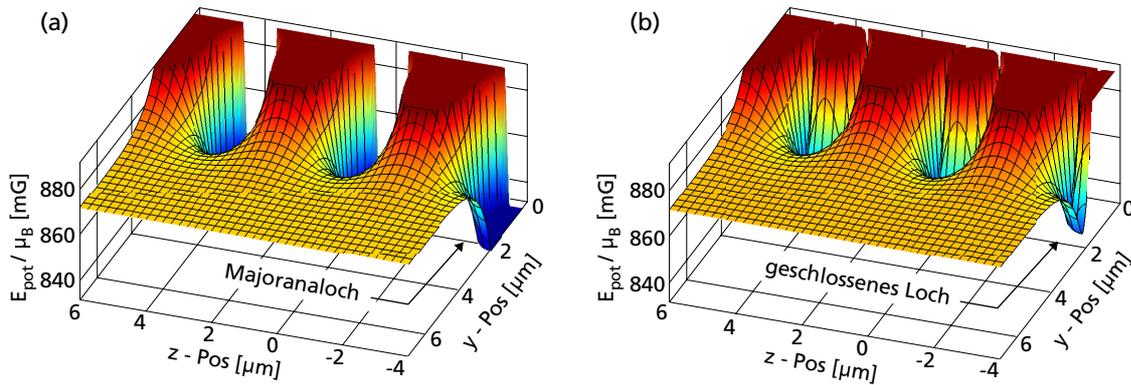


Abbildung 3.15: Gitterpotential nahe der Chipoberfläche. (a) Über jedem zweiten Leiter bildet sich ein Majoranaloch, in dem Atome durch Spin-Flips verloren gehen können. (b) Durch Einstrahlung einer Radiofrequenz lässt sich das Majoranaloch beseitigen. Das RF-modifizierte Beugungspotential sorgt damit für eine erhöhte Reflektivität.

(blaue Linie in Abb. 3.14d) ohne Quadrupolloch¹². Dadurch erfahren nun alle Atome unabhängig von ihrer Trajektorie zur Chipoberfläche ein repulsives Potential (Abb. 3.14e). Damit das Potential weit entfernt vom Gitter durch die Radiofrequenz nicht beeinflusst wird, ist es notwendig, die Radiofrequenz unterhalb des zum Positionieren der Atome notwendigen Fallenbodens B_0 einzustrahlen (siehe Abb. 3.14a).

Abbildung 3.15 zeigt die Wirkung der Radiofrequenz auf das Gitterpotential. Das Offsetfeld beträgt 0.871 G bzw. $2\pi \times 610$ kHz. Die Radiofrequenz wird mit $\omega_{\text{rf}} = 2\pi \times 585$ kHz unterhalb des Fallenbodens eingestrahlt. Die RF-Amplitude beträgt $B_{\text{rf}} = 10$ mG, was einer Rabi-Frequenz von $\Omega = 2.2 \times 10^4 \text{ s}^{-1}$ entspricht. Die Majoranalöcher, die ohne Radiofrequenz über jedem zweiten Leiter entstehen (Abb. 3.15a), verschwinden in den adiabatischen Potentialen durch Einstrahlung der Radiofrequenz nahezu vollständig (Abb. 3.15b). Das so modifizierte Beugungspotential besitzt, wie wir in Abschnitt 4.6 sehen werden, bei gleicher Beugungsstärke eine etwa doppelt so hohe Reflektivität.

Die Radiofrequenz kann somit ganz Allgemein verwendet werden, um die Form und die Tiefe des Gitterpotentials zu beeinflussen. Damit sollten sich durch Änderung der RF-Parameter, also der Amplitude und der Frequenz, die Beugungseigenschaften des Gitters beeinflussen lassen. In Abschnitt 4.6 werden die Experimente an diesen RF-modifizierten Gitterpotentialen vorgestellt.

¹²Je nach Amplitude und Frequenz des eingestrahltten oszillierenden Feldes verschwindet das Loch im Potential nicht komplett. Die Tiefe des Loches und damit die Steilheit der Potentialgradienten wird jedoch erheblich reduziert. Dadurch sollten Majorana-Verluste minimiert werden [Suk97].

4 Beugung von Kondensaten am Gitter

4.1 Präparation der Atome am Atom-Optik-Chip

Bevor die Kondensate mit den mikrostrukturierten Potentialen der Atom-Optik-Chips wechselwirken können, müssen sie exakt über diesen positioniert werden. Dies geschieht mit Hilfe der auf dem Trägerchip integrierten Positionierungseinheit. Da die Atom-Optik-Chips jedoch per Hand auf den Trägerchip geklebt wurden, ist eine Eichung der Kondensatsposition relativ zum Atom-Optik-Chip notwendig¹. Dazu wurden zwei verschiedene Verfahren entwickelt [Gün05a], die es erlauben, die von den Atom-Optik-Chips erzeugten Potentialstrukturen zu vermessen. Die erste Methode beruht auf der Wirkung der mikrostrukturierten Atom-Optik-Potentiale auf die Dynamik von Bose-Einstein-Kondensaten während des freien Falls. Die zweite Methode hingegen ermöglicht die richtungsselektive Detektion des durch den Atom-Optik-Chip erzeugten Magnetfeldes und stellt somit eine neues Verfahren zur Magnetfeldmikroskopie dar.

4.1.1 Dynamische Potentialvermessung

Wie in Abschnitt 2.4 erwähnt, geschieht der Nachweis von Kondensaten für gewöhnlich durch eine Absorptionsabbildung nach einer gewissen freien Fallzeit τ . Die Position eines Kondensates zum Abbildungszeitpunkt hängt dabei neben der Anfangsposition und Anfangsgeschwindigkeit nur von den während des freien Falls wirkenden Kräften ab. Atome in magnetfeldsensitiven Zuständen erfahren jedoch nicht nur eine Beschleunigung durch die Gravitationskraft der Erde, sondern auch durch zusätzlich vorhandene Magnetfeldgradienten

$$\mathbf{F} = m\ddot{\mathbf{r}} = -m\mathbf{g} - \mu_B \nabla |\mathbf{B}(\mathbf{r})| . \quad (4.1)$$

Diese beeinflussen die Dynamik des Fallprozesses und damit die Position des Kondensates nach dem freien Fall. Da das Fallenpotential und das Atom-Optik-Potential von unterschiedlichen Leiterbahnstrukturen erzeugt werden, kann dieser Effekt genutzt werden, um Informationen über das Potential der Atom-Optik-Chips zu erhalten. Letzteres kann während der freien Expansion eingeschaltet bleiben und führt zusammen mit den im Labor vorhandenen Streufeldern zu einer messbaren Änderung der Trajektorie des Kondensates während des freien Falls. In einer Serie von Experimenten variiert man nun die Anfangsposition des Kondensates und misst dessen Endposition nach der Fallzeit τ , einmal mit und

¹Auch bei einer exakten Positionierung des Atom-Optik-Chips führen die Streufelder im Labor zu einer Verschiebung der tatsächlichen Fallenposition gegenüber der Berechneten. Eine Eichung der Kondensatsposition relativ zum Atom-Optik-Chip ist daher unerlässlich.

einmal ohne eingeschaltetes Potential des Atom-Optik-Chips. Ein Vergleich beider Positionen erlaubt so den Rückschluss auf das zugrundeliegende Potential des Atom-Optik-Chips.

Dieses Verfahren soll am Gitter-Chip demonstriert werden, um, wie in Abbildung 4.1 dargestellt, das Zentrum der Doppel-Mäander-Struktur bezüglich der x -Koordinate ausfindig zu machen. Mit Hilfe der Positionierungseinheit des Trägerchips werden dazu Kondensate bei festen y - und z - aber verschiedenen x -Positionen am Gitter-Chip positioniert (siehe Abb. 4.1a). Während dieser Positionierung bleibt das Gitterpotential zunächst ausgeschaltet. An jeder horizontalen Position erfolgt dabei eine Eichung des Abstands zur Oberfläche, indem das Kondensat so weit an die Chipoberfläche geschoben wird, bis es durch Wechselwirkungen mit dieser verloren geht². Dadurch können die Kondensate unabhängig von ihrer horizontalen Position immer in einem festen Abstand $y \approx 14 \mu\text{m}$ zum Gitter-Chip präpariert werden. Für jede Startposition x wird nun, nach 25 ms freier Fallzeit, die vertikale Position y des Kondensates für drei verschiedene Mäanderströme $I_M=0, \pm 1 \text{ mA}$ bestimmt. Dazu werden die Ströme des Trägerchips abgeschaltet und die der Doppel-Mäander-Struktur für

²Bei Abständen $y < 1 \mu\text{m}$ führen die attraktive van der Waals Wechselwirkung [Car05, Gor06] und das Casimir-Polder-Potential [Pow93] zur Öffnung der Magnetfalle in Richtung der Chipoberfläche [Lin04]. Verluste setzen damit nicht erst bei direktem Kontakt der äußersten Kondensatsregionen mit der Oberfläche ein, sondern bereits etwas früher. Für die Abstandskalibrierung wird jedoch die Fallenposition, bei der die Hälfte der Atome verloren gegangen ist, als Nullpunkt d.h. als Chipoberfläche definiert. Die eingestellten relativen Positionen zur Chipoberfläche können daher von den tatsächlichen Positionen um mehrere hundert nm abweichen [Lin04].

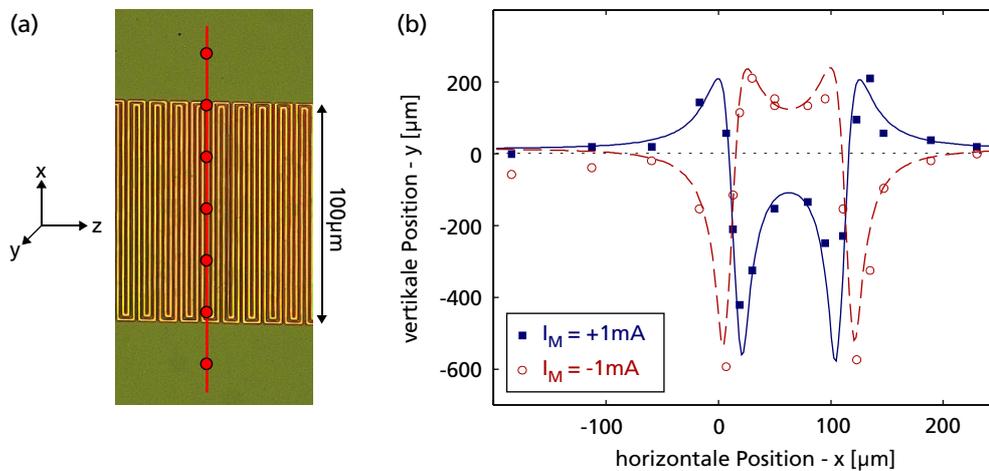


Abbildung 4.1: Positionseichung des Gitter-Chips: (a) Bose-Einstein-Kondensate werden an verschiedenen x -Positionen entlang des Gitters präpariert (rote Punkte) und anschließend bei eingeschaltetem Strom in den Mäandern fallen gelassen. (b) Vertikale Position der Kondensate nach 25 ms freier Expansion für Ströme $I_M=+1 \text{ mA}$ (blaue Quadrate) und $I_M=-1 \text{ mA}$ (rote Kreise) in der Doppel-Mäander-Struktur. Die Ströme waren dabei während der ersten 5 ms des freien Falls eingeschaltet. Die Daten werden verglichen mit der numerischen Lösung der Bewegungsgleichung, die auf dem bekannten Potential der Doppel-Mäander-Struktur beruht (durchgezogene und gestrichelte Linien).

die ersten 5 ms der freien Expansion eingeschaltet. Da der Abbildungsstrahl parallel zur x -Achse ausgerichtet ist, können nur Positionsverschiebungen entlang y und z detektiert werden. Da die Messungen jedoch bezüglich der axialen z -Koordinate im Zentrum der Gitterstruktur stattfinden³, treten nur Verschiebungen in der vertikalen y -Richtung, d.h. in der Falltiefe, auf. Abbildung 4.1b zeigt die gemessenen Positionen des Kondensates nach dem freien Fall für $I_M = \pm 1$ mA relativ zur Position bei ausgeschaltetem Mäanderpotential. Die horizontale Position $x=0$ entspricht dabei dem Zentrum des mittleren Quadrupolleiters QP2 und sollte bei perfekter Positionierung des Gitter-Chips dessen Mitte markieren. Obwohl das Kondensat nur parallel zur Abbildungsachse verschoben wurde, zeigt die Messung der Falltiefe eine deutliche ca. 100 μm breite Charakteristik. Diese lässt sich zurückführen auf die endliche Ausdehnung der Gitterstruktur entlang der x -Achse von genau 100 μm (siehe Abb. 4.1a). Da die Kondensate im Abstand von etwa 14 μm zur Oberfläche des Gitter-Chips positioniert wurden, ist das periodische Potential des Gitters zu vernachlässigen. Das Magnetfeld wird, wie in Abschnitt 3.2.4 gezeigt, durch die Leiterbahnabschnitte am Rand der Doppel-Mäander-Struktur dominiert (siehe Abb. 3.10c). Deren Magnetfeld lässt sich näherungsweise durch zwei Leiter parallel zur z -Achse im Abstand von 100 μm beschreiben. Dieses Feld verursacht die in Abbildung 4.1b gezeigten, unterschiedlichen vertikalen Endpositionen. Die Asymmetrie für positive und negative Mäanderströme wird durch die zusätzlichen Streumagnetfelder im Labor hervorgerufen.

Die gemessenen Daten werden verglichen mit der erwarteten Kondensatsposition, die sich durch numerische Lösung der Newtonschen Bewegungsgleichung 4.1 für Rubidiumatome im Magnetfeld der Doppel-Mäander-Struktur ergibt. Ein simultaner Fit beider Datensätze für $I_M = \pm 1$ mA liefert die zentrale Position der Gitterstruktur bezüglich der x -Achse zu $x_0 = (62.58 \pm 1.37)$ μm . Um diesen Wert x_0 ist somit der Atom-Optik-Chip relativ zum Zentrum des mittleren Quadrupolleiters verschoben. Der Fit liefert zusätzlich den Abstand zur Chipoberfläche $y_0 = (14.00 \pm 1.55)$ μm , sowie die externen Streumagnetfelder ($B_x \approx 0$ G, $B_y \approx 1$ G, $B_z \approx 1.9$ G).

4.1.2 Magnetfeldmikroskop

Die Möglichkeit, das Magnetfeld eines Atom-Optik-Chips richtungselektiv zu detektieren, beruht auf der kontrollierten Positionierung eines gut bekannten Potentials U_0 . Dabei werden Bose-Einstein-Kondensate als kleine Testobjekte benutzt, um den Potentialunterschied zwischen diesem Potential und dem zusätzlich überlagerten Atom-Optik-Potential U_1 zu messen. Daraus erhält man Informationen über die Magnetfeldgradienten $\partial B_i / \partial x_j$ ($i, j = 1, 2, 3$) der zu untersuchenden Leiterbahnanordnung und somit über das Magnetfeld der Atom-Optik-Chips.

Wir erklären und demonstrieren das Verfahren anhand der Bestimmung einer einzelnen Magnetfeldkomponente B_z entlang einer Trajektorie parallel zur z -Achse. Die im Folgenden auftauchenden Potentiale beziehen sich nur auf diese eine Magnetfeldkomponente. Man

³Wegen der geraden Anzahl von Gitterstäben besitzt das Feld über dem Zentrum der Anordnung keinen Gradienten in z -Richtung (vgl. Abschnitt 3.2.3)

zerlegt das vom Kondensat erfahrene Potential in ein bekanntes Fallenpotential $U_0(z)$ und ein unbekanntes Potential $U_1(z)$, z.B. das des Atom-Optik-Chips:

$$U(z) = U_0(z) + U_1(z) . \quad (4.2)$$

Das bekannte Fallenpotential $U_0(z)$ kann dabei beispielsweise durch den Trägerchip erzeugt werden und ist durch einen parabolischen Potentialverlauf gegeben

$$U_0(z) = \frac{1}{2}m\omega_a^2(z - z_0)^2 . \quad (4.3)$$

Es besitzt ein Minimum bei $z = z_0$ und ist durch die Fallenfrequenz ω_a charakterisiert. Im Minimum z_i des Gesamtpotentials $U(z)$ verschwindet dessen erste Ableitung und es gilt:

$$\left. \frac{dU_1(z)}{dz} \right|_{z_i} = - \left. \frac{dU_0(z)}{dz} \right|_{z_i} = -m\omega_a^2(z_i - z_0) . \quad (4.4)$$

Das Potential $U(z)$ kann dabei verschiedene Minima z_i ($i=1,2,\dots$) aufweisen. Damit ist der Gradient des unbekanntes Potentials dU_1 / dz an der Stelle $z = z_i$ proportional zur Differenz $(z_i - z_0)$. Verschiebt man nun das Zentrum z_0 des bekannten Potentials $U_0(z)$ und misst die Position z_i des Kondensates bei eingeschaltetem Potential $U_1(z)$, so lässt sich der Gradient von U_1 als Funktion von z_i bestimmen. Die Integration von Gleichung 4.4 liefert dann das unbekannte Potential $U_1(z)$ und somit die Magnetfeldkomponente

$$B_z = \frac{U_1(z)}{\mu_B} + \tilde{B}_z(x, y) , \quad (4.5)$$

bis auf einen nur noch von x und y abhängigen Feldanteil \tilde{B}_z . Eine Verschiebung des bekannten Fallenpotentials in x - bzw. y -Richtung und gleichzeitige Messung der Positionsänderung $(z_i - z_0)$ erlaubt darüberhinaus die Bestimmung von \tilde{B}_z . Durch eine zusätzliche Messung der Positionsverschiebungen in der x - und y -Richtung kann so das gesamte Magnetfeld richtungsselektiv detektiert werden.

Zur Realisierung dieses Magnetfeldmikroskops ist es notwendig, das Potential $U_0(z)$ genau zu kennen und dessen Position exakt zu kontrollieren. Dabei ist es wichtig, die Position nur bezüglich einer Richtung zu ändern und die beiden anderen Koordinaten während der Messung konstant zu halten. Die Auswertung vereinfacht sich enorm, wenn es zusätzlich gelingt, die Fallenfrequenz an den unterschiedlichen Positionen beizubehalten. Dies ist mit dem auf dem Trägerchip implementierten Positionierungssystem sehr gut möglich und erlaubt es dadurch, die Magnetfeldkomponenten eines unbekanntes Potentials zu bestimmen.

Zur Demonstration des Magnetfeldmikroskops messen wir die z -Komponente eines $1 \mu\text{m}$ breiten und $300 \mu\text{m}$ langen mikrostrukturierten Leiters parallel zur x -Achse. Wie in Abbildung 4.2a zu sehen, handelt es sich dabei um eine der beiden Zuleitungen der Doppelmäander-Struktur. Die Experimente finden in einem glatten Wellenleiterpotential statt, welches sich im Abstand von $390 \mu\text{m}$ zur Oberfläche des Trägerchips befindet und durch eine

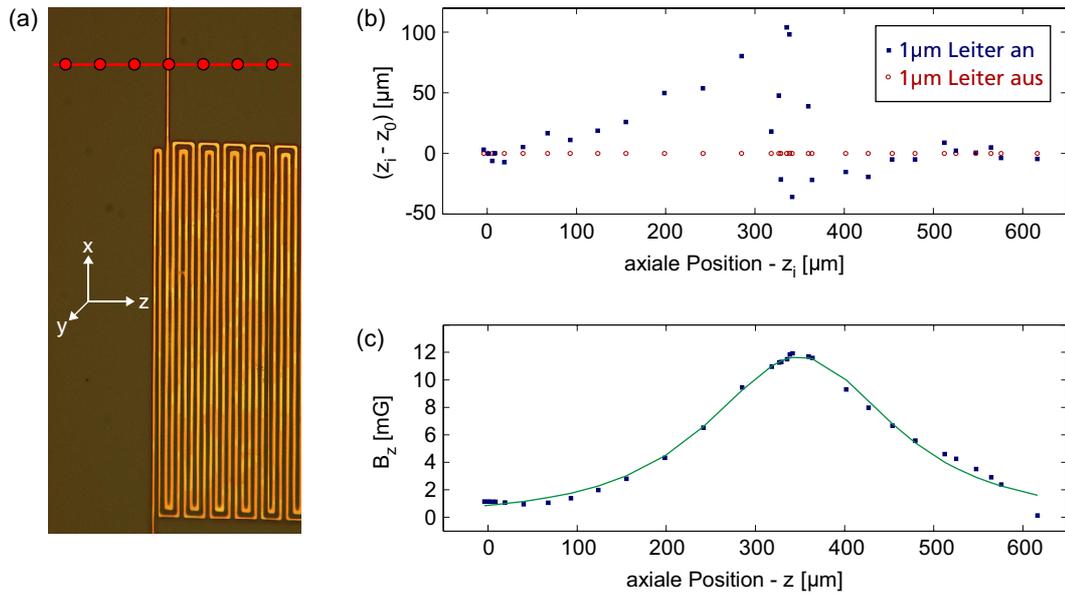


Abbildung 4.2: Positionsbestimmung des Gitter-Chips durch das Magnetfeldmikroskop: (a) Bose-Einstein-Kondensate werden an verschiedenen z -Positionen über einer $1\ \mu\text{m}$ breiten Zuleitung der Doppel-Mäander-Struktur positioniert (rote Punkte). (b) Messung der Kondensatsposition z_0 ohne Strom im Mäanderleiter (rote Kreise) und der Position z_i mit einem Strom von $1.2\ \text{mA}$ (blaue Quadrate). Die Magnetfeldkomponente B_z des Leiters führt zu einer Positionsverschiebung ($z_i - z_0$), welche proportional zum Feldgradienten $\partial B_z / \partial z$ des Leiters ist. (c) Die Integration liefert die Feldkomponente $B_z(z)$ des mikrostrukturierten Leiters (blaue Quadrate). Die Daten zeigen sehr gute Übereinstimmung mit der numerisch berechneten Feldkomponente eines endlichen Leiters, der parallel zur x -Achse orientiert ist (grüne Linie) und ermöglichen so gleichzeitig die axiale Positionseichung des Leiters.

axiale Fallenfrequenz von $16\ \text{Hz}$ charakterisiert ist. Bose-Einstein-Kondensate werden nun an verschiedenen z -Positionen entlang des Leiters positioniert (rote Punkte in Abb. 4.2a). Für jede dieser Positionen wird anschließend die Position z_i des Kondensates für einen Strom von $1.2\ \text{mA}$ im Leiter und die Position z_0 ohne Strom im Leiter gemessen. Abbildung 4.2b zeigt die Differenz der beiden Positionen als Funktion von z_i . Die Integration dieser Positionsunterschiede über z_i liefert, wie in Abbildung 4.2c dargestellt, die z -Komponente des vom Leiter erzeugten Magnetfeldes. Es ist identisch mit dem numerisch berechneten Feld eines $300\ \mu\text{m}$ langen Leiters im Abstand von $140\ \mu\text{m}$ zum Kondensat. Die Genauigkeit des Mikroskops kann mit Hilfe von Gleichung 4.4 berechnet werden und hängt neben der Fallenfrequenz nur von der Präzision der Positionsbestimmung ab. Somit ließe sich bei einer Fallenfrequenz von $1\ \text{Hz}$ und einer auf $1\ \mu\text{m}$ genauen Positionsbestimmung eine Magnetfeldauflösung von etwa $6.2 \times 10^{-5}\ \text{G/cm}$ erreichen. In unserem Experiment beträgt die Auflösung bei einer Fallenfrequenz von $16\ \text{Hz}$ und einer Genauigkeit in der Positionsbestimmung von $5\ \mu\text{m}$ (siehe Abschnitt 2.5.2) etwa $0.08\ \text{G/cm}$.

Die Messung der Magnetfeldkomponente B_z für die Zuleitung der Doppel-Mäander-Struk-

tur ermöglicht somit eine genaue Eichung der axialen Position des Gitter-Chips relativ zum Trägerchip. Damit lassen sich Kondensate gezielt über dem Zentrum des Gitters positionieren.

4.2 Beugungsexperimente am Gitter

4.2.1 Beugungsschema

Die prinzipielle Vorgehensweise zur Beugung von Bose-Einstein-Kondensaten am magnetischen Gitter des Atom-Optik-Chips ist sehr einfach zu verstehen und in Abbildung 4.3 schematisch dargestellt. Zunächst wird ein Bose-Einstein-Kondensat unterhalb des Gitter-Chips präpariert. Die lange Achse des Kondensates ist dabei senkrecht zu den Gitterstäben orientiert und zeigt parallel zur z -Achse. Der Gitter-Chip selbst erzeugt ein periodisches Potential, dessen Modulationsamplitude entlang der y -Richtung exponentiell abfällt. Das Kondensat wird nun in der Magnetfalle in eine kontrollierte Oszillation versetzt, die es so nah an das Gitter bringt, dass es im Umkehrpunkt der Oszillation für kurze Zeit mit dem Gitterpotential wechselwirken kann. Dies führt, wie wir später sehen werden, zu einer periodischen Phasenmodulation der Kondensatwellenfunktion. Nachdem das Kondensat vom Gitter reflektiert worden ist, werden alle Magnetfelder ausgeschaltet und das Kondensat im Gravitationsfeld der Erde fallen gelassen. Der axiale Gradient der dem Kondensat aufgeprägten Phasenstruktur führt dabei zur Ausbildung einer axialen Geschwindigkeitsverteilung, welche während des freien Falls zur Entstehung eines Beugungsmusters führt. Die Stärke der Beugung kann über die Stärke der Oszillation des Kondensates gegen das Gitter eingestellt werden. Durch die Verwendung einer solchen gepulsten Wechselwirkung

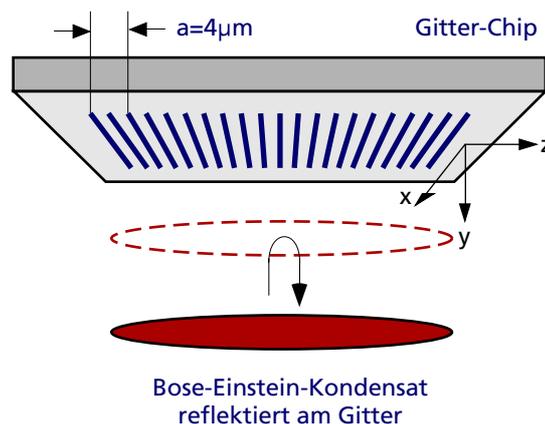


Abbildung 4.3: Schematische Darstellung der Beugung eines Kondensates am magnetischen Gitter. Das Kondensat vollführt eine kontrollierte Oszillation gegen das Gitter und dringt so in den periodisch modulierten Potentialbereich vor. Nach der Wechselwirkung mit dem Gitter bewegt es sich zur Ausgangsposition zurück und wird aus dem Fallenpotential entlassen.

mit dem Gitterpotential können oberflächeninduzierte Verluste und Dekohärenz-Effekte minimiert werden (siehe Abschnitt 2.6).

4.2.2 Experimentelle Durchführung

Die in Abschnitt 4.1 vorgestellten Verfahren zur Eichung der Position des Atom-Optik-Chips relativ zum Trägerchip erlauben es, Bose-Einstein-Kondensate präzise am Gitter zu positionieren. Zur Durchführung der Beugungsexperimente wird daher eine etwa $5\ \mu\text{K}$ kalte thermische Wolke mittels des auf dem Trägerchip implementierten Förderbandes zum Gitter transportiert und dort zum Kondensat gekühlt. Die verbleibenden rund 1.2×10^5 Kondensatsatome werden anschließend mittels der Positionierungseinheit des Trägerchips über dem Zentrum der Doppel-Mäander-Struktur im Abstand von $30\ \mu\text{m}$ zur Oberfläche des Gitter-Chips positioniert. Da der Trägerchip mit dem aufgeklebten Gitter-Chip „kopfüber“ in der UHV-Kammer montiert ist, befindet sich das Kondensat, wie in Abbildung 4.3 dargestellt, unterhalb des Gitter-Chips. Die Atome befinden sich dort in einer durch die Leiterbahnen des Trägerchips erzeugten Magnetfalle: $I_{QP1} = -0.85\ \text{A}$, $I_{QP2} = 0.182\ \text{A}$, $I_{QP3} = -0.6\ \text{A}$, $I_{T4} = I_{T8} = 0.6\ \text{A}$. Der Unterschied in den Stromstärken I_{QP1} und I_{QP3} kompensiert die Fehljustage des Gitter-Chips bezüglich der x -Achse um $62.6\ \mu\text{m}$ (siehe Abschnitt 4.1.1). Die so erzeugte zigarrenförmige Magnetfalle ist charakterisiert durch eine axiale bzw. radiale Fallenfrequenz⁴ von $\omega_a = 2\pi \times 16\ \text{Hz}$ bzw. $\omega_r = 2\pi \times 76\ \text{Hz}$ und ein Offsetfeld von $B_0 = 0.87\ \text{G}$. Die lange Achse der Falle bzw. des Kondensates ist dabei senkrecht zu den Gitterstäben orientiert und zeigt entlang der z -Achse (siehe Abb. 4.3). Während der Positionierung des Kondensates am Gitter-Chip bleibt das magnetische Gitter zunächst noch ausgeschaltet.

Innerhalb der folgenden $200\ \text{ms}$ wird der Strom in der Doppel-Mäander-Struktur mit typischerweise $I_M = 0.2\ \text{mA}$ eingeschaltet. In der Nähe des Gitters bildet sich daher, wie in Kapitel 3 beschrieben, ein $4\ \mu\text{m}$ periodisches Potential aus, dessen Modulationsamplitude mit wachsendem Abstand zum Gitter exponentiell abfällt. Abbildung 4.4a zeigt den radialen Potentialverlauf in dem sich das Kondensat jetzt befindet. Trotz der radialen Ausdehnung des Kondensates von etwa $5\ \mu\text{m}$ ist das gesamte Bose-Einstein-Kondensat noch so weit vom Gitter entfernt, dass es den Einfluss des Gitterpotentials nicht spürt. Der Potentialverlauf zeigt erst für Abstände $y < 10\ \mu\text{m}$ zur Chipoberfläche eine Beeinflussung durch das Gitterpotential. Dort steigt das Potential über jedem zweiten Leiter (rote Linie in Abb. 4.4) exponentiell an, während es dazwischen über einen Sattelpunkt zunächst abfällt und einen Quadrupol durchläuft (blaue Linie in Abb. 4.4, vgl. dazu Abb. 3.14).

Die Wechselwirkung mit dem Gitter wird nun initiiert, indem die Magnetfalle instantan (innerhalb von $100\ \mu\text{s}$) um einen Betrag d in Richtung der Oberfläche des Gitters versetzt wird. Dies geschieht, indem der Strom im mittleren Quadrupolleiter reduziert wird. Eine

⁴Die Fallenfrequenzen wurden durch die Messung der Oszillationsfrequenz eines Kondensates in der Falle bestimmt und stimmen mit den theoretisch erwarteten Werten überein. Die Bestimmung des Offsetfeldes (Magnetfeld im Fallenzentrum) erfolgte durch Einstrahlung einer Radiofrequenz-Kühlrampe, welche so weit abgesenkt wurde, bis alle Kondensatsatome aus der Falle verloren gingen.

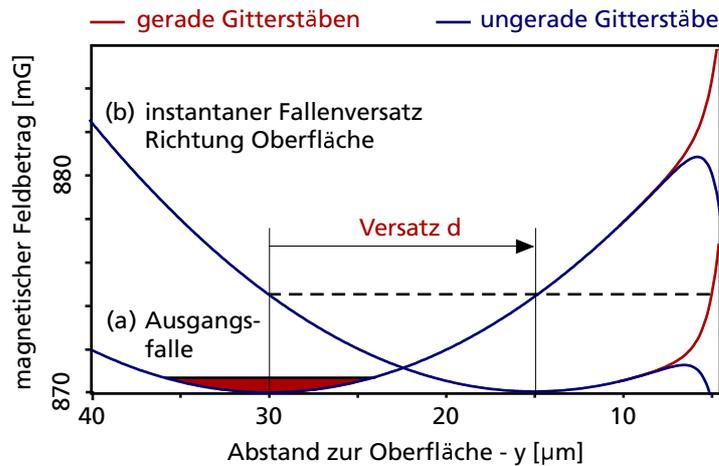


Abbildung 4.4: Fallenpotential mit überlagertem Gitterpotential senkrecht zur Chipoberfläche. In der Nähe des Chips steigt das Potential über jedem zweiten Leiter exponentiell an (rote Linien), während es über den Leiterbahnen dazwischen einen Quadrupol durchläuft (blaue Linien). Zu Beginn befindet sich das Kondensat in einer harmonischen Falle im Abstand von $30 \mu\text{m}$ zur Oberfläche (a). Anschließend wird das Zentrum der Falle instantan um einen kontrollierten Betrag d in Richtung des Gitters versetzt. In (b) ist dies für $d = 15 \mu\text{m}$ dargestellt. Die gestrichelte Linie zeigt die potentielle Energie des Kondensates nach dem Versatz.

Reduktion um 1 mA führt dabei zu einer Änderung der Fallenposition um etwa $1 \mu\text{m}$. Die Änderung der Fallenfrequenz kann dabei vernachlässigt werden. Durch den instantanen Versatz ändert sich das Fallenpotential wie in Abbildung 4.4b dargestellt. Das Kondensat besitzt nun eine potentielle Energie und befindet sich auf der linken Flanke des Potentials. Es beginnt somit eine radiale Oszillation in der Falle mit einer Periodendauer von $T = 2\pi/\omega_r = 13.2 \text{ ms}$. Dabei nähert es sich dem vom periodischen Gitter beeinflussten Potentialbereich und kann bei genügend großem Versatz d mit diesem in Wechselwirkung treten. Abbildung 4.4b zeigt den radialen Potentialverlauf einer um $d = 15 \mu\text{m}$ versetzten Falle. Die gestrichelte Linie markiert die den Atomen zugeführte potentielle Energie und legt somit fest, wie weit das Kondensat in das Gitterpotential vordringt, bevor es von diesem reflektiert wird und sich wieder von der Gitteroberfläche entfernt.

Nach der Reflektion der Atome am Gitter schwingen diese zu ihrer Ausgangsposition zurück. Dort werden, 12 ms nach dem anfänglichen Fallenversatz, alle Magnetfelder ausgeschaltet, und das Kondensat beginnt eine ballistische Expansion. Das Beugungsmuster des Kondensates wird anschließend nach 20 ms freier Fallzeit durch eine herkömmliche Absorptionsabbildung aufgenommen. Der Abbildungsstrahl ist dabei parallel zur x -Achse gerichtet und liefert somit eine entlang der x -Richtung integrierte Dichteverteilung des Kondensates.

4.2.3 Experimentelle Beobachtung

Für eine qualitative Analyse ist es notwendig, die Wechselwirkungsstärke des Kondensates mit dem Gitter zu variieren. Dies erfolgt am einfachsten durch die Änderung des Fallenversatzes d . Erhöht man diesen, so wird dem Kondensat mehr potentielle Energie zugeführt, so dass es tiefer in das Gitterpotential eindringen kann. Die zu erwartenden Beugungseffekte sollten damit zunehmen. Zur Charakterisierung des Beugungsprozesses wurden Absorptionsschichten für 24 verschiedene Versatzamplituden d zwischen 0 und $15.2\ \mu\text{m}$ aufgenommen. Zusätzlich wurde für jedes Bild, durch Integration entlang der vertikalen Richtung, ein axiales Liniendichteprofil erstellt. Abbildung 4.5 zeigt typische Ergebnisse dieser Messung⁵ für vier verschiedene Versatzamplituden d von $0\ \mu\text{m}$, $13\ \mu\text{m}$, $14\ \mu\text{m}$ und $14.6\ \mu\text{m}$.

Für den Versatz $d = 0$ erhält man die Absorptionsschicht eines ungebeugten Kondensates nach dem freien Fall. Diese ist charakterisiert durch eine typische Dichteverteilung (siehe Anhang A), welche ihren Maximalwert im Zentrum des Kondensates annimmt. Erhöht man die Versatzamplitude d , so erhöht sich ebenfalls die Wechselwirkungsstärke des Kondensates mit dem Gitter. Dies macht sich in den Absorptionsschichten durch ein Anwachsen der axialen Ausdehnung des Kondensates in z -Richtung, also in Richtung in der das Gitterpotential moduliert ist, bemerkbar. Gegenüber dem ungebeugten Kondensat

⁵Die Absorptionsschichten sind wie in der restlichen Arbeit farbcodiert dargestellt. Die atomare Dichte steigt dabei von dunkelblau über blau – grün – gelb – rot bis hin zu dunkelrot an.

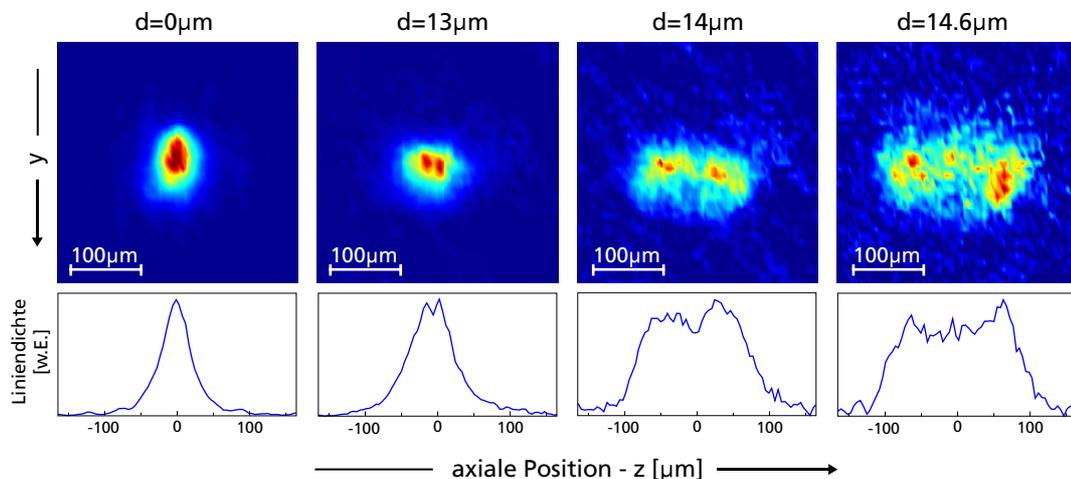


Abbildung 4.5: Absorptionsschichten und vertikal integrierte Liniendichteprofile der Kondensate nach der Beugung am Gitterpotential und anschließender freien Expansion. Die Stärke der Wechselwirkung mit dem Gitter wird über den Fallenversatz d variiert, welcher für die vorliegenden Abbildungen $0\ \mu\text{m}$, $13\ \mu\text{m}$, $14\ \mu\text{m}$ und $14.6\ \mu\text{m}$ beträgt. Die zunehmende Wechselwirkungsstärke zwischen Kondensat und Gitter äußert sich in einem Anwachsen der axialen Ausdehnung der Kondensatdichteverteilung. Diese ist begleitet von einer Reduktion der vom Gitter reflektierten Atomzahl.

zeigt das bei $d = 14 \mu\text{m}$ gebeugte Kondensat beispielsweise eine etwa doppelt so große axiale Ausdehnung. Zusätzlich bildet sich eine charakteristische Dichtestruktur über die Länge des Kondensates aus. Das Maximum der axialen Dichteverteilung befindet sich nicht mehr im Zentrum des Kondensates, sondern scheint mit wachsendem Fallenversatz d nach außen zu wandern (siehe Liniendichteprofile in Abb. 4.5). Sowohl die Zunahme der axialen Ausdehnung des Kondensates, als auch die Verschiebung der Dichtemaxima, lassen sich, wie wir in Abschnitt 4.3 sehen werden, über die Beugung des Kondensates am Gitter verstehen. Mit zunehmender Wechselwirkungsstärke werden dabei immer höhere Beugungsordnungen und damit höhere Impulsklassen besetzt. Dies führt nach dem freien Fall zwangsläufig zu den beobachteten Effekten.

Die Beugungseffekte setzen ab einem Fallenversatz von etwa $12 \mu\text{m}$ ein und sind begleitet von einer starken Abnahme der am Gitter reflektierten Atomzahl. Abbildung 4.6 zeigt den Prozentsatz, der nach der Wechselwirkung mit dem Gitter verbleibenden Atome, in Abhängigkeit des Fallenversatzes d . Für Versatzamplituden bis $12 \mu\text{m}$ werden mehr als 90 % der Atome reflektiert. Für größere Versatzamplituden hingegen fällt die Reflektivität des Gitters sehr schnell ab und erreicht bei $d = 15 \mu\text{m}$ nur noch einen Wert von 10 %. Dieses Verhalten ist konsistent mit den zu erwartenden Atomzahlverlusten in den Quadrupollöchern hinter den Sattelpunkten des Gitterpotentials.

Wiederholt man das Experiment bei ausgeschaltetem Strom im Mäander, so beobachtet man keine axiale Verbreiterung der Dichteverteilung des Kondensates und damit keine Beugung. In diesem Fall zeigt sich lediglich eine Abnahme der Atomzahl mit zunehmendem Fallenversatz. Die Verluste setzen dabei bereits bei kleineren Versatzamplituden ein, da das repulsive Potential des Mäanders nicht mehr vorhanden ist.

Obwohl offensichtlich eine Verbreiterung der atomaren Dichteverteilung des Kondensates entlang der axialen Richtung beobachtet werden kann, zeigen die Absorptionenaufnahmen keine herkömmlichen Beugungsmuster mit klar separierten Beugungsordnungen. Dies ist

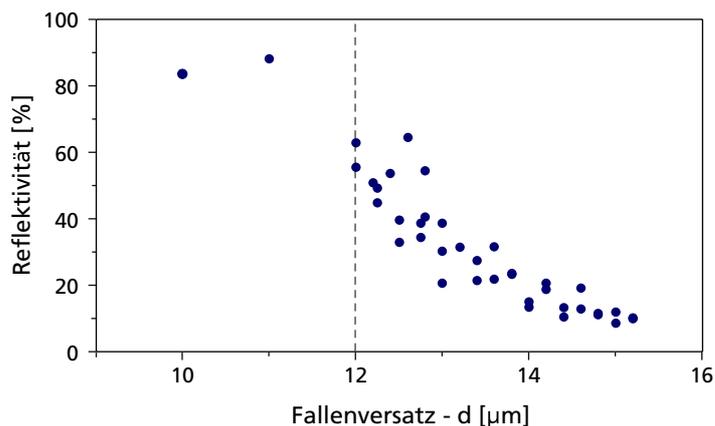


Abbildung 4.6: Reflektivität des Gitters für verschiedene Versatzamplituden d der anfänglich im Abstand von $30 \mu\text{m}$ zur Chipoberfläche präparierten Atome. Ab einem Versatz von $12 \mu\text{m}$ sinkt die Anzahl der vom Gitter reflektierten Atome drastisch ab.

jedoch auch nicht zu erwarten, wenn man bedenkt, dass die Gitterkonstante im vorliegenden Experiment mit $a = 4 \mu\text{m}$ um etwa eine Größenordnung größer ist als in typischen Experimenten mit optischen Gittern (siehe Kapitel 5). Damit finden die Experimente in einem Bereich statt, in dem die repulsive Wechselwirkung der Atome untereinander, die effektive Rückstoßenergie des Gitters $E_r = (\hbar k)^2 / (8m)$ mit dem reziproken Gittervektor $k = 2\pi/a$, dominiert. Damit kann die Wechselwirkung der Atome aber nicht vernachlässigt werden, sondern hat einen entscheidenden Einfluss auf das Aussehen der Beugungsprofile. Im folgenden Abschnitt wird eine Theorie vorgestellt, mit deren Hilfe sich die beobachteten Liniendichteprofile sehr gut beschreiben lassen.

4.3 Interpretation im Raman-Nath-Regime

Für eine komplette theoretische Beschreibung des Beugungsprozesses ist es notwendig, die dreidimensionale Gross-Pitaevskii-Gleichung für unser Experiment numerisch zu lösen. Diese Simulation müsste neben der anfänglichen Oszillation auch die Wechselwirkung mit dem Gitterpotential und die abschließende ballistische Expansion des Kondensates beinhalten. Zusätzlich müssten Atomzahlverluste durch die Wechselwirkung des Kondensates mit der Chipoberfläche und durch nichtadiabatische Zustandsänderungen der Atome in den Majoranalöchern des Gitterpotentials berücksichtigt werden. Solch eine numerische Simulation geht jedoch weit über die Rechenkapazität eines herkömmlichen Computers hinaus. In Abschnitt 4.5 präsentieren wir die ersten Ergebnisse einer solchen Simulation, die an einem Supercomputer in England entstanden sind.

Trotz dieser Komplexität ist es umso erstaunlicher, dass sich die Charakteristik der Beugungsprofile durch eine einfache Theorie sehr gut beschreiben lässt. Diese Theorie basiert auf der Wirkung des Gitters als reines Phasengitter, welches die Phaseninformation der Kondensatswellenfunktion räumlich periodisch moduliert. Die Kondensatsdichte hingegen bleibt durch das Gitter, zumindest während der Wechselwirkung mit diesem, unbeeinflusst. In der Literatur bezeichnet man diese Näherung als Raman-Nath-Näherung [Hen94]. Sie ist gültig für kurze Wechselwirkungszeiten mit dem Gitter und hat sich bereits bei Beugungsexperimenten von thermischen Atomen an optischen Gittern, dem sogenannten Kapitza-Dirac-Effekt [Bat00], bewährt. Dabei muss die Wechselwirkungszeit so klein sein, dass während dieser Zeit auftretende Bewegungen innerhalb des Kondensates auf der Skala der Gitterkonstante vernachlässigt werden können. Die eigentlichen Beugungsprofile entstehen somit erst während der freien Expansion. Die Phasenmodulation des Kondensates führt dann nämlich zu einer Änderung der Kondensatsdichte und damit zu den im Experiment beobachteten Beugungsprofilen.

4.3.1 Phasenmodulation der Kondensatswellenfunktion

In diesem Abschnitt wird ausgehend von der Kondensatswellenfunktion vor der Wechselwirkung mit dem Gitter ein eindimensionales Raman-Nath-Modell entwickelt, welches die

Wechselwirkung des Kondensates mit dem Gitter als Aufprägung einer Phasenmodulation auf die Kondensatwellenfunktion beschreibt.

Wellenfunktion des Kondensates vor der Wechselwirkung mit dem Gitter

Zu Beginn des Experiments befindet sich das Kondensat mit etwa 1.2×10^5 Atomen im Abstand von $30 \mu\text{m}$ zur Oberfläche des Gitter-Chips. Dort spürt es ausschließlich das harmonische Oszillatorpotential V_{ho} der Ioffe-Falle, welches durch die Fallenfrequenzen $\omega_a = 2\pi \times 16 \text{ Hz}$ und $\omega_r = 2\pi \times 76 \text{ Hz}$ charakterisiert ist:

$$V_{\text{ho}} = \frac{1}{2}m\omega_r^2(x^2 + y^2) + \frac{1}{2}m\omega_a^2z^2. \quad (4.6)$$

Die Grundzustandswellenfunktion des Kondensates lässt sich dann schreiben als (siehe Anhang A):

$$\Psi_0(\mathbf{r}) = \sqrt{n_0(\mathbf{r})} e^{i\Theta_0}. \quad (4.7)$$

Dabei ist Θ_0 , die über die gesamte Ausdehnung des Kondensates konstante Phase und $n_0(\mathbf{r}) = |\Psi_0(\mathbf{r})|^2$ die Kondensatsdichte. Letztere spiegelt in Thomas-Fermi-Näherung (siehe Anhang A) das zugrunde liegende Potential wider und hat somit die Form einer invertierten Parabel:

$$n_0(\mathbf{r}) = \text{Max} \left\{ 0, \frac{\mu - V_{\text{ho}}(\mathbf{r})}{g} \right\} = \frac{\mu}{g} \text{Max} \left\{ 0, 1 - \frac{x^2 + y^2}{r_r^2} - \frac{z^2}{r_z^2} \right\}. \quad (4.8)$$

Dabei ist μ das chemische Potential, welches durch die Normierung auf die Gesamtatomzahl N des Kondensates festgelegt ist (siehe Gl. A.9). Der Parameter g steht für die interatomare Kopplungskonstante (siehe Gl. A.1). Die Größen r_r bzw. r_z beschreiben den radialen bzw. axialen Thomas-Fermi-Radius und damit die Größe der Halbachsen des durch die äußere Form des Kondensates gebildeten Ellipsoids (siehe Anhang A). Für die im Experiment verwendeten Parameter ergeben sich diese entsprechend Gleichung A.23 zu $r_r = 5.5 \mu\text{m}$ und $r_z = 26.2 \mu\text{m}$.

Das Wechselwirkungspotential

Entsprechend der Überlegungen aus Kapitel 3 schreiben wir das magnetische Gesamtpotential, welches durch die Doppel-Mäander-Struktur und die magnetische Ioffe-Falle erzeugt wird, als⁶:

$$V(\mathbf{r}) = \underbrace{V_0 e^{-ky} \cos(kz)}_{V_{\text{mod}}} + \underbrace{\frac{1}{2}m\omega_r^2 [x^2 + (y - y_0)^2] + \frac{1}{2}m\omega_a^2 z^2}_{V_{\text{ho}}} + V_1(x, y). \quad (4.9)$$

⁶Da die Wechselwirkung des Kondensates nah am Gitter stattfindet, vernachlässigen wir Potentialbeiträge, die durch die endliche Gitterausdehnung hervorgerufen werden.

Dabei beschreibt V_{mod} , mit $V_0 = 2\mu_B\mu_0 I_M/a$, den durch die Gitterstruktur erzeugten periodischen Potentialanteil, dessen Modulationsamplitude in Richtung des Gitters exponentiell anwächst. V_{ho} hingegen beschreibt die harmonische Falle im Abstand y_0 zur Oberfläche des Gitter-Chips nach dem radialen Versatz. Alle weiteren auftretenden Potentiale, wie z.B. der unmodulierte Feldanteil der Doppel-Mäander-Struktur oder zusätzliche externe Felder, lassen sich in einem bezüglich der axialen Richtung unmodulierten Potentialterm $V_1(x, y)$ vereinigen.

Um die Wechselwirkung des Kondensates mit dem Gitterpotential zu vereinfachen, nehmen wir an, dass das modulierte Gitterpotential über die gesamte radiale Ausdehnung des Kondensates die gleiche Modulationsamplitude besitzt. Durch die Schwingung des Kondensates gegen das Gitter ändert sich diese jedoch, vom Kondensat aus gesehen, zeitlich. Da das Kondensat senkrecht gegen die Oberfläche schwingt, bleibt aber die axiale Position des Kondensates relativ zum Gitter erhalten. Im mitbewegten Bezugssystem des Kondensates erfährt dieses daher ein zeitabhängiges Potential⁷

$$V(t) = \underbrace{V_0 e^{-kY(t)}}_{V_{\text{mod}}} \cos(kz) + V_{\text{ho}}(\mathbf{r}) = U_0(t) \cos(kz) + V_{\text{ho}}, \quad (4.10)$$

dessen zeitlich variierende Modulationsamplitude $U_0(t) := V_0 e^{-kY(t)}$ durch die Schwerpunktsbewegung $Y(t)$ des Kondensates senkrecht zur Chipoberfläche gegeben ist. Die genaue Form dieser Trajektorie $Y(t)$ spielt für die folgenden Betrachtungen keine Rolle. Im Gegensatz zum räumlich modulierten Potentialanteil erstreckt sich das harmonische Oszillatorpotential nach wie vor über die gesamte Ausdehnung des Kondensates.

Aufprägung der Phasenmodulation

Im Ruhesystem des Kondensates ist nun die zeitliche Entwicklung der Wellenfunktion während der Wechselwirkung mit dem Gitterpotential durch die Lösung der zeitabhängigen Gross-Pitaevskii-Gleichung 2.30

$$i\hbar\partial_t\Psi(\mathbf{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\Psi + V(t)\Psi + g|\Psi|^2\Psi \quad (4.11)$$

für die Anfangsbedingung $\Psi(\mathbf{r}, t=0) = \Psi_0(\mathbf{r})$ gegeben. Wie bereits erklärt, befindet sich das Kondensat in Ruhe und sieht ein zeitlich variables Potential $V(t)$. Dessen Wirkung auf die Kondensatsdichte wird in der Raman-Nath-Näherung für die Dauer der Wechselwirkung mit dem Gitter jedoch vernachlässigt. Damit kann der kinetische Energieterm in Gleichung 4.11 gestrichen werden⁸. Ein komplexer Ansatz der Wellenfunktion

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = A(\mathbf{r}, t) e^{i\Theta(\mathbf{r}, t)} \quad \text{mit} \quad A, \Theta \in \mathbb{R} \quad (4.12)$$

⁷Vom Kondensat aus betrachtet, ist die zeitliche Änderung des Potentialterms $V_1(x, Y(t))$ über die Ausdehnung des Kondensates zu vernachlässigen. Somit kann dieser Term als konstant angesetzt werden und muss im Weiteren nicht berücksichtigt werden.

⁸Da in der Raman-Nath-Näherung die Kondensatsdichte für die Dauer der Wechselwirkung unbeeinflusst bleibt, findet während dieser Zeit keine Bewegung des Kondensates entlang des Gitters statt. Damit kann der kinetische Energieterm in Gl. 4.11 vernachlässigt werden.

führt somit nach Einsetzen in Gleichung 4.11 unter Vernachlässigung des kinetischen Energieterms und separater Betrachtung des Real- und Imaginärteils zu zwei Differentialgleichungen für die Funktionen $A(\mathbf{r}, t)$ und $\Theta(\mathbf{r}, t)$:

$$\text{i) } \frac{d}{dt} A(\mathbf{r}, t) = 0, \quad \text{ii) } \frac{d}{dt} \Theta(\mathbf{r}, t) = -\frac{V(t)}{\hbar} - \frac{gA(\mathbf{r}, t)^2}{\hbar} \quad (4.13)$$

Die Lösung dieser beiden Gleichungen zu den gegebenen Anfangswerten ergibt sich nach Einsetzen des Potentials 4.10 zu:

$$\text{i) } A(\mathbf{r}) = \sqrt{n_0(\mathbf{r})}, \quad \text{ii) } \Theta(t) = \Theta_0 - \overbrace{\frac{gn_0 + V_{ho}}{\hbar} \tau}^{\mu} - \frac{1}{\hbar} \int_0^t V_{\text{mod}}(z, t) dt . \quad (4.14)$$

Wegen $\mu = gn + V_{ho}$ (Gl. 4.8) beschreiben die ersten beiden Terme in Gleichung ii) eine zeitabhängige globale Phase, die ohne Beschränkung der Allgemeinheit vernachlässigt werden kann, da sie keinen Einfluss auf die physikalischen Observablen des Kondensates hat. Die zeitabhängige Wellenfunktion des Kondensates während der Wechselwirkung mit dem Gitterpotential ist damit gegeben durch⁹:

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = \sqrt{n_0(\mathbf{r})} \exp\left(-\frac{i}{\hbar} \int_0^t V_{\text{mod}}(z, t) dt\right) . \quad (4.16)$$

Die Wechselwirkung des Kondensates mit dem Gitter führt somit in der Raman-Nath-Näherung zur Aufprägung einer Phasenstruktur, die durch das auf das Kondensat wirkende periodische Gitterpotential bestimmt ist. Die Dichte des Kondensates bleibt für die Dauer der Wechselwirkung unbeeinflusst.

Wellenfunktion des Kondensates nach der Wechselwirkung mit dem Gitter

Über die gesamte Wechselwirkungszeit t_w ändert sich nun zwar vom Kondensat aus betrachtet die Modulationsamplitude $U_0(t)$ zeitlich, nicht aber dessen relative Phase zum Kondensat. Dies hat zur Folge, dass durch die Wechselwirkung mit dem Gitter eine räumlich periodische Phasenstruktur auf das Kondensat aufgeprägt wird. Die Wellenfunktion des Kondensates nach der Wechselwirkung mit dem Gitter lässt sich somit entsprechend Gleichung 4.16 und nach Einsetzen von V_{mod} schreiben als:

$$\Psi(\mathbf{r}) = \sqrt{n_0(\mathbf{r})} \exp\left(-\frac{i}{\hbar} \int_0^{t_w} U_0(t) \cos(kz) dt\right) . \quad (4.17)$$

⁹Dieser Ausdruck kann gleichfalls durch eine viel allgemeinere Überlegung hergeleitet werden:

Die atomare Wellenfunktion lässt sich im Rahmen einer semiklassischen Beschreibung der Schwerpunktbewegung (WKB-Näherung) durch die Lösung des Wirkungsintegrals entlang der klassischen Trajektorie bestimmen [Hen94]:

$$\Theta(t) = \frac{1}{\hbar} \int \mathcal{L}(t) dt = \frac{1}{\hbar} \int (E_{\text{kin}} - E_{\text{pot}}) dt . \quad (4.15)$$

Da in der Raman-Nath-Näherung die kinetische Energie vernachlässigt wird, folgt daraus mit $E_{\text{pot}} = V_{\text{mod}}(z, t)$ die Wirkung des Gitterpotentials auf die Kondensatsphase entsprechend Gleichung 4.16.

Der räumliche Modulationsterm $\cos(kz)$ ist zeitunabhängig und kann aus dem Integral gezogen werden. Man definiert nun den Phasenmodulationsindex S als die vom Kondensat erfahrene, zeitlich integrierte Modulationsamplitude des Gitterpotentials

$$S(d) := \frac{1}{\hbar} \int_0^{t_w} U_0(t) dt = \frac{1}{\hbar} \int_0^{t_w} V_0 e^{-kY(t)} dt . \quad (4.18)$$

Die Größe dieses Parameters ist allein durch die Schwingungsdynamik des Kondensates gegen das Gitter bestimmt und hängt für einen festen Strom in der Doppel-Mäander-Struktur nur vom anfänglichen Versatz d der Ausgangsfalle ab. Die Wellenfunktion des Kondensates nimmt somit nach der Wechselwirkung mit dem Gitter folgende einfache Form an:

$$\Psi(\mathbf{r}) = \sqrt{n_0(\mathbf{r})} \exp(-iS \cos(kz)) . \quad (4.19)$$

Die Kondensatswellenfunktion zeigt also eine räumlich modulierte Phase mit einer Periodizität, welche durch das Gitterpotential festgelegt ist. Der Phasenmodulationsindex beschreibt dabei die Amplitude dieser Phasenmodulation. Er ist ein Maß für die Stärke der Wechselwirkung zwischen dem Kondensat und dem Gitterpotential.

Um den Sachverhalt nochmal zu verdeutlichen, zeigt Abbildung 4.7 eine schematische Darstellung der Modulationsamplitude des Gitterpotentials am Ort des Kondensates im Verlauf des Beugungsexperiments. Während das Kondensat gegen das Gitter schwingt und an diesem reflektiert wird, ist es nur für eine kurze Zeitspanne so nah am Gitter, dass es dessen periodisches Potential spürt. Innerhalb dieser Zeit findet die eigentliche Wechselwirkung mit dem Gitter statt, die, wie gerade gezeigt, im Raman-Nath-Regime zu einer Phasenmodulation der Kondensatswellenfunktion führt. Die Amplitude dieser Phasenmodulation (Phasenmodulationsindex) ergibt sich bis auf einen Faktor \hbar als Fläche unter der

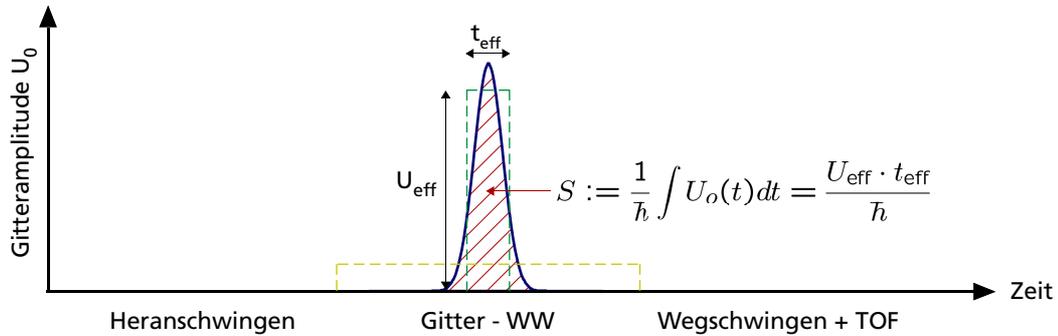


Abbildung 4.7: Schematische Darstellung der im Verlauf des Beugungsexperiments zeitlich variierenden Amplitude des periodischen Gitterpotentials am Ort des Kondensates. Die Wechselwirkung mit dem Gitter findet in einem kleinen Zeitfenster während der Reflexion des Kondensates am Gitter statt. Im Raman-Nath-Regime führt diese Wechselwirkung zu einer Phasenmodulation der Kondensatswellenfunktion, deren Amplitude durch den Phasenmodulationsindex S gegeben ist. Dieser ergibt sich bis auf einen Faktor \hbar als Fläche unter der dargestellten Kurve und lässt sich als Produkt einer effektiven Modulationsamplitude U_{eff} und einer effektiven Wechselwirkungszeit t_{eff} schreiben.

in Abbildung 4.7 dargestellten Kurve. Sie lässt sich vereinfacht schreiben als Produkt einer effektiven Modulationsamplitude U_{eff} und einer effektiven Wechselwirkungszeit t_{eff} (siehe Abb. 4.7). Dabei lassen sich beide Parameter nicht voneinander trennen, da sowohl eine kleine Modulationsamplitude über eine lange Wechselwirkungszeit (gelb gestrichelte Kurve in Abb. 4.7), als auch eine große Modulationsamplitude über eine kurze Wechselwirkungszeit (grün gestrichelte Kurve in Abb. 4.7) zum selben Phasenmodulationsindex und damit zur selben Kondensatswellenfunktion führt.

4.3.2 Darstellung im Impulsraum

Um den Einfluss der Phasenmodulation auf das Expansionsverhalten des Kondensates während des freien Falls zu beschreiben, ist es notwendig, die Impulsverteilung des Phasenmodulationstermes $e^{-iS \cos(kz)}$ zu betrachten. Dazu eignet sich die Jakobi-Anger-Darstellung [Wei], die es erlaubt, Ausdrücke dieser Form als Summe von Besselfunktionen der ersten Art $J_n(z)$ zu schreiben:

$$e^{iS \cos(kz)} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} i^n J_n(S) e^{inkz} . \quad (4.20)$$

Damit lässt sich die Kondensatswellenfunktion 4.19 als diskrete Überlagerung von Impulseigenfunktionen (ebene Wellen) mit Wellenvektoren $k_n = nk$ verstehen:

$$\Psi(\mathbf{r}) = \sqrt{n_0(\mathbf{r})} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (-i)^n J_n(S) e^{inkz} \quad (4.21)$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \Psi_n \quad \text{mit} \quad \Psi_n = \sqrt{n_0(\mathbf{r})} (-i)^n J_n(S) e^{inkz} . \quad (4.22)$$

Die Phasenmodulation durch das Gitter ist somit identisch zur Ausbildung verschiedener diskreter Impulsklassen (Beugungsordnungen) innerhalb des Kondensates. Während der anschließenden freien Expansion führen diese zur Ausbildung eines räumlichen Beugungsmusters. Die Funktion Ψ_n , $n \in \mathbb{Z}$ in Gleichung 4.22 beschreibt dabei die Wellenfunktion der n -ten Beugungsordnung, welche sich mit dem Impuls $\hbar k_n = n\hbar k$ vom ungebeugten Anteil Ψ_0 entfernt.

Die Wahrscheinlichkeit p_n , dass ein Atom in die n -te Beugungsordnung gestreut wird, ist entsprechend Gleichung 4.22 gegeben durch den Betragsquadrat der Besselfunktion

$$p_n = |J_n(S)|^2 \quad \text{mit} \quad \sum_{n=-\infty}^{\infty} p_n = 1 . \quad (4.23)$$

Somit legt allein der Phasenmodulationsindex S die Verteilung der Atome auf die einzelnen Beugungsordnungen fest. Abbildung 4.8 zeigt, wie sich die Besetzungswahrscheinlichkeiten der einzelnen Beugungsordnungen mit dem Phasenmodulationsindex ändert.

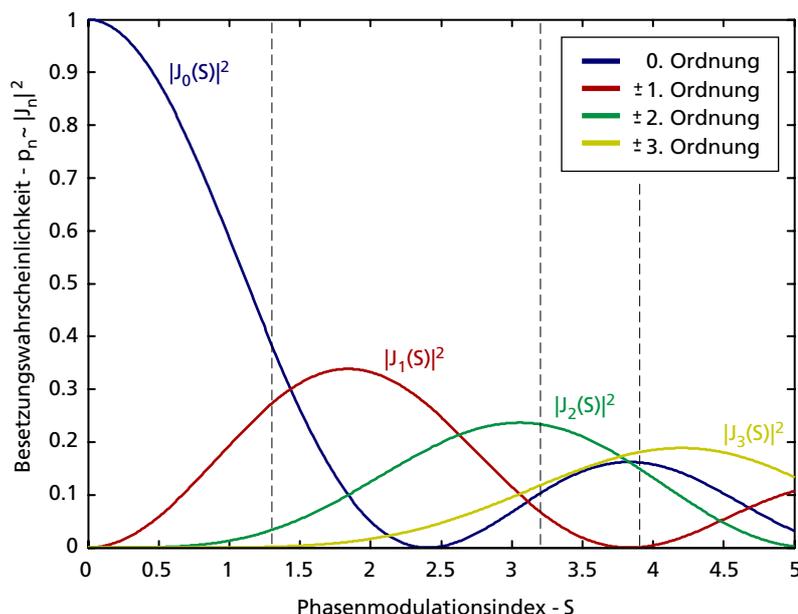


Abbildung 4.8: Besetzungswahrscheinlichkeiten der vier niedrigsten Beugungsordnungen in Abhängigkeit des Phasenmodulationsindex S . Die Wahrscheinlichkeit ein Atom in der n -ten Beugungsordnung zu finden, ist gegeben durch $p_n = |J_n(S)|^2$. Der Phasenmodulationsindex legt die gesamte Verteilung der Atome auf die Beugungsordnungen fest. Die drei markierten Positionen (gestrichelte Linien) kennzeichnen die Phasenmodulationsindizes und die zugehörigen relativen Besetzungen, mit denen sich die Beugungsbilder aus Abbildung 4.9 beschreiben lassen.

Für $S = 0$, d.h. ohne Wechselwirkung mit dem Gitter, zeigt nur die Besselfunktion 0. Ordnung eine von Null verschiedene Amplitude. In diesem Fall befinden sich alle Atome in der 0. Beugungsordnung. Steigt die Wechselwirkung des Kondensates mit dem Gitter jedoch an, so sinkt die Besetzung der 0. Beugungsordnung zugunsten der 1. Ordnung. Für größere Phasenmodulationsindizes kommen schließlich immer höhere Beugungsordnungen ins Spiel. Für einen festen Modulationsindex S ist somit die Besetzung der einzelnen Beugungsordnungen fest vorgegeben.

4.3.3 Die Beugungsprofile

Die eigentlichen Beugungsprofile, wie sie im Experiment beobachtet werden (siehe Abb. 4.5), entstehen nun während der freien Expansion des phasenmodulierten Kondensates. Im Experiment wird dazu das Kondensat nach der Wechselwirkung mit dem Gitter für $\tau = 20$ ms dem freien Fall überlassen, bevor es anschließend durch eine Absorptionsabbildung nachgewiesen wird. Durch diese ballistische Expansion wird die Impulsverteilung des gebeugten Kondensates (siehe Gl. 4.21) in eine räumliche Verteilung umgewandelt und somit sichtbar gemacht. Benachbarte Beugungsordnungen fliegen mit einer Geschwindigkeit von $v_l = \hbar k / m = 1.14 \mu\text{m}/\text{ms}$ auseinander und sind nach dem freien Fall um

$z_0 = v_l \tau = 22.85 \mu\text{m}$ voneinander separiert¹⁰.

Zusätzlich führt die Wechselwirkung der Kondensatome untereinander zu einer räumlichen Expansion der einzelnen Beugungsordnungen während des freien Falls. Diese wird hervorgerufen durch die zu Beginn der freien Expansion stattfindende Umwandlung der Wechselwirkungsenergie in kinetische Expansionsenergie [Dal99]. Typischerweise findet diese Umwandlung in unserem Experiment während der ersten zwei bis drei Millisekunden der ballistischen Expansion statt¹¹. Zu diesem Zeitpunkt sind die Beugungsordnungen aber noch nahezu vollständig überlagert, so dass alle Atome miteinander wechselwirken können. Jede einzelne Beugungsordnung expandiert damit aber ebenso, wie man es für ein ungebeugtes Kondensat erwarten würde. Dessen räumliche Dichteverteilung nach der ballistischen Expansion ist für die im Experiment verwendeten Parameter¹² gegeben durch (siehe Anhang A):

$$n(\mathbf{r}) = C \cdot \text{Max} \left\{ 0, 1 - \frac{x^2 + y^2}{R_r(\tau)^2} - \frac{z^2}{R_z(\tau)^2} \right\}. \quad (4.24)$$

Die Parameter $R_r(\tau) = 52.9 \mu\text{m}$ und $R_z(\tau) = 39.8 \mu\text{m}$ beschreiben dabei den radialen und axialen Thomas-Fermi-Radius des Kondensates nach der Expansion. Diese Radien sind abhängig von der Atomzahl, der Fallzeit und den Fallenparametern. Der Vorfaktor C hingegen ist durch die Normierung auf die Gesamtatomzahl bestimmt. Integriert man die räumliche Dichteverteilung 4.24 entlang der radialen Richtungen, so erhält man die axiale Liniendichte (siehe Anhang A)

$$n(z) = \tilde{C} \cdot \text{Max} \left\{ 0, 1 - \frac{z^2}{R_z(\tau)^2} \right\}^2. \quad (4.25)$$

Auf Basis dieser Überlegungen lässt sich nun eine eindimensionale Modellfunktion aufstellen, die es erlaubt, die im Experiment beobachteten Beugungsprofile (siehe Abschnitt 4.2.3) zu analysieren. Dabei beschränken wir uns auf die Modellierung der axialen Liniendichteprofile, welche aus den Absorptionenaufnahmen durch Integration über die vertikale Bildrichtung hervorgehen (siehe Abb. 4.5 und 4.9). Die Modellfunktion besteht aus der Überlagerung der Dichteverteilungen $n(z)$ der einzelnen Beugungsordnungen, welche im äquidistanten Abstand von $v_l \tau = 22.85 \mu\text{m}$ positioniert sind¹³. Dies entspricht der Überlagerung invertierter Parabeln: eine für die nullte Beugungsordnung und ein symmetrisches Paar für

¹⁰Im realen Experiment verbleibt das Kondensat nach der Wechselwirkung mit dem Gitter noch für eine gewisse Zeit in der Falle, bevor diese ausgeschaltet wird. Dabei reduziert sich die relative Geschwindigkeit zwischen den einzelnen Beugungsordnungen. Die Separation der Beugungsordnung zum Abbildungszeitpunkt wird dadurch jedoch nur unwesentlich beeinflusst (siehe Kapitel 5), so dass $z_0 = v_l \tau$ eine gute Näherung darstellt.

¹¹Der genaue zeitliche Verlauf der freien Expansion eines Kondensates ist in Anhang A beschrieben. Für eine zigarrenförmige Falle mit $\omega_r \gg \omega_a$ findet entsprechend Gleichung A.21 und A.22 die Umwandlung der Wechselwirkungsenergie in kinetische Energie auf einer Zeitskala $\sim 1/\omega_r = 2.1 \text{ ms}$ statt.

¹² $N = 1.2 \times 10^5$ Atome, $\omega_a = 2\pi \times 16 \text{ Hz}$, $\omega_r = 2\pi \times 76 \text{ Hz}$ und $\tau = 20 \text{ ms}$.

¹³Durch die Überlagerung der Dichteverteilungen der einzelnen Beugungsordnungen werden kohärente Effekte zwischen den Beugungsordnungen vernachlässigt. Diese werden in Kapitel 5 gesondert untersucht und treten dort als Interferenz in Erscheinung.

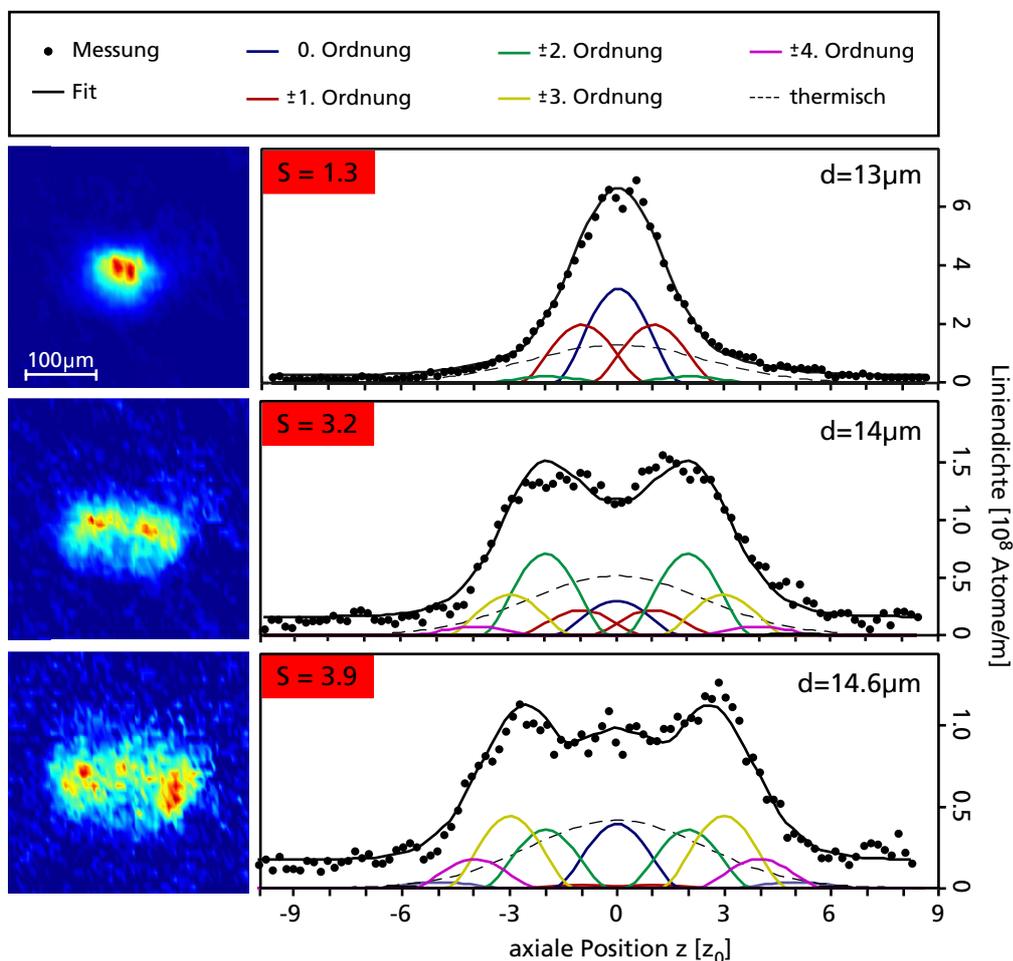


Abbildung 4.9: Absorptionsaufnahmen und vertikal integrierte Dichteprofile (Liniendichten) nach $\tau = 20$ ms ballistischer Expansion für drei verschiedene Amplituden des Fallenversatzes d von $13 \mu\text{m}$, $14 \mu\text{m}$ und $14.6 \mu\text{m}$. Der Abstand $z_0 = v_l \times \tau = 22.8 \mu\text{m}$ entspricht der Separation benachbarter Beugungsordnungen aufgrund der reziproken Gittergeschwindigkeit $v_l = \hbar k / m = 1.14 \mu\text{m}/\text{ms}$. Die Dichteprofile können durch die Summe (schwarze Linie) überlappender Beugungsordnungen (farbige Linien) beschrieben werden. Eine zusätzliche Gauss-Verteilung (gestrichelte Linie) berücksichtigt einen festen Anteil thermischer Atome. Die relative Stärke der einzelnen Beugungsordnungen ist einzig und allein durch den Phasenmodulationsindex S bestimmt (vgl. dazu Abb. 4.8). Dieser lässt sich durch einen Fit der Modellfunktion bestimmen.

jede höhere Beugungsordnung. Die einzelnen Beugungsordnungen sind dabei nicht klar voneinander getrennt, da der axiale Thomas-Fermi-Radius des expandierten Kondensates mit $39.8 \mu\text{m}$ die Separation benachbarter Beugungsordnungen von $22.85 \mu\text{m}$ übertrifft. Das Beugungsprofil setzt sich somit aus den Dichteverteilungen der räumlich überlappenden Beugungsordnungen zusammen. Die relative Stärke der einzelnen Beugungsordnungen ist dabei durch deren Besetzung gegeben. Diese wiederum ist allein durch den Phasenmodulationsindex S bestimmt und proportional zu $|J_n(S)|^2$. Die Modellfunktion für die Liniendichte des gebeugten Kondensates nimmt damit folgende Form an:

$$\rho_{\text{cond}}(z) = A \sum_{n=-\infty}^{\infty} n(z - nv_l\tau) |J_n(S)|^2 + B. \quad (4.26)$$

Neben der globalen Amplitude¹⁴ A und einem globalen Offset B in der Dichte¹⁵ ist der Phasenmodulationsindex S der einzige frei wählbare Parameter in dieser Modellfunktion. Er allein bestimmt das gesamte lineare Beugungsprofil des Kondensates. Berücksichtigt man zusätzlich, dass ein Kondensat immer von einer thermischen Wolke begleitet ist, so muss die Modellfunktion 4.26 durch eine zusätzliche Gauss-Funktion ρ_{th} erweitert werden, welche die Dichteverteilung der thermischen Atome repräsentiert. Für die Analyse der Messdaten wurde die Halbwertsbreite dieser Gauss-Funktion mit $135 \mu\text{m}$ konstant gehalten¹⁶ und aus der $d=0$ Messung extrahiert, bei der keine Wechselwirkung des Kondensates mit dem Gitter stattfand. Die Anzahl der thermischen Atome hingegen wurde als fester Prozentsatz von etwa 30% der insgesamt beobachteten Atomzahl angesetzt.

Die experimentellen Daten lassen sich mit Hilfe dieser Modellfunktion $\rho_{\text{cond}} + \rho_{\text{th}}$ analysieren, indem diese an die linearen Dichteprofile gefittet wird. Abbildung 4.9 zeigt den resultierenden Fit (schwarze Linie) für drei verschiedene Amplituden des Fallenversatzes. Die Beiträge der einzelnen Beugungsordnungen sind durch farbige Linien dargestellt, der thermische Anteil durch die gestrichelte Linie. Obwohl die Fitfunktion mit dem Phasenmodulationsindex S nur einen freien Parameter besitzt, beschreibt sie die Einhüllende der Dichteprofile sehr gut. Die Verbreiterung der axialen Dichteprofile mit zunehmenden Fallenversatz d ist somit auf die Besetzung immer höherer Beugungsordnungen zurückzuführen. Da sich diese während des freien Falls vom ungebeugten Kondensatsanteil entfernen, nimmt die axiale Ausdehnung des Kondensates mit steigender Beugungsstärke zu. Gleichzeitig verlagert sich die am stärksten besetzte Beugungsordnung zu höheren Ordnungszahlen, so dass in den integrierten Dichteprofilen die Maxima der Dichteverteilungen immer weiter nach außen wandern. Für jede Absorptionaufnahme liefert der Fit somit einen Wert für den Phasenmodulationsindex S . Abbildung 4.10 zeigt diesen als Funktion der Amplitude d des anfänglichen Fallenversatzes. Die Beugung wird sichtbar ab einem Fallenversatz von etwa $12 \mu\text{m}$ und steigt darüberhinaus mit zunehmendem Versatz kontinuierlich

¹⁴Die globale Amplitude dient zur Normierung auf die Gesamtatomzahl N . Die Dichteverteilung $n(z - nv_l\tau)$ aus Gleichung 4.26 enthält damit keinen eigenen Normierungsfaktor mehr.

¹⁵Ein globaler Offset kann durch eine geringe Fehlbelichtung zwischen Signal- und Offsetbild entstehen und muss daher in der Modellfunktion berücksichtigt werden.

¹⁶Dies entspricht einer Temperatur von 125 nK .

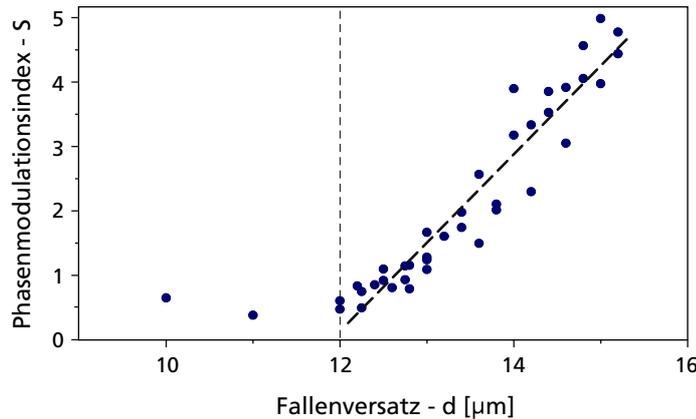


Abbildung 4.10: Für jeden Fallenversatz d liefert der Fit der Modellfunktion an das lineare Dichteprofil den zugehörigen Wert des Phasenmodulationsindex S . Dieser ist ein Maß für die Stärke der Wechselwirkung des Kondensates mit dem Gitterpotential. Eine signifikante Wechselwirkung mit dem Gitter findet ab einem Versatz von $12 \mu\text{m}$ statt. Für größere Versatzamplituden steigt S kontinuierlich an.

an. Diese Beobachtung deckt sich mit dem bei $d = 12 \mu\text{m}$ einsetzenden Atomzahlverlusten (siehe Abb. 4.6). Dabei wird der gesamte Beugungsprozess zwischen $S = 0$ und $S = 5$ durch eine Änderung des anfänglichen Fallenversatzes von lediglich $3 \mu\text{m}$ überdeckt. Ohne die sub- μm -genaue Positionierung des Trägerchip wäre somit die gezielte Wahl einer Beugungsstärke undenkbar. In dieser Hinsicht spricht die geringe Streuung der Daten in Abbildung 4.10 für die außerordentliche Qualität des Positionierungssystems.

Obwohl die Einhüllende der linearen Dichteprofile durch die Modellfunktion sehr gut beschrieben wird, zeigen die Messdaten dennoch kleine Abweichungen von den theoretisch simulierten Beugungsprofilen. So zeigt die Liniendichte des Beugungsprozesses mit $d = 13 \mu\text{m}$ (siehe Abb. 4.9) im Überlappbereich zwischen der nullten und ersten Beugungsordnung eine Abweichung von der Theorie. Diese lässt sich, wie in Kapitel 5 gezeigt wird, auf die Interferenz zwischen den verschiedenen Beugungsordnungen zurückführen. Im bisherigen Modell wurden diese kohärenten Effekte vernachlässigt.

4.4 Einfluss der Wechselwirkungszeit

Das Modell der Phasenaufprägung im Raman-Nath-Regime hat sich als geeignet erwiesen, die Messdaten zur Beugung von Kondensaten am magnetischen Gitter zu beschreiben und zu interpretieren. Der gesamte Beugungsprozess lässt sich in diesem Modell durch einen einzigen Parameter, den Phasenmodulationsindex S , beschreiben. Vereinfacht lässt sich dieser als Produkt einer effektiven Modulationsamplitude U_{eff} des Gitterpotentials und einer effektiven Wechselwirkungszeit t_{eff} verstehen:

$$S = \frac{U_{\text{eff}} \cdot t_{\text{eff}}}{\hbar}. \quad (4.27)$$

Das Raman-Nath-Modell unterscheidet dabei nicht zwischen einer kurzen Wechselwirkungszeit bei starkem Gitterpotential und einer langen Wechselwirkungszeit bei schwach moduliertem Potential (siehe Abb. 4.7). Dennoch ist die Gültigkeit des Raman-Nath-Modells, insbesondere die Annahme einer konstanten Kondensatsdichte während der Wechselwirkung mit dem Gitter, sehr wohl abhängig von der Dauer der Wechselwirkung¹⁷. Daher bleibt zu klären, ob die gute Übereinstimmung der Messdaten mit dem Raman-Nath-Modell dessen Anwendung im Nachhinein rechtfertigt.

Um diese Frage zu beantworten, ist es notwendig, den Einfluss der Wechselwirkungszeit auf die Besetzung der unterschiedlichen Beugungsordnungen zu untersuchen. Dazu muss die Annahme der konstanten Kondensatsdichte während der Wechselwirkung mit dem Gitter verworfen werden. Im Folgenden soll daher ein erweitertes Modell für den Beugungsprozess entwickelt werden, welches diese Voraussetzungen erfüllt.

4.4.1 Das erweiterte Modell

Zur vereinfachten Beschreibung des dreidimensionalen Beugungsproblems reduzieren wir dieses auf eine Dimension. Dazu beschreiben wir die Beugung des Kondensates in dessen Ruhesystem durch die Wechselwirkung mit einem zeitlich variablen Potential $V(z, t)$, welches über die radiale Ausdehnung des Kondensates konstant ist. Anstatt wie bisher die Gross-Pitaevskii-Gleichung für das zeitabhängige Potential $V(z, t)$ näherungsweise zu lösen, indem der kinetische Energieterm vernachlässigt wird¹⁸ (siehe Abschnitt 4.3), vernachlässigen wir nun die Wechselwirkung der Atome untereinander und versuchen, die verbleibende Schrödinger-Gleichung

$$i\hbar\partial_t\Psi(z, t) = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\Psi(z, t) + V(z, t)\Psi(z, t) \quad (4.28)$$

unter Berücksichtigung des kinetischen Energieterms zu lösen. Die Vernachlässigung der Wechselwirkungsenergie ist in sofern legitim, da wir nur an der Verteilung der Atome auf die Beugungsordnungen, nicht aber am letztendlichen Beugungsprofil interessiert sind. Damit wird der Beugungsprozess als Beugung einzelner Atom am Gitterpotential beschrieben. Das Gitterpotential schreiben wir näherungsweise als periodische Cosinus-Funktion¹⁹ mit einer zeitlich variablen Amplitude:

$$V(z, t) = U_0(t) \cos(k_0 z), \quad k_0 = \frac{2\pi}{a}, \quad a = 4 \mu\text{m} . \quad (4.29)$$

¹⁷Für die Annahme einer konstanten Kondensatsdichte muss die WW-Zeit so klein sein, dass die während der Wechselwirkung auftretende Separation der Beugungsordnungen gegenüber der Gitterperiode vernachlässigt werden kann.

¹⁸Dies entspricht der Annahme einer gleichbleibenden Dichteverteilung des Kondensates während der Wechselwirkung mit dem Gitter.

¹⁹Im Gegensatz zum Rest der Arbeit bezeichnen wir in diesem Abschnitt, ebenso wie in Anhang B, den Wellenvektor des Gitters als k_0 . Dies ist notwendig, da im Gitter verschiedene Impulszustände miteinander koppeln. Der Verständlichkeit halber werden diese Impulszustände mit $|k\rangle$ bezeichnet.

Um den Einfluss der Wechselwirkungszeit zu untersuchen, wählen wir den zeitlichen Verlauf der Gitteramplitude $U_0(t)$, wie in Abbildung 4.11 dargestellt:

$$U_0(t) = \begin{cases} 0 & : \quad t < t_B, \quad t > t_C \\ U & : \quad t_B < t < t_C \end{cases} \quad (4.30)$$

Die Wechselwirkung mit dem Gitter wird zum Zeitpunkt $t = t_B$ instantan eingeschaltet, bleibt dann für eine Zeit $t_w = t_C - t_B$ konstant und wird anschließend wieder ausgeschaltet. Damit unterscheidet man prinzipiell drei Zeitbereiche (siehe Abb. 4.11) – die Atome schwingen an das Gitter heran (Bereich I), wechselwirken mit dem Gitterpotential (Bereich II) und schwingen anschließend wieder zu ihrer Ausgangsposition zurück (Bereich III), von wo aus die ballistische Expansion startet.

Um nun die zeitabhängige Schrödinger-Gleichung 4.28 für dieses Potential zu lösen, reicht es aus, die Eigenfunktionen Ψ_i und Eigenwerte E_i der zeitunabhängigen Schrödinger-Gleichung (SG)

$$E\Psi(z) = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\Psi(z) + U_0(t)\cos(k_0z)\Psi(z) \quad (4.31)$$

in den drei Zeitbereichen I-III zu bestimmen. Entwickelt man in jedem Zeitbereich die Wellenfunktion der Atome in die Basis der jeweiligen Eigenzustände $\Psi = \sum_i \Psi_i$, deren zeitliche Entwicklung man kennt

$$\Psi_i(t) = \Psi_i(0) e^{-\frac{i}{\hbar}E_i t}, \quad (4.32)$$

so liefert dies die zeitliche Entwicklung der atomaren Wellenfunktion $\Psi(t) = \sum_i \Psi_i(t)$. Da die Wechselwirkung zu den Zeitpunkten t_B und t_C instantan ein- bzw. ausgeschaltet wird,

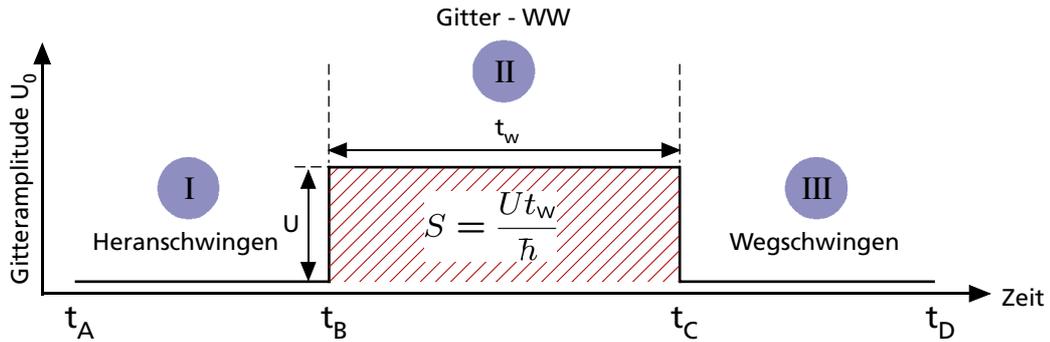


Abbildung 4.11: Vereinfachter zeitlicher Verlauf der Amplitude $U_0(t)$ des periodischen Gitterpotentials (Gl. 4.30) während des Beugungsexperiments. Nachdem die Atome an das Gitter herangeschwungen sind (Bereich I), setzt die Wechselwirkung mit dem Gitter instantan ein und bleibt für eine Zeit t_w (Bereich II) auf einem konstanten Wert erhalten. Anschließend wird die Wechselwirkung instantan ausgeschaltet, und die Atome schwingen zurück zu ihrer Ausgangsposition (Bereich III), wo sie ihre ballistische Expansion beginnen.

erfolgt an diesen Punkten eine Projektion des aktuellen Zustands auf die jeweils neue Basis²⁰.

4.4.2 Anwendung auf den Beugungsprozess

Bevor wir die Wellenfunktion der Atome nach der Wechselwirkung mit dem Gitter berechnen können, ist es erforderlich, die Lösungen der zeitunabhängigen Schrödinger-Gleichung 4.31 für die verschiedenen Zeitabschnitte I-III des Beugungsexperiments zu bestimmen.

Bereich I + III:

In diesem Bereich verschwindet das externe Potential, und Gleichung 4.31 liefert die Schrödinger-Gleichung eines freien Teilchens. Deren Eigenfunktionen sind durch ebene Wellen mit den zugehörigen Eigenenergien gegeben:

$$\Psi_k(z) = e^{ikz}, \quad E_k = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}, \quad k \in \mathbb{R}. \quad (4.33)$$

Die Eigenzustände sind damit gleichzeitig Eigenzustände des Impulsoperators und lassen sich in Dirac-Notation als $|\Psi_k\rangle = |k\rangle$ schreiben. Die Gesamtheit aller Eigenzustände $|k \in \mathbb{R}\rangle$ bildet dabei ein vollständiges Orthonormalsystem:

$$\hat{\mathbf{1}} = \sum_k |k\rangle\langle k|, \quad \langle k'|k\rangle = \delta(k - k'). \quad (4.34)$$

Bereich II:

In diesem Bereich benötigt man die Lösungen der Schrödinger-Gleichung im periodischen Potential. Diese wird im Anhang B ausführlich hergeleitet. Die Eigenzustände sind nun keine reinen Impulszustände mehr, sondern lassen sich als Überlagerung ebener Wellen schreiben, deren Wellenvektoren sich um ein ganzzahliges Vielfaches des Gitterimpulses k_0 voneinander unterscheiden. Zu jedem $k \in [-k_0/2, +k_0/2]$ lassen sich nach dem Blochschen Theorem (Anhang B.1) die Eigenzustände in Ortsdarstellung schreiben als

$$\Psi_k^b(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_b(k - nk_0) e^{i(k - nk_0)z}, \quad b \in \mathbb{Z}, \quad (4.35)$$

bzw. in Dirac-Notation als

$$|\Psi_k^b\rangle = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_b(k - nk_0) |k - nk_0\rangle, \quad k \in \left[-\frac{k_0}{2}, \frac{k_0}{2}\right], \quad b \in \mathbb{Z}. \quad (4.36)$$

Dabei bezeichnet b den zugehörigen Bandindex (siehe Anhang B). Im Anhang B.2 wird gezeigt, wie abhängig von der Amplitude U des periodischen Potentials die Entwicklungskoeffizienten $C_b(k - nk_0)$ und die zum Eigenzustand $|\Psi_k^b\rangle$ gehörende Eigenenergien $E_b(k)$

²⁰In der Literatur bezeichnet man dieses Verfahren als *sudden approximation* [Sch88].

berechnet werden können. Die Gesamtheit aller Eigenzustände $|\Psi_k^b\rangle$ bildet auch hier wieder ein vollständiges Orthonormalsystem:

$$\hat{\mathbf{1}} = \sum_{k,b} |\Psi_k^b\rangle \langle \Psi_k^b|, \quad \langle \Psi_{k'}^{b'} | \Psi_k^b \rangle = \delta(k - k') \delta_{b,b'} \quad (4.37)$$

Zur vereinfachten Unterscheidung der beiden Bereiche stehen im Folgenden Ausdrücke der Form $|k\rangle$ bzw. E_k für Eigenzustände bzw. Eigenenergien der SG im freien Raum (Bereich I + III, Gl. 4.33). Ausdrücke der Form $|\Psi_k^b\rangle$ bzw. E_k^b hingegen, stehen für die Lösungen der SG im periodischen Potential (Bereich II, Gl. 4.35).

4.4.3 Lösung für den Beugungsprozess

Die Lösung der Schrödinger-Gleichung 4.28 lässt sich nun ausgehend von einem Anfangszustand $|\Psi_A\rangle$ sukzessive entwickeln. Als Ausgangszustand wählen wir dabei den Impulseigenzustand $|k = 0\rangle$, da er wie die Atome zu Beginn des Experiments keinen Impuls entlang der Ausbreitungsrichtung des Gitters aufweist²¹.

Bereich I:

Der Beugungsprozess startet also ausgehend vom Zustand

$$|\Psi_A\rangle = |0\rangle, \quad (4.38)$$

der in diesem Bereich gleichzeitig ein Eigenzustand der Schrödinger-Gleichung zum Eigenwert $E_0 = 0$ ist. Entsprechend Gleichung 4.32 ist damit die Wellenfunktion des Atoms am Ende von Bereich I gegeben durch:

$$|\Psi_B\rangle = e^{-\frac{i}{\hbar} E_0 (t_B - t_A)} = |0\rangle. \quad (4.39)$$

Bereich II:

Bei $t = t_B$ wird das periodische Potential instantan eingeschaltet und dadurch die Wellenfunktion $|\Psi_B\rangle$ auf die neuen Eigenzustände $|\Psi_k^b\rangle$ im Bereich II projiziert. Dazu entwickeln wir $|\Psi_B\rangle$ in die neue Basis:

$$|\Psi_B\rangle = \underbrace{\sum_{k,b} |\Psi_k^b\rangle \langle \Psi_k^b|}_{\hat{\mathbf{1}}} |0\rangle = \sum_b |\Psi_0^b\rangle \underbrace{\langle \Psi_0^b | 0 \rangle}_{C_b^*(0)} = \sum_b C_b^*(0) |\Psi_0^b\rangle. \quad (4.40)$$

Die zeitliche Entwicklung der Eigenzustände $|\Psi_0^b\rangle$ erfolgt entsprechend ihrer Energie E_0^b , so dass die atomare Wellenfunktion am Ende von Bereich II folgende Form annimmt:

$$|\Psi_C\rangle = \sum_b C_b^*(0) e^{-\frac{i}{\hbar} E_0^b t_w} |\Psi_0^b\rangle. \quad (4.41)$$

²¹Für eine genauere Betrachtung müsste aus der Überlagerung verschiedener Impulseigenzustände ein Wellenpaket gebildet werden, welches die Dichteverteilung des Kondensates widerspiegelt und einen verschwindenden Impulserwartungswert in Richtung des Gitters aufweist. Für die qualitativen Betrachtungen dieses Abschnittes reicht es jedoch aus, nur den Impulseigenzustand $|k = 0\rangle$ zu betrachten.

Bereich III:

Bei $t = t_C$ wird das periodische Potential wieder schlagartig ausgeschaltet und somit die Wellenfunktion $|\Psi_C\rangle$ auf die Impulseigenzustände $|k\rangle$ zurück projiziert. Wir entwickeln $|\Psi_C\rangle$ zurück in die alte Basis und ersetzen dazu in Gleichung 4.41 den Zustand $|\Psi_0^b\rangle$ durch dessen Fourier-Entwicklung (Gl. 4.36):

$$|\Psi_C\rangle = \sum_b C_b^*(0) e^{-\frac{i}{\hbar} E_0^b t_w} \sum_n C_b(0 - nk_0) | -nk_0\rangle \quad (4.42)$$

$$= \sum_n \underbrace{\sum_b C_b^*(0) C_b(0 - nk_0) e^{-\frac{i}{\hbar} E_0^b t_w}}_{A_{-n}(U, t_w)} | -nk_0\rangle \quad (4.43)$$

$$= \sum_n A_n(U, t_w) | nk_0\rangle . \quad (4.44)$$

Damit schreibt sich die Wellenfunktion nach der Wechselwirkung mit dem Gitter als Superposition ebener Wellen mit diskreten Wellenvektoren $k_n = nk_0$, $n \in \mathbb{Z}$. Genau wie vom Raman-Nath-Modell vorhergesagt, bewirkt das Gitter eine Beugung der Atome und damit eine Aufteilung auf verschiedene diskrete Impulsklassen bzw. Beugungsordnungen $|nk_0\rangle$.

4.4.4 Diskussion der Ergebnisse

Die Besetzungswahrscheinlichkeit der n-ten Beugungsordnung ergibt sich gemäß Gleichung 4.44 zu:

$$p_n = |A_n(U, t_w)|^2 = \left| \sum_b C_b^*(0) C_b(0 + nk_0) e^{-\frac{i}{\hbar} E_0^b t_w} \right|^2 . \quad (4.45)$$

Im Gegensatz zum Raman-Nath-Modell ist somit die Besetzung nicht mehr allein abhängig vom Phasenmodulationsindex $S = U \cdot t_w / \hbar$, sondern zeigt eine getrennte Abhängigkeit von der Wechselwirkungszeit t_w und der Gitteramplitude U ²². Damit bleibt zu klären, ob und wenn ja unter welchen Bedingungen die Besetzungen der Beugungsordnungen die mit dem Raman-Nath-Modell vorhergesagten Werte reproduziert

$$|A_n(U, t_w)| \stackrel{?}{=} \left| J_n \left(\frac{U t_w}{\hbar} \right) \right| . \quad (4.46)$$

Um dies zu analysieren, sind in Abbildung 4.12 die nach Gleichung 4.45 ermittelten Besetzungswahrscheinlichkeiten p_n für verschiedenen Wechselwirkungszeiten t_w von 10 ms, 1 ms, 0.5 ms und 0.1 ms dargestellt (durchgezogene Linien). Die Berechnung der Koeffizienten $C_b(nk_0)$ und der Eigenenergien E_0^b erfolgte dabei so, wie in Anhang B.2 erklärt. Um

²²Die Abhängigkeit der Besetzung von der Gitteramplitude U steckt in der Abhängigkeit der Koeffizienten $C_b(k)$ und der Energien E_0^b von dieser.

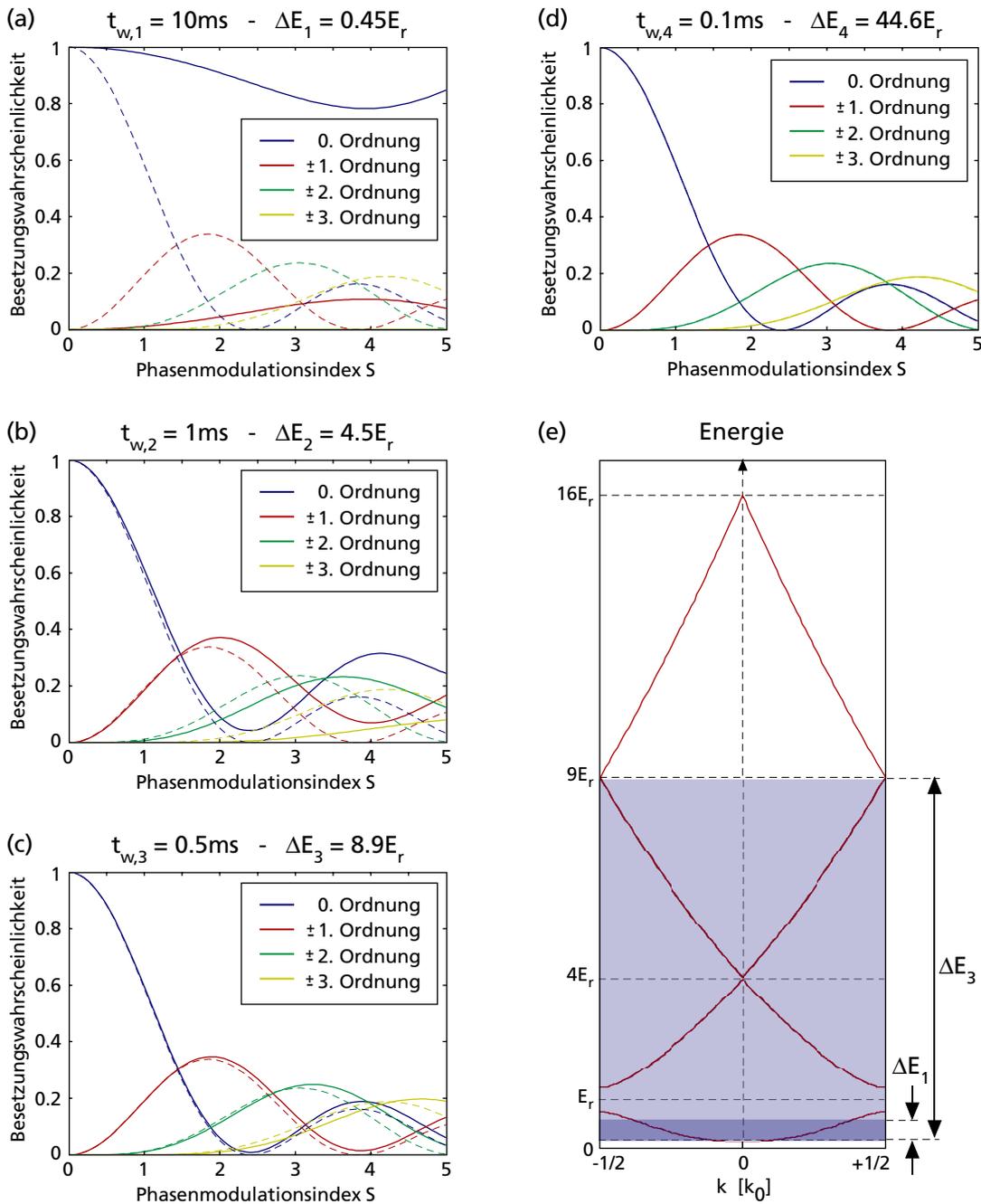


Abbildung 4.12: (a) – (d): Besetzungswahrscheinlichkeit der Beugungsordnungen für verschiedene Wechselwirkungszeiten t_w von 10 ms (a), 1 ms (b), 0.5 ms (c) und 0.1 ms (d). Für kleiner werdende Wechselwirkungszeiten nähert sich die Besetzung den Besselfunktionen $|J_n(S)|^2$ (gestrichelte Linien) an, die die WW-Zeit-unabhängigen Besetzungen im Raman-Nath-Modell beschreiben. (e) Um überhaupt höhere Beugungsordnungen besetzen zu können, muss die mit der Wechselwirkungszeit t_w verbundene Energieunschärfe $\Delta E \approx \hbar/t_w$ groß genug sein, um höhere Bänder zu besetzen.

einen Vergleich mit den Vorhersagen des Raman-Nath-Modells (gestrichelte Linien) zu erlauben, sind die Besetzungszahlen gegen den Phasenmodulationsindex S aufgetragen, der mit der Amplitude des Gitterpotentials über $U = \hbar S/t_w$ zusammenhängt.

Für eine Wechselwirkungszeit von 10 ms (Abb. 4.12a) zeigen die Vorhersagen des Raman-Nath-Modells keine Übereinstimmung mit den tatsächlichen Besetzungszahlen. Die Besetzungswahrscheinlichkeiten der einzelnen Beugungsordnungen lassen sich daher nicht durch die Besselfunktionen beschreiben. Vielmehr scheint die Besetzung lediglich zwischen der 0. und ± 1 . Ordnung zu pendeln, so dass selbst für große Gitteramplituden U (großes S) keine höheren Beugungsordnungen besetzt werden können. Solche Lösungen sind als „Pendellösungen“ bekannt und spielen hauptsächlich bei der Bragg-Beugung, also der Beugung bei langen Wechselwirkungszeiten an bewegten Gittern, eine Rolle.

Mit abnehmender Wechselwirkungszeit nähern sich die Besetzungszahlen jedoch mehr und mehr der Vorhersage des vereinfachten Raman-Nath-Modells. Die Annäherung startet von $S = 0$ aus und erstreckt sich für sinkende Wechselwirkungszeiten über einen immer größer werdenden Beugungsbereich. Lassen sich die Besetzungen der Beugungsordnungen für eine WW-Zeit von 1 ms (Abb. 4.12b) lediglich bis $S \approx 1.5$ durch die Besselfunktionen beschreiben, so ist dies für $t_w = 0.5$ ms bereits bis zu $S \approx 3$ möglich. Je höher der Phasenmodulationsindex ist, umso kleiner muss die WW-Zeit sein, damit sich die Besetzungen der Beugungsordnungen durch die Besselfunktionen beschreiben lassen. Für WW-Zeiten $t_w < 0.1$ ms (Abb. 4.12d) werden schließlich die Ergebnisse des Raman-Nath-Modells über den gesamten dargestellten Beugungsbereich bis $S = 5$ exakt reproduziert. Die Besetzung ist dann in diesem Bereich nur noch abhängig vom Phasenmodulationsindex S .

Was legt jedoch die Zeitskala fest, ab der die Besetzungen durch die Besselfunktionen und damit durch das Raman-Nath-Modell beschrieben werden können? Diese Frage lässt sich anschaulich klären, wenn man bedenkt, dass mit der WW-Zeit t_w nach der Heisenbergschen Unschärferelation eine Energieunschärfe $\Delta E \approx \hbar/t_w$ verbunden ist. Gleichzeitig ist aber die Besetzung höherer Beugungsordnungen identisch mit der Anregung von Atomen in höhere energetische Zustände bzw. höhere Energiebänder. Die dazu notwendige Energie muss durch die Energieunschärfe ΔE aufgebracht werden. Abbildung 4.12e zeigt die energetische Bandstruktur eines Atoms in einem periodischen Potential. Eine ausführliche Herleitung und Beschreibung dieser Bandstruktur findet man im Anhang B dieser Arbeit. Die charakteristische Energieskala dieser Bandstruktur ist durch die Rückstoßenergie E_r gegeben, welche der Energie eines freien Teilchens an der Bandkante bei $k = \pm k_0/2$ entspricht:

$$E_r = \frac{\hbar^2 k_0^2}{8m}. \quad (4.47)$$

Ausgehend vom Zustand $|k = 0\rangle$ im niedrigsten Band muss somit dem System entsprechend viel Energie zugeführt werden, um eine Anregung in höhere Bänder, d.h. höhere Beugungsordnungen, zu erlauben. Für lange WW-Zeiten (z.B. $t_{w,1} = 10$ ms) ist die zugehörige Energieunschärfe ($\Delta E_1 = 0.45 E_r$) jedoch kleiner als die Rückstoßenergie und reicht somit nicht aus, um höhere Bänder zu besetzen. Selbst für große WW-Amplituden (S -Werte) ist es in diesem Fall nicht möglich, höhere Beugungsordnungen zu bevölkern. Für kurze WW-Zeiten hingegen (z.B. $t_{w,3} = 0.5$ ms) übersteigt die zugehörige Energieunschärfe

($\Delta E_3 = 8.9E_r$) die Rückstoßenergie E_r und ermöglicht so eine Besetzung höherer Bänder. Für noch kleinere WW-Zeiten wird dann ΔE immer größer und erlaubt (bei entsprechenden WW-Amplituden) die Besetzung immer höherer Beugungsordnungen.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass die Besetzungen der Beugungsordnungen dem Raman-Nath-Modell genügt, falls die Wechselwirkungszeit t_w so klein ist, dass die zugehörige Energieunschärfe ΔE ausreicht, um die bei dem entsprechenden Phasenmodulationsindex S erwarteten Beugungsordnungen zu besetzen. Für eine Beugungsstärke S ist dabei die maximal auftretende Beugungsordnung n_{\max} im Raman-Nath-Modell näherungsweise gegeben durch: $n_{\max} \approx S$. Um die Beugungsordnung n_{\max} zu besetzen, ist entsprechend Abbildung 4.12e eine Energie von $E_{\max} = 4n_{\max}^2 E_r$ notwendig. Für die Gültigkeit des Raman-Nath-Modells muss somit die Wechselwirkungszeit so klein sein, dass die zugehörige Energieunschärfe $\Delta E = \hbar/t_w$ diesen Wert übersteigt:

$$\Delta E \gg E_{\max} \iff t_w \ll \frac{\hbar}{4S^2 E_r} . \quad (4.48)$$

Ist diese Bedingung erfüllt, so liefert das Raman-Nath-Modell neben den korrekten Besetzungen auch die korrekten Phaseninformationen der einzelnen Beugungsordnungen [Hen94] und eignet sich zur Beschreibung des Beugungsprozesses. Eine genauere theoretische Betrachtung zeigt hingegen [Hen94], dass für die Gültigkeit des Raman-Nath-Modells hinsichtlich der Besetzungszahlen die Bedingung 4.48 etwas abgeschwächt werden kann:

$$t_w \ll \frac{\hbar}{2SE_r} . \quad (4.49)$$

Da sich unsere Messdaten bis zu Phasenmodulationsindizes von $S = 5$ sehr gut mit den Besetzungszahlen des Raman-Nath-Modells beschreiben lassen, muss somit in unserem Experiment die effektive WW-Zeit des Kondensates mit dem Gitterpotential in einem Bereich $t_w < 0.5$ ms liegen. Anderenfalls ließen sich die Liniendichteprofile mit den für größere WW-Zeiten veränderten relativen Besetzungen (siehe Abb. 4.12) nicht reproduzieren. Damit ist aber die Interpretation der Beugungsdaten im Raman-Nath-Regime gerechtfertigt²³.

Während der Wechselwirkung mit dem Gitterpotential bewegen sich somit die Atome der ersten Beugungsordnung in axialer Richtung um einen Betrag

$$\Delta z = v_l t_w \ll 0.57 \mu\text{m} . \quad (4.50)$$

Diese Bewegung ist signifikant kleiner als die Gitterkonstante von $4 \mu\text{m}$, was konsistent mit dem Raman-Nath-Modell und der damit verbundenen Annahme einer konstanten Dichteverteilung während der Beugung ist.

²³Einen ähnlichen Wert für die obere Grenze der WW-Zeit erhält man durch eine Abschätzung der minimalen Modulationsamplitude U_{\min} des Gitterpotentials während der Wechselwirkung mit dem Kondensat. Entsprechend Abbildung 4.4 ist solch eine untere Grenze der Amplitude U durch $U_{\min} = (U_{\text{pot}} - U_{\text{sad}})/2$ gegeben. Dabei ist $U_{\text{pot}} = (1/2)m\omega_r^2 d^2$ die potentielle Energie des Kondensates nach dem anfänglichen Fallenversatz und U_{sad} die potentielle Energie am Sattelpunkt. Für den maximalen Versatz von $d = 15.2 \mu\text{m}$ erhält man $U_{\min}/\hbar = 1.2 \times 10^4 \text{ s}^{-1}$. Da für diesen Versatz ein Phasenmodulationsindex von $S = 5$ erreicht wurde (siehe Abb. 4.10), erhält man über $S = Ut_w/\hbar$ den Wert für die obere Grenze der WW-Zeit zu $t_{w, \max} = 0.4$ ms.

Mit der Wechselwirkungszeit $t_w < 0.5$ ms lässt sich nun auch die Modulationstiefe des Gitters am Ort des Kondensates abschätzen. Für den maximal erreichbaren Phasenmodulationsindex von $S = 5$ beträgt diese mindestens

$$U = \hbar S / t_{w, \max} = 44.6 E_r . \quad (4.51)$$

4.5 Numerische Simulation des Beugungsprozesses in der Gruppe von M. Fromhold aus Nottingham, England

Die bisherigen Ausführungen dieses Kapitels haben gezeigt, dass sich die Beugungsexperimente der Kondensate am magnetischen Gitter zumindest qualitativ sehr gut durch ein eindimensionales Modell beschreiben lassen. Die Wirkung des Gitterpotentials auf das Kondensat wird dabei durch die Aufprägung einer periodischen Phasenmodulation auf die Kondensatwellenfunktion beschrieben. Diese Phasenmodulation führt zur Ausbildung diskreter Impulsklassen innerhalb des Kondensates, den sogenannten Beugungsordnungen, welche während der abschließenden ballistischen Expansion zur Ausbildung eines Beugungsmusters führen. Trotz der guten Übereinstimmung zwischen Experiment und Theorie bleiben jedoch einige Fragen offen. So vernachlässigt unser Modell für die Dauer des Beugungsprozesses beispielsweise die Wechselwirkung der Kondensatome untereinander. Dies ist natürlich a priori nicht korrekt. Auch während der ballistischen Expansion wird die interatomare Wechselwirkung im vorgestellten Modell nur qualitativ berücksichtigt. Es wäre daher aufschlussreich, den Einfluss der interatomaren Wechselwirkung auf den Beugungsprozess selbst und die anschließende Expansion zu untersuchen. Umso interessanter wird diese Fragestellung im Hinblick auf Kapitel 5. Dort wird gezeigt, dass durch die Beugung das Kondensat kohärent geteilt wird und die Beugungsordnungen miteinander interferieren können. Es ist gut vorstellbar, dass die interatomare Wechselwirkung hier eine wichtige Rolle spielt, beispielsweise bei der Frage nach der Kohärenzzeit.

Zur Klärung dieser Fragen wäre es hilfreich, den gesamten Beugungsprozess numerisch simulieren zu können. Dazu müsste jedoch die volle dreidimensionale zeitabhängige Gross-Pitaevskii-Gleichung

$$i\hbar\partial_t\Psi(\mathbf{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\Psi(\mathbf{r}, t) + U(\mathbf{r}, t)\Psi(\mathbf{r}, t) + g|\Psi(\mathbf{r}, t)|^2\Psi(\mathbf{r}, t) \quad (4.52)$$

für unser Experiment gelöst werden. Mit einem herkömmlichen Computer ist solch eine rechenintensive Simulation aber nicht realisierbar.

Seit einiger Zeit gibt es jedoch Bemühungen von der Arbeitsgruppe um Mark Fromhold aus Nottingham in England, eben diese zeitabhängige Gross-Pitaevskii-Gleichung mit Hilfe eines Supercomputers numerisch zu lösen. In Kollaboration mit dieser Forschergruppe entstand daher die Idee, unser Beugungsexperiment mit Hilfe des Supercomputers zu simulieren. Bis auf die Implementierung der ballistischen Expansion ist dies vor kurzer Zeit gelungen. Obwohl die Frage nach der Rolle der Wechselwirkung bei der Beugung nach wie

vor aussteht, zeigen die ersten Ergebnisse dieser Simulation bereits gute Übereinstimmung mit dem Experiment und untermauern das Modell der Phasenaufprägung durch das Gitter. Im folgenden Abschnitt sollen diese Ergebnisse vorgestellt werden.

Die numerischen Berechnungen wurden von Tom Judd aus der Gruppe von Mark Fromhold – School of Physics and Astronomy, University of Nottingham, Nottingham NG7 2RD, England – durchgeführt. Die Ergebnisse sind vorläufig und eine Veröffentlichung durch genannte Arbeitsgruppe ist in Vorbereitung.

4.5.1 Der Hochleistungs-Supercomputer

Der für die numerischen Simulationen verwendete Supercomputer der Universität von Nottingham in England besteht aus einem Cluster von 1024 Opteron-Prozessoren mit einer Taktfrequenz von je 2.2 GHz. Dabei steht dem Anwender ein Arbeitsspeicher von einem Terabyte und eine Festplattenkapazität von 200 Terabyte zur Verfügung. Mit einer Geschwindigkeit von 3.14 Teraflops war dieser Supercomputer zum Zeitpunkt der Inbetriebnahme Ende 2004 der zweitschnellste akademische Rechner in der Europäischen Union.

Mit diesem Supercomputer ist es nun möglich, die Gross-Pitaevskii-Gleichung 4.52 für unser Experiment zu lösen. Dazu wird die zeitliche Entwicklung der Kondensatswellenfunktion auf einem $512 \times 512 \times 512$ Punkte messenden Raster, also in insgesamt 134 Millionen Punkten, berechnet. Der Rasterabstand beträgt dabei etwa $0.1 \mu\text{m}$, so dass die Wellenfunktion ein Volumen von $(50 \mu\text{m})^3$ überdeckt. Die Simulation eines kompletten experimentellen Durchlaufs dauert damit etwa einen Tag. Die Datenmenge zur Speicherung der Kondensatswellenfunktion zu einem einzigen Zeitpunkt während dieser Simulation beträgt 3.4 GByte.

4.5.2 Wellenfunktion nach der Beugung

Mit Hilfe der Simulation lässt sich für gegebene Anfangswerte die Kondensatswellenfunktion 12 ms nach dem anfänglichen Fallenversatz berechnen²⁴. Zu diesem Zeitpunkt hat das Kondensat bereits mit dem Gitter interagiert und befindet sich direkt vor Beginn der ballistischen Expansion. Die Simulation liefert den Wert der Wellenfunktion in jedem Raumpunkt als komplexe Zahl $\text{Re} + i \text{Im}$. Daraus lässt sich die Kondensatsdichte ρ und die Phase ϕ wie folgt berechnen:

$$\rho = \sqrt{\text{Re}^2 + \text{Im}^2}, \quad \phi = \arctan\left(\frac{\text{Im}}{\text{Re}}\right). \quad (4.53)$$

Abbildung 4.13 zeigt die so berechnete Dichteverteilung eines Kondensates nach einem anfänglichen Fallenversatz von $d = 14 \mu\text{m}$. Um eine Absorptionsabbildung zu simulieren,

²⁴Die numerische Simulation der ballistischen Expansion des gebeugten Kondensates steht noch aus bzw. ist gerade in der Erprobungsphase.

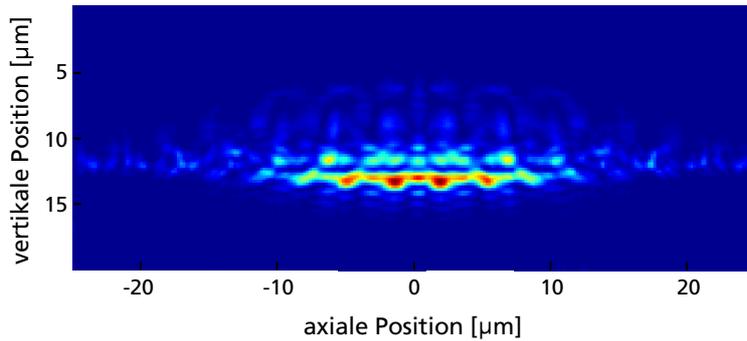


Abbildung 4.13: Dichteverteilung (integriert entlang x) der Kondensatswellenfunktion 12 ms nach dem anfänglichen Fallenversatz von $d = 14 \mu\text{m}$. Die Wechselwirkung mit dem Gitter führt zu einer erkennbaren Dichtemodulation mit der Periodizität des Gitters.

wurde die dreidimensionale Dichteverteilung entlang der Abbildungsrichtung (x -Richtung) integriert. Die resultierende Dichteverteilung darf jedoch nicht mit den im Experiment beobachteten Beugungsprofilen verglichen werden, da sie die ballistische Expansion nicht beinhaltet. Sie zeigt vielmehr die Kondensatsdichte unmittelbar vor dem Beginn der freien Expansion. Man erkennt deutlich, dass die Dichteverteilung des Kondensates mit einer Periode von $4 \mu\text{m}$ moduliert ist. Abbildung 4.14 zeigt die zugehörige Phaseninformation. Da diese entsprechend Gleichung 4.53 berechnet wurde, ist sie nur bis auf Vielfache des Faktors 2π bestimmt. Damit treten in der Abbildung Phasensprünge an den Punkten auf, an denen die Phase über $+\pi$ ansteigt bzw. unter $-\pi$ abfällt. Dennoch erkennt man im Raumbereich endlicher Kondensatsdichte (siehe Abb. 4.13) eine deutliche Phasenmodulation mit der Gitterperiode von $4 \mu\text{m}$. Auffällig ist, dass die Phaseninformation in weiten

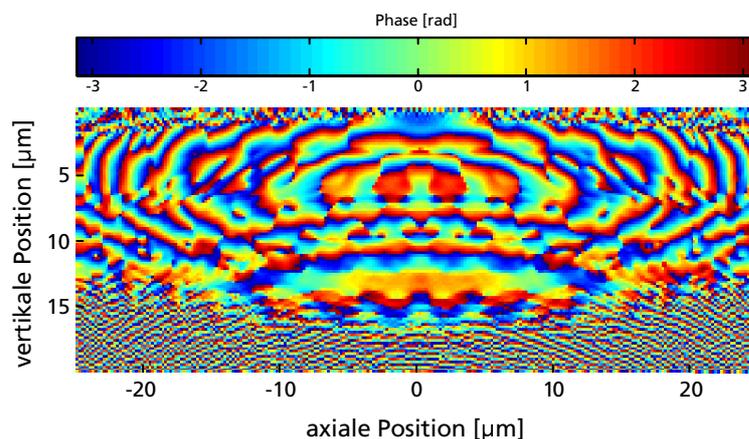


Abbildung 4.14: Phase (modulo 2π) der Kondensatswellenfunktion in einer Ebene senkrecht zur Chipoberfläche. In weiten Bereichen scheint die Phase deterministisch, während sie in den Randbereichen fluktuiert. Am Ort der zentralen Dichte des Kondensates (siehe Abb. 4.13) zeigt sich eine $4 \mu\text{m}$ periodische Modulation der Phase.

Bildbereichen, d.h. auch da wo in der Dichteverteilung kaum Atome zu erkennen sind, klar strukturiert ist. Nur in den äußersten Bildregionen zeigt sich ein Rauschen in der Phaseninformation, welches bei sehr kleinen Real- und Imaginärteilen der Wellenfunktion durch die Quotientenbildung aus Gleichung 4.53 bedingt ist.

4.5.3 Phasenanalyse und Vergleich mit Experiment

Zur genaueren Untersuchung der Phasenmodulation betrachten wir die Phase entlang der axialen Richtung durch den radialen Kondensatsschwerpunkt. Dies entspricht einem linearen Schnitt durch den in Abbildung 4.14 gezeigten Phasenplot. Abbildung 4.15 zeigt den so generierten axialen Phasenverlauf. Auch hier erkennt man wieder die bei $\phi = \pm\pi$ auftretenden Phasensprünge um 2π . Um auf den tatsächlichen Phasenverlauf zu schließen, müssen daher die Phaseninformationen um diese Sprünge bereinigt werden. Bei jedem Phasensprung von $+\pi$ nach $-\pi$ bzw. vice versa werden dazu alle Punkte rechts des Sprunges (Abb. 4.15) um 2π erhöht bzw. erniedrigt. Abbildung 4.16 zeigt den so bereinigten axialen Phasenverlauf. Insbesondere im zentralen Bildbereich, der nochmal herausvergrößert wurde, erkennt man eine deutliche Phasenmodulation mit der Gitterperiode von $4\ \mu\text{m}$. Diese Phasenmodulation bildet die Grundlage für die Interpretation der Beugungsdaten im Raman-Nath-Regime, welche durch das Ergebnis der numerischen Simulation somit bestätigt wird. Sogar der Phasenmodulationsindex S lässt sich aus der numerischen Simulation bestimmen, da er einfach die Amplitude der modulierten Phaseninformation darstellt. Für den numerisch simulierten Beugungsprozess mit $d = 14\ \mu\text{m}$ ergibt sich aus Abbildung 4.16 ein Phasenmodulationsindex von $S \approx 1.5$.

Mit Hilfe der numerischen Simulation lässt sich nun für jeden Fallenversatz d der zugehörige Phasenmodulationsindex S bestimmen. Gleichzeitig liefert aber auch die Auswer-

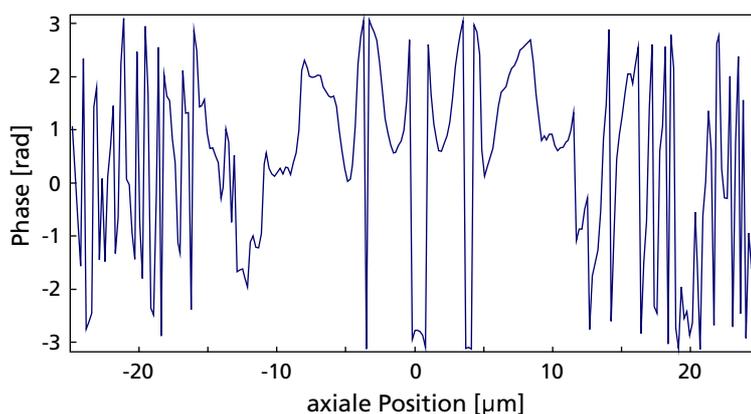


Abbildung 4.15: Phaseninformation entlang der axialen Richtung durch den radialen Schwerpunkt des Kondensates. Die Phase ist bis auf Vielfache des Faktors 2π eindeutig bestimmt. Die Phasensprünge von $+\pi$ nach $-\pi$ bzw. vice versa beschreiben somit eine kontinuierlich steigende bzw. fallende Phase.

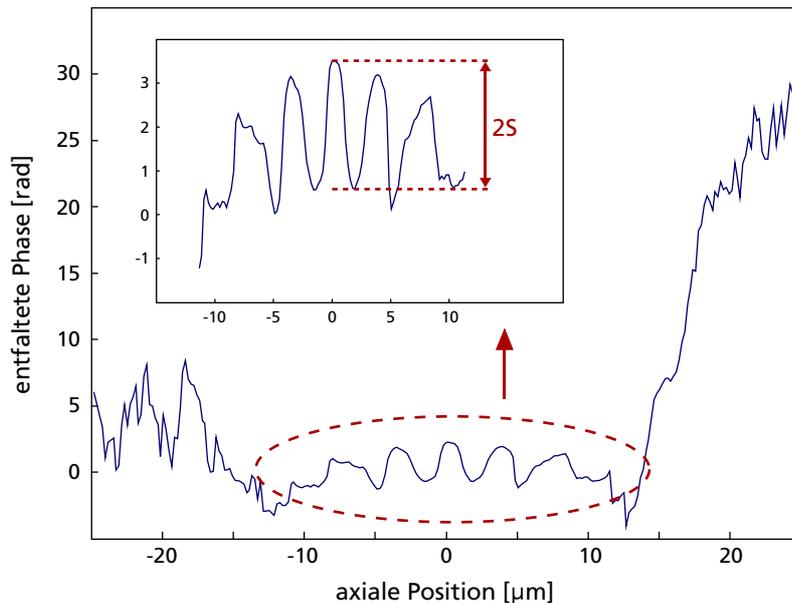


Abbildung 4.16: Phase des Kondensates in axialer Richtung nach Bereinigung der Phasensprünge. Im zentralen Bereich des Kondensates sieht man deutlich den $4\ \mu\text{m}$ periodischen Phasenverlauf. Aus diesem lässt sich auf den Phasenmodulationsindex S zurückschließen, der die Amplitude der Phasenmodulation beschreibt.

Die Messergebnisse bzw. Beugungsbilder im Rahmen des Raman-Nath-Modells zeigen einen eindeutigen Zusammenhang $S(d)$ (siehe Abb. 4.10). Um Experiment und Simulation miteinander zu vergleichen, wurde für insgesamt fünf verschiedene Versatzamplituden d die numerische Simulation durchgeführt und anschließend die über das Kondensat gemittelte Modulationsamplitude S bestimmt. Abbildung 4.17 zeigt diese Ergebnisse (rot gestrichelte Linie) über den aus den Messungen bestimmten Werten (blaue Punkte).

Beide zeigen vom qualitativen Verlauf her eine gute Übereinstimmung. In der Simulation scheint die Wechselwirkung mit dem Gitter jedoch erst für größere Versatzamplituden zu beginnen als es im Experiment der Fall ist. Verschiebt man allerdings den simulierten Verlauf um $800\ \text{nm}$ in Richtung kleinerer Versatzamplituden (rote Linie), so wird das Experiment durch die numerische Simulation nahezu perfekt wiedergegeben. Die Notwendigkeit einer solchen Verschiebung beruht dabei sehr wahrscheinlich nicht auf einem Fehler in den Versatzamplituden²⁵, sondern lässt sich vielmehr auf eine Ungenauigkeit in der ursprünglichen Abstandseichung zwischen Kondensat und Gitter-Chip zurückführen. Diese basiert auf der vertikalen Positionsbestimmung der Oberfläche des Gitter-Chips. Dazu wurde ein Kondensat so weit gegen die Oberfläche verfahren (siehe Abschnitt 4.1.1), bis es durch Wechselwirkung mit dieser verloren ging. Die Fallenposition, bei der die Hälfte der Atome in der Falle verblieb, wurde als Position der Chipoberfläche definiert. Dies

²⁵Da der Trägerchip eine sub- μm genaue Positionierung erlaubt, sollten relative Positionsänderungen, wie z.B. der Fallenversatz, mit hoher Präzision erfolgen.

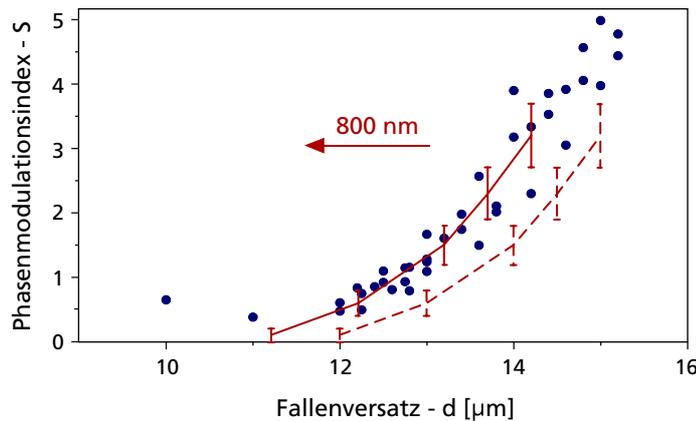


Abbildung 4.17: Abhängigkeit zwischen Fallenversatz d und Phasenmodulationsindex S , welcher einerseits aus dem Fit des Raman-Nath-Modells an die experimentellen Daten erfolgte (blaue Punkte) und andererseits durch eine rein numerische Simulation des Experiments bestimmt wurde (rot gestrichelte Linie). Die Übereinstimmung wird perfekt, wenn man einen Fehler in der Abstandskalibration zwischen Kondensat und Gitter-Chip von 800 nm zulässt (rote Kurve). Die Fehlerbalken der numerischen Simulation beruhen auf der Mittelung der Phasenmodulationsamplituden für verschiedene axiale Trajektorien durch das Kondensat.

ist insofern nicht korrekt, da bereits für Abstände $y < 1 \mu\text{m}$ die attraktive van der Waals Wechselwirkung [Car05, Gor06] und das Casimir-Polder-Potential [Pow93] zur Öffnung der Magnetfalle in Richtung der Chipoberfläche führen [Lin04]. Damit treten Atomzahlverluste bereits vor dem eigentlichen Kontakt des Kondensates mit der Oberfläche auf. Die eingestellten Kondensatspositionen können daher von der tatsächlichen Position um einige hundert nm abweichen. Das Kondensat wurde so zu Beginn des Experiments sehr wahrscheinlich nicht im Abstand von $30 \mu\text{m}$ zur Chipoberfläche positioniert, sondern eher in einem Abstand von $30.8 \mu\text{m}$. Eine Anpassung der numerischen Simulation auf diesen Anfangsabstand führt zu der gewünschten Verschiebung in Abbildung 4.17.

4.6 Beugung an RF-kontrolliertem Gitterpotential

Obwohl sich das magnetische Gitter sehr gut zur Durchführung von Beugungsexperimenten eignet, zeigt es hinsichtlich der vom Gitter reflektierten Atomzahl ein Defizit. So haben die Experimente gezeigt (siehe Abschnitt 4.2.3, Abb. 4.6), dass die Beugung von Atomen am magnetischen Gitter mit starken Verlusten in der vom Gitter reflektierten Atomzahl verbunden ist. Diese Verluste werden durch die steilen Magnetfeldgradienten in den Quadrupollöchern des magnetischen Gitterpotentials hervorgerufen. Atome, die diese Löcher durchlaufen, können darin durch Majorana-Spin-Flips verloren gehen. Dabei ändert sich das lokale Magnetfeld am Ort der Atome so schnell, dass das atomare magnetische Moment dieser Änderung nicht mehr folgen kann. Dies führt zu einer Verletzung des Adiabazitätskriteriums aus Gleichung 2.4 und damit zu Verlusten durch nichtadiabatische Zustands-

änderungen [Suk97]. Beruhen die durchzuführenden Experimente nur auf einem Wechselwirkungspuls mit dem Gitter, so lassen sich diese Verluste tolerieren. Ist es allerdings notwendig, eine Serie von Beugungspulsen durchzuführen, wie z.B. zur Realisierung eines Mach-Zehnder-Interferometers [Tor00] oder ähnlicher interferometrischer Anordnungen [Sim00, Bon01], so nehmen die Verluste schnell überhand und das magnetische Gitter stößt an seine Grenzen.

Dieses Problem lässt sich jedoch lösen, indem das statische magnetische Gitter mit einem zusätzlichen magnetischen Radiofrequenzfeld

$$\mathbf{B}_{\text{rf}} = B_{\text{rf}} \cos(\omega_{\text{rf}} t) \hat{e}_B \quad (4.54)$$

überlagert wird. In Kapitel 3.3 wurde gezeigt, wie dies zur Ausbildung neuer adiabatischer Potentiale und damit zu einer Modifikation der Potentialform des magnetischen Gitters führt. Bei richtiger Anwendung sollte es so gelingen, die Quadrupollöcher zu schließen und die Verluste am Gitter zu minimieren. Gleichzeitig liefert die Radiofrequenz durch die Einstellung der RF-Amplitude und der RF-Frequenz zwei elektronische Parameter zur Beeinflussung des Beugungsprozesses.

Die genaue Wirkung der Radiofrequenz auf das Gitterpotential wurde bereits in Abschnitt 3.3 ausführlich beschrieben. Neben dem Prinzip der RF-modifizierten Potentiale (Abschnitt 3.3.1) wurde dort auch die Implementierung der Radiofrequenz am Chip (Abschnitt 3.3.2) und das Schließen der Quadrupollöcher im Gitterpotential (Abschnitt 3.3.3) erläutert. Im Folgenden soll nun der Einfluss des so modifizierten Gitterpotentials auf die Reflektivität und die Stärke des Beugungsprozesses experimentell untersucht werden.

4.6.1 Reflektivität des Gitters

Um den Einfluss der Radiofrequenz auf die Reflektivität des magnetischen Gitters zu untersuchen, präparieren wir wie zuvor Bose-Einstein-Kondensate im Abstand von $30 \mu\text{m}$ zur Oberfläche der Doppel-Mäander-Struktur. Dort befinden sich die ca. 1.2×10^5 Kondensatsatome in einer Falle mit den axialen und radialen Fallenfrequenzen von $\omega_a = 2\pi \times 16 \text{ Hz}$ und $\omega_r = 2\pi \times 76 \text{ Hz}$. Das Offsetfeld im Zentrum der Falle beträgt 0.87 G , was nach Gleichung 2.3 einer Larmorfrequenz von 610 kHz entspricht. Das Gitterpotential, welches durch einen Strom von $I_M = 0.2 \text{ mA}$ in der Doppel-Mäander-Struktur erzeugt wird, wird nun von einem zusätzlichen Radiofrequenzfeld der Amplitude $B_{\text{rf}} = 10 \text{ mG}$ überlagert. Da das RF-Feld über den mittleren Quadrupolleiter eingekoppelt wird (siehe Abschnitt 3.3.2), ist es parallel zu den Gitterstäben polarisiert und somit senkrecht zum lokalen Magnetfeld orientiert. Die resultierende Kopplung der atomaren Zustände ist damit maximal und durch eine Rabi-Frequenz von $\Omega = 2.2 \times 10^4 \text{ s}^{-1}$ charakterisiert. Die Radiofrequenz wird mit $\omega_{\text{rf}} = 2\pi \times 585 \text{ kHz}$ unterhalb des Fallenbodens von $2\pi \times 610 \text{ kHz}$ eingestrahlt. Dies ist notwendig, um die Atome in der Ausgangsfalle ($30 \mu\text{m}$ vom Chip entfernt) durch das oszillierende Feld nicht zu beeinflussen. Abbildung 4.18 zeigt die Wirkung der Radiofrequenz auf das Gitterpotential (genauerer siehe Abschnitt 3.3.3). Ohne Radiofrequenz (Abb. 4.18a)

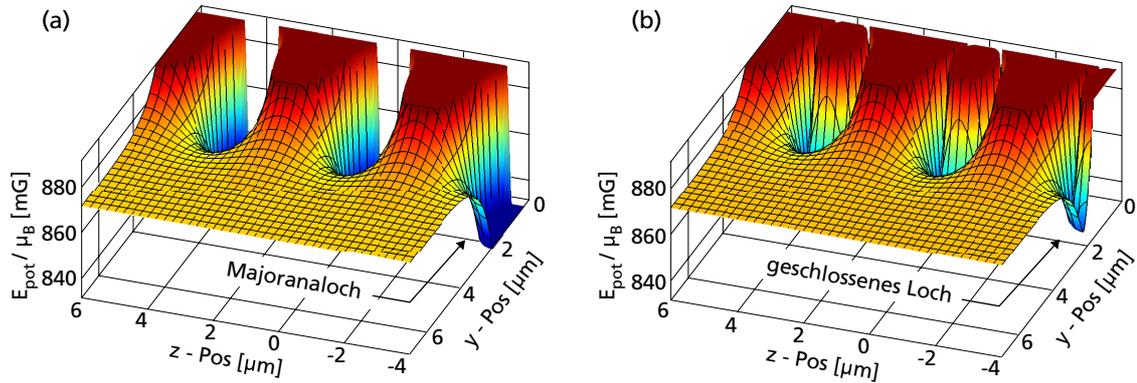


Abbildung 4.18: Gitterpotential nahe der Chipoberfläche. (a) Über jedem zweiten Leiter bildet sich ein Majoranaloch, in dem Atome durch Spin-Flips verloren gehen können. (b) Durch Einstrahlung einer Radiofrequenz lässt sich das Majoranaloch beseitigen. Das RF-modifizierte Beugungspotential sorgt damit für eine erhöhte Reflektivität.

ist es dominiert von den tiefen Majoranalöchern, die über jedem zweiten Gitterstab auftreten. In diesen Löchern gehen Atome durch Majorana-Spin-Flip-Übergänge verloren. Aktiviert man die Radiofrequenz, so zeigen die resultierenden adiabatischen Potentiale (Abb. 4.18b), Potentiallöcher mit erheblich reduzierten Potentialtiefen. Die ursprünglich steilen und attraktiven Potentialgradienten wurden in repulsive Potentiale verwandelt. Die Majoranalöcher sind nahezu „geschlossen“ und Verluste durch Spin-Flip-Übergänge sollten vermieden werden.

Zur experimentellen Bestätigung der reduzierten Verluste am RF-modifizierten Gitter messen wir den Prozentsatz der vom Gitter reflektierten Atome für verschiedene Wechselwirkungsstärken. Die Wechselwirkungsstärke beeinflussen wir dabei, wie in den bisherigen Experimenten, über den anfänglichen Fallenversatz d und charakterisieren ihn durch den Fit des Phasenmodulationsindex S . Dabei sind bei eingeschaltetem RF-Feld generell höhere Versatzamplituden notwendig, um die gleiche Beugungsstärke wie im Fall des reinen Gitterpotentials zu erreichen²⁶. Für die Messungen mit eingeschaltetem RF-Feld wird dieses vor dem anfänglichen Versatz der Falle instantan eingeschaltet und vor dem Beginn der freien Expansion des gebeugten Kondensates wieder ausgeschaltet. Abbildung 4.19 zeigt die gemessenen Reflektivität des Gitters mit und ohne eingestrahelter Radiofrequenz. Das herkömmliche statische Gitter (blaue Quadrate) zeigt dabei für Wechselwirkungen zwischen $S = 1$ und $S = 1.5$ eine Reduktion der Reflektivität von ca. 43% auf knapp 30%. Im Fall des RF-modifizierten Gitters (rote Punkte) hingegen liegt die Reflektivität über den gesamten Bereich bei knapp 70% und ist verhältnismäßig konstant. Bei einem Phasenmodulationsindex von $S = 1.5$, bei dem die 0. und ± 1 . Beugungsordnung etwa gleich stark besetzt sind, erreicht man somit im Fall des RF-modifizierten Gitters eine um einen Fak-

²⁶Die Einstrahlung der Radiofrequenz führt zu einer effektiven Reduktion der Modulationsamplitude des Gitterpotentials gegenüber dem nicht-modifizierten Gitter (siehe Abb. 4.18). Das RF-modifizierte Gitter zeigt daher bei gleichem Fallenversatz d eine niedrigere Beugungsstärke als das nicht-modifizierte Gitter.

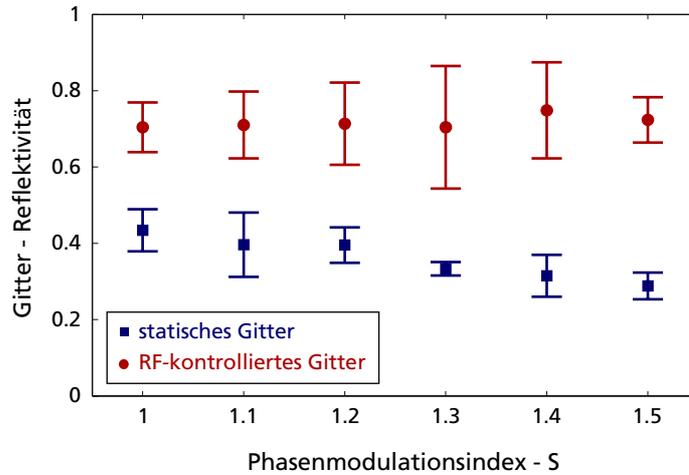


Abbildung 4.19: Reflektivität des statischen magnetischen Gitters (blaue Quadrate) und des RF-modifizierten Gitters (rote Punkte) in Abhängigkeit des Phasenmodulationsindex S . Jeder Wert beruht auf der Mittelung von 3-10 Einzelmessungen. Für jede Messung wurde S mit einer Genauigkeit von 0.1 bestimmt.

tor 2.3 erhöhte Reflektivität. Aus dem nachweislichen Anstieg der Reflektivität des Gitters lässt sich somit schließen, dass die Bewegung der Atome im RF-modifizierten Gitterpotential adiabatisch erfolgt.

4.6.2 Elektronische Manipulation des Gitterpotentials

Konnte bisher die Stärke der Wechselwirkung zwischen Kondensat und Gitter neben dem Mäanderstrom I_M nur durch den Fallenversatz d manipuliert werden, so eröffnet das RF-modifizierte Potential neue Möglichkeiten. Der Beugungsprozess lässt sich nun zusätzlich über die Parameter des RF-Feldes (die Feldamplitude B_{rf} und die Frequenz ω_{rf}) steuern. Ändert man diese Werte, so beeinflusst dies die Kopplung der internen atomaren Zustände und damit die Form des resultierenden adiabatischen Gitterpotentials (siehe Abschnitt 3.3). Dies wiederum hat Auswirkungen auf die Amplitude der während der Oszillation des Kondensates gegen das Gitter aufakkumulierten Phasenmodulation. Damit lässt sich die Beugungsstärke durch die Variation der RF-Parameter elektronisch beeinflussen. Der anfängliche Fallenversatz d ist dann nur noch notwendig, um den Beugungsprozess einzuleiten.

Abbildung 4.20a zeigt für eine konstante RF-Amplitude von 10 mG und einen Versatz von $d = 14 \mu\text{m}$ die Manipulation der Beugung durch die RF-Frequenz²⁷. Für steigende Frequenzen nimmt dabei die Beugungsstärke, welche über den Phasenmodulationsindex S charakterisiert wird, ab. Die Kopplung der atomaren Zustände findet dann nämlich bei steigenden Magnetfeldamplituden im Majoranaloch statt (siehe Abschnitt 3.3, Abb. 3.14) und

²⁷Alle anderen experimentellen Parameter entsprechen denen des Experiments aus Abschnitt 4.6.1.

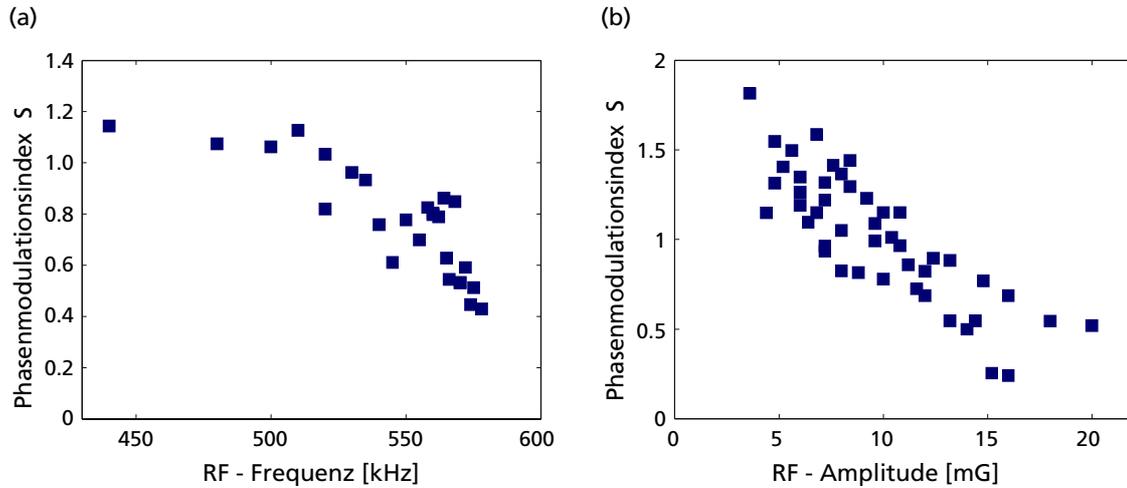


Abbildung 4.20: Kontrolle des Beugungsprozesses durch das Radiofrequenzfeld. Die Beugung wird eingeleitet durch einen anfänglichen Fallenversatz d in Richtung des Gitters. (a) Bei einer konstanten RF-Amplitude von 10 mG und einem Versatz von $d = 14 \mu\text{m}$ wird die RF-Frequenz benutzt, um die Stärke der Beugung zu beeinflussen. (b) Bei einer konstanten RF-Frequenz von 585 kHz und einem Versatz von $d = 14.5 \mu\text{m}$ wird der Beugungsprozess über die RF-Amplitude gesteuert.

verschließt dieses bei immer höheren Feldern. Dies führt zu einer Reduktion der effektiven Modulationsamplitude des Gitters und damit zu sinkenden Beugungsstärken.

Abbildung 4.20b zeigt für eine konstante RF-Frequenz von 585 kHz und einen Fallenversatz von $d = 14.6 \mu\text{m}$ den Einfluss der RF-Amplitude auf den Beugungsprozess. Auch hier reduziert sich die Stärke der Gitterwechselwirkung mit steigender Magnetfeldamplitude. Zwar findet nun die Kopplung der atomaren Zustände innerhalb des Majoranalochs statt, die steigende Amplitude des RF-Feldes führt jedoch zu einem immer stärker ausgeprägten *anti-crossing* (siehe Abschnitt 3.3, Abb. 3.14), welches das Majoranaloch mehr und mehr „abdichtet“ und somit die effektive Modulationsamplitude des Gitters verringert. Dies führt für wachsende RF-Amplituden zu einer Reduktion der Beugungsstärke des Gitters.

Die Manipulation des Beugungsprozesses durch die Radiofrequenz ist insbesondere für atomoptische Bauelemente von Interesse, die eine Serie von Beugungspulsen voraussetzen. Der Phasenmodulationsindex S kann dann elektronisch eingestellt werden, während das Kondensat eine konstante Schwerpunktsbewegung in der Falle vollführt und mit dem Gitter in aufeinanderfolgenden Schwingungsperioden wechselwirkt.

5 Interferenzen am Gitter

Vergleicht man die im letzten Kapitel vorgestellten Beugungsexperimente am magnetischen Gitter mit den typischen Beugungsexperimenten an optischen Gittern [Koz99, Tor00, Sim00], so macht sich ein grundlegender Unterschied bemerkbar. Während die optischen Gitter meist mit Gitterkonstanten im Bereich einiger hundert nm arbeiten, übersteigt die Gitterkonstante unseres Experiments mit $4\ \mu\text{m}$ diese um etwa eine Größenordnung. Die damit verbundene Rückstoßenergie¹ $E_r = (\hbar k)^2/8m$ ist daher um etwa zwei Größenordnungen kleiner als in diesen optischen Beugungsexperimenten. Unser Experiment erlaubt es somit, in einen Bereich vorzustößeln, in dem die Rückstoßenergie kleiner wird als das chemische Potential² des Kondensates – im konkreten Fall unserer experimentellen Parameter³ etwa um einen Faktor 5.3. Dies hat zur Folge, dass sich die einzelnen Beugungsordnungen während der freien Expansion nicht vollständig voneinander separieren können. Die freiwerdende Wechselwirkungsenergie führt zu einer zusätzlichen Expansion der einzelnen Beugungsordnungen, welche die Separation benachbarter Beugungsordnungen behindert. Auf den ersten Blick scheint diese verbleibende Überlagerung der Beugungsordnungen eher störend zu wirken, da die Beugungsbilder keine klar separierten Beugungsordnungen zeigen, sondern lediglich eine Verbreiterung der axialen Kondensatdichte gegenüber dem ungebeugten Kondensat aufweisen. Auf den zweiten Blick jedoch führt die kohärente Überlagerung der Beugungsordnungen zu einer Interferenz zwischen benachbarten Ordnungen, welche sich bei der Beugung am Gitter beobachten lassen sollte. Damit enthalten die Absorptionenaufnahmen der Beugung am $4\ \mu\text{m}$ Gitter nicht nur Informationen über die Besetzung der einzelnen Beugungsordnungen, sondern auch über die relative Phasenbeziehung zwischen benachbarten Ordnungen.

Obwohl diese Interferenzen ansatzweise bereits in den im letzten Kapitel vorgestellten Messdaten erkennbar waren, ist es uns gelungen, durch die erhöhte Reflektivität des RF-modifizierten Gitters und die richtige Wahl der Beugungsstärke die Effekte der Interferenz deutlicher herauszuarbeiten. Die Analyse und Interpretation dieser Interferenzdaten ist Gegenstand des vorliegenden Kapitels. Nach der Präsentation der neuen Messdaten wird das bereits bekannte Raman-Nath-Modell um die kohärenten Effekte der Interferenz erweitert. Dabei muss zusätzlich zur Dichte auch die Phasenentwicklung der einzelnen Beugungsordnungen bis zum Zeitpunkt der Abbildung modelliert werden. Anschließend wird die

¹Im optischen Gitter, welches durch zwei gegenläufige Laserstrahlen der Wellenlänge λ erzeugt wird, beträgt die Rückstoßenergie: $E_r = (\hbar k)^2/2m$. Dabei bezeichnet $k = 2\pi/\lambda$ den Wellenvektor des Lasers und nicht, wie im Fall des magnetischen Gitters, den Wellenvektor des Gitters $k' = 2\pi/a$. Da das optische Gitter eine Periodizität von $\lambda/2$ besitzt unterscheiden sich k und k' gerade um einen Faktor 2. In der Rückstoßenergie verursacht dies einen Unterschied vom Faktor 4.

²Zur Berechnung des chemischen Potentials siehe Anhang A, Gleichung A.9

³ $N = 1.2 \times 10^5$, $\omega_a = 2\pi \times 16\text{Hz}$, $\omega_r = 2\pi \times 76\text{Hz}$

so gefundene Modellfunktion verwendet, um die Messdaten zu analysieren.

5.1 Experimentelle Durchführung und Beobachtung

Um die Effekte der Interferenz möglichst klar untersuchen zu können, ist es sinnvoll, sich auf die Interferenz der 0. und ± 1 . Beugungsordnung zu konzentrieren. Andernfalls werden die Interferenzmuster aufgrund der Vielzahl der beteiligten Beugungsordnungen schnell unanschaulich und nur schwer zu interpretieren. Daher ist es für die Untersuchung der Interferenz von Vorteil, Beugungsstärken zu wählen, bei denen hauptsächlich diese beiden Beugungsordnungen besetzt sind. Um einen nennenswerten Interferenzkontrast beobachten zu können, müssen zusätzlich die Besetzungen dieser Beugungsordnungen vergleichbar groß sein. Wir beschränken uns daher auf Beugungsprozesse mit Phasenmodulationsindizes im Bereich zwischen $S = 1$ und $S = 1.5$. Im ersten Fall befinden sich dann entsprechend Abbildung 4.8 etwa 97.3% der Atome in der 0. und ± 1 . Beugungsordnung. Der Großteil von 58.6% entfällt dabei auf die 0. Ordnung und nur jeweils 19.4% auf die ± 1 . Beugungsordnung. Im zweiten Fall von $S = 1.5$ hingegen sind bereits 11.5% der Atome in höheren Beugungsordnungen $|n| > 1$. Die ± 1 . Ordnung ist nun aber mit je 31.1% der Atome stärker besetzt als die 0. Ordnung mit 26.2%. Eine Gleichbesetzung der 0. und ± 1 . Beugungsordnung wird bei $S = 1.44$ erreicht.

Für die Detektion des Interferenzmusters ist des Weiteren ein gutes Signal-Rausch-Verhältnis in der Absorptionsabbildung wünschenswert. Gerade bei der Beugung am statischen Gitter ist dies, durch die mit der Beugung verbundenen starken Atomzahlverluste (siehe Abschnitt 4.2.3), nur schwer möglich. Die Beugung am RF-modifizierten Gitter hingegen zeigt im relevanten Bereich zwischen $S = 1$ und $S = 1.5$ eine um mehr als einen Faktor 2 verbesserte Gitterreflektivität (siehe Abschnitt 4.6). Damit kann das Signal-Rausch-Verhältnis gegenüber dem statischen Gitter um mehr als einen Faktor $\sqrt{2}$ verbessert werden⁴. Zur Untersuchung der zu erwartenden Interferenzeffekte beschränken wir uns daher auf die Beugung von Kondensaten an diesem RF-modifizierten Gitterpotential.

Für eine qualitative Analyse der Interferenzeffekte am RF-modifizierten Gitter wurden insgesamt 17 Beugungsbilder mit Phasenmodulationsindizes zwischen $S = 1$ und $S = 1.5$ aufgenommen. Der experimentelle Ablauf und die experimentellen Parameter wurden wie in den Beugungsexperimenten zur Untersuchung der Reflektivität am RF-modifizierten Gitter (siehe Abschnitt 4.6.1) gewählt⁵. Nach der Wechselwirkung mit dem Gitter verblieb das gebeugte Kondensat für eine Zeit $\tau_1 = 8$ ms in der Magnetfalle⁶, bevor diese ausgeschaltet wurde. Die Abbildung der Atome erfolgte nach weiteren $\tau_2 = 20$ ms freier Expansion durch eine Absorptionsabbildung. Abbildung 5.1 zeigt zwei typische Beugungsbilder aus dieser

⁴Ist N die Anzahl der vom Gitter reflektierten Atome, so gilt unter der Annahme von Poisson-Rauschen:

$$\text{Signal } S \sim N, \quad \text{Rauschen } R \sim \sqrt{N} \implies S/N \sim \sqrt{N}.$$

⁵ $N = 1.2 \times 10^5$, $\omega_a = 2\pi \times 16$ Hz, $\omega_r = 2\pi \times 76$ Hz, $B_0 = 0.87$ G, $I_M = 0.2$ mA, $B_{\text{rf}} = 10$ mG, $\omega_{\text{rf}} = 2\pi \times 585$ kHz

⁶Nach dem anfänglichen Fallenversatz verbleibt das Kondensat für 12 ms in der Falle. In den ersten 4 ms erreicht es das Gitter und wird an diesem reflektiert. In den verbleibenden 8 ms propagieren die Beugungsordnungen entlang der axialen Richtung des Wellenleiters.

Messung. Im unteren Teil der Abbildung sind die axialen Dichteprofile (blaue Kurve) dargestellt, welche sich aus der Integration der Absorptionsabbildungen entlang der vertikalen Richtung (y -Richtung) ergeben. Zur Charakterisierung der Beugungsstärke wurde zu jeder Messung der Phasenmodulationsindex S bestimmt, indem die Dichteprofile durch die inkohärente Überlagerung der Beugungsordnungen gefittet wurden (siehe Abschnitt 4.3.3). Neben diesen Fitkurven (rote Kurven) zeigt die Abbildung zusätzlich auch die Positionen und Besetzungen der einzelnen Beugungsordnungen sowie den thermischen Hintergrund. Man erkennt sofort, dass im zentralen Überlappbereich der 0. und ± 1 . Beugungsordnung eine Abweichung zwischen den Messdaten und der Modellfunktion vorliegt. Dies ist insofern nicht verwunderlich, da das verwendete Raman-Nath-Modell auf der inkohärenten Überlagerung der Beugungsordnungen basiert und damit kohärente Effekte wie Interferenzen nicht berücksichtigt. Die Abweichung der Messdaten von dieser Theorie gibt somit einen ersten Hinweis auf das Vorhandensein der Interferenzen zwischen benachbarten Beu-

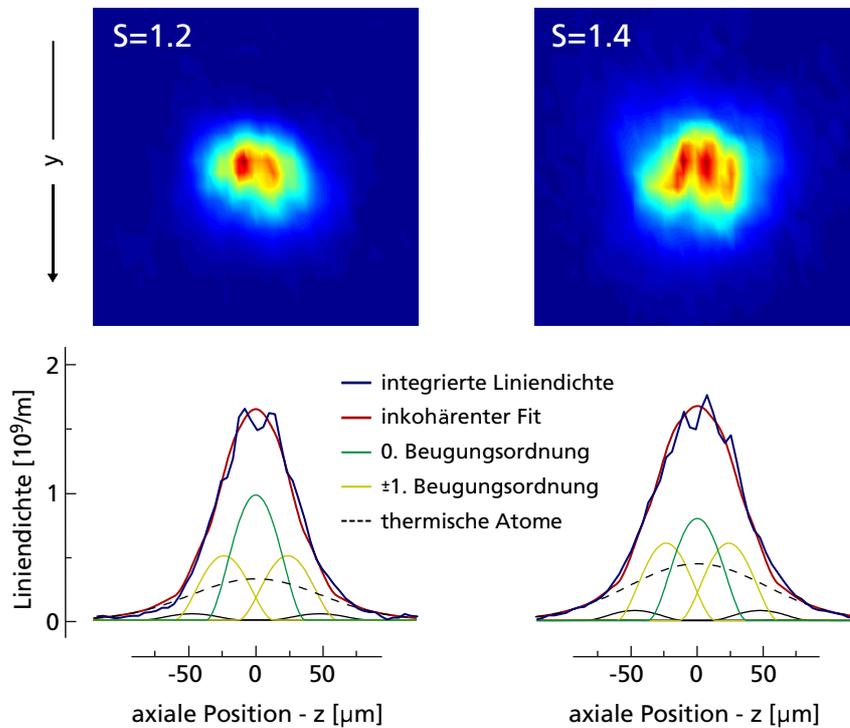


Abbildung 5.1: Absorptionaufnahmen und vertikal (y -Richtung) integrierte Dichteprofile (blaue Kurve) der am RF-modifizierten Gitter gebeugten Kondensate nach 20 ms freier Expansion. Zur Bestimmung des Phasenmodulationsindex S werden die Dichteprofile durch die inkohärente Überlagerung der Beugungsordnungen gefittet (rote Kurve). Zusätzlich sind die Positionen und Besetzungen der einzelnen Beugungsordnungen sowie der thermische Hintergrund dargestellt. Im Überlappbereich der 0. (grüne Kurve) und ± 1 . (gelbe Kurve) Beugungsordnung zeigt der Fit eine Abweichung von den Messdaten, welche auf die im Modell nicht berücksichtigte Interferenz der Beugungsordnungen zurückzuführen ist.

gungsordnungen. Dass der Interferenzkontrast trotz experimenteller Verbesserungen recht niedrig erscheint, ist sehr wahrscheinlich auf die begrenzte Auflösung des Abbildungssystems zurückzuführen und muss im Folgenden berücksichtigt werden.

5.2 Modell der kohärenten Beugung

Um die im Überlappbereich der 0. und ± 1 . Beugungsordnung auftretende Substruktur der am Gitter gebeugten Kondensate (siehe Abb. 5.1) mit der Interferenz zwischen den Beugungsordnungen in Verbindung zu bringen, ist es notwendig, ein Modell aufzustellen, welches die Interferenzen beinhaltet. Als Basis dient das Raman-Nath-Modell, welches in Abschnitt 4.3 für die Wechselwirkung der Atome mit dem Gitter entwickelt wurde. Dieses soll um die Effekte der kohärenten Überlagerung der Beugungsordnungen erweitert werden.

5.2.1 Das Konzept

Im Unterschied zum bisherigen Modell muss nun die relative Position des Kondensates bezüglich des magnetischen Gitters berücksichtigt werden. Dazu ergänzen wir den vom Kondensat erfahrenen modulierten Potentialanteil des Gitters (siehe Gl. 4.10) um einen zusätzlichen Phasenfaktor φ :

$$V_{\text{mod}}(t) = U_0(t) \cos(kz + \varphi). \quad (5.1)$$

Die Bedeutung des Phasenfaktors φ ist in Abbildung 5.2 dargestellt. Für die gezeigte Situa-

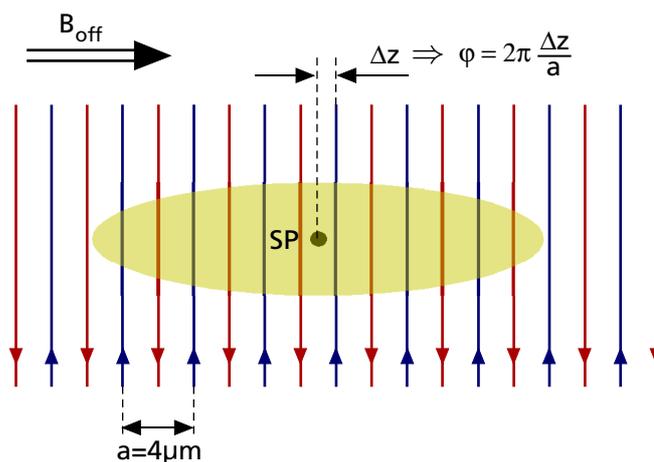


Abbildung 5.2: Position des Kondensates relativ zum Gitter. Eine Verschiebung des Kondensates in axialer Richtung um den Betrag Δz ist vom Kondensat aus betrachtet mit einer Phasenverschiebung des Gitterpotentials um $\varphi = 2\pi \cdot \Delta z / a$ verbunden.

tion befinden sich die Maxima des Potentials jeweils über den blau gekennzeichneten Leiterbahnen. Eine Verschiebung Δz der Schwerpunktskoordinate des Kondensates relativ zu diesen Leitern führt, vom Ruhesystem des Kondensates aus betrachtet, zu einer Phasenverschiebung des Gitterpotentials um $\varphi = 2\pi \cdot \Delta z/a$ und damit zum Potential aus Gleichung 5.1.

Die Wellenfunktion des Kondensates direkt nach der Wechselwirkung mit dem Gitter lässt sich somit entsprechend Gleichung 4.19 als Produkt der unveränderten Kondensatsdichte und eines periodisch modulierten Phasenfaktors schreiben:

$$\Psi(\mathbf{r}) = \sqrt{n_0(\mathbf{r})} e^{-iS \cos(kz+\varphi)}. \quad (5.2)$$

Mit der Jakobi-Anger-Darstellung [Wei] lässt sich diese Wellenfunktion wieder in ebene Wellen, d.h. in Impulseigenzustände, entwickeln:

$$\Psi(\mathbf{r}) = \sqrt{n_0(\mathbf{r})} \sum_{n=-\infty}^{\infty} i^n \underbrace{J_n(-S)}_{(-1)^n J_n(S)} e^{in(kz+\varphi)} = \sqrt{n_0(\mathbf{r})} \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{in(\varphi-\pi/2)} J_n(S) e^{inkz}. \quad (5.3)$$

Damit lässt sich die Wellenfunktion als Überlagerung diskreter Impulsklassen bzw. Beugungsordnungen Ψ_n schreiben

$$\Psi = \sum_n \Psi_n \quad \text{mit} \quad \Psi_n = \sqrt{n_0(\mathbf{r})} J_n(S) e^{in(\varphi-\pi/2)} e^{inkz}, \quad (5.4)$$

deren Impuls $n\hbar k$ durch ein ganzzahliges Vielfaches des Wellenvektors k gegeben ist. Die Besetzungswahrscheinlichkeit p_n der einzelnen Beugungsordnungen und die relative Phase $\Delta\phi$ zwischen benachbarten Beugungsordnungen sind durch die Besselfunktionen bzw. die relative Phase des Gitters in Bezug auf das Kondensat gegeben:

$$p_n = |J_n(S)|^2, \quad \Delta\phi = \varphi - \frac{\pi}{2}. \quad (5.5)$$

Um auf die Dichteverteilung des Kondensates nach der ballistischen Expansion zu schließen, muss die zeitliche Entwicklung der einzelnen Beugungsordnungen Ψ_n bis zum Abbildungszeitpunkt modelliert werden.

$$\Psi(t) = \sum_n \Psi_n(t) \quad \Longrightarrow \quad \begin{aligned} \rho_{\text{incoh}} &= \sum_n |\Psi_n(t)|^2 \\ \rho_{\text{coh}} &= |\sum_n \Psi_n(t)|^2 = \sum_n \sum_m \Psi_m^*(t) \Psi_n(t) \end{aligned} \quad (5.6)$$

Im bisherigen Modell wurde dabei die Kondensatsdichte als inkohärente Überlagerung ρ_{incoh} (siehe Gl. 5.6) der einzelnen Beugungsordnungen beschrieben. Dies entspricht einer Superposition der unabhängigen Dichteverteilungen $|\Psi_n|^2$ der Beugungsordnungen, wie wir sie in Kapitel 4 kennengelernt haben. Die Relativphase $\Delta\phi$ zwischen benachbarten Beugungsordnungen spielt in diesem Fall keine Rolle, da die Phaseninformation durch die Betragsbildung verschwindet. Eine korrekte Beschreibung verlangt allerdings die kohärente

Überlagerung der Beugungsordnungen und somit eine Dichteverteilung ρ_{coh} (siehe Gl. 5.6), welche neben den Dichteverteilungen der einzelnen Beugungsordnungen $|\Psi_n(t)|^2$ auch die Interferenzen zwischen verschiedenen Ordnungen $\Psi_m^* \Psi_n$ beinhaltet. Für diese Interferenzterme spielt aber gerade die zeitliche Entwicklung der relativen Phasen zwischen den verschiedenen Beugungsordnungen eine große Rolle. Im Gegensatz zum bisherigen Modell muss somit neben den Dichteprofilen der einzelnen Beugungsordnungen auch die zeitliche Entwicklung der Phaseninformation bis zum Abbildungszeitpunkt modelliert werden. Dies schließt sowohl die Zeit τ_1 des Wegschwingens des Kondensates von der Oberfläche als auch die anschließende Zeit τ_2 des freien Falls ein.

5.2.2 Ψ_n – Dichteentwicklung

Da wir eine Modellfunktion zur Beschreibung der radial integrierten Absorptionen aufstellen wollen, beschränken wir uns auf die zeitliche Entwicklung der axialen Dichteprofile der einzelnen Beugungsordnungen. Diese ergeben sich durch Integration der räumlichen Dichteverteilung über die radialen Richtungen.

Direkt nach der Wechselwirkung mit dem Gitter ist die axiale Liniendichte der einzelnen Beugungsordnungen entsprechend Gleichung 5.4 gegeben durch:

$$|\Psi_n(0)|^2 = |J_n(S)|^2 n_0(z) . \quad (5.7)$$

Dabei ist $n_0(z)$ die Dichte des Kondensates vor der Beugung am Gitter. Diese ist, wie in Anhang A gezeigt, durch eine quadrierte invertierte Parabel der Form

$$n_0(z) = \frac{\mu \pi r_r^2}{2g} \cdot \text{Max} \left\{ 0, 1 - \frac{z^2}{r_z^2} \right\}^2 \quad (5.8)$$

gegeben. Dabei ist g die Kopplungskonstante und μ das chemische Potential, welches durch die Normierung auf die Gesamtatomzahl N des Kondensates festgelegt ist (siehe Gl. A.9). Die Parameter $r_r = 5.5 \mu\text{m}$ bzw. $r_z = 26.2 \mu\text{m}$ stehen für den radialen bzw. axialen Thomas-Fermi-Radius und damit für die Größe der Halbachsen des durch die äußere Form vom Kondensat gebildeten Ellipsoids (siehe Abschnitt 4.3). Die genaue Berechnung dieser Werte ist abhängig von den experimentellen Parametern und kann Anhang A entnommen werden.

Solange das Kondensat sich in der Falle befindet, spüren die einzelnen Beugungsordnungen unabhängig von ihrer jeweiligen Position in der Falle ein axiales parabolisches Potential mit konstanter Fallenfrequenz ω_a . Aus der Lösung der Gross-Pitaevskii-Gleichung für zeitabhängige harmonische Potentiale (siehe Anhang A) ergibt sich daraus ein gleichbleibendes axiales Dichteprofil der einzelnen Beugungsordnungen in ihrem jeweiligen Schwerpunktsystem. Erst nach dem Ausschalten der Fallenfelder setzt durch die Umwandlung der Wechselwirkungsenergie in kinetische Energie eine Expansion ein, welche die Dichteverteilung der Beugungsordnungen ändert. Dabei bleibt deren funktionale Form entsprechend Gleichung 5.8 erhalten, und lediglich die Thomas-Fermi-Radien unterliegen einer

zeitlichen Änderung. Im Schwerpunktsystem der n -ten Beugungsordnung ist somit dessen Dichteverteilung nach der freien Expansion von $\tau_2 = 20$ ms, d.h. zum Abbildungszeitpunkt $T = \tau_1 + \tau_2$, gegeben durch (siehe Anhang A):

$$\rho_{n,SP}(T) = |J_n(S)|^2 \frac{\mu\pi r_r^2}{2g\lambda_z(\tau_2)} \cdot \text{Max} \left\{ 0, 1 - \frac{z^2}{R_z^2(\tau_2)} \right\}^2. \quad (5.9)$$

Die zeitliche Änderung der Thomas-Fermi-Radien $R_r(t)$ und $R_z(t)$ wird dabei durch den axialen und radialen Skalenparameter $\lambda_z(t)$ bzw. $\lambda_r(t)$ beschrieben:

$$R_r(t) = \lambda_r(t) \cdot r_r, \quad R_z(t) = \lambda_z(t) \cdot r_z. \quad (5.10)$$

Für den Fall des plötzlichen Abschaltens der harmonischen Falle ergeben sich diese zu (siehe Anhang A):

$$\lambda_r(\tilde{t}) = \sqrt{1 + \tilde{t}}, \quad (5.11)$$

$$\lambda_z(\tilde{t}) = 1 + \epsilon^2 \left(\tilde{t} \arctan \tilde{t} - \ln \sqrt{1 + \tilde{t}^2} \right). \quad (5.12)$$

Dabei ist $\epsilon = \omega_z/\omega_r$ das Aspekt-Verhältnis der Ausgangsfalle und $\tilde{t} = \omega_r(t - \tau_1)$ ein einheitenloser Zeitparameter, dessen Nullpunkt beim Ausschaltzeitpunkt τ_1 der Falle liegt. Die Thomas-Fermi-Radien betragen somit zum Ausschaltzeitpunkt: $R_r(\tau_2) = 52.9 \mu\text{m}$ und $R_z(\tau_2) = 39.8 \mu\text{m}$.

Um die Dichteverteilung $\rho_{n,SP}$ vom Schwerpunktsystem ins Laborsystem zu transformieren, benötigt man die axiale Schwerpunktsdynamik der einzelnen Beugungsordnungen nach der Wechselwirkung mit dem Gitter. Zu Beginn sind alle Beugungsordnungen vollständig überlagert und durch einen axialen Impuls bzw. Wellenvektor $k_n = nk$ charakterisiert. Nach der Beugung verbleibt das Kondensat noch für eine Zeit $\tau_1 = 8$ ms in der Falle. Dabei entfernt es sich vom Gitter, und die einzelnen Beugungsordnungen werden im axialen harmonischen Potential der Frequenz $\omega_a = 2\pi \times 16$ Hz abgebremst. Anschließend werden alle Magnetfelder ausgeschaltet und das Kondensat beginnt seine freie Expansion für die Zeitdauer $\tau_2 = 20$ ms. Die Beugungsordnungen führen dabei eine gleichförmige Bewegung entlang der axialen Richtung aus. Der Wellenvektor k_n der einzelnen Beugungsordnungen ist somit für die Zeit nach der Gitterwechselwirkung gegeben durch:

$$k_n(t) = n \cdot k(t), \quad \text{mit} \quad k(t) = \begin{cases} k \cos(\omega_a t) & \text{für } 0 \leq t < \tau_1 \\ k \cos(\omega_a \tau_1) & \text{für } t > \tau_1. \end{cases} \quad (5.13)$$

Die damit verbundene Geschwindigkeit der Beugungsordnungen ist:

$$v_n(t) = \frac{\hbar k_n(t)}{m}, \quad v_n(0) = n v_0 \quad \text{mit} \quad v_0 = \frac{\hbar k}{m}. \quad (5.14)$$

Die Relativgeschwindigkeit benachbarter Beugungsordnungen $\Delta v(t) = \hbar k(t)/m$ reduziert sich daher von anfänglich $1.14 \mu\text{m/ms}$ auf nur noch $0.79 \mu\text{m/ms}$ zum Abbildungszeit-

punkt. Die Position der einzelnen Beugungsordnungen erhält man durch zeitliche Integration über die Geschwindigkeit:

$$z_n(t) = \int_0^t \frac{\hbar k_n(t)}{m} dt = n \cdot \frac{\hbar}{m\omega_a} \begin{cases} k \sin(\omega_a t) & \text{für } 0 \leq t < \tau_1 \\ k \sin(\omega_a \tau_1) + k\omega_a \cos(\omega_a \tau_1)t & \text{für } t > \tau_1 . \end{cases} \quad (5.15)$$

Benachbarte Beugungsordnungen sind damit immer äquidistant voneinander entfernt und besitzen zum Abbildungszeitpunkt $T = \tau_1 + \tau_2$ einen Relativabstand von

$$\Delta z = z_n(T) - z_{n-1}(T) = 24 \mu\text{m} . \quad (5.16)$$

Von diesen entfallen $15.8 \mu\text{m}$ auf die ballistische Expansion und nur $8.2 \mu\text{m}$ auf die Separation innerhalb der Magnetfalle⁷.

Die Dichteverteilung der n-ten Beugungsordnung ist somit zum Abbildungszeitpunkt T gegeben durch:

$$\rho_n(T) = |J_n(S)|^2 \cdot n(z - n\Delta z) \quad \text{mit} \quad n(z) = \frac{\mu\pi r_r^2}{2g\lambda_z(\tau_2)} \cdot \text{Max} \left\{ 0, 1 - \frac{z^2}{R_z^2(\tau_2)} \right\} . \quad (5.17)$$

5.2.3 Ψ_n – Phasenentwicklung

Der Ausgangspunkt für die zeitliche Entwicklung der Phaseninformation $\Theta_n(t)$ der n-ten Beugungsordnung ist entsprechend Gleichung 5.4 gegeben durch:

$$\Theta_n(0) = n \left(\varphi - \frac{\pi}{2} \right) + nkz . \quad (5.18)$$

Für die weitere zeitliche Entwicklung unterscheidet man prinzipiell räumlich homogene und räumlich inhomogene Phasenbeiträge. Die homogenen Beiträge sind über die gesamte Ausdehnung der Beugungsordnung konstant, können allerdings von Beugungsordnung zu Beugungsordnung variieren. Die Anfangsphase $n(\varphi - \pi/2)$ aus Gleichung 5.18 ist ein Beispiel für solch eine homogene Phase. Die inhomogenen Phasenbeiträge hingegen zeigen eine Variation über die räumliche Ausdehnung der Beugungsordnung. Diese Variation ist verbunden mit einem Phasengradienten $d\Theta/dz$ und daher mit einem Teilchenfluss der Geschwindigkeit $v = (\hbar/m) \cdot (d\Theta/dz)$ innerhalb der Beugungsordnung [Dal99]. So ist der Phasenfaktor nkz aus Gleichung 5.18 verbunden mit einer Geschwindigkeit $v_n = n\hbar k/m$, welche gleichermaßen auf alle Atome wirkt und somit verantwortlich für die räumliche Bewegung der gesamten Beugungsordnung entlang der axialen Richtung ist.

⁷Für die Auswertung der Beugungsexperimente aus Kapitel 4 wurde die Zeit τ_1 und damit die Bewegung der Beugungsordnungen im Wellenleiter vernachlässigt. Daher wurde angenommen, dass sich die Beugungsordnungen während der ballistischen Expansion mit der Gittergeschwindigkeit $v_l = \hbar k/m$ voneinander entfernen. Am Ende der Fallzeit führt dies zu einer Separation benachbarter Beugungsordnungen von $z_0 = v_l \times \tau_2 = 22.8 \mu\text{m}$. Diese unterscheidet sich nur unwesentlich von der tatsächlichen Separation aus Gl. 5.16. Für die Interpretation der Beugungsexperimente aus Kapitel 4 ist somit die Vernachlässigung der Expansionszeit τ_1 im Wellenleiter gerechtfertigt.

Homogene Phasenbeiträge

Nach der Beugung des Kondensates am Gitter sammeln die einzelnen Beugungsordnungen entsprechend ihrer Schwerpunktsbewegung $z_n(t)$ (Gl. 5.15) mit der Geschwindigkeit $v_n(t)$ (Gl. 5.14) eine zusätzliche homogene Phase auf, welche durch die Lösung des Wirkungsintegrals gegeben ist⁸:

$$\Theta_{\text{hom}} = \frac{1}{\hbar} \int_0^t \mathcal{L}(t) dt = \frac{1}{\hbar} \int_0^t (E_{\text{kin}} - E_{\text{pot}}) dt . \quad (5.19)$$

Für die ersten 8 ms der Bewegung in der Falle errechnet sich dieser Beitrag mit $E_{\text{kin}} = 1/2 m v_n^2$ und $E_{\text{pot}} = 1/2 m \omega_a^2 z_n^2$ unter Verwendung von Gleichung 5.14 und 5.15 zu:

$$\Theta_{\text{trap},n} = \frac{1}{\hbar} \int_0^{\tau_1} \mathcal{L}(t) dt = n^2 \cdot \frac{\hbar k^2}{4m\omega_a} \sin(2\omega_a \tau_1) \sim n^2 . \quad (5.20)$$

Während der anschließenden freien Expansion mit $E_{\text{kin}} = 1/2 m v_n^2$ und $E_{\text{pot}} = 0$ wird diese Phase um einen zusätzlichen Beitrag ergänzt:

$$\Theta_{\text{tof},n} = \frac{1}{\hbar} \int_{\tau_1}^T \mathcal{L}(t) dt = n^2 \cdot \frac{\hbar k(\tau_1)^2}{2m} \tau_2 = n^2 \cdot \frac{\hbar k^2}{2m} \cos^2(\omega_a \tau_1) \tau_2 \sim n^2 . \quad (5.21)$$

Beide Phasenbeiträge sind proportional zu n^2 und unterscheiden daher nicht zwischen positiver und negativer Beugungsordnung. Die gesamte homogene Phase der n-ten Beugungsordnung ist somit zum Abbildungszeitpunkt T gegeben durch

$$\Theta_{\text{hom},n} = n(\varphi - \pi/2) + \Theta_{\text{trap},n} + \Theta_{\text{tof},n} . \quad (5.22)$$

Inhomogene Phasenbeiträge

Da die räumliche Dichteverteilung der einzelnen Beugungsordnungen während der Bewegung in der Falle als konstant angesetzt wird, treten in dieser Zeit keine zusätzlichen inhomogenen Phasenbeiträge auf. Erst nach dem Ausschalten der Magnetfalle beginnen die Beugungsordnungen räumlich zu expandieren, was auf einen zusätzlichen inhomogenen Phasenbeitrag hinweist. In Anhang A ist beschrieben, wie sich die Wellenfunktion eines expandierenden Kondensates einschließlich seiner Phase entwickelt. So bildet sich während der Expansion eine parabolische Phasenstruktur aus

$$\Theta_{\text{exp}} = \frac{m}{2\hbar} \frac{\dot{\lambda}_z}{\lambda_z} z^2 , \quad (5.23)$$

⁸Die Phasenentwicklung der atomaren Wellenfunktion lässt sich im Rahmen einer semiklassischen Beschreibung der Schwerpunktsbewegung (WKB-Näherung) durch die Lösung des Wirkungsintegrals entlang der klassischen Trajektorie beschreiben [Hen94].

welche durch die zeitliche Entwicklung des axialen Skalenparameter λ_z mit $\tilde{t} = \omega_r(t - \tau_1)$ gegeben ist:

$$\lambda_z = 1 + \epsilon^2 \left(\tilde{t} \arctan \tilde{t} - \ln \sqrt{1 + \tilde{t}^2} \right) \quad (5.24)$$

$$\dot{\lambda}_z = \epsilon^2 \omega_r \arctan \tilde{t}. \quad (5.25)$$

Berücksichtigt man zusätzlich, dass die einzelnen Beugungsordnungen zum Abbildungszeitpunkt um $\Delta z = 24 \mu\text{m}$ voneinander entfernt sind und ihre Wellenvektoren sich jeweils um $k(\tau_1) = k \cos(\omega_a \tau_1)$ unterscheiden, so ist der inhomogene Phasenbeitrag der n-ten Beugungsordnung zum Abbildungszeitpunkt gegeben durch:

$$\Theta_{\text{inhom},n} = \frac{m}{2\hbar} \frac{\dot{\lambda}_z}{\lambda_z} (z - n\Delta z)^2 + nk \cos(\omega_a \tau_1) \cdot (z - n\Delta z). \quad (5.26)$$

5.2.4 Die Modellfunktion

Die Wellenfunktion der n-ten Beugungsordnung ergibt sich nun durch Kombination der Dichteverteilung (Gl. 5.17) und der zugehörigen Phaseninformation (Gl. 5.22 und 5.26) zum Abbildungszeitpunkt T zu:

$$\Psi_n(T) = \sqrt{n(z - n\Delta z)} J_n(S) \times \exp [i\Theta_n], \quad (5.27)$$

$$\Theta_n = \frac{m}{2\hbar} \frac{\dot{\lambda}_z}{\lambda_z} (z - n\Delta z)^2 + n(\varphi - \pi/2) + nk(\tau_1)(z - n\Delta z) + \phi_{\text{trap},n} + \phi_{\text{tof},n}, \quad (5.28)$$

$$n(z) = \frac{\mu\pi r_r^2}{2g\lambda_z(\tau_2)} \cdot \text{Max} \left\{ 0, 1 - \frac{z^2}{R_z^2(\tau_2)} \right\}. \quad (5.29)$$

Dadurch erhält man entsprechend Gleichung 5.6 die Modellfunktion für das axiale Dichteprofil des gebeugten Kondensates nach der ballistischen Expansion unter Berücksichtigung der kohärenten Überlagerungen der Beugungsordnungen zu:

$$\rho_{\text{coh}}(z) = \left[\sum_n \sum_m \Psi_m^*(T) \Psi_n(T) \right] \otimes f_{\text{opt}}(z). \quad (5.30)$$

Die Faltung mit einer Funktion $f_{\text{opt}}(z)$ ermöglicht es zusätzlich, die Effekte der endlichen optischen Auflösung des Abbildungssystems in die Modellfunktion einzubeziehen. Die Funktion f_{opt} beschreibt dabei das Abbild einer punktförmigen Lichtquelle durch die Abbildungsoptik und ist für eine kreisförmige Apertur durch die sogenannte Airy-Scheibe gegeben. In Polarkoordinaten lässt sich diese mit der Besselfunktion erster Ordnung schreiben als [Ber93]:

$$f(r) = \frac{J_1(ar)^2}{\pi r^2} \implies f_{\text{opt}}(z) = \int_{-\infty}^{\infty} f(y, z) dy. \quad (5.31)$$

Zwei benachbarte Punkte im Abstand d lassen sich gerade noch voneinander unterscheiden, wenn das Maximum der Airy-Scheibe des ersten Punktes in das erste Minimum der

Airy-Scheibe des zweiten Punktes fällt. Dies definiert das Auflösungsvermögen $d = 3.832/\alpha$ des Abbildungssystems. Für unsere Zwecke lässt sich die integrierte Airy-Scheibe in guter Näherung durch eine normierte Gaussfunktion beschreiben

$$f_{\text{opt}}(z) \approx \frac{2}{d\sqrt{\pi}} \exp\left[-\frac{4z^2}{d^2}\right]. \quad (5.32)$$

Mit der im Experiment verwendeten Abbildungsoptik wird am Ort der Atome eine räumliche Auflösung von etwa $13 \mu\text{m}$ erreicht (siehe Abschnitt 2.5.2). Abbildung 5.3a zeigt den daraus resultierenden Einfluss auf das theoretisch zu erwartende Beugungsmuster für einen Phasenmodulationsindex von $S = 1.3$. Alle anderen Parameter entsprechen denen des Experiments. Entsprechend dem Phasenmodulationsindex S ergeben sich nach der freien Ex-

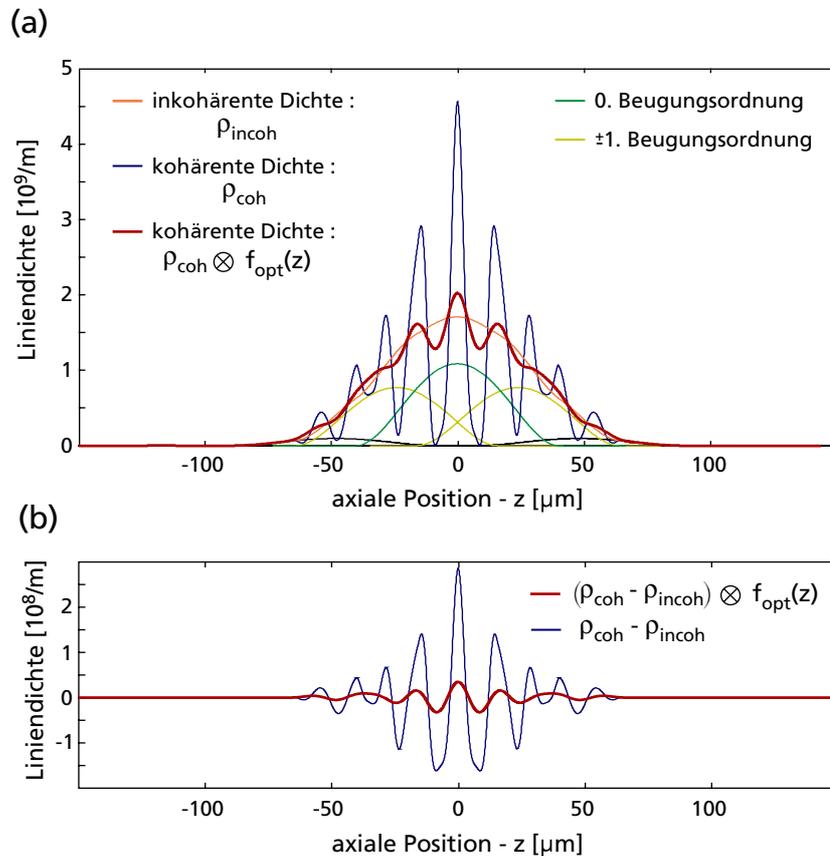


Abbildung 5.3: (a) Theoretisch simulierte Dichteprofile für $S = 1.3$. Die kohärente Überlagerung der Beugungsordnungen (blaue Kurve) unterscheidet sich von der inkohärenten Überlagerung (orange Kurve) durch die Ausbildung eines deutlichen Interferenzmusters. Die endliche Auflösung des Abbildungssystems von ca. $13 \mu\text{m}$ reduziert den Kontrast jedoch erheblich (rote Kurve). (b) Das reine Interferenzmuster wird durch die Differenz der kohärenten und inkohärenten Beugungsprofile sichtbar.

pansion die Positionen und Besetzungen der einzelnen Beugungsordnungen wie in Abbildung 5.3a dargestellt. Die inkohärente Überlagerung (orange Kurve) dieser Beugungsordnungen zeigt keinerlei Interferenzstruktur. Die kohärente Überlagerung hingegen (siehe Gl. 5.30) führt zur Ausbildung eines klaren Interferenzmusters (blaue Kurve). Durch die endliche Auflösung wird dessen Kontrast jedoch deutlich reduziert, so dass die Interferenz nur als schwache Modulation auf dem inkohärenten Dichteprofil in Erscheinung tritt (rote Kurve). Das reine Interferenzmuster lässt sich extrahieren, indem die Differenz zwischen dem kohärenten und dem inkohärenten Dichteprofil gebildet wird. Die resultierende Modulation der Liniendichte ist in Abbildung 5.3b sowohl unter Vernachlässigung (blaue Kurve) als auch unter Berücksichtigung (rote Kurve) der endlichen Auflösung des Abbildungssystems dargestellt.

Durch die Kenntnis der genauen experimentellen Parameter (Atomzahlen, Fallenparameter und zeitlicher Ablauf nach dem Beugungsprozess am Gitter) ist die Modellfunktion 5.29 nahezu vollständig bestimmt. Neben dem Phasenmodulationsindex S bleibt nur noch die Phase φ des Kondensates relativ zum Gitter als frei wählbarer Parameter. Während der Einfluss des Phasenmodulationsindex S nicht auf die kohärenten Beugungsprofile allein beschränkt ist, zeigt sich die Phase φ nur im Interferenzmuster der Beugungsordnungen. Die theoretische Simulation zeigt, dass eine veränderte Phase φ zu einer Verschiebung des Interferenzmusters im Beugungsbild führt. Abbildung 5.4 veranschaulicht dies für einen Phasenmodulationsindex $S = 1.3$ und vier verschiedene Phasen $\varphi = 0, \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}$. Sukzessive Abbildungen entsprechen somit einem Versatz des ungebeugten Kondensates relativ zum Gitter um jeweils eine viertel Gitterperiode, also um $1 \mu\text{m}$. Sowohl im Beugungsbild (Abb. 5.4a) als auch im reinen Interferenzmuster (Abb. 5.4b) erkennt man, dass die Interferenzstreifen in negative z -Richtung wandern. Nach einem Versatz des Kondensates um insgesamt eine Gitterperiode ($\varphi = 2\pi$) wird das ursprüngliche Interferenzmuster wiederhergestellt.

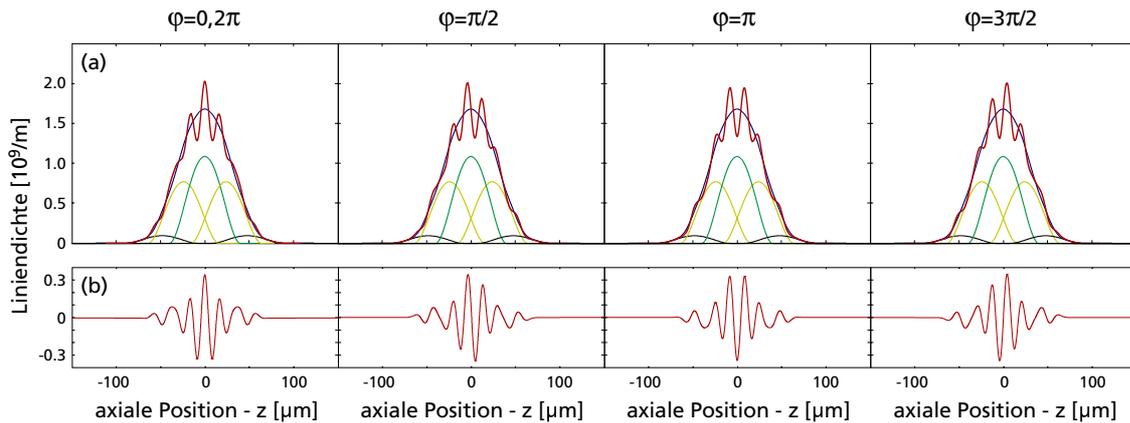


Abbildung 5.4: Einfluss der Phase φ auf (a) das kohärente Beugungsmuster (rote Linie) bzw. (b) die extrahierte Interferenzstruktur. Mit steigendem φ wandert das Interferenzmuster nach links, bevor es für $\varphi = 2\pi$ wieder seine ursprüngliche Form annimmt.

5.3 Analyse der Messdaten

Die Modellfunktion 5.30 der kohärent überlagerten Beugungsordnungen soll nun verwendet werden, um die Dichteprofile der am RF-modifizierten Gitter gebeugten Kondensate zu beschreiben. Aus der Analyse des Interferenzmusters sollte es dann möglich sein, auf die Phase φ zu schließen und damit die relative Phase $\Delta\varphi = \varphi - \pi/2$ zwischen den benachbarten Beugungsordnungen zu bestimmen.

Abbildung 5.5 zeigt anhand zweier typischer Beugungsbilder mit Phasenmodulationsindizes von $S = 1.2$ und $S = 1.4$ die Vorgehensweise zur Analyse der Messdaten. Zur besseren Anschaulichkeit ist die Absorptionaufnahme eines ungebeugten Kondensates ($S = 0$) ebenfalls dargestellt. Für jedes Beugungsbild wird zunächst der Phasenmodulationsindex S bestimmt, indem die axialen Dichteprofile (schwarze Punkte) durch die bereits bekannte inkohärente Überlagerung der einzelnen Beugungsordnungen gefittet wird (blaue Kurve).

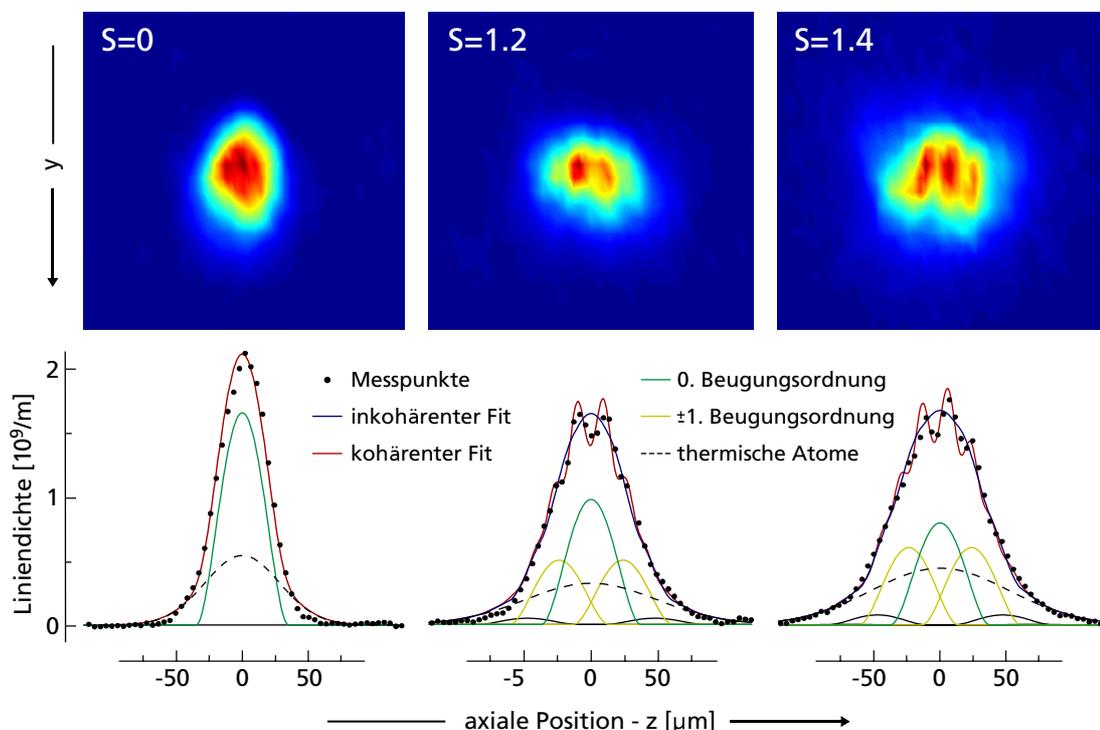


Abbildung 5.5: (a) Absorptionenaufnahmen der am RF-modifizierten Gitter gebeugten Kondensate nach 20 ms freier Expansion. Die Beugung führt neben der axialen Verbreiterung der Wolke zur Ausbildung von Interferenzstreifen, deren Kontrast jedoch durch die optische Auflösung des Abbildungssystems begrenzt ist. (b) Vertikal (y -Richtung) integrierte Dichteprofile (Punkte). Zur Bestimmung des Phasenmodulationsindex S werden die Dichteprofile durch die inkohärente Überlagerung der Beugungsordnungen gefittet (blaue Kurve). Die zusätzlich vorhandene Interferenzstruktur kann jedoch erst durch eine Modellfunktion erklärt werden, welche auf der kohärenten Überlagerung der Beugungsordnungen basiert (rote Kurve).

Obwohl diese im Überlappbereich der 0. (grüne Kurve) und ± 1 . (gelbe Kurve) Beugungsordnung Abweichungen von den tatsächlichen Messwerten zeigt, wird die Einhüllende des Beugungsprofils dadurch sehr gut beschrieben. In diesem inkohärenten Fit wird auch ein möglicher thermischer Anteil von Atomen (gestrichelte Linie) berücksichtigt (siehe Abschnitt 4.3). In einem zweiten Schritt wird nun bei festgesetztem Phasenmodulationsindex S die kohärente Modellfunktion 5.30 an die Messdaten angepasst (rote Kurve). Da diese die kohärenten Effekte der überlagerten Beugungsordnungen berücksichtigt, lässt sich damit die zusätzliche Interferenzstruktur nahezu perfekt modellieren. Der Fit liefert dann für jedes Beugungsbild die Phase φ und damit die Relativphase $\Delta\varphi = \varphi - \pi/2$ benachbarter Beugungsordnungen.

Um die gute Übereinstimmung der Messdaten mit der kohärenten Modellfunktion zu veranschaulichen, betrachten wir die reine Interferenzstruktur, also die Abweichung der Messdaten vom inkohärenten Modellprofil. In Abbildung 5.6 wird dies für die mittlere Messung aus Abbildung 5.5 mit $S = 1.2$ gezeigt. Das verbleibende Dichteprofil (Punkte) zeigt eine deutlich periodische Struktur und ist auf den Überlappungsbereich der 0. und ± 1 . Beugungsordnung (blauer Kasten) beschränkt. Durch den Fit mit der kohärenten Modellfunktion kann diese periodische Struktur sehr gut reproduziert werden und liefert als Fitparameter $\varphi \approx 3.2$ rad.

Für die Analyse der Messdaten beschränken wir uns auf die Reproduzierbarkeit des Interferenzmusters bzw. der Phase φ für verschiedene Realisierungen des Experiments. Ist diese Reproduzierbarkeit erfüllt, so ist gezeigt, dass die Beugung des Kondensates am Gitter und die weitere Entwicklung der einzelnen Beugungsordnungen phasenkohärent erfolgte [Shi04, Shi05]. Die Reproduzierbarkeit der Interferenzstruktur ist dabei direkt abhängig von der Reproduzierbarkeit der räumlichen Position des Kondensates relativ zum Gitter. Eine Fluktuation dieser Position führt zwangsläufig zu einer fluktuierenden Phase φ . Alle anderen Phasenbeiträge aus Gleichung 5.29 sind durch die experimentellen Parameter

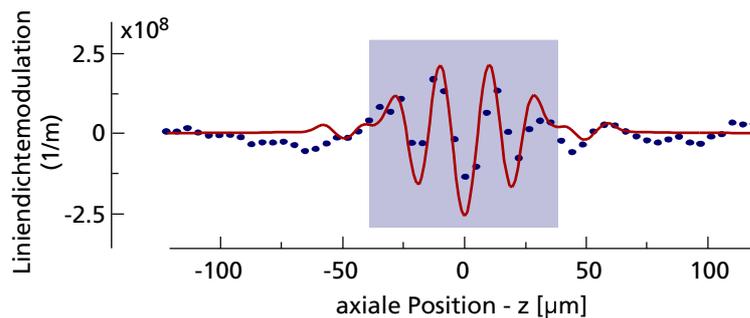


Abbildung 5.6: Interferenzstruktur überlappender Beugungsordnungen für $S = 1.2$. Die Abweichung der Messdaten vom Fit der inkohärenten Modellfunktion zeigt eine deutliche Interferenzstruktur (blaue Punkte). Diese kann durch die kohärente Modellfunktion (rote Kurve) sehr gut beschrieben werden und liefert die Phasenlage des Kondensates relativ zum Gitter zu $\varphi \approx 3.2$ rad.

festgelegt und ändern sich zwischen aufeinanderfolgenden Realisierungen des Experimentes nicht. Der Fit der Messdaten durch die kohärente Modellfunktion liefert für jedes Beugungsbild die Phase φ des Kondensates relativ zum Gitter. Abbildung 5.7 zeigt die so ermittelten Phaseninformationen. Jeder Datenpunkt stellt eine einzelne Messung dar, und die Fehlerbalken zeigen das zum Fit gehörenden Vertrauensintervall. Die Mittelung aller Messdaten liefert eine Phase $\bar{\varphi} = 3.57$ rad mit einer Standardabweichung $\sigma_{\varphi} = 0.37 \hat{=} 21^{\circ}$. Dies entspricht eine Positionierungsgenauigkeit von etwa 250 nm. Berücksichtigt man jedoch die endliche Ausdehnung des Kondensates in axialer Richtung ($\sim 50 \mu\text{m}$) und die daraus resultierende Anzahl der „beleuchteten“ Gitterstäbe (~ 12), so ist die beobachtete Phasenunschärfe nicht durch die Genauigkeit der Positionierung, sondern durch die Beugung am Gitter begrenzt. Bei einer Beleuchtung von n Gitterstäben ist die Impulsauflösung des Gitters gegeben durch $\Delta k/k = 1/n$. Dies entspricht einer Phasenauflösung von $\Delta\varphi = 2\pi/n \approx 0.5$ rad. Die beobachtete Phasenunschärfe ist somit sehr wahrscheinlich auf die endliche Ausdehnung des Kondensates zurückzuführen.

Die gute Reproduzierbarkeit des Interferenzmusters (siehe Abb. 5.7) zeigt somit, dass die Teilung des Kondensates durch die Beugung am magnetischen Gitter phasenkohärent erfolgte. Die Kontrolle der experimentellen Parameter ist damit so gut, dass sich bei aufeinanderfolgenden experimentellen Durchläufen eine deterministische, d.h. vorhersagbare, Phasenbeziehung zwischen benachbarten Beugungsordnungen einstellt. Die Interferenz der am Gitter gebeugten Kondensate stellt somit ein integriertes Materiewelleninterferometer auf dem Chip zur Verfügung. Im Gegensatz zu anderen Interferometern [Sim00, Bon01, Tor00] basiert dieses auf einem einzigen Beugungspuls. Dieser führt zu einer phasenkohärenten Teilung des Kondensates innerhalb des Wellenleiters. Erst während der abschließenden ballistischen Expansion wird der interferometrische Pfad durch die freiwerdende repulsive Wechselwirkungsenergie der Kondensatsatome geschlossen. Die Auswertung des dabei entstehende Interferenzmusters gibt Aufschluss über die relative Phase zwischen den Kondensatsteilen – in unserem speziellen Fall ($S = 1 \dots 1.5$) zwischen der 0. und ± 1 . Beu-

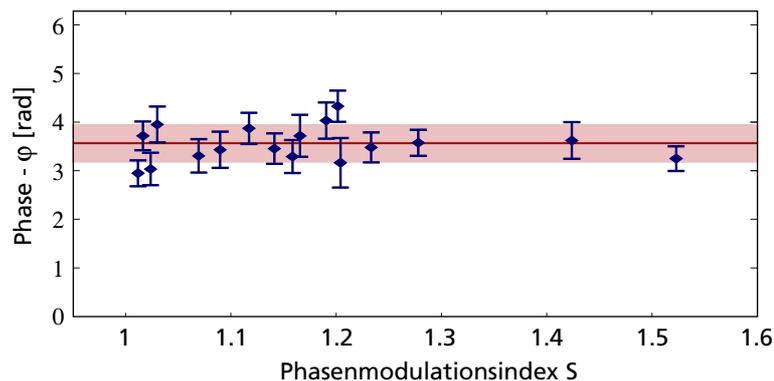


Abbildung 5.7: Phase φ , welche aus dem Fit der kohärenten Modellfunktion an die Messdaten extrahiert wurde. Jeder Datenpunkt zeigt das Ergebnis einer einzelnen Messung. Der Fehlerbalken zeigt die Standardabweichung des Fits. Die Mittelung aller Daten liefert eine Phasenungenauigkeit von etwa 21° .

gungsordnung. Neben einer Positionsverschiebung des anfänglichen Kondensates relativ zum Gitter sollten somit auch Gradienten detektierbar sein, die während der Bewegung im Wellenleiter und der anschließenden ballistischen Expansion zu einer Änderung der relativen Phaseninformation führt.

6 Zusammenfassung

Im Rahmen dieser Arbeit konnte erstmals die Beugung eines Bose-Einstein-Kondensates an einem periodischen Gitterpotential beobachtet werden, welches ausschließlich durch die Magnetfelder mikrostrukturierter Leiterbahnen auf der Oberfläche eines Atomchips realisiert wurde. Es ist damit weltweit das erste Experiment gewesen, welches die kohärente Manipulation eines Kondensates durch magnetische Potentiale auf einem Mikrochip erlaubte. Gleichzeitig gelang mittels der Beugung am magnetischen Gitter die Realisierung und Demonstration eines Interferometers auf einem Atomchip.

Das „Herz“ des magnetischen Gitters besteht aus einer Anordnung paralleler Leiterbahnabschnitte im Abstand von $2\ \mu\text{m}$. Zusammen mit einem homogenen Magnetfeld erzeugen diese ein $4\ \mu\text{m}$ periodisches Gitterpotential, dessen Modulationsamplitude zur Chipoberfläche hin exponentiell anwächst. Zur Beobachtung der Materiewellenbeugung wurde das Kondensat in eine kontrollierte Oszillation gegen das Gitter versetzt und nach anschließender ballistischer Expansion abgebildet. Die Beugung trat dabei durch eine charakteristische Veränderung der axialen Dichteverteilung des Kondensates gegenüber dem ungebeugten Kondensat in Erscheinung. Die Stärke der Beugung konnte über die Variation der Oszillationsamplitude des Kondensates eingestellt werden. Mit steigender Gitterwechselwirkung nahm dabei die axiale Ausdehnung des Kondensates zu, wohingegen die vom Gitter reflektierte Atomzahl abnahm.

Die radial integrierten Dichteprofile der so gebeugten Kondensate konnten durch ein eindimensionales Raman-Nath-Modell sehr gut interpretiert werden. In diesem Modell wird die Wechselwirkung mit dem Gitter durch die Aufprägung einer periodischen Phasenmodulation auf die Kondensatswellenfunktion beschrieben. Die Kondensatsdichte hingegen wird während der Wechselwirkungszeit als konstant vorausgesetzt. Die Phasenmodulation führt zur Ausbildung diskreter Impulsklassen bzw. Beugungsordnungen innerhalb des Kondensates. Die relativen Besetzungszahlen der Impulsklassen sind dabei einzig durch die Amplitude der Phasenmodulation, den sogenannten Phasenmodulationsindex, charakterisiert. Durch Anpassung dieser Modulationsamplitude konnten die axialen Dichteprofile der Messdaten nahezu perfekt reproduziert werden. Dazu wurde die inkohärente Überlagerung der Beugungsordnungen bis zum Abbildungszeitpunkt modelliert und mit den axialen Dichteprofilen verglichen. Der funktionale Zusammenhang zwischen der Oszillationsstärke des Kondensates gegen das Gitter und dem Phasenmodulationsindex konnte daraus bestimmt werden.

Um die Validität des Raman-Nath-Modells zu verifizieren, wurde der Beugungsprozess zusätzlich im Bändermodell beschrieben. Dieses berücksichtigt neben dem Einfluss der Wechselwirkung auf die Kondensatsphase auch den Einfluss auf dessen Amplitude. Damit wird die Besetzung der Beugungsordnungen neben dem Phasenmodulationsindex auch durch

die Wechselwirkungszeit beeinflusst. Die gute Übereinstimmung der Messdaten mit dem Raman-Nath-Modell zeigte, dass die Wechselwirkungszeit mit dem Gitter in einem Bereich unterhalb einer halben Millisekunde anzusiedeln ist.

Erste dreidimensionale numerische Berechnungen des Beugungsprozesses an einem Supercomputer in England zeigten ebenfalls eine gute Übereinstimmung mit den Ergebnissen des Raman-Nath-Modells.

Aufgrund der Form des magnetischen Gitterpotentials waren die Beugungseffekte von starken Atomzahlverlusten begleitet. Durch die Überlagerung des Gitterpotentials mit einem Radiofrequenzfeld gelang es jedoch, den Verlustkanal zu schließen und die Reflektivität des Gitters um über 100% zu erhöhen. Die Radiofrequenz führt dabei zur Ausbildung eines neuen adiabatischen Potentials, dessen Form durch das Gitterpotential und die Parameter der Radiofrequenz bestimmt ist. Durch Variation der RF-Amplitude und der RF-Frequenz gelang es so zusätzlich, die Beugungsstärke des Gitters präzise zu kontrollieren.

Die erhöhte Reflektivität des RF-modifizierten Gitters erlaubte schließlich die Beobachtung von Interferenzen zwischen benachbarten Beugungsordnungen. Diese treten auf, da der Impulsübertrag des Gitters auf die Beugungsordnungen zu klein ist, um diese während der ballistischen Expansion zu trennen. Zum Abbildungszeitpunkt sind daher die Beugungsordnungen überlagert und zeigen im Überlappbereich benachbarter Ordnungen ein charakteristisches Interferenzmuster. Dieses machte sich als zusätzliche Struktur auf dem Beugungsprofil bemerkbar. Die Modellierung der kohärenten Überlagerung der einzelnen Beugungsordnungen bis zum Abbildungszeitpunkt zeigte eine sehr gute Übereinstimmung mit den experimentell beobachteten Dichteprofilen. Die Anpassung der Modellfunktion an die Messdaten lieferte die Phasenbeziehung zwischen benachbarten Beugungsordnungen, welche auf die relative Position des Kondensates bezüglich des Gitters zurückgeführt werden kann. Für identische Wiederholungen des Experimentes beobachteten wir eine deterministische Phasenbeziehung mit einer Standardabweichung von lediglich 21° . Die Reproduzierbarkeit des Interferenzmusters beweist somit die Phasenkohärenz des Teilungsprozesses des Kondensates durch die Beugung am magnetischen Gitter. Dadurch konnte mittels der Beugung am magnetischen Gitter ein neuartiges Interferometer realisiert werden, welches auf einem einzigen Beugungspuls beruht. Die Rekombination der Kondensatsfragmente erfolgt während der ballistischen Expansion durch die dabei freiwerdende Wechselwirkungsenergie. Die Position der Interferenzstreifen gibt dabei Aufschluss über die relative Phasenbeziehung zwischen den Kondensatsteilen und ermöglicht somit die Detektion von Kräften, welche zwischen Teilung und Rekombination des Kondensates wirksam waren.

7 Ausblick

Die in dieser Arbeit erstmals demonstrierte phasenkohärente Manipulation eines Bose-Einstein-Kondensates auf einem Atomchip wird in den kommenden Jahren eine Vielzahl neuer Experimente hervorbringen. Das magnetische Gitter wird dabei um andere mikrostrukturierte Potentiale erweitert werden, die ebenfalls eine kohärente Manipulation der Wellenfunktion des Kondensates erlauben. So wird man wahrscheinlich schon bald in der Lage sein, μm -breite Tunnelbarrieren auf einem Atomchip zu implementieren. Damit ließen sich eine Vielzahl grundlegender quantenmechanischer Experimente demonstrieren. Neben der Beobachtung von Josephson-Oszillationen in einem Doppelmuldenpotential gehört dazu die Realisierung verschiedener interferometrischer Anordnungen auf dem Chip. Mittels zweier hintereinander positionierter Potentialbarrieren (bzw. Potentialmulden) ließe sich beispielsweise ein Fabry-Pérot-Interferometer für Materiewellen realisieren. Bislang kennt man solche Experimente hauptsächlich als Gedankenexperimente aus Lehrbüchern. Dennoch demonstrieren sie mit unmissverständlicher Klarheit und ohne störende Randeffekte die Grundfesten der Quantenmechanik. Die μm -strukturierten Potentialtöpfe könnten, mit Atomen befüllt, auch als Qubits Verwendung finden und somit für die Quanteninformationsverarbeitung interessant werden. Durch die Aneinanderreihung solcher Potentialtöpfe könnten ganze Qubit-Register erzeugt werden, in denen die einzelnen Quantenbits gezielt manipuliert werden könnten. Mittels optischen Mikrofallen wurde die Erzeugung solcher Register [Bir01] und die individuelle Adressierbarkeit der einzelnen Bits [Dum02] bereits demonstriert.

Gerade die Entwicklung und Integration interferometrischer Sensoren auf einem Atomchip wird in den nächsten Jahren zunehmend an Bedeutung gewinnen. Mit den in dieser Arbeit realisierten Experimenten ist ein erster Schritt in diese Richtung geglückt. In einigen Jahren könnte es gelingen, solche Sensoren in einem portablen Gerät zu integrieren und zur Marktreife zu führen. Im Vergleich zu optischen Interferometern zeichnen sich die Atominterferometer dabei durch eine größere Anzahl möglicher Anwendungsgebiete aus. Im Gegensatz zu Photonen reagieren Atome auch auf magnetische und elektrische Felder und können somit zu deren Detektion eingesetzt werden. Das auf der Beugung am Gitter basierende Interferometer könnte dabei neben der Detektion von Kräften auch für die Detektion von Kraftgradienten bzw. höheren Ableitungen von Interesse sein. Das Interferenzmuster beruht nämlich nicht nur auf der Überlagerung zweier phasenkohärenter Kondensatsteile, sondern auf der Überlagerung vieler kohärenter Beugungsordnungen. Räumliche Kraftgradienten führen daher zu einem Phasenunterschied benachbarter Beugungsordnungen, welcher abhängig von der räumlichen Bewegung der entsprechenden Kondensatsteile ist. Die Auswertung des Interferenzmusters könnte Aufschluss über diese verschiedenen Relativphasen geben und dadurch die Detektion von Kraftgradienten und Krümmungen erlauben.

Die Weiterführung der in dieser Arbeit begonnenen Beugungs- und Interferenzexperimente könnten zudem einen tieferen Einblick in die Kondensatsphysik erlauben. So ermöglicht die kohärente Teilung und anschließende Interferenz eines Kondensates, bei eingeschalteter nichtlinearer Wechselwirkung [Gün05b, Gün07], einen Blick in die Physik jenseits der Gross-Pitaevskii-Theorie. Eine Messung der Dephasierungszeit, mit der das mittlere Interferenzmuster eines kohärent geteilten Kondensates verschwindet, würde beispielsweise Aufschluss über die Teilchenzahlfluktuationen in den einzelnen Kondensatsteilen geben. Gerade wegen der interatomaren Wechselwirkung sollten diese Fluktuationen aus energetischen Gründen jedoch unterdrückt sein und daher längere Dephasierungszeiten zu beobachten sein. Tatsächlich gelang es Jo et al. [Jo07], bei der kohärenten Teilung eines Kondensates im Ortsraum, eine solche Verlängerung der Dephasierungszeit nachzuweisen. Solche Fluktuationen sind in der Gross-Pitaevskii-Theorie nicht enthalten und lassen sich erst in einem zweitquantisierten Modell erklären. Bis dato gibt es allerdings nur wenige Experimente, die eine Verifizierung dieser Theorie erlauben.

In diesem Zusammenhang wäre es nützlich, die Teilchenzahlfluktuationen in den Beugungsordnungen bzw. die Korrelationen zwischen den Ordnungen direkt messen zu können. Mittels einer normalen Absorptionsabbildung ist dies mit Sub-Poissonscher Genauigkeit nicht möglich. Ein Einzelatomdetektor, wie er derzeit in unserem Experiment implementiert wird [Kra07], wäre dazu jedoch in der Lage. Dazu muss die Quanteneffizienz des Detektors mehr als 50% betragen [Cam06]. In ersten Messungen konnte dies gerade erreicht werden [Sti07]. Durch die Kombination eines solchen Einzelatomdetektors mit dem magnetischen Gitter könnte somit der Einfluss der Wechselwirkung auf die Atomzahlfluktuationen untersucht werden.

Prinzipiell ist die Beugung einer Materiewelle am Chip nicht auf periodische Potentiale beschränkt. So könnten durch die Beugung eine Vielzahl μm oder sub- μm strukturierter Potentialgeometrien untersucht werden. Das Beugungsbild nimmt dabei für jede dieser Geometrien eine charakteristische Form an und enthält zusätzliche Interferenzstrukturen. Damit ließe sich eine Art Oberflächenholographie realisieren, bei der durch die Beobachtung des Beugungs- bzw. Interferenzmusters auf die Potentialstruktur zurückgeschlossen werden kann. Solch ein Verfahren funktioniert umso besser, je kleiner die Strukturen sind. Gerade im Hinblick auf die Realisierung immer kleinerer Potentialgeometrien und die Erforschung oberflächennaher Wechselwirkungen könnte solch ein Verfahren ungemein wichtig werden. Dabei ist man nicht einmal auf magnetische Potentiale begrenzt. So sollte bereits eine geometrisch strukturierte Oberfläche für die Beugung ausreichen. Die Wechselwirkung mit dem Kondensat ist dann durch die van der Waals Wechselwirkung gegeben, welche wenige hundert Nanometer über der Oberfläche einsetzt. Um trotz der attraktiven Natur dieser Wechselwirkung eine Beugung zu beobachten, könnte das Potential mit dem evaneszenten Lichtfeld eines blau-verstimmten Lasers überlagert werden. Damit müsste es möglich sein, das Kondensat bis auf wenige zehn Nanometer an die Substratoberfläche heranzuführen, bevor es vom Lichtfeld reflektiert wird. Ohne die Oberfläche zu berühren, wäre es somit möglich, die Atome in den Wirkungsbereich der van der Waals Wechselwirkung zu bringen und deren Wirkung auf die Atome zu untersuchen.

A Expandierende Kondensate

In diesem Kapitel soll die zeitliche Entwicklung der Kondensatswellenfunktion während der ballistischen Expansion untersucht werden. Dazu werden Lösungen der Gross-Pitaevskii Gleichung im zeitunabhängigen und zeitabhängigen parabolischen Potential vorgestellt. Die Herleitungen und Formeln basieren auf [Cas96] und [Dal99].

Gross-Pitaevskii-Gleichung

Die zeitliche Entwicklung der Wellenfunktion eines Kondensates im Potential $U(\mathbf{r}, t)$ ist unter Berücksichtigung der interatomaren Wechselwirkung durch die Lösung der zeitabhängigen Gross-Pitaevskii-Gleichung gegeben:

$$i\hbar\partial_t\Psi(\mathbf{r}, t) = \left[-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + U(\mathbf{r}, t) + g|\Psi(\mathbf{r}, t)|^2 \right] \Psi(\mathbf{r}, t), \quad g = \frac{4\pi\hbar^2 a_0}{m}. \quad (\text{A.1})$$

Diese unterscheidet sich von der Schrödinger-Gleichung durch den zusätzlichen nichtlinearen Wechselwirkungsterm $g|\Psi(\mathbf{r})|^2$, dessen Stärke durch die Kopplungskonstante g und somit durch die interatomare s-Wellen-Streulänge a_0 bestimmt ist. Für ^{87}Rb beträgt diese Streulänge $a_0 = 5.77 \text{ nm}$.

Ist das Potential zeitunabhängig, d.h. $U(\mathbf{r}, t) = U(\mathbf{r})$, so erhält man stationäre Lösungen¹ der Gleichung A.1 zum Energieeigenwert μ in der Form

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = \phi(\mathbf{r}) \exp\left(-\frac{i}{\hbar} \mu t\right) \quad (\text{A.2})$$

durch die Lösung der zeitunabhängigen Gross-Pitaevskii-Gleichung:

$$\mu\phi(\mathbf{r}) = \left[-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + U(\mathbf{r}) + g|\phi(\mathbf{r})|^2 \right] \phi(\mathbf{r}). \quad (\text{A.3})$$

Kondensate in statischen parabolischen Potentialen

Wir betrachten zuerst ein Kondensat in einem durch die Fallenfrequenzen ω_i , $i = 1, 2, 3$ charakterisierten, zeitunabhängigen, parabolischen Potential:

$$U(\mathbf{r}) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 m \omega_i^2 x_i^2. \quad (\text{A.4})$$

¹Stationäre Zustände zeigen eine zeitunabhängige Kondensatsdichte. Sie sind gleichzeitig Eigenzustände des Energieoperators.

Die gemittelte Fallenfrequenz ω_{ho} und die harmonische Oszillatorlänge² a_{ho} schreiben sich als:

$$\omega_{\text{ho}} = (\omega_1 \omega_2 \omega_3)^{1/3}, \quad a_{\text{ho}} = \left(\frac{\hbar}{m\omega_{\text{ho}}} \right)^{1/2}. \quad (\text{A.5})$$

Die Grundzustandswellenfunktion eines Kondensates in diesem Potential ist durch die Lösung der zeitunabhängigen Gross-Pitaevskii-Gleichung A.3 gegeben. In Thomas-Fermi-Näherung starker Wechselwirkung kann dabei der kinetische Energieterm $-\hbar^2 \nabla^2 / 2m$ vernachlässigt werden und man erhält die Dichteverteilung des Kondensates als Abbild des zugrunde liegenden Potentials:

$$n(\mathbf{r}) = |\phi(\mathbf{r})|^2 = \text{Max} \left\{ 0, \frac{\mu - U(\mathbf{r})}{g} \right\}. \quad (\text{A.6})$$

Für den Fall des harmonischen Oszillatorpotentials A.4 wird daher die Dichteverteilung durch eine invertierte Parabel beschrieben

$$n(\mathbf{r}) = \text{Max} \left\{ 0, \frac{\mu - \sum_i \frac{1}{2} m \omega_i^2 x_i^2}{g} \right\} = \frac{\mu}{g} \text{Max} \left\{ 0, 1 - \sum_i \frac{x_i^2}{R_i^2} \right\}, \quad (\text{A.7})$$

deren räumliche Ausdehnung die Form eines Ellipsoids mit den Halbachsen (Thomas-Fermi-Radien) R_i annimmt:

$$R_i = \sqrt{\frac{2\mu}{m}} \frac{1}{\omega_i}. \quad (\text{A.8})$$

Das chemische Potential μ ist dabei über die Normierung der Dichteverteilung auf die Gesamtatomzahl N gegeben:

$$\int |\phi(\mathbf{r})|^2 d^3\mathbf{r} \stackrel{!}{=} N \implies \mu = \frac{\hbar\omega_{\text{ho}}}{2} \left(\frac{15Na_0}{a_{\text{ho}}} \right)^{2/5}. \quad (\text{A.9})$$

Die stationäre Grundzustandswellenfunktion eines Kondensates im parabolischen Potential ist somit gegeben durch:

$$\phi(\mathbf{r}) = \sqrt{n(\mathbf{r})} e^{i\Theta} \implies \Psi(\mathbf{r}, t) = \sqrt{n(\mathbf{r})} \exp \left[-\frac{i}{\hbar} \mu t \right]. \quad (\text{A.10})$$

Die Phase Θ der Kondensatswellenfunktion ist dabei über die gesamte Ausdehnung des Kondensates konstant und kann o.B.d.A. Null gesetzt werden. Dies wird verständlich, wenn man bedenkt, dass eine räumlich variierende Phase mit einem Phasengradienten $\nabla\Theta$ und daher mit einer Geschwindigkeit $v \sim \nabla\Theta$ verbunden ist. Dies führt zu einem Teilchenfluss innerhalb des Kondensates und somit zu einer zeitlichen Änderung der Kondensatsdichte. Dies widerspricht der Annahme, dass $\phi(\mathbf{r})$ eine stationäre Lösung der Gross-Pitaevskii-Gleichung sein soll.

²Die harmonische Oszillatorlänge charakterisiert die Ausdehnung des Grundzustands im harmonischen Oszillator für nicht wechselwirkende Teilchen.

Kondensate in dynamischen parabolischen Potentialen

Im Fall eines zeitlich variablen, parabolischen Potentials, welches durch die zeitabhängigen Fallenfrequenzen $\omega_i(t)$, $i = 1, 2, 3$ charakterisiert ist

$$U(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 m \omega_i^2(t) x_i^2, \quad (\text{A.11})$$

lässt sich die zeitabhängige Gross-Pitaevskii-Gleichung A.1 durch einen Skalierungsansatz der Wellenfunktion mit der Form

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = \exp \left[-i\gamma(t) + \frac{i}{2\hbar} \sum_i m x_i^2 \frac{\dot{\lambda}_i(t)}{\lambda_i(t)} \right] \times \frac{\tilde{\Psi} \left(\left\{ \frac{x_i}{\lambda_i(t)} \right\}_{i=1,2,3}, t \right)}{\sqrt{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3}} \quad (\text{A.12})$$

lösen. Der globale Phasenfaktor $\exp(-i\gamma(t))$ und die Anfangsbedingung der Wellenfunktion $\tilde{\Psi}(\mathbf{r}, t)$ sind dabei so zu wählen, dass folgende Gleichungen erfüllt sind:

$$\hbar \dot{\gamma}(t) = \frac{\mu}{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3}, \quad \tilde{\Psi}(\mathbf{r}, 0) = \Psi(\mathbf{r}, 0). \quad (\text{A.13})$$

Die gesamte Dynamik der makroskopischen Wellenfunktion steckt somit in der zeitlichen Entwicklung der Skalenparameter λ_i , welche sich aus der Lösung eines gekoppelten Differentialgleichungssystems ergeben:

$$\ddot{\lambda}_i(t) = \frac{\omega_i^2(0)}{\lambda_i \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3} - \omega_i^2(t) \lambda_i \quad \text{mit} \quad \lambda_i(0) = 1, \quad i = 1, 2, 3. \quad (\text{A.14})$$

Die Kondensatsdichte bleibt daher nach Gleichung A.12 invariant parabolisch

$$n(\mathbf{r}, t) = \text{Max} \left\{ 0, \frac{\mu - \sum_i \frac{1}{2} m \omega_i^2(0) \frac{x_i^2}{\lambda_i^2}}{g \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3} \right\} = \frac{\mu}{g \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3} \text{Max} \left\{ 0, 1 - \sum_i \frac{x_i^2}{R_i^2(t)} \right\}, \quad (\text{A.15})$$

und hat wie im Fall des statischen, parabolischen Potentials die räumliche Ausdehnung eines Ellipsoids mit den Halbachsen (Thomas-Fermi-Radien)

$$R_i(t) = \sqrt{\frac{2\mu}{m}} \frac{\lambda_i(t)}{\omega_i(0)} = \lambda_i(t) \cdot R_i(0). \quad (\text{A.16})$$

Das chemische Potential ist wieder über die Normierung der Dichteverteilung auf die Gesamtatomzahl N bestimmt und durch die Fallenfrequenzen zum Zeitpunkt $t = 0$ festgelegt:

$$\mu = \frac{\hbar \omega_{\text{ho}}(0)}{2} \left(\frac{15 N a_0}{a_{\text{ho}}(0)} \right)^{2/5}. \quad (\text{A.17})$$

Die Wellenfunktion des Kondensates im zeitlich veränderlichen parabolischen Potential ist entsprechend Gleichung A.12 und A.15 gegeben durch:

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = \sqrt{n(\mathbf{r}, t)} \times \exp \left[-i\gamma(t) + \frac{i}{2\hbar} \sum_i m x_i^2 \frac{\dot{\lambda}_i(t)}{\lambda_i(t)} \right], \quad \hbar\dot{\gamma}(t) = \frac{\mu}{\lambda_1\lambda_2\lambda_3}. \quad (\text{A.18})$$

Diese Lösung beinhaltet auch den Fall des zeitunabhängigen, parabolischen Potentials. Mit $\lambda_i(t) = 1$ werden dann die bekannten Lösungen A.7 und A.10 reproduziert.

Frei expandierende Kondensate

Mit der Methode der Skalenparameter lässt sich nun die Wellenfunktion eines frei expandierenden Kondensates aufstellen. Wir betrachten dazu ein Kondensat, welches zum Zeitpunkt $t = 0$ aus einer zigarrenförmigen Falle mit der axialen und radialen Fallenfrequenz ω_a und ω_r entlassen wird. Damit gilt für die zeitabhängigen Fallenfrequenzen während der Expansion:

$$\omega_i(t) = 0 \quad \forall t > 0, \quad \omega_1(0) = \omega_2(0) = \omega_r, \quad (\text{A.19})$$

$$\omega_3(0) = \omega_z. \quad (\text{A.20})$$

Die zeitabhängigen Skalenparameter $\lambda_{z/r}$ ergeben sich aus der Lösung des Differentialgleichungssystems A.14 zu:

$$\lambda_r(\tau) = \sqrt{1 + \tau^2}, \quad (\text{A.21})$$

$$\lambda_z(\tau) = 1 + \epsilon^2 \left(\tau \arctan \tau - \ln \sqrt{1 + \tau^2} \right). \quad (\text{A.22})$$

Dabei ist $\tau := \omega_r t$ ein einheitenloser Zeitparameter und $\epsilon := \omega_z / \omega_r \ll 1$ das Aspekt-Verhältnis der Falle.

Zu Beginn der Expansion ist die Form des Kondensates durch eine Parabel mit den Thomas-Fermi-Radien $r_{z/r}$ gegeben (siehe Gl. A.8):

$$r_z = \sqrt{\frac{2\mu}{m}} \frac{1}{\omega_z}, \quad r_r = \sqrt{\frac{2\mu}{m}} \frac{1}{\omega_r}. \quad (\text{A.23})$$

Das chemische Potential μ ist durch die Normierung auf die Gesamtatomzahl fest vorgegeben:

$$\mu = \frac{\hbar\omega_{\text{ho}}}{2} \left(\frac{15Na_0}{a_{\text{ho}}} \right)^{2/5}, \quad \omega_{\text{ho}} = (\omega_z\omega_r^2)^{1/3}, \quad a_{\text{ho}} = \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega_{\text{ho}}}}. \quad (\text{A.24})$$

Während der Expansion bleibt die Parabelform des Kondensates erhalten. Die zeitliche Entwicklung der Thomas-Fermi-Radien ist durch die Skalenparameter beschrieben:

$$R_z(t) = \lambda_z(t) \cdot r_z, \quad R_r(t) = \lambda_r(t) \cdot r_r. \quad (\text{A.25})$$

Damit ist insbesondere das Aspekt-Verhältnis des Kondensates während der Expansion unabhängig von der Atomzahl

$$\eta(t) = \frac{R_r(t)}{R_z(t)} = \epsilon \frac{\lambda_r(t)}{\lambda_z(t)}. \quad (\text{A.26})$$

Die Dichteverteilung des Kondensates während der freien Expansion ist gegeben durch

$$n_{3\text{D}}(\mathbf{r}) = \frac{\mu}{g\lambda_z\lambda_r^2} \cdot \text{Max} \left\{ 0, 1 - \frac{x^2 + y^2}{R_r^2(t)} - \frac{z^2}{R_z^2(t)} \right\}. \quad (\text{A.27})$$

Oft benötigt man auch die über eine radiale Richtung³ bzw. die über zwei radiale Richtungen⁴ integrierten Dichteprofile:

$$n_{2\text{D}}(\mathbf{r}, t) = \frac{4\mu r_r}{3g\lambda_z\lambda_r} \cdot \text{Max} \left\{ 0, 1 - \frac{y^2}{R_r^2(t)} - \frac{z^2}{R_z^2(t)} \right\}^{3/2}, \quad (\text{A.28})$$

$$n_{1\text{D}}(z, t) = \frac{\mu\pi r_r^2}{2g\lambda_z} \cdot \text{Max} \left\{ 0, 1 - \frac{z^2}{R_z^2(t)} \right\}^2. \quad (\text{A.29})$$

Die zugehörigen Wellenfunktionen des Kondensates während der Expansion sind folglich gegeben durch:

$$\Psi_{3\text{D}}(\mathbf{r}, t) = \sqrt{n_{3\text{D}}(\mathbf{r}, t)} \times \exp \left[i \sum_i \frac{\alpha_i}{2} x_i^2 - i \gamma(t) \right], \quad (\text{A.30})$$

$$\Psi_{2\text{D}}(\mathbf{r}, t) = \sqrt{n_{2\text{D}}(\mathbf{r}, t)} \times \exp \left[i \frac{\alpha_y y^2 + \alpha_z z^2}{2} - i \gamma(t) \right], \quad (\text{A.31})$$

$$\Psi_{1\text{D}}(z, t) = \sqrt{n_{1\text{D}}(z, t)} \times \exp \left[i \frac{\alpha_z}{2} z^2 - i \gamma(t) \right], \quad (\text{A.32})$$

mit $\alpha_i = \frac{m}{\hbar} \frac{\dot{\lambda}_i}{\lambda_i}$, $\hbar\dot{\gamma} = \frac{\mu}{\lambda_1\lambda_2\lambda_3}$. (A.33)

³z.B. bei der Absorptionsabbildung entlang einer radialen Richtung

⁴z.B. für die Bestimmung der axialen Liniendichte des Kondensates

B Schrödinger-Gleichung im periodischen Potential

B.1 Blochsches Theorem

Wir suchen die stationären Lösungen der zeitunabhängigen Schrödinger-Gleichung (SG) für ein periodisches Potential $U(x)$ mit der Periodenlänge a :

$$E \Psi(x) = \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + U(x) \right) \Psi(x), \quad U(x+a) = U(x). \quad (\text{B.1})$$

Zerlegt man dieses Potential in seine Fourier-Komponenten, so erhält man:

$$U(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} U_n e^{ink_0 x} \quad \text{mit} \quad k_0 = \frac{2\pi}{a}. \quad (\text{B.2})$$

Da die Wellenfunktion $\Psi(x)$ in einem endlichen Raum der Länge L „existiert“, kann auch sie als Fourier-Reihe geschrieben werden:

$$\Psi(x) = \sum_{k'} C(k') e^{ik'x} \quad \text{mit} \quad k' = \frac{2\pi n}{L}, \quad n \in \mathbb{Z}. \quad (\text{B.3})$$

Dabei ist jedoch zu gewährleisten, dass $L \gg a$ und somit $\Delta k = 2\pi/L \ll k_0$ ist. Setzt man die Fourier-Entwicklungen der Wellenfunktion (Gl. B.3) und des Potentials (Gl. B.2) in die Schrödinger-Gleichung B.1 ein, so erhält man eine algebraische Gleichung

$$\sum_{k'} \left\{ (\lambda_{k'} - E) C(k') + \sum_n U_n C(k' - nk_0) \right\} e^{ik'x} \stackrel{!}{=} 0 \quad \text{mit} \quad \lambda_{k'} = \frac{\hbar^2 k'^2}{2m}, \quad (\text{B.4})$$

welche für alle $x, k' \in \mathbb{R}$ nur dann erfüllt sein kann, wenn jeder Summand einzeln verschwindet. Damit erhält man ein Gleichungssystem, welches die Entwicklungskoeffizienten $C(k')$ der Wellenfunktion miteinander koppelt:

$$\forall k' \in \mathbb{R}: \quad (\lambda_{k'} - E) C(k') + \sum_n U_n C(k' - nk_0) = 0 \quad \text{mit} \quad \lambda_{k'} = \frac{\hbar^2 k'^2}{2m}. \quad (\text{B.5})$$

Für ein gegebenes $k \in \mathbb{R}$ findet dabei jedoch keine Kopplung zwischen allen möglichen Impulskomponenten $C(k')$ statt, sondern entsprechend Gleichung B.5 nur zwischen Impulskomponenten, deren Wellenvektor um ein ganzzahliges Vielfaches mk_0 vom Impuls k verschoben ist, also nur eine Kopplung der Koeffizienten $C(k - mk_0)$, $m \in \mathbb{Z}$ untereinander.

Damit reduziert sich für ein gegebenes $k \in \mathbb{R}$ das Gleichungssystem B.5 auf diejenigen k' , welche mit k koppeln:

$$\forall k' \in [k + mk_0, m \in \mathbb{Z}] : (\lambda_{k'} - E) C(k') + \sum_n U_n C(k' - nk_0) = 0. \quad (\text{B.6})$$

Für ein spezielles $k \in \mathbb{R}$ bestehen somit die Eigenfunktionen Ψ_k der SG B.1 aus einer Überlagerung ebener Wellen mit Wellenvektoren $k + mk_0$, denn nur diese koppeln in Gleichung B.6 miteinander. Da eine Verschiebung von k um ein ganzzahliges Vielfaches von k_0 , $k \rightarrow k + mk_0, m \in \mathbb{Z}$, das Gleichungssystem B.6 invariant lässt und damit zu den gleichen Eigenfunktionen Ψ_k führt, lässt sich k auf Werte zwischen $-k_0/2$ und $+k_0/2$ beschränken.

Wendet man diese Erkenntnisse über die Eigenfunktionen der SG im periodischen Potential an, so erhält man mit Hilfe von Gleichung B.3 das **Blochsche Theorem**:

Zu jedem $k \in [-k_0/2, +k_0/2]$ existieren Lösungen Ψ_k der SG B.1 in der Form

$$\Psi_k(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C(k - nk_0) e^{i(k-nk_0)x} = u_k(x) e^{ikx} \quad (\text{B.7})$$

$$\text{mit } u_k(x) := \sum_{n=-\infty}^{\infty} C(k - nk_0) e^{-ink_0x}. \quad (\text{B.8})$$

Dabei ist $u_k(x)$ eine gitterperiodische Funktion bezüglich a :

$$u_k(x + a) = u_k(x) e^{-ink_0a} = u_k(x) e^{-2\pi i n} = u_k(x). \quad (\text{B.9})$$

Insbesondere ist der Impulseigenzustand e^{ikx} kein Eigenzustand des Hamiltonian im periodischen Potential.

B.2 Eigenzustände und Eigenenergien

Um die Energien und Eigenfunktionen zu einem speziellen $k \in \mathbb{R}$ zu bestimmen, muss das Gleichungssystem B.6 für alle $C(k + mk_0), m \in \mathbb{Z}$ gelöst werden. Im Normalfall reicht es dabei aus, sich auf ein maximales $M := m_{\max}$ zu beschränken. Das Gleichungssystem B.6 liefert dann $2M + 1$ gekoppelte Gleichungen für die ebenso vielen Koeffizienten $C(k - Mk_0), \dots, C(k + Mk_0)$. In der Regel besitzt dieses Gleichungssystem $2M+1$ verschiedene Lösungen, die nachfolgend durch den Bandindex $b = -M, \dots, +M$ unterschieden werden. Die Lösung des Gleichungssystems liefert damit die Entwicklungskoeffizienten $C_b(k + mk_0)$ der $2M + 1$ Eigenfunktionen Ψ_k^b mit den zugehörigen Eigenwerten $E_b(k)$.

Im Folgenden soll dieses Verfahren an einem periodisches Potential der Form

$$U = A \cos(k_0x) = \frac{A}{2} \left(e^{ik_0x} + e^{-ik_0x} \right) \quad (\text{B.10})$$

demonstriert werden. Im Experiment wird solch ein Potential durch das magnetische Gitter erzeugt. Die Fourier-Entwicklung des Potentials beinhaltet entsprechend Gleichung B.2 nur

die Komponenten $U_{\pm 1} = A/2$. Für $k \in [-k_0/2, +k_0/2]$ und einen maximalen Bandindex M lässt sich nun das Gleichungssystem B.6 als Matrix-Vektorprodukt formulieren:

$$\begin{pmatrix} \frac{\hbar^2(k-Mk_0)^2}{2m} - E & \frac{A}{2} & 0 & 0 & 0 \\ & \dots & & & \\ 0 & \frac{A}{2} & \frac{\hbar^2 k^2}{2m} - E & \frac{A}{2} & 0 \\ & & & \dots & \\ 0 & 0 & 0 & \frac{A}{2} & \frac{\hbar^2(k+Mk_0)^2}{2m} - E \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} C(k-Mk_0) \\ \dots \\ C(k) \\ \dots \\ C(k+Mk_0) \end{pmatrix} = 0 \quad (\text{B.11})$$

Der Spaltenvektor enthält dabei die gesuchten Koeffizienten $C(k - nk_0)$, welche entsprechend Gleichung B.3 die Projektionen der Eigenfunktion $|\Psi_k\rangle$ auf die Impulseigenzustände $|k - nk_0\rangle$ darstellen:

$$C(k - nk_0) = \langle k - nk_0 | \Psi_k \rangle. \quad (\text{B.12})$$

Die Diagonalisierung der Matrix aus Gleichung B.11 liefert zu jedem $k \in [-k_0/2, +k_0/2]$ die $2M+1$ Lösungen des Gleichungssystems, welche durch die $2M+1$ Eigenwerte $E_b(k)$, $b = -M \dots M$ und die zugehörigen Eigenzustände $|\Psi_k^b\rangle$ charakterisiert sind:

$$\Psi_k^b(x) = \sum_n C_b(k - nk_0) e^{i(k - nk_0)x} \quad \text{bzw.} \quad |\Psi_k^b\rangle = \sum_n C_b(k - nk_0) |k - nk_0\rangle. \quad (\text{B.13})$$

Freies Teilchen

Setzt man im Potential B.10 die Amplitude $A = 0$, so verschwindet das Potential und die Lösung des Gleichungssystem B.11 liefert die Eigenenergien und Eigenzustände eines freien Teilchens. Das Gleichungssystem nimmt dabei folgende Form an:

$$\begin{pmatrix} \frac{\hbar^2(k-Mk_0)^2}{2m} - E & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & \dots & & & \\ 0 & 0 & \frac{\hbar^2 k^2}{2m} - E & 0 & 0 \\ & & & \dots & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\hbar^2(k+Mk_0)^2}{2m} - E \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} C(k-Mk_0) \\ \dots \\ C(k) \\ \dots \\ C(k+Mk_0) \end{pmatrix} = 0 \quad (\text{B.14})$$

Die Matrix ist bereits diagonal und liefert zu $k \in [-k_0/2, +k_0/2]$ die $2M+1$ Eigenwerte

$$E_b = \frac{\hbar^2(k - bk_0)^2}{2m}, \quad b = -M, \dots, +M \quad (\text{B.15})$$

mit den zugehörigen Eigenvektoren:

$$\Psi_k^b = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{pmatrix}, \dots, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \dots \\ 1 \end{pmatrix} \implies \Psi_k^b(x) = e^{i(k - bk_0)x}, \quad b = -M, \dots, +M.$$

Damit sind die Eigenfunktionen eines Teilchens im potentialfreien Raum durch die Impulzeigenzustände $|k - bk_0\rangle, b = -M, \dots, +M$ gegeben.

Abbildung B.1a veranschaulicht die Lösung der SG im potentialfreien Raum. Die rote Kurve zeigt für jedes $k \in [-k_0/2, +k_0/2]$ die zugehörigen Energieeigenwerte E_b in den einzelnen Bändern. Dabei sind für $k = 0$ die Energien $E_{\pm b}$ und für $k = \pm k_0/2$ die Energien $E_b, E_{-b\pm 1}$ entartet. Berücksichtigt man, dass im speziellen Fall eines freien Teilchens die Impulzeigenzustände $|k\rangle$ gleichzeitig Eigenzustände der SG zum Eigenwert $E(k) = (\hbar k)^2/2m$ sind, so lassen sich die Eigenwerte der SG auch direkt gegen die Impulzeigenwerte $k \in \mathbb{R}$ auftragen. Man erhält die „aufgeklappte“ Bandstruktur (schwarze Linie), welche die Dispersionsrelation eines freien Teilchens widerspiegelt.

Teilchen im periodischen Potential

Sei nun das Potential $U = A \cos(k_0 x) \neq 0$. Das Gleichungssystem B.11 wird dann gelöst, indem die zugehörige Matrix

$$\begin{pmatrix} \frac{\hbar^2(k-Mk_0)^2}{2m} - E & \frac{A}{2} & 0 & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \frac{A}{2} & \frac{\hbar^2 k^2}{2m} - E & \frac{A}{2} & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \frac{A}{2} & \frac{\hbar^2(k+Mk_0)^2}{2m} - E \end{pmatrix} \quad (\text{B.16})$$

diagonalisiert wird. Dies liefert für alle $k \in [-k_0/2, +k_0/2]$ die Eigenfunktionen $|\Psi_k^b\rangle$, welche aus Überlagerungen der verschiedenen Impulskomponenten $|k - nk_0\rangle, n = -M \dots M$ bestehen.

$$|\Psi_k^b\rangle = \sum_n C_b(k - nk_0) |k - nk_0\rangle. \quad (\text{B.17})$$

Die Darstellung der Eigenfunktionen im Impulsraum ist dabei durch die Projektionen

$$\langle k' | \Psi_k^b \rangle = \sum_n C_b(k - nk_0) \delta(k' - (k - nk_0)) \quad (\text{B.18})$$

gegeben. Abbildung B.1b zeigt die zugehörigen Energieeigenwerte. Im Vergleich zur Bandstruktur des freien Teilchens sind die Entartungen der Energien für $k = 0, \pm k_0/2$ aufgehoben. Insbesondere ist das 0. Band vom ± 1 . Band durch eine Bandlücke getrennt, deren Größe durch die Amplitude A des periodischen Potentials gegeben ist.

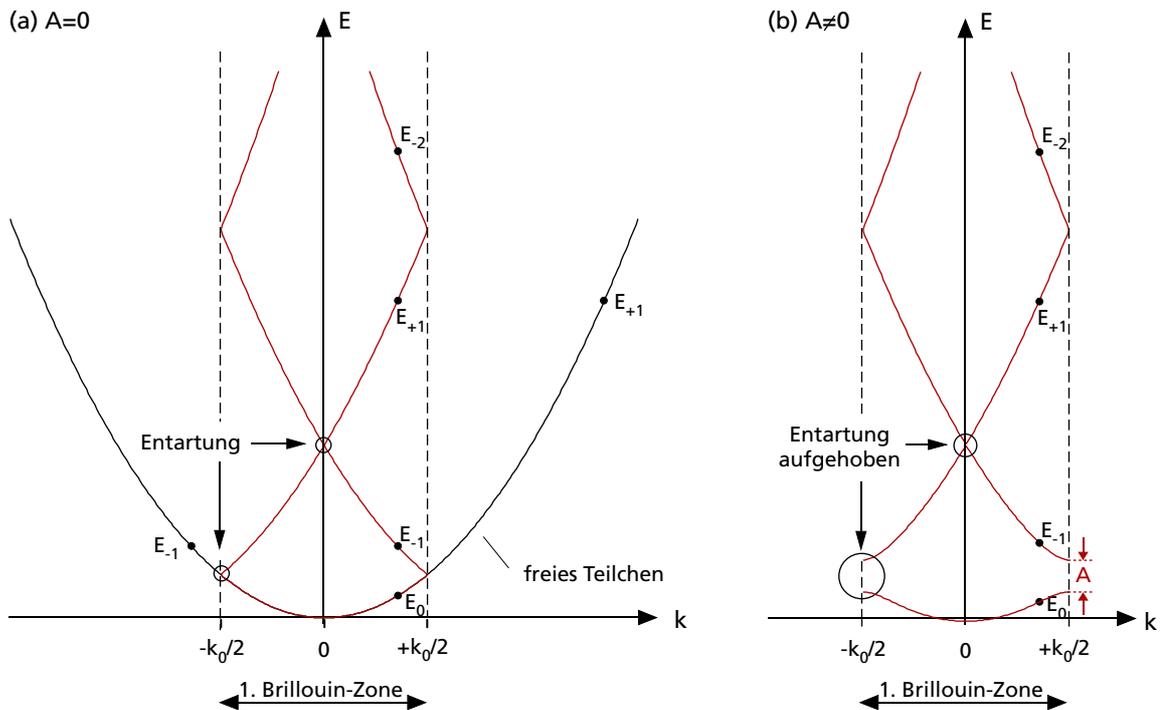


Abbildung B.1: (a) Bandstruktur eines Teilchens im potentialfreien Raum: Für jedes $k \in [-k_0/2, +k_0/2]$ (1. Brillouin-Zone) besitzt die SG Eigenfunktionen Ψ_k^b mit Eigenwerten $E_b(k)$, welche für Bandindizes $b = -2, \dots, +2$ (rote Kurven) dargestellt sind. Für $k = 0, \pm k_0/2$ sind jeweils verschiedene Eigenzustände entartet. Da die Impulseigenzustände $|k\rangle$ gleichzeitig Eigenzustände der SG sind, können die zugehörigen Eigenwerte der SG direkt gegen die Impulseigenwerte $k \in \mathbb{R}$ aufgetragen werden (schwarze Linie). Es resultiert die bekannte Dispersionsrelation $E(k) = (\hbar k)^2/2m$ eines freien Teilchens. (b) Energiebänder für Teilchen im periodischen Potential: Die Impulseigenzustände sind keine Eigenfunktionen der SG mehr. Vielmehr bestehen die Eigenfunktionen zu einem gegebenen $k \in [-k_0/2, +k_0/2]$ aus Linearkombinationen verschiedener Impulseigenzustände $|k - nk_0\rangle$, $n \in \mathbb{Z}$. Die Entartung der Energiebänder bei $k = 0, \pm k_0/2$ wird aufgehoben. Zwischen 0. und ± 1 . Energieband entsteht eine Bandlücke der Größe A , welche durch die Amplitude des periodischen Potentials gegeben ist.

Bibliographie

- [And95] M. H. ANDERSON, J. R. ENSHER, M. R. MATTHEWS, C. E. WIEMAN und E. A. CORNELL, *Observation of Bose-Einstein Condensation in a Dilute Atomic Vapor*, Science **269**, 198 (1995).
- [And97] M. R. ANDREWS, C. G. TOWNSEND, H.-J. MIESNER, D. S. DURFEE, D. M. KURN und W. KETTERLE, *Observation of Interference Between Two Bose Condensates*, Science **275**, 637 (1997).
- [Bat00] H. BATELAAN, *The Kapitza-Dirac effect*, Contemp. Phys. **41**, 369 (2000).
- [Ber93] L. BERGMANN, C. SCHAEFER und H. EICHLER, *Lehrbuch der Experimentalphysik Band III - Optik*, 9. Aufl. (W. de Gruyter, 1993).
- [Bir01] G. BIRKL, F. B. J. BUCHKREMER, R. DUMKE und W. ERTMER, *Atom optics with microfabricated optical elements*, Opt. Comm. **191**, 67 (2001).
- [Bon01] K. BONGS, S. BURGER, S. DETTMER, D. HELLWEG, J. ARLT, W. ERTMER und K. SENGSTOCK, *Waveguide for Bose-Einstein condensates*, Phys. Rev. A **63**, 031602(R) (2001).
- [Bor94] C. J. BORDE, N. COURTIER, F. DU BURCK, A. N. GONCHAROV und M. GORLICKI, *Molecular interferometry experiments*, Phys. Lett. A **188**, 187 (1994).
- [Bre02] B. BREZGER, L. HACKERMÜLLER, S. UTTENTHALER, J. PETSCHINKA, M. ARNDT und A. ZEILINGER, *Matter-Wave Interferometer for Large Molecules*, Phys. Rev. Lett. **88**, 100404 (2002).
- [Bro23] L. DE BROGLIE, *Waves and quanta*, Nature **112**, 540 (1923).
- [Bur99] S. BURGER, K. BONGS, S. DETTMER, W. ERTMER und K. SENGSTOCK, *Dark Solitons in Bose-Einstein Condensates*, Phys. Rev. Lett. **83**, 5198 (1999).
- [Cam06] T. CAMPEY, C. J. VALE, M. J. DAVIS, N. R. HECKENBERG, H. RUBINSZTEIN-DUNLOP, S. KRAFT, C. ZIMMERMANN und J. FORTÁGH, *Atom counting in ultra-cold gases using photoionization and ion detection*, Phys. Rev. A **74**, 043612 (2006).
- [Car91] O. CARNAL und J. MLYNEK, *Youngs double-slit experiment with atoms: A simple atom interferometer*, Phys. Rev. Lett. **66**, 2689 (1991).

- [Car05] A. O. CARIDE, G. L. KLIMCHITSKAYA, V. M. MOSTEPANENKO und S. I. ZANETTE, *Dependences of the van der Waals atom-wall interaction on atomic and material properties*, Phys. Rev. A **71**, 042901 (2005).
- [Cas96] Y. CASTIN und R. DUM, *Bose-Einstein Condensates in Time Dependent Traps*, Phys. Rev. Lett. **77**, 5315 (1996).
- [Cas00] D. CASSETTARI, A. CHENET, R. FOLMAN, A. HAASE, B. HESSMO, P. KRÜGER, T. MAIER, S. SCHNEIDER, T. CALARCO und J. SCHMIEDMAYER, *Micromanipulation of neutral atoms with nanofabricated structures*, Appl. Phys. B: Laser Opt. **70**, 721 (2000).
- [Cha95] M. S. CHAPMAN, C. R. EKSTROM, T. D. HAMMOND, R. A. RUBENSTEIN, J. SCHMIEDMAYER, S. WEHINGER und D. E. PRITCHARD, *Optics and Interferometry with Na₂ Molecules*, Phys. Rev. Lett. **74**, 4783 (1995).
- [Chu85] S. CHU, L. HOLLBERG, J. E. BJORKHOLM, A. CABLE und A. ASHKIN, *Three-Dimensional Viscous Confinement and Cooling of Atoms by Resonance Radiation Pressure*, Phys. Rev. Lett. **55**, 48 (1985).
- [Chu98] S. CHU, *Nobel Lecture: The manipulation of neutral particles*, Rev. Mod. Phys. **70**, 685 (1998).
- [Cog99] L. COGNET, V. SAVALLI, P. FEATONBY, K. HELMERSON, N. WESTBROOK, C. WESTBROOK, W. PHILLIPS, A. ASPECT, G. ZABOW, M. DRNDIC, C. LEE, R. WESTERVELT und M. PRENTISS, *Smoothing a current-carrying atomic mirror*, Europhys. Lett. **47**, 538 (1999).
- [Col04] Y. COLOMBE, E. KNYAZCHYAN, O. MORIZOT, B. MERCIER, V. LORENT und H. PERRIN, *Ultracold atoms confined in rf-induced two-dimensional trapping potentials*, Europhys. Lett. **67**, 593 (2004).
- [Cor02] E. A. CORNELL und C. E. WIEMAN, *Nobel Lecture: Bose-Einstein condensation in a dilute gas, the first 70 years and some recent experiments*, Rev. Mod. Phys. **74**, 875 (2002).
- [Cou06] P. W. COURTEILLE, B. DEH, J. FORTÁGH, A. GÜNTHER, S. KRAFT, C. MARZOK, S. SLAMA und C. ZIMMERMANN, *Highly versatile atomic micro traps generated by multifrequency magnetic field modulation*, J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. **39**, 1055 (2006).
- [CT92] C. COHEN-TANNOUJDI, J. DUPONT-ROC und G. GRYNBERG, *Atom-photon interactions* (Wiley, 1992).
- [Dal99] F. DALFOVO, S. GIORGINI, L. PITAEVSKII und S. STRINGARI, *Theory of Bose-Einstein condensation in trapped gases*, Rev. Mod. Phys. **71**, 463 (1999).
- [Dav27] C. DAVISSON und L. GERMER, *The scattering of electrons by a single crystal of nickel*, Nature **119**, 558 (1927).

-
- [Dav95] K. B. DAVIS, M. O. MEWES, M. R. ANDREWS, N. J. VAN DRUTEN, D. S. DURFEE, D. M. KURN und W. KETTERLE, *Bose-Einstein Condensation in a Gas of Sodium Atoms*, Phys. Rev. Lett. **75**, 3969 (1995).
- [Dem95] W. DEMTRÖDER, *Laser Spectroscopy, zweite erweiterte Ausgabe* (Springer New York, 1995).
- [Den99] J. DENSCHLAG, D. CASSETTARI und J. SCHMIEDMAYER, *Guiding neutral atoms with a wire*, Phys. Rev. Lett. **82**, 2014 (1999).
- [Deu93] R. DEUTSCHMANN, W. ERTMER und H. WALLIS, *Reflection and diffraction of atomic de Broglie waves by an evanescent laser wave*, Phys. Rev. A **47**, 2169 (1993).
- [Die01] K. DIECKMANN, *Bose-Einstein Condensation with High Atom Number in a Deep Magnetic Trap*, Dissertation, University of Amsterdam (2001).
- [Don04] T. DONNER, *Erzeugung ultrakalter Gemische aus fermionischen und bosonischen Atomen*, Diplomarbeit, Universität Tübingen (2004).
- [Drn99] M. DRNDIC, G. ZABOW, C. LEE, J. H. THYWISS, K. S. JOHNSON, M. PRENTISS, R. M. WESTERVELT, P. FEATONBY, V. SAVALLI, L. COGNET, K. HELMERSON, N. WESTBROOK, C. I. WESTBROOK, W. D. PHILLIPS und A. ASPECT, *Properties of microelectromagnet mirrors as reflectors of cold Rb atoms*, Phys. Rev. A **60**, 4012 (1999).
- [Dum02] R. DUMKE, M. VOLK, T. MÜTHER, F. B. J. BUCHKREMER, G. BIRKL und W. ERTMER, *Micro-optical Realization of Arrays of Selectively Addressable Dipole Traps: A Scalable Configuration for Quantum Computation with Atomic Qubits*, Phys. Rev. Lett. **89**, 097903 (2002).
- [Ein25] A. EINSTEIN, *Quantentheorie des Einatomigen Idealen Gases. Zweite Abhandlung*, Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss. , 3 (1925).
- [Est30] I. ESTERMANN und O. STERN, *Beugung von Molekularstrahlen*, Z. Phys. **61**, 95 (1930).
- [Est04] J. ESTÈVE, C. AUSSIBAL, T. SCHUMM, C. FIGL, D. MAILLY, I. BOUCHOULE, C. I. WESTBROOK und A. ASPECT, *Role of wire imperfections in micromagnetic traps for atoms*, Phys. Rev. A **70**, 043629 (2004).
- [Fer07] T. FERNHOLZ, R. GERRITSMAN, P. KRÜGER und R. J. C. SPREEUW, *Dynamically controlled toroidal and ring-shaped magnetic traps*, Phys. Rev. A **75**, 063406 (2007).
- [Fol02] R. FOLMAN, P. KRÜGER, J. SCHMIEDMAYER, J. DENSCHLAG und C. HENKEL, *Microscopic Atom Optics: From Wires to an Atom Chip*, Adv. At. Mol. Opt. Phys. **48**, 263 (2002).
- [For98] J. FORTÁGH, A. GROSSMANN, C. ZIMMERMANN und T. HÄNSCH, *Miniaturized wire trap for neutral atoms*, Phys. Rev. Lett. **81**, 5310 (1998).

- [For02] J. FORTÁGH, H. OTT, S. KRAFT, A. GÜNTHER und C. ZIMMERMANN, *Surface effects in magnetic microtraps*, Phys. Rev. A **66**, 041604 (2002).
- [For03a] J. FORTÁGH, H. OTT, S. KRAFT, A. GÜNTHER und C. ZIMMERMANN, *Bose-Einstein condensates in magnetic waveguides*, Appl. Phys. B **76**, 157 (2003).
- [For03b] J. FORTÁGH, *Bose-Einstein-Kondensate in magnetischen Mikrofallen*, Dissertation, Universität Tübingen (2003).
- [For07] J. FORTÁGH und C. ZIMMERMANN, *Magnetic microtraps for ultracold atoms*, Rev. Mod. Phys. **79**, 235 (2007).
- [Gün03] A. GÜNTHER, *Integrierter Atom-Chip für ultrakalte Atome*, Diplomarbeit, Universität Tübingen (2003).
- [Gün05a] A. GÜNTHER, M. KEMMLER, S. KRAFT, C. J. VALE, C. ZIMMERMANN und J. FORTÁGH, *Combined chips for atom optics*, Phys. Rev. A **71**, 063619 (2005).
- [Gün05b] A. GÜNTHER, S. KRAFT, M. KEMMLER, D. KOELLE, R. KLEINER, C. ZIMMERMANN und J. FORTÁGH, *Diffraction of a Bose-Einstein Condensate from a Magnetic Lattice on a Micro Chip*, Phys. Rev. Lett. **95**, 170405 (2005).
- [Gün07] A. GÜNTHER, S. KRAFT, C. ZIMMERMANN und J. FORTÁGH, *Atom Interferometer Based on Phase Coherent Splitting of Bose-Einstein Condensates with an Integrated Magnetic Grating*, Phys. Rev. Lett. **98**, 140403 (2007).
- [Gor06] M. P. GORZA und M. DUCLOY, *Van der Waals interactions between atoms and dispersive surfaces at finite temperature*, Eur. Phys. J. D **40**, 343 (2006).
- [Gra65] I. S. GRADSTEYN und I. M. RYZHIK, *Table of Integrals, Series and Products* (Academic Press, New York and London, 1965).
- [Gus97] T. L. GUSTAVSON, P. BOUYER und M. A. KASEVICH, *Precision Rotation Measurements with an Atom Interferometer Gyroscope*, Phys. Rev. Lett. **78**, 2046 (1997).
- [Haj89] J. V. HAJNAL, K. G. H. BALDWIN, P. T. H. FISK, H. A. BACHOR und G. I. OPAT, *Reflection and diffraction of sodium atoms by evanescent laser light fields*, Opt. Comm. **73**, 331 (1989).
- [Hal36] H. HALBAN und P. PREISWERK, *Preuve expérimentale de la diffraction des neutrons*, Comptes Rendus Acad. Sci. Paris **203**, 73 (1936).
- [Hän01a] W. HÄNSEL, P. HOMMELHOFF, T. W. HÄNSCH und J. REICHEL, *Bose-Einstein condensation on a microelectronic chip*, Nature **413**, 498 (2001).
- [Hän01b] W. HÄNSEL, J. REICHEL, P. HOMMELHOFF und T. HÄNSCH, *Magnetic Conveyor Belt for Transporting and Merging Trapped Atom Clouds*, Phys. Rev. Lett. **86**, 608 (2001).

- [Hel03] D. HELLWEG, L. CACCIAPUOTI, M. KOTTKE, T. SCHULTE, K. SENGSTOCK, W. ERTMER und J. J. ARLT, *Measurement of the Spatial Correlation Function of Phase Fluctuating Bose-Einstein Condensates*, Phys. Rev. Lett. **91**, 010406 (2003).
- [Hen94] C. HENKEL, J.-Y. COURTOIS und A. ASPECT, *Atomic diffraction by a thin phase grating*, J. Phys. II France **4**, 1955 (1994).
- [Hen99a] C. HENKEL, S. POTTING und M. WILKENS, *Loss and heating of particles in small and noisy traps*, Appl. Phys. B **69**, 379 (1999).
- [Hen99b] C. HENKEL und M. WILKENS, *Heating of trapped atoms near thermal surfaces*, Europhys. Lett. **47**, 414 (1999).
- [Hen01] C. HENKEL und S. POTTING, *Coherent transport of matter waves*, Appl. Phys. B **72**, 73 (2001).
- [Hen03] C. HENKEL, P. KRÜGER, R. FOLMAN und J. SCHMIEDMAYER, *Fundamental limits for coherent manipulation on atom chips*, Appl. Phys. B **76**, 173 (2003).
- [Hes86] H. F. HESS, *Evaporative cooling of magnetically trapped and compressed spin-polarized hydrogen*, Phys. Rev. B **34**, 3476 (1986).
- [HF] HighFinesse GmbH, <http://www.highfinesse.de>.
- [Hin99a] E. A. HINDS, *Controlling cold atoms above a magnetic reflector*, Philos. Trans. R. Soc. London A **357** (1999).
- [Hin99b] E. HINDS und I. HUGHES, *Magnetic atom optics: mirrors, guides, traps, and chips for atoms*, J. Phys. D: Appl. Phys. **32**, R119 (1999).
- [Hin01] E. A. HINDS, C. J. VALE und M. G. BOSHIER, *Two-Wire Waveguide and Interferometer for Cold Atoms*, Phys. Rev. Lett. **86**, 1462 (2001).
- [Jac74] J. D. JACKSON, *Classical Electrodynamics*, 2. Aufl. (John Wiley & Sons, 1974).
- [Jo07] G.-B. JO, Y. SHIN, S. WILL, T. A. PASQUINI, M. SABA, W. KETTERLE, D. E. PRITCHARD, M. VENGALATTORE und M. PRENTISS, *Long Phase Coherence Time and Number Squeezing of Two Bose-Einstein Condensates on an Atom Chip*, Phys. Rev. Lett. **98**, 030407 (2007).
- [Joh98] K. S. JOHNSON, M. DRNDIC, J. H. THYWISSEN, G. ZABOW, R. M. WESTERVELT und M. PRENTISS, *Atomic Deflection Using an Adaptive Microelectromagnet Mirror*, Phys. Rev. Lett. **81**, 1137 (1998).
- [Jön61] C. JÖNSSON, *Elektroneninterferenzen an mehreren künstlich hergestellten Feinspalten*, Z. Phys. **161**, 454 (1961).
- [Jon03] M. JONES, C. VALE, D. SAHAGUN, B. HALL und E. HINDS, *Spin coupling between cold atoms and the thermal fluctuations of a metal surface*, Phys. Rev. Lett. **91**, 080401 (2003).

- [Jon04] M. P. A. JONES, C. J. VALE, D. SAHAGUN, B. V. HALL, C. C. EBERLEIN, B. E. SAUER, K. FURUSAWA, D. RICHARDSON und E. A. HINDS, *Cold atoms probe the magnetic field near a wire*, J. Phys. B **37**, L15 (2004).
- [Kas91] M. KASEVICH und S. CHU, *Atomic Interferometry Using Stimulated Raman Transitions*, Phys. Rev. Lett. **67**, 181 (1991).
- [Kei91] D. W. KEITH, C. R. EKSTROM, Q. A. TURCHETTE und D. E. PRITCHARD, *An interferometer for atoms*, Phys. Rev. Lett. **66**, 2693 (1991).
- [Ket96] W. KETTERLE und N. J. VAN DRUTEN, *Evaporative cooling of trapped atoms*, Adv. At. Mol. Opt. Phys. **37**, 181 (1996).
- [Ket99] W. KETTERLE, D. DURFEE und D. STAMPER-KURN, *Making, probing and understanding Bose-Einstein condensates*, in *Proceedings of the International School of Physics - Enrico Fermi*, herausgegeben von M. Inguscio, S. Stringari, C. E. Wieman (IOS Press, 1999), S. 67–176.
- [Ket02] W. KETTERLE, *Nobel lecture: When atoms behave as waves: Bose-Einstein condensation and the atom laser*, Rev. Mod. Phys. **74**, 1131 (2002).
- [Kin04] T. KINOSHITA, T. WENGER und D. S. WEISS, *Observation of a One-Dimensional Tonks-Girardeau Gas*, Science **305**, 1125 (2004).
- [Koz99] M. KOZUMA, L. DENG, E. W. HAGLEY, J. WEN, R. LUTWAK, K. HELMERSON, S. L. ROLSTON und W. D. PHILLIPS, *Coherent Splitting of Bose-Einstein Condensed Atoms with Optically Induced Bragg Diffraction*, Phys. Rev. Lett. **82**, 871 (1999).
- [Kra02] S. KRAFT, A. GÜNTHER, H. OTT, D. WHARAM, C. ZIMMERMANN und J. FORTÁGH, *Anomalous longitudinal magnetic field near the surface of copper conductors*, J. Phys. B **35**, L469 (2002).
- [Kra05] S. KRAFT, A. GÜNTHER, P. WICKE, B. KASCH, C. ZIMMERMANN und J. FORTÁGH, *Atom-optical elements on micro chips*, Eur. Phys. J. D **35**, 119 (2005).
- [Kra07] S. KRAFT, A. GÜNTHER, J. FORTÁGH und C. ZIMMERMANN, *Spatially resolved photoionization of ultracold atoms on an atom chip*, Phys. Rev. A **75**, 063605 (2007).
- [Lau99a] D. LAU, R. MCLEAN, A. SIDOROV, D. GOUGH, J. KOPERSKI, W. ROWLANDS, B. SEXTON, G. OPAT und P. HANNAFORD, *Magnetic mirrors with micron-scale periodicities for slowly moving neutral atoms*, J. Opt. B **1**, 371 (1999).
- [Lau99b] D. LAU, A. SIDOROV, G. OPAT, R. MCLEAN, W. ROWLANDS und P. HANNAFORD, *Reflection of cold atoms from an array of current-carrying wires*, Eur. Phys. J. D **5**, 193 (1999).
- [Lea02] A. E. LEANHARDT, A. P. CHIKKATUR, D. KIELPINSKI, Y. SHIN, T. L. GUSTAVSON, W. KETTERLE und D. E. PRITCHARD, *Propagation of Bose-Einstein Condensates in a Magnetic Waveguide*, Phys. Rev. Lett. **89**, 040401 (2002).

-
- [Len97] A. LENEV, T. D. HAMMOND, E. T. SMITH, M. S. CHAPMAN, R. A. RUBENSTEIN und D. E. PRITCHARD, *Rotation Sensing with an Atom Interferometer*, Phys. Rev. Lett. **78**, 760 (1997).
- [Les06a] I. LESANOVSKY, S. HOFFERBERTH, J. SCHMIEDMAYER und P. SCHMELCHER, *Manipulation of ultracold atoms in dressed adiabatic radio-frequency potentials*, Phys. Rev. A **74**, 033619 (2006).
- [Les06b] I. LESANOVSKY, T. SCHUMM, S. HOFFERBERTH, L. M. ANDERSSON, P. KRÜGER und J. SCHMIEDMAYER, *Adiabatic radio frequency potentials for the coherent manipulation of matter waves*, Phys. Rev. A **73**, 033619 (2006).
- [Ley] Leybold, Ionivac IM-520.
- [Lin04] Y. LIN, I. TEPER, C. CHIN und V. VULETIĆ, *Impact of the Casimir-Polder potential and Johnson noise on Bose-Einstein condensate stability near surfaces*, Phys. Rev. Lett. **92**, 050404 (2004).
- [Mat99] M. R. MATTHEWS, B. P. ANDERSON, P. C. HALJAN, D. S. HALL, C. E. WIEMAN und E. A. CORNELL, *Vortices in a Bose-Einstein Condensate*, Phys. Rev. Lett. **83**, 2498 (1999).
- [Mew97] M.-O. MEWES, M. R. ANDREWS, D. M. KURN, D. S. DURFEE, C. G. TOWNSEND und W. KETTERLE, *Output Coupler for Bose-Einstein Condensed Atoms*, Phys. Rev. Lett. **78**, 582 (1997).
- [Mig85] A. L. MIGDALL, J. V. PRODAN, W. D. PHILLIPS, T. H. BERGEMAN und H. J. METCALF, *First Observation of Magnetically Trapped Neutral Atoms*, Phys. Rev. Lett. **54**, 2596 (1985).
- [Mor06] O. MORIZOT, Y. COLOMBE, V. LORENT, H. PERRIN und B. M. GARRAWAY, *Ring trap for ultracold atoms*, Phys. Rev. A **74**, 023617 (2006).
- [Opa92] G. I. OPAT, S. J. WARK und A. CIMMINO, *Electric and magnetic mirrors and gratings for slowly moving neutral atoms and molecules*, Appl. Phys. B **54**, 396 (1992).
- [Ott01] H. OTT, J. FORTÁGH, G. SCHLOTTERBECK, A. GROSSMANN und C. ZIMMERMANN, *Bose-Einstein Condensation in a Surface Microtrap*, Phys. Rev. Lett. **87**, 230401 (2001).
- [Ott03a] H. OTT, J. FORTÁGH, S. KRAFT, A. GÜNTHER, D. KOMMA und C. ZIMMERMANN, *Nonlinear Dynamics of a Bose-Einstein Condensate in a Magnetic Waveguide*, Phys. Rev. Lett. **91**, 040402 (2003).
- [Ott03b] H. OTT, J. FORTÁGH, S. KRAFT, A. GÜNTHER, D. KOMMA und C. ZIMMERMANN, *Nonlinear dynamics of a Bose-Einstein condensate in a magnetic waveguide*, Phys. Rev. Lett. **91**, 040402 (2003).

- [Ott03c] H. OTT, *Dynamik von Bose-Einstein-Kondensaten in anharmonischen Wellenleitern*, Dissertation, Universität Tübingen (2003).
- [Pet99] A. PETERS, K. Y. CHUNG und S. CHU, *Measurement of gravitational acceleration by dropping atoms*, *Nature* **400**, 849 (1999).
- [Pow93] E. A. POWER und T. THIRUNAMACHANDRAN, *Casimir-Polder potential as an interaction between induced dipoles*, *Phys. Rev. A* **48**, 4761 (1993).
- [Pri83] D. E. PRITCHARD, *Cooling Neutral Atoms in a Magnetic Trap for Precision Spectroscopy*, *Phys. Rev. Lett.* **51**, 1336 (1983).
- [Raa87] E. L. RAAB, M. PRENTISS, A. CABLE, S. CHU und D. E. PRITCHARD, *Trapping of Neutral Sodium Atoms with Radiation Pressure*, *Phys. Rev. Lett.* **59**, 2631 (1987).
- [Rei97] P. REIMANN, M. GRIFONI und P. HÄNGGI, *Quantum Ratchets*, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 10 (1997).
- [Rei99] J. REICHEL, W. HÄNSEL und T. HÄNSCH, *Atomic micromanipulation with magnetic surface traps*, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 3398 (1999).
- [Rei02] J. REICHEL, *Microchip traps and Bose-Einstein condensation*, *Appl. Phys. B: Lasers Opt.* **74**, 469 (2002).
- [Res] Resbond 920: Keramikkleber, Contronics Corp. 3379 Shorw Pkwy. Brooklyn, New York.
- [Ric95] L. RICCI, M. WEIDEMÜLLER, T. ESSLINGER, A. HEMMERICH, C. ZIMMERMANN, V. VULETIC, W. KÖNIG und T. W. HÄNSCH, *A Compact Grating-Stabilized Diode Laser System for Atomic Physics*, *Opt. Comm.* **117**, 541 (1995).
- [Roa95] T. M. ROACH, H. ABELE, M. G. BOSHIER, H. L. GROSSMAN, K. P. ZETIE und E. A. HINDS, *Realization of a Magnetic Mirror for Cold Atoms*, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 629 (1995).
- [Ros00] P. ROSENBUSCH, B. V. HALL, I. G. HUGHES, C. V. SABA und E. A. HINDS, *Manipulation of cold atoms by an adaptable magnetic reflector*, *Appl. Phys. B* **70**, 709 (2000).
- [Sab99] C. V. SABA, P. A. BARTON, M. G. BOSHIER, I. G. HUGHESA, P. ROSENBUSCH, B. E. SAUER und E. A. HINDS, *Reconstruction of a Cold Atom Cloud by Magnetic Focusing*, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 468 (1999).
- [SAE] SAES Getters, Milano, Italien.
- [Sch88] F. SCHWABL, *Quantenmechanik* (Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, 1988).
- [Sch05] T. SCHUMM, S. HOFFERBERTH, L. M. ANDERSSON, S. WILDERMUTH, S. GROTH, I. BAR-JOSEPH, J. SCHMIEDMAYER und P. KRÜGER, *Matter-wave interferometry in a double well on an atom chip*, *Nature Physics* **1**, 57 (2005).

- [Shi04] Y. SHIN, M. SABA, T. A. PASQUINIA, W. KETTERLE, D. E. PRITCHARD und A. E. LEANHARDT, *Atom Interferometry with Bose-Einstein Condensates in a Double-Well Potential*, Phys. Rev. Lett. **92**, 050405 (2004).
- [Shi05] Y. SHIN, C. SANNER, G.-B. JO, T. PASQUINI, M. SABA, W. KETTERLE, D. E. PRITCHARD, M. VENGALATTORE und M. PRENTISS, *Interference of Bose-Einstein condensates split with an atom chip*, Phys. Rev. A **72**, 021604(R) (2005).
- [Sid96] A. I. SIDOROV, R. J. MCLEAN, W. J. ROWLANDS, D. C. LAU, J. E. MURPHY, M. WALKIEWICZ, G. I. OPAT und P. HANNAFORD, *Specular reflection of cold caesium atoms from a magnetostatic mirror*, Quantum Semiclass. Opt. **8**, 713 (1996).
- [Sim00] J. E. SIMSARIAN, J. DENSCHLAG, M. EDWARDS, C. W. CLARK, L. DENG, E. W. HAGLEY, K. HELMERSON, S. L. ROLSTON und W. D. PHILLIPS, *Imaging the Phase of an Evolving Bose-Einstein Condensate Wave Function*, Phys. Rev. Lett. **85**, 2040 (2000).
- [Sti07] A. STIBOR, S. KRAFT, T. CAMPEY, D. KOMMA, A. GÜNTHER, J. FORTÁGH, C. J. VALE, H. RUBINSZTEIN-DUNLOP und C. ZIMMERMANN, *Calibration of a single-atom detector for atomic microchips*, Phys. Rev. A **76**, 033614 (2007).
- [Suk97] C. V. SUKUMAR und D. M. BRINK, *Spin-flip transitions in a magnetic trap*, Phys. Rev. A **56**, 2451 (1997).
- [Thy99] J. THYWISSEN, M. OLSHANII, G. ZABOW, M. DRNDIĆ, K. JOHNSON, R. WESTERVELT und M. PRENTISS, *Microfabricated magnetic waveguides for neutral atoms*, Eur. Phys. J. D **7**, 361 (1999).
- [Tor00] Y. TORII, Y. SUZUKI, M. KOZUMA, T. SUGIURA, T. KUGA, L. DENG und E. W. HAGLEY, *Mach-Zehnder Bragg interferometer for a Bose-Einstein condensate*, Phys. Rev. A **61**, 041602(R) (2000).
- [Trü04] C. TRÜCK, *Tunnelkontakte auf Atom-Chips*, Diplomarbeit, Universität Tübingen (2004).
- [Vul98] V. VULETIĆ, T. FISCHER, M. PRAEGER, T. HÄNSCH und C. ZIMMERMANN, *Microscopic magnetic quadrupole trap for neutral atoms with extreme adiabatic compression*, Phys. Rev. Lett. **80**, 1634 (1998).
- [Wan05] Y. WANG, D. Z. ANDERSON, V. M. BRIGHT, E. A. CORNELL, Q. DIOT, T. KISHIMOTO, M. PRENTISS, R. A. SARAVANAN, S. R. SEGAL und S. WU, *Atom Michelson Interferometer on a Chip Using a Bose-Einstein Condensate*, Phys. Rev. Lett. **94**, 090405 (2005).
- [Wei] E. W. WEISSTEIN, *Jacobi-Anger Expansion* (From MathWorld - A Wolfram Web Resource: <http://mathworld.wolfram.com/Jacobi-AngerExpansion.html>).
- [Wei95] J. D. WEINSTEIN und K. G. LIBBRECHT, *Microscopic Magnetic Traps for Neutral Atoms*, Phys. Rev. A **52**, 4004 (1995).

Bibliographie

- [Wik] Link: <http://www.wikipedia.de>.
- [Win83] W. H. WING, *Laser Cooled and Trapped Atoms*, in *Proceedings of the Workshop on Spectroscopic Applications of Slow Atomic Beams*, herausgegeben von W. D. Phillips (U. S. GPO, Washington, D.C., 1983), S. 265.
- [Zac99] A. ZACH, *Entwicklung und Aufbau eines frequenzstabilen, schmalbandigen Trapez-Dioden-Laser-Verstärker-Systems mit hoher Ausgangsleistung*, Diplomarbeit, Ludwig-Maximilian Universität München (1999).
- [Zob01] O. ZOBAY und B. M. GARRAWAY, *Two-Dimensional Atom Trapping in Field-Induced Adiabatic Potentials*, *Phys. Rev. Lett* **86**, 1195 (2001).
- [Zob04] O. ZOBAY und B. M. GARRAWAY, *Atom trapping and two-dimensional Bose-Einstein condensates in field-induced adiabatic potentials*, *Phys. Rev. A* **69**, 023605 (2004).

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich die Gelegenheit nutzen, mich bei all denjenigen Menschen zu bedanken, die zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben.

- Mein besonderer Dank gilt Prof. Claus Zimmermann, der mir die Promotion in seiner Arbeitsgruppe ermöglichte. Besonders genossen habe ich die Freiheit, die er mir gab, meine physikalischen Interessen und Fähigkeiten zu entfalten. Dabei konnte man mit Claus jederzeit über alle nur erdenklichen Fragestellungen diskutieren. Seine vielen genialen Einfälle und Ideen haben dabei maßgeblich zum Erfolg dieser Arbeit beigetragen.
- Herzlich danken möchte ich auch unserem Projektleiter József Fortágh. Er hat mir bei allen nur erdenklichen Problemen mit Rat und Tat zur Seite gestanden. Viele Tage und auch auch manche Nächte haben wir gemeinsam im Labor verbracht, um die Mysterien der Bose-Einstein-Kondensate zu erforschen. Für seine zukünftige Laufbahn als Professor für Experimentalphysik an der Universität Tübingen wünsche ich ihm alles Gute.
- Meinem Mitstreiter und Kollegen Sebastian Kraft danke ich für die vielen gemeinsamen Stunden am Experiment. Bereits während meiner Zeit als Diplomand hat er mich in die unzähligen Geheimnisse der Labortechnik eingeweiht. An dieser Stelle möchte ich auch unseren ehemaligen Diplomanden Christian Trück und Philippe Wicke danken, die mich durch ihre tatkräftige Arbeit im Labor unterstützt haben.
- Bei meinem Studienkollegen Matthias Kemmler möchte ich mich für die Herstellung der Atom-Optik-Chips bedanken. Als Doktorand der Festkörperphysikgruppe von Prof. Kleiner und Prof. Kölle hat er weder Zeit noch Mühe gescheut, uns stets mit neuen Mikrostrukturen zu versorgen.
- Bei der gesamten Arbeitsgruppe des 5. Stockes möchte ich mich für die wunderbare Arbeitsatmosphäre bedanken. Die letzten Jahre werden mir daher immer in besonderer Erinnerung bleiben.
- Ein großes Dankeschön gilt unserer feinmechanischen Werkstatt um Herrn Brodbeck und der elektronischen Werkstatt um Herrn Schreier. Ohne ihre professionelle Hilfe bei der Lösung kleinerer und größerer technischer Probleme wären die Experimente wohl nicht realisierbar gewesen.

- Vielen Dank an die Korrekturleser Manuela Schulze, Carsten Marzok, Sebastian Kraft, Erich Gaertig, Philippe Courteille und an meine Eltern. Sie alle haben mir geholfen, die Wirren der neuen deutschen Rechtschreibung zu bezwingen und die Arbeit in einen lesbaren Zustand zu überführen.
- Bei meiner langjährigen Freundin Manuela Schulze möchte ich mich für den seelischen und häuslichen Beistand während der Zeit meiner Promotion bedanken. Bei ihr und unserer kleinen Tochter habe ich immer wieder die Ruhe gefunden, meine „Akkus“ aufzuladen und die Physik mal zur Seite zu legen. Ohne Ihre Unterstützung würde ich heute wohl im Chaos hausen und mich täglich von Tütensuppen ernähren.
- Zu guter Letzt möchte ich natürlich auch meinen Eltern Hans-Karl und Renate Günther danken. Bereits in frühester Kindheit haben sie mein Interesse an den Naturwissenschaften geweckt und somit den Grundstein für meine physikalische Laufbahn gelegt. Während meines gesamten Studiums haben sie mich dabei nicht nur finanziell unterstützt, sondern mir auch den notwendigen familiären Rückhalt gegeben.

Vielen Dank!

Publikationsliste

Andreas Günther

1. **„Calibration of a single-atom detector for atomic microchips“**
A. Stibor, S. Kraft, T. Campey, D. Komma, A. Günther, J. Fortágh, C. J. Vale, H. Rubinsztein-Dunlop, and C. Zimmermann
Phys. Rev. A **76**, 033614 (2007)
2. **„Spatially resolved photoionization of ultracold atoms on an atom chip“**
S. Kraft, A. Günther, J. Fortágh, and C. Zimmermann
Phys. Rev. A **75**, 063605 (2007)
3. **„Atom Interferometer Based on Phase Coherent Splitting of Bose-Einstein Condensates with an Integrated Magnetic Grating“**
A. Günther, S. Kraft, C. Zimmermann, and J. Fortágh
Phys. Rev. Lett. **98**, 140403 (2007)
4. **„Highly versatile atomic micro traps generated by multifrequency magnetic field modulation“**
Ph.W. Courteille, B. Deh, J. Fortágh, A. Günther, S. Kraft, C. Marzok, S. Slama, and C. Zimmermann
J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. **39**, 1055 (2006)
5. **„Diffraction of a Bose-Einstein Condensate from a Magnetic Lattice on a Microchip“**
A. Günther, S. Kraft, M. Kemmler, D. Koelle, R. Kleiner, C. Zimmermann, and J. Fortágh
Phys. Rev. Lett. **95**, 170405 (2005)
6. **„Combined chips for atom optics“**
A. Günther, M. Kemmler, S. Kraft, C. J. Vale, C. Zimmermann, and J. Fortágh
Phys. Rev. A **71**, 063619 (2005)
7. **„Atom-optical elements on micro chips“**
S. Kraft, A. Günther, P. Wicke, B. Kasch, C. Zimmermann, and J. Fortágh
Eur. Phys. J. D **35**, 119 (2005)
8. **„Perspectives of ultracold atoms trapped in magnetic micro potentials“**
J. Fortágh, S. Kraft, A. Günther, C. Trüch, P. Wicke, and C. Zimmermann
Opt. Comm. **243**, 45 (2004)
9. **„Two experiments with Bose-Einstein condensates in magnetic micro traps“**
C. Zimmermann, S. Kraft, A. Günther, H. Ott, and J. Fortágh
J. Phys. IV **116**, 275 (2004)

10. **„Bose-Einstein condensates in magnetic waveguides“**
J. Fortágh, H. Ott, S. Kraft, A. Günther, and C. Zimmermann
Appl. Phys. B **76**, 157 (2003)
11. **„On-chip laboratory for Bose-Einstein condensation“**
J. Fortágh, H. Ott, S. Kraft, A. Günther, C. Trüch, and C. Zimmermann
International Conference on Laser Spectroscopy, Palm Cove (2003)
12. **„Nonlinear Dynamics of a Bose-Einstein Condensate in a Magnetic Waveguide“**
H. Ott, J. Fortágh, S. Kraft, A. Günther, D. Komma, and C. Zimmermann
Phys. Rev. Lett. **91**, 040402 (2003)
13. **„Bose-Einstein condensates in magnetic micro traps“**
C. Zimmermann, J. Fortágh, H. Ott, S. Kraft, and A. Günther
Atomic Physics 18, Proceedings of ICAP 2002, Boston
14. **„Anomalous longitudinal magnetic field near the surface of copper conductors“**
S. Kraft, A. Günther, H. Ott, D. Wharam, C. Zimmermann, and J. Fortágh
J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. **35**, L 469 (2002)
15. **„Surface effects in magnetic microtraps“**
J. Fortágh, H. Ott, S. Kraft, A. Günther, and C. Zimmermann
Phys. Rev. A **66**, 041604 (2002)

Curriculum Vitae

Andreas Günther

Persönliche Daten:

Geburtsdatum: 24.03.1977 in Heilbad Heiligenstadt
Staatsbürgerschaft: deutsch
Familienstand: ledig, eine Tochter seit März 2007
Adresse: Rappenberghalde 25, 72070 Tübingen
Telefon: +49-(0)7071-45853
Email: aguenth@pit.physik.uni-tuebingen.de

Ausbildung:

- 1983 - 1995: **Besuch der Polytechnischen Oberschule und des Staatlichen Gymnasiums in Heilbad Heiligenstadt**
- 1995: **Erlangung der Hochschulreife - Abitur mit Note 1.1**
- 1995 bis 1996: **Zivildienst im Raphaelsheim, Heilbad Heiligenstadt**
- 1996 bis 1999: **Physik-Grundstudium an der Universität Tübingen**
- 1999 bis 2000: **Auslandsstudium, University of Massachusetts, Amherst, USA**
- 2000 bis 2002: **Physik-Hauptstudium an der Universität Tübingen**
- 2002 bis 2003: **Diplomarbeit in der Quantenoptikgruppe von Prof. Zimmermann, Physikalisches Institut der Universität Tübingen**
Titel der Arbeit: „Integrierter Atomchip für ultrakalte Atome“
- Nov. 2003: **Abschluss des Physikstudiums als Diplomphysiker mit Auszeichnung - Note 1.0**
- Nov. 2003 bis: **Promotion in der Quantenoptikgruppe von Prof. Zimmermann, Oktober 2007 Physikalisches Institut der Universität Tübingen**
Titel der Arbeit: „Materiewellenoptik mit Bose-Einstein-Kondensaten auf Mikrochips“
- Februar 2008: **Promotion zum Dr. rer. nat. mit der Note „summa cum laude“**

Meine akademischen Lehrer waren die Professoren und Dozenten:

Gerhard Betsch, Guy Blaylock, Heinz Clement, Oliver Eibel, Amand Fäßler, Helmut Fischer, Friedrich Gönnerwein, Peter Grabmayr, Wolf-Dietrich Hartmann, Franz Hasselbach, Barry Holstein, Rudolf Hübener, David Kastor, Dieter Kern, Wolfgang Küchlin, Frank Loose, Otto Lutz, Herbert Pfister, Erich Plies, Nikolai Prokof'ev, Nils Schopohl, Joachim Strähle, Arthur R. Swift, Gerhard J. Wagner, Klaus Werner und Claus Zimmermann

