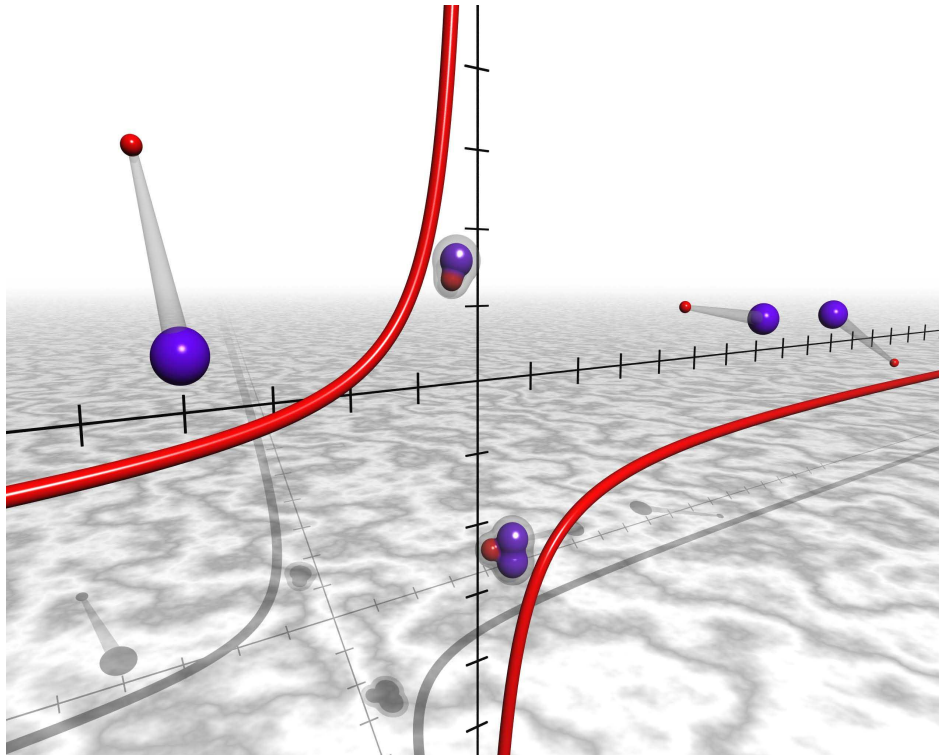

Heteronukleare Feshbachresonanzen in ultrakalten Lithium-Rubidium-Gemischen



Dissertation

zur Erlangung des Grades eines Doktors
der Naturwissenschaften
der Fakultät für Mathematik und Physik
der Eberhard-Karls-Universität zu Tübingen

vorgelegt von

Carsten Marzok
aus Georgsmarienhütte

2009

Tag der mündlichen Prüfung: 22.12.2008
Dekan: Prof. Dr. Wolfgang Knapp
1. Berichterstatter: Prof. Dr. Claus Zimmermann
2. Berichterstatter: Prof. Dr. József Fortágh
3. Berichterstatter: Prof. Dr. Rudolf Grimm

Kurzfassung

Thema dieser Dissertation sind Experimente zum Nachweis von Feshbachresonanzen bei Stößen in ultrakalten Gemischen atomarer Lithium- und Rubidiumgase. Hierzu wurde eine im Verlauf der letzten Jahre aufgebaute Experimentierapparatur auf Basis von Magnetfallen erweitert, um die ultrakalten Gemische in eine magnetfeldunabhängige optische Dipolfalle umladen und die zur Beobachtung von Feshbachresonanzen benötigten hohen homogenen Magnetfelder anlegen zu können.

Im Rahmen dieser Untersuchungen wurde erstmals das bosonische Isotop ^7Li mittels sympathetischer Kühlung mit dem ebenfalls bosonischen ^{87}Rb in den quantenentarteten Zustand gebracht. Dies erlaubte die Bestimmung der gegenseitigen Wechselwirkung bestimmenden Triplet-Streulänge.

Mit den gefundenen Feshbachresonanzen in der Fermi-Bose Mischung ^6Li - ^{87}Rb und der Bose-Bose Mischung ^7Li - ^{87}Rb konnten genügend Daten gesammelt werden, um in Kooperation mit Theoriegruppen die zuvor nur sehr ungenau bekannten Wechselwirkungspotenziale mit hoher Präzision zu bestimmen.

Die nun verfügbare Einstellbarkeit der Wechselwirkungsstärke in den untersuchten Systemen, die sich durch die großen Massenunterschiede der Stoßpartner auszeichnen, erlaubt es, grundlegende physikalische Phänomene wie langreichweitige anisotrope Wechselwirkungen in ultrakalten heteronuklearen Molekülen mit Hilfe von Photoassoziation oder die universellen Eigenschaften von Efimovzuständen zu studieren.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Theorie	5
2.1	Stöße in ultrakalten Gasen	6
2.1.1	Grundzüge der Streutheorie	6
2.1.2	Partialwellen	7
2.1.3	Teilchenstatistik und s -Wellenstreuung	8
2.2	Born-Oppenheimer-Streupotenziale	10
2.2.1	Hyperfeinstruktur	10
2.2.2	Zeemaneffekt	10
2.2.3	Coulomb-Wechselwirkung	11
2.2.4	Spin-Spin-Wechselwirkung	12
2.2.5	Spin-Bahn-Wechselwirkung	12
2.3	Feshbachresonanzen	13
2.3.1	Magnetische Feshbachresonanzen	13
2.3.2	Einfaches Modell: Abschätzungen für Li-Rb	17
2.4	Spinpräparation	24
2.4.1	Zweiniveausystem	24
2.4.2	Fünfniveausystem	26
2.5	Efimovzustände	27
2.5.1	Experimentelle Beobachtung mit Dreikörperverlusten	29
2.5.2	Efimovzustände in Systemen ungleicher Massen	31
2.5.3	Limitierungen durch endliche Temperaturen	33
3	Erzeugung kalter Lithium-Rubidium-Gemische	35
3.1	Magneto-Optische Falle	35
3.2	Das Lasersystem	37
3.2.1	Das Rubidium Lasersystem	37
3.2.2	Das Lithium Lasersystem	39
3.3	Magnetische Atomfallen	41
3.3.1	Theoretische Beschreibung	41
3.3.2	Magnetfalle im Experiment	41
3.4	Evaporation mit Mikrowellen in der Magnetfalle	44
4	Optische Dipolfallen mit hohem Magnetfeld	47
4.1	Theoretische Beschreibung optischer Dipolfallen	48
4.1.1	Dipolpotenzial und Streurrate im Lorentzmodell	49
4.1.2	Näherung für große Verstimmung (FORT)	50
4.1.3	Atome mit mehreren Zuständen	51

4.1.4	Fallenfrequenzen	54
4.1.5	Heizmechanismen und Heizraten	55
4.1.6	Fallengeometrien	56
4.2	Experimentelle Umsetzung im Li-Rb-Experiment	58
4.2.1	Aufbau und Regelung	58
4.2.2	Umladeprozess von der Magnetfalle in die Dipolfalle	61
4.2.3	Lebensdauern in der Dipolfalle	65
4.2.4	Bose-Einstein-Kondensation von Rubidium in der Dipolfalle	66
4.2.5	Charakterisierung der Dipolfalle	69
4.3	Erzeugung hoher Magnetfelder in der optischen Dipolfalle	72
4.3.1	Technische Umsetzung der Magnetfeldregelung	72
4.3.2	Magnetfeldeichung	74
5	Experimentelle Ergebnisse	75
5.1	Thermalisierung von ${}^7\text{Li}$ mit ${}^{87}\text{Rb}$	76
5.1.1	Bestimmung der absoluten Triplett-Streulänge	76
5.1.2	Kollaps des Lithiums: Beginn von Bose-Einstein-Kondensation	80
5.1.3	Phasenseparation wechselwirkender Lithium-Rubidium-Kondensate	82
5.2	Feshbachresonanzen: Präparation der Spinzustände	86
5.2.1	Präparation von ${}^{87}\text{Rb} 1,1\rangle$ - ${}^6\text{Li} 1/2,1/2\rangle$, ${}^{87}\text{Rb} 1,1\rangle$ - ${}^7\text{Li} 1,1\rangle$	86
5.2.2	Präparation von ${}^{87}\text{Rb} 1,0\rangle$ - ${}^6\text{Li} 1/2,1/2\rangle$	90
5.2.3	Präparation von ${}^{87}\text{Rb} 1,1\rangle$ - ${}^7\text{Li} 1,0\rangle$	91
5.3	Feshbachresonanzen ${}^{87}\text{Rb}$	93
5.4	Feshbachresonanzen ${}^6\text{Li}$ - ${}^{87}\text{Rb}$	95
5.4.1	Kanal ${}^6\text{Li} 1/2,1/2\rangle$ - ${}^{87}\text{Rb} 1,1\rangle$	95
5.4.2	${}^6\text{Li} 1/2,1/2\rangle$ <i>p</i> -Wellen Resonanz	98
5.4.3	Weitere untersuchte Kanäle	100
5.5	Feshbachresonanzen ${}^7\text{Li}$ - ${}^{87}\text{Rb}$	102
5.5.1	Kanal ${}^7\text{Li} 1,1\rangle$ - ${}^{87}\text{Rb} 1,1\rangle$	102
5.5.2	Weitere untersuchte Kanäle	104
5.6	Theoretische Berechnungen	105
5.6.1	Vancouver (Gruppe Kirk Madison)	105
5.6.2	Berlin (Gruppe Alejandro Saenz)	107
5.6.3	Hannover (Gruppe Eberhard Tiemann)	110
6	Techniken zur Detektion von Efimovzuständen im Li-Rb-System	115
7	Zusammenfassung und Ausblick	119
7.1	Zusammenfassung	119
7.2	Ausblick	120
A	Energieniveaus von Rubidium und Lithium	121
B	Absorptionsanalyse	125
B.1	Absorptionsabbildung	125
B.2	Bestimmung der Temperatur mit Flugzeitmessungen	126

C	Charakterisierung der flachen Magnetfalle	127
D	Eichung der ^6Li-Atomzahl bei hohem Magnetfeld	129
	Literaturverzeichnis	133

1 Einleitung

Die Struktur der Materie und der aus ihrer Kenntnis resultierenden Anwendungsmöglichkeiten beschäftigt Naturforscher und Physiker seit mehreren Jahrhunderten. Mit Hilfe der von G. Kirchhoff und R. W. Bunsen [Bun63] entwickelten Spektralanalyse zur Deutung der Fraunhoferlinien im Sonnenspektrum sowie der nachfolgenden Entwicklung von Entladungslampen zur Erzeugung weißen Lichts für die Absorptionsspektroskopie von atomaren Zuständen konnten beim Verständnis der Struktur der Atome enorme Fortschritte erzielt werden.

Im Zuge der Entwicklung der Quantenmechanik wurde jedoch schnell klar, dass Kopplungen von gebundenen Atomzuständen mit anderen Bindungs- oder Kontinuumszuständen zu einer starken Beeinflussung der beobachteten Resonanzstrukturen führen können. Eine schöne Aufarbeitung dieser historischen Entwicklung ist in dem kürzlich eingereichten Übersichtsartikel [Chi08] gegeben. So hat Rice den Zerfall von gebundenen Molekülzuständen in Kontinuumszustände (Prädissoziation) durch Kopplung verschiedener Molekülpotenziale miteinander beschrieben [Ric33]. Beutler hat sich mit dem Einfluss von Kontinuumszuständen auf die Form der Spektrallinien der atomaren Edelgase Ar, Kr und Xe beschäftigt [Beu35]. Im Gebiet der Kernphysik haben sich derweil Breit und Wigner mit der Beschreibung von resonantem Einfang und resonanter Streuung von thermischen Neutronen an Atomkernen beschäftigt, bei denen sie ebenfalls die Kopplung von gebundenen Zuständen des Neutron-Kern-Systems als ursächlich für eine starke Resonanzüberhöhung der Streu- und Einfangquerschnitte erkannten [Bre36].

Theoretisch näher analysiert wurden diese Kopplungseffekte unabhängig voneinander von U. Fano und H. Feshbach. Während Fano sich in seiner Theorie vorwiegend mit dem Einfluss auf atomare Spektrallinien beschäftigte und zur theoretischen Beschreibung die Superposition von Wellenfunktionen nutzte [Fan61], hat Feshbach eine allgemeine Theorie zur Beschreibung resonanter Streuung von Atomkernen entwickelt, für die er einen Projektoroperatorformalismus verwendete [Fes58, Fes62, Fes64]. Die wesentliche Grundlage ist hierbei die energetische Entartung eines Streukanals mit einem gebundenen Zustand, wobei zusätzlich eine Kopplung der zwei Kanäle auftritt. Die Streuparameter ändern sich dabei dramatisch, insbesondere die Streuphase δ_{sc} , aber auch die Lebensdauern der gebundenen Zustände, ausgedrückt durch deren Linienbreite, werden stark beeinflusst. Zwar wird von Fano und Feshbach im Wesentlichen derselbe Effekt beschrieben, es hat sich jedoch der Begriff der Feshbachresonanz durchgesetzt, während man bei den asymmetrischen Linienformen prädissoziierter Molekülzustände von Fanoprofilen spricht.

Die Allgemeinheit der theoretischen Beschreibung und damit die Übertragbarkeit auf andere Teilgebiete der Physik ist hierbei bemerkenswert. So kam es zum direkten Nachweis einer Feshbachresonanz in "Photoentladungsexperimenten" (engl. *photo detachment*), bei denen die Photonenstreurate an H^- -Ionen zwei starke Resonanzstrukturen in der Nähe von 11 eV aufweist [Bry77]. Eine dieser Resonanzen stellte sich als eine Feshbachresonanz

heraus. Sie wird durch einen gebundenen Zustand einer höherenergetischen Potenzialkurve hervorgerufen.

Mit der Entwicklung der Laserkühlung durch C. Cohen-Tannoudji, S. Chu und W. D. Phillips, die hierfür 1997 mit dem Nobelpreis ausgezeichnet wurden, wurde der Weg geebnet für Forschungen von Streuphänomenen neutraler Atome bei vernachlässigbar kleiner Stoßenergie. Ziel der Bemühungen war es unter anderem, das schon in den 1920er Jahren vorhergesagte Bose-Einstein-Kondensat (engl. *Bose-Einstein condensate*, BEC) [Bos24, Ein25] mit Hilfe von ultrakalten neutralen Atomen zu erzeugen. In diesem Zusammenhang machte Stwalley 1976 auf die Möglichkeit des Auftretens von Feshbachresonanzen auch bei ultrakalten Stößen aufmerksam [Stw76]. Er beschäftigte sich dabei vornehmlich mit der Stabilität von spinpolarisierten Wasserstoff-Deuterium-Gemischen. Die mit Feshbachresonanzen erzeugte Kopplung an andere Spinasymptoten kann die Spinpolarisierung empfindlich stören. Erst 17 Jahre später wurde von Tiesinga et al. erkannt, dass dieses die Möglichkeit eröffnet, gezielt die Streueigenschaften des ultrakalten Gases zu steuern [Tie93]. Der wichtigste Parameter hierfür ist die Streulänge a , die sich mit Hilfe einer solchen Resonanz von $-\infty$ bis $+\infty$ nach Belieben einstellen lässt. Darüberhinaus muss dafür nicht wie im Fall der Kernstöße oder des *photo detachments* die Stoßenergie durchgestimmt werden, da diese im Wesentlichen vernachlässigbar klein ist, sondern die zu koppelnden Kanäle müssen durch externe Felder in Entartung gestimmt werden. Je nach verwendetem Feld nennt man diese Resonanzen daher magnetische oder optische Feshbachresonanzen.

1998 konnten Feshbachresonanzen erstmal mit zwei verschiedenen Methoden in Stößen ultrakalter Atome nachgewiesen werden. Bei der Photoassoziation von optisch gefangenen ^{85}Rb -Atomen in Moleküle bei Temperaturen von $30\ \mu\text{K}$ bis $100\ \mu\text{K}$ konnte bei bestimmten Magnetfeldern eine starke Erhöhung der Molekülproduktionsrate festgestellt werden. Dies war auf die Kopplung eines bei diesem Feld magnetisch in Resonanz gestimmten Molekülzustands zurückzuführen [Cou98]. Am MIT wurden Feshbachresonanzen durch die ebenfalls starke Erhöhung von Dreikörperstößen und die damit einhergehenden inelastischen Verluste in einem ^{23}Na Kondensat nachgewiesen [Ino98]. Erst wenige Jahre zuvor waren Bose-Einstein-Kondensate durch die Entwicklung der erzwungenen evaporativen Kühlung erstmals hergestellt worden [And95, Dav95a], welches im Jahr 2001 zur Verleihung des Nobelpreises an E. A. Cornell, C. E. Wieman und W. Ketterle führte. Nachdem kurz darauf auch Fermigase in das quantenentartete Regime gekühlt werden konnten [DeM98, Sch01b, Tru01] und dort in Spingemischen ebenfalls Feshbachresonanzen entdeckt wurden, wurde sofort die nun verfügbare Einstellbarkeit der Streueigenschaften der Gase dazu verwendet, vielfältige Experimente zu realisieren. So konnte man die Bose-Einstein-Kondensation von Feshbachmolekülen erreichen [Joc03, Zwi04] sowie den BEC/BCS Übergangsbereich als Modellsystem gekoppelter Fermionpaare in Analogie zur Elektronenpaarung in Supraleitern studieren [Bar04, Zwi05, Reg05]. In bosonischen Systemen konnten helle Solitonen (engl. *bright solitons*) im Bereich attraktiver Wechselwirkung erzeugt werden [Kha02, Str02]. Desweiteren wurden hochauflösende Rb-Feshbachspektroskopien dazu verwendet, extrem genaue Potenzialkurven dieser Spezies zu erhalten [Mar02]. Durch die sorgfältige Analyse der über 40 gefundenen Feshbachresonanzen konnte die Kenntnis der Wechselwirkungspotenziale in ihrer Genauigkeit um ein Vielfaches verbessert werden. Nachdem kurze Zeit später auch in heteronuklearen Systemen Feshbachresonanzen beobachtet wurden [Sta04, Zac06], kam es auch hier zu einer Fülle von Experimenten. Unter

Anderem wurde wechselwirkungsinduzierte Phasenseparation und Kollaps in einer ^{40}K - ^{87}Rb Mischung [Osp06c] untersucht. Auch hier konnte präzise Feshbachspektroskopie zuvor bestehende Unklarheiten über die Wechselwirkungsstärken im ^{40}K - ^{87}Rb -Gemisch klären [Fer06]. Von besonderem Interesse ist in Fermi-Bose-Gemischen die Möglichkeit, durch boson-induzierte Kopplung von Fermionen eine direktere Analogie zu Cooperpaaren in Supraleitern zu erhalten [Mat03, Ill04].

Ein sehr intensiv untersuchtes Gebiet, das ebenfalls durch die Feshbachresonanzen große Fortschritte gemacht hat, ist die Untersuchung ultrakalter polarer Moleküle [Osp06b, Zir08a, Zir08b]. Die mit Hilfe von adiabatischen Rampen oder mit Radiofrequenzstrahlung (RF-Strahlung) erzeugten Feshbachmoleküle haben jedoch kein ausgeprägtes Dipolmoment. Deswegen ist es wichtig, die Moleküle in tiefer gelegene und damit auch stabilere Vibrationszustände zu überführen. Dies funktioniert im Fall von homonuklearen Rb_2 -Molekülen durch weitere adiabatische Rampen und RF-Übergänge sehr gut [Lan08]. Bindungsenergien von bis zu 3,5 GHz und Rotationsübergänge mit $\Delta l = 2$ konnten so erreicht werden. Auch für heteronukleare $^{40}\text{K}^{87}\text{Rb}$ -Moleküle hat dieses Verfahren schon Anwendung gefunden bis hinunter zu Bindungsenergien von 10 GHz [Osp08]. Dies ist verglichen mit der Bindungsenergie eines Grundzustandsmoleküls, die sich im Bereich von einigen Elektronenvolt bewegt, jedoch noch immer sehr gering. Zusätzlich ist diese Methode wegen der sehr vielen molekularen Zustände und deren Kopplung eine hochkomplizierte Aufgabe. Eine alternative Methode bietet Photoassoziation, mit der eine Reihe verschiedener polarer Moleküle produziert werden konnten ($^6\text{Li}^7\text{Li}$ [Sch01a, Sch02a], $^{87}\text{Rb}^{133}\text{Cs}$ [Ker04b, Ker04a, Sag05], $^{39}\text{K}^{87}\text{Rb}$ [Man04], $^{23}\text{Na}^{133}\text{Cs}$ [Hai04]), dies jedoch mit sehr geringen Dichten und zumeist in magneto-optischen Fallen und damit vergleichsweise hohen Temperaturen. Diese Technik kann jedoch, mit Feshbachresonanzen kombiniert, zu sehr viel größeren Molekülproduktionsraten führen. Dieses wurde bereits beim ersten Nachweis einer Feshbachresonanz im Rahmen von [Cou98] an einer thermischen ^{85}Rb -Wolke gezeigt sowie in jüngerer Zeit mit einem Bose-Einstein-Kondensat aus ^7Li -Atomen [Jun08]. Sowohl für homonukleare Systeme [Abe98, Gri07] als auch für heteronukleare Systeme existieren eine Reihe konkreter theoretischer Vorschläge hierzu [Stw04, Kot04, Pel08]. Vor Kurzem konnten auf diese Weise durch Einsatz von STIRAP (engl. *STImulated Raman Adiabatic Passage*) erstmals polare $^{40}\text{K}^{87}\text{Rb}$ Grundzustandsmoleküle bei Temperaturen von etwa 350 nK erzeugt werden [Ni08]. An ihnen konnte durch Starkspektroskopie ein Dipolmoment von 0,566(17) Debye bestimmt werden. Der Grundzustand von LiRb -Molekülen wiederum zeichnet sich wegen des noch größeren Unterschieds in der Kernladungszahl der zwei beteiligten Atome durch ein besonders hohes elektrisches Dipolmoment aus. Für das fermionische Molekül $^6\text{Li}^{87}\text{Rb}$ z.B. erwartet man 4,3 Debye [IM86]. Die Wechselwirkungen bei ultrakalten Temperaturen werden dann von langreichweitigen, anisotropen Dipol-Dipol-Wechselwirkungen vollständig dominiert. Dieses steht im Gegensatz zur kurzreichweitigen, isotropen Kontaktwechselwirkung, die sonst die Eigenschaften der ultrakalten Atome beherrscht. Für erfolgreiche Photoassoziationsexperimente benötigt man präzise Informationen über die Potenzialparameter. Mit Hilfe der in dieser Arbeit gemachten Feshbachspektroskopien wurden die Potenzialparameter des zuvor nur sehr ungenau beschriebenen LiRb -Systems in Zusammenarbeit mit Theoriegruppen in Hannover (E. Tiemann) und Berlin (A. Saenz) erheblich verbessert. Mit den nun zur Verfügung stehenden Molekülpotenzialen ist eine Umsetzung der theoretischen Vorschläge zur effizienten Molekül-

produktion durchführbar.

Im Jahr 2006 konnte ein neues Kapitel im Bereich resonanter Streuphänomene geöffnet werden. Mit dem experimentellen Nachweis von Efimovzuständen in einem extrem kalten thermischen Gas aus bosonischen ^{133}Cs -Atomen [Kra06b] konnten Zustände nachgewiesen werden, die universelle Eigenschaften haben. Die ursprünglich von Efimov für Atomkerne vorhergesagten gebundenen Zustände [Efi70] können interessanterweise nur als gebundener Dreiteilchenzustand stabil sein. Insbesondere können diese Dreiteilchenzustände existieren, wenn Zweiteilchenzustände nicht stabil sind. Besonders interessant ist dabei das universelle Efimovspektrum, das nicht von der verwendeten atomaren Spezies und damit nicht vom zugrundeliegenden Molekülpotenzial abhängt. Der Nachweis eines solchen universellen Zustandes gelang durch seine gezielte Kopplung an den Zweikörperzustand der Feshbachmoleküle, dessen Bindungsenergie durch Variation des Magnetfeldes über eine Feshbachresonanz eingestellt werden kann. Im Resonanzfall von Efimovzustand und Cs-Dimerzustand kam es dann zu einer starken Erhöhung der Dreikörperzerfallsrate des mit 10 nK extrem kalten Cs-Gases. Bisher gelang es allerdings nicht, mehrere solcher Zustände aufzulösen. Entlang einer Feshbachresonanz ändert man die Streulänge a und Kopplungen von weiteren Efimovzuständen an den Dimerzustand finden wegen des logarithmisch periodischen Efimovspektrums bei einer um einen konstanten Faktor erhöhten Streulänge statt. Für drei identische Bosonen wie im Experiment [Kra06b] erhält man einen Faktor von 22,7. Damit befindet sich der nächste Efimovzustand schon oberhalb der für die verwendeten endlichen Temperaturen erreichbaren Streulänge. Braaten und Hammer [Bra06] haben die Massenabhängigkeit des Skalenfaktors berechnet und haben festgestellt, dass dieser für größer werdende Massenverhältnisse der Stoßpartner stark abnimmt. So beträgt er im Fall von $^7\text{Li} + ^{87}\text{Rb}$ etwa 8 und für $^6\text{Li} + ^{87}\text{Rb}$ etwa 7. Mit den in dieser Arbeit vorgestellten, im Fall des $^7\text{Li} + ^{87}\text{Rb}$ extrem breiten, heteronuklearen Feshbachresonanzen ist damit ein Modellsystem verfügbar, mit dem möglicherweise durch Beobachtung mehrerer Efimovzustände universelle Eigenschaften derselben experimentell nachweisbar sind. Hierzu benötigt man allerdings extrem niedrige Temperaturen; bei dem Cs-Experiment in Innsbruck beobachtete man bereits bei Temperaturen oberhalb von 250 nK eine starke Verbreiterung der Resonanz [Kra06b].

Im folgenden Kapitel 2 wird erst ein theoretischer Überblick über die benötigte Streutheorie sowie das Phänomen der Feshbachresonanzen gegeben, um dann in Kapitel 3 die experimentelle Verfahrensweise zur Erzeugung der ultrakalten Li-Rb-Gemische zu beschreiben. Im Kapitel 4 werden Dipolfallen eingehend diskutiert und der verwendete Dipolfallaufbau beschrieben und charakterisiert. In Kapitel 5 werden dann die experimentellen Ergebnisse der Arbeit vorgestellt und eingehend diskutiert. Die auf diesen Ergebnissen basierenden theoretischen Arbeiten werden ebenfalls erläutert. Mögliche experimentelle Szenarien und Methoden zur Vermessung von Efimovzuständen im Li-Rb-System werden in Kapitel 6 beschrieben. Im Kapitel 7 wird schließlich eine Zusammenfassung sowie ein Ausblick gegeben.

2 Theorie

Die in dieser Arbeit untersuchten Feshbachresonanzen sind Resonanzeffekte innerhalb ultrakalter atomarer Wechselwirkungen. Dieser Zusammenhang erfordert ein Verständnis der zugrundeliegenden atomaren Streuprozesse. Hierzu werden in diesem Kapitel die theoretischen Grundlagen gelegt. Zuerst werden in Abschnitt 2.1 Stoßprozesse im Rahmen der atomaren Streutheorie erläutert, um dann den Grenzwert ultrakalter Temperaturen zu besprechen. Dort unterscheidet sich das Stoßverhalten von Bosonen und Fermionen grundsätzlich.

Die unterschiedlichen physikalischen Einflüsse auf das relevante Streupotenzial zu bestimmen, ist eine sehr komplexe Aufgabe. Ein Überblick über die verschiedenen Potenzialbeiträge wird in Abschnitt 2.2 gegeben.

In Abschnitt 2.3 werden dann Feshbachresonanzen im Gebiet atomarer Streuprozesse erläutert. Es wird ein einfaches Modell auf die zwei untersuchten Systeme ${}^6\text{Li}$ - ${}^{87}\text{Rb}$ und ${}^7\text{Li}$ - ${}^{87}\text{Rb}$ angewandt, um die Eigenschaften dieser Systems näher darzustellen und die spektroskopischen Möglichkeiten von Feshbachresonanzen zu erläutern.

Zum Auffinden von Feshbachresonanzen muss man die Hyperfeinzustände der Atome gezielt kohärent manipulieren. Hierfür wurde in unserem Experiment die Technik des *rapid adiabatic passage* verwendet. Eine theoretische Beschreibung hierzu wird in Abschnitt 2.4 gegeben.

Mit Hilfe von Zweikörperstreuresonanzen ergeben sich eine Vielzahl von möglichen interessanten Experimenten. Ein besonders für das Li-Rb System interessanter Aspekt ist die Möglichkeit, spezielle Dreikörperresonanzen, so genannte Efimovzustände, zu studieren. Diese erst seit kurzem experimentell zugänglichen Zustände weisen eine Reihe interessanter Eigenschaften auf, die man eventuell mit Li-Rb nachweisen könnte. In Abschnitt 2.5 werden Abschätzungen hinsichtlich der Durchführbarkeit solcher Experimente auf Basis der zum Zeitpunkt der Einreichung dieser Dissertation bekannten Eigenschaften des Li-Rb Systems gemacht.

2.1 Stöße in ultrakalten Gasen

Atomare Stöße bzw. Streuungen aufgrund von interatomaren Wechselwirkungen bestimmen in entscheidender Weise die Eigenschaften ultrakalter Gase. Insbesondere zum Verständnis von Feshbachresonanzen, die ein Resonanzphänomen solcher Stoßprozesse darstellen, ist daher eine kurze Besprechung der grundlegenden Konzepte der Streutheorie nötig. Aber auch die zum Erreichen der tiefen Temperaturen nötigen Methoden wie das evaporative Kühlen beruhen auf der Umverteilung der kinetischen Energie der im Ensemble enthaltenen Teilchen durch Stöße. Die globalen Eigenschaften von Bose-Einstein-Kondensaten werden ebenfalls durch die atomaren Wechselwirkungen bestimmt [Dal99a].

2.1.1 Grundzüge der Streutheorie

Die Streutheorie wird in verschiedenen Lehrbüchern ausführlich behandelt, z.B. in [Nol89, MK94]. Ein schöner Übersichtsartikel ist von Dalibard geschrieben worden [Dal99b].

Der Stoß zweier Teilchen der Massen m_1 und m_2 lässt sich durch den Übergang in das Schwerpunktsystem auf den Stoß eines Teilchens der reduzierten Masse m_r zurückführen, wobei $m_r = (m_1 m_2) / (m_1 + m_2)$. Dieses Teilchen wird dann an dem effektiven Wechselwirkungspotenzial $V(\mathbf{r})$ gestreut. Hierbei wird das einlaufende Teilchen durch eine ebene Welle mit Wellenvektor \mathbf{k} und Energie $E_k = \hbar^2 k^2 / (2m_r) > 0$ beschrieben. Da man sich an dieser Stelle mit elastischen Stößen beschäftigt, sucht man nach Energieeigenzuständen $\Psi_k(\mathbf{r})$. Diese sind Lösungen der zeitunabhängigen Schrödingergleichung

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m_r} \nabla^2 + V(\mathbf{r}) \right) \Psi_k(\mathbf{r}) = E_k \Psi_k(\mathbf{r}). \quad (2.1)$$

Atomare Potenziale sind kurzreichweitig, daher spürt der Streuzustand in großem Abstand das Potenzial nicht mehr. Dies erlaubt den Ansatz der asymptotischen Form von $\Psi_k(\mathbf{r})$ als Überlagerung von einlaufender ebener Welle und auslaufender Kugelwelle

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \Psi_k(\mathbf{r}) \propto e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} + f(k, \mathbf{n}, \mathbf{n}') \frac{e^{ikr}}{r}. \quad (2.2)$$

Hierbei beschreibt die *Streuamplitude* $f(k, \mathbf{n}, \mathbf{n}')$ den gesamten Einfluss des Potenzials $V(\mathbf{r})$ auf die einlaufende Welle. Im Allgemeinen ist sie abhängig von der Ausbreitungsrichtung $\mathbf{n} = \mathbf{k}/k$ der einlaufenden ebenen Welle und der Beobachtungsrichtung $\mathbf{n}' = \mathbf{r}/r$. Die Streuamplitude bestimmt den experimentell messbaren differentiellen Streuquerschnitt $d\sigma/d\Omega$ für Streuung in das Raumwinkelelement $d\Omega$ bzw. den totalen Streuquerschnitt σ und ist daher die wesentliche zu bestimmende Größe,

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(k, \mathbf{n}, \mathbf{n}')|^2 \quad \rightarrow \quad \sigma(k, \mathbf{n}, \mathbf{n}') = \int_{\Omega} |f(k, \mathbf{n}, \mathbf{n}')|^2 d\Omega. \quad (2.3)$$

Im Allgemeinen ist die Streuamplitude nicht zu berechnen. Stattdessen muss man vereinfachende Annahmen machen wie z.B. diejenige, dass das Wechselwirkungspotenzial $V(\mathbf{r})$ nur eine geringe Störung darstellt. Dann kann man im Rahmen der Störungstheorie mit

Hilfe der Bornschen Näherung weitere Vereinfachungen einführen. Zusätzlich verliert man die Richtungsabhängigkeit $f(k, n, n') \rightarrow f(k)$, wenn die einlaufende ebene Welle sehr geringe Energie E_k hat. Dies ist der Fall, wenn der Wellenvektor, definiert über $E_k = \hbar^2 k^2 / (2m_r)$, mit $k \ll 1/b$ deutlich kleiner als die inverse Reichweite b des Potenzials $V(\mathbf{r})$ ist:

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \Psi_k(\mathbf{r}) \propto e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} + f(k) \frac{e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}}}{r}. \quad (2.4)$$

In diesem Fall ist die auslaufende Welle eine Kugelwelle mit energieabhängiger Amplitude $f(k)$. Die Streuung ist damit isotrop, womit dies dem Spezialfall von s -Wellenstreuung mit relativem Bahndrehimpuls der Stoßpartner von $l = 0$ entspricht. Der Beitrag höherer Bahndrehimpulse und der entsprechende Grenzwert für niedrige Stoßenergien wird im folgenden Abschnitt für das Zentralfeldpotenzial noch eingehender erläutert.

2.1.2 Partialwellen

Im Zentralfeld $V(\mathbf{r}) \rightarrow V(r)$ ist der Bahndrehimpuls eine Erhaltungsgröße. Ein sinnvoller Ansatz für die Funktionen $\Psi_k(\mathbf{r})$ basiert daher auf den Eigenfunktionen des Bahndrehimpulsoperators \hat{l}^2 , den Kugelflächenfunktionen $Y_{l,m}(\theta, \phi)$. Die Streuung im Zentralfeld kann nicht vom Azimutalwinkel ϕ abhängen, womit sich die $Y_{l,m}(\theta, \phi)$ zu den Legendrepolynomen $P_l(\cos \theta)$ reduzieren. Der Ansatz für die Variablenseparation von r und θ ist daher

$$\Psi_k(\mathbf{r}) = \sum_{l=0}^{\infty} P_l(\cos \theta) \frac{u_{k,l}(r)}{r}, \quad (2.5)$$

wobei in den Funktionen $u_{k,l}(r)$ die radiale Abhängigkeit steckt. Einsetzen in die Eigenwertgleichung 2.1 führt zur Radialgleichung für die $u_{k,l}(r)$:

$$-\frac{\hbar^2}{2m_r} \frac{d^2}{dr^2} u_{k,l}(r) + \left(V(r) + \frac{l(l+1)\hbar^2}{2m_r r^2} \right) u_{k,l}(r) = 0. \quad (2.6)$$

Hier wirkt für die verschiedenen Bahndrehimpulse l ein unterschiedliches effektives Potenzial $V_{\text{eff}}(r) = V(r) + (l(l+1)\hbar^2)/(2m_r r^2)$, in dem der repulsive Term $(l(l+1)\hbar^2)/(2m_r r^2)$ bei höheren Bahndrehimpulsen zu einer *Zentrifugalbarriere* führt. Diese reflektiert Stoßpartner kleiner Relativenergie E_k schon bei großen Abständen, bevor diese signifikant in den Wechselwirkungsbereich des Potenzials $V(r)$ geraten. Dadurch werden die Beiträge dieser und höherer Bahndrehimpulse unterdrückt. Für große Abstände sind die Lösungen der Radialgleichung sphärische Besselfunktionen [Nol89] und man kann die Gesamtlösung $\Psi_k(\mathbf{r})$ für große Abstände annähern als:

$$\Psi_k(\mathbf{r}) = \frac{1}{k} \sum_{l=0}^{\infty} P_l(\cos \theta) A_l \left((-1)^{l+1} \frac{e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}}}{r} + e^{2i\delta_l(k)} \frac{e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}}}{r} \right). \quad (2.7)$$

Die Gesamtlösung ist somit die Summe der Lösungen für alle Partialwellen l . Wegen der elastischen Streuung sowie der Drehimpulserhaltung gilt Teilchenzahlerhaltung für jede Partialwelle. Ein- und auslaufende Partialwellen dürfen sich daher nur um eine Phase

$2\delta_l(k)$ unterscheiden. $\delta_l(k)$ nennt man daher *Streuphase*. Durch Einsetzen von $u_{k,l}(r) = (-1)^{l+1}e^{-ikr} + e^{2i\delta_l(k)}e^{ikr}$ in Gl. 2.6 gewinnt man letztlich die Streuamplitude

$$f(k,\theta) = \frac{1}{2ik} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) P_l(\cos\theta) \left(e^{2i\delta_l(k)} - 1 \right). \quad (2.8)$$

2.1.3 Teilchenstatistik und *s*-Wellenstreuung

Um aus obiger Streuamplitude den korrekten Streuquerschnitt gemäß Gl. 2.3 zu berechnen, muss man sich Gedanken über die Unterscheidbarkeit der Stosspartner machen. Zusätzlich muss man die Eigenschaften identischer Bosonen und Fermionen berücksichtigen. Bei unterscheidbaren Teilchen muss man in Gl. 2.3 einfach über den gesamten Raumwinkel von 4π integrieren, um $\sigma(k)$ zu erhalten. Bei ununterscheidbaren Teilchen verhalten sich die Wellenfunktionen $\Psi_k(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$ unter Vertauschung der Koordinaten gemäß $\Psi_k(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1) = \epsilon \Psi_k(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$, wobei $\epsilon = +1$ für Bosonen und $\epsilon = -1$ für Fermionen gilt [Dal99b]. Damit sind zwei Stoßtrajektorien, die sich um den Winkel 180° bzw. π zueinander unterscheiden, nicht voneinander zu unterscheiden. Der differenzielle Stoßquerschnitt wird dann

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = |f(k,\theta) + \epsilon f(k,\theta - \pi)|^2. \quad (2.9)$$

Zur Berechnung des totalen Wirkungsquerschnittes muss allerdings wegen der Ununterscheidbarkeit der Trajektorien auch nur über den halben Raumwinkel 2π integriert werden. Es kommt zu einer Verdopplung der Beiträge jeder Streuwelle zu $\sigma(k)$. Das für Bosonen und Fermionen unterschiedliche ϵ führt dazu, dass einmal nur gerade l , das andere mal nur ungerade l Beiträge liefern. Für die totalen Streuquerschnitte gilt daher

$$\sigma(k) = \begin{cases} \frac{4\pi}{k^2} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) \sin^2 \delta_l(k) & \text{für unterscheidbare Teilchen,} \\ \frac{8\pi}{k^2} \sum_{l_{\text{gerade}}} (2l+1) \sin^2 \delta_l(k) & \text{für identische Bosonen,} \\ \frac{8\pi}{k^2} \sum_{l_{\text{ungerade}}} (2l+1) \sin^2 \delta_l(k) & \text{für identische Fermionen.} \end{cases} \quad (2.10)$$

Der erste Fall entspricht in unserem Experiment Stößen zwischen ${}^6\text{Li}$ oder ${}^7\text{Li}$ mit ${}^{87}\text{Rb}$, während der zweite Fall für spinpolarisiertes ${}^7\text{Li}$ bzw. ${}^{87}\text{Rb}$ bei Stößen mit sich selbst gilt. Der dritte Fall wiederum enthält Stöße von spinpolarisiertem ${}^6\text{Li}$. Zur korrekten Berechnung der Streuquerschnitte benötigt man nun die Streuphasen der verschiedenen Partialwellen. Im Grenzwert kleiner Stoßenergien und damit kleiner Wellenvektoren k findet man $\delta_l(k) \propto k^{2l+1}$ (modulo π) im Grenzfall $k \rightarrow 0$ [Dal99b, Lan77]. Damit verschwinden aber alle Streuphasen außer dem Term mit $l = 0$. Dies führt zur *s*-Wellenstreuung, bei der nur noch der $l = 0$ Term einen Beitrag liefert:

$$\lim_{k \rightarrow 0} \sigma(k) = \begin{cases} 4\pi a^2 & \text{für unterscheidbare Teilchen,} \\ 8\pi a^2 & \text{für identische Bosonen,} \\ 0 & \text{für identische Fermionen.} \end{cases} \quad (2.11)$$

Dabei wird die Streulänge a über die Definition

$$a = - \lim_{k \rightarrow 0} \frac{\tan \delta_0(k)}{k} \quad (2.12)$$

eingeführt. Erstaunlicherweise ist das Verhalten ultrakalter Gase trotz der komplexen, im nächsten Kapitel noch detaillierter beschriebenen Beiträge zum Wechselwirkungspotenzial $V(r)$ in guter Näherung durch eine einzige Zahl, die Streulänge a , beschreibbar. Dabei ist a^2 als eine effektive Trefferfläche der Atome im Sinne eines klassischen Stoßes interpretierbar. Es wird nicht überraschen, dass das Verhalten der Streulänge hochempfindlich von dem genauen Verlauf des Potenzials $V(r)$ abhängt. Um also über das Stoßverhalten genaue Aussagen machen zu können, muss man das relevante Potenzial sehr präzise kennen. Die einzelnen Beiträge zu $V(r)$ werden im folgenden Abschnitt beleuchtet.

2.2 Born-Oppenheimer-Streupotenziale

Wenn man die Streupotenziale möglichst genau beschreiben will, so muss man eine Reihe verschiedener Effekte berücksichtigen. Die unterschiedlichen Beiträge werden im Folgenden geschildert. Durch sie werden konkrete Berechnungen sehr aufwändig und kompliziert. Für die Ermittlung der Potenziale ist die Anwendbarkeit der Born-Oppenheimer-Näherung von großer Bedeutung. Sie beruht auf dem großen Massenverhältnis zwischen Elektronen und dem Atomkern, so dass die Elektronenhülle der vergleichsweise langsamen Relativbewegung der Atomkerne während des Stoßes zu jedem Zeitpunkt adiabatisch folgen kann. Dies ermöglicht die Separation der Bewegung der Elektronen von derjenigen der Kerne, so dass man effektive Molekülpotenziale erhält, die nur vom Abstand der Atomkerne abhängen [Hak98]. Zusätzlich gibt es Abhängigkeiten von den verschiedenen beteiligten Spins, so dass das relevante Potenzial V folgende Terme enthält [Mie96, Lau02],

$$V = \sum_{j=1}^2 (V_{j,hf} + V_{j,Zeeman}) + V_C + V_{SS} + V_{SO}. \quad (2.13)$$

Hierbei spielen die Hyperfeinaufspaltung $V_{j,hf}$ und die magnetfeldabhängige Zeemanenergie $V_{j,Zeeman}$ jedes Atoms eine Rolle, sowie die sich wiederum aus mehreren Anteilen zusammensetzende Coulombwechselwirkung V_C . Dipol-Dipol-Wechselwirkungen durch die verschiedenen beteiligten Drehimpulse sind in den Termen V_{SS} und V_{SO} enthalten. Die folgende Diskussion dieser Terme ist in Teilen [Mar03] entnommen.

2.2.1 Hyperfeinstruktur

Die Hyperfeinwechselwirkung basiert auf der Kopplung zwischen dem Elektronenspin s_j und dem Kernspin i_j zum Gesamtspin $f_j = s_j + i_j$ innerhalb eines jeden Atoms [Ari77, Moe95, MK97]. Die einzelnen Spins s_j und i_j verlieren dabei ihre Bedeutung und stellen keine guten Quantenzahlen mehr dar. Der Energiebeitrag hierdurch wird mit

$$V_{j,hf} = \frac{a_{hf}}{\hbar^2} \mathbf{s}_j \cdot \mathbf{i}_j, \quad j = 1, 2 \quad (2.14)$$

beschrieben. Die Hyperfeinwechselwirkung des Spins s_1 mit dem Kernspin des anderen Atoms i_2 und umgekehrt kann vernachlässigt werden.

2.2.2 Zeemaneffekt

Zwar spielt der Zeemaneffekt bei den normalen Stoßprozessen eigentlich keine grundlegende Rolle, zur Untersuchung von magnetisch induzierten Feshbachresonanzen ist er jedoch der ausschlaggebende Beitrag [Moe95, Lau02].

$$V_{j,Zeeman} = -\boldsymbol{\mu}_j \cdot \mathbf{B} = \frac{\mu_B}{\hbar} (g_s \mathbf{s}_j + g_j \mathbf{i}_j) \cdot \mathbf{B}, \quad j = 1, 2. \quad (2.15)$$

Die magnetische Energie jedes Atoms hängt von dessen magnetischen Moment $\boldsymbol{\mu}_j$ ab. Dieses setzt sich zusammen aus dem magnetischen Moment der Elektronen und dem des

Kerns. g_S und g_j sind die Landé-Faktoren des Elektrons bzw. des Kerns in Einheiten des Bohrschen Magnetons μ_B .

2.2.3 Coulomb-Wechselwirkung

Die Coulombwechselwirkung weist verschiedene Beiträge auf, die in unterschiedlichen Abständen dominieren. Bei sehr kurzen Abständen ist dies die Abstoßung der positiv geladenen Atomkerne der zwei Stoßpartner. Hieraus resultiert ein starker Anstieg des Potentials für $r \rightarrow 0$.

Austauschwechselwirkung

In mittleren Abständen dominiert die sogenannte Austauschwechselwirkung, die auf der Kopplung der atomaren Elektronenspins s_1 und s_2 zu einem molekularen Gesamtspin $S = s_1 + s_2$ basiert. Diese Umkopplung findet statt, weil sich die Elektronenwolken der Stoßpartner bei diesen Abständen zu überlappen beginnen und die Elektronen sich gegenseitig spüren. Bei den vorliegenden Alkalimetallen gibt es nur die Zustände $S = 0$ (Singulett) und $S = 1$ (Triplet). Hierbei liegt das Triplettpotenzial immer über dem Singulettpotenzial und enthält weniger gebundene Zustände. Das hierdurch hervorgerufene Potenzial kann mit

$$V_A = (-1)^{S+1} \frac{J}{2} r^{7/(2\alpha)-1} e^{-2\alpha r/a_0}. \quad (2.16)$$

beschrieben werden [Had96], wobei die Parameter J und α für jede Atomsorte anders sind.

van der Waals-Wechselwirkung

Bei noch größeren Abständen verstärkt sich die Bedeutung der durch Fluktuationen der Ladungsverteilungen hervorgerufenen van der Waals-Wechselwirkung. Diese Fluktuationen haben Anteile unterschiedlicher Multipolmomente und führen so zu einer Multipol-Multipol-Wechselwirkung. Normalerweise verwendet man die Multipolentwicklung bis zum Term r^{-5} . Dies führt zu einem attraktiven Potenzial der Form

$$V_{\text{vdW}} = -\frac{C_6}{r^6} - \frac{C_8}{r^8} - \frac{C_{10}}{r^{10}}. \quad (2.17)$$

Die darin enthaltenen Koeffizienten C_6 , C_8 und C_{10} nennt man Dispersionskoeffizienten, die Wechselwirkung wird auch Dispersionswechselwirkung genannt. Auch die Dispersionskoeffizienten müssen an die jeweilig verwendeten Atomsorten angepasst werden.

Je nach Abstand r gibt es unterschiedliche Sätze guter Quantenzahlen. Bei sehr großen Abständen sind dies die atomaren Hyperfeinspins f_j , bei sehr kleinen Abständen jedoch S und $I = i_1 + i_2$. Schwierig wird es bei mittleren Abständen, bei denen es zu Umkopplungen zwischen den beiden Extremen kommt. Welche Quantenzahlen deshalb bei welchem Abstand gut sind, hängt von der Stärke der Hyperfeinaufspaltungen der Einzelatome sowie der Stärke der Austauschwechselwirkung ab und kann nicht ohne Weiteres gesagt werden.

2.2.4 Spin-Spin-Wechselwirkung

Bei den kurzen Abständen, bei denen ein Stoß stattfindet, muss man auch die Wechselwirkung der Elektronenspins untereinander berücksichtigen. Der hierfür in Analogie an klassische Dipol-Dipol-Wechselwirkung angelehnte Operator kann ausgedrückt werden durch einen effektiven Operator,

$$V_{SS} \propto -\frac{1}{r^3} \left(\frac{3(\mathbf{r} \cdot \mathbf{S})^2}{r^2} - \mathbf{S}^2 \right) \rightarrow \frac{2}{3} \lambda(r) (3S_z^2 - \mathbf{S}^2), \quad (2.18)$$

bei dem die Funktion $\lambda(r)$ die Radialabhängigkeit enthält [Hir94]. Dieser Term spielt offensichtlich nur in den Triplettpotenzialen $^3\Sigma$ eine Rolle. Seine wichtigste Eigenschaft ist, dass er die Entartung der drei Spinprojektionen $M_S = \pm 1, 0$ aufhebt, da er von der Ausrichtung des Spin zur Kernverbindungsachse und damit von M_S abhängt. Dies führt z.B. zur Aufspaltung von p -Wellen Feshbachresonanzen wie sie im System ^{40}K - ^{87}Rb beobachtet wurde [Osp06a], da dieser Term in der Lage ist, Bahndrehimpulse und Elektronenspins umzuverteilen. Dies ist möglich, da V_{SS} wegen fehlender Zentralsymmetrie den Bahndrehimpuls nicht erhält.

2.2.5 Spin-Bahn-Wechselwirkung

Zuletzt führt die schon für die Austauschwechselwirkung verantwortliche Überlappung der Elektronenorbitale während des Stoßes auch zu einer Kopplung von Bahndrehimpuls l und Gesamtelektronenspin S . Die Struktur und Radialabhängigkeit dieser Kopplung beschreibenden Terms ist dem der Spin-Spin-Wechselwirkung sehr ähnlich [Mie96], so dass mit

$$\lambda_{SS} = -\frac{3}{4} \alpha^2 \left(\frac{1}{r^3} + a_{SO} e^{-b(r-r_{SO})} \right). \quad (2.19)$$

eine beide Kopplungen gemeinsam beschreibende Funktion $\lambda(r)$ angegeben werden kann. Hierbei ist α die Feinstrukturkonstante und a_{SO} , b und r_{SO} sind Modellparameter zur Beschreibung der Spin-Bahn-Kopplung [Pas07]. Interessant ist festzustellen, dass $a_{SO} < 0$ ist und damit immer der Spin-Spin-Wechselwirkung entgegenwirkt. Spinrelaxationsraten, d.h. inelastische Stöße, in denen die Spinquantenzahlen F bzw. m_F der Atome sich nach dem Stoß von denen vor dem Stoß unterscheiden, hängen von der Differenz der beteiligten Singulett- bzw. Triplettpotenziale ab. Für Stöße von ^{87}Rb z.B. heben sich die Beiträge der Spin-Spin- und der Spin-Bahn-Energie im relevanten Wechselwirkungsbereich fast vollständig auf [Mie96]. Aus diesem Grund sind für ^{87}Rb die Spinrelaxationsraten sehr gering.

2.3 Feshbachresonanzen

Feshbach hatte ursprünglich für Stöße von Atomkernen mit hoher Energie Resonanzen in den Stoßquerschnitten vorhergesagt [Fes64]. Derlei Resonanzen wurden bis heute allerdings in den von ihm beschriebenen Szenarien nicht beobachtet. Stwalley sagte 1976 magnetfeldabhängige Stoßresonanzen in spinpolarisiertem kaltem Wasserstoff vorher [Stw76], die später beobachtet werden konnten [Rey86, Sil88]. Im Zusammenhang mit der Einstellbarkeit der Streulänge in ultrakalten Stößen wurden sie erstmals von Tiesinga besprochen [Tie93]. In diesem Umfeld konnten sie 1998 nachgewiesen werden [Cou98, Ino98]. In den vergangenen Jahren konnten in einer Reihe verschiedener weiterer Systeme Feshbachresonanzen gemessen werden. Im folgenden Abschnitt werden die wesentlichen Eigenschaften magnetischer Feshbachresonanzen im Rahmen ultrakalter Stöße besprochen. Alternativ dazu können Feshbachresonanzen z.B. aber auch durch den ac-Stark Effekt hervorgerufen werden [Fed96a, The04]. Diese nennt man dann optische Feshbachresonanzen.

2.3.1 Magnetische Feshbachresonanzen

Die Grundlage zum Verstimmen der Molekülpotenziale zueinander im Fall von magnetischen Feshbachresonanzen ist der in Abschnitt 2.2.2 eingeführte Zeemanterm. Mit ihm ist es wegen der für die verschiedenen beteiligten Molekülpotenziale unterschiedlichen magnetischen Momente möglich, die Potenziale energetisch zu verschieben. Im Fall einer Resonanz ist dann für ein bestimmtes Magnetfeld der Streukanal P , in dem man sich energetisch minimal oberhalb der atomaren Asymptote (im Fall Li-Rb $2s-5s$) befindet, energetisch mit einem gebundenen Zustand eines anderen Molekülpotenzials, einem sogenannten geschlossenen Kanal Q , entartet (Abb. 2.1). Kann der geschlossene Kanal an den offenen Streukanal koppeln, was von verschiedenen Auswahlregeln für die Quantenzahlen der Zustände abhängt, so kann mit Hilfe des Projektoroperatorformalismus von Feshbach [Fes64] das Verhalten der Streulänge berechnet werden. Dazu wird der gesamte Hilbertraum der Raum- und Spinkoordinaten in einen Subraum Q der geschlossenen Kanäle und einen Subraum P der offenen Kanäle eingeteilt. Mit Hilfe von Projektionsoperatoren \hat{Q} und \hat{P} erhält man gekoppelte Schrödingergleichungen für Q und P [Moe95],

$$(E - H_{PP})\Psi_P = H_{PQ}\Psi_Q, \quad (2.20)$$

$$(E - H_{QQ})\Psi_Q = H_{QP}\Psi_P, \quad (2.21)$$

wobei $H_{PP} = \hat{P}H\hat{P}$, $H_{QQ} = \hat{Q}H\hat{Q}$ etc. Im Hamiltonoperator $H = T + V$ sind die den verschiedenen beteiligten Molekülpotenzialen entsprechenden Potenziale V gemäß Abschnitt 2.2 enthalten. $\Psi_Q = \hat{Q}\Psi$ und $\Psi_P = \hat{P}\Psi$ sind entsprechend die auf den Unterraum Q bzw. P projizierten Streuwellenfunktionen. Mit Hilfe von Greenschen Operatoren kann das gekoppelte System entkoppelt werden, so dass man für den Streukanal P die effektive Schrödingergleichung [Moe95]

$$(E - H_{\text{eff}})\Psi_P = 0 \quad \text{mit} \quad H_{\text{eff}} = H_{PP} + H_{PQ} \frac{1}{E^+ - H_{QQ}} H_{QP} \quad (2.22)$$

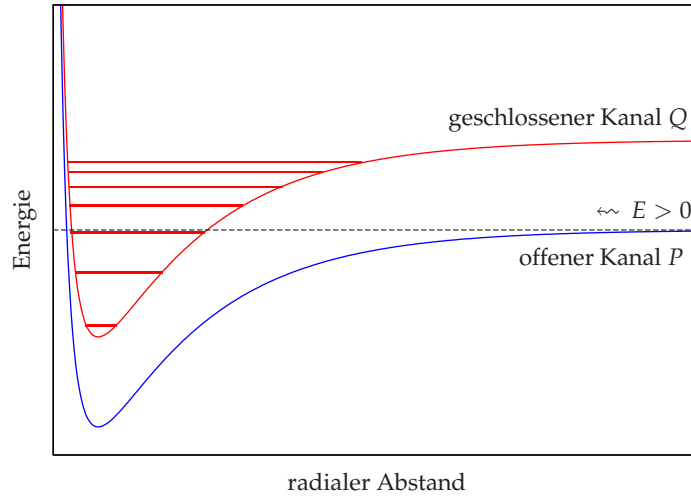


Abbildung 2.1: Eine Feshbachresonanz tritt auf, wenn es neben dem Eingangskanal P der Streuung einen in unmittelbarer Nähe befindlichen weiteren Kanal Q gibt, der mit dem Eingangskanal koppeln kann. Im Fall energetischer Entartung der zwei Kanäle kommt es dann zu einer divergierenden Streulänge. Für Stöße ultrakalter Atome handelt es sich bei Q um einen gebundenen Zustand eines anderen Molekülpotenzials. Aufgrund unterschiedlicher magnetischer Momente können P und Q durch ein äußeres Magnetfeld kontrolliert in Entartung gebracht werden.

erhält. Der erste Term von H_{eff} enthält die normale Streuung im offenen Kanal P , während der zweite Term die Kopplung mit Q beschreibt. Diese Gleichung erlaubt die verbreitete Interpretation, dass die Wellenfunktion von P nach Q projiziert wird, dort eine gewisse Zeit propagiert, und anschließend wieder von Q nach P zurückprojiziert wird. Dies bedeutet aber nichts anderes, als dass die Atome, die anfangs in P mit $E > 0$ in einem Streuzustand sind, zwischenzeitlich in einem gebundenen Molekülzustand Q sind, um dann anschließend den Wechselwirkungsbereich wieder als ungebundene Atome in P zu verlassen.

Für große Abstände r ist der Einfluss von Q vernachlässigbar. Dadurch kann das asymptotische Verhalten der Wellenfunktion im Streukanal in Ortsdarstellung (für s -Wellen Streuung) beschrieben werden durch [Mar03]

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \Psi_P^s(r) = \frac{e^{i\delta}}{\sqrt{\Omega}} \frac{\sin(kr + \delta)}{kr} \quad (2.23)$$

$$= -\frac{1}{2ik\sqrt{\Omega}} \left(\frac{e^{-ikr}}{r} - e^{2i\delta} \frac{e^{ikr}}{r} \right). \quad (2.24)$$

Dabei ist Ω ein für die Rechnung benötigtes Normierungsvolumen. Es handelt sich um eine einlaufende und eine phasenverschoben auslaufende Kugelwelle. Im Limes $k \rightarrow 0$ kann man daraus die Streulänge $a(B)$ für den gekoppelten Fall bestimmen. Die zugehörige Rechnung ist in [Mar03] sehr ausführlich geschildert und wird hier nicht im Detail

wiedergegeben. Die Abhängigkeit vom Magnetfeld B ist hierbei dispersionsartig [Moe95],

$$a(B) = a_0 \left(1 - \frac{\Delta B}{B - B_0} \right). \quad (2.25)$$

Die Hintergrundstreulänge a_0 wird hierbei ausschließlich durch den Eingangskanal P bestimmt. Im Fall $B = B_0$ sind die Kanäle P und Q entartet, die Streulänge wird singulär. Die Breite der Resonanz ΔB hängt von der Stärke der Kopplung von P und Q ab. Für den Verlauf von $a(B)$ kann man grundsätzlich zwei Fälle unterscheiden. Läuft der geschlossene Kanal für ein steigendes Magnetfeld von kleinen Energien in den Resonanzfall, so strebt $a(B)$ erst gegen $+\infty$, um dann von $-\infty$ wieder gegen a_0 zu laufen. Kommt der geschlossene Kanal von höheren Energien, so ist das Verhalten von $a(B)$ umgekehrt [Moe95] (Abb. 2.2).

Für endliche Stoßenergien ist die maximal erreichbare Streulänge begrenzt auf das unitäre Limit, welches vom Wellenvektor k abhängt. Dies gilt auch für jede Partialwelle l aus Gleichung 2.10. Im Fall von s -Wellenstreuung ist dann z.B. der maximale Streuquerschnitt identischer Bosonen gegeben durch $\sigma_{\max}(k) = 8\pi/k^2$. Im Fall thermischer Gase entspricht dies einer durch die Temperatur gegebenen maximal erreichbaren Streulänge.

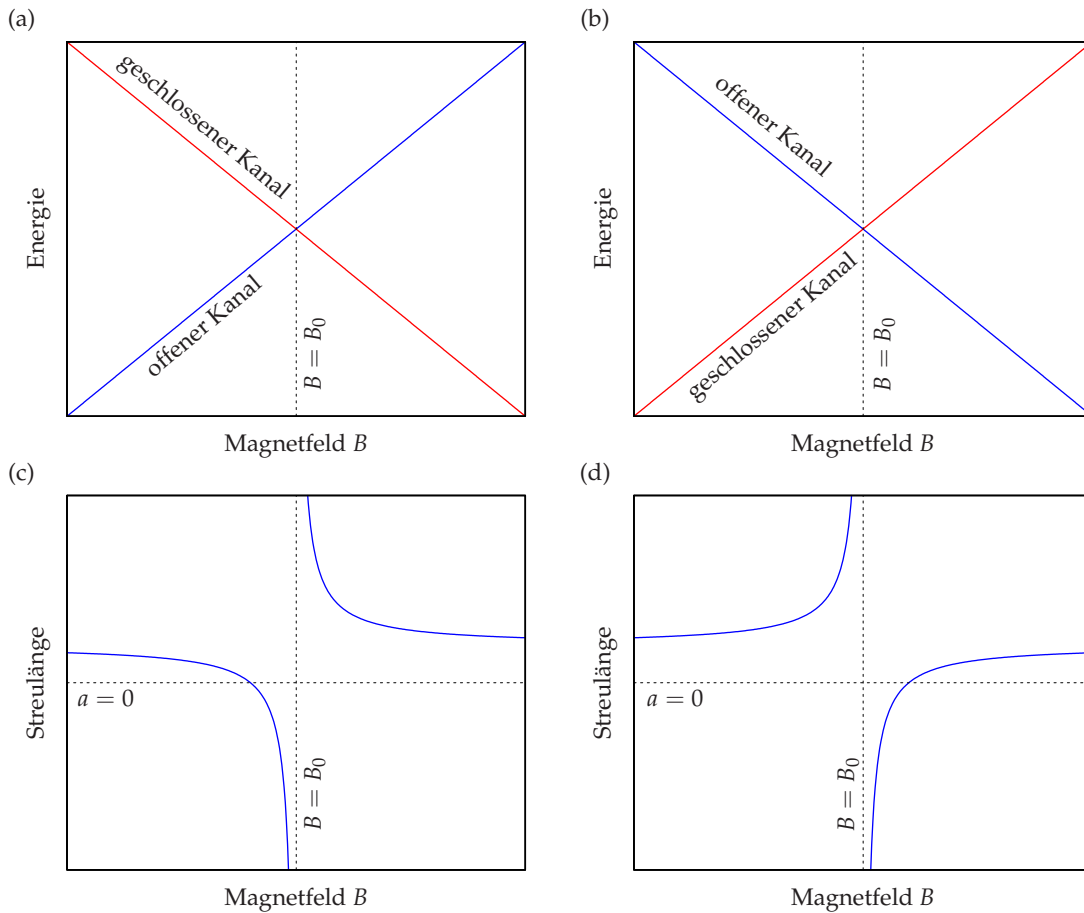


Abbildung 2.2: Magnetisches Verstimmen von geschlossenem und offenem Kanal und zugehöriger Verlauf der Streulänge. (a) Liegt der geschlossene Kanal (rot) energetisch oberhalb des offenen (blau), so strebt die Streulänge für steigende Felder in Richtung $-\infty$, wie in (c) dargestellt. Oberhalb der Resonanz fällt die Streulänge von $+\infty$ bis auf a_0 ab. Im Beispiel (c) ist die Hintergrundstreulänge positiv, daher kommt es zu einem Nulldurchgang unterhalb der Resonanzposition B_0 . (b) Kommt hingegen der geschlossenen Kanal von kleineren Energien, so läuft die Streulänge erst gegen $+\infty$, um für $B > B_0$ von negativen Werten kommend zu a_0 zu steigen. In der Darstellung (d) bedeutet dies bei positivem a_0 , dass der Nulldurchgang nun bei einem Feld oberhalb von B_0 liegt [Moe95].

2.3.2 Einfaches Modell: Abschätzungen für Li-Rb

Ultrakalte Stöße mit theoretischen Mitteln korrekt zu beschreiben ist wegen der vielen zu berücksichtigenden Einflüsse auf die relevanten Streupotenziale eine nichttriviale Aufgabe. Aufgrund der zusätzlichen Kopplung vieler Kanäle ist die korrekte Ermittlung von Resonanzen in diesen Streuprozessen eine noch wesentlich komplexere Problematik. Weltweit gibt es nur eine Handvoll Gruppen, die in diesem Feld Expertise haben. Bevor man sich aber im Detail mit einem speziellen System befasst, kann man ein Grundverständnis mit einfacheren Mitteln gewinnen. Im Fall des Systems Li-Rb kann man versuchen, sich mit Hilfe eines vergleichsweise einfachen Modells ein Bild des unter bestimmten Voraussetzungen zu erwartenden Feshbachspektrums zu machen. Das Modell wurde von Moerdijk et al. [Moe95] für homonukleare Stöße von ${}^6\text{Li}$, ${}^7\text{Li}$ und ${}^{23}\text{Na}$ entwickelt und anschließend von Stan et al. [Sta04] auf heteronukleare Stöße im System ${}^6\text{Li}$ - ${}^{23}\text{Na}$ erweitert. Dies erlaubte die Identifizierung der geschlossenen Kanäle für die dort beobachteten Feshbachresonanzen. Im Folgenden wird das Modell auf die zwei in dieser Arbeit untersuchten Systeme ${}^6\text{Li}$ - ${}^{87}\text{Rb}$ und ${}^7\text{Li}$ - ${}^{87}\text{Rb}$ angewandt, um damit eine Vorstellung der möglicherweise zu erwartenden Feshbachresonanzstruktur zu gewinnen.

Hierzu berechnet man für die relevanten gebundenen Zustände die Hyperfeinstruktur und die Zeemanverschiebung. Eine grundsätzliche Unbekannte ist hier die Bindungsenergie des hyperfeinaufgespalteten Vibrationszustandes des Moleküls, mit dem die Kopplung an den atomaren Streuzustand stattfindet. Üblicherweise ist dies der letzte gebundene Zustand vor der atomaren Asymptote, die im Fall ultrakalter Li-Rb Stöße $2s+5s$ ist. Eine Grundvoraussetzung des Modells ist eine vernachlässigbare molekulare Hyperfeinkopplung, so dass der Gesamtelektronenspin $S = s_1 + s_2$ eine gute Quantenzahl ist. Die Coulombwechselwirkung, mit der die Atome im Molekül gebunden sind, erhält den Spin S . Dadurch kann man die gebundenen Zustände in Triplett- ($S = 1$) und Singulettzustände ($S = 0$) einteilen. Die Hyperfeinstruktur des molekularen Zustandes für $B = 0$ kann durch die Summe der atomaren Hyperfeinenergien abgeschätzt werden:

$$H_{\text{hf}} = ha_1 s_1 \cdot i_1 + ha_2 s_2 \cdot i_2. \quad (2.26)$$

Hierbei ist i_k der Kernspin von Atom k und a_k die zugehörige Hyperfeinkonstante. Die Werte der Hyperfeinkonstanten sind hier $a_6 = 152,1368 \text{ MHz}$, $a_7 = 401,752045 \text{ MHz}$ und $a_{87} = 3417,3413 \text{ MHz}$ [Rad85]. Man kann den Hamiltonoperator umschreiben, indem man die Differenz ($s_1 - s_2$) einführt:

$$\begin{aligned} H_{\text{hf}} &= \frac{ha_1}{2} S \cdot i_1 + \frac{ha_2}{2} S \cdot i_2 + \frac{ha_1}{2} S \cdot (s_1 - s_2) + \frac{ha_2}{2} S \cdot (s_1 - s_2) \\ &= V_{\text{hf}}^+ + V_{\text{hf}}^-, \end{aligned} \quad (2.27)$$

wobei V_{hf}^+ die Summe $S = (s_1 + s_2)$ und V_{hf}^- entsprechend die Differenz ($s_1 - s_2$) enthält. V_{hf}^+ erhält den Gesamtspin S , während V_{hf}^- Triplett- und Singulettzustände mischt. Unter der Annahme, dass die Triplett-Singulett Aufspaltung sehr viel größer als die atomaren Hyperfeinenergien, ausgedrückt durch a_k , ist, kann man den Mischterm V_{hf}^- vernachlässigen. In diesem Fall sind die Coulombterme der Asymptote $2s+5s$ entkoppelt von den

Spintermen der zugrundeliegenden Hyperfeinstruktur der Atome. Letztere sind dann allein für die Magnetfeldabhängigkeit der Molekülzustände verantwortlich. Man kann dann die Gesamtenergie im Magnetfeld bestimmen, indem man den Hamiltonoperator durch einen Zeemanterm erweitert:

$$H_{\text{int}}^+ = V_{\text{hf}}^+ + V_{\text{Zeeman}}, \quad (2.28)$$

wobei

$$V_{\text{Zeeman}} = \mu_B \mathbf{B} \cdot (g_S \mathbf{S} + g_1 \mathbf{i}_1 + g_2 \mathbf{i}_2). \quad (2.29)$$

Hierbei ist $g_S \approx 2$ der g -Faktor des Elektrons und g_1 bzw. g_2 die auf ein Bohrsches Magneton bezogenen Landéfactoren der Atomkerne der Stoßpartner. Für die uns interessierenden Atome sind dies $g_6 = 0,00044764$, $g_7 = 0,0017732$ und $g_{87} = 0,001498$ [Rad85]. Man wählt nun eine Basis, in der man den Hamiltonoperator aus Gl. 2.28 auswertet. Eine Basis, die auch bei großen Magnetfeldern gilt, ist $|m_S, m_1, m_2\rangle$. Hierbei sind m_k die Projektionen des Kernspins auf die Magnetfeldachse mit $m_k |m_S, m_1, m_2\rangle = \hat{i}_{kz} |m_S, m_1, m_2\rangle$ und $m_S |m_S, m_1, m_2\rangle = \hat{S}_z |m_S, m_1, m_2\rangle$. Mit den Stufenoperatoren

$$\hat{S}_{\pm} = \hat{S}_x \pm i \hat{S}_y \quad (2.30)$$

$$\hat{i}_{k\pm} = \hat{i}_{kx} \pm i \hat{i}_{ky}. \quad (2.31)$$

und der Operatoridentität

$$\mathbf{i}_k \mathbf{S} = \hat{i}_{kx} \hat{S}_x + \hat{i}_{ky} \hat{S}_y + \hat{i}_{kz} \hat{S}_z = \frac{1}{2} (\hat{i}_{k+} \hat{S}_- + \hat{i}_{k-} \hat{S}_+) + \hat{i}_{kz} \hat{S}_z \quad (2.32)$$

erhält man für den Hamiltonoperator:

$$\begin{aligned} H_{\text{int}}^+ = & + \frac{ha_1}{4} (\hat{i}_{1+} \hat{S}_- + \hat{i}_{1-} \hat{S}_+) + \frac{ha_1}{2} \hat{i}_{1z} \hat{S}_z \\ & + \frac{ha_2}{4} (\hat{i}_{2+} \hat{S}_- + \hat{i}_{2-} \hat{S}_+) + \frac{ha_2}{2} \hat{i}_{2z} \hat{S}_z \\ & + \mu_B B (g_S \hat{S}_z + g_1 \hat{i}_{1z} + g_2 \hat{i}_{2z}). \end{aligned} \quad (2.33)$$

Die Stufenoperatoren wirken innerhalb ihrer Teilräume gemäß

$$\hat{i}_{k\pm} |i_k, m_k\rangle = \sqrt{i_k(i_k + 1) - m_k(m_k \pm 1)} |i_k, (m_k \pm 1)\rangle, \quad (2.34)$$

$$\hat{S}_{\pm} |S, m_S\rangle = \sqrt{S(S + 1) - m_S(m_S \pm 1)} |S, (m_S \pm 1)\rangle. \quad (2.35)$$

Man bestimmt nun die Matrixelemente $\langle m'_S m'_1 m'_2 | H_{\text{int}}^+ | m_S m_1 m_2 \rangle$ mit Hilfe der Abkürzun-

gen $I_{k\pm} := \sqrt{i_k(i_k + 1) - m_k(m_k \pm 1)}$ und $S_{\pm} := \sqrt{S(S + 1) - m_S(m_S \pm 1)}$ zu:

$$\begin{aligned}
 \langle m'_S m'_1 m'_2 | H_{\text{int}}^+ | m_S m_1 m_2 \rangle = & \\
 & + \frac{ha_1}{4} \left(I_{1+S} \delta_{m'_1(m_1+1)} \delta_{m'_S(m_S-1)} + I_{1-S} \delta_{m'_1(m_1-1)} \delta_{m'_S(m_S+1)} \right) \delta_{m'_2 m_2} \\
 & + \frac{ha_2}{4} \left(I_{2+S} \delta_{m'_2(m_2+1)} \delta_{m'_S(m_S-1)} + I_{2-S} \delta_{m'_2(m_2-1)} \delta_{m'_S(m_S+1)} \right) \delta_{m'_1 m_1} \\
 & + \left(\frac{ha_1}{2} m_1 m_S + \frac{ha_2}{2} m_2 m_S \right) \delta_{m'_1 m_1} \delta_{m'_2 m_2} \delta_{m'_S m_S} \\
 & + \mu_B B (g_1 m_1 + g_2 m_2 + g_S m_S) \delta_{m'_1 m_1} \delta_{m'_2 m_2} \delta_{m'_S m_S}. \tag{2.36}
 \end{aligned}$$

Die Matrixelemente kann man nun für die relevanten Kanäle auswerten. Dazu ist es möglich, sich auf die Zustände zu beschränken, die aus Drehimpulsüberlegungen überhaupt an den Eingangskanal koppeln können. Im Fall von ${}^6\text{Li} |1/2, 1/2\rangle + {}^{87}\text{Rb} |1, 1\rangle$ ist die Gesamtprojektion $M_F = 3/2$, damit können auch nur Molekülzustände mit $M_F = 3/2$ ankoppeln. Im Fall von ${}^7\text{Li} |1, 1\rangle + {}^{87}\text{Rb} |1, 1\rangle$ gilt das gleiche Argument mit $M_F = 2$.

Für ${}^6\text{Li} |1/2, 1/2\rangle + {}^{87}\text{Rb} |1, 1\rangle$ wird dies im Folgenden einmal ausführlich erörtert. Dazu sind in Abbildung 2.3 sämtliche Kombinationen $|f, m_f; f', m_{f'}\rangle$ aufgeschrieben. Man identifiziert insgesamt acht Zustände, die koppeln können. Zwei davon sind Singulettzustände ($S = 0$), die sechs übrigen sind Tripletzustände ($S = 1$). Wenn man die erhaltenen Zustände aus der Basis $|f, m_f, f', m_{f'}\rangle$, die nur für niedrige B -Felder gilt, umkoppelt in die auch für hohe Magnetfelder gültige Basis $|m_S, m_1, m_2\rangle$, so erhält man die in Tabelle 2.1 aufgeführte Zuordnung der Zustände in der molekularen Basis.

Durch Auswertung der Matrixelemente in Gleichung 2.36 erhält man das in Abbildung 2.4 dargestellte Verhalten der geschlossenen Kanäle für eine Bindungsenergie von $E_B = 11500$ MHz (relativ zur $2s$ - $5s$ Asymptote). Die Energie des Eingangskanals wurde durch die Summe der atomaren Zeemanenergien mit Hilfe der Breit-Rabi-Formel berechnet. An Kreuzungspunkten der Kurven befinden sich Feshbachresonanzen. Das Verhalten des Kanals ${}^6\text{Li} |1/2, -1/2\rangle + {}^{87}\text{Rb} |1, -1\rangle$ erhält man durch Berechnung mit negativen Magnetfeldern. Die Singulettzustände kreuzen erst jenseits von 2000 G, mit den Tripletzuständen erwartet man drei Feshbachresonanzen bei Feldern zwischen 850 G und 1300 G für den Eingangskanal ${}^6\text{Li} |1/2, 1/2\rangle + {}^{87}\text{Rb} |1, 1\rangle$. Der zweite Eingangskanal weist keine Feshbachresonanzen unterhalb von 2000 G auf.

In analoger Weise erhält man für ${}^7\text{Li} |1, 1\rangle + {}^{87}\text{Rb} |1, 1\rangle$ und ${}^7\text{Li} |1, -1\rangle + {}^{87}\text{Rb} |1, -1\rangle$ die in Abbildung 2.5 dargestellten Kurven. Bei einer Bindungsenergie von $E_B = 9300$ MHz erwartet man drei Resonanzen im Feldbereich von 400 G bis 650 G. Im zweiten Eingangskanal ${}^7\text{Li} |1, -1\rangle + {}^{87}\text{Rb} |1, -1\rangle$ wäre eine Resonanz bei ca. 1500 G zu erwarten. Mit Hilfe von gemessenen Feshbachresonanzen kann man so eine Abschätzung der Bindungsenergie des letzten gebundenen Zustandes geben, da dieser als freier Parameter eingeht. Hierbei ist aber die begrenzte Gültigkeit des vorgestellten Modells zu betonen, das hier explizit nur zur Illustration von Feshbachresonanzen Verwendung findet. Im Rahmen der Arbeiten in [Moe95, Sta04] konnten zwar quantitative Aussagen zu den untersuchten Systemen gemacht werden, für das System Li-Rb jedoch ist die Annahme, dass S eine gute Quantenzahl sei, nicht hinreichend gut genug erfüllt. Dieses wurde im Rahmen der in Kapitel 5.6 zu besprechenden theoretischen Arbeiten der externen Gruppen zum Li-Rb-System deutlich.

		$f_{\text{Rb}} = 1$			$f_{\text{Rb}} = 2$					
		+1	0	-1	-2	-1	0	+1	+2	
$m_{f,\text{Rb}} \rightarrow$										
$m_{f,\text{Li}} \downarrow$										
$f_{\text{Li}} = \frac{1}{2}$	$\left\{ \begin{array}{l} +\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{array} \right.$	$+\frac{3}{2}$	$+\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$	$+\frac{3}{2}$	$+\frac{5}{2}$	
	$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{3}{2} \\ -\frac{1}{2} \end{array} \right.$	$+\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{5}{2}$	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$	$+\frac{3}{2}$	
$f_{\text{Li}} = \frac{3}{2}$	$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{3}{2} \\ -\frac{1}{2} \\ +\frac{1}{2} \\ +\frac{3}{2} \end{array} \right.$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{5}{2}$	$-\frac{7}{2}$	$-\frac{5}{2}$	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$	
	$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{1}{2} \\ +\frac{1}{2} \\ +\frac{3}{2} \end{array} \right.$	$+\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{5}{2}$	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$	$+\frac{3}{2}$	
	$\left\{ \begin{array}{l} +\frac{1}{2} \\ +\frac{3}{2} \end{array} \right.$	$+\frac{3}{2}$	$+\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{3}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$	$+\frac{3}{2}$	$+\frac{5}{2}$	
		$+\frac{5}{2}$	$+\frac{3}{2}$	$+\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$+\frac{1}{2}$	$+\frac{3}{2}$	$+\frac{5}{2}$	$+\frac{7}{2}$	

Abbildung 2.3: Darstellung aller möglichen M_F -Kombinationen, die es im ${}^6\text{Li} + {}^{87}\text{Rb}$ System geben kann. Diejenigen Kanäle, die an ${}^6\text{Li} |1/2, 1/2\rangle + {}^{87}\text{Rb} |1, 1\rangle$ koppeln können, sind rot markiert. Insgesamt acht Kombinationen, davon zwei Singulets und sechs Triplets, sind koppelfähig. Ein entsprechendes Diagramm lässt sich für ${}^7\text{Li} + {}^{87}\text{Rb}$ aufstellen. Auch hier identifiziert man zwei Singulett- und sechs Triplettzustände, die koppeln können.

$ f_{\text{Rb}}, m_{f,\text{Rb}}, f_{\text{Li}}, m_{f,\text{Li}}\rangle$	\longrightarrow	$ j_{87}, m_{j,87}, i_{87}, m_{i,87}, j_6, m_{j,6}, i_6, m_{i,6}\rangle$	\longrightarrow	$ M_5, m_6, m_{87}\rangle$	S
$ 2, +2, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\rangle$	\longrightarrow	$ \frac{1}{2}, +\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, +\frac{3}{2}, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, 1, -1\rangle$	\longrightarrow	$ 0, -1, +\frac{3}{2}\rangle$	0
$ 1, 0, \frac{3}{2}, +\frac{3}{2}\rangle$	\longrightarrow	$ \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, +\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, +\frac{1}{2}, 1, +1\rangle$	\longrightarrow	$ 0, +1, +\frac{1}{2}\rangle$	0
$ 1, +1, \frac{1}{2}, +\frac{1}{2}\rangle$	\longrightarrow	$ \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, +\frac{3}{2}, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, 1, +1\rangle$	\longrightarrow	$ -1, +1, +\frac{3}{2}\rangle$	1
$ 1, +1, \frac{3}{2}, +\frac{1}{2}\rangle$	\longrightarrow	$ \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, +\frac{3}{2}, \frac{1}{2}, +\frac{1}{2}, 1, 0\rangle$	\longrightarrow	$ 0, 0, +\frac{3}{2}\rangle$	1
$ 2, +1, \frac{1}{2}, +\frac{1}{2}\rangle$	\longrightarrow	$ \frac{1}{2}, +\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, +\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, 1, +1\rangle$	\longrightarrow	$ 0, +1, +\frac{1}{2}\rangle$	1
$ 2, +1, \frac{3}{2}, +\frac{1}{2}\rangle$	\longrightarrow	$ \frac{1}{2}, +\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, +\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, +\frac{1}{2}, 1, 0\rangle$	\longrightarrow	$ +1, 0, +\frac{1}{2}\rangle$	1
$ 2, +2, \frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\rangle$	\longrightarrow	$ \frac{1}{2}, +\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, +\frac{3}{2}, \frac{1}{2}, +\frac{1}{2}, 1, -1\rangle$	\longrightarrow	$ +1, -1, +\frac{3}{2}\rangle$	1
$ 2, 0, \frac{3}{2}, +\frac{3}{2}\rangle$	\longrightarrow	$ \frac{1}{2}, +\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, +\frac{1}{2}, 1, +1\rangle$	\longrightarrow	$ +1, +1, -\frac{1}{2}\rangle$	1

Tabelle 2.1: Umkopplung der atomaren Basis $|f_{\text{Rb}}, m_{f,\text{Rb}}, f_{\text{Li}}, m_{f,\text{Li}}\rangle$ für niedrige Felder auf die molekulare Hochfeldbasis $|M_5, m_6, m_{87}\rangle$. Man kann sich diese Umkopplung durch systematisches Ausschließungsverfahren klar machen. Es ist aber auch möglich, diese Umkopplung mit Hilfe von Wigner $\{9j\}$ -Symbolen zu berechnen [Wol08].

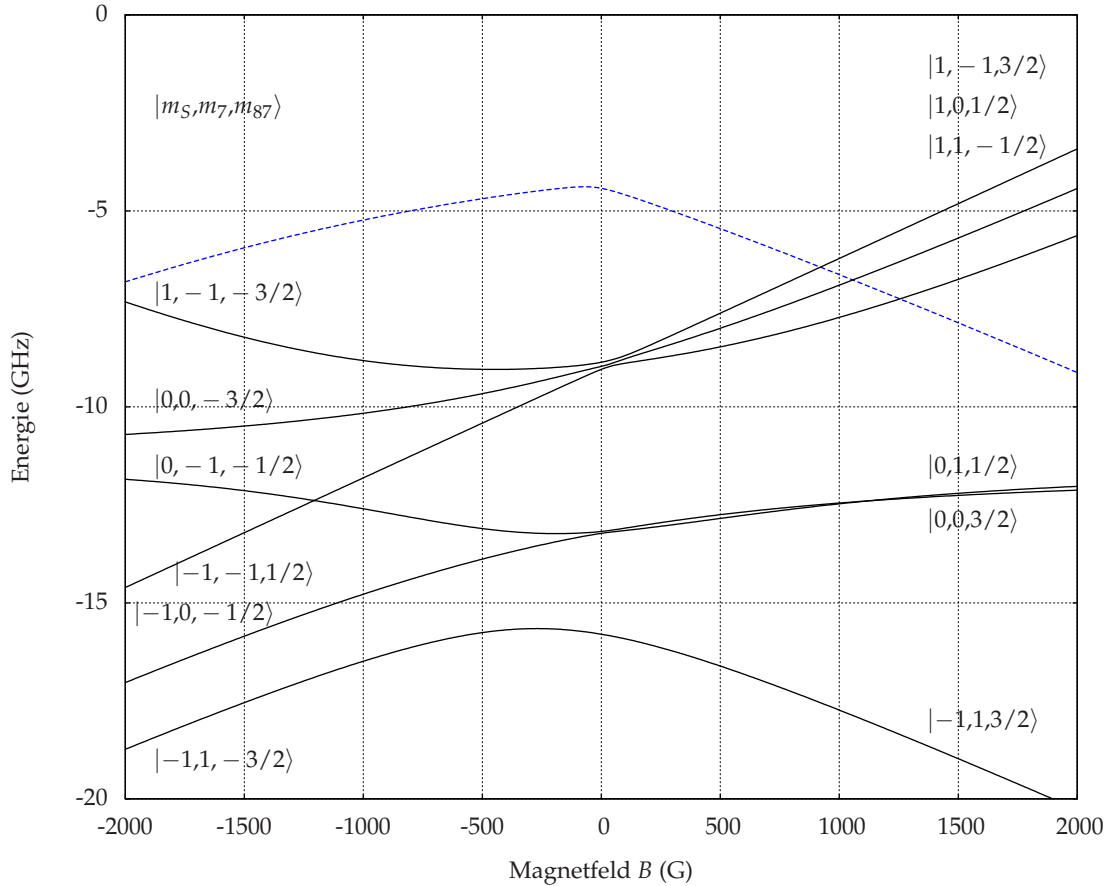


Abbildung 2.4: Feshbachresonanzen des ${}^6\text{Li}$ - ${}^{87}\text{Rb}$ Systems bei einer Bindungsenergie von $E_B = 11500$ MHz des letzten gebundenen Zustandes. Die blau gestrichelte Linie gibt den Energieverlauf des offenen Kanals ${}^6\text{Li} |1/2, \pm 1/2\rangle + {}^{87}\text{Rb} |1, \pm 1\rangle$ wieder. An Kreuzungspunkten der geschlossenen Kanäle $|m_S, m_6, m_{87}\rangle$ mit dem offenen Kanal befinden sich Feshbachresonanzen. Im Bereich von ca. 850 G bis 1300 G sind hier drei Resonanzen zu erwarten. Für die Spinkombination ${}^6\text{Li} |1/2, -1/2\rangle + {}^{87}\text{Rb} |1, -1\rangle$ ($B < 0$) kommt es zu keiner Resonanz für Felder unterhalb von 2000 G. Die Singulettzustände sind fast entartet und annähernd magnetfeldunabhängig, weswegen es erst weit jenseits von 2000 G zu Resonanzen mit ihnen kommt. Aus Gründen der Übersichtlichkeit wurden sie weggelassen.

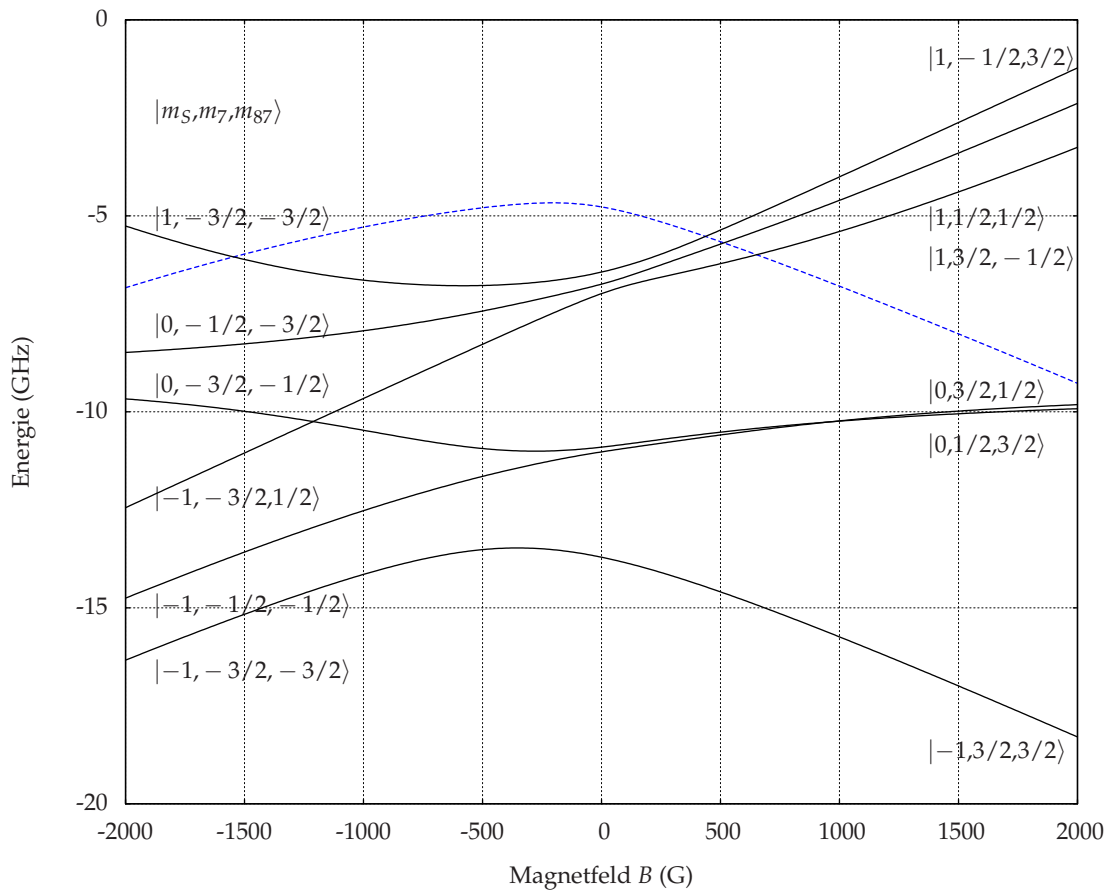


Abbildung 2.5: Feshbachresonanzen des ${}^7\text{Li}$ - ${}^{87}\text{Rb}$ Systems bei einer Bindungsenergie von $E_B = 9300$ MHz des letzten gebundenen Zustandes. Das Verhalten der relevanten Spinstruktur ist trotz unterschiedlicher Kernspins ähnlich zum ${}^6\text{Li}$ - ${}^{87}\text{Rb}$ und unterscheidet sich im Wesentlichen nur durch einer höhere Hyperfeinenergie. Auch hier erwartet man ein Triplett von Feshbachresonanzen in der Grundzustandsmischung ${}^7\text{Li} |1,1\rangle + {}^{87}\text{Rb} |1,1\rangle$ bei Magnetfeldern zwischen ca. 400 G und 650 G. Für die Mischung ${}^7\text{Li} |1, -1\rangle + {}^{87}\text{Rb} |1, -1\rangle$ ($B < 0$) ist in diesem Fall mit einer Resonanz bei ca. 1500 G zu rechnen. Das Verhalten der Singulettzustände ist hier ähnlich wie beim ${}^6\text{Li}$ - ${}^{87}\text{Rb}$ System.

2.4 Spinpräparation

Feshbachresonanzen können in unterschiedlichen Spinkombinationen der Stoßpartner auftreten, da es für jede Kombination von Spins entsprechende Molekülzustände gibt, mit denen die unterschiedlichen Eingangsymptoten koppeln können. Experimentell möchte man daher Zugriff auf die Spinzustände der beteiligten Stoßpartner haben. Dies ist durch Radiofrequenz (RF)- bzw. Mikrowellenkopplung (MW) der Hyperfein- und Zeemanzustände unter Zuhilfenahme eines homogenen magnetischen Offsetfeldes möglich. Im folgenden Abschnitt wird eine theoretische Beschreibung dieses Verfahrens gegeben. Wegen der kohärenten Natur der Kopplung kann man Transfereffizienzen von 100 % erreichen.

2.4.1 Zweiniveausystem

Die meisten Präparationen, die in dieser Arbeit durchgeführt werden, finden durch Kopplung von zwei Zuständen $|1\rangle$ und $|2\rangle$ mit bestimmtem Energieunterschied $\Delta E = \hbar\omega_0$ statt. Das Zweiniveausystem kann man quantenmechanisch vollständig beschreiben. Hierbei schreibt man die Zustände als

$$|1\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad |2\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (2.37)$$

Dann führt man eine Kopplung $\hbar\Omega$ zwischen den beiden Zuständen ein. Die zeitliche Entwicklung der Besetzungen der zwei Zustände kann nun vollständig berechnet werden, indem man die anfänglichen Besetzungsamplituden $|a(t=0)\rangle = (a_1(0), a_2(0))$ zeitlich entwickelt gemäß

$$\begin{pmatrix} a_1(t) \\ a_2(t) \end{pmatrix} = e^{-i\hat{H}(t)t/\hbar} \begin{pmatrix} a_1(0) \\ a_2(0) \end{pmatrix}. \quad (2.38)$$

Hierbei ist $\hat{H}(t)$ der zeitabhängige Hamiltonoperator in Drehwellennäherung

$$\hat{H}(t) = \hbar \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2}\Omega \\ \frac{1}{2}\Omega & -\Delta(t) \end{pmatrix},$$

der die Zustände $|1\rangle$ und $|2\rangle$ mit der Rabi-Frequenz Ω koppelt. Hier spielt nur die zeitabhängige Verstimmung $\Delta(t) = \hbar(\omega(t) - \omega_0)$ eine Rolle und nicht die Absolutfrequenz. Daher ist diese Art der Beschreibung grundsätzlich für Radiofrequenz-, Mikrowellen- oder optische Übergänge gleichermaßen gültig, wobei $\omega(t)$ die Frequenz des relevanten Wechselfeldes ist. Die Größe der Kopplungskonstante Ω hängt von der Art der Kopplung ab. Zum Beispiel berechnet sich die Rabi-Frequenz im Fall magnetischer m_F -Übergänge innerhalb eines Hyperfeinzustandes F durch ein magnetisches Wechselfeld \mathbf{B}_{RF} zu [Ket96, Cou06]:

$$\Omega = \frac{\mu_B g_F}{4\hbar} |\mathbf{B}_{\text{RF}} \times \mathbf{e}_{B_0}| \sqrt{F(F+1) - m_F m_{F'}}. \quad (2.39)$$

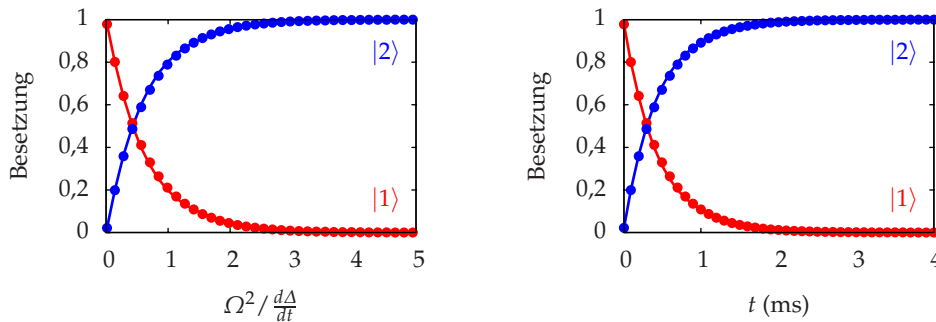
Hierbei sind m_F und $m_{F'}$ die Projektionen von F des Grundzustandes bzw. des angeregten Zustandes und \mathbf{e}_{B_0} ist die Feldrichtung des homogenen Offsetfeldes.

Die erzielbare Rabi­frequenz hängt experimentell stark vom Abstand der Atome zu der jeweils benutzten Antenne ab. Typischerweise erreicht man für RF-/MW-Übergänge Rabi­frequenzen im Bereich von einigen zehn Kilohertz. Numerische Lösungen des Zweiniveausystems mit realistischen Werten sind in Abbildung 2.6(a) mit normierter und in Abbildung 2.6(b) mit expliziter Zeitachse dargestellt. Man kann den Zustand $|1\rangle$ innerhalb weniger Millisekunden vollständig in $|2\rangle$ überführen.

Für Zweiniveausysteme gibt es auch eine analytische Lösung für die Besetzungswahrscheinlichkeit des angeregten Zustandes $|2\rangle$ unter der Annahme, dass man die Verstimmung von $-\infty$ bis ∞ mit einer konstanten Geschwindigkeit $\frac{d\Delta}{dt}$ durchläuft. Diese wurde unabhängig voneinander von L. Landau [Lan32] und C. Zener [Zen32] hergeleitet und wird nach ihnen als Landau-Zener-Formel bezeichnet:

$$P_2 = 1 - \exp\left(-2\pi \frac{\Omega^2}{4 \frac{d\Delta}{dt}}\right). \quad (2.40)$$

Entsprechend ist $P_1 = (1 - P_2)$. Die analytischen Lösungen sind ebenfalls in den Abbildungen 2.6(a)/(b) eingetragen und liegen für die gewählten Parameter genau auf den numerischen Lösungen.



(a) Normierte Darstellung des Landau-Zener-Transfers. Die Datenpunkte sind numerische Lösungen der Zeitentwicklung nach Gleichung 2.38, während die durchgezogene Linie die analytische Lösung nach Gleichung 2.40 ist.

(b) Explizite Darstellung des Landau-Zener-Transfers. Numerische Lösung und analytische Formel stimmen sehr gut überein. Die Näherungen zur Herleitung von Gleichung 2.40 ist daher für die gewählten Parameterwerte hinreichend gut erfüllt.

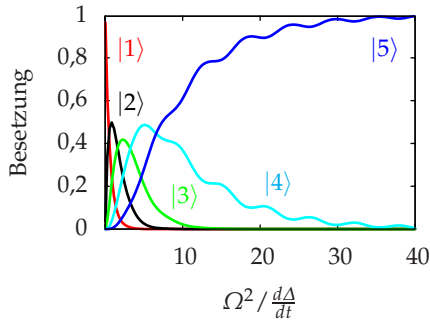
Abbildung 2.6: Landau-Zener-Transfer im Zweiniveausystem. Zum Vergleich von Gleichung 2.38 und Gleichung 2.40 sind die jeweiligen Lösungen für ein konkretes Beispiel dargestellt. Die Parameter wurden mit $\Omega = 2\pi \cdot 30$ kHz, $\Delta = 2\pi \cdot [-2, +2]$ MHz und Rampendauern von $\Delta t = 10$ μ s bis 4 ms mit im Experiment vergleichbaren Werten gewählt.

2.4.2 Fünfniveausystem

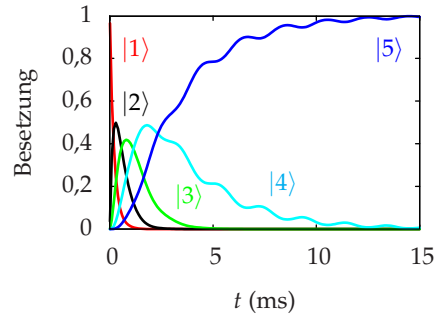
Dieses Verfahren lässt sich leicht auf weitere Zustände erweitern. Für das Lithium-Rubidium-System ist z.B. das Fünfniveausystem von Relevanz, da der Hyperfeinzustand $F = 2$ im Zeemanbereich des ^{87}Rb ($B \ll 150\text{ G}$) oder dem des ^7Li ($B \ll 50\text{ G}$) in fünf m_F -Unterszustände $|1\rangle$ bis $|5\rangle$ mit konstantem Energieabstand aufspaltet. Der Hamiltonoperator $\hat{H}(t)$ hat dann folgende Form, wobei der Energienullpunkt bei $|1\rangle$ gewählt wurde:

$$\hat{H}(t) = \hbar \cdot \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2}\Omega & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2}\Omega & -\Delta(t) & \frac{1}{2}\Omega & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2}\Omega & -2\Delta(t) & \frac{1}{2}\Omega & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2}\Omega & -3\Delta(t) & \frac{1}{2}\Omega \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}\Omega & -4\Delta(t) \end{pmatrix}.$$

In den Abbildungen 2.7(a)/(b) sind numerische Lösungen zu Gleichung 2.38 dieses Systems für $\Omega = 2\pi \cdot 30\text{ kHz}$ dargestellt. Auch hier ist eine fast vollständige Inversion des Anfangszustandes $|a(t=0)\rangle = |1\rangle = (1,0,0,0,0)$ in $|a(t=15\text{ ms})\rangle \approx (0,0,0,0,1) = |5\rangle$ erreichbar. Wichtig ist anzumerken, dass auf diese Weise z.B. der Zustand $|2\rangle$ nicht von $|1\rangle$ ausgehend zu 100% besetzt werden kann; nur eine Inversion der Anfangsbesetzung ist möglich. Will man z.B. $|2\rangle$ gezielt besetzen, so muss man entweder komplizierte Übergangsschemata mit zusätzlichen Hilfsniveaus verwenden oder durch Verwendung des Paschen-Back Regimes effektive Zweiniveausysteme erzeugen (Abschnitte 5.2.2 und 5.2.3).



(a) Normierte Darstellung des Landau-Zener-Transfers im 5-Niveau-System. Die durchgezogene Linie ist numerische Lösung 2.38.



(b) Explizite Darstellung des Landau-Zener-Transfers. Erst für sehr langsame Verstimmungsänderungen ist der Transfer vollständig. Gleichung 2.40 gilt nur für die Abregung von Zustand $|1\rangle$.

Abbildung 2.7: Landau-Zener-Transfer im 5-Niveau-System. Die Parameter wurden mit $\Omega = 2\pi \cdot 30\text{ kHz}$, $\Delta = 2\pi \cdot [-1, +1]\text{ MHz}$ und Rampendauern von $\Delta t = 10\ \mu\text{s}$ bis 15 ms auch hier realistisch angesetzt. Vollständige Inversion kann so erreicht werden.

2.5 Efimovzustände: Gebundene Dreikörperzustände bei resonanter Zweikörperwechselwirkung

In den Abschnitten 2.1, 2.2 und 2.3 wurden Effekte auf der Basis von Zweikörperstößen besprochen. In diesem Abschnitt geht es um die Betrachtung von Dreikörperereffekten, die ebenfalls sehr interessante Physik enthalten. Hier kann es unter bestimmten Bedingungen zu besonderen gebundenen Zuständen kommen, die 1970 erstmals von Efimov [Efi70] vorhergesagt wurden. Die nach ihm benannten Efimovzustände sind eng verwandt mit den bereits 1935 von Thomas [Tho35] vorhergesagten Dreikörperzuständen. Braaten und Hammer haben zu diesem Thema einen umfassenden Übersichtsartikel verfasst [Bra06], an dem sich die Ausführungen in diesem Abschnitt wesentlich orientieren. Von großer Relevanz für den Efimoveffekt ist die Reichweite der Zweikörperwechselwirkung r_0 . Während Thomas das Regime mit $r_0 \rightarrow 0$ studierte, lässt Efimov $r_0 > 0$ zu, setzt aber voraus, dass es einen gebundenen Zustand in der Nähe der Dissoziationsgrenze gibt, so dass für die Streulänge $|a| \gg 0$ gilt. Dann gibt es eine Serie von gebundenen Dreikörperzuständen (Trimeren), deren Spektrum im Energiebereich zwischen $\hbar^2/\mu r_0^2$ und $\hbar^2/\mu a^2$ ein universelles Skalierungsverhalten hat:

$$E_T^{(n)} = \left(e^{2\pi/s_0} \right)^{n-n_*} \frac{\hbar^2 \kappa_*^2}{m}. \quad (2.41)$$

Hierbei ist κ_* der Wellenvektor des jeweiligen Dreikörperzustandes. Die Konstante n_* hängt von r_0 und damit von den speziellen Streueigenschaften des verwendeten Systems ab. Erst jenseits dieser Zahl beginnt das universelle Regime. An dieser Gleichung erkennt man die logarithmische Periodizität der Zustände; das Verhältnis der Energien der Zustände n und $n+1$ beträgt $e^{-2\pi/s_0} \approx 1/515$. Wichtig ist hierbei, dass Efimov von drei identischen Teilchen ausgeht, insbesondere haben sie die gleiche Masse.

Zur Berechnung des Spektrums und der weiteren Eigenschaften dieser Dreiteilchenzustände muss man das quantenmechanische Dreikörperproblem lösen. Das grundsätzliche Vorgehen für identische Teilchen wird hier kurz skizziert, um später auf die Änderungen eingehen zu können, die bei der Betrachtung von Systemen unterschiedlicher Masse auftreten. Zuerst führt man Jacobikoordinaten und dann hypersphärische Koordinaten ein. Die Jacobikoordinaten bestehen aus dem Differenzvektor der Ortsvektoren der Atome i und j sowie dem Differenzvektor des Ortsvektors des dritten Atoms k und dem Schwerpunktsvektor von i und j ,

$$\mathbf{r}_{ij} = \mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j, \quad \mathbf{r}_{k,ij} = \mathbf{r}_{jk} - \frac{1}{2}(\mathbf{r}_i + \mathbf{r}_j). \quad (2.42)$$

Der *Hyperradius* R ist dann definiert durch

$$R^2 = \frac{1}{3}(r_{12}^2 + r_{23}^2 + r_{31}^2) = \frac{1}{2}r_{ij}^2 + \frac{2}{3}r_{k,ij}^2. \quad (2.43)$$

Zusätzlich definiert man die *Hyperwinkel* α_k mit $\tan \alpha_k = \sqrt{3}r_{ij}/(2r_{k,ij})$ mit allen Permutationen von i, j und k . Der Hyperradius beschreibt in gewisser Weise die Gesamtgröße des Dreikörpersystems. Die stationäre Schrödingergleichung für die drei über ein Potenzial V wechselwirkenden Atome

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m} \sum_{i=1}^3 \nabla_i^2 + V(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3) \right) \Psi = E\Psi \quad (2.44)$$

kann durch den Ansatz

$$\Psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3) = \psi^{(1)}(r_{23}, r_{1,23}) + \psi^{(2)}(r_{31}, r_{2,31}) + \psi^{(3)}(r_{12}, r_{3,12}) \quad (2.45)$$

auf die neuen Koordinaten projiziert werden [Bra06]. In den auftretenden effektiven Schrödingergleichungen für die Funktionen $\psi^{(i)}$ werden die Operatoren der kinetischen Energie bezüglich R und α_k sowie ein verallgemeinerter Drehimpuls eingeführt. Das Dreikörperpotenzial $V(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3)$ kann innerhalb dieser Beschreibung durch eine Summe von Zweikörperpotenzialen ausgedrückt werden,

$$V(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3) = V(r_{12}) + V(r_{23}) + V(r_{31}). \quad (2.46)$$

Bei der Lösung der effektiven Schrödingergleichungen für die $\psi^{(i)}$ tauchen effektive, *hyper-radiale* Potenziale $V_n(R) = [\lambda_n(R) - 4]\hbar^2 / (2mR^2)$ auf, die durch Parameter $\lambda_n(R)$ bestimmt werden. Im resonanten Limit ($a \rightarrow \pm\infty$) lassen sich R -unabhängige Parameter λ_n finden. Die zugehörigen Potenziale enthalten nur für $n = 0$ gebundene Zustände. Der zum Potenzial $V_0(R)$ gehörige Parameter $\lambda_0 = -s_0^2$ beschreibt dann in entscheidender Weise die Gesamtwellenfunktionen mit

$$\Psi(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3) = R^{-5/2} f_0(R) \sum_{i=1}^3 \frac{\sinh[s_0((\pi/2) - \alpha_i)]}{\sin(2\alpha_i)} \quad (2.47)$$

sowie das Energiespektrum in Gleichung 2.41. Die reale Funktion $f_0(R)$ wird hierbei aus den Randbedingungen für $R \rightarrow 0$ und $R \rightarrow \infty$ gewonnen.

Der energetische Verlauf der Zustände ist in Abbildung 2.8 nicht maßstäblich im sogenannten Efimovszenario dargestellt [Efi71, Efi79]. Hierzu wird die Energie der Zustände gegen die inverse Streulänge $1/a$ aufgetragen. Oberhalb der Linie $E = 0$ bei negativen Streulängen können nur einzelne Atome existieren. Bei positiven Streulängen können sowohl drei Atome als auch Atome und Dimere (rote Linie) nebeneinander existieren. Für $E < 0$ existieren im Bereich $a < 0$ keine Dimere, es können aber Trimere existieren (schwarze Linie), die für $E \rightarrow 0$ in drei Einzelatome übergehen. Im Bereich $a > 0$ hingegen treffen die Trimere auf die durch die Bindungsenergie $E = \hbar^2 / (\mu a^2)$ von Halodimeren vorgegebene Asymptote, wo sie in ein solches Dimer und ein Einzelatom zerfallen.

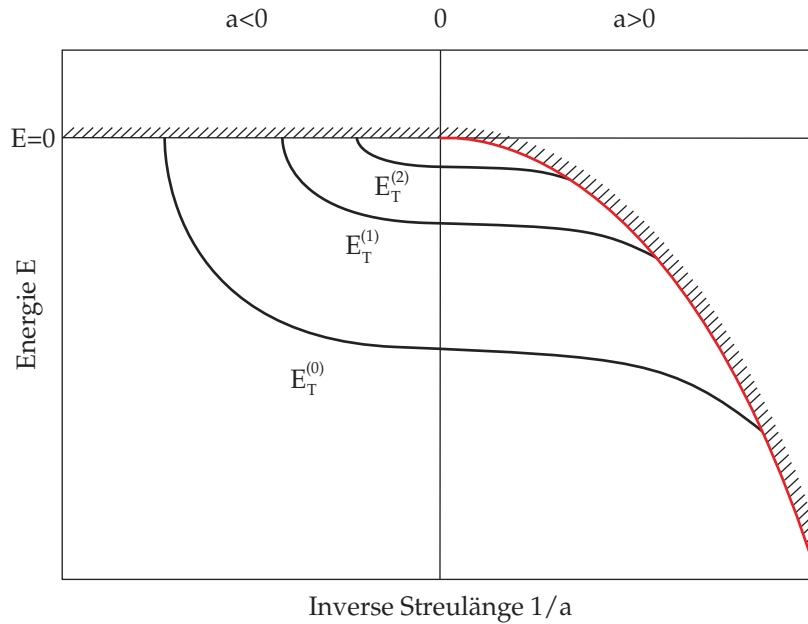


Abbildung 2.8: Nicht maßstabsgerechte Darstellung der Energien der ersten drei Efimovzustände [Kra06a]. Der Energienullpunkt wurde auf die Dissoziationsgrenze des Trimers in drei Einzelatome gelegt. Für $E < 0$ sind die Trimere im Bereich $a > 0$ limitiert durch die Kurve $E = \hbar^2 / (\mu a^2)$, die die Bindungsenergie von Dimeren beschreibt (rote Kurve). Für größere Werte von $1/a$ zerfällt das Trimer dann in ein Dimer und ein einzelnes Atom. Im Bereich negativer Streulänge ($a < 0$) existieren keine Dimere, daher zerfällt das Trimer für $E \rightarrow 0$ in drei einzelne Atome.

2.5.1 Experimentelle Beobachtung mit Dreikörperverlusten

Der erste experimentelle Nachweis von Efimovresonanzen wurde in Stößen ultrakalter ^{133}Cs -Atome erbracht. Darin wurde der Effekt der Kopplung von Efimovzuständen an die Dreikörperasymptote [Kra06b] bzw. an die Dimer-Atom-Asymptote [Kno08] untersucht. In den Experimenten wurde die Streulänge a bei konstanter Reichweite des Potentials r_0 mit Hilfe einer Feshbachresonanz durchgestimmt. Die Magnetfeldabhängigkeit der Streulänge bei dem verwendeten Zustand $^{133}\text{Cs} |3, +3\rangle$ weist einige Besonderheiten auf, die für die Untersuchungen eine wichtige Rolle spielen. Aufgrund einer Feshbachresonanz bei $B_0 = -12\text{ G}$ macht die Streulänge einen Nulldurchgang bei 17 G . Die eigentliche Singularität der Streulänge ist experimentell nicht zugänglich; die Resonanz erlaubt es aber, die Streulänge im Bereich von etwa $-2000 a_B$ bis $+1500 a_B$ mit Magnetfeldern zwischen 0 G und 100 G durchzustimmen. Wegen dieser Besonderheit stellt das ^{133}Cs -System keine vollständige Umsetzung des von Efimov vorgeschlagenen Szenarios dar, es kann aber ein entsprechend angepasstes Szenario aufgestellt werden. Als Observable diente im Experiment die streulängenabhängige Dreikörperzerfallsrate des Gases. Der zugehörige Ratenkoeffizient kann durch $\alpha_{\text{rec}} = \hbar C a^4 / m$ ausgedrückt werden [Fed96b]. Der Einfluss von Efimovresonanzen sorgt nun für eine Streulängenabhängigkeit des Vorfaktors C , der zwischen 0 und etwa 60 oszilliert. Das logarithmisch periodische Spektrum der Efimovzustände spiegelt

sich in der Eigenschaft $C(a) = C(e^{\pi/s_0}a) \approx C(22,7a)$ wider. Braaten und Hammer haben zusätzlich noch tieferliegende gebundene Zweikörperzustände zugelassen, in die die Trimer zerfallen können. Dies führt zu einer endlichen Breite η_{\pm} der Resonanzen in $C(a)$ [Bra06]. Sie erhalten analytische Formeln für $a < 0$,

$$C(a) = \frac{4590 \sinh(2\eta_-)}{\sin^2[s_0 \ln(|a|/a_-)] + \sinh^2 \eta_-}, \quad (2.48)$$

und für $a > 0$,

$$C(a) = 67,1 e^{-2\eta_+} \left(\cos^2[s_0 \ln(a/a_+)] + \sinh^2 \eta_+ \right) + 16,8(1 - e^{-4\eta_+}). \quad (2.49)$$

Hierbei ist zu beachten, dass a_- und a_+ im Rahmen von Efimovs Szenario über $a_+ = 0,96 a_-$ miteinander verknüpft sind [Bra06].

Um im Experiment universelle Eigenschaften erwarten zu dürfen, muss $a \gg r_0$ gelten [Efi70]. Die effektive Reichweite r_0 kann im Fall ultrakalter Zweikörperstöße mit der van-der-Waals Länge des atomaren Wechselwirkungspotenzials identifiziert werden. Diese lässt sich nach [Köh06] mit dem C_6 -Dispersionskoeffizienten durch $l_{\text{vdW}} = (mC_6/\hbar^2)^{1/4}/2$ berechnen. Hierbei ist m die doppelte reduzierte Masse des Zweikörperstoßes und damit im Spezialfall identischer Teilchen einfach die atomare Masse. Für ^{133}Cs gilt hier mit $C_6 \approx 6875$ a.u. (atomare Einheiten) dann $l_{\text{vdW}} \approx 101 a_B$ [Kra06a]. Das universelle Regime ist damit für Streulängen mit $|a| \gg 101 a_B$ erfüllt. Für das System Li-Rb ergeben sich sowohl durch die geringere reduzierte Masse als auch durch einen kleineren Dispersionskoeffizienten $C_6 \approx 2550$ a.u. eine geringere Reichweite des Potenzials mit $l_{\text{vdW}} \approx 44 a_B$. Damit kann man in diesem System schon für etwas geringere Streulängen vom universellen Regime sprechen.

Im ^{133}Cs -Experiment konnte sowohl eine Resonanz für $a < 0$ [Kra06b] als auch für $a > 0$ [Kno08] gefunden werden. Die Besonderheit des Cs ist allerdings, dass es zwischen den zwei Regimen $a > 0$ und $a < 0$ wie oben erwähnt keine Verknüpfung im Sinne des Efimovbildes durch eine Singularität gibt, da sich die zum Durchstimmen der Streulänge verwendete Feshbachresonanz bei negativem Magnetfeld befindet. Dadurch ist auch eine Verknüpfung der Werte von a_+ und a_- nicht offensichtlich. In der Tat ist zum präzisen theoretischen Verständnis der beobachteten Resonanzen eine nichtuniverselle Theorie notwendig [Mas08]. Durch Berücksichtigung des genauen Streulängenverlaufs insbesondere inklusive der Streulänge des offenen Kanals konnte die Position, an der der beobachtete Efimovzustand an die Dreikörperasymptote ankoppelt, für das ^{133}Cs -System ohne freie Parameter bestimmt werden. Darüberhinaus ist die Wahrscheinlichkeit, mehr als einen Efimovzustand in Systemen identischer Bosonen nachweisen zu können, im Allgemeinen nur gering (siehe Abb. 2.10). Im speziellen Fall von ^{133}Cs ist die nächste Resonanz bei negativem Magnetfeld vorhergesagt und damit im Zustand $^{133}\text{Cs} |3, -3\rangle$ zu suchen [Mas08]. Dort würde aber die hohe Zweikörperzerfallsrate das Signal vollständig überdecken [GO98].

Aus diesen Gründen ist eine Analyse, inwieweit Li-Rb auf diesem Gebiet Beiträge leisten kann, von sehr hohem Interesse. Dies ist auch im Hinblick auf die Realisierung des ursprünglichen Efimovszenarios inklusive der Singularität von Bedeutung.

2.5.2 Efimovzustände in Systemen ungleicher Massen

Die Vorteile, die durch Verwendung von Teilchen unterschiedlicher Masse auftreten, werden in den nächsten zwei Abschnitten erörtert. Dazu muss zuerst das Efimovszenario auf Teilchen unterschiedlicher Masse erweitert werden. Das Verfahren hierzu wird in [Bra06] ausführlich dargelegt, hier wird nur eine kurze Zusammenfassung gegeben.

Wenn zwei Teilchen die Massen m_1 und m_2 haben, so ist die reduzierte Masse des Zweikörpersystems $\mu_{12} = m_1 m_2 / (m_1 + m_2)$. Bei einer interatomaren Streulänge von a_{12} hat ein aus diesen Teilchen bestehendes Halodimer eine Bindungsenergie von $E_D = \hbar^2 / (2\mu_{12} a_{12}^2)$. Im Fall von drei Teilchen können prinzipiell alle drei Massen und Streulängen unterschiedlich sein, aber für Li-Rb-Gemische sind die Fälle relevant, in denen zwei identische Teilchen und ein leichteres bzw. ein schwereres Teilchen vorkommen. Für zwei leichte Teilchen und ein schweres müssen alle drei Streulängen groß sein, für zwei schwere und ein leichtes genügt es, wenn die zwei Streulängen zwischen den schweren und dem leichten Teilchen groß sind [Bra06]. Analog zum Zweikörperfall definiert man eine reduzierte Masse des Dreikörperproblems mit

$$\mu_{123} = \frac{m_1 m_2 m_3}{m_1 m_2 + m_2 m_3 + m_3 m_1}. \quad (2.50)$$

Die Jacobikoordinaten werden nun masseabhängig definiert,

$$\mathbf{r}_{k,ij} = \mathbf{r}_k - \frac{m_i \mathbf{r}_i + m_j \mathbf{r}_j}{m_i + m_j}. \quad (2.51)$$

Hiermit werden der Hyperradius durch

$$R^2 = \frac{m_1 m_2 r_{12}^2 + m_2 m_3 r_{23}^2 + m_3 m_1 r_{31}^2}{m_1 m_2 + m_2 m_3 + m_3 m_1} \quad (2.52)$$

und die zugehörigen Hyperwinkel α_k durch

$$\tan \alpha_k = \left(\frac{\mu_{ij}^2 (m_1 + m_2 + m_3)}{m_1 m_2 m_3} \right)^{1/2} \frac{r_{ij}}{r_{k,ij}} \quad (2.53)$$

definiert. Die durch die Parameter $\lambda_n(R)$ beschriebenen hyperradialen Potenziale $V_n(R)$ nehmen folgende Form an,

$$V_n(R) = -\frac{(\lambda_n(R) - \frac{1}{4})\hbar^2 (m_1 + m_2 + m_3)}{2(m_1 m_2 + m_2 m_3 + m_3 m_1)R^2}. \quad (2.54)$$

Auch in diesem Fall enthält nur das Potenzial $V_0(R)$ gebundene Zustände. Dazu muss $\lambda_0(R=0) < 0$ gelten. Der Skalierungsfaktor e^{π/s_0} berechnet sich wieder mit $s_0^2 = -\lambda_0(0)$.

An dieser Stelle muss man unterscheiden, welche Paarwechselwirkungen groß sind. Sind alle drei Streulängen groß, so erhält man das in Abb. 2.9 blau gezeichnete Verhalten des Skalierungsfaktors mit dem Massenverhältnis m_3/m_1 . Die Massen sind hier mit $m_2 = m_3$ angenommen. Gilt zusätzlich $m_1 = m_2$ (schwarzer Punkt), so erhält man den Fall von drei identischen Teilchen wie im ^{133}Cs -Experiment zurück. Der Skalierungsfaktor ist dann $e^{\pi/s_0} \approx 22,7$ und stellt das Maximum der Kurve dar.

Für den zweiten Fall, in dem nur zwei Streulängen, nämlich $a_{1,3}$ und $a_{1,2}$, groß sind, wie er auch für das Li-Rb-Gemisch bei Nutzung einer heteronuklearen Feshbachresonanz relevant ist, kann man eine Vereinfachung in der Herleitung ausnutzen. Der dann gültige Skalierungsfaktor ist in Abb. 2.9 rot eingezeichnet. Für sehr leichte Teilchen m_1 schmiegt sich die Kurve dem des ersten Falls an, für größere m_1 steigt er schnell über mehrere Größenordnungen an. Die Positionen der Massenverhältnisse in den zwei möglichen Li-Rb Systemen sind auf der Kurve markiert. Im Fermi-Bose-Gemisch beträgt der Skalierungsfaktor 6,85, im Bose-Bose-Gemisch 7,87.

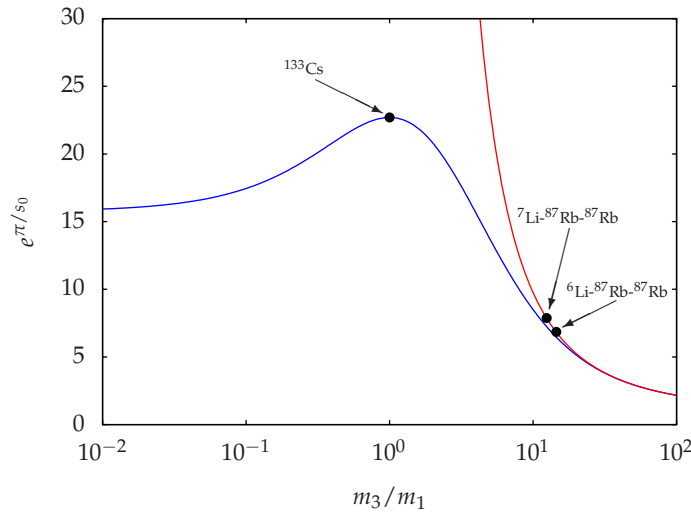


Abbildung 2.9: Massenabhängigkeit des Skalierungsfaktors der Efimovzustände. Hierbei sind die Massen $m_1 \neq m_2 = m_3$. Wenn alle drei Teilchen resonant wechselwirken (blaue Kurve), erhält man für $m_1/m_3 = 1$ den Fall dreier identischer Bosonen mit dem Skalierungsfaktor 22,7, der auch für das ^{133}Cs -Experiment gilt. Der Skalierungsfaktor für $^6\text{Li-}^{87}\text{Rb-}^{87}\text{Rb}$ bzw. $^7\text{Li-}^{87}\text{Rb-}^{87}\text{Rb}$ kann aus der roten Kurve bestimmt werden. Hier herrscht nur zwischen den Teilchen 1 (Li) und 2 (Rb) sowie 1 (Li) und 3 (Rb) resonante Wechselwirkung, nicht aber zwischen Teilchen 2 (Rb) und 3 (Rb). Die hier relevanten Fälle sind in den Kurven markiert. Man erhält für das Fermi-Bose-Gemisch 6,85 und für das Bose-Bose-Gemisch 7,87 als Skalierungsfaktor.

Diese deutlich reduzierten Werte machen es wahrscheinlich, zwei Efimovresonanzen in diesen Systemen beobachten zu können. Dazu ist in Abb. 2.10 die Anzahl der zu erwartenden Efimovzustände unterhalb einer Streulängengrenze dargestellt. Efimov gibt diese Anzahl mit $N(a) \approx s_0/\pi \ln(|a|/r_0)$ an [Efi71]. Sowohl der größere Wert s_0 als auch die kleinere Reichweite der Wechselwirkung $r_0 \approx l_{\text{vdW}}$ verglichen mit ^{133}Cs bewirken eine Verschiebung der Kurven zu größeren Anzahlen sowohl im Fermi-Bose als auch im Bose-Bose System. Mit etwa $2700 a_B$ als Grenze zur Beobachtung zweier Resonanzen liegt dies im experimentell zugänglichen Bereich. Im Gegensatz dazu müsste man im Fall von ^{133}Cs mindestens $54000 a_B$ ansprechen können. Dies erscheint mit den derzeitigen Regelgenauigkeiten der Magnetfelder und damit der Streulängen als nicht realistisch. Mit $14000 a_B$ ($^6\text{Li-}^{87}\text{Rb-}^{87}\text{Rb}$) bzw. $22000 a_B$ ($^7\text{Li-}^{87}\text{Rb-}^{87}\text{Rb}$) gilt dieses Argument ebenfalls für drei Efimovzustände in den Li-Rb Systemen.

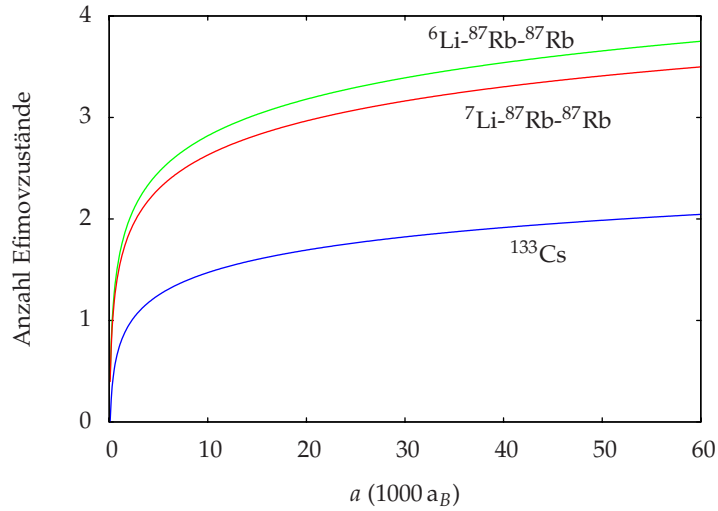


Abbildung 2.10: Anzahl der zu erwartenden Efimovzustände in verschiedenen Systemen in Abhängigkeit der maximal erreichbaren Streulänge. Efimov schätzt die Zahl der gebundenen Zustände mit $N(a) \approx s_0/\pi \ln(|a|/r_0)$ ab [Efi71], wobei r_0 die Reichweite der Zweikörperwechselwirkung ist, die hier mit der van-der-Waals-Länge l_{vdW} abgeschätzt wurde [Köh06]. Für ^{133}Cs (blaue Kurve) wird es erst jenseits von $54000 a_B$ möglich, eine zweite Efimovresonanz anzusprechen. Dies erscheint mit der momentanen Genauigkeit der Magnetfeldregelung nicht erreichbar zu sein. In den heteronuklearen Systemen hingegen ist bereits ab ca. $2100 a_B$ ($^6\text{Li}-^{87}\text{Rb}-^{87}\text{Rb}$, grüne Kurve) bzw. $2700 a_B$ ($^7\text{Li}-^{87}\text{Rb}-^{87}\text{Rb}$, rote Kurve), und damit im experimentell zugänglichen Bereich, mit zwei Efimovzuständen zu rechnen. Für einen dritten Zustand müsste man etwa $14000 a_B$ ($^6\text{Li}-^{87}\text{Rb}-^{87}\text{Rb}$) bzw. $22000 a_B$ ($^7\text{Li}-^{87}\text{Rb}-^{87}\text{Rb}$) erreichen. Dies übersteigt die Grenzen der Regelgenauigkeit der Streulänge.

2.5.3 Limitierungen durch endliche Temperaturen

Das im Experiment in Innsbruck verwendete Verfahren, die Dreikörperverluste zu studieren, erfährt durch die im realen Experiment herrschenden endlichen Temperaturen eine Reihe von starken Limitierungen. Die Anzahl der experimentell zugänglichen Zustände wird dadurch selbst für extrem niedrige Temperaturen wie $T = 1 \text{ nK}$ auf nur drei beschränkt, zusätzlich wird das universelle Skalierungsverhalten durch thermische Verschiebungen stark beeinflusst [D'I04]. Hiermit einhergehend brechen auch die analytischen Formeln 2.48 und 2.49 zusammen. Die endliche Temperatur bewirkt das Erreichen des unitären Regimes, das zu einer Sättigung der Dreikörperrekombinationsrate führt. Zusätzlich kommt es, da man bei einer bestimmten Temperatur, nicht aber bei einer bestimmten Streuenergie arbeitet, zu einem thermischen Verschmieren der Resonanzen. Schließlich spielen für große Streulängen auch höhere Partialwellen eine Rolle (zugehörig zu Zuständen mit $J^\pi = 2^+, 4^+, \dots$), während zur Herleitung der obigen Gleichungen nur Zustände mit $J^\pi = 0^+$ herangezogen wurden [D'I04].

Der Streulängenbereich zum Studium der universellen Eigenschaften wird dadurch erheblich eingeschränkt. Für kleine Streulängen gilt das eingangs erwähnte Limit, dass die Wech-

System	# Zustände	$ a_{\text{limit}} /a_B$	T_{lim}/nK	Streulängenast
${}^6\text{Li}-{}^{87}\text{Rb}-{}^{87}\text{Rb}$	2	2100	3000	$a > 0$
			500	$a < 0$
	3	14000	70	$a > 0$
			10	$a < 0$
${}^7\text{Li}-{}^{87}\text{Rb}-{}^{87}\text{Rb}$	2	2700	1500	$a > 0$
			250	$a < 0$
	3	22000	25	$a > 0$
			4	$a < 0$

Tabelle 2.2: Thermische Limitierung der Anzahl der beobachtbaren Efimovresonanzen in den zwei Li-Rb Systemen. Es sollte möglich sein, in beiden Gemischen je zwei Efimovresonanzen aufzulösen. Die hierfür notwendigen experimentellen Rahmenbedingungen sind beherrschbar. Für eine dritte Resonanz müsste die Temperatur deutlich unter 100 nK, im Fall des ${}^7\text{Li}-{}^{87}\text{Rb}-{}^{87}\text{Rb}$ sogar deutlich unter 10 nK herabgesetzt werden. Es ist unklar, ob diese extrem tiefen Temperaturen im Li-Rb-Gemisch erreicht werden können.

selwirkung resonant sein soll. Dies wurde durch $a \gg r_0 \approx l_{\text{dW}} \approx 44 a_B$ (für Li-Rb) berücksichtigt. Durch die endlichen Temperaturen gelten aber auch zu großen Streulängen Limitierungen. Für $a > 0$ darf die Stoßenergie nicht mehr als $k_B T \approx E \leq \hbar^2/2\mu a^2$ für eine bestimmte Streulänge a betragen [D'I04]. Im Bereich negativer Streulängen ist dieses Limit mit $k_B T \approx U_{\text{max}} = 0,068/\mu a^2$ (in atomaren Einheiten) [Esr96] noch strenger. Es basiert auf einer effektiven Zentrifugalbarriere der hyperradiellen Potenziale, die den Wechselwirkungsbereich der drei Stoßpartner auf große Hyperradien R limitiert. Insgesamt sorgt dies dafür, dass es experimentell vermutlich nur gelingen wird, zwei Resonanzen aufzulösen (siehe Tabelle 2.2). Im System ${}^6\text{Li}-{}^{87}\text{Rb}-{}^{87}\text{Rb}$ müssen hierzu Temperaturen von 3000 nK ($a > 0$) bzw. 500 nK ($a < 0$) deutlich unterschritten werden, im System ${}^7\text{Li}-{}^{87}\text{Rb}-{}^{87}\text{Rb}$ sind die Begrenzungen mit 1500 nK ($a > 0$) bzw. 250 nK ($a < 0$) etwas strenger. Die Anforderungen zur Beobachtung einer dritten Resonanz ($|a| \gg 10000 a_B$, $T \ll 10$ nK) sind so hoch, dass sie vermutlich nicht erfüllt werden können. In Kapitel 6 wird auf mögliche experimentelle Umsetzungen zur Suche nach Efimovzuständen im Li-Rb-System eingegangen.

3 Erzeugung kalter Lithium-Rubidium-Gemische

In diesem Kapitel werden die experimentellen Techniken, der Magnetfallenaufbau sowie der experimentelle Zyklus erläutert, die zur Erzeugung von ultrakalten Lithium-Rubidium-Gemischen in der Magnetfalle verwendet wurden. Eine schematische Übersicht über den verwendeten zeitlichen Ablauf in Abbildung 3.6 gegeben.

3.1 Magneto-Optische Falle

Laserkühlung wird heute als Standardwerkzeug in vielen Labors weltweit als erster Kühl-schritt zur Erzeugung ultrakalter Gase, von Raumtemperatur ausgehend, eingesetzt. Sie ist umfassend in Übersichtsartikeln beschrieben (z.B. [CT98, Wei03]) und Teil von Quantenoptikvorlesungen (z.B. [Zim07]). Hier wird daher nur ein sehr kurzer Überblick gegeben.

Das Grundprinzip einer magneto-optischen Falle (engl. *magneto-optical trap*, MOT) basiert auf der nahresonanten Streuung rotverstimmter Laserstrahlung von Atomen, die durch den Dopplereffekt in Resonanz verschoben werden. Durch die gerichtete Absorption und die isotrope Emission wird dem Atom im Mittel hauptsächlich Impuls entgegen der Bewegungsrichtung übertragen. Damit wird dieses entlang dieser Richtung abgebremst. Zur Kühlung aller drei Raumrichtungen sowie der zwei Geschwindigkeitsrichtungen $\pm v_i$ pro Raumrichtung i benötigt man insgesamt sechs Strahlen. Diese sind paarweise gegenläufig und kreuzen sich im Minimum eines durch zwei Spulen in Anti-Helmholtz Konfiguration erzeugten magnetischen Quadrupolfeldes. Das Quadrupolfeld führt zu einem räumlich variierenden Zeemaneffekt, der, zusammen mit geschickt gewählter zirkularer Polarisation der Kühlaser, nur Wechselwirkungen zwischen Atomen und Lichtstrahlen zulässt, die entgegengesetzte Propagationsrichtungen haben. Hierdurch kommt es zu einer Reibungskraft, die zur Dissipation der kinetischen Energie der Atome führt. Im Zentrum der MOT, in dem das Magnetfeld und damit auch die Zeemanverschiebung Null ist, wirkt auf langsame Atome keine Kraft, so dass diese sich dort ansammeln. Bewegen sie sich aus dem Zentrum heraus, werden sie aus dem jeweils ihrer Bewegung entgegengerichteten Strahl zurückgedrückt. Für Alkalimetalle verwendet man zum Kühlen einen zyklischen Hyperfeinübergang der jeweiligen D_2 -Linie. Dies ist für ^{87}Rb und ^7Li der Übergang $F = 2 \rightarrow F' = 3$ und für ^6Li der Übergang $F = 3/2 \rightarrow F' = 5/2$ (siehe Anhang A).

Die erreichbare Kühlgrenze dieses Verfahrens wird durch das Dopplerlimit $T_{\text{Dopp}} = \hbar\Gamma/2k_B$ gegeben. Hierbei ist Γ die natürliche Linienbreite des angeregten Zustandes und beträgt für Alkalimetalle typischerweise etwa $\Gamma/2\pi = 6\text{MHz}$. Das Dopplerlimit beträgt für optimale Parameter (Verstimmung $\delta = -\Gamma/2$ und vernachlässigbare Sättigung des Übergangs) für alle Alkalimetalle etwa $140\ \mu\text{K}$. Im Experiment wird dieser Wert jedoch insbesondere für Lithium nicht erreicht.

Hat das Isotop, mit dem man arbeitet, eine aufgelöste Hyperfeinstruktur des angeregten $^2P_{3/2}$ Zustandes, so kann man mit Polarisationsgradientenkühlung (Synonyme: Subdopp-lerkühlung, Melassekühlen) [Dal89] noch deutlich tiefere Temperaturen erreichen. Dies ist für ^{87}Rb der Fall, allerdings weder für ^7Li noch für ^6Li . Während dieser Phase wird kurzzeitig ein homogenes Magnetfeld eingestellt und die Verstimmungen der Laser noch weiter rot zu den Resonanzen gefahren. Dadurch wird das ^{87}Rb auf etwa $100\ \mu\text{K}$ abgekühlt, das jeweilige Lithiumisotop ist währenddessen im Wesentlichen ungefangen. Daher ist ein Kompromiss für die Dauer der Melassekühlphase nötig.

Nach der Melassephase sollen die Atome in einer Magnetfalle gespeichert werden, um dort mit weiteren Methoden zu noch tieferen Temperaturen gekühlt zu werden. Da jedoch nicht alle Zeemanzustände in einem solchen Potenzial gefangen werden können, müssen die benötigten Zustände erst präpariert werden. Durch optisches Pumpen mit einer weiteren Laserfrequenz kann dieses erreicht werden. Für ^{87}Rb wird hierzu der Übergang $F = 2 \rightarrow F' = 2$ der D_2 -Linie verwendet, für ^6Li die Übergänge $F = 3/2 \rightarrow F'$ der nichtaufgelösten D_1 -Linie (siehe Anhang A). Man wählt zirkuläre Polarisation und strahlt entlang der Magnetfeldachse eines durch Umpolen der MOT-Spulen erzeugten homogenen Offsetfeldes von wenigen Gauß Feldstärke ein. Die zirkuläre Polarisation und die Feldrichtung sind so aufeinander eingestellt, dass σ^+ -Übergänge induziert werden. Der Grundzustand $|F, m_F\rangle = |2, +2\rangle$ (^{87}Rb) bzw. $|3/2, +3/2\rangle$ (^6Li) ist dann ein Dunkelzustand, in dem sich die Atome nach wenigen Streuprozessen ansammeln. Anschließend werden die Atome durch plötzliches Anschalten eines magnetischen Quadrupolfeldes in den MOT-Spulen gefangen. Das magnetische Speichern wird in Abschnitt 3.3 erläutert.

3.2 Das Lasersystem

Für Laserkühlung, Umpumpen in den gewünschten Hyperfeinzustand sowie die Analyse der Atomwolke mittels Absorptionsabbildung werden verschiedene Laserfrequenzen benötigt. Die Erzeugung und Stabilisierung dieser Frequenzen wird im folgenden Abschnitt besprochen.

3.2.1 Das Rubidium Lasersystem

Das Lasersystem für ^{87}Rb besteht aus insgesamt vier Lasern. Es werden drei gitterstabilisierte Diodenlaser verwendet sowie ein in unserer Gruppe entwickelter Titan-Saphir-Laser (TiSa). Dieser wird von einem grünen Festkörperlaser (Coherent Verdi V5) gepumpt. Eine schematische Darstellung über die Frequenzreferenzierung ist in Abbildung 3.1 gegeben.

Zur Gewinnung einer atomaren Referenzfrequenz wird einer der Diodenlaser (Referenz) durch Aufkopplung einer Radiofrequenz von ca. 20 MHz auf den Diodenstrom mit Seitenbändern versehen. Anschließend wird in einer Spektroskopiezelle ein hochaufgelöstes FM-Spektrum gewonnen. Mit Hilfe einer elektronischen Regelschleife, die das die Laserdiode rückkoppelnde Gitter mit einem Piezokristall steuert, wird der Referenzlaser auf die Crossoverresonanz zwischen den Übergängen $F = 2 \rightarrow F' = 2$ und $F = 2 \rightarrow F' = 3$ der D_2 -Linie ($\lambda = 780,248 \text{ nm}$) stabilisiert. Mit Hilfe zweier akustooptischer Modulatoren (AOM) wird dieses Licht dann um +133 MHz verschoben und zur Absorptionsabbildung im Übergang $F = 2 \rightarrow F' = 3$ (siehe Anhang B) verwendet bzw. um -133 MHz verschoben und zum Umpumpen der Atome mit dem Übergang $F = 2 \rightarrow F' = 2$ verwendet. Desweiteren wird dieses Licht zur Stabilisierung des Titan-Saphir-Lasers verwendet.

Der TiSa dient als starke Lichtquelle zum Laserkühlen während der MOT-Phase des Experiments (MOT-Pumper). Eine detaillierte Beschreibung des TiSa-Aufbaus und seiner Eigenschaften ist in [Gün06] gegeben. Als linearer Resonator läuft er auf zwei Moden, die einen Frequenzabstand von 1,2 GHz zueinander haben. Ein Teil des TiSa-Lichtes wird mit einem AOM um +200 MHz frequenzverschoben und mit der Referenz geschwebt. Eine Stabilisierung der Schwebungsfrequenz einer der beiden Moden mit dem Referenzlaser bei 307 MHz bewirkt damit eine Rotverstimmung dieser Mode des TiSa um 26 MHz oder 4,3 natürlichen Linienbreiten zum zyklischen Kühlübergang $F = 2 \rightarrow F' = 3$. Die andere Mode ist sehr weit verstimmt und hat auf die Laserkühlung keinen Einfluss.

Ein weiterer Diodenlaser wird für die Laserkühlung benötigt, da durch den Kühllaser auch nichtresonante Anregung des Übergangs $F = 2 \rightarrow F' = 2$ mit geringer Rate erfolgt. Dadurch werden Atome in den Zustand $F = 1$ gepumpt und können nicht mehr gekühlt werden. Diese werden mit dem Übergang $F = 1 \rightarrow F' = 2$ zurück in den Kühlzyklus gebracht. Da jedoch die Hyperfeinaufspaltung des ^{87}Rb mit 6,8 GHz größer ist als der Frequenzbereich, über den man einen Diodenlaser ohne Modensprung verstimmen kann, wurde hierfür eine eigene FM-Spektroskopie aufgebaut. Der Rückpumpelaser (Rückpumper) wird genau auf den Übergang $F = 1 \rightarrow F' = 2$ stabilisiert und durch zwei AOMs, von denen einer +100 MHz, der andere -100 MHz Verstimmung macht, geschaltet. Dadurch kann er einerseits im Dauerbetrieb während der langen MOT-Phase verwendet werden, andererseits aber auch während des nur etwa 50 μs dauernden Umpumpens eingesetzt werden.

3 Erzeugung kalter Lithium-Rubidium-Gemische

Auch während dieser Phase wird Rückpumplicht benötigt, um den Umpumpübergang geschlossen zu halten.

Desweiteren wird ein zweiter Rückpump Laser (Rückpumper 2), der ebenfalls den Übergang $F = 1 \rightarrow F' = 2$ auf der D_2 -Linie treibt, eingesetzt. Dieser Laser wird durch Schwebung mit dem Rückpumper 1 auf eine Frequenzdifferenz von -200 MHz stabilisiert. Ein AOM verschiebt dann um +200 MHz und bringt Rückpumper 2 dann auch den Rückpumperübergang. Dieses Licht wird in eine Faser gekoppelt und als aufgeweiteter Strahl auf die Dipolfalle gerichtet. Er dient dem Rückpumpen von im Zustand $F = 1$ präparierten ^{87}Rb -Atomen in der Dipolfalle, die von der Absorptionsabbildung nicht detektiert werden können. Durch schnelles Umpumpen dieser Atome in den Zustand $F = 2$ können sie dann wieder abgebildet werden (siehe Anhang A, Abb. A.1).

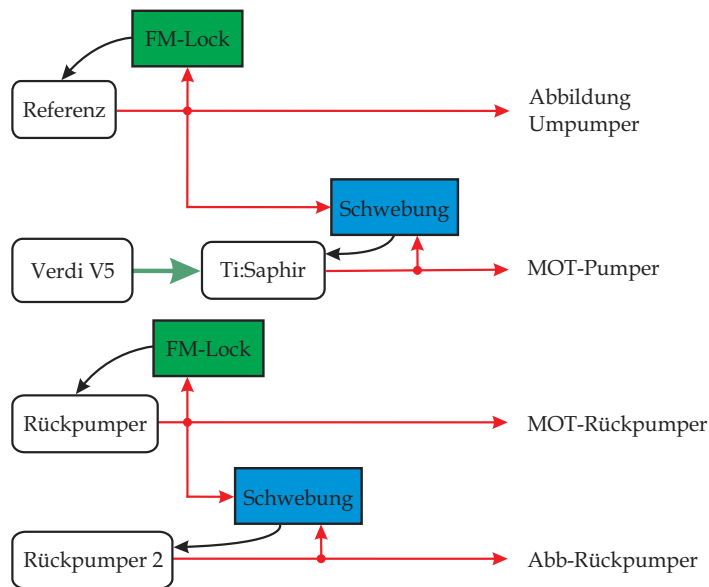


Abbildung 3.1: Schematischer Aufbau des Lasersystems zum Kühlen von Rb

3.2.2 Das Lithium Lasersystem

Der Laseraufbau für Lithium (Abb. 3.2) basiert ausschließlich auf Diodenlasern. Ein Laser (Referenz) wird durch FM-Seitenbandspektroskopie an einer geheizten Zelle auf die Crossoverresonanz der D_2 -Linie ($\lambda_{D_2} = 670,977$ nm) zwischen den Grundzuständen $F = 1/2$ und $F = 3/2$ stabilisiert (siehe Anhang A). Relativ zu diesem ist das MOT-Lasersystem (Master-Slave mit einem Master-Diodenlaser und vier Slave-Diodenlasern) stabilisiert. Der Masterlaser wird auf -134 MHz zur Referenz schwebungsstabilisiert und ist mit -21 MHz rotverstimmt zum Kühlübergang. Das Masterlicht wird durch einen AOM um $+228$ MHz, die Hyperfeinaufspaltung des ${}^6\text{Li}$ -Grundzustands, frequenzverschoben. Die unverschobene 0. Ordnung des AOM dient zur Injektionsstabilisierung von zwei 80 mW Slavelaserdioden (1+2), die damit Pumplicht für den Kühlübergang $F = 3/2 \rightarrow F' = 5/2$ bereitstellen. Da ${}^6\text{Li}$ im angeregten Zustand keine auflösbare Hyperfeinstruktur hat, gibt es auch viel Anregung der nichtzyklischen Übergänge. Dadurch kommt es zu starkem Umpumpen in den unteren Hyperfeinzustand $F = 1/2$. Dieser Umstand erfordert eine sehr hohe Rückpumpleistung, weswegen zwei weitere 80 mW Slavelaser (3+4) allein dafür verwendet werden. Diese werden durch die um $+228$ MHz verschobene 1. Beugungsordnung des Masterlichts injiziert. Für den Abbremsenstrahl des Zeemanabbremsers [Sil00], der Atomquelle des Lithium, wird ein Teil der Slavelaser 2 und 4 um weitere -50 MHz verschoben. Ein Laser für die Absorptionsanalyse (Abb) ist mit -114 MHz Verstimmung zur Referenz resonant mit dem zyklischen Übergang $F = 3/2 \rightarrow F' = 5/2$. Die nicht aufgelöste Hyperfeinaufspaltung des Lithium erfordert auch für die Abbildung einen Laser, der die Atome im zyklischen Übergang hält. Dies ist durch den Abbildungsrückpumper (Rückpumper) realisiert, der auf $+114$ MHz Frequenzdifferenz zur Referenz stabilisiert ist. Ein weiterer Laser (Umpumper) ist zur optischen Spinpolarisierung während der Umpumpphase nötig. Dieser ist durch eine eigene FM-Seitenbandspektroskopie auf den Crossover von $F = 1/2$ und $F = 3/2$ der D_1 -Linie ($\lambda_{D_1} = 670,992$ nm) stabilisiert. Mit einem AOM mit $+114$ MHz Treiberfrequenz wird dann das Umpumplicht $F = 3/2 \rightarrow F' = 3/2$ erzeugt.

Zur Kühlung von ${}^7\text{Li}$ ($\lambda_{D_2} = 670,964$ nm) musste ein zusätzlicher Masterlaser aufgebaut werden, denn für die mit 803 MHz deutlich größere Hyperfeinaufspaltung des ${}^7\text{Li}$ stand kein AOM zur Verfügung. Stattdessen wird ein weiterer Laser (Master 2) mit der Referenz geschwebt (Abb. 3.3). Master 1 hat eine Verstimmung von -421 MHz zur Referenz, Master 2 eine von $+381$ MHz. Damit stellt Master 1 Licht für den Kühlübergang $F = 2 \rightarrow F = 3$ zu Verfügung, welches mit dem Slavesystem verstärkt wird. Master 2 erzeugt entsprechend das Rückpumplicht $F = 1 \rightarrow F' = 0, 1, 2$. Auch hier wird Licht für den Zeemanabremsler abgezweigt und um weitere -50 MHz rotverschoben. Ein Umpumplaser wurde für das ${}^7\text{Li}$ nicht aufgebaut. Dies lag in der Tatsache begründet, dass die D_1 -Linie des ${}^7\text{Li}$ mit der D_2 -Linie des ${}^6\text{Li}$ zusammenfällt [San95]. Das vermeintlich isotopenreine ${}^7\text{Li}$, das zur Spektroskopie zur Verfügung stand, enthielt soviel ${}^6\text{Li}$, dass der ${}^7\text{Li}$ -Umpumpübergang nicht stabilisiert werden konnte. Allerdings war die in der Magnetfalle gespeicherte Atomzahl dennoch groß genug für die angestrebten Experimente.

3 Erzeugung kalter Lithium-Rubidium-Gemische

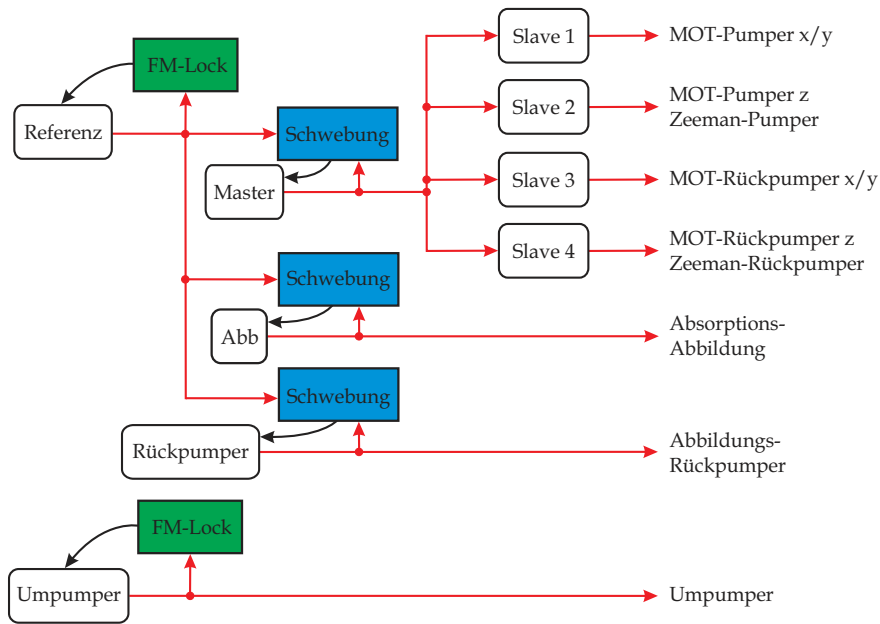


Abbildung 3.2: Schematischer Aufbau des Lasersystems für ^6Li .

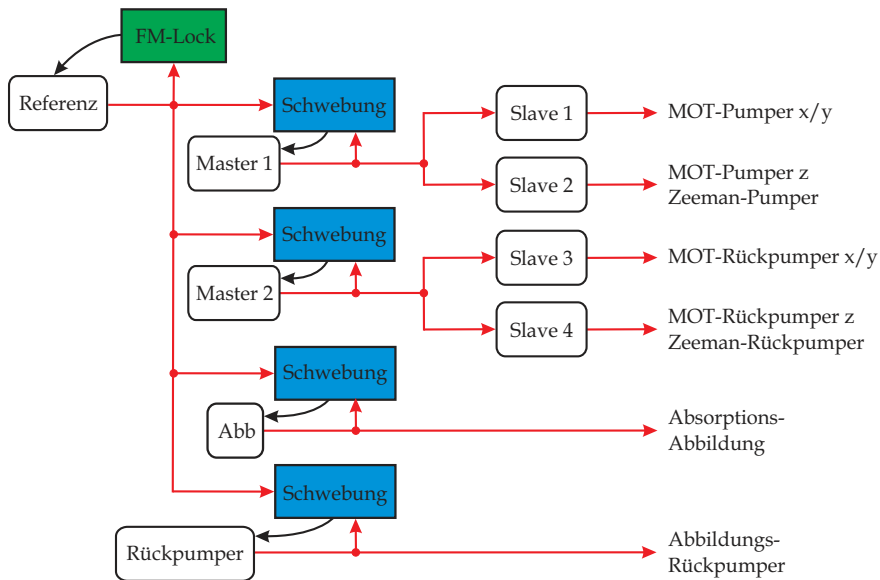


Abbildung 3.3: Schematischer Aufbau des Lasersystems für ^7Li . Die größere Hyperfeinaufspaltung des ^7Li macht den Einsatz eines zweiten Masterlasers nötig.

3.3 Magnetische Atomfallen

3.3.1 Theoretische Beschreibung

Nach dem optischen Kühlen der Atome werden diese in ein rein magnetisch erzeugtes Potenzial umgeladen. Die Magnetfalle basiert auf der Wechselwirkung des permanenten magnetischen Momentes $\boldsymbol{\mu}$ mit dem Magnetfeld $\mathbf{B}(\mathbf{r})$. Hierdurch bekommt das betreffende Atom eine magnetische potenzielle Energie

$$U(\mathbf{r}) = -\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{B}(\mathbf{r}). \quad (3.1)$$

Das magnetische Moment $\boldsymbol{\mu}$ hängt hierbei von den verschiedenen inneren Drehimpulsen des Atoms ab. Im Bereich vergleichsweise niedriger Magnetfelder, wie es für diese Magnetfallen gegeben ist, ist der Gesamtdrehimpuls der Hyperfeinkopplung F eine gute Quantenzahl. Man kann dann die Projektion des magnetischen Momentes auf die lokale Magnetfeldrichtung z ausdrücken durch $\mu_z = g_F m_F \mu_B$, wobei μ_B das Bohrsche Magneton mit $\mu_B = e\hbar/2m_e \approx 9,274 \cdot 10^{-24} \text{J/T}$ ist. Dann gilt für die potenzielle Energie im Magnetfeld

$$U(\mathbf{r}) = -g_F m_F \mu_B |\mathbf{B}(\mathbf{r})|. \quad (3.2)$$

Damit wird gleich ersichtlich, dass nicht alle Zeemanzustände m_F eines Hyperfeinzustandes F in demselben magnetischen Potenzial gefangen werden können, da sich mit dem Vorzeichen von m_F auch das des Potenzials ändert. Darüberhinaus lassen sich im freien Raum nur lokale Minima des magnetischen Feldes erzeugen. Für die in dieser Arbeit verwendeten Isotope ^{87}Rb , ^7Li und ^6Li ergeben sich daher die in Tabelle 3.1 zusammengefassten $|F, m_F\rangle$ Kombinationen der $S_{1/2}$ Grundzustandsatome, die magnetisch fangbar sind.

Isotop	$ F, m_F\rangle$	g_F	$\frac{g_F m_F \mu_B}{\text{MHz/G}}$
$^{87}\text{Rb}, ^7\text{Li}$	$ 2, 2\rangle$	1/2	1,4
$^{87}\text{Rb}, ^7\text{Li}$	$ 2, 1\rangle$	1/2	0,7
$^{87}\text{Rb}, ^7\text{Li}$	$ 1, -1\rangle$	-1/2	0,7
^6Li	$ \frac{3}{2}, \frac{3}{2}\rangle$	2/3	1,4
^6Li	$ \frac{3}{2}, \frac{1}{2}\rangle$	2/3	0,47
^6Li	$ \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\rangle$	-2/3	0,47

Tabelle 3.1: Magnetisch fangbare Zustände der verwendeten Isotope des Rubidium und des Lithium. Aufgrund der identischen inneren Drehimpulse von ^{87}Rb und ^7Li sind dieselben Zustände dieser Isotope fangbar. Im Experiment wird mit ^{87}Rb $|2, 2\rangle$ und ^7Li $|2, 2\rangle$ bzw. ^6Li $|\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\rangle$ gearbeitet.

3.3.2 Magnetfalle im Experiment

Die im Experiment verwendete Magnetfalle besteht aus drei Spulenpaaren sowie vier senkrecht verlaufenden Drähten. Sämtliche stromtragenden Elemente sind innerhalb der Ul-

trahochvakuumkammer eingebaut. Dieser Aufbau wurde im Verlauf der Doktorarbeiten von C. Silber [Sil05a] und S. Günther [Gün06] konzipiert und gebaut. Ein großes Helmholtzspulenpaar erzeugt das Quadrupolfeld für den Betrieb der MOT. Anschließend werden die Atome nach dem Subdopplerkühlen und dem Umpumpen in den gestreckten Zustand $|2,2\rangle$ bzw. $|3/2,3/2\rangle$ in dem magnetischen Quadrupolfeld der MOT-Spulen gefangen ($I=1$ A, $dB/dz=12$ G/cm, $dB/dx=dB/dy=6$ G/cm). Die Atome werden durch Variation der Ströme in den MOT-Spulen und den kleineren Transferspulen in deren Quadrupol überführt. Die Ströme in den MOT-Spulen sind dann aus und nur diejenigen der Transferspulen an. Im dritten Schritt werden die Ströme in den kleinen Fallenspulen ($\varnothing 20$ mm, 70 Windungen) auf 5 A hochgefahren und die Ströme der Transferspulen wieder heruntergefahren. Die Atome sind dann nur im Fallenspulenquadrupol gefangen. Die Details des Transfers sind auf größte Fallentiefe zu jedem Zeitpunkt des Transfers und kleinstes Heizen optimiert [Sil05a]. Die Quadrupolfalle, in der sich die Atome dann befinden, wird durch die Gradienten $dB/dz=280$ G/cm und $dB/dx=dB/dy=140$ G/cm charakterisiert. In dieser Falle kann schon mit Mikrowellenkühlen der Rb-Wolke begonnen werden (siehe Abschnitt 3.4), jedoch ist die Temperatur, zu der man herabkühlen kann, dadurch begrenzt, dass ein Quadrupolpotenzial ein Minimum der Magnetfeldstärke mit $B = 0$ hat. In der Nähe dieses Minimums ist wegen der niedrigen Larmorfrequenz $\omega_L = \mu B$ der Spin eines Atoms nur schwach an die Magnetfeldrichtung gekoppelt. Atome, die diesem Minimum zu nahe kommen, können deshalb so genannte Majoranaspinflips in andere m_F -Komponenten erfahren. Dies führt zu starken Atomverlusten bei niedrigen Temperaturen, da nicht alle m_F -Zustände magnetisch gefangen sind. Man wechselt daher in eine andere Fallengeometrie, die Ioffefalle, die ein endliches Minimum $B_0 > 0$ hat.

Im verwendeten Aufbau wurde eine spezielle Geometrie mit vier Drähten gewählt, die parallel zur Symmetrieachse der Fallenspule verlaufen. Benachbarte Drähte haben umgekehrte Stromrichtung, wobei jeweils die inneren und äußeren zwei Drähte in Reihe geschaltet sind. Bei geeigneter Wahl der Fallenspulen- und der Ioffeströme bildet sich zwischen der Position der Drähte und der Mitte der Fallenspulen ein lokales Minimum des Magnetfeldes aus, das in der Nähe des Minimums einen harmonischen Verlauf hat. Darüberhinaus erfüllt das lokale Minimum die Bedingung $B_0 > 0$. Atome können darin ohne Majoranaspinflips gespeichert werden.

Zuerst jedoch müssen die Atome aus der reinen Quadrupolfalle in die Ioffegeometrie überführt werden. Dieses ist weniger trivial als man zuerst denkt, denn mit Anschalten der Ioffedrähte entsteht ein Sattelpunkt im Potenzialbereich zwischen harmonischem Minimum und Drähten, der die Fallentiefe während des Umladens stark begrenzt. Das genaue Verfahren ist in [Sil05a] ausführlich beschrieben und wird hier nicht weiter vertieft.

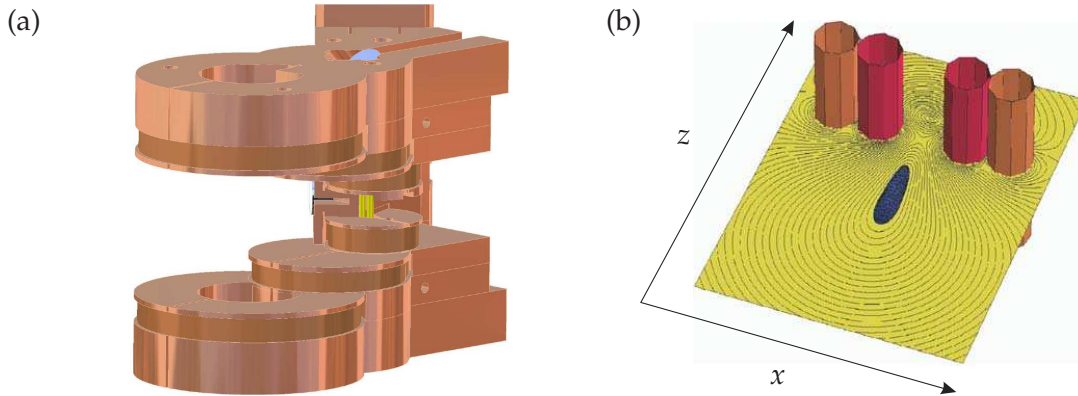


Abbildung 3.4: (a) Aufbau der Magnetfalle. Man erkennt die großen MOT-Spulen, die Transferspulen und die kleinen Fallenspulen. Ebenfalls sind die vier Ioffedrähte (gelb) zu erkennen, die senkrecht durch die Fallenspulen verlaufen. (b) Feldverteilung der Ioffefalle in der Nähe der Ioffedrähte. Das resultierende Potenzial ist axialsymmetrisch um die z -Achse. Atome werden in den blau eingefärbten Bereich geladen [Gün06].

Die Ioffefalle im vorliegenden Experiment kann durch folgende Gleichungen beschrieben werden [Sil05a]:

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ B_0 \end{pmatrix} + 2\alpha \begin{pmatrix} x \\ -y \\ 0 \end{pmatrix} + \frac{\beta_z}{2} \begin{pmatrix} -2xz \\ 0 \\ z^2 - x^2 \end{pmatrix}. \quad (3.3)$$

Hierbei ist α der Gradient und β_z die Krümmung in z -Richtung. Im Fallenzentrum kann man dies durch eine harmonische Falle nähern, deren drei Achsen unterschiedliche Krümmungen aufweisen

$$\beta_x = \frac{4\alpha^2}{B_0} - \beta_z, \quad \beta_y = \frac{4\alpha^2}{B_0}. \quad (3.4)$$

Aus den Krümmungen bestimmt man die für gespeicherte Atome wesentlichen Fallenfrequenzen zu

$$\omega_i = \sqrt{\frac{\mu}{m}\beta_i}. \quad (3.5)$$

In der Ioffefalle kann dann mit der Kühlung des ^{87}Rb durch erzwungene Evaporation (Radiofrequenz oder Mikrowelle) begonnen werden. Dabei wird die Ioffefallengeometrie während des Kühlens mehrere Male geändert. Die finale Ioffefalle, in der das Kühlen bis ins entartete Regime stattfindet, wird durch die Ströme $I_{\text{Fallenspulen}} = 5 \text{ A}$, $I_{\text{Ioffe,innen}} = 6,5 \text{ A}$ und $I_{\text{Ioffe,aussen}} = 12 \text{ A}$ beschrieben und weist für $^{87}\text{Rb} |2,2\rangle$ die folgenden Fallenparameter auf:

$$\omega_{x,y,z} = 2\pi \cdot (206; 200; 50,1) \text{ Hz}, \quad B_0 = 3,5 \text{ G}. \quad (3.6)$$

Diese Werte wurden experimentell bestimmt und stimmen gut mit den während der Planung der Falle berechneten Werten überein [Sil05a].

3.4 Evaporation mit Mikrowellen in der Magnetfalle

In der Magnetfalle wird zum Erreichen tiefster Temperaturen eine weitere Kühltechnik verwendet. Hierzu werden die energiereichsten Teilchen der thermischen Maxwell-Boltzmann-Verteilung aus der Falle entfernt. Nach Umverteilung der Energie auf die verbliebenen Atome durch Stöße stellt sich erneut eine Maxwell-Boltzmann-Verteilung ein; diese hat allerdings eine niedrigere Temperatur [Hes86, Ket96]. Technisch erreicht man die gezielte Entfernung von Atomen durch räumlich selektives Ändern ihres Zeemanzustands. Da nicht alle Zeemanzustände in der Magnetfalle gefangen sind, kann durch Umklappen des Gesamtspins F bzw. seiner Projektion m_F ein Atom in einen ungefangenen Zustand überführt werden. Dies kann man mittels Radiofrequenzkopplung durch Überbrückung der Zeemanenergie innerhalb eines Hyperfeinzustandes erreichen, so dass z.B. $|2,2\rangle$ mit allen anderen Zeemanzuständen gekoppelt wird. Die Zustände $|2,0\rangle$, $|2, -1\rangle$ und $|2, -2\rangle$ werden dabei aus der Falle entfernt. In unserem Experiment benutzen wir eine alternative Methode. Wegen der unterschiedlichen Vorzeichen von g_F der Hyperfeinzustände $F = 1$ und $F = 2$, die man mit Mikrowellenstrahlung koppeln kann (Abb. 3.5(a)), ist $|1,1\rangle$ nicht gefangen. Mit dieser Methode kann man Rubidium selektiv ohne Einfluss auf das Lithium entfernen. Kühlen kann man nun dadurch, dass man die lokale Verstimmung der Atome durch das in alle Richtungen vom Magnetfeldminimum ausgehend ansteigende Magnetfeld ausnutzt. Dadurch kann man bei gegebener Verstimmung zur Hyperfeinresonanz Atome bestimmter kinetischer Energie bzw. Geschwindigkeit auswählen, die aus der Falle entfernt werden. Man entfernt nun die jeweils schnellsten Atome aus der Geschwindigkeitsverteilung indem man eine Frequenzrampe von großen zu kleinen Frequenzen einstrahlt. Diese Rampe muss zu jedem Zeitpunkt langsamer sein als die dichte- und temperaturabhängige Thermalisierungsrate des Gases, mit der die abgeschnittene Maxwell-Boltzmann-Verteilung in eine thermische Verteilung geringerer Temperatur übergeht. Auf diese Weise ist es möglich, in unserer Magnetfalle ^{87}Rb Kondensate mit mehreren 10^5 Atomen im Zustand $|2,2\rangle$ zu erzeugen.

Sympathetisches Kühlen von Gemischen

Zur Erzeugung des ultrakalten Lithium-Rubidium-Gemisches ist zusätzlich eine strenge Kontrolle der Spinreinheit des Rubidiums nötig [Sil05a, Gün06]. Unreine Spinmischungen führen durch inelastische Stoßprozesse zum Verlust der Lithiumatome, die weniger zahlreich in der Magnetfalle vorliegen. Unvollständiges Umpumpen nach der MOT-Phase führt zu einigen 10^5 Rubidiumatomen im Zustand $|1, -1\rangle$. Diese können durch eine Mikrowellenrampe zwischen den Zuständen $|1, -1\rangle$ und $|2, -2\rangle$ entfernt werden (Abb. 3.5(c)). Desweiteren entstehen während der eigentlichen Mikrowellenkühlrampe $|2,1\rangle$ Atome durch dipolare Relaxation aus den $|2,2\rangle$ Atomen [Gün06]¹. Diese werden durch permanente Einstrahlung einer weiteren Frequenz während der Evaporation entfernt (Abb. 3.5(b)).

¹In einem Rb-Cs Experiment in der Gruppe um D. Meschede (Universität Bonn) wurde ein weiterer Prozess zu Erzeugung von $|2,1\rangle$ aus $|2,2\rangle$ identifiziert [Haa07]. Durch die Mikrowellenkühlung selber kann $|1,1\rangle$ während des Verlassens der Falle an einem anderen Ort und damit einem anderen Magnetfeld bei gleicher eingestrahelter Frequenz in den Zustand $|2,1\rangle$ überführt werden [Sil05a]. Während dipolare Relaxation im Rb-Cs Experiment keine Rolle zu spielen scheint, konnte in unserem Aufbau wiederum keine Kopplung $|1,1\rangle \rightarrow |2,1\rangle$ durch die Mikrowelle ausgemacht werden.

Für die effiziente Kühlung einer atomaren Spezies mit einer anderen, muss die Wechselwirkungsstärke zwischen diesen beiden Spezies berücksichtigt werden. Diese ist für das ${}^6\text{Li}$ - ${}^{87}\text{Rb}$ -Gemisch mit $|a_{6,87}|=20_{-6}^{+9} a_B$ verglichen mit der von reinem Rubidium ($a_{87} \approx 100 a_B$) sehr gering [Sil05b]. In den Stoßquerschnitt $\sigma_{6,87} = 4\pi a_{6,87}^2$ geht sie quadratisch ein, weswegen eine Kühlrampe verwendet werden muss, die langsamer als für reines Rubidium ist. Innerhalb von 25 s evaporativer Kühlung kann man in unserer Falle ultrakalte ${}^6\text{Li}$ - ${}^{87}\text{Rb}$ -Gemische herstellen. Über das bosonische Gemisch ${}^7\text{Li}$ - ${}^{87}\text{Rb}$ konnte wegen der unbekanntenen Streulänge im Vorfeld keine Aussage gemacht werden. Es stellte sich heraus, dass die Kühlung effizienter und schneller als mit ${}^6\text{Li}$ möglich ist (siehe Abschnitt 5.1).

Der gesamte zeitliche Ablauf zur Erzeugung kalter ${}^6\text{Li}$ - ${}^{87}\text{Rb}$ - bzw. ${}^7\text{Li}$ - ${}^{87}\text{Rb}$ -Gemische ist in der Übersicht in Abbildung 3.6 noch einmal grafisch dargestellt.

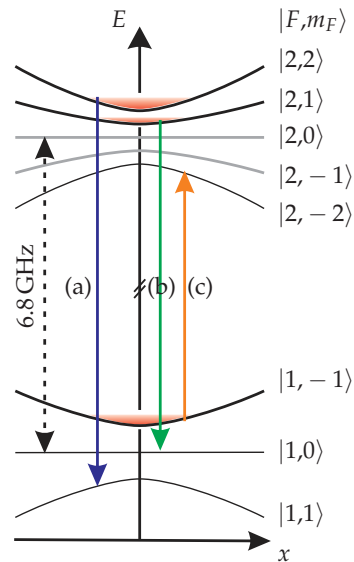


Abbildung 3.5: Erzwungene Evaporation des ${}^{87}\text{Rb}$ mit Mikrowellen. (a) Die Zustände $|F, m_F\rangle=|2,2\rangle$ und $|1,1\rangle$ können mit 6,8 GHz gekoppelt werden. Atome im Zustand $|1,1\rangle$ können nicht im magnetischen Potenzial gefangen werden, dadurch kann $|2,2\rangle$ selektiv gekühlt werden. Die ebenfalls im magnetischen Potenzial gefangenen Zustände $|2,1\rangle$ und $|1,-1\rangle$, die zu inelastischen Stößen mit $\text{Rb } |2,2\rangle$ und allen Lithiumzuständen führen, müssen durch spezielle Mikrowellenübergänge (b) und (c) aus der Falle entfernt werden.

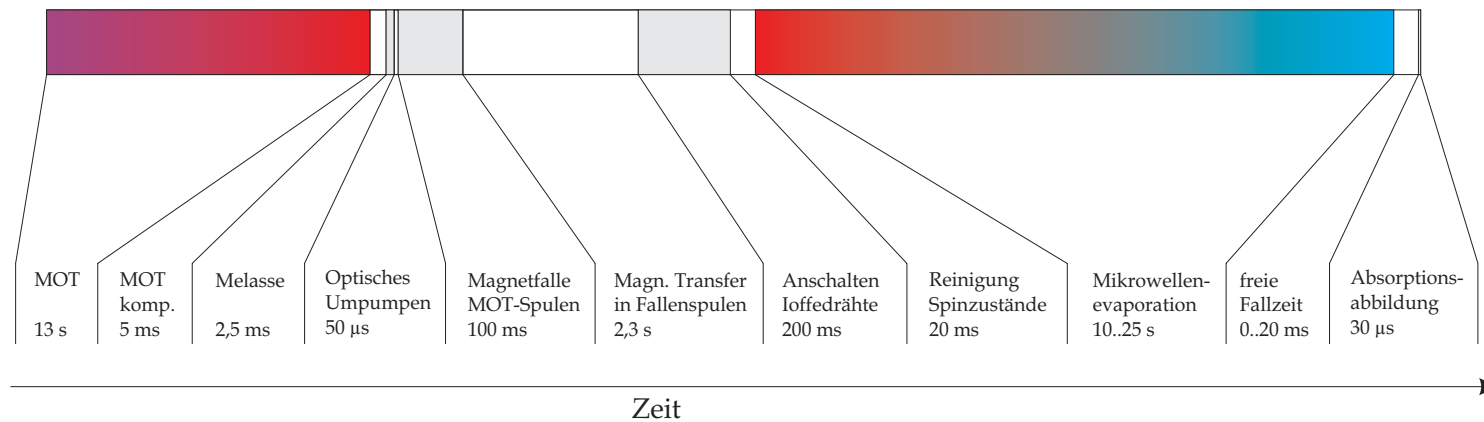


Abbildung 3.6: Schematische Darstellung des zeitlichen Ablaufs zur Erzeugung ultrakalter ${}^6/{}^7\text{Li}$ - ${}^{87}\text{Rb}$ -Gemische in unserem Experiment. Zuerst werden in einer 13 s andauernden Phase die beiden MOTs geladen. Anschließend werden die MOTs durch Hochfahren der MOT-Spulenströme von 1 A auf 5 A komprimiert, eine insgesamt 2,5 ms andauernde Phase Subdopplerkühlens schließt sich an. Dann werden die Atome in ca. 50 μ s optisch in den gewünschten gestreckten Zustand umpumpt. Die MOT-Spulen werden wieder auf 1 A gefahren und speichern die Atome nun magnetisch. Dann werden die Atome innerhalb von 2,3 s magnetisch von der MOT-Spule über die Transferspulen in die kleinen Fallenspulen überführt. Die Ioffedrähte werden in 200 ms zugeschaltet und die Spinreinigung des Rubidiums wird durchgeführt. Anschließend beginnt die zwischen 10 s und 25 s dauernde Phase erzwungener Evaporation des ${}^{87}\text{Rb}$ mit Mikrowellen. Zur Analyse der Atomzahlen und Temperaturen wird dann die Magnetfalle schlagartig ausgeschaltet. Nach einer für Lithium und Rubidium unterschiedlichen freien Fallzeit werden Absorptionenaufnahmen der Atomwolken mit resonanter Laserstrahlung gemacht (Anhang B). Ausgehend von dem in der Magnetfalle vorliegenden ultrakalten Gemisch werden die in den folgenden Abschnitten besprochenen Experimente mit der optischen Dipolfalle und dem hohen homogenen Magnetfeld durchgeführt. Hierfür zusätzliche Schritte des zeitlichen Ablaufes werden dort besprochen. Die Gesamtdauer eines experimentellen Zyklus beträgt etwa 70 s.

4 Optische Dipolfallen mit hohem Magnetfeld

Für die Suche von magnetischen Feshbachresonanzen benötigt man eine andere Art von Atomfalle als die bisher zur Erzeugung des ultrakalten Gemisches verwendete Magnetfalle. Hierfür gibt es mehrere Gründe, zum Beispiel ist eine Veränderung des magnetischen Offsetfeldes der Ioffefalle im Allgemeinen nicht unter Beibehaltung der Gradienten und Krümmungen der Fallengeometrie möglich. Darüberhinaus ist der Magnetfeldbereich, den man auf diese Weise untersuchen kann, sehr begrenzt und die Krümmung des Magnetfeldes begrenzt obendrein die Auflösung sehr stark. Der wichtigste Grund besteht darin, dass Feshbachresonanzen nicht in dem Spingemisch, das nach dem Kühlen in der Magnetfalle vorliegt, auftreten können, da es sich bei dem zugehörigen Wechselwirkungspotenzial um das energetisch höchstgelegene Molekülpotenzial handelt. Deshalb muss man eine andere Spinkombination wählen, vorzugsweise die absoluten Grundzustände. Für ^{87}Rb und ^7Li ist das $|F, m_F\rangle = |1, 1\rangle$ und für ^6Li $|1/2, 1/2\rangle$. Diese Zustände sind jedoch wegen ihrer magnetischen Momente nicht in dem Feldminimum einer Magnetfalle fangbar. Optische Dipolfallen hingegen basieren auf der elektrischen Dipolwechselwirkung von Atomen mit fernverstimmttem Licht. Dadurch sind sie in der Lage, alle Hyperfeinzustände F mit beliebiger Projektionsquantenzahl m_F zu speichern. Hierbei ist die Fallentiefe in den meisten praktischen Fällen unabhängig vom inneren Zustand der Atome. Der erste theoretische Vorschlag dafür wurde 1962 von Askar'yan gemacht [Ask62], experimentell realisiert wurde eine optische Falle für kalte Atome allerdings erst viel später in der Gruppe von Steven Chu [Chu86]. Man kann verschiedene Geometrien unterschiedlich starken Einschlusses mit einzelnen oder mehreren überlappenden Strahlen realisieren. Darüber hinaus ist es möglich, durch Interferenz mehrerer Laserstrahlen periodisch angeordnete Fallen, so genannte optische Gitter, zu erzeugen [Gri00]. Dies erlaubt sogar die Erzeugung künstlicher Kristalle, wenn man ein dreidimensionales optisches Gitter erzeugt [Blo05].

Die theoretischen Grundlagen, die die Funktionsweise einer solchen optischen Dipolfalle beschreiben, sowie ihre experimentelle Umsetzung im vorliegenden Experiment werden im folgenden Kapitel ausführlich besprochen.

Desweiteren ist das Anlegen hoher Magnetfelder nötig, um die Verstimmung der verschiedenen Molekülpotenziale zur Suche nach Feshbachresonanzen zu erreichen. Dies ist unter Verwendung des kleinen Fallenspulenpaares, das schon für die Ioffefalle verwendet wurde, möglich. Die technische Realisierung zur Regelung der hohen Magnetfelder sowie Messungen zur Eichung sowie zur Bestimmung der Magnetfeldgenauigkeit werden im zweiten Teil dieses Kapitels besprochen.

4.1 Theoretische Beschreibung optischer Dipolfallen

Optische Dipolfallen basieren auf der kohärenten Wechselwirkung der zu fangenden Atome mit einem eingestrahlt Lichtfeld. Das Oszillatormodell liefert eine sehr gute Vorstellung der Funktionsweise einer solchen Dipolfalle, für Atome mit mehreren Zuständen muss man eine Reihe von Verfeinerungen vornehmen. Ein sehr umfassender Übersichtsartikel hierzu ist unter [Gri00] zu finden. An ihm orientieren sich folgende Ausführungen.

Das Dipolpotenzial beruht auf der Wechselwirkung eines im Atom induzierten elektrischen Dipolmomentes $\mathbf{p}(\mathbf{r},t) = \hat{\mathbf{e}}\tilde{p}(\mathbf{r}) \exp(-i\omega t) + c.c.$ mit dem diesen induzierenden klassischen elektrischen Wechselfeld $\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = \hat{\mathbf{e}}\tilde{E}(\mathbf{r}) \exp(-i\omega t) + c.c.$. Hierbei gibt der Einheitsvektor $\hat{\mathbf{e}}$ die Polarisation des Lichtes an. Das Amplitude \tilde{p} des induzierten Dipolmoments hängt nun über die komplexe, frequenzabhängige Polarisierbarkeit $\alpha(\omega)$ mit dem anregenden Feld zusammen:

$$\tilde{p} = \alpha(\omega)\tilde{E}. \quad (4.1)$$

Das Wechselwirkungspotenzial des induzierten Dipols mit dem eingestrahlt Feld ist dann der zeitliche Mittelwert von $\mathbf{p}(\mathbf{r},t)\mathbf{E}(\mathbf{r},t)$:

$$U_{\text{dip}}(\mathbf{r}) = -\frac{1}{2} \langle \mathbf{p}(\mathbf{r},t)\mathbf{E}(\mathbf{r},t) \rangle = -\frac{1}{2\epsilon_0 c} \text{Re}(\alpha(\omega))I(\mathbf{r}). \quad (4.2)$$

Die eckigen Klammern deuten den zeitlichen Mittelwert an, $I = 2\epsilon_0 c |\tilde{E}(\mathbf{r})|^2$ ist die Intensität des elektrischen Feldes und der Faktor 1/2 kommt durch die Tatsache, dass das elektrische Dipolmoment \mathbf{p} nicht permanent, sondern induziert ist. In ähnlicher Weise kann man die Photonenstreureate bestimmen. Dazu berechnet man die Leistung, die vom Oszillator aufgenommen wird,

$$P_{\text{abs}}(\mathbf{r}) = \langle \dot{\mathbf{p}}(\mathbf{r},t)\mathbf{E}(\mathbf{r},t) \rangle = 2\omega \text{Im}(\tilde{p}\tilde{E}^*) = \frac{\omega}{\epsilon_0 c} \text{Im}(\alpha(\omega))I(\mathbf{r}). \quad (4.3)$$

Interpretiert man nun das Licht als Photonenstrom, bei dem jedes Photon eine Energie $\hbar\omega$ trägt, so erhält man die Photonenstreureate

$$\Gamma_{\text{sc}}(\mathbf{r}) = \frac{P_{\text{abs}}}{\hbar\omega} = \frac{1}{\hbar\epsilon_0 c} \text{Im}(\alpha(\omega))I(\mathbf{r}). \quad (4.4)$$

Daraus wird ersichtlich, dass das Dipolpotenzial $U_{\text{dip}}(\mathbf{r})$ vom Realteil der Polarisierbarkeit und damit dem in Phase schwingenden Anteil des induzierten Dipolmomentes \mathbf{p} herührt. Die Streureate $\Gamma_{\text{sc}}(\mathbf{r})$ hingegen wird durch den Imaginärteil von α beschrieben, der die Schwingung außer Phase mit dem elektrischen Feld $\mathbf{E}(\mathbf{r},t)$ ausdrückt.

4.1.1 Dipolpotenzial und Streurate im Lorentzmodell

Für Atome kann man die Polarisierbarkeit $\alpha(\omega)$ im einfachsten Fall mit dem Lorentzmodell beschreiben. Darin wird das Elektron eines Elektron-Kern-Systems als elastisch an den Kern gebunden beschrieben. Dadurch verhält es sich wie ein getriebener klassischer Oszillator mit Dämpfung, der mit einer Eigenfrequenz ω_0 schwingt, die der optischen Übergangsfrequenz entspricht. Die Polarisierbarkeit $\alpha(\omega)$ erhält man nun durch Integration der getriebenen Bewegungsgleichung $\ddot{x} + \Gamma_\omega \dot{x} + \omega_0^2 x = -eE(t)/m_e$ zu

$$\alpha(\omega) = \frac{e^2}{m_e} \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 - i\omega\Gamma_\omega}. \quad (4.5)$$

Hierbei ist m_e die Elektronenmasse und e die Elementarladung. Die Dämpfung

$$\Gamma_\omega = \frac{e^2 \omega^2}{6\pi\epsilon_0 m_e c^3} \quad (4.6)$$

entsteht durch dipolartige Abstrahlung einer beschleunigten Ladung [Jac74]. Durch Einsetzen von Gleichung 4.6 in Gleichung 4.5 und Einführung der resonanten Dämpfung $\Gamma = (\omega_0/\omega)\Gamma_\omega$ erhält man das Frequenzverhalten der Polarisierbarkeit

$$\alpha(\omega) = 6\pi\epsilon_0 c^3 \frac{\Gamma/\omega_0^2}{\omega_0^2 - \omega^2 - i(\omega^3/\omega_0^2)\Gamma}. \quad (4.7)$$

In semiklassischer Näherung – mit klassischem Anregungsfeld E und quantisierten Atomen mit zwei Energieniveaus – erhält man dieselben Ausdrücke für vernachlässigbare Sättigung, allerdings wird die Dämpfung Γ quantenmechanisch durch das Dipolmatrixelement zwischen Grundzustand und angeregtem Zustand bestimmt,

$$\Gamma = \frac{\omega_0^3}{3\pi\epsilon_0 \hbar c^3} |\langle e | \hat{\mathbf{p}} | g \rangle|^2, \quad (4.8)$$

wobei $\hat{\mathbf{p}}$ der Dipoloperator ist. Allerdings herrscht für die praktisch relevanten Fälle großer Verstimmung nur sehr geringe Sättigung und $\Gamma_{sc} \ll \Gamma$, weswegen Gleichung 4.7 eine sehr gute Beschreibung liefert. Für das Dipolpotenzial $U_{dip}(\mathbf{r})$ und die Streurate $\Gamma_{sc}(\mathbf{r})$ ergeben sich damit die Ausdrücke

$$U_{dip}(\mathbf{r}) = -\frac{3\pi c^2}{2\omega_0^3} \left(\frac{\Gamma}{\omega_0 - \omega} + \frac{\Gamma}{\omega_0 + \omega} \right) I(\mathbf{r}), \quad (4.9)$$

$$\Gamma_{sc}(\mathbf{r}) = -\frac{3\pi c^2}{2\hbar\omega_0^3} \left(\frac{\omega}{\omega_0} \right)^3 \left(\frac{\Gamma}{\omega_0 - \omega} + \frac{\Gamma}{\omega_0 + \omega} \right)^2 I(\mathbf{r}). \quad (4.10)$$

Mit diesen allgemeinen Gleichungen lassen sich die für das Fangen und Speichern von Atomen notwendigen Potenzialparameter und Streuraten berechnen.

4.1.2 Näherung für große Verstimmung (FORT)

In vielen praktischen Fällen ist die Verstimmung $\Delta = \omega - \omega_0$ vergleichsweise klein, $|\Delta| \ll \omega_0$, wobei jedoch nach wie vor geringe Sättigung vorliegt. Dies erlaubt es, in den Ausdrücken 4.9 und 4.10 $\omega/\omega_0 \approx 1$ zu setzen und den schnell oszillierenden Term mit $\omega + \omega_0$ zu vernachlässigen. Dies bezeichnet man auch als Drehwellennäherung (engl. *rotating-wave approximation* [All75]). Man erhält dann die folgenden Näherungsformeln, die man auch als *Far Off Resonant optical dipole Trap* (FORT) bezeichnet.

$$U_{\text{dip}}(\mathbf{r}) \approx \frac{3\pi c^2 \Gamma}{2\omega_0^3 \Delta} I(\mathbf{r}), \quad (4.11)$$

$$\Gamma_{\text{sc}}(\mathbf{r}) \approx \frac{3\pi c^2}{2\hbar\omega_0^3} \left(\frac{\Gamma}{\Delta}\right)^2 I(\mathbf{r}). \quad (4.12)$$

Die wesentlichen Eigenschaften einer optischen Dipolfalle sind in diesen Gleichungen enthalten. Man erkennt sofort, dass man zwar durch Verringern der Verstimmung Δ immer größere Fallentiefen erreicht, die Streurrate Γ_{sc} allerdings quadratisch mit abnehmender Verstimmung ansteigt. Beide Größen sind jedoch proportional zur eingestrahlten Lichtintensität. Daher ist es vorteilhaft, große Verstimmungen zu wählen, wodurch man vernachlässigbare Streuraten erhält. Die verringerte Fallentiefe kann man durch hohe Intensitäten relativ leicht kompensieren. In der Realität hat man es natürlich mit endlicher Laserleistung zu tun. Man muss daher für die jeweilige experimentelle Situation die Wellenlängen und Intensitäten so aufeinander anpassen, dass man genügend Fallentiefe bei ausreichend kleiner Streurrate erhält.

Prinzipiell unterscheidet man zwischen zwei Typen von optischen Dipolfallen. Für $\omega < \omega_0$, d.h. $\Delta > 0$ spricht man von rotverstimmten Dipolfallen. Das Vorzeichen von $U(\mathbf{r})$ ist in diesem Fall negativ und die Atome spüren am Ort der höchsten Intensität ein Energieminimum (Abb. 4.1a). Sie sammeln sich daher im Energieminimum bzw. Intensitätsmaximum an. Für $\Delta < 0$ spricht man von blauverstimmten Dipolfallen. Hier ist das Vorzeichen von $U(\mathbf{r})$ positiv und die Atome haben im Intensitätsmaximum die höchste potenzielle Energie (Abb. 4.1b). In diesem Fall werden die Atome aus dem Bereich hoher Intensität hinausgedrängt. Je nach experimenteller Situation kann mal $\Delta < 0$ oder mal $\Delta > 0$ vorteilhaft sein.

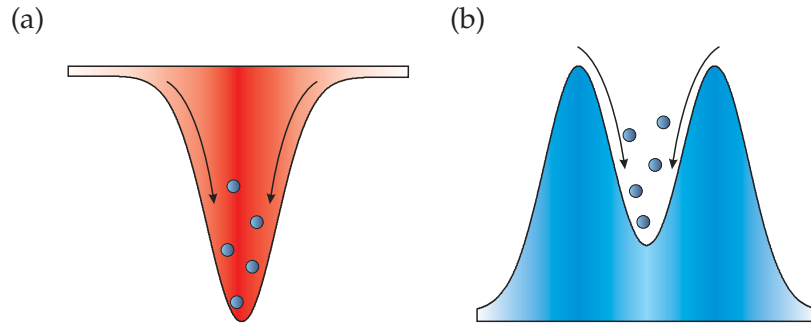


Abbildung 4.1: Prinzip von rotverstimmter und blauerstimmter Dipolfalle: (a) Bei roter Verstimmung, $\Delta < 0$, sammeln sich die Atome im Intensitätsmaximum des Dipolfallenstrahls. Hierzu eignen sich einfache Gaußstrahlen TEM_{00} sehr gut. (b) In blauerstimmten Dipolfallen, $\Delta > 0$, werden die Atome aus dem Intensitätsmaximum herausgetrieben. Mögliche Geometrien müssen daher ein lokales Minimum der Intensität aufweisen wie z.B. eine Gauß-Laguerre Mode LG_{01} .

4.1.3 Atome mit mehreren Zuständen

Die bisherigen Herleitungen gelten nur für Atome, die durch das Zweiniveaumodell beschrieben werden können. Experimentell hat man es mit realen Atomen zu tun, deren Struktur komplexer ist. Dies führt natürlich auch zu einer komplexeren Beschreibung der Atom-Licht-Wechselwirkung und damit zu Modifikationen der Formeln für die optischen Dipolfallen. Eine hierfür sehr zweckmäßige Methode ist die Beschreibung im so genannten *dressed state* Bild [CT92]. Nach Störungstheorie zweiter Ordnung gilt in diesem Rahmen für die Energieverschiebung des i -ten Zustandes

$$\Delta E_i = \sum_{j \neq i} \frac{|\langle j | H_{\text{int}} | i \rangle|^2}{\epsilon_i - \epsilon_j} \quad (4.13)$$

mit dem Wechselwirkungsoperator $H_{\text{in}} = -\hat{\mathbf{p}} \cdot \hat{\mathbf{E}}$ mit dem elektrischen Dipoloperator $\hat{\mathbf{p}} = -e\hat{\mathbf{r}}$. Hierbei ist ϵ_i die Energie des ungestörten i -ten Zustands.

Für ein Zweiniveaumodell gibt es nun zwei relevante Fälle. Der atomare Grundzustand $|g\rangle$ hat Energie Null, während das Laserfeld mit n Photonen besetzt ist und daher die Energie $n\hbar\omega$ hat. Dies führt zur Gesamtenergie $\epsilon_g = n\hbar\omega$. Im atomar angeregten Zustand $|e\rangle$ hat dann das Atom die Energie $\hbar\omega_0$, hingegen hat das Feld ein Photon weniger und damit die Energie $(n-1)\hbar\omega$. Die Gesamtenergie ist damit $\epsilon_e = \hbar\omega_0 + (n-1)\hbar\omega$. Für die Energiedifferenz der Gesamtzustände $|g\rangle$ und $|e\rangle$ gilt daher $\epsilon_g - \epsilon_e = \hbar(\omega - \omega_0) = \hbar\Delta$. Dadurch wird dann die Energieverschiebung

$$\Delta E_{g/e} = \pm \frac{|\langle e | \hat{\mathbf{p}} | g \rangle|^2}{\Delta} |\mathbf{E}|^2 = \pm \frac{3\pi c^2 \Gamma}{2\omega_0^3 \Delta} I. \quad (4.14)$$

4 Optische Dipolfallen mit hohem Magnetfeld

Hierbei gilt das positive Vorzeichen für den Grundzustand $|g\rangle$ und das negative Vorzeichen für den angeregten Zustand $|e\rangle$. Nach dem zweiten Gleichheitszeichen wurde $I = 2\epsilon_0 c |E|^2$ eingesetzt. Bemerkenswert ist nun, dass die Lichtverschiebung ΔE_g (auch ac-Stark Verschiebung) des Grundzustandes genau dem optischen Potenzial im Zweiniveaumodell (Gleichung 4.11) entspricht. Der angeregte Zustand hingegen erfährt eine Verschiebung in die jeweils entgegengesetzte Richtung. Für geringe Sättigung ist das Atom-Licht-System die meiste Zeit im Grundzustand $|g\rangle$. Somit spiegelt die ac-Stark Verschiebung das optische Potenzial wider, in dem sich die Atome bewegen. Variiert nun die Intensität I räumlich, so erfahren die Atome entsprechend Gl. 4.14 ein ortsabhängiges Potenzial, dessen Vorzeichen wiederum von der Verstimmung Δ zur Resonanz abhängt (Abb. 4.2).

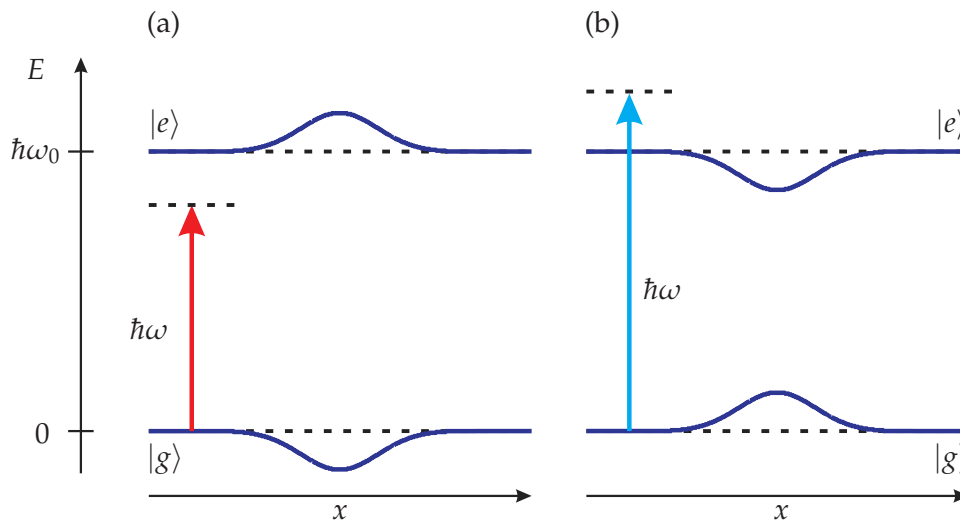


Abbildung 4.2: Lichtverschiebung im Zweiniveausystem. (a) Im Fall von Rotverstimmung ($\omega < \omega_0$) wird der Grundzustand $|g\rangle$ zu niedrigeren, der angeregte Zustand $|e\rangle$ zu höheren Energien verschoben. (b) Für Blauverstimmung ($\omega > \omega_0$) ändern sich die Vorzeichen der Verschiebungen im angeregten und im Grundzustand.

Die Situation ändert sich nochmal erheblich, wenn reale Atome mit Fein- und Hyperfeinstruktur berücksichtigt werden sollen. Die damit verbundene Unterstruktur der möglichen optischen Übergänge muss für die Berechnung der Lichtverschiebung unter Zuhilfenahme von reduzierten Matrixelementen beachtet werden. Hierbei wird jedes einzelnes Matrixelement $\langle e_i | \hat{\mathbf{p}} | g \rangle_i$ auf ein Produkt aus realem Übergangskoeffizienten c_{ij} und reduziertem Matrixelement $||\hat{\mathbf{p}}||$ zurückgeführt: $\langle e_i | \hat{\mathbf{p}} | g \rangle_i = c_{ij} ||\hat{\mathbf{p}}||$. Die Clebsch-Gordon-Koeffizienten c_{ij} beschreiben die Kopplungsstärke zwischen den Unterzuständen $|g_i\rangle$ und $|e_j\rangle$ abhängig von der eingestrahlten Laserpolarisation und den vorliegenden Drehimpulsen (Elektronenspin, Bahndrehimpuls, Kernspin). Sie können mit Wigner $\{3j\}$ -, $\{6j\}$ - bzw. $\{9j\}$ -Symbolen, abhängig von der Zahl der zu koppelnden Drehimpulse, berechnet werden (siehe z.B. [Wol08]). Die

Energieverschiebung von $|g_i\rangle$ ist dann

$$\Delta E_{g_i} = \frac{3\pi c^2 \Gamma}{2\omega_0^3} I \times \sum_j \frac{c_{ij}^2}{\Delta_{ij}}. \quad (4.15)$$

Man sieht, dass verschiedene Grundzustände $|g_i\rangle$ durch unterschiedliche Übergangsstärken c_{ij} und Verstimmungen Δ_{ij} entsprechend unterschiedliche optische Potentiale $U_{\text{dip},i} = \Delta E_i$ erfahren.

Alkaliatome

Die meisten Experimente mit ultrakalten Atomen arbeiten mit Alkalimetallen aufgrund ihrer für Laserkühlung nötigen geschlossenen optischen Übergänge in komfortablem Wellenlängenbereich. Dieses gilt auch für das vorliegende Experiment mit ${}^6/7\text{Li}$ und ${}^{87}\text{Rb}$. Genutzt werden hierzu üblicherweise die D -Linien ${}^2S \rightarrow {}^2P$. Durch Spin-Bahn-Kopplung (LS -Kopplung [Dem00]) kommt es zur Ausbildung eines Dubletts des angeregten 2P -Zustandes in ${}^2P_{1/2}$ und ${}^2P_{3/2}$ mit einer Energieaufspaltung $\hbar\Delta'_{\text{FS}}$. Desweiteren führt die Kopplung mit dem Kernspin sowohl im Grundzustand ${}^2S_{1/2}$ als auch im angeregten Zustand zur Hyperfeinstruktur, deren Energieaufspaltungen $\hbar\Delta_{\text{HFS}}$ bzw. $\hbar\Delta'_{\text{HFS}}$ betragen.

Für den Fall, dass für die Verstimmung des Dipolfallenlichts $\Delta'_{\text{FS}} \gtrsim \Delta \gg \Delta'_{\text{HFS}}$ gilt (nicht aufgelöste Hyperfeinstruktur des angeregten Zustandes, aber aufgelöste Feinstruktur des angeregten Zustandes), kann man Summenregeln für die Clebsch-Gordon-Koeffizienten c_{ij} nutzen [Deu98]. Damit lässt sich dann mit Gleichung 4.15 die Lichtverschiebung U_{dip} für beliebige Polarisation des Dipolfallenlasers und Hyperfeinstruktur des Grundzustandes berechnen:

$$U_{\text{dip}}(\mathbf{r}) = \frac{\pi c^2 \Gamma}{2\omega_0^3} \left(\frac{2 + P g_F m_F}{\Delta_{2,F}} + \frac{1 - P g_F m_F}{\Delta_{1,F}} \right) I(\mathbf{r}). \quad (4.16)$$

Die Polarisation geht hier über $P = 0$ für lineare Polarisation bzw. $P = \pm 1$ für σ^\pm -Polarisation ein. $\Delta_{2,F}$ und $\Delta_{1,F}$ sind die Energieabstände zwischen dem jeweils interessierenden Hyperfeingrundzustand ${}^2S_{1/2}$ mit Gesamtdrehimpuls F und dem Schwerpunkt der nicht aufgelösten Hyperfeinstruktur des ${}^2P_{3/2}$ bzw. ${}^2P_{1/2}$ Zustandes¹.

Die Polarisationsabhängigkeit kann man schrittweise begründen. Zuerst betrachtet man das Atom mit Feinstruktur ohne Kopplung des Kernspins. Dadurch kommt es zu den zwei D -Übergangslinien $J = \frac{1}{2} \rightarrow J' = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}$. Nun geht man in zwei Schritten vor, indem man zuerst die Lichtverschiebung von $m_J = \pm \frac{1}{2}$ berechnet, und dann die Kopplung $m_F = m_J + m_I$ an den Kernspin berücksichtigt. Bei dem ersten Schritt muss man die Polarisation P beachten. Aus Symmetriegründen erfahren die zwei Unterzustände $m_J = \pm \frac{1}{2}$ für lineare Polarisation dieselbe Energieverschiebung [Gri00]. Dementsprechend erfahren alle Unterzustände m_F , die zu einem m_J gehören, dieselbe Verschiebung entsprechend der Übergangsstärken von $1/3$ für die D_1 -Linie und $2/3$ für die D_2 -Linie. Zirkuläre Polarisation, die σ^\pm -Übergänge treibt, hingegen hebt die Entartung der m_J -Zustände des Grundzustandes auf.

¹Die 2 steht in dieser Nomenklatur für die D_2 -Linie ${}^2S_{1/2} \rightarrow {}^2P_{3/2}$ und die 1 für die D_1 -Linie ${}^2S_{1/2} \rightarrow {}^2P_{1/2}$.

Dadurch ändern sich auch die Linienstärken abhängig von m_J zu $\frac{2}{3}(1 \pm m_J)$ für die D_2 -Linie und zu $\frac{1}{3}(1 \mp m_J)$ für die D_1 -Linie. Führt man nun die Kopplung mit dem Kernspin ein, so muss man $g_J m_J$ ersetzen durch $g_F m_F$. Hierbei ist $g_J = 2$ der Landéfaktor für LS -Kopplung, während g_F der Landéfaktor für Hyperfeinkopplung ist [MK97]. Durch Einsetzen von $m_F = \frac{1}{2}g_J m_J$ und der entsprechend umgekoppelten Linienstärken $\frac{1}{3}(1 \pm g_F m_F)$ der D_1 -Linie bzw. $\frac{1}{3}(2 \mp g_F m_F)$ der D_2 -Linie erhält man Gleichung 4.16.

Für die Streurrate gilt für den aus experimenteller Sicht wichtigsten Fall linearer Polarisation in der Näherung $\Delta \gg \Delta'_{HFS}$ ein entsprechend angepasster Ausdruck:

$$\Gamma_{sc} = \frac{\pi c^2 \Gamma^2}{2\omega_0^3} \left(\frac{2}{\Delta_{2,F}^2} + \frac{1}{\Delta_{1,F}^2} \right) I(\mathbf{r}). \quad (4.17)$$

Will man auf Näherungen verzichten, so kann man für lineare Polarisation folgenden Ausdruck für Alkaliatome verwenden:

$$U_{dip}(\mathbf{r}) = \frac{\pi c^2 \Gamma}{2} I(\mathbf{r}) \left(\frac{2\omega_{0,D_2}^{-3}}{\omega_{0,D_2} - \omega} + \frac{2\omega_{0,D_2}^{-3}}{\omega_{0,D_2} + \omega} \right) + \left(\frac{\omega_{0,D_1}^{-3}}{\omega_{0,D_1} - \omega} + \frac{\omega_{0,D_1}^{-3}}{\omega_{0,D_1} + \omega} \right). \quad (4.18)$$

Hierbei sind gleiche Linienbreiten Γ für die D_1 - und die D_2 -Linie angenommen. Die Übergangsfrequenzen sind entsprechend ω_{0,D_1} und ω_{0,D_2} . Für Rubidium und Lithium ergeben sich zwischen den Ausdrücken 4.16 und 4.18 für eine Dipolfallenwellenlänge von 1064 nm quantitative Unterschiede von 13 bzw. 22%. Der Beitrag der D_1 -Linie beträgt für Lithium etwa 33 % und für Rubidium 36,5 % der gesamten Falltiefe. Für genaue Berechnungen sollte man daher auf die Näherungsausdrücke verzichten.

4.1.4 Fallenfrequenzen

Zur Charakterisierung der Falleneigenschaften wird üblicherweise die harmonische Näherung in der Nähe des Fallenminimums herangezogen.

$$U_{dip}(\mathbf{r}) \approx \frac{m}{2} \left(\omega_x^2 x^2 + \omega_y^2 y^2 + \omega_z^2 z^2 \right). \quad (4.19)$$

Für Gaußstrahlen oder optische Gitter lassen sich leicht analytische Formeln herleiten. Für beliebige optische Potenzialformen bestimmt man die Krümmungen im Fallenminimum numerisch und berechnet damit die Fallenfrequenzen, z.B. für ω_x mit

$$\omega_x = \sqrt{\frac{1}{m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} U_{dip}(\mathbf{r} = \mathbf{0})}. \quad (4.20)$$

Die Fallenfrequenzen der anderen Raumrichtungen erhält man auf analoge Weise durch die jeweiligen partiellen Ableitungen.

4.1.5 Heizmechanismen und Heizraten

Heizrate durch Streuung

Die Streuung von Photonen des Dipolfallenlasers mit einer Rate Γ_{sc} ist wegen der großen Verstimmung zum optischen Übergang voll elastisch. Da sowohl Absorption als auch Reemission statistische Prozesse sind, erhöht sich in beiden Prozessen die mittlere Energie des Ensembles. Bei der Absorption erhöht sich die mittlere Energie um eine Rückstoßenergie $E_{rec} = k_B T_{rec}/2 = \hbar^2 k^2 / (2m)$ pro Streuprozess, allerdings gerichtet in Richtung der Strahlpropagation. Die Reemission ist statistisch gleichverteilt in alle Raumrichtungen, so dass der zweite Beitrag mit ebenfalls einer Rückstoßenergie pro Streuprozess ungerichtet eingeht. Vernachlässigt man die Anisotropie des Heizens, da die Raumrichtungen sowieso nicht entkoppelt sind², ergibt sich die Gesamtheizleistung

$$P_{heat} = 2E_{rec}\Gamma_{sc} = k_B T_{rec}\Gamma_{sc}. \quad (4.21)$$

Für harmonische Fallen wird die Temperaturentwicklung dann durch die folgende Differenzialgleichung beschrieben:

$$\dot{T} = \frac{1}{3} T_{rec} \Gamma_{sc}. \quad (4.22)$$

In einer Zeit $1/\Gamma_{sc}$ steigt daher die Temperatur des Ensembles um $T_{rec}/3$.

Heizrate durch Rauschen

Photonenstreuung ist nicht der einzige mögliche Heizeffekt im experimentellen Aufbau einer optischen Falle. Parametrische Heizeffekte durch Intensitätsrauschen des Fallenlasers sowie akustische Instabilitäten, die zu einem räumlichen Zittern des Laserstrahls führen (Pointinginstabilität), können ebenfalls zum Aufheizen der gefangenen Atomwolke führen. Dies tritt dann auf, wenn in dem Rauschspektrum der Störung bestimmte kritische Frequenzkomponenten enthalten sind. Dabei ist für Pointinginstabilitäten das Rauschen bei genau den Fallenfrequenzen kritisch, während für Intensitätsinstabilitäten Rauschen bei den doppelten Fallenfrequenzen störend sind. Pointinginstabilitäten unterdrückt man effektiv durch einen mechanischen Aufbau hoher passiver Stabilität mit massiven Spiegel- und Linsenhaltern. Für ein möglichst geringes Intensitätsrauschen nutzt man rauscharme Laserquellen wie z.B. Faserlaser oder Festkörperlaser wie Nd:YAG Laser, die mit ausreichender Leistungsstabilität kommerziell erhältlich sind. Um eine Dipolfalle in ein Gesamtexperiment zu integrieren, muss man die Laserleistung steuern, da man nicht zu jedem Zeitpunkt bei voller Leistung arbeiten sowie die Falle schnell ausschalten können möchte. Dies wird üblicherweise mit akustooptischen Modulatoren und einer elektronischen Regelschleife gemacht. Ist eine solche Regelung schnell genug ausgelegt, so kann sie auch eine erheblich rauschende Laserquelle für eine optische Dipolfalle nutzbar machen.

²Entkoppelt sind sie nur im perfekten harmonischen Oszillator, der experimentell gar nicht realisiert werden kann. Optische Dipolfallen sind darüberhinaus wegen der meistens benutzten Gaußstrahlen nur Näherungen einer harmonischen Falle.

4.1.6 Fallengeometrien

Typischerweise werden optische Dipolfallen durch fokussierte Laserstrahlen erzeugt. Die zwei einfachsten Geometrien sind ein einzelner Strahl und zwei sich im Winkel von 90° kreuzende Strahlen.

Im Falle eines einzelnen Strahls verwendet man meistens eine reine TEM_{00} -Mode, deren Intensitätsprofil sich durch eine Gaußsche Glockenfunktion beschreiben lässt,

$$I(r,z) = \frac{2P}{\pi w(z)} \exp\left(-\frac{2r^2}{w^2(z)}\right). \quad (4.23)$$

Diese wird vorteilhafterweise in Zylinderkoordinaten mit $r^2 = x^2 + y^2$ geschrieben. Hierbei ist $w(z) = w_0(1 + (z/z_R)^2)^{1/2}$ die Strahltaille mit ihrem Minimalwert w_0 und der Rayleighlänge $z_R = (\pi w_0^2)/\lambda$. Durch Einsetzen in Gl. 4.18 kann man nun die Potenzialeigenschaften einfach numerisch ermitteln. Man kann aber auch eine analytische Näherungsformel angeben [Gri00]. In zylindersymmetrischer harmonischer Näherung gilt

$$U_{\text{dip}}(r,z) \approx -U_0 \left(1 - 2 \left(\frac{r}{w_0}\right)^2 - \left(\frac{z}{z_R}\right)^2\right). \quad (4.24)$$

Man erhält als Näherungswerte die radiale Fallenfrequenz $\omega_r = (4U_0/mw_0^2)^{1/2}$ und die axiale Fallenfrequenz $\omega_z = (2U_0/mz_R^2)^{1/2}$. Das Potenzial der Einzelstrahldipolfalle ist in Abb. 4.3(a) dargestellt.

Bei der gekreuzten Dipolfalle handelt es sich um zwei Strahlen, die sich unter einem beliebigen Winkel treffen können. Der experimentell oftmals relevante Fall ist eine Geometrie mit zwei sich im Winkel von 90° treffenden Strahlen. Diese Konfiguration lässt sich auch sehr einfach mit Hilfe von Gaußstrahlen realisieren:

$$I(x,y,z) = \frac{2P_1}{\pi w_1(x)} \exp\left(-2 \frac{y^2 + z^2}{w_1^2(x)}\right) + \frac{2P_2}{\pi w_2(y)} \exp\left(-2 \frac{x^2 + z^2}{w_2^2(y)}\right). \quad (4.25)$$

Hierbei können die zwei Strahlen unterschiedliche Strahltaillen $w_{0,1}$ und $w_{0,2}$ und Leistungen P_1 und P_2 haben. In diesem Beispiel propagiert der erste Strahl entlang der x -Achse und der zweite Strahl entlang der y -Achse (siehe Abb. 4.3(b)).

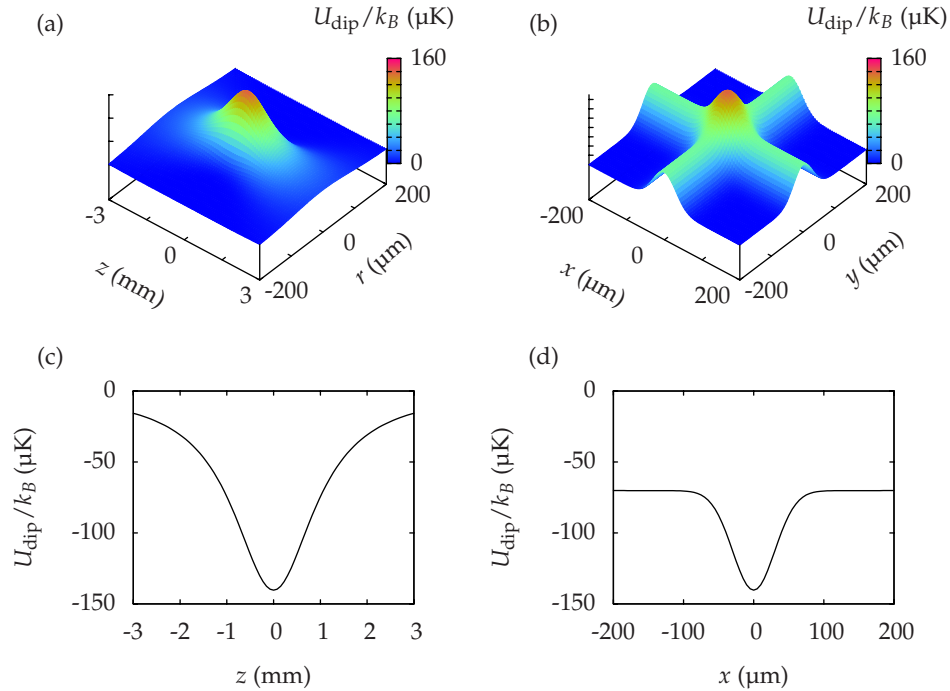


Abbildung 4.3: Die zwei wesentlichen Fallengeometrien berechnet nach Gl. 4.18 für eine Wellenlänge von $\lambda = 1064 \text{ nm}$. (a) Einzelner Gaußstrahl entlang der z -Achse mit $w_0 = 60 \mu\text{m}$ und $P_0 = 7 \text{ W}$, Darstellung des ^{87}Rb Potentials. Die Fallentiefe beträgt $U_{\text{dip,Rb}}/k_B = -140,4 \mu\text{K}$ mit radialer Fallenfrequenz $\omega_{\text{Rb},r}/2\pi = 614 \text{ Hz}$, axialer Fallenfrequenz $\omega_{\text{Rb},z}/2\pi = 2,5 \text{ Hz}$. Für ^6Li ist die Falle mit $U_{\text{dip,Li}}/k_B = -47,5 \mu\text{K}$ sehr viel flacher, aber durch die geringe Masse hat ^6Li mit $\omega_{\text{Li},r}/2\pi = 1360 \text{ Hz}$ und $\omega_{\text{Li},z}/2\pi = 5,4 \text{ Hz}$ sehr viel höhere Fallenfrequenzen. (c) Schnitt entlang der z -Achse der Einzelstrahldipolfalle. Man sieht, dass sich das Potenzial in dieser Richtung nur sehr langsam verglichen mit der radialen Richtung ändert. (b) Zwei Gaußstrahlen mit $w_{0,1} = w_{0,2} = 60 \mu\text{m}$ und $P_1 = P_2 = 3,5 \text{ W}$, Darstellung des ^{87}Rb Potentials. Die Fallentiefe beträgt hier ebenfalls $U_{\text{dip,max}}/k_B = -140,4 \mu\text{K}$, jedoch erhält man durch die stärker lokalisierende Geometrie mit $\omega_{\text{Rb},x}/2\pi = \omega_{\text{Rb},y}/2\pi = 434 \text{ Hz}$ und $\omega_{\text{Rb},z}/2\pi = 614 \text{ Hz}$ eine deutlich höhere mittlere Fallenfrequenz. Für ^6Li gilt $U_{\text{dip,Li}}/k_B = -47,5 \mu\text{K}$, $\omega_{\text{Li},x/y}/2\pi = 961 \text{ Hz}$ und $\omega_{\text{Li},z}/2\pi = 1360 \text{ Hz}$. (d) Schnitt der gekreuzten Dipolfalle entlang der Propagationsrichtung einer der beiden Strahlen. Es wird deutlich, dass beide Strahlen gleich viel zur Potentialtiefe beitragen, im Kreuzungspunkt jedoch der eine Strahl im jeweils anderen für die starke Lokalisierung der Atome sorgt.

4.2 Experimentelle Umsetzung im Li-Rb-Experiment

4.2.1 Aufbau und Regelung

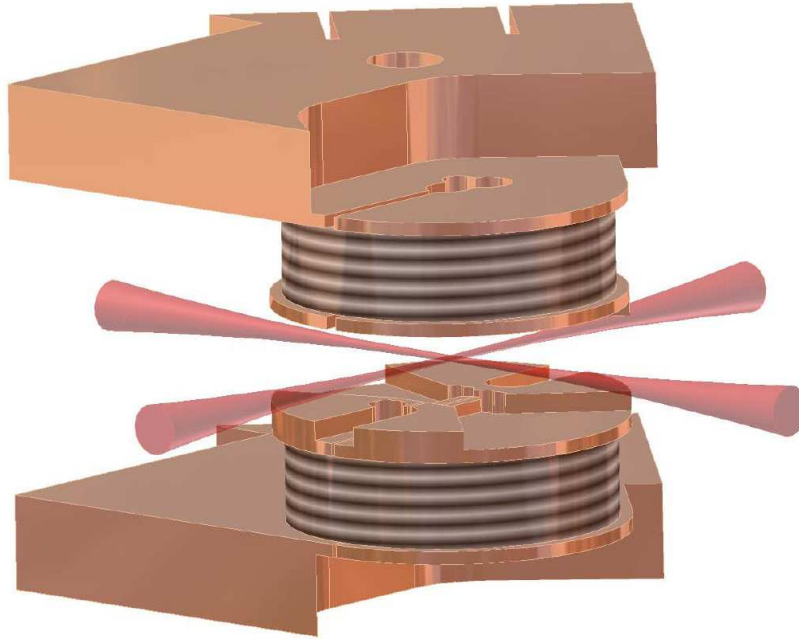


Abbildung 4.4: Die optische Dipolfalle wird in horizontal gekreuzter Geometrie realisiert. Der optische Zugang für beide Strahlen findet über ein großes Kammerfenster statt. Die Richtung entlang der langen Achse der Ioffefalle wird über kleine Umlenkspiegel in der Kammer einjustiert.

Experimentell wurde die Dipolfalle mit einem Yb-Faserlaser (YLD-10-1064-LP, IPG Photonics) mit 10 W maximaler Ausgangsleistung realisiert. Zur Regelung der im Experiment benötigten Leistung wurde eine elektronische Feedbackschleife aufgebaut, die als aktives Glied einen akustooptischen Modulator (AOM, 3110-191, Crystal Technologies Inc.) benutzt. Als Treiber für den AOM kommt ein 2 W RF-Treiber bei einer Frequenz von 200 MHz zum Einsatz (1110AF-AIFO-2.0W, Crystal Technologies Inc.). Der Strahl aus dem Auskopppler des Faserlasers wird erst durch ein 4,17:1 Teleskop ($f = 250$ mm und $f = 60$ mm) von einer Strahltaile $w = 5$ mm, wie sie aus dem Faserauskoppler kommt, auf $w = 1,2$ mm verkleinert und passiert dann den AOM. Die nullte Ordnung wird hinter dem AOM geblockt, während die erste Ordnung durch eine $\lambda/2$ -Platte und einen Dünnschichtpolarisator (DSP) auf die zwei horizontalen Strahlen aufgeteilt wird. Diese werden dann in den zwei Richtung durch unterschiedliche Teleskope auf die Eingangsstrahltaillen $w_x = 2,09$ mm und $w_y = 3,13$ mm eingestellt. Der y -Strahl, der parallel zur langen Ioffefallenachse eingestrahlt wird, wird dann durch eine in alle Raumrichtungen durch μm -Verschiebetische verstellbare Linse ($f = 500$ mm) auf die Atome fokussiert. In der dazu senkrechten horizontalen

x -Richtung kommt eine ebenfalls in allen Raumrichtungen verstellbare Linse mit 300 mm Brennweite zum Einsatz. Mit den unterschiedlichen Brennweiten erhält man dann etwa die gleichen Strahltaillen am Ort der Atome mit $58 \mu\text{m}$. Die Bestimmung der Strahltaillen wird in Abschnitt 4.2.5 besprochen.

Das Licht der y -Richtung wird nach dem Passieren der UHV-Kammer durch zwei weitere Linsen auf einen Strahlblock fokussiert. Das an dieser Stelle diffus gestreute Licht wird durch eine kurzbrennweitige Linse eingesammelt und um den Faktor 10^3 abgeschwächt auf eine Fotodiode (Hamamatsu S5971, 100 MHz Bandbreite) gegeben. Der Photostrom wird dann über eine Proportional-Integral-Regelung (PI-Regler, Nr. 6613) [Tie02] mit einem analogen Steuersignal des Adwin-Steuerrechners verglichen und die RF-Leistung des AOM-Treibers entsprechend nachgeregelt.

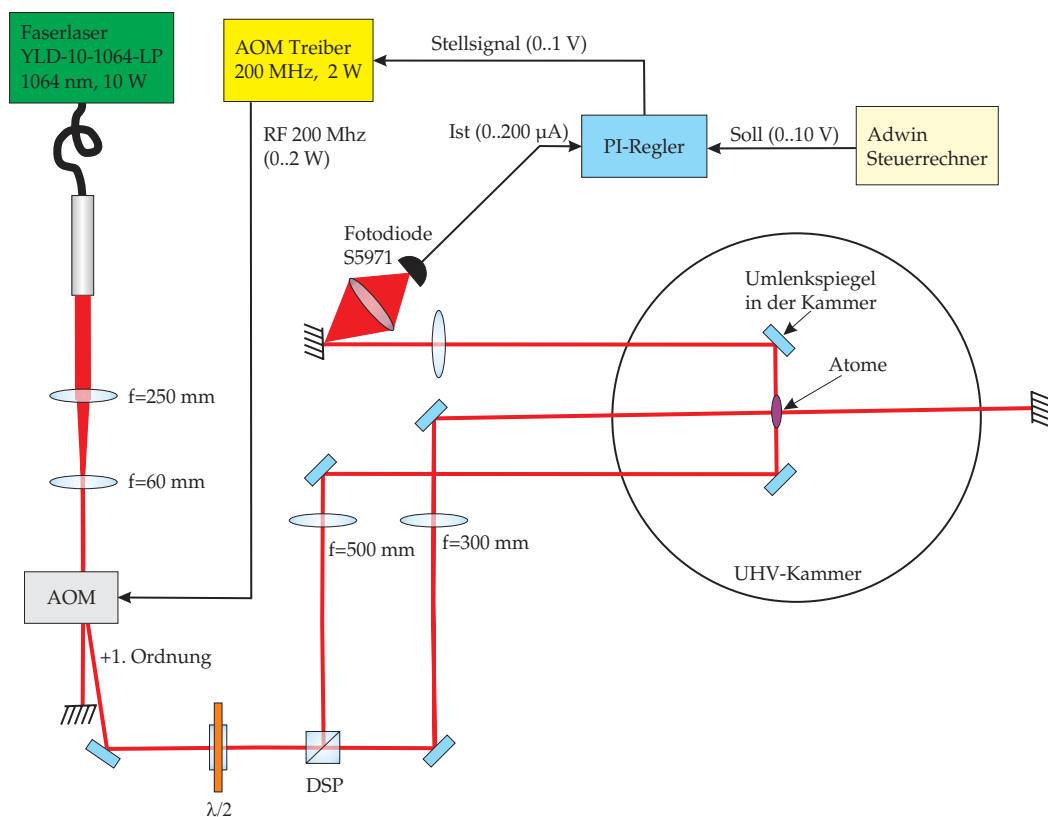


Abbildung 4.5: Schematischer Aufbau der Feedback-Schleife zur Intensitätsstabilisierung der optischen Dipolfalle. Die Erklärung dazu ist im Fließtext.

Mit Hilfe der Regelung können beliebige Intensitätsrampen im Rahmen des Regelhubes des AOM gefahren werden. In Abbildung 4.6 sind als Beispiel einige lineare Rampen genommen worden. Die Leistung in der 1. Ordnung des AOM sowie das Steuersignal des PI-Reglers am RF-Treiber des AOMs sind dargestellt. Man sieht sehr schön, dass die Rampen sauber gefahren werden, das Stellsignal am RF-Treiber sich jedoch nichtlinear zu den

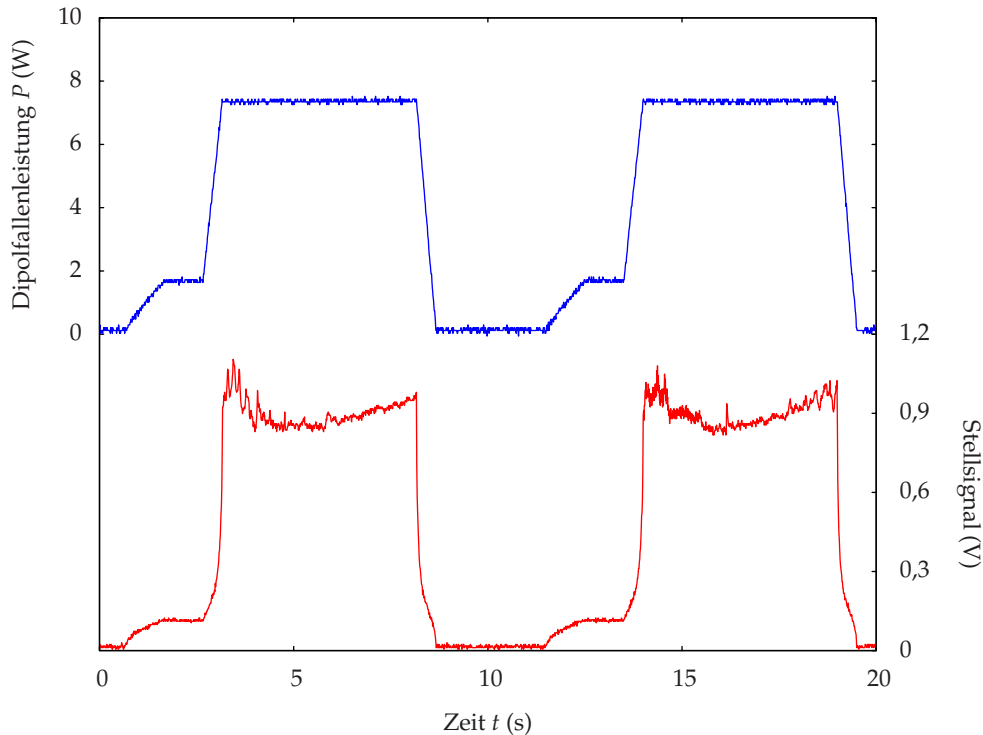


Abbildung 4.6: Geregelte Dipolfalle: Nach erfolgter Einjustage der Dipolfallenregelung kann man beliebige Leistungsverläufe der Dipolfalle realisieren. Im Beispiel hier sind langsame lineare Rampen hintereinander geschaltet. Das zugehörige Stellsignal am Eingang des RF-Treibers ist ebenfalls dargestellt. Man erkennt, dass die Regelstrecke nichtlinear ist, aber durch die PI-Regelung linearisiert wird. Auch thermisches Driften des AOMs ist während der Phase konstanter Maximalleistung zu beobachten.

Rampen verhält, da die Regelstrecke selbst nichtlineare Elemente enthält. Darüberhinaus ist offensichtlich, dass in den Phasen konstant hoher Intensität das Regelsignal selbst noch variiert wird. Dieses ist auf Aufheizeffekte im TeO_2 -Kristall des AOM zurückzuführen, da ein gewisser Teil der eingestrahlten Radiofrequenzleistung im Kristall absorbiert wird und diesen erwärmt. Dadurch ändert sich die Beugeeffizienz und die Regelung muss entsprechend die RF-Leistung anpassen, um den Sollwert zu halten. Desweiteren erkennt man unterschiedlich starkes Rauschen des Steuersignals. Es handelt sich hierbei um Regelsprünge aufgrund von Leistungsfluktuationen des Faserlasers. Aus der Sprungantwort der Regelung mit einer Zeitkonstante von weniger als $20 \mu\text{s}$ kann man schließen, dass Störungen mit Frequenzanteilen bis etwa 50 kHz ausgeregelt werden können. Während die Maximalleistung durch die AOM-Beugeeffizienz auf $7,4 \text{ W}$ begrenzt ist, entspricht die Minimalleistung, die bei 0 V Führungssignal an der Regelung erreicht wird, etwa 5 mW . Damit wurde eine Regelhub von mehr als $1:1000$ erreicht. Zusätzlich kann dieses Restlicht der Dipolfalle noch durch einen mechanischen Verschluss im Strahl vollständig ausgeschaltet werden.

4.2.2 Umladeprozess von der Magnetfalle in die Dipolfalle

Ioffefalle in der Mitte der Magnetfallenspulen

Für die Messungen von Feshbachresonanzen muss am Ort der Atome ein sehr homogenes Feld mit möglichst geringem Gradienten über der Atomwolke sein, um dadurch keine Einbußen in der Magnetfeldauflösung zu bekommen. Die Abmessungen der Fallenspulen, die wir hierfür verwenden, sind jedoch mit 2 cm Durchmesser sehr gering, weswegen sich der als homogen anzusehende Bereich nur in einem kleinen Gebiet um das Zentrum der Helmholtzanordnung befindet. Würde man die Atome am Ort der normalen Kühlfalle umladen (3,1 mm vom Quadrupolzentrum entfernt in Richtung der Ioffedrähte), so herrschte dort bei Anlegen eines homogenen Feshbachfeldes von $B = 1000 \text{ G}$ entlang der ursprünglich langen Achse der Ioffefalle wegen der kleinen Ausmaße der Fallenspulen ein seitlicher Gradient von $dB/dx = 147 \text{ G/cm}$. Dies entspricht für die Atome etwa der zehnfachen Erdbeschleunigung, wodurch sie aus der optischen Falle herausgetrieben würden. Darüberhinaus bedeutet dies wegen der endlichen Ausdehnung der Atomwolke in einer typischen gekreuzten Dipolfalle mit $\omega_x/2\pi = 400 \text{ Hz}$ für z.B. $T = 10 \mu\text{K}$ eine Limitierung der Magnetfeldauflösung auf $\delta B \approx 0,7 \text{ G}$.

Stattdessen kann man die Ioffefalle durch geeignete Wahl der vier Steuerströme genau in das Zentrum des Aufbaus verfahren, um die Atome genau dort in die Dipolfalle umzuladen, wo die Gradienten des Magnetfeldes am kleinsten sind. Diese Möglichkeit besteht nur, weil es zwei Paare von Ioffedrähten gibt, die unabhängig voneinander betrieben werden können [Sil05a]. Experimentell bestimmt man die Position mit Hilfe der Absorptionsabbildung. Hierzu kühlt man Rubidium evaporativ in den Fallenspulen, ohne dass Ioffeströme zugeschaltet werden. Die Position des Quadrupolminimums lässt sich damit mit einer Genauigkeit von zirka $20 \mu\text{m}$ in x und z bestimmen. Über die y -Richtung können wir keine Aussage treffen, aber wegen der Symmetrie des Aufbaus der Ioffedrähte relativ zur Mitte der Fallenspule ist mit nur sehr geringem Versatz in dieser Richtung zu rechnen.

Die Steuerströme werden gemäß der folgenden Funktion in einer Zeit T_0 von ihrem Wert für die Kühlfalle I_1 zu ihrem Wert in der flachen Falle I_2 verfahren [Sil05a]:

$$I(t) = I_1 + (I_2 - I_1) \cdot \left(\frac{t}{T_0} - \frac{\sin(2\pi t/T_0)}{2\pi} \right), \quad t \in [0, T_0]. \quad (4.26)$$

Mit dieser Funktion ist gewährleistet, dass die Atome vorsichtig beschleunigt und wieder abgebremst werden, ohne Schwerpunktsschwingungen der Wolke anzuregen [Sil05a]. Experimentell wurde dies dadurch kontrolliert, dass die Geschwindigkeit der Atome nach erfolgtem Transfer nicht oszilliert. Dazu wurden die Atome für eine variable Dauer in der flachen Falle gespeichert, dann die Falle ausgeschaltet und eine Flugzeitmessung vorgenommen. Ist die axiale und radiale Position der Wolke bei konstanter Flugzeit unabhängig von der Speicherzeit in der flachen Falle, so ist die Wolke in Ruhe.

4 Optische Dipolfallen mit hohem Magnetfeld

	$\frac{I_{\text{oben}}}{\text{A}}$	$\frac{I_{\text{unten}}}{\text{A}}$	$\frac{I_{\text{Ioffe,innen}}}{\text{A}}$	$\frac{I_{\text{Ioffe,aussen}}}{\text{A}}$	$\frac{\omega_x/2\pi}{\text{Hz}}$	$\frac{\omega_y/2\pi}{\text{Hz}}$	$\frac{\omega_z/2\pi}{\text{Hz}}$	$\frac{B_0}{\text{G}}$
Kühlfalle	5,00	5,00	12,00	6,50	206	200	50,1	3,5
↓								
flache Falle	3,932	3,957	20,00	20,00	62,2	~ 47	37,6	18,9

Tabelle 4.1: Ströme und Parameter der Ioffefalle zum Kühlen und der Ioffefalle zum Umladen in die Fallenpulven. Die Fallenfrequenzen gelten für ^{87}Rb $|F, m_F\rangle = |2, +2\rangle$. Für ^7Li $|F, m_F\rangle = |2, +2\rangle$ sind sie um den Faktor $\sqrt{87/7}$, für ^6Li $|F, m_F\rangle = |3/2, +3/2\rangle$ um den Faktor $\sqrt{87/6}$ höher. Für die experimentelle Bestimmung der Fallenfrequenzen der flachen Falle siehe Anhang C.

Justage der Dipolfalle auf die Magnetfalle

Nachdem die korrekte Magnetfallengeometrie erreicht ist, kann man die Grobjustage der Dipolfalle vornehmen. Hierzu wurde zuerst die x -Richtung (lange Achse der Ioffefalle, senkrecht zur Gravitation, senkrecht zum Abbildungsstrahl) mit Hilfe eines Helium-Neon-Justierlasers vorjustiert. In diesem Ast wird eine Linse mit 500 mm Brennweite zur Fokussierung eingesetzt. Durch die sehr schmale Apertur der Ioffedrähte (1 mm) ist der Strahl in x schon recht gut vorjustierbar, in z (Richtung der Schwerkraft) jedoch noch nicht. Anschließend wurde ein Diodenlaser auf einer Strecke von ca. 12 m mit diesem Justierlaser überlagert. Der Diodenlaser konnte über einen AOM geschaltet werden und war resonant mit dem Abbildungsübergang des Rb. Nachdem in der Magnetfalle eine etwa 20 μK kalte Rb-Wolke mit $2 \cdot 10^7$ Atomen in die flache Fallenposition gebracht wurde, wurden 1 ms andauernde resonante Laserpulse auf die Wolke gestrahlt. Anhand der 3D-Verschiebetische der letzten Linse des Dipolfallenstrahlengangs vor den Atomen kann man die Position stärkster Verluste finden. Nach und nach musste der resonante Laserstrahl immer stärker abgeschwächt werden bis eine Gesamtabschwächung um den Faktor 10^{11} nötig war, um die Atomwolke abzutasten.

Mit optimiertem Verlustsignal entlang der y -Richtung kann man nun die Dipolfalle einschalten. Die Dipolfalle wurde hierzu mit angeschalteter Magnetfalle linear auf volle Leistung hochgefahren. Die Magnetfalle wurde ausgeschaltet und nach 10 ms freier Fallzeit bei angeschalteter Dipolfalle die Absorptionsabbildung gemacht. Auf diese Weise hat man eine sehr hohe Dichte der optisch gefangenen Atome und kann sehr kleine Mengen nachweisen. Nun kann man auf gleiche Weise den y -Strahl der Dipolfalle justieren, diesmal auf maximale optisch gefangene Atomzahl. Sobald die drei Raumrichtungen der Linse des y -Strahls optimiert sind, kann man nun mit dem gleichen Verfahren die x -Richtung der Dipolfalle zuerst mit dem resonanten Strahl vorjustieren und anschließend mit dem Dipolfallenstrahl optimieren. Mit optimierter Gesamtdipolfalle lassen sich so bei einer Anfangstemperatur von 4 μK so gut wie alle Rb-Atome und etwa 80 % bis 90 % der jeweiligen Li-Atome umladen.

In den Abbildungen 4.7 und 4.8 sind *in situ* Bilder von Rb und Li in Einstrahlgeometrie und mit gekreuzten Strahlen zu sehen. Der x -Strahl verläuft in einem geringen Winkel von

etwa 10° entlang der Abbildungsachse, weshalb durch diesen Strahl eine starke Erhöhung der Dichte in der Mitte des γ -Strahls zu sehen ist. Mit Ausschalten der Magnetfalle bekommen die Atome durch transiente Magnetfeldgradienten einen Impulsübertrag weg von den Ioffedrähten, der sie entlang des γ -Strahls schwingen lässt. Daher laufen die nicht im lokalen Minimum des gekreuzten Strahls gefangenen Atome entlang des γ -Strahls weiter. Hierdurch entsteht der Versatz auf den Absorptionsabbildungen, die 15 ms (Abb. 4.7) bzw. 5 ms (Abb. 4.8) nach Ausschalten des Magnetfeldes aufgenommen wurden.

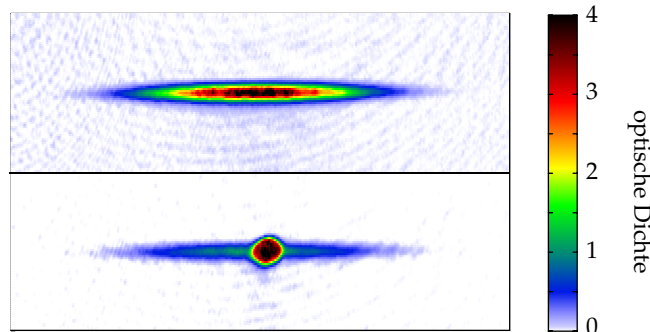


Abbildung 4.7: Rubidium in den zwei Fallengeometrien. Die Einzelstrahldipolfalle (oben) zeigt deutlich den sehr schwachen räumlichen Einschluss entlang der Strahlachse. In der gekreuzten Geometrie sind die meisten Atome im Kreuzungsbereich gefangen, einige sehr heiße Atome können jedoch den gekreuzten Bereich verlassen und werden entlang des Einzelstrahls geführt. Für Temperaturen unterhalb von $4 \mu\text{K}$ können fast alle Rubidiumatome sowohl in die Einzelstrahlfalle als auch in die gekreuzte Falle umgeladen werden. Die Aufnahmen wurden mit angeschalteter Dipolfalle (*in situ*) 14 ms (oben) bzw. 15 ms (unten) nach Ausschalten der Magnetfalle gemacht. Die Größe jedes Ausschnittes beträgt $1090 \mu\text{m} \times 3400 \mu\text{m}$.

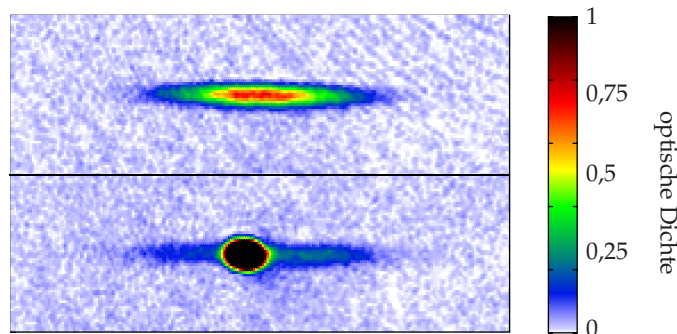


Abbildung 4.8: Lithium in den zwei Fallengeometrien. Für Temperaturen unterhalb von $4 \mu\text{K}$ können fast alle Lithiumatome umgeladen werden, jedoch erhalten die Atome beim Ausschalten des Magnetfeldes einen Impulsübertrag weg von den Ioffedrähten (nach rechts auf dem Bild). Da das optische Potenzial für Lithium flacher ist als für Rubidium, können hier nur etwa 80..90 % durch den zweiten Strahl festgehalten werden. Die Aufnahmen wurden mit angeschalteter Dipolfalle (*in situ*) 5 ms nach Ausschalten der Magnetfalle gemacht. Die Größe jedes Ausschnittes beträgt $410 \mu\text{m} \times 1500 \mu\text{m}$.

4.2.3 Lebensdauern in der Dipolfalle

Die wichtigste Kenngröße der Dipolfalle ist die Lebensdauer der Atome, wenn sie nur von dem optischen Potenzial gehalten werden. Eine entsprechende Messung, bei der Rubidium mit fermionischem Lithium umgeladen wurde, ist in Abbildung 4.9 dargestellt. Hierzu wurde das Gemisch in der Magnetfalle auf etwa $4\ \mu\text{K}$ abgekühlt, dann in die flache Magnetfalle in der Mitte der Fallenspulen überführt (adiabatische Abkühlung) und dort wie vorher beschrieben in die Dipolfalle umgeladen. Die Leistung der Dipolfalle betrug $2,9\ \text{W}$ pro Arm, dies entspricht nach Gl. 4.18 einer Rubidiumfallentiefe von $126\ \mu\text{K}$ und einer Lithiumfallentiefe von $43\ \mu\text{K}$. Flugzeitmessungen ergaben Temperaturen von $12\ \mu\text{K}$ für Rubidium und $8,7\ \mu\text{K}$ für Lithium. Die Ursache hierfür sind die unterschiedlichen Fallentiefen für die zwei Spezies. Dies führt zu einer unterschiedlich starken adiabatischen Kompression, denn die gemittelte Fallenfrequenz des Rubidiums ändert sich um etwa den Faktor 10, während sich die gemittelte Lithiumfallenfrequenz nur um etwa einen Faktor 5,8 ändert. Damit kommt es zu unterschiedlichen Temperaturen in der Dipolfalle, selbst wenn die Temperaturen in der Magnetfalle gleich sind.

Nach dem Umladen der Atome wurden zusätzlich noch die Hyperfeinzustände und Unterzustände nach dem in Abschnitt 2.4 beschriebenen Verfahren geändert. Kontrollmessungen für die Reinheit des Spingemisches wurden mit Hilfe eines Stern-Gerlach Experimentes während der freien Expansion gemacht. Näheres zu solchen Kontrollmessungen wird in Abschnitt 5.2 besprochen. Während der Lebensdauermessung wurde ein geringes magnetisches Offsetfeld $B_0 \approx 4\ \text{G}$ angelegt, um die Beibehaltung der Spinpolarisation während der Speichermessung zu gewährleisten.

In Abbildung 4.9 sieht man, dass die Lithiumatome in Abwesenheit von Rubidium sehr lange in der Falle bleiben. Die $1/e$ -Zerfallszeit beträgt etwa $40\ \text{s}$. In Anwesenheit von Rubidium hingegen kommt es zu Lithiumverlusten auf zwei Zeitskalen. Anfangs zerfällt das Lithium mit $\tau_1 \approx 200\ \text{ms}$ sehr schnell, um dann auf einer deutlich langsameren Zeitskala von $\tau_2 \approx 4\ \text{s}$ abzunehmen. Die Hauptgrund hierfür sind thermalisierende Stöße des Rubidiums mit dem Lithium. Da die Rubidiumatome heißer sind, wird durch die Thermalisierung, die wegen der hohen Fallenfrequenzen der optischen Dipolfalle schnell stattfinden kann, ein Teil der Lithiumverteilung zu so hohen kinetischen Energien gebracht, dass sie die Falle verlassen. Die Rubidiumatome selbst evaporieren ebenfalls auf einer exponentiellen Zeitskala [Ket96]. Die Zeitskala beträgt hier $\tau_{\text{Rb}} = 10\ \text{s}$. Dadurch sinkt deren Temperatur und die Aufheizung der Lithiumatome ist nicht mehr so stark, so dass die anfänglichen Thermalisierungs-/Aufheizverluste des Lithiums mit der Zeit abnehmen.

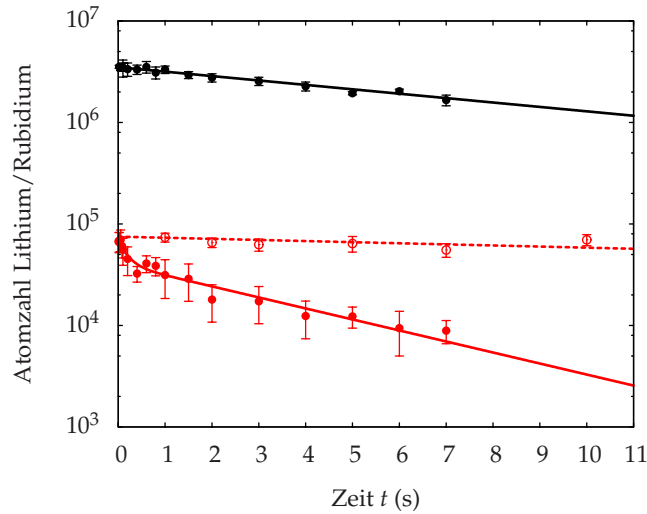


Abbildung 4.9: Lebensdauer von fermionischen Lithiumatomen und bosonischen Rubidiumatomen im absoluten Grundzustand in der gekreuzten Dipolfalle. In der Mischung ${}^6\text{Li} |1/2, 1/2\rangle + {}^{87}\text{Rb} |1, 1\rangle$ hat ${}^6\text{Li}$ (●) nach anfänglichen schnellen Verlusten mit $\tau_1 = 200$ ms eine Lebensdauer von $\tau_2 = 4$ s. ${}^{87}\text{Rb}$ (●) zerfällt exponentiell mit $\tau = 10$ s. Befindet sich nur ${}^6\text{Li} |1/2, 1/2\rangle$ in der Falle (○), so lebt es mit $\tau \approx 40$ s sehr lange. Jeder Datenpunkt wurde fünfmal gemittelt.

4.2.4 Bose-Einstein-Kondensation von Rubidium in der Dipolfalle

Ein noch zuverlässigerer Test, ob die optische Dipolfalle hinsichtlich Heizraten durch spontane nichtresonante Photonenstreuung, Intensitätsrauschen oder Pointinginstabilitäten zur Verwendung in Experimenten mit ultrakalten Atomen geeignet ist, ist eine Bose-Einstein-Kondensation von bosonischen Atomen. Die hierfür verwendete Methode der erzwungenen evaporativen Kühlung unterscheidet sich im Prinzip nicht von der in der Magnetfalle verwendeten. Allerdings ist ihre technische Umsetzung aufgrund der Fallenart anders. Die Absenkung des Fallenrandes wird nicht durch Einstrahlung einer Radio- oder Mikrowelle erreicht, sondern durch Erniedrigung der Laserintensität des Fallenlasers. Evaporation in einer optischen Dipolfalle wurde auf diese Weise erstmals in der Gruppe von Steven Chu durchgeführt [Ada95].

Eine für erzwungene Evaporation entscheidende Größe ist das Verhältnis zwischen Potenzialtiefe und Temperatur der Atome $\eta = U/k_B T$, da hierüber der Anteil an Atomen bestimmt wird, der die Falle verlässt [Ket96, Dav95b, Cen04]. Dieses kann man für bestimmte Intensitätsrampen während der Evaporation möglichst lange optimal halten. Man kann zeigen, dass dies der Fall ist für

$$U(t) = \frac{U_i}{(1 + t/\tau)^\beta}. \quad (4.27)$$

Hierbei ist $\beta = 2(\eta' - 3)/\eta'$, $\eta' = \eta + \alpha$, $\alpha = (\eta - 5)/(\eta - 4)$ und τ die Zeitkonstante der Evaporation, die von der anfänglichen atomaren Stoßrate γ_i der Atome abhängt [Cen04]:

$$\frac{1}{\tau} = \frac{2}{3}\eta'(\eta' - 4) \exp(-\eta)\gamma_i. \quad (4.28)$$

Vielfach wird die optimale Rampe auch durch exponentielle Rampen der Form $U(t) = U_i \cdot \exp(-t/\tau)$ [Reg05] oder lineare Rampen angenähert [Sch02b]. In unserem Fall haben wir eine leicht abgewandelte Form gewählt, die denselben zeitlichen Verlauf wie die theoretisch optimale Form hat, allerdings eine einstellbare Endfallentiefe beibehält, die unabhängig von der Rampendauer ist. Verglichen mit Gl. 4.27 erlaubt diese Rampenform daher mehr experimentelle Kontrolle über die Evaporation, folgt aber prinzipiell ebenfalls dem optimalen Verlauf.

$$U(t) = \frac{a}{(1 + t/\tau)^\beta} + b, \quad (4.29)$$

$$\text{mit } a = (U_2 - U_1) \cdot \frac{(1 + 1/\tau)^\beta}{1 - (1 + 1/\tau)^\beta} \quad (4.30)$$

$$\text{und } b = U_2 - a. \quad (4.31)$$

U_1 und U_2 sind hier die Anfangs- und Endfallentiefen. Die grundlegende Idee bei allen diesen Rampenformen ist eine sehr schnelle Thermalisierung zu Beginn der Evaporation wegen der hohen Fallenfrequenzen, dafür eine langsamere Absenkung der Intensitäten zum Ende der Kühlrampe. Im Gegensatz zur Kühlung in der Magnetfalle nehmen hier mit dem Absenken der Intensität auch die Fallenfrequenzen ab.

In unseren Experimenten erzielten wir sehr gute Resultate mit den experimentell bestimmten Parametern $\beta = 1,5$ und $\tau = 15$ ms. Wir konnten sowohl $^{87}\text{Rb } |F, m_F\rangle = |2, 2\rangle$ als auch $^{87}\text{Rb } |1, 1\rangle$ zur Kondensation in der optischen Dipolfalle bringen. Aufgrund der jeweils gewählten unterschiedlichen Bedingungen unterscheiden sich auch die erreichten Kondensatsatomzahlen sehr stark. In den Abbildungen 4.10(a)..(d) sind Flugzeitbilder des $^{87}\text{Rb } |1, 1\rangle$ gezeigt. Mit vorgesetzter Kühlung zeichnet sich deutlich die bimodale Geschwindigkeitsverteilung eines Kondensats mit thermischer Wolke ab (Abb. 4.10(c)). Das reine $^{87}\text{Rb } |1, 1\rangle$ Kondensat hatte $1,1 \cdot 10^5$ Atome ohne nachweisbaren thermischen Untergrund (Abb. 4.10(d)). Mit $^{87}\text{Rb } |2, 2\rangle$ konnten reine Kondensate mit mehr als $6 \cdot 10^5$ Atomen erzeugt werden. Die $1/e$ -Lebensdauer der $^{87}\text{Rb } |2, 2\rangle$ Kondensaten betrug etwa 6 s, eine Zeitskala, die typischerweise auf Dreikörperrekombination bei den hohen Kondensatsdichten zurückzuführen ist (siehe Abb. 4.11). Die Lebensdauer der $^{87}\text{Rb } |1, 1\rangle$ Kondensate unterscheidet sich nicht wesentlich.

4 Optische Dipolfallen mit hohem Magnetfeld

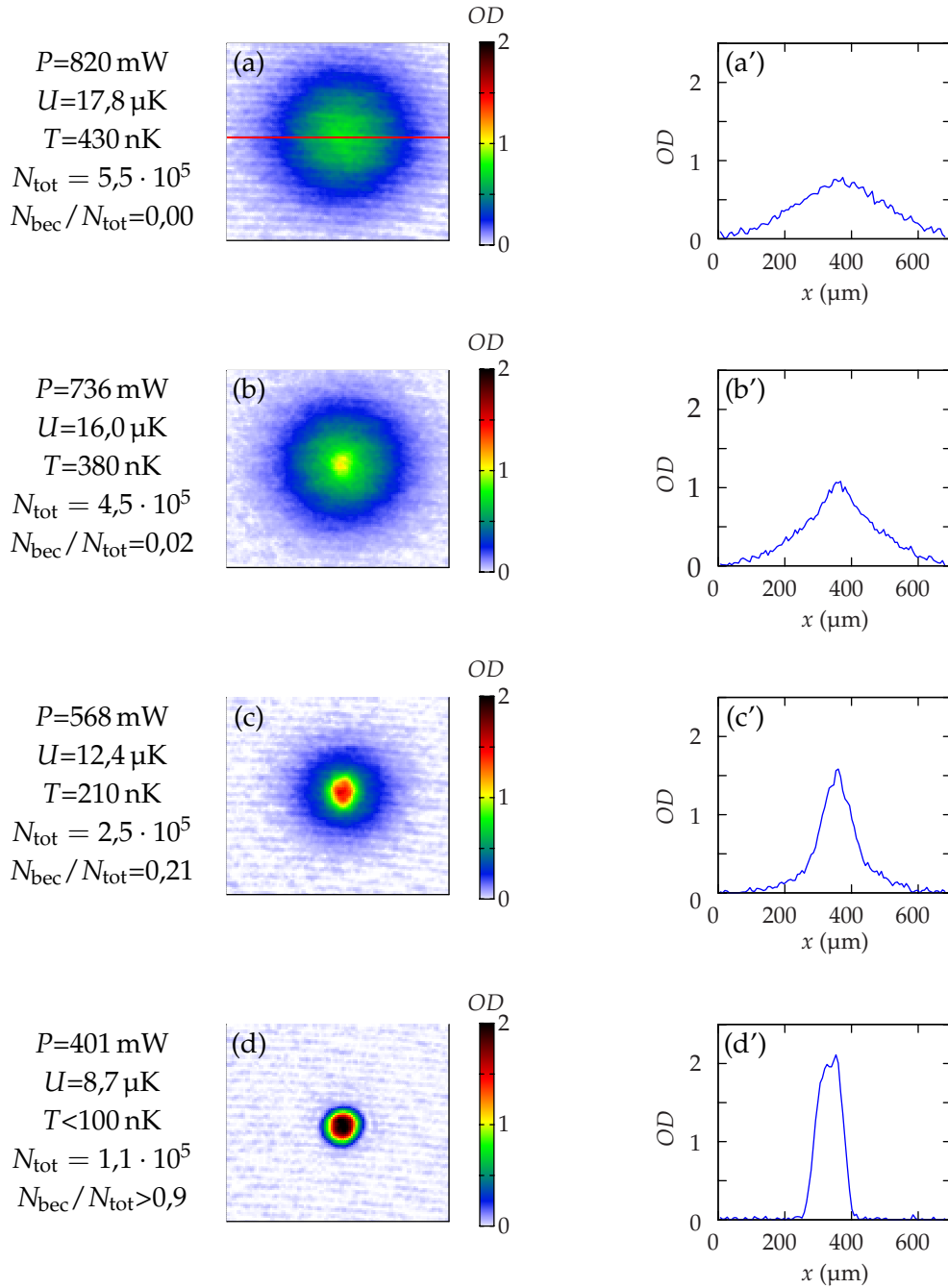


Abbildung 4.10: Bose-Einstein-Kondensation von Rb $|1,1\rangle$ in der gekreuzten Dipolfalle. Die Evaporation wurde in 1,9 s von maximaler Falltiefe zu dem jeweils angegebenen Wert durchgeführt. Dargestellt ist die optische Dichte (OD). Unterhalb von ca. 740 mW (b) liegt ein Anteil kondensierter Atome vor, wie anhand der Flugzeitbilder mit 20 ms Flugzeit erkennbar ist. In den zugehörigen Schnitten (a')..(d') entlang der roten Linie (a) erkennt man die für Bose-Einstein-Kondensation typische bimodale Verteilung der Impulszustände. Für das reine Kondensat (d) kann nur eine obere Grenze der Temperatur angegeben werden. Die Größe der Bildausschnitte (a) bis (d) ist $680 \mu\text{m} \times 680 \mu\text{m}$.

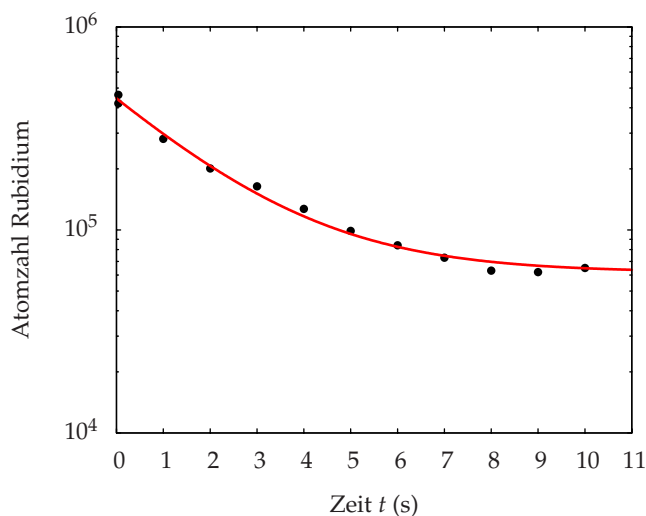


Abbildung 4.11: Lebensdauer des Rb $|2,2\rangle$ Kondensats in der gekreuzten Dipolfalle. In logarithmischer Darstellung wird deutlich, dass es sich nicht um einen exponentiellen Zerfall handelt. Stattdessen ist die Zerfallszeit bei hohen Dichten klein und nimmt für abnehmende Dichten wieder zu. Dies ist ein klarer Hinweis darauf, dass der die Lebensdauer begrenzende Prozess dichteabhängige Dreikörperverluste sind. Die durchgezogene Linie basierend auf einer Exponentialkurve der Form $N(t) = N_0 \cdot \exp(-t/\tau) + N_{\text{offset}}$ mit $\tau \approx 6$ s beschreibt die Datenpunkte phänomenologisch. Das Lebensdauerverhalten des Rb $|1,1\rangle$ Kondensates unterscheidet sich nicht wesentlich.

4.2.5 Charakterisierung der Dipolfalle

Man möchte natürlich die optische Dipolfalle möglichst gut charakterisieren, um anschließend quantitative Analysen vornehmen zu können. Sehr wichtige Kenngrößen sind hierbei die Fokusgrößen der zwei Dipolfallenstrahlen, denn mit ihnen ändern sich sämtliche Falleneigenschaften. Desweiteren kann man die Fallenfrequenzen auch experimentell bestimmen. Hierzu gibt es im Prinzip zwei Möglichkeiten. Einerseits kann man die Fallentiefe periodisch modulieren, indem man die Leistung des Dipolfallenlasers sinusförmig um die gewünschte Fallentiefe herum moduliert. Dies führt zu parametrischem Heizen der Atomwolke, wenn die Anregungsfrequenz ein gerades Vielfaches der Eigenfrequenz ist. Die zweite Methode besteht aus der Anregung einer Schwerpunktsschwingung der Wolke durch kurzzeitiges Auslenken mit Hilfe eines Magnetfeldgradienten. Hierzu eignet sich vorzugsweise ein Kondensat. Dieses schwingt dann mit der Fallenfrequenz, deren Amplitude und Phase man am Besten im Impulsraum, d.h. nach Ausschalten der Falle im Flugzeitbild anschaut.

Bestimmung der Strahltaillen im Fokus

Große Strahlen kann man einfach abgeschwächt auf eine CCD-Kamera geben und dann das Bild, bei bekannter Pixelgröße der Kamera, direkt zur Bestimmung des Strahlprofils durch Anpassung einer zweidimensionalen Gaußkurve verwenden. Im Fall von fokussierten Strahlen ist dies nicht so einfach, da die Fokusgröße in der Größenordnung der Pixelgröße ist. Stattdessen kann man mit Hilfe einer sehr scharfen Kante in Form einer Rasierklinge die räumlich integrierte Intensität als Funktion der Rasierklingenposition im Strahl mit einer Photodiode aufnehmen. Die Signalspannung U_{PD} ist dann proportional zum Integral der Gaußfunktion bis zur Position x , ab der die Rasierklinge den Strahl abdeckt,

$$U_{PD} \propto \int_{-\infty}^{\infty} dy' \int_{-\infty}^x dx' \exp\left(-\frac{2(x'^2 + y'^2)}{w^2(z)}\right). \quad (4.32)$$

Dies ist die so genannte Gaußsche Fehlerfunktion (engl. *error function* $\text{err}(x)$). Durch Anpassung einer entsprechend normierten Fehlerfunktion an die Messdaten kann man $w(z)$ extrahieren. Schneidet man den Strahl nun an verschiedenen Positionen entlang der Propagationsrichtung z , so erhält man die in den Abbildungen 4.12(a) und 4.12(b) dargestellten Verläufe. Für Gaußstrahlen ist dieser Verlauf analytisch bestimmbar zu

$$w(z) = w_{\min} \sqrt{1 + \left(\frac{\lambda z}{\pi w_{\min}^2}\right)^2}. \quad (4.33)$$

Anpassung dieser Funktion an die Messdaten macht damit die Fokusgröße w_{\min} bestimmbar. Für die verwendeten Eingangsstrahlen $w_{x,0} = 2,09$ mm bei einer Brennweite von $f_x = 300$ mm und $w_{y,0} = 3,13$ mm mit $f_y = 500$ mm ergeben sich mit $w_{x,\min} = 58$ μ m und $w_{y,\min} = 57$ μ m im Rahmen der Messgenauigkeit identische Fokalgrößen.

Bestimmung der Fallenfrequenzen durch Fallenoszillationen

Man kann die Fallenfrequenzen auch mit Hilfe einer kalten Rb-Wolke bestimmen, analog zum Verfahren in der Magnetfalle (siehe Anhang C). Hierzu wurde Rubidium in die Dipolfalle geladen und durch Absenkung der Fallentiefe eine kalte Atomwolke erzeugt. Während des Kühlens lag ein homogenes Offsetfeld von ca. 4 G an (Fallenspulen bei $I=0,1043$ A). Anschließend wurde die Dipolfalle wieder auf eine Gesamtleistung von $P = 5,6$ W gebracht. Die Atome haben dann eine Temperatur von $T = 3$ μ K. Zur Anregung einer vertikalen Schwingung wurde die untere Fallenspule in 5 ms auf den fünffachen Wert gefahren, 1 ms gehalten und in 100 μ s abgeschaltet. Anschließend wurden die Atome für variable Zeit gespeichert und nach Ausschalten der Dipolfalle und 20 ms freier Fallzeit abgebildet. Zur Anregung einer horizontalen Schwingung wurde ein Ioffedrahtpaar zur Auslenkung der Wolke verwendet.

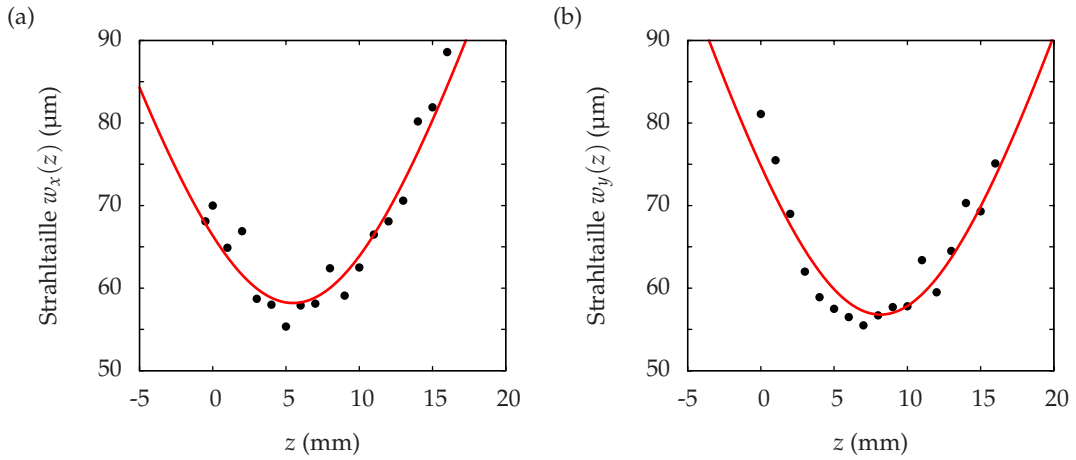


Abbildung 4.12: Strahltaillen der Dipolfalle. An verschiedenen Positionen entlang der Strahlachse wurde die Strahltaille bestimmt. Anschließend wurde die für Gaußstrahlen gültige Funktion $w(z) = w_{\min}(1 + [\lambda(z - z_0)/(\pi w_{\min}^2)]^2)^{1/2}$ mit $\lambda = 1064$ nm an die Messwerte angepasst. (a) Für die x-Richtung mit Eingangsstrahltaille $w_{x,0} = 2,09$ mm und eine Brennweite von $f_x = 300$ mm erhält man die minimale Strahltaille von $w_{x,\min} = 58 \mu\text{m}$. (b) Für die y-Richtung (Eingangstrahl $w_{y,0} = 3,13$ mm, $f_y = 500$ mm) ergibt sich mit $w_{y,\min} = 57 \mu\text{m}$ im Rahmen der Messgenauigkeit dieselbe Fokusgröße.

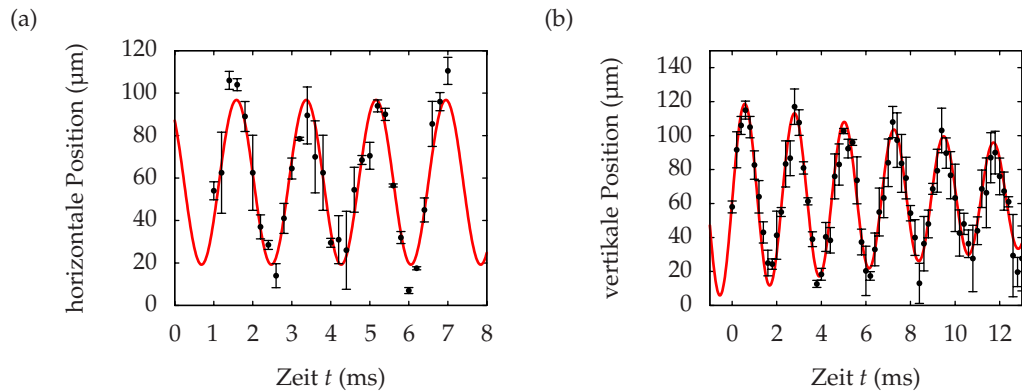


Abbildung 4.13: Fallenfrequenzbestimmung durch Anregung von Schwerpunktschwingungen einer thermischen ^{87}Rb -Wolke. (a) Mit der unteren Fallensspule wurde ein horizontaler Gradient angelegt, der die Atome in eine vertikale Schwingung versetzt. (b) Für horizontale Anregung wurden die Ioffedrähte benutzt. In beiden Fällen beobachtet man gedämpfte Schwingungen, aus denen man die Fallenfrequenzen bestimmen kann. Hier ergeben sich $\omega_{\text{hor}}/2\pi = 448$ Hz und $\omega_{\text{ver}}/2\pi = 559$ Hz. Sie stimmen zu etwa 10 % mit den berechneten Fallenfrequenzen überein (vgl. Abb. 4.3(b)).

4.3 Erzeugung hoher Magnetfelder in der optischen Dipolfalle

4.3.1 Technische Umsetzung der Magnetfeldregelung

Das Kernstück der Magnetfeldregelung ist ein hochgenauer Sensor für Ströme (siehe Abb. 4.14). Wir verwenden dazu einen Stromwandler (engl. *transducer*) (Ultrastab 867-200I, Danfysik), der ein durch den Sensorbereich fließenden Strom mit einer Genauigkeit von 80 ppm bestimmen kann. Er übersetzt Eingangsströme bis 200 A in Ausgangsströme bis 200 mA. Dieser Ausgangsstrom dient als Ist-Wert in einer hierfür abgewandelten Schaltung des PI-Reglers, der auch schon für die Dipolfalle verwendet wurde. Das Stellsignal der Regelung geht auf den Gate-Anschluss eines Hochleistungs-MOSFETs (SKM111AR, Semikron), der den Strom durch die Fallenspulen regelt. Als Stromquelle dient eine Agilent N5765A (30 V, 50 A), die hierfür auf eine Treiberspannung eingestellt wird, so dass der maximal erwünschte Strom von etwa 35 A (entspricht etwa $B = 1220$ G) getrieben werden kann.

Die Umschaltung zwischen den HighFinesse Stromquellen und der Agilent Stromquelle wird durch elektronische Lastrelais (D06D80, Crydom) auf Basis von Leistungs-MOSFETs durchgeführt. Zusätzlich werden Leistungsdioden eingesetzt. Die Lastrelais sind in der Lage, die zwei Stromkreise komplett zu entkoppeln, allerdings vertragen sie keine allzu hohen Gegenspannungen. Diese Gegenspannungen abzufangen ist die Aufgabe der Dioden, die für die im jeweiligen Ast fließenden maximalen Ströme passend gewählt werden müssen.

Die HighFinesse Stromtreiber, die intern stromgeregelt sind, haben jeweils einen zweiten, permanent mit je einem $12\ \Omega$ Widerstand geschlossenen Regelkreis. Durch Verbinden der Stromquelle mit der zugehörigen Fallenspule wird daher lediglich die Regelstrecke für die interne Stromregelung geändert. Dies hat zur Folge, dass es zu keinen Regelspitzen durch plötzliches Schließen der Regelschleife kommen kann. Diese würden die Zeemanzustände der Atome durch ihre hohen Frequenzanteile koppeln und damit die Spinreinheit beeinträchtigen.

Die Umschaltung auf die Agilentstromquelle muss bei ausgeschalteter Spannung der Agilentstromquelle geschehen. Wäre diese auf einen Spannungswert eingestellt, so würde sofort ein Strom fließen, der erst durch die Regelschleife unterdrückt werden müsste. Dadurch würden auch hier Zeemanübergänge in den Atomen hervorgerufen. Stattdessen wird ohne anliegender Spannung umgeschaltet und anschließend die Spannung auf den benötigten Wert von 25 V hochgesetzt. Diese fährt dann in etwa 20 ms auf diesen Wert, während die Regelung hierbei jeglichen Stromfluss unterdrückt.

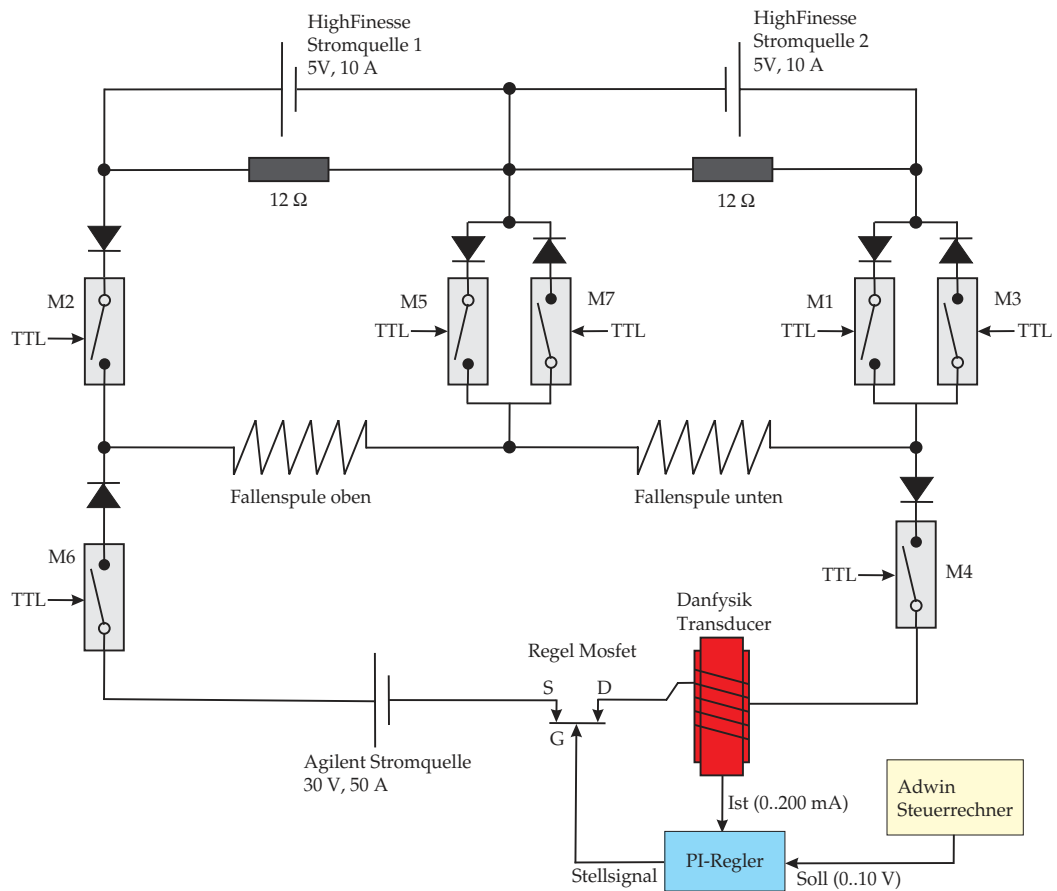


Abbildung 4.14: Schematischer Aufbau der Umschaltung zwischen HighFinesse und Agilent Stromtreibern. Insgesamt sieben Schalt-MOSFETs M1..M7 dienen zur Trennung der Schaltkreise. Diese werden über TTL-Pulse des Steuerrechners angesprochen. Zusätzlich sind noch Dioden eingebaut, die die Schalt-MOSFETs vor zu starken Gegenspannungen schützen. Bei den HighFinesse Stromquellen sind die Anschlüsse jeweils über $12\ \Omega$ verbunden, so dass deren Regelung immer geschlossen ist und sich bei Zu-/Wegschalten der Fallenspulen nur deren Regelstrecke ändert. Beim Umschalten auf die Agilentstromquelle muss die Agilent-Spannung auf Null gesetzt sein, damit der nun geschlossene Agilentregelkreis keine Strom- bzw. Spannungsspitzen verursacht. Diese hätten so hohe Frequenzanteile, dass verschiedene Zeemanzustände der Atome gekoppelt würden und damit das Spingemisch unsauber würde. Stattdessen wird spannungslos umgeschaltet und erst dann die Spannung der Agilentquelle hochgefahren. Dieses dauert ca. 20 ms. Die Stromgenauigkeit der Agilentstromquelle beträgt nur etwa 10^{-3} , daher wird sie mit einem eigenen Regelkreislauf über einen PI-Regler stabilisiert. Ein Stromwandler (engl. *transducer*) (Ultrastab 867-200I, Danfysik) misst den fließenden Strom auf etwa 80 ppm genau. Dieses Signal wird mit einem vom Adwinrechner kommenden Steuersignal verglichen und der Strom durch die Fallenspulen aktiv über einen Leistungs-MOSFET (SMK111AR, Semikron) geregelt.

4.3.2 Magnetfeldeichung

Nach erfolgter Regelung des Magnetfeldes muss das Magnetfeld am Ort der Atome ge-
eicht werden. Dazu kann man Rabi-Oszillationen zwischen den zwei energetisch niedrigs-
ten Zeemanzuständen von ^{87}Rb -Atomen verwenden. Der Energieunterschied dieser zwei
Zustände in Abhängigkeit vom Magnetfeld lässt sich mit Hilfe der Breit-Rabi-Formel exakt
berechnen [MK97]. Zuerst wurde ^{87}Rb $|1,1\rangle$ in der Dipolfalle präpariert. Das experimen-
telle Verfahren hierzu wird in Abschnitt 5.2.1 erläutert. Das homogene Magnetfeld wurde
dann auf einen zu eichenden Wert eingestellt und die Zeemanzustände mit Hilfe einer Ra-
diofrequenz gekoppelt. Als Frequenzquelle wurde hierfür ein Synthesizer (SMR20, Rohde
& Schwarz) zusammen mit einem 3 W starken RF-Verstärker (ZHL-1000-3W, Minicircuits)
verwendet. Als Antenne diente ein dünner Draht in geringem Abstand zu den Atomen.
Nach Einstrahlung von π -Pulsen ($t_{\text{Puls}} = 30 \mu\text{s}$) wurde die Dipolfalle ausgeschaltet und die
 ^{87}Rb -Wolke in einem magnetischen Gradientenfeld fallen gelassen. Ein vertikaler Gradient
von $dB/dz = 167 \text{ G/cm}$ wirkte während der ersten 2 ms der insgesamt 15 ms Fallzeit. Auf-
grund der unterschiedlichen magnetischen Momente der Zustände $|1,1\rangle$ und $|1,0\rangle$ trennen
sich diese auf und man kann die Populationen der zwei Zustände getrennt voneinander
bestimmen. Ein Beispiel einer solchen Messung ist in Abb. 4.15(b) zu sehen. Durch Anfit-
ten einer Lorentzfunktion bekommt man die Resonanzposition sowie aus der Breite eine
Abschätzung der Magnetfeldstabilität. Hierzu muss man die Leistungsverbreiterung von
ca. 18 kHz durch den RF-Übergang mitberücksichtigen. Aus den Linienbreiten kann man
so eine absolute Genauigkeit der Magnetfeldeichung von 0,2 G abschätzen.

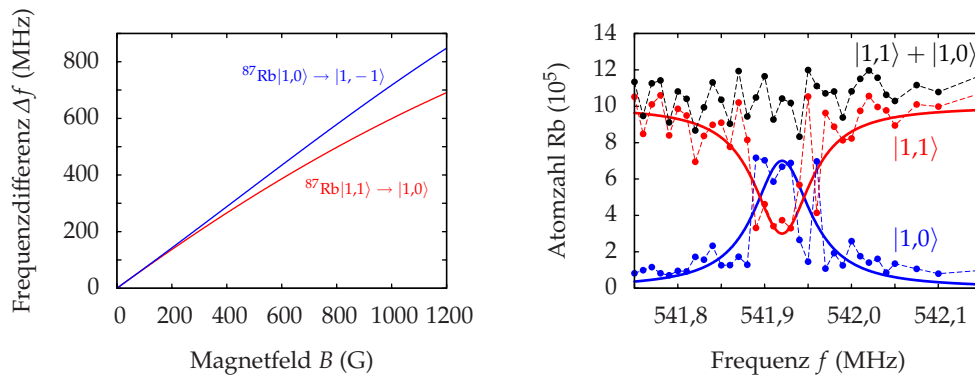


Abbildung 4.15: Eichung des homogenen Magnetfeldes mit Radiofrequenzübergängen in ^{87}Rb . (a) Magnetfeldverlauf der RF-Übergänge des ^{87}Rb im Hyperfeinzustand $F = 1$. Diese Übergangsfrequenzen können exakt berechnet werden. (b) Frequenzscan für ein Magnetfeld $B = (881,98 \pm 0,13) \text{ G}$. Es wurden $30 \mu\text{s}$ lange RF-Pulse eingestrahlt und die Populationen der Zustände $|1,1\rangle$ (●) und $|1,0\rangle$ (●) gemessen. Aus einem Fit mit einer Lorentzkurve erhält man die Resonanzfrequenz sowie über die Breite der Kurve bei bekannter Rabi-frequenz des Übergangs eine Abschätzung der Stabilität des Magnetfeldes.

5 Experimentelle Ergebnisse

In diesem Kapitel werden die experimentellen Ergebnisse vorgestellt und diskutiert.

Zuerst wird die Thermalisierung von ${}^7\text{Li}$ mit ${}^{87}\text{Rb}$ besprochen, die im Rahmen dieser Doktorarbeit erstmals im Regime ultrakalter Temperaturen gemessen werden konnte. Mit Hilfe von kontrollierten Thermalisierungsexperimenten konnte daraufhin der relevante Parameter für die Wechselwirkung der zwei unterschiedlichen Stoßpartner, der absolute Wert der Triplett s -Wellenstreuungslänge $|a_{7,87}|$, bestimmt werden.

Mit fortgesetzter Kühlung kann das ${}^7\text{Li}$ in das Quantenregime gekühlt werden. Wegen der negativen homonuklearen Streulänge von $a_{7,7} = -27,3 a_B$ [Abr97] ist ein solches Kondensat jedoch instabil und kollabiert. Anzeichen dieses Kollapses konnten nachgewiesen werden und werden in diesem Kapitel vorgestellt.

Ausgehend von der bestimmten Interspeziesstreuungslänge $|a_{7,87}|$ wird die Wechselwirkung von ${}^7\text{Li}$ - mit ${}^{87}\text{Rb}$ -Kondensaten theoretisch behandelt. Hierbei zeigt sich unter bestimmten Annahmen, dass es in Anwesenheit eines ${}^{87}\text{Rb}$ -Kondensates zu einer Phasenseparation zwischen den zwei Kondensaten kommen kann, die das ${}^7\text{Li}$ -Kondensat signifikant stabilisiert.

Für die Suche nach Feshbachresonanzen müssen die Spins der Atome genau präpariert werden. Anhand von experimentellen Daten wird diese Präparation erläutert.

Im nächsten Schritt werden die in unserem Experiment nachgemessenen ${}^{87}\text{Rb}$ Feshbachresonanzen besprochen und quantitativ mit bereits publizierten Daten verglichen. Die Feshbachresonanzen in den erstmals auf diese Weise analysierten Systemen ${}^6\text{Li}$ - ${}^{87}\text{Rb}$ und ${}^7\text{Li}$ - ${}^{87}\text{Rb}$ werden vorgestellt und eingehend diskutiert. Für ${}^6\text{Li}$ - ${}^{87}\text{Rb}$ wurden auch resonante und nicht-resonante Dreikörperverlustkoeffizienten bestimmt. Diese sind wichtige Größen für weitergehende Experimente zur Molekülerzeugung mit Hilfe von Feshbachresonanzen.

Schließlich werden die Ergebnisse von theoretischen Berechnungen, die in externen Gruppen durchgeführt wurden und auf den hier vorgestellten Messungen basieren, diskutiert.

5.1 Thermalisierung von ${}^7\text{Li}$ mit ${}^{87}\text{Rb}$

Im Rahmen dieser Doktorarbeit konnte erstmals die bosonische Spezies des Lithiums mit Rubidium sympathetisch zu ultrakalten Temperaturen gekühlt werden. Experimente im ultrakalten Regime ermöglichten dann die Bestimmung der Stärke der interatomaren Wechselwirkung, ausgedrückt durch die s -Wellenstreuungslänge. Durch Kühlung zu immer tieferen Temperaturen wird das Regime für Bose-Einstein-Kondensation des Lithiums erreicht, jedoch sind Li-Kondensate im vorliegenden Hyperfeinzustand instabil. Stattdessen wurde ein starker Einbruch der Atomzahl beobachtet. Auf der Basis der gefundenen absoluten Streulänge wird dann die Möglichkeit einer Stabilisierung der Li-Kondensate durch Wechselwirkung mit ${}^{87}\text{Rb}$ -Kondensaten im Rahmen der Thomas-Fermi-Näherung erörtert.

5.1.1 Bestimmung der absoluten Triplet-Streulänge

Zur Messung der Tripletstreuungslänge wurden kontrollierte Thermalisierungsmessungen bei drei verschiedenen Temperaturen durchgeführt. Jede Thermalisierungsmessung bestand aus zwei Phasen. Zuerst wurde das Gemisch langsam (innerhalb von 20 s) bis zu einer gemeinsamen Temperatur T_1 gekühlt. Dann folgte eine Phase schneller Kühlung (50 ms), die das Rubidium zu einer tieferen Temperatur T_2 brachte. Dadurch wurde ein Temperaturunterschied zwischen den zwei Spezies herbeigeführt. Die zeitabhängige Thermalisierung des Lithiums im kälteren Rubidiumbad wird als Maß für die Streurrate und damit für den Absolutwert der Streulänge verwendet. Hierbei wird ein einfaches Stoßratenmodell nach [Del01] zu Grunde gelegt. Die Temperaturbereiche, in denen die Messungen durchgeführt wurden, sind in Tabelle 5.1 aufgeführt.

T_1 (μK)	10	6	4,5
↓	↓	↓	↓
T_2 (μK)	6	4	2

Tabelle 5.1: Temperaturbereiche der Thermalisierungsmessungen.

In Abbildung 5.1 sieht man für den Fall $T_1=10\ \mu\text{K}$, dass die Thermalisierung innerhalb von 300 ms beendet ist und die Temperaturen sich angeglichen haben. Dies ist erheblich schneller als im Falle von ${}^6\text{Li}$, bei dem eine Thermalisierungszeit von etwa 3 s unter ansonsten sehr ähnlichen Bedingungen beobachtet wurde [Sil05b]. Dies deutet schon auf eine größere Tripletstreuungslänge als im System ${}^6\text{Li}$ - ${}^{87}\text{Rb}$ hin.

Im Folgenden wird eine kurze Beschreibung des Thermalisierungsmodells gegeben, welches zur Bestimmung der Streulänge verwendet wurde. Die Gesamtstreurrate hängt darin vom Überlappintegral der zwei atomaren Wolken ab, welches im Fall rein thermischer Gase in harmonischen Fallen analytisch exakt gelöst werden kann [Mos01],

$$\Gamma_{7,87} = \frac{\sigma_{7,87}}{(2\pi)^{3/2}} \bar{v}_{\text{thm}} N_7 N_{87} \left[\frac{m_7 \tilde{\omega}_7^2}{k_B (T_7 + T_{87})} \right]^{3/2}. \quad (5.1)$$

Hierbei ist $\sigma_{7,87} = 4\pi a_{7,87}^2$ der Stoßquerschnitt, $a_{7,87}$ die heteronukleare Tripletstreuungslänge, $\bar{v}_{\text{thm}} = \frac{8k_B}{\pi} \sqrt{\frac{T_7}{m_7} + \frac{T_{87}}{m_{87}}}$ die thermische Relativgeschwindigkeit und $\tilde{\omega}_7 = (\omega_{7,r}^2, \omega_{7,z}^2)^{1/3}$ das

geometrische Mittel der ${}^7\text{Li}$ -Fallenfrequenzen. Für Atome gleicher Masse benötigt man zur Thermalisierung im Mittel 2,7 Stöße [Wu96]. Im Fall der ungleichen Stoßpartner ${}^7\text{Li}$ und ${}^{87}\text{Rb}$ ist die Effizienz jedoch um einen Faktor $\zeta = \frac{4m_7m_{87}}{(m_7+m_{87})^2}$ [Mos01] herabgesetzt. Hier benötigt das Lithium etwa zehn Stöße, um mit dem Rubidium zu thermalisieren. Dabei wird angenommen, dass das Rubidiumreservoir so groß ist, dass sich die Temperatur des Rubidiums während der Thermalisierung nicht ändert. Experimentell wird dies dadurch gewährleistet, dass das Mikrowelle zur evaporativen Kühlung während der Thermalisierung weiter angeschaltet bleibt. Hierdurch wird die Temperatur der Rubidiumatome, nicht aber deren Anzahl, konstant gehalten. Die Temperaturdifferenz $\Delta T = T_7 - T_{87}$ wird dann durch die folgende Differenzialgleichung beschrieben

$$\frac{d(\Delta T)}{dt} = -\gamma \cdot \Delta T = -\frac{\Gamma_7}{2,7/\zeta} \cdot \Delta T, \quad (5.2)$$

wobei die Stoßrate pro Lithiumatom $\Gamma_7 = \Gamma_{7,87}/N_7$ beträgt. Passt man die Lösung dieser Differenzialgleichung an die Messdaten an, so erhält man die in Tabelle 5.2 aufgeführten Werte für $|a_{7,87}|$. Die für $T_1 = 10 \mu\text{K}$ erhaltene Fitkurve ist in Abbildung 5.1 rot eingezeichnet.

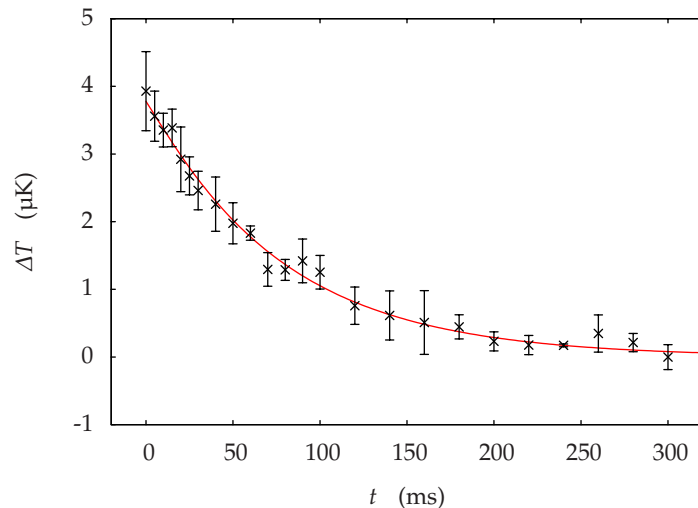


Abbildung 5.1: Thermalisierung ${}^7\text{Li}$: Gemessene Datenpunkte und Simulationskurve nach Gl. 5.2 des Thermalisierungsprozesses im Falle von $T_1 = 10 \mu\text{K}$. Nach 300 ms ist die Thermalisierung abgeschlossen. Jeder Datenpunkt ist der Mittelwert aus drei Einzelmessungen, die Fehlerbalken entsprechen einer Standardabweichung.

Zur Bestimmung der Temperaturen muss man die Flugzeit der Atome genau kennen. Die nominelle Expansionszeit des Lithiums muss dazu mit einer Korrektur versehen werden. Dies wird durch die Selbstinduktion der Fallenspulen verursacht, die dafür sorgt, dass der Strom in den Fallenspulen nach Abschalten der Magnetfalle in etwa 200 μs herunterfährt. Die Lithiumwolke beginnt ihre Expansion schon während dieses Ausschaltprozesses, wodurch die effektive Expansionszeit länger ist als der nominelle Wert. Dadurch werden die Temperaturen, die aus den Gaußschen Breiten der Lithiumwolken bestimmt werden, über-

$T_1/\mu\text{K}$	$T_2/\mu\text{K}$	$ a_{7,87} /a_B$	χ^2
10	6	56	0,500
6	4	65	0,238
4,5	2	56	0,924

Tabelle 5.2: Beträge der ermittelten Streulängen in den drei einzelnen Thermalisierungsmessungen. Die Güte des Fits χ^2 ist ebenfalls dargestellt. Die unterschiedlichen Werte der Streulänge zeigen die Grenzen der Genauigkeit auf, mit der $|a_{7,87}|$ bestimmt werden kann. Der Mittelwert aus den drei Einzelmessungen beträgt $\bar{a} = 59 a_B$ mit einer Standardabweichung von $\epsilon_{\bar{a}} = 5,2 a_B$. Weitere Fehlerquellen werden im Text und in Abbildung 5.2 diskutiert.

schätzt. Eine zusätzliche, experimentell bestimmte Korrekturzeit von $130 \mu\text{s}$ wird daher auf die nominelle Flugzeit von $1000 \mu\text{s}$ addiert. Die Methode zur Ermittlung dieser Korrekturzeit bestand aus der Bestimmung der Lithiumtemperatur durch Flugzeitmessungen. Für die $t > 200 \text{ ms}$ ändert sich die Lithiumtemperatur nicht mehr wesentlich (Abb. 5.1), daher wird von Thermalisierung ausgegangen. Die Lithiumtemperatur ist dann aber nur für die Korrekturzeit von $130 \mu\text{s}$ gleich der Rubidiumtemperatur. Die Korrektur ändert die Temperaturen des Lithiums um bis zu 25 % bei tiefen Temperaturen verglichen mit den unkorrigierten Werten. Für sehr langsame Evaporationsrampen, bei denen Lithium und Rubidium permanent im thermischen Gleichgewicht sind, führt diese Korrektur zu gleichen Werten für die jeweiligen Temperaturen. Auf die Temperaturbestimmung des Rubidium hingegen hat das verzögerte Ausschalten der Ströme wegen der viel längeren Flugzeit von 20 ms einen vernachlässigbar geringen Einfluss.

Die durch ungenaue Temperaturen hervorgerufene Unsicherheit in der ermittelten Streulänge kann mit Hilfe des Thermalisierungsmodells abgeschätzt werden. Dazu wird die ermittelte Entwicklung der Temperaturdifferenz $\Delta T(t)$ mit einem konstanten Offset dT versehen und dann die Streulänge für die Entwicklung $\Delta T(t) + dT$ bestimmt. Für $T_1 = 10 \mu\text{K}$ ist dies in Abb. 5.2a dargestellt. Fehlerhafte Temperaturbestimmungen von nur 200 nK führen schon zu Variationen in $|a_{7,87}|$ von bis zu $9 a_B$ für jede T_1 -Messung. Dies stellt eine starke Limitierung der Genauigkeit dar, mit der $|a_{7,87}|$ bestimmbar ist.

Die nicht genau bestimmbare Zahl an Rubidiumatomen führt zu einer weiteren Unsicherheit. Mit $\delta|a_{7,87}|/dN \approx 0,5 a_B/10^5$ ist diese jedoch klein im Vergleich mit dem durch ungenaue Kenntnis der Li-Temperaturen hervorgerufenen Fehler (Abb.5.2b). Als Abschätzung gilt $\epsilon_{dT} \approx 18 a_B$ und $\epsilon_{dN} \approx 1 a_B$. Zuletzt wurde noch der Einfluss des durch die Schwerkraft hervorgerufenen unterschiedlich starken "Durchhängens" (*gravitational sag*, $\Delta z = g/\omega_z^2$) der zwei Spezies mitberücksichtigt. Für den vorliegenden relativen vertikalen Versatz von $\Delta z = 6 \mu\text{m}$ ergibt sich ein relativer Effekt von weniger als 2 % und ist damit gegenüber den anderen Unsicherheiten vernachlässigbar. Die Gesamtunsicherheit ist damit $\epsilon_{7,87} = \sqrt{\epsilon_{\bar{a}}^2 + \epsilon_{dT}^2 + \epsilon_{dN}^2} \approx 19 a_B$, wobei $\epsilon_{\bar{a}} = 5,2 a_B$ die Standardabweichung der Fitwerte der einzelnen Thermalisierungsmessungen von dem Mittelwert $\bar{a} = 59 a_B$ ist. Damit ist das Gesamtergebnis der Thermalisierungsmessungen für die reine Tripletstrelänge

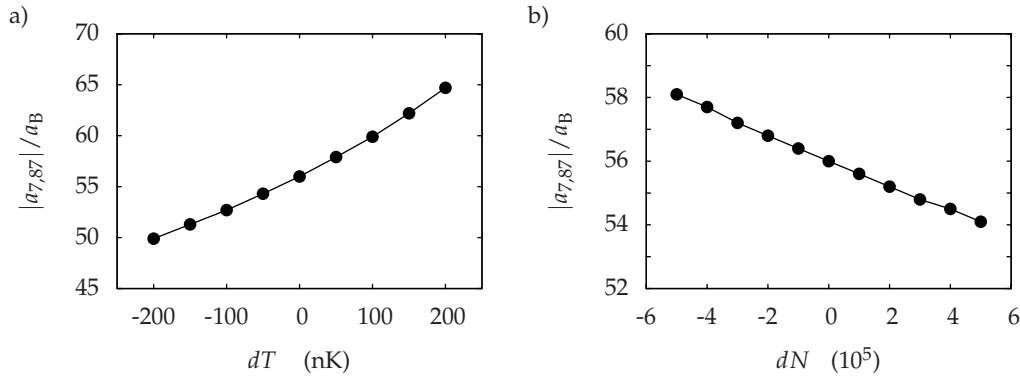


Abbildung 5.2: Fehlerabschätzung Thermalisierung: Unsicherheiten in der Temperaturdifferenz (a) sowie der ${}^{87}\text{Rb}$ Atomzahlen (b) führen zu einer Ungenauigkeit in der bestimmten Streulänge. In den Abbildungen sind die Daten für $T_1 = 10 \mu\text{K}$ gezeigt. Zur Bestimmung der Kurven wurden die gemessenen Werte von ΔT und N_{87} um kleine Werte dT bzw. dN variiert und das Thermalisierungsmodell analog zu Abb. 5.1 an die Daten angepasst. Der Einfluss der Ungenauigkeit in der Rubidiumatomzahl dN ist klein im Vergleich zur Ungenauigkeit dT .

$$\boxed{|a_{7,87}| = (59 \pm 19) a_B.} \quad (5.3)$$

Dieses Ergebnis stimmt nicht mit theoretischen Berechnungen basierend auf *ab initio* Potenzialen [Oue04] überein, die eine Tripletstreuränge von $a_{7,87} = -0,25 a_B$ vorhersagen. Mit einer solch kleinen Streulänge wäre ${}^7\text{Li}$ nicht auf der Zeitskala des Experimentes zu ultrakalten Temperaturen kühlbar gewesen. Diese große Abweichung verdeutlicht, wie ungenau Vorhersagen auf der Basis von *ab initio* Potenzialen sind. Umgekehrt muss man folgern, dass die gute Übereinstimmung, die für die Tripletstreuränge im ${}^6\text{Li}$ - ${}^{87}\text{Rb}$ System zwischen gemessenem Wert [Sil05b] und theoretischer Vorhersage [Oue04] gefunden wurde, zufällig ist.

Zuletzt muss noch diskutiert werden, warum bei der Herleitung des Thermalisierungsmodells Li-Li-Stöße nicht berücksichtigt wurden. Da es sich um Bosonen handelt, deren Streulänge $a_7 = -27,6 a_B$ [Abr97] beträgt, ist die Zulässigkeit der Unterschlagung nicht im Voraus klar. Vergleicht man die Stoßraten $\Gamma_{7,87}$ nach Gleichung 5.1 und den entsprechenden Ausdruck für $\Gamma_{7,7}$ im thermischen Gleichgewicht $T = T_7 = T_{87}$, so ist das Verhältnis der Stoßraten

$$\frac{\Gamma_{7,87}}{\Gamma_{7,7}} = \frac{a_{7,87}^2}{a_7^2} \cdot \frac{v_{\text{thm},7,87}}{v_{\text{thm},7}} \cdot \frac{N_{87}}{N_7}. \quad (5.4)$$

Setzt man hier z.B. Werte der Thermalisierungsmessung von $6 \mu\text{K}$ nach $3 \mu\text{K}$ ein ($N_{87} = 4,5 \cdot 10^6$, $N_7 = 2 \cdot 10^5$) und die Streulängen a_7 und $|a_{7,87}|$, so folgt, dass jedes Lithiumatom nach einem Stoß mit einem anderen Lithiumatom vierzig Stöße mit Rubidiumatomen erfährt, bevor es wieder mit einem anderen Lithiumatom zusammenstößt. Dies rechtfertigt *a posteriori* die Vernachlässigung von Li-Li-Stößen in der Auswertung der Thermalisierungsmessungen.

5.1.2 Kollaps des Lithiums: Beginn von Bose-Einstein-Kondensation

Kühlt man das Rubidium zu noch niedrigeren Temperaturen als es für die Thermalisierungsmessungen im vorangegangenen Abschnitt der Fall war, erreicht man ein Regime, in dem man sich der kritischen Temperatur $T_{c,7}$ für Bose-Einstein-Kondensation des Lithiums nähert. Im Gegensatz zu ^{87}Rb sind Kondensate des ^7Li im Zustand $|F, m_F\rangle = |2, 2\rangle$, wie es in der Magnetfalle vorliegt, instabil gegenüber Kollaps. Dies liegt an der in diesem Stoßkanal geltenden attraktiven Streulänge. Nichtsdestotrotz können in einer Atomfalle aufgrund der Lokalisierungsenergie Kondensate existieren, allerdings nur bis zu einer bestimmten maximalen Atomzahl [Rup95, Ber97, Sac97]. Eine Abschätzung über die in unserer Magnetfalle geometrie erlaubten maximalen Atomzahl ergibt $N_{max} \approx a_{ho,7} / |a_7| \approx 700$ Atome. Hierbei ist $a_{ho,7} = \sqrt{\hbar / m\tilde{\omega}_7}$ die Ausdehnung des harmonischen Oszillatorgrundzustandes des ^7Li .

Leider ist die Auflösung des optischen Abbildungssystems nicht hoch genug, um solch kleine Kondensate nachzuweisen. Man kann stattdessen einen plötzlichen Einbruch der ^7Li -Atomzahl für Temperaturen unterhalb von $1,5 \mu\text{K}$ beobachten (Abb. 5.3). Diese Beobachtung lässt sich folgendermaßen interpretieren. Mit Unterschreiten der kritischen Temperatur sammeln sich Lithiumatome im Grundzustand der Falle, wo sie ein kleines Kondensat bilden. Je mehr Atome kondensieren, umso mehr zieht sich das Kondensat aufgrund der Selbstwechselwirkung zusammen. Dabei wird es kleiner als der Grundzustand des harmonischen Oszillators und weist daher eine immer höhere Dichte und Selbstwechselwirkungsenergie auf [Rup95]. Letztendlich wird die Lokalisierungsenergie betragsmäßig vergleichbar mit der Wechselwirkungsenergie. Das Kondensat kann dann durch kollektive Anregungen, thermische Fluktuationen oder quantenmechanisches Tunneln durch die verbleibende Barriere kollektiv zusammenstürzen [Sac98, Sto97]. Dabei steigt die Dichte und damit auch die Dreikörperstoßrate sehr stark an. Alle Kondensatome werden bei diesem Prozess aus der Falle verloren, da die Energie, die in diesen inelastischen, molekülbildenden Prozessen frei wird, viel größer als die Falltiefe ist. Nach jedem Kollaps entsteht ein neues Kondensat auf der Zeitskala der Thermalisierung und der Prozess findet erneut statt, solange das Lithium die Bedingung für Bose-Einstein-Kondensation erfüllt. Folglich kommt es zu einem permanenten Verlustkanal für die viel größere Atomzahl des thermischen Lithiums. Abhängig von der Thermalisierungsrate kann der Zerfall der thermischen Wolke auf einer Zeitskala von Hunderten von Millisekunden [Adh01b] oder von mehr als zehn Sekunden [Sac97] stattfinden. In unserem Fall herrschen vergleichsweise hohe Fallenfrequenzen und entsprechend hohe Thermalisierungsraten vor, daher ist eine schnelle Zerfalldynamik zu erwarten.

Während die Korrektur der Flugzeitmessungen zur Temperaturbestimmung des Lithiums gut im Temperaturbereich der Thermalisierungsmessungen funktioniert, gibt es bei den tieferen Temperaturen der Kollapsmessung eine Diskrepanz zwischen T_{87} und T_7 . Obwohl bei den Kühlrampen explizit Sorge getragen wurde, dass während des Herabkühlens ein thermisches Gleichgewicht zwischen den zwei Spezies herrschte, suggeriert die Auswertung der Flugzeitbilder $T_{87} < T_7$. Für die folgende Betrachtung nehmen wir trotzdem $T_7 = T_{87}$ an, da das Thermalisierungsmodell dies unter den herrschenden Bedingungen fordert, und tragen in Abb. 5.3 die Lithiumatomzahlen gegen die Rubidiumtemperatur T_{87} auf. Mit einer ungefähren kritischen Temperatur von $T_{c,7} \approx 1,5 \mu\text{K}$ aus

dem Punkt, an dem die Atomzahl plötzlich einbricht, kann man eine kritische Atomzahl $N_{c,7} = 1,2 \cdot [(k_B T_{c,7}) / (\hbar \tilde{\omega}_7)]^3 \approx 6 \cdot 10^5$ bestimmen. Diese ist etwa um den Faktor vier größer als die durch Absorptionsabbildung bestimmte Atomzahl.

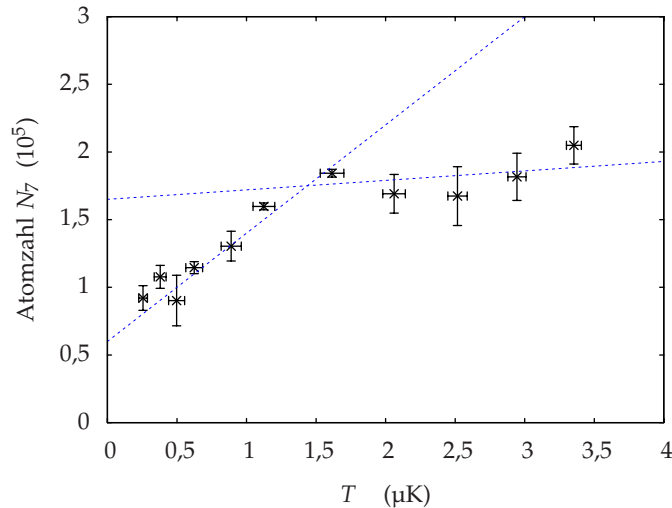


Abbildung 5.3: Kollaps des ${}^7\text{Li}$: Für Temperaturen unterhalb von $1,5\mu\text{K}$ nimmt die Li-Atomzahl stark ab. Dieses kann als Erreichen der kritischen Temperatur für Bose-Einstein-Kondensation $T_{c,7}$ interpretiert werden. Li-Kondensate sind in dem Zustand $|2,2\rangle$ nicht stabil und zerfallen, wodurch sie aus der Falle entfernt werden. Durch den damit verbundenen Verlustkanal nimmt die Gesamtatomzahl des Li stark ab. Die gestrichelten Linien dienen der Verdeutlichung des plötzlichen Einbruchs.

Falls die Annahme stimmt, dass die beobachteten Verluste tatsächlich auf einen Kollaps bei $T = 1,5\mu\text{K}$ zurückzuführen sind, so muss man eine Erklärung für die mit Absorptionsanalyse bestimmte Atomzahl finden. Die tatsächliche Atomzahl kann unterschätzt werden, falls die Atome während der Abbildung nicht für die gesamte Dauer des optischen Pulses im zyklischen Übergang bleiben. Dann wird die Atomwolke transparent und es fällt mehr Abbildungslicht auf den CCD-Chip der Kamera. Dadurch wird eine geringere optische Dichte und damit eine geringere Atomzahl suggeriert. Andere Gruppen, die ebenfalls mit Lithium arbeiten, bilden bei hohem Magnetfeld ab, bei dem der Paschen-Back Effekt die Entartung der Hyperfeinzustände im angeregten Zustand aufhebt und zyklische Übergänge möglich werden. Bei fermionischem ${}^6\text{Li}$, welches ebenfalls eine nicht aufgelöste Hyperfeinstruktur im angeregten Zustand hat, wird z.B. in der Nähe einer interessanten Feshbachresonanz bei 822G abgebildet [Zwi04].

Eine weitere mögliche Erklärung neben Bose-Einstein-Kondensation, die ebenfalls die erhöhten Verluste erklären könnte, wären stark energieabhängige Dreikörperverlustkoeffizienten bei den niedrigen Magnetfeldern im Zentrum der Magnetfalle. Dies ist zum Beispiel beim Cs [Web03] beobachtet worden, jedoch taucht dieser Effekt bei den geringen Stoßenergien nur in Streukanälen auf, die auch Feshbachresonanzen aufweisen können. Dies ist gerade beim reinen Triplettzustand, wie er in der Magnetfalle vorliegt, nicht möglich. Jedoch könnte ein unsauberes Spingemisch mit anderen magnetisch fangbaren Zuständen

zu diesem Effekt führen. Die Populationen der hierfür in Frage kommenden Zustände $|2,1\rangle$ und $|1, -1\rangle$ wurden jedoch kontrolliert und können bis auf das Detektionslimit von wenigen Tausend Atomen ausgeschlossen werden.

Als weiterer Test wurden inelastische Verlusten im Temperaturbereich zwischen $15\ \mu\text{K}$ und $3\ \mu\text{K}$ bestimmt. Zwar nimmt die Lebensdauer des Gemisches für tiefere Temperaturen ab, dennoch hat das Gemisch noch eine Lebensdauer von mehreren Sekunden. Bei der Messung in Abb. 5.3 wurde jedoch in nur 500 ms von $4\ \mu\text{K}$ auf den jeweiligen Wert mit den beobachteten Verlusten gekühlt. Daraus lässt sich schließen, dass inelastische Verluste im thermischen Gas allein nicht für das beobachtete Verhalten der Daten unterhalb von $1,5\ \mu\text{K}$ ausschlaggebend sein können. Ein weiterer Verlustkanal muss sich für $T < 1,5\ \mu\text{K}$ öffnen, der wiederholter Kondensation mit anschließendem Kollaps des überkritischen Lithiums zugeordnet werden kann.

In diesem Zusammenhang ist daher eine unterschätzte Atomzahl durch unvollständiges Rückpumpen der Li-Atome während des Abbildungspulses und tatsächliches Erreichen des Bose-Einstein-Phasenübergangs wahrscheinlich ¹.

5.1.3 Phasenseparation wechselwirkender Lithium-Rubidium-Kondensate

Die Größe der Tripletwechselwirkung im ${}^7\text{Li}$ - ${}^{87}\text{Rb}$ -Gemisch und der Kollaps des reinen Li-Kondensats ermöglichen das im Folgenden erörterte Szenario. Die Stabilitätsbedingungen für das Lithium können sich erheblich ändern, wenn auch die zweite Spezies kondensiert vorliegt. Dann kommt es auf das Vorzeichen der Interspeziesstreuung an, ob das Li-Kondensat weiter destabilisiert oder durch die Anwesenheit des ${}^{87}\text{Rb}$ -Kondensats möglicherweise sogar stabilisiert wird [Adh01a]. Für das vorliegende System wären demnach für $a_{7,87} < 0$ sogar sehr kleine Li-Kondensate instabil, während für $a_{7,87} > 0$ größere metastabile Li-Kondensate ermöglicht würden.

Dies kann man mit Hilfe von gekoppelten Gross-Pitaevskii Gleichungen im Rahmen einer Molekularfeldbeschreibung (engl. *mean-field description*) der Wechselwirkung für den speziellen Fall von Kugelsymmetrie quantitativ untersuchen,

$$\left[-\frac{\hbar}{2m_k} \frac{1}{r} \frac{d^2}{dr^2} r + \frac{m_k}{2} \tilde{\omega}_k^2 r^2 + g_k N_k + g_{7,87} N_{l \neq k} \right] \psi_k = \mu_k \psi_k, \quad (5.5)$$

mit $k, l = 7$ oder 87 . Hierbei ist die Selbstwechselwirkung durch $g_k = 4\pi\hbar^2 a_k / m_k$ ausgedrückt, während die Interspezieswechselwirkung in $g_{7,87} = 2\pi\hbar^2 a_{7,87} \frac{m_7 + m_{87}}{m_7 m_{87}}$ enthalten ist. $N_{k,l}$ sind die jeweiligen Atomzahlen und μ_k die zugehörigen chemischen Potentiale.

Hier interessiert man sich für den Grundzustand des gekoppelten Systems. Diesen kann man mit der Methode des steilsten Gradienten (engl. *steepest descent method*, [Dal96]) bestimmen. Diese Methode wurde schon erfolgreich zur Berechnung gemischter Systeme quantenentarteter Bosonen und Fermionen eingesetzt [Rot02, Mod03]. Durch Auswertung

¹Ähnliche Unstimmigkeiten hat es bei ${}^6\text{Li}$ und dem Nachweis der Fermi-Entartung gegeben. Dieses Isotop weist ebenfalls eine nicht aufgelöste Hyperfeinstruktur im angeregten Zustand $2^3P_{3/2}$ auf.

der Energiefunktionale $H_k[\psi_k, \psi_l]$ findet man deren Minimalwerte, indem man die Wellenfunktionen entlang der Richtung des Gradienten $\frac{\delta H_k}{\delta \psi_k}$ mit Hilfe kleiner Zeitschritte $d\tau$ entwickelt:

$$\psi'_k \longrightarrow \psi_k + d\tau \frac{\delta H_k}{\delta \psi_k}. \quad (5.6)$$

Formal entspricht dies der Ersetzung der echten Zeitabhängigkeit t der Gross-Pitaevskii Gleichung mit einer imaginären Zeitabhängigkeit $\tau = it$. Unter der Randbedingung, dass die Norm von ψ'_k sich während der Propagation nicht ändert, welches man durch manuelles Normieren von ψ'_k nach jedem Zeitschritt $d\tau$ sicherstellt, ist diese Methode selbstkonsistent. Die resultierende Wellenfunktion hängt nicht von der anfänglich gewählten Testfunktion ab, man kann jedoch die Integrationszeit durch geschickte Wahl erheblich verkürzen. Für die hier dargestellten Rechnungen werden als $\psi_k(\tau = 0)$ die Grundzustände des jeweiligen harmonischen Oszillators verwendet. Diese sind auf die Atomzahl normierte Gaußfunktionen.

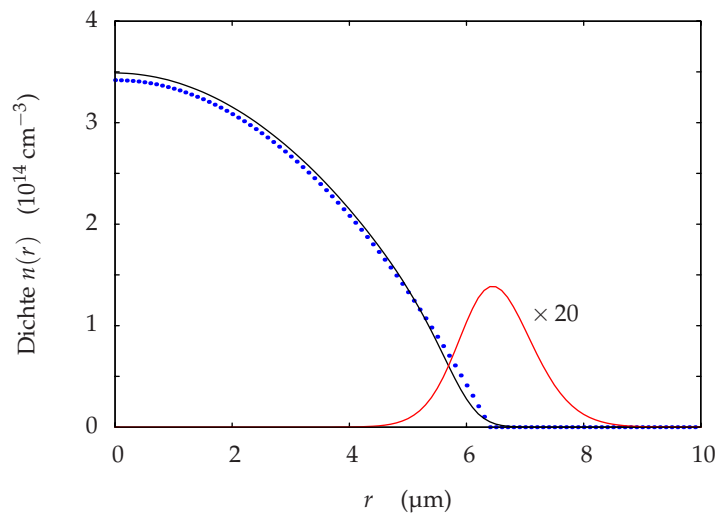


Abbildung 5.4: Phasentrennung von ${}^7\text{Li}$ und ${}^{87}\text{Rb}$ Kondensaten: Wechselwirkungsinduzierte Phasentrennung kann das instabile Li-Kondensat stabilisieren. In diesem Beispiel ist ein ${}^7\text{Li}$ -Kondensat aus 6000 Atome (rot) durch Molekularfeldwechselwirkung mit einem ${}^{87}\text{Rb}$ -Kondensat aus $1,5 \cdot 10^5$ Atomen (schwarz) stabilisiert. Die Abbildung zeigt die radiale Dichte $n(r) = |\psi_k(r)|^2$ der Kondensate in der Falle. Die Dichte des ${}^7\text{Li}$ ist um den Faktor 20 vergrößert dargestellt. Das ${}^{87}\text{Rb}$ -Kondensat ist ein wenig komprimiert verglichen mit der Thomas-Fermi Lösung (blau, gepunktet), das ${}^7\text{Li}$ -Kondensat hingegen wäre für $a_{7,87} = 0$ überhaupt nicht stabil.

Der Einfachheit halber wird die Berechnung auf den Fall von Kugelsymmetrie beschränkt. Das Fallenpotenzial hat dann die Form $V_k(r) = \frac{1}{2}m_k\tilde{\omega}_k^2 r^2$, wobei man zum Vergleich mit dem realen Experiment die geometrisch gemittelten Fallenfrequenzen $\tilde{\omega}_{87} = (\omega_{87,x} \cdot \omega_{87,y} \cdot \omega_{87,z})^{1/3} = 2\pi(206 \cdot 200 \cdot 50,1)^{1/3} \text{ Hz} = 2\pi \cdot 127,3 \text{ Hz}$ bzw. $\tilde{\omega}_7 = \sqrt{87/7} \cdot \tilde{\omega}_{87}$ verwendet.

Die Raumkoordinaten werden mit einer Schrittweite $dr = 0,1 \mu\text{m}$ im Bereich von $r = 0 \mu\text{m}$ bis $r = 40 \mu\text{m}$ diskretisiert. Dies entspricht $41,9 a_{ho,87}$ und $22,3 a_{ho,7}$ in den jeweiligen Oszillatorlängen. Die Streulängen $a_{87} = 106 a_B$ [Rob98] und $a_7 = -27,6 a_B$ [Abr97] entsprechen den in der Magnetfalle gespeicherten Zuständen $|F, m_F\rangle = |2, 2\rangle$.

Mit $a_{7,87} = 0$, d.h. ohne Wechselwirkung zwischen den zwei Spezies, erhält man die kritische Atomzahl für Li-Kondensate, indem man die Atomzahl des Li schrittweise erhöht, bis man keine numerisch stabile Lösung zu Gleichung 5.6 mehr bekommt. Für unsere Fallenbedingungen erhalten wir eine maximale Atomzahl von etwa 700. Dies entspricht der in Abschnitt 5.1.2 gemachten Abschätzung. Setzt man allerdings die Wechselwirkungstreulänge auf $a_{7,87} = +59 a_B$ mit positivem Vorzeichen, so stellt sich eine Phasentrennung zwischen den nun wechselwirkenden Kondensaten ein. Das Lithium wird in eine das ^{87}Rb -Kondensat umgebende Hülle gedrückt, welches in Abb. 5.4 dargestellt ist. Das Li-Kondensat nimmt durch die Phasenseparation erheblich mehr Volumen ein als im nicht wechselwirkenden Fall, wodurch die Dichte und damit auch die attraktive Selbstwechselwirkung stark unterdrückt werden. Dies hat zur Folge, dass Li-Kondensate mit deutlich größerer Atomzahl stabil sind. Im Beispiel von Abbildung 5.4 wird so ein Li-Kondensat mit 6000 Atomen durch ein ^{87}Rb -Kondensat mit $1,5 \cdot 10^5$ Atomen stabilisiert.

Die beschriebene Methode findet nur den Grundzustand eines gegebenen Systems. Für die dynamische Beschreibung des Kollapses ist sie jedoch nicht verwendbar, da sie wegen der Propagation entlang einer imaginären Zeitachse keine tatsächliche zeitliche Entwicklung enthält. Für solche Szenarien wurden jedoch sehr leistungsfähige numerische Methoden entwickelt, die auf dem Crank-Nicholson Schema basieren [Hol96, Dal00, Adh01a]. Derlei Verfahren sind so aufwändig, dass sie den Rahmen dieser Erörterung sprengen. Deshalb beschränken wir uns hier auf die Analyse der statischen Stabilität von Li-Kondensaten in Anwesenheit von ^{87}Rb -Kondensaten. Die erzielten Ergebnisse erfahren sicherlich gewisse Modifikationen, wenn man die tatsächlich im Experiment vorliegende zylindrische Symmetrie berücksichtigt [Esr97]. Auch hat der so genannte *gravitational sag*, also das massenabhängige Durchhängen der Atomwolken aufgrund der Schwerkraft, wahrscheinlich erheblichen Einfluss auf die Molekularfeldstabilisierung. Dies wird durch experimentelle Ergebnisse verdeutlicht, die in der Gruppe von Eric Cornell gesammelt wurden [Hal98]. Dort führte die Wechselwirkung zweier ^{87}Rb -Kondensate in unterschiedlichen Hyperfeinzuständen zu einem kugelsymmetrisch phasenseparierten Zustand im Falle verschwindenden *gravitational sags*. Ein geringer vertikaler Versatz der Kondensate von nur $0,4 \mu\text{m}$, der deutlich kleiner als der Thomas-Fermi-Radius der zwei Kondensate war, führte jedoch zu stark gedämpften vertikalen Fallenoszillationen und zeigte schließlich eine fast vollständige Phasenseparation zwischen den zwei Kondensaten. In einem solchen Fall würde die Molekularfeldstabilisierung des Li natürlich nur einen sehr begrenzten Einfluss haben. Um dies zu überprüfen müssten Rechnungen unter Berücksichtigung der Schwerkraft durchgeführt werden. Diese bricht jedoch die Symmetrie des Problems, wodurch man gezwungen ist, die Simulationen dreidimensional durchzuführen. Dann allerdings wird der numerische Aufwand so groß, dass er mit normalen Rechnern nicht mehr ohne Weiteres zu bewältigen ist. Experimentell wäre das sinnvollste Vorgehen, Fallen mit besonders starkem Einschluss in vertikaler Richtung zu verwenden, die entsprechend stark unterdrückten *gravitational sag* aufweisen bzw. optische Dipolfallen in Kombination mit einem vertikalen Magnetfeldgradienten.

Basierend auf der Hypothese, dass $a_{7,87}$ positiv ist, wurde eine Reihe von Messungen durch-

geführt, in denen das Gemisch langsam auf etwa $3\ \mu\text{K}$ und damit oberhalb der kritischen Temperatur von Li gekühlt wurde. Die jeweiligen kritischen Temperaturen verhalten sich entsprechend

$$T_{c,7} = \sqrt{\frac{87}{7}} \left(\frac{N_{87}}{N_7} \right)^{1/3} T_{c,87}. \quad (5.7)$$

Das große Massenverhältnis und die damit verbundenen deutlich höheren Fallenfrequenzen führen mit $T_{c,7} \approx 1,5\ \mu\text{K}$ zu einer höheren kritischen Temperatur für Li für die herrschenden experimentellen Bedingungen als für ${}^{87}\text{Rb}$ mit $T_{c,87} \approx 0,7\ \mu\text{K}$. Um nun ein ${}^{87}\text{Rb}$ -Kondensat ohne zu hohen Atomverlust des Li zu erhalten, wurde das ${}^{87}\text{Rb}$ in nur 200 ms weit unterhalb $T_{c,87}$ gekühlt. Das Mikrowellenmesser blieb während der nachfolgenden 900 ms Speicherzeit an und kühlte das ${}^{87}\text{Rb}$ von anfangs 800 nK auf 200 nK ab. Während dieser Zeit bildeten sich ${}^{87}\text{Rb}$ -Kondensate von einigen 10^4 bis $1,5 \cdot 10^5$ Atomen aus. Die Li-Atomzahl fiel innerhalb der 900 ms stark auf unter 10^4 , ohne dass eine für Bose-Einstein-Kondensation typische bimodale Geschwindigkeitsverteilung nachgewiesen werden konnte. Die aus den Flugzeitbildern ermittelten Li-Temperaturen ergeben für die Dauer der Speichermessung Werte um $1\ \mu\text{K}$. Das Thermalisierungsmodells nach Gleichung 5.2 jedoch zeigt, dass die Thermalisierung so schnell ist, dass nach 200 ms der Temperaturunterschied $|T_7 - T_{87}| < 100\ \text{nK}$ ist. Insbesondere ist die Atomzahl des Rubidiums ausreichend, um das Lithium selbst bei Unterschätzung der Atomzahl um den Faktor vier noch in der angegebenen Zeit zu thermalisieren. Daher nehmen wir an, dass die aus den Flugzeitbildern gewonnenen Li-Temperaturen nicht die tatsächliche Li-Temperatur widerspiegeln. Genaue Temperaturwerte scheinen für tiefe Temperaturen beim Li auf diese Weise nicht ermittelbar zu sein. Die Beobachtung eines kleinen Li-Kondensates hätte das Vorzeichen von $a_{7,87}$ sofort als positiv festgelegt. Eine Aussage ist auf Basis der Thermalisierungsmessungen allein nicht möglich. Auf Basis der hier gefundenen Ergebnisse verbleiben daher zwei mögliche Szenarien:

1. Das Vorzeichen ist positiv, aber der relative vertikale Versatz durch die Schwerkraft verringert den Wellenfunktionsüberlapp so stark, dass Molekularfeldstabilisierung unterdrückt und damit nicht beobachtbar ist. Die Li-Kondensate bleiben unterhalb des Detektionslimits bevor sie kollabieren.
2. Das Vorzeichen ist negativ und Li-Kondensate sind damit noch instabiler als in Abwesenheit des ${}^{87}\text{Rb}$. Damit sind sie natürlich noch schwieriger nachweisbar und mit der verwendeten Optik nicht zu beobachten.

Um Effekte der Schwerkraft zu unterdrücken und damit den Überlapp der zwei Spezies zu erhöhen müssten diese Messungen in stärker komprimierenden Fallen wie z.B. Mikrofallen durchgeführt werden. Insbesondere in solch einer stark anisotropen Falle muss man zusätzlich mit theoretischen Mitteln überprüfen, welchen Einfluss die Geometrie auf den Stabilisierungseffekt hat.

Die auf Basis der in Abschnitt 5.5 besprochenen ${}^7\text{Li}$ - ${}^{87}\text{Rb}$ -Feshbachresonanzen basierenden *coupled-channels* Rechnungen der verschiedenen Theoriegruppen (Abschnitt 5.6) konnten später zeigen, dass das Vorzeichen von $a_{7,87}$ mit größter Wahrscheinlichkeit negativ ist (siehe auch Tabelle 5.8). Im Nachhinein ist damit unter den herrschenden Bedingungen ein Destabilisierungseffekt zu erwarten.

5.2 Feshbachresonanzen: Präparation der Spinzustände

Vor der Suche nach Feshbachresonanzen müssen zuerst die interessierenden Spinzustände präpariert werden. Dies geschieht mit der im Theorieteil erläuterten Technik des *rapid adiabatic passage*. Hierfür benötigt man ein definiertes magnetisches Offsetfeld. Dies wird 500 μs nach dem Umladen der Atome in die Dipolfalle innerhalb von 100 μs auf etwa 4 G gefahren. Hierzu werden noch die HighFinesse-Stromquellen verwendet, die auch die Ströme für die Magnetfalle bereitstellen. Die für die Magnetfalle in Antihelmholtz-Konfiguration geschalteten Fallenspulen werden durch Umpolen des unteren Fallenspulenstromtreibers in Helmholtz-Konfiguration gebracht. Abhängig von der gewünschten Spinkombination findet die Präparation nur mit diesem geringen Offsetfeld statt (Abschnitt 5.2.1) oder es muss für einen zweiten Präparationsschritt noch ein zweites, deutlich höheres Magnetfeld angelegt werden (Abschnitte 5.2.2 und 5.2.3). Für das höhere Feld wird dann auf die Agilentstromquelle umgeschaltet, die beide Fallenspulen in Helmholtz-Konfiguration anspricht. Eine schematische Übersicht über den zeitlichen Ablauf der Feshbachsuche ist in Abbildung 5.9 gegeben.

5.2.1 Präparation von $^{87}\text{Rb } |1,1\rangle$ - $^6\text{Li } |1/2,1/2\rangle$, $^{87}\text{Rb } |1,1\rangle$ - $^7\text{Li } |1,1\rangle$

Der für die Fermi-Bose bzw. Bose-Bose Mischung wichtigste Kanal ist der jeweilige absolute Grundzustand. Für die Fermi-Bose Mischung ist dies der Zustand $^{87}\text{Rb } |1,1\rangle$ - $^6\text{Li } |1/2,1/2\rangle$ und für die Bose-Bose Mischung $^{87}\text{Rb } |1,1\rangle$ - $^7\text{Li } |1,1\rangle$. In der Magnetfalle liegen die Atome noch in den energetisch höchsten Zeemanzuständen ihres höchsten Hyperfeinzustandes vor, d.h. $^{87}\text{Rb } |2,2\rangle$ - $^6\text{Li } |3/2,3/2\rangle$ bzw. $^{87}\text{Rb } |2,2\rangle$ - $^7\text{Li } |2,2\rangle$. Aus diesen Zuständen kann man jeweils mit einem einzigen Photon einer der Hyperfeinenergie entsprechenden Frequenz in den gewünschten Grundzustand gelangen. Für ^{87}Rb benötigt man hierzu Mikrowellenstrahlung der Frequenz 6,835 GHz, für ^7Li Radiofrequenzstrahlung der Frequenz 803 MHz und für ^6Li von 228 MHz (Abb. 5.5). Als Frequenzquelle für das ^{87}Rb dient uns wie auch schon für das selektive Kühlen ein 20 GHz Synthesizer (SMR20, Rohde & Schwarz) mit einem 10 W Verstärker (AM53-6.6-7-40-40, AM Ltd.). Als Antenne wird hierfür dieselbe Helixantenne außerhalb der UHV-Kammer verwendet, die auch zum Kühlen Anwendung findet [Don04]. Im Fall des ^6Li wird das Ausgangssignal eines VCO (ZOS-1025, Minicircuits) mit einem Vorverstärker (ZFL-1000-VH2, Minicircuits) und einem Nachverstärker (ZHL-1A, Minicircuits) auf $P_{\text{RF}} \approx 2\text{ W}$ verstärkt. Anschließend wird die Radiofrequenz über eine UHV-kompatible 50 Ω RF-Durchführung (16545-01-CF, Hositrad) auf einen von zwei in die Magnetfallenspulen integrierten Drähte gegeben (Mikrodrähte [Sil05a]). Diese sind nur etwa 2 mm von den Atomen entfernt und erlauben damit eine hohe RF-Kopplung der Zustände. Ebenso wird mit der Radiofrequenz für das ^7Li verfahren. Als Quelle dient hier ein VCO (ZOS-300, Minicircuits). Nach einem Vorverstärker (ZFL-500, Minicircuits) und einem 3 W Nachverstärker (ZHL-1000-3W, Minicircuits) stehen auch hier $P_{\text{RF}} \approx 2\text{ W}$ zur Verfügung. Geschaltet werden die Lithiumfrequenzen mit je zwei seriell eingebauten RF-Schaltern (ZMSW-1211, Minicircuits), um eine gute Dämpfung von über 60 dB zu erhalten (Abb. 5.5).

Wenige Millisekunden nach Einschalten des Offsetfeldes wird zuerst der Hyperfeinübergang des ^{87}Rb von $|2,2\rangle$ nach $|1,1\rangle$ durchgeführt. Dazu wird die Leistung des MW-Verstär-

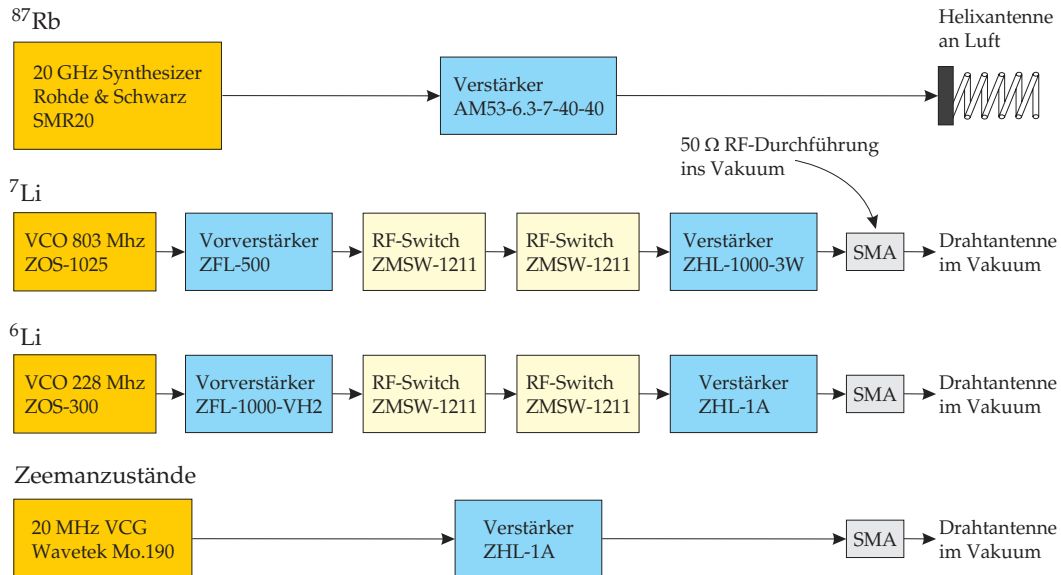


Abbildung 5.5: Frequenzquellen und Verstärker für die Spinpräparation in der Dipolfalle: Jede Atomspezies benötigt entsprechend der jeweiligen Hyperfeinaufspaltung eine eigene Quelle. Die Frequenzen werden im Fall von ^{87}Rb von einem Synthesizer, für ^6Li und ^7Li von VCOs bereitgestellt. Um auch noch Einfluss auf die m_F -Unterzustände nehmen zu können, steht eine durchstimmbare 20 MHz Quelle zur Verfügung. Nähere Erläuterungen im Text.

kers auf 10 W Maximalleistung hochgestellt, um eine starke Kopplung der Zustände zu ermöglichen. Die Mikrowelle wird dann in 4 ms in einem Bereich von 3 MHz Breite über die Resonanz $|2,2\rangle \rightarrow |1,1\rangle$ gefahren. Die Kontrolle dieses Transfers kann einfach mit Hilfe der normalen Absorptionsabbildung durchgeführt werden. Diese ist auf den zyklischen Übergang $F = 2 \rightarrow F' = 3$ eingestellt und kann daher Atome im $F = 1$ Hyperfeinzustand gar nicht abbilden. Sämtliche Atome, die nach vollendetem Transfer noch dargestellt werden, sind folglich im unerwünschten Zustand $|2,2\rangle$. Nach Optimierung des Rampenbereichs und der Rampendauer erreichen wir typischerweise Effizienzen von mehr als 95 %, so dass immer noch ca. $1 \cdot 2 \cdot 10^5$ Rubidiumatome im Zustand $|2,2\rangle$ verbleiben. Diese sind immer noch unerwünscht, da sie zu inelastischen Stößen mit dem $^{6/7}\text{Li}$ führen können. Deshalb wird 1 ms nach der Mikrowellenrampe ein 1 ms andauernder resonanter Laserpuls mit dem Abbildungslicht eingestrahlt, der die verbleibenden ^{87}Rb $|2,2\rangle$ bis unter die Nachweisgrenze entfernt. Wenn man nun die ^{87}Rb $|1,1\rangle$ nachweisen möchte, kann man zwei Verfahren anwenden. Beim ersten macht man eine zweite Mikrowellenrampe, die die Atome wieder auf gleiche Weise kohärent in den $|2,2\rangle$ Zustand überführt, wo sie mit dem normalen Abbildungslicht nachweisbar sind. Alternativ kann man einen zweiten Laser einstrahlen, dessen Frequenz resonant mit dem Rückpumpübergang $F = 1 \rightarrow F' = 2$ ist und der nicht auf die Kamera fällt. Durch diesen Laser werden die Atome innerhalb weniger optischer Zyklen in den abbildbaren Zustand $F = 2$ umgepumpt. In diesem Experiment

wird das zweite Verfahren verwendet, indem der Rückpumpstrahl den Abbildungsstrahl in einem Winkel von etwa 20° am Ort der Atome kreuzt. Auf diese Weise kann man, abhängig davon, ob man den Rückpumper mit einstrahlt oder nicht, beide Hyperfeinzustände oder nur den $F = 2$ Zustand abbilden. Durch Expansion des ^{87}Rb in einem magnetischen Gradientenfeld kann man darüberhinaus nachprüfen, ob auch tatsächlich der erwünschte m_F -Zustand besetzt wird. Hierzu wird $50\ \mu\text{s}$ nach Ausschalten der Dipolfalle die untere Fallenspule in $100\ \mu\text{s}$ auf $5\ \text{A}$ gefahren. Dann herrscht im Bereich der Atome ein vertikaler Gradient von $dB/dz = 167\ \text{G/cm}$, der die unterschiedlichen m_F -Komponenten aufgrund ihrer verschiedenen magnetischen Momente entlang der Vertikalen unterschiedlich stark beschleunigt. Man kann die Beschleunigungszeit durch den Feldgradienten und die feldfreie Fallzeit so aufeinander abstimmen, dass die verschiedenen m_F -Zustände zum Zeitpunkt der Abbildung räumlich getrennt sind. Dies wurde auch schon für die Magnetfeld-eichung in Abschnitt 4.3.2 verwendet, um die Populationen von ^{87}Rb $|1,1\rangle$ und $|1,0\rangle$ zu bestimmen.

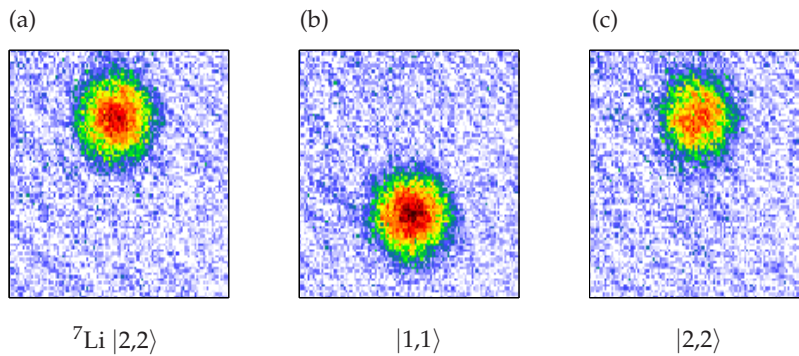


Abbildung 5.6: Spinpräparation in den absoluten Grundzustand am Beispiel des ^7Li . (a) Der Zustand $|2,2\rangle$ nach $600\ \mu\text{s}$ freier Fallzeit. Ein für $300\ \mu\text{s}$ wirkender Gradient von $167\ \text{G/cm}$ verschiebt die Atome nach oben relativ zu ihrer Position ohne Feld. (b) Nach Durchführung eines Landau-Zener Transfers mit Frequenzhub $\Delta_{\text{RF}}=4,1\ \text{MHz}$ in $1\ \text{ms}$ befinden sich $\sim 100\ \%$ der Atome im Zustand $|1,1\rangle$, der durch das Gradientenfeld nach unten verschoben wird. (c) Führt man anschließend erneut exakt denselben Transfer durch, so werden die Atome wieder vollständig in den Zustand $|2,2\rangle$ zurückgeführt. Dies ist unabhängig von der Richtung der zweiten Rampe (siehe auch Abschnitt 2.4). Jeder Ausschnitt hat eine Größe von $585\ \mu\text{m} \times 680\ \mu\text{m}$.

Nur $2\ \text{ms}$ nach vollendetem ^{87}Rb -Transfer und optischem Entfernen von $^{87}\text{Rb}|2,2\rangle$ wird der Landau-Zener Transfer des ^6Li bzw. ^7Li , je nach untersuchter Mischung, durchgeführt. Dazu wird die entsprechende Radiofrequenzquelle innerhalb von $3\ \text{ms}$ über einen Bereich von $3,2\ \text{MHz}$ (^6Li) bzw. innerhalb von $1\ \text{ms}$ über $4,1\ \text{MHz}$ (^7Li) gerampt. Um hier die Effizienz des Transfers zu beurteilen, muss ebenfalls eine Stern-Gerlach Aufspaltung mit einem Gradientenfeld gemacht werden, da für die Absorptionsabbildung ein Rückpumpplaser eingestrahlt wird, so dass immer beide Hyperfeingrundzustände abgebildet werden. Für Lithium steht wegen der kleineren Masse und damit verbundenen höheren Teilchengeschwindigkeit eine deutlich geringere Flugzeit zur Verfügung. Das Gradientenfeld wird daher $50\ \mu\text{s}$ nach Ausschalten der Magnetfalle innerhalb von $100\ \mu\text{s}$ auf $dB/dz = 167\ \text{G/cm}$

(5 A) gefahren, dort $300\ \mu\text{s}$ gehalten und dann wieder innerhalb von $100\ \mu\text{s}$ ausgeschaltet, so dass zum Abbildungszeitpunkt nach $600\ \mu\text{s}$ Fallzeit kein Feld mehr anliegt. Als Beispiel hierfür sind in Abbildung 5.6 die Stern-Gerlach Bilder für bosonisches Lithium gezeigt. Der Zustand $|2,2\rangle$ hat einen positiven Vorfaktor $g_F m_F$ und wird durch das Gradientenfeld nach oben verschoben (Abb. 5.6a). Der Zustand $|1,1\rangle$ hingegen hat einen negativen und betragsmäßig kleineren Vorfaktor $g_F m_F$. Dadurch ist die Ablenkung nur halb so groß und in die entgegengesetzte Richtung (Abb. 5.6b). Führt man den Transfer nach Präparation von $|1,1\rangle$ erneut durch, so werden alle Atome wieder in den ursprünglichen Zustand $|2,2\rangle$ überführt (Abb. 5.6c).

5.2.2 Präparation von $^{87}\text{Rb } |1,0\rangle$ - $^6\text{Li } |1/2,1/2\rangle$

Zur Untersuchung des Kanals $^{87}\text{Rb } |1,0\rangle$ - $^6\text{Li } |1/2,1/2\rangle$ muss in dem Rubidium ein zweiter RF-Übergang induziert werden, denn aus $|2,2\rangle$ kommend kann man $|1,0\rangle$ nicht in einem Schritt besetzen. Deshalb findet die Präparation in zwei Schritten statt. Zuerst werden, wie im vorangegangenen Abschnitt erläutert, ^{87}Rb und ^6Li in die Grundzustände $|1,1\rangle$ bzw. $|1/2,1/2\rangle$ gebracht. Dann findet die selektive Kopplung von $|1,1\rangle$ und $|1,0\rangle$ mit einer weiteren Radiofrequenzquelle statt. Allerdings würde man bei dem geringen Offsetfeld von 4 G nicht nur diese Kopplung, sondern auch die Kopplungen $^{87}\text{Rb } |1,0\rangle \rightarrow |1,-1\rangle$ sowie $^6\text{Li } |1/2,1/2\rangle \rightarrow |1/2,-1/2\rangle$ durchführen. Um dies zu verhindern, muss man sich mit einem deutlich höheren Offsetfeld in den Übergangsbereich zwischen LS - und jj -Kopplung bewegen. Da die beteiligten Zustände allesamt $^2S_{1/2}$ -Zustände sind, kann man zur Berechnung der Magnetfeldabhängigkeit die Breit-Rabi Formel verwenden [MK97]. Für ^6Li beginnt der Übergangsbereich schon bei recht kleinen Feldern. Wegen der großen Hyperfeinenergie des ^{87}Rb benötigt man hier jedoch recht hohe Felder (Abb. 5.7a). Für $B > 180\text{ G}$ ist die selektive Anregung von $|1,1\rangle \rightarrow |1,0\rangle$ machbar. Im Experiment wird nach Präparation des $|1,1\rangle$ dann innerhalb von etwa 3 ms auf $B = 200\text{ G}$ gefahren. Die Rampe findet dann bei einer Frequenz von $f_{\text{RF}} \approx 138\text{ MHz}$ mit einem Hub von $\Delta_{\text{RF}} = 1,2\text{ MHz}$ in 2 ms statt. Eine Effizienz zwischen 90 %-100 % konnte erreicht werden (Abb. 5.7(b/c)).

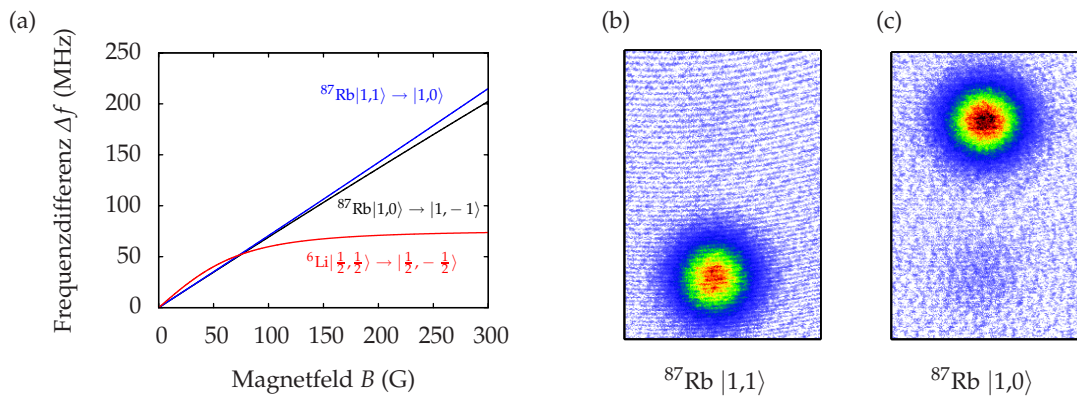


Abbildung 5.7: Selektive Anregung nur einzelner Zeemanübergänge durch Radiofrequenzeinstrahlung bei hohem Magnetfeld. (a) Mit der Breit-Rabi-Formel kann man die Energien der Zeemanzustände exakt berechnen. Für genügend hohe Magnetfelder sind einzelne Übergänge selektiv anwählbar. Zwar ist ^6Li für Felder größer als 100 G selektiv ansprechbar, aber die Hyperfeinkopplung des ^{87}Rb ist so stark, dass die einzelnen ^{87}Rb -Zeemanübergänge erst ab etwa 180 G anwählbar sind. (b) Nach dem Hyperfeintransfer liegt ^{87}Rb im Zustand $|1,1\rangle$ vor. Dies kann mit einem magnetischen Gradientenfeld nachgewiesen werden. (c) Nach der 2 ms RF-Rampe mit $B_0 = 200\text{ G}$, $f_{\text{RF}} \approx 138\text{ MHz}$, $\Delta_{\text{RF}} = 1,2\text{ MHz}$ sind fast alle Atome im Zustand $|1,0\rangle$. Die Größe der Bildausschnitte beträgt jeweils $2,11\text{ mm} \times 1,36\text{ mm}$.

5.2.3 Präparation von $^{87}\text{Rb} |1,1\rangle$ - $^7\text{Li} |1,0\rangle$

Auch im ^7Li kann man die selektive Anregung des Zustandes $|1,0\rangle$ erreichen. Hierzu muss das magnetische Offsetfeld nicht ganz so hoch gefahren werden wie für ^{87}Rb , da die Hyperfeinaufspaltung kleiner ist als bei ^{87}Rb . Für Magnetfelder ab etwa 100 G ist der Zustand $|1,0\rangle$ anwählbar. Dies ist in Abb. 5.8a dargestellt. Der ^7Li -Übergang $|1,0\rangle \rightarrow |1, -1\rangle$ bleibt für Felder $B < 200$ G nicht getrennt ansprechbar von den entsprechenden ^{87}Rb -Resonanzen.

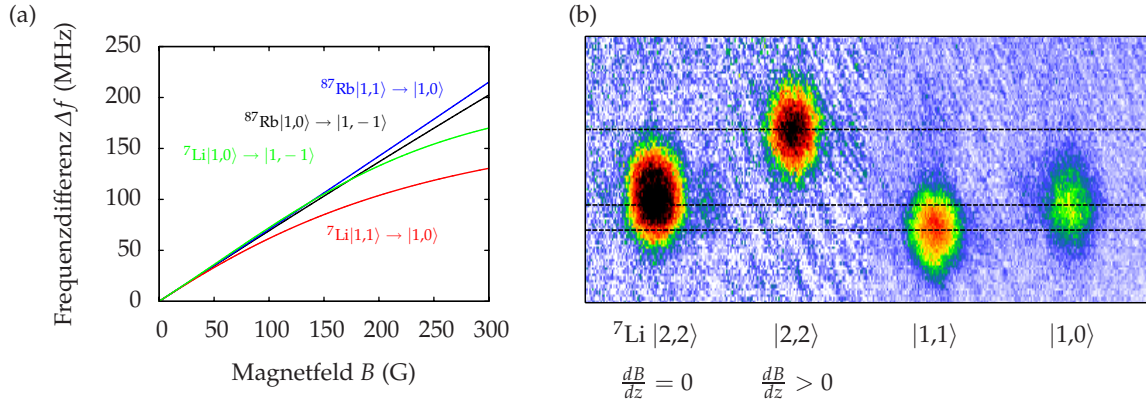


Abbildung 5.8: Selektive Anregung nur einzelner ^7Li -Zeemanübergänge durch Radiofrequenzeinstrahlung bei hohem Magnetfeld. (a) Der Übergang $^7\text{Li} |1,1\rangle \rightarrow |1,0\rangle$ ist für Felder größer als 100 G selektiv ansprechbar. (b) Die Zustände des ^7Li in verschiedenen Phasen der Präparation am gewählten Arbeitspunkt von 134 G. Ganz links ist der Anfangszustand nach 600 μs Fallzeit ohne Gradient dargestellt. Zuschaltung des Gradienten verschiebt die Atome nach oben (2. von links). Nach Hyperfeintransfer sind die Atome im Zustand $|1,1\rangle$ (2. von rechts). Der RF-Transfer bei 134 G mit $f_{\text{RF}}=78$ MHz, $\Delta = 6$ MHz und 6 ms Dauer transferiert die Atome in den in erster Ordnung magnetfeldunabhängigen Zustand $|1,0\rangle$. Die vertikale Positionsabweichung der Atome im Zustand $|1,0\rangle$ im Vergleich zum denen im Zustand $|2,2\rangle$ ohne Gradientenfeld liegt an leichten Gradienten, die die magnetfeldsensitiven Atome im Zustand $|2,2\rangle$ während des Ausschaltens des Offsetfeldes erfahren.

Im Experiment wurde hierfür ein Arbeitspunkt von 134 G gewählt. Zuerst wurde bei $B_0 = 4$ G der Hyperfeinübergang $|2,2\rangle \rightarrow |1,1\rangle$ mit $f = 803$ MHz und $\Delta_{\text{RF}} = 4,1$ MHz innerhalb von 3 ms durchgeführt. Dann wurde das Offsetfeld in etwa 2 ms auf $B = 134$ G gefahren und der Transfer $|1,1\rangle \rightarrow |1,0\rangle$ durchgeführt. Die hierfür notwendige Frequenz ist $f = 78$ MHz wobei mit einem Frequenzhub von $\Delta_{\text{RF}}=6$ MHz und einer Rampendauer von 4 ms gearbeitet wurde. Die Effizienz für jeden dieser Übergänge kann man mit mehr als 95 % (verglichen mit verbliebenen, nicht transferierten Atomen) angegeben werden, jedoch ist die Lebensdauer des $|1,0\rangle$ Zustandes durch inelastische Stöße mit dem $^{87}\text{Rb} |1,1\rangle$ so gering, dass schon während der 20 ms Speicherzeit nach dem zweiten Transfer sehr viele Atome verloren gehen, weswegen in diesem Kanal keine Feshbachsuche möglich war.

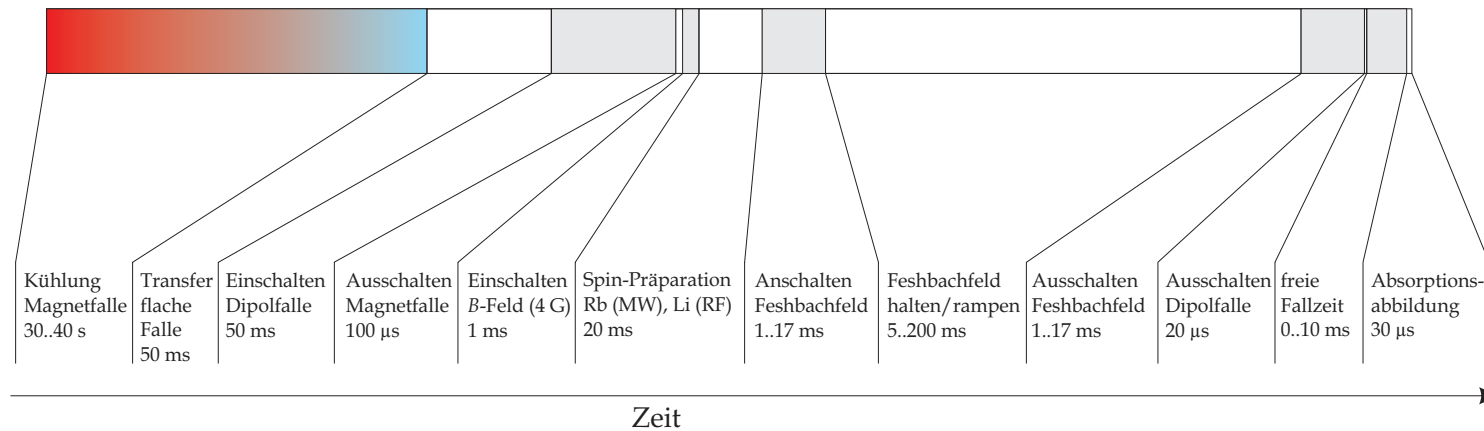


Abbildung 5.9: Schematische Darstellung des zeitlichen Ablaufs zum Umladen in die Dipolfalle, der Präparation der Spinzustände und der Suche nach Feshbachresonanzen. Zuerst wird ein kaltes Gemisch aus Li und Rb erzeugt; das Verfahren hierzu ist in Abbildung 3.6 dargestellt. Anschließend wird die Ioffefallengeometrie in 50 ms in die Mitte der Fallenspulen gefahren. Innerhalb von 50 ms wird dann die Dipolfalle linear hochgerampft. Sobald volle Dipolfallenleistung erreicht ist, wird die Magnetfalle plötzlich ausgeschaltet (100 µs). Ein Präparationsmagnetfeld von $B \approx 4$ G wird angelegt und dann innerhalb von 20 ms die gewünschten Spinzustände des Rb und Li durch Landau-Zener Transfers bevölkert. Nach Umschaltung auf die Feshbachstromquelle wird diese mit konstanter Geschwindigkeit auf den gewünschten Magnetfeldwert hochgerampft (1..17 ms). Dann folgt eine langsame Rampe über einen begrenzten Magnetfeldbereich zur Feshbachsuche oder eine Haltezeit bei konstantem Magnetfeld zur Auflösung von Resonanzen. Anschließend wird das Magnetfeld wieder mit konstanter Geschwindigkeit auf Null gefahren. Nach schnellem Ausschalten der Dipolfalle in 20 µs folgt nach einer variablen, für Li und Rb unterschiedlichen freien Fallzeit die Absorptionsabbildung. Nach Durchführung des Experiments folgt eine Wartezeit, so dass die Gesamtdauer eines experimentellen Zyklus konstant etwa 70 s beträgt.

5.3 Feshbachresonanzen ^{87}Rb

Um zu sehen, ob das System in der Lage ist, schmale Feshbachresonanzen aufzulösen, wurde es mit einer reinen ^{87}Rb -Wolke getestet. Dazu wurden Rubidiumatome bis etwa $T \approx 10 \mu\text{K}$ gekühlt, in die flache Fallengeometrie verfahren und in die gekreuzte Dipolfalle umgeladen. In den nachfolgenden 300 ms Gesamtspeicherzeit in der Dipolfalle wurde zuerst der Zustand $|1,1\rangle$ präpariert (Abschnitt 5.2.1). Anschließend wurde das homogene Feld mit der Agilentstromquelle eingeschaltet und das Magnetfeld innerhalb von 200 ms über Bereiche von 1,3 G Breite gerampt. Auf diese Weise identifiziert man interessante Magnetfeldbereiche, in denen Feshbachresonanzen zu plötzlichen Atomzahlverlusten führen.

Im Bereich dieser Resonanzpunkte wurden dann die Verlustkurven in Abbildung 5.10 aufgenommen, indem das Magnetfeld 200 ms lang konstant bei einem Magnetfeldwert gehalten wurde. Jeder Datenpunkt wurde dreimal gemittelt und jede Resonanz anschließend mit einer Lorentzkurve angefitet. Daraus erhält man die Resonanzposition sowie eine Resonanzbreite, die mit der Theorie verglichen werden kann. Die so erhaltenen Werte sind in Tabelle 5.3 aufgelistet und mit experimentellen Werten aus [Mar02] sowie darin enthaltenen Theoriewerten verglichen. Insbesondere die Resonanz bei 911 G erlaubt es, das apparative Auflösungsvermögen zu bestimmen. Wir lösen die Resonanz mit etwa 150 mG auf, die Gruppe um G. Rempé [Mar02] gibt eine Auflösung von etwa 25 mG an, während die theoretische Resonanzbreite nur etwas mehr als 1 mG beträgt. Unsere Kurve ist damit eindeutig durch Restrauschen der Stromquellenstabilisierung begrenzt. Ein weiterer Verbreiterungsmechanismus basiert auf thermischer Verbreiterung, der durch Verwendung eines vergleichsweise heißen Gases auch zu breiteren Linien als in [Mar02] führt. Dort wurde bei $2 \mu\text{K}$ gearbeitet verglichen mit etwa $10 \mu\text{K}$ in unserem Fall.

$B_{0,\text{Tü}}$ (G)	$B_{0,\text{exp}}$ (G)	$B_{0,\text{theo}}$ (G)	$\Gamma_{\text{Tü}}$ (G)	Γ_{theo} (G)	$v, l(S,I) F, m_F$
684,90	685,43	685,5	0,33	0,017	$-4, s(1,3) - ,2$
911,77	911,74	911,7	0,15	0,0013	$-5, s(1,3) 4,2$
1007,59	1007,34	1008,5	0,79	0,17	$-5, s(1,1) 2,2$

Tabelle 5.3: Vergleich der von uns vermessenen Feshbachresonanzen des ^{87}Rb im Eingangskanal $|F, m_F\rangle = |1,1\rangle$ (mit Tü markiert) mit experimentellen Werten und theoretisch berechneten Werten aus [Mar02]. Die größte Abweichung zu experimentellen Beobachtungen beträgt 0,47 G für die Resonanz bei 685 G, die größte Abweichung zur Theorie beträgt für die breiteste Resonanz bei 1007 G etwa 0,9 G, allerdings stimmt dort der experimentelle Wert sehr gut überein. Die Zuordnung aus [Mar02] ist in der letzten Spalte angegeben.

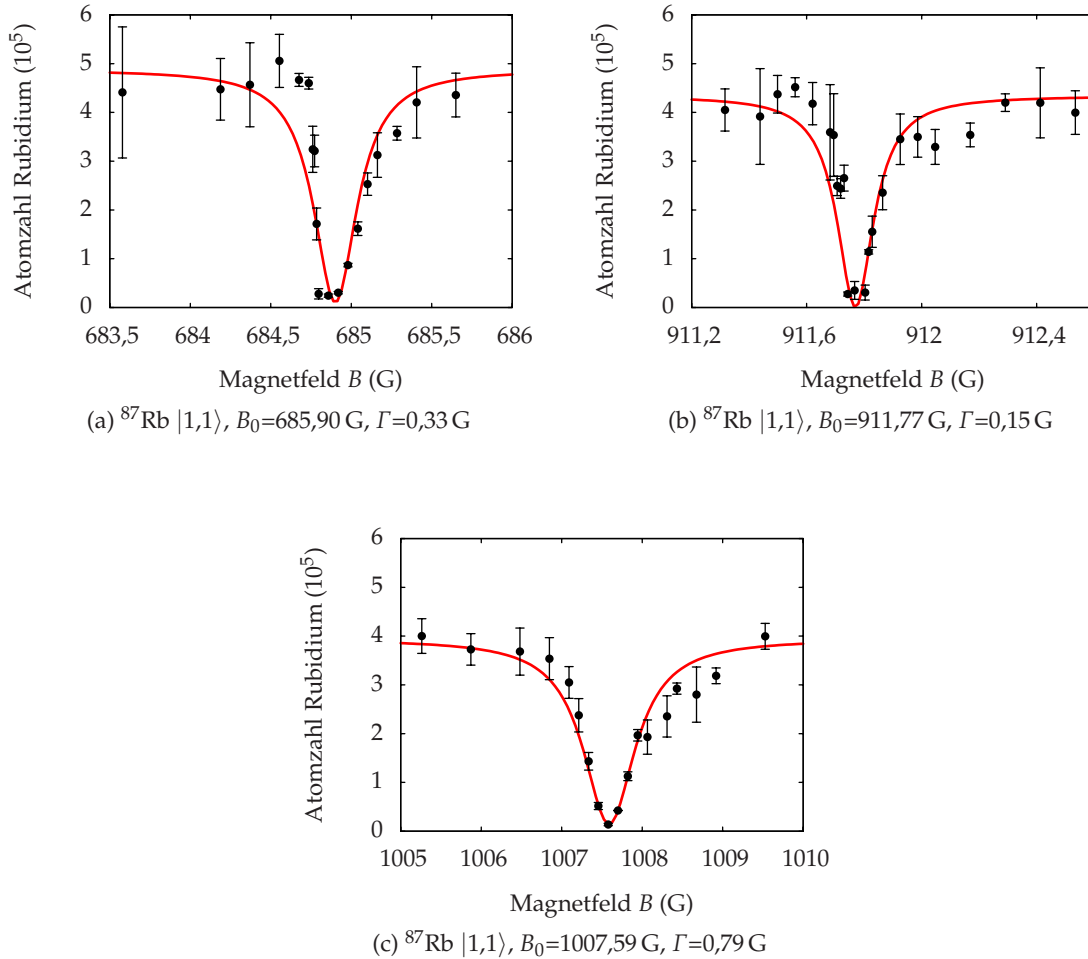


Abbildung 5.10: Feshbachresonanzen in thermischem ^{87}Rb im Zustand $|F, m_F\rangle = |1,1\rangle$. Die aufgetragenen Datenpunkte sind Mittelwerte und Standardabweichungen aus drei Einzelmessungen. Lorentzkurven (rot) wurden angefitzt, um Resonanzpositionen und Breiten zu erhalten. Die Ergebnisse werden in Tabelle 5.3 mit anderen gemessenen sowie theoretischen Werten verglichen. (c) Die breiteste ^{87}Rb -Resonanz bei 1007,59 G wird in Experimenten zur Erzeugung von $^{87}\text{Rb}_2$ -Dimeren verwendet (z.B. [Dür04]).

5.4 Feshbachresonanzen ${}^6\text{Li}$ - ${}^{87}\text{Rb}$

5.4.1 Kanal ${}^6\text{Li} |1/2, 1/2\rangle$ - ${}^{87}\text{Rb} |1, 1\rangle$

Das Gemisch ${}^6\text{Li} |3/2, 3/2\rangle$ - ${}^{87}\text{Rb} |2, 2\rangle$ wurde in der Standardmagnetfalle zu einer gemeinsamen Temperatur von ca. $4\ \mu\text{K}$ gekühlt, dann in die flache Fallengeometrie überführt und in die Dipolfalle bei voller Fallentiefe ($P_{\text{CDT}} = 7,4\ \text{W}$) umgeladen. In der Dipolfalle hat die Mischung Temperaturen von $7\ \mu\text{K}$ (${}^{87}\text{Rb}$) und $5\ \mu\text{K}$ (${}^6\text{Li}$). Diese Temperaturdifferenz beruht auf der permanenten Evaporation des ${}^6\text{Li}$ im flacheren optischen Potenzial. Dann wurden die absoluten Grundzustände ${}^6\text{Li} |1/2, 1/2\rangle$ und ${}^{87}\text{Rb} |1, 1\rangle$ nach dem in Abschnitt 5.2.1 erläuterten Verfahren präpariert. Anschließend wurde das homogene Offsetfeld angeschaltet und über eine Dauer von 200 ms in Intervallen von 3 G gefahren (15 G/s). Auch hier identifiziert man so Bereiche mit starken Atomzahlverlusten. Die Rubidiumatomzahl ist bei diesen Messungen etwa zwanzigmal größer als die Lithiumatomzahl, weswegen man heteronukleare Resonanzen nur in der Atomzahl des Lithium feststellen kann. Der Einfluss auf die Rubidiumatomzahl ist kleiner als die Schuss-zu-Schuss Fluktuationen und damit nicht nachweisbar. Auf diese Weise wurden drei interessante Magnetfeldbereiche isoliert, die anschließend mit weiteren Messungen gezielt höher aufgelöst wurden. Hierzu mussten die Verweilzeiten auf den drei Resonanzen angepasst werden, da die Verlustkurven sehr unterschiedliche Sättigungszeiten haben. Die Verweilzeit wurde so angepasst, dass es möglichst genau auf der Resonanz zur Sättigung kommt. Zwei der drei Verlustresonanzen sind offensichtlich durch Rubidium induziert. Dies wird aus den Abbildungen 5.11(a) und 5.11(b) deutlich. Hier sind die Lithiumatomzahlen für die feinauflösenden Messungen dargestellt. Die vollen Punkte stellen die Atomzahl in Anwesenheit von ${}^{87}\text{Rb} |1, 1\rangle$ in der Dipolfalle dar, die offenen Punkte die Lithiumatomzahl in Abwesenheit von ${}^{87}\text{Rb} |1, 1\rangle$. Die Resonanzen treten sehr klar hervor. Zur Bestimmung von Resonanzposition und Resonanzbreite wurden Lorentzkurven an die Messdaten angefitet; die erhaltenen Werte sind in Abbildung 5.11 angegeben. Die Resonanz bei 1067 G ist mit 10,6 G recht breit und eignet sich damit in zukünftigen Experimenten zum genauen Einstellen der Interspeziesstrecklänge. Im untersuchten Magnetfeldbereich von 12 G bis 1200 G wurden außer diesen zwei Resonanzen noch eine weitere Resonanz bei deutlich niedrigerem Feld von nur 158,5 G gefunden. Diese ist jedoch keine heteronukleare Resonanz, sondern eine homonukleare p -Wellenresonanz des ${}^6\text{Li} |1/2, 1/2\rangle$ [Zha04, Sch05] (siehe Abschnitt 5.4.2).

Die sehr unterschiedliche Dreikörperverlustdynamik wird besonders deutlich in Messungen, in denen das Magnetfeld genau auf Resonanz eingestellt und die Speicherzeit variiert wurde. Diese Messungen sind in Abbildung 5.12 zusammengefasst. Zum Vergleich wurde auch bei einem kleinen Magnetfeld von etwa 4 G und damit fern der Resonanzen gemessen. Die einfachsten Verlustprozesse sind auch hier inelastische Dreikörperstöße. Für das heteronukleare Gemisch gibt es dafür nur zwei Möglichkeiten: einerseits Stöße von zwei ${}^6\text{Li}$ -Atomen mit einem ${}^{87}\text{Rb}$ -Atom und andererseits von einem ${}^6\text{Li}$ -Atom mit zwei ${}^{87}\text{Rb}$ -Atomen. Diese Verluste sind sehr stark dichteabhängig und können in einem Ratenmodell für die ${}^6\text{Li}$ -Atomzahl beschrieben werden,

$$\dot{N}_6 = -K_{6,6,87} \int n_6^2(x) n_{87}(x) d^3x - K_{6,87,87} \int n_6(x) n_{87}^2(x) d^3x. \quad (5.8)$$

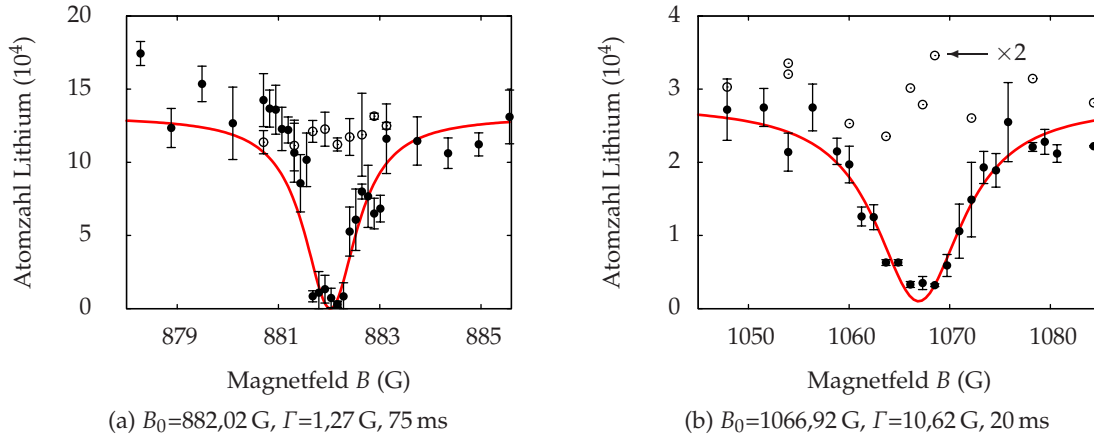


Abbildung 5.11: Feshbachresonanzen der Fermi-Bose-Mischung im energetisch niedrigsten Kanal. Die Punkte (\bullet) sind Mittelwerte aus je drei Einzelmessungen mit Rubidium in der Falle, die Kreise (\circ) entsprechen für (a) Mittelwerten und für (b) Einzelmessungen ohne Rubidium in der Falle. Im Fall von (b) ist die Atomzahl ohne Rubidium geteilt durch zwei aufgetragen, damit sie in dieser Skalierung zu sehen ist. Die Fehlerbalken geben die statistischen Schwankungen der Einzelergebnisse wieder. Die roten durchgezogenen Linien sind Fitkurven mit Lorentzfunktionen zur Bestimmung der Resonanzpositionen und Breiten.

Hierbei ist $n_6(\mathbf{x})$ die ${}^6\text{Li}$ -Dichte, $n_{87}(\mathbf{x})$ die ${}^{87}\text{Rb}$ -Dichte, $K_{6,6,87}$ der Verlustkoeffizient für ${}^6\text{Li}$ - ${}^6\text{Li}$ - ${}^{87}\text{Rb}$ Stöße und $K_{6,87,87}$ derjenige für ${}^6\text{Li}$ - ${}^{87}\text{Rb}$ - ${}^{87}\text{Rb}$ Stöße. Aufgrund der zwanzigmal größeren ${}^{87}\text{Rb}$ -Atomzahl und der durch Fermistatistik unterdrückten s -Wellenstreuung der spinpolarisierten ${}^6\text{Li}$ -Atome ist es gerechtfertigt anzunehmen, dass ${}^6\text{Li}$ - ${}^6\text{Li}$ - ${}^{87}\text{Rb}$ Stöße keinen nennenswerten Einfluss auf die ${}^6\text{Li}$ -Atomzahl haben. Die Verlustkurve wird daher durch ${}^6\text{Li}$ - ${}^{87}\text{Rb}$ - ${}^{87}\text{Rb}$ Stöße dominiert, wodurch sich Gleichung 5.8 vereinfacht zu

$$\dot{N}_6 = -K_{6,87,87} \int n_6(\mathbf{x}) n_{87}^2(\mathbf{x}) d^3x. \quad (5.9)$$

In Abbildung 5.12 sind die Lebensdauerkurven für die zwei resonanten Fälle sowie den nichtresonanten Fall bei 4 G aufgetragen. Die roten Linien sind Fits auf Basis von numerischen Lösungen zu Gleichung 5.9. Hier gehen Atomzahlen und Fallenfrequenzen ein und müssen daher ausreichend genau bestimmt werden. Der Verlustkoeffizient $K_{6,87,87}$ wurde solange variiert, bis die quadratische Abweichung der numerischen Lösung von den Messwerten minimal wurde. Die ermittelten Dreikörperstoßkoeffizienten sind in Tabelle 5.4 zusammengestellt.

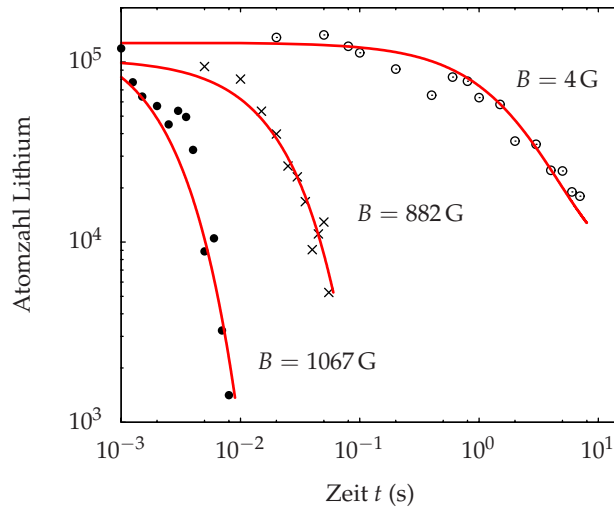


Abbildung 5.12: Bestimmung von Verlustkurven auf und neben den gefundenen heteronuklearen Feshbachresonanzen. Der Verlustkoeffizient variiert um mehrere Größenordnungen, wenn man sich mit dem Magnetfeld über die jeweilige Resonanz bewegt. Eine Zuordnung des Verlustkanals ist aus Überlegungen des jeweils relevanten inelastischen Kollisionskanals möglich.

B (G)	$K_{6,87,87}$ (10^{-26} cm ⁶ /s)
4	(6 .. 52) · 10 ⁻³
882,02	1,1 .. 6,1
1067,62	7,9 .. 67

Tabelle 5.4: Nichtresonante und resonante Dreikörperverlustkoeffizienten $K_{6,87,87}$ im Fermi-Bose-System ${}^6\text{Li}\text{-}{}^{87}\text{Rb}$. Der Verlustkoeffizient variiert auf der Resonanz über mehrere Größenordnungen verglichen mit dem nichtresonanten Fall. Die jeweils angegebenen Intervalle geben den Bereich der mit dem Modell unter Variation aller unsicheren Größen ermittelten Verlustkoeffizienten an. Dadurch wird eine Abschätzung im Form eines Größtfehlers gegeben. Als Unsicherheiten gehen hier die Ungenauigkeiten in der Bestimmung der ${}^6\text{Li}$ -Atomzahl und sowie der Fallenfrequenzen der optischen Dipolfalle ein.

5.4.2 ${}^6\text{Li} |1/2, 1/2\rangle$ p -Wellen Resonanz

Die homonukleare Li-Resonanz konnte sowohl in Anwesenheit als auch in Abwesenheit von ${}^{87}\text{Rb} |1,1\rangle$ nachgewiesen werden. Dies ist in Abbildung 5.13 dargestellt. Sie wurde erstmals in der Gruppe von C. Salomon [Zha04] und später in der Gruppe von W. Ketterle beobachtet [Sch05]. Für die Daten in Abbildung 5.13 wurden die Atome 200 ms bei dem angegebenen Feld gehalten. In Abwesenheit von ${}^{87}\text{Rb}$ (Abb. 5.13(a)) ist die Verlustkurve auf inelastische Dreikörperstöße des Lithiums mit sich selbst zurückzuführen. Die Verlustkurve ohne ${}^{87}\text{Rb}$ erlaubt keine gute Bestimmung der Resonanzkurve in Form einer Lorentzkurve. In Anwesenheit von ${}^{87}\text{Rb}$ (Abb. 5.13(b)) tritt die Resonanz bei gleicher Speicherzeit deutlicher hervor, was durch einen zusätzlichen inelastischen Verlustkanal von zwei ${}^6\text{Li}$ -Atomen mit einem ${}^{87}\text{Rb}$ -Atom zurückzuführen ist. Dessen Rate ist in erster Näherung abhängig von der ${}^6\text{Li}$ - ${}^6\text{Li}$ -Zweikörperstreurate, die über die p -Wellen Resonanz durchgestimmt wird, und der davon in diesem Magnetfeldbereich unbeeinflussten Hintergrundstreurate von ${}^{87}\text{Rb}$ mit ${}^6\text{Li}$ in diesem Kanal.

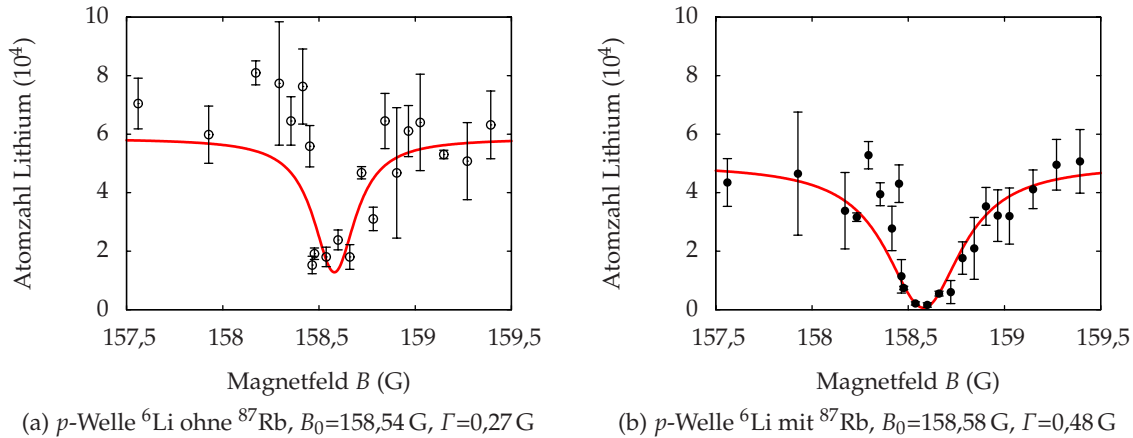


Abbildung 5.13: p -Wellen Feshbachresonanz des ${}^6\text{Li}$ ohne (○) und mit (●) ${}^{87}\text{Rb}$. Jeder Datenpunkt wurde dreimal gemittelt. Der jeweilige Magnetfeldwert wurde 200 ms lang gehalten. (a) In reinem ${}^6\text{Li}$ ist die Resonanz nachweisbar, womit der homonukleare Charakter eindeutig gezeigt ist. Allerdings erlaubt die Qualität der Daten keine gute Bestimmung der Resonanzkurve. (b) Die Anwesenheit des Rubidium öffnet einen weiteren inelastischen Verlustkanal durch Dreikörperstöße. Dadurch ist die Resonanz bei gleicher Speicherzeit stärker ausgeprägt und damit leichter detektierbar. Man kann dies als eine Art katalytischer Verstärkung des Verlustsignals ansehen. Verglichen mit den Messungen aus [Zha04] und [Sch05] liegen die Resonanzen bei uns bei um 1,5 G bzw. 1,0 G niedrigeren Feldern.

Die zeitliche Entwicklung der ${}^6\text{Li}$ -Atomzahlen kann durch das folgende Ratenmodell beschrieben werden:

$$\dot{N}_6 = -K_{6,6,6} \int n_6^3(\mathbf{x}) d^3x - K_{6,6,87} \int n_6^2(\mathbf{x}) n_{87}(\mathbf{x}) d^3x. \quad (5.10)$$

Hierbei ist $K_{6,6,6}$ der von der p -Wellenstrelänge abhängende Dreikörperverlustkoeffizient für reine ${}^6\text{Li}$ Stöße. $K_{6,6,87}$ beschreibt den Dreikörperverlust aufgrund von zwei ${}^6\text{Li}$ -Atomen mit einem ${}^{87}\text{Rb}$ -Atom. Man kann die resonanten Koeffizienten unabhängig voneinander bestimmen. Hierzu macht man zuerst eine Messung auf der Resonanz ohne ${}^{87}\text{Rb}$. Die Speichercurve, dargestellt in Abb. 5.14, ist dann nur von $K_{6,6,6}$ abhängig. Mit einer zweiten Messung mit ${}^{87}\text{Rb}$ misst man dann $K_{6,6,87}$, indem man den zuvor bestimmten Wert von $K_{6,6,6}$ mit in die Rechnung einfließen lässt. Die in Abb. 5.14 dargestellten roten Linien sind die numerischen Lösungen der Gleichung 5.10, die die Dynamik am besten beschreiben. Die zugehörigen Dreikörperverlustkoeffizienten sind in Tabelle 5.5 dargestellt. Man sieht, dass der heteronukleare Koeffizient zwar kleiner ist, aber aufgrund der höheren ${}^{87}\text{Rb}$ -Atomzahl ist der Einfluss dennoch deutlich messbar.

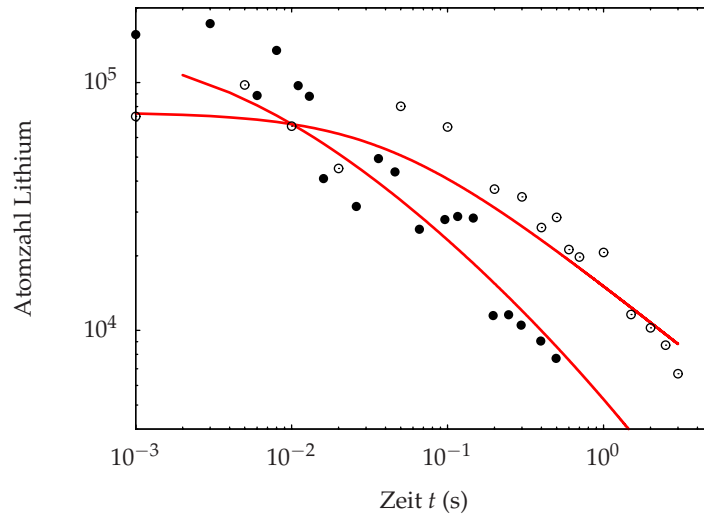


Abbildung 5.14: Dreikörperverluste auf der ${}^6\text{Li}$ p -Wellenresonanz. Im Gemisch ${}^6\text{Li}+{}^{87}\text{Rb}$ (\bullet) zerfällt ${}^6\text{Li}$ schneller als im reinen Zustand (\circ). Die roten durchgezogenen Linien sind Fits auf Basis der numerischen Lösungen von Gleichung 5.10.

$$K_{6,6,6} = (2,4 \dots 20) \cdot 10^{-24} \text{ cm}^6/\text{s}$$

$$K_{6,6,87} = (4,7 \dots 95) \cdot 10^{-26} \text{ cm}^6/\text{s}$$

Tabelle 5.5: Dreikörperverlustkoeffizienten auf der p -Wellenresonanz bei $B=158,5$ G. Mit reinem ${}^6\text{Li}$ kann man durch Auswertung von Gl. 5.10 $K_{6,6,6}$ bestimmen. Dieser Wert stimmt recht gut mit dem in [Zha04] angegebenen Wert von $K_{6,6,6} = (2 \dots 8) \cdot 10^{-24} \text{ cm}^6/\text{s}$ überein. $K_{6,6,87}$ ist bei bekanntem $K_{6,6,6}$ durch Auswertung der Verlustkurve im ${}^6\text{Li}$ - ${}^{87}\text{Rb}$ -Gemisch bestimmbar. Zwar ist dieser Wert sehr klein, aber der Effekt einer großen ${}^{87}\text{Rb}$ -Wolke ist messbar.

5.4.3 Weitere untersuchte Kanäle

${}^6\text{Li} |1/2, 1/2\rangle - {}^{87}\text{Rb} |1, 0\rangle$

Nach Präparation des Kanals ${}^6\text{Li} |1/2, 1/2\rangle - {}^{87}\text{Rb} |1, 0\rangle$ wurde der Magnetfeldbereich von 12 G bis 1200 G in 200 ms über Bereiche von 12 G gerammt ($dB/dt = 60 \text{ G/s}$). Die ${}^6\text{Li}$ -Atomzahlen dieser Suche sind in Abbildung 5.15 gezeigt. Man sieht einerseits die deutlichen Schwankungen von einem Experimentzyklus zum nächsten, aber es sind auch deutlich zwei Resonanzbereiche zu erkennen, die sich durch besonders kleine Atomzahlen bemerkbar machen. Die zugehörigen Intervalle sind 878..890 G und 1050..1084 G. Dies stimmt mit den im Kanal ${}^6\text{Li} |1/2, 1/2\rangle - {}^{87}\text{Rb} |1, 1\rangle$ ermittelten Resonanzpositionen überein, weshalb wir eine unzureichende Spinreinheit des Gemisches als Ursache angesehen haben. Dies ist auch in gewissem Maße der Fall, denn der ${}^{87}\text{Rb}$ Übergang $|1, 1\rangle \rightarrow |1, 0\rangle$ war nur mit etwa 85..90% Effizienz möglich. Die restlichen ${}^{87}\text{Rb} |1, 1\rangle$ könnten also die beobachteten Verluste verursachen.

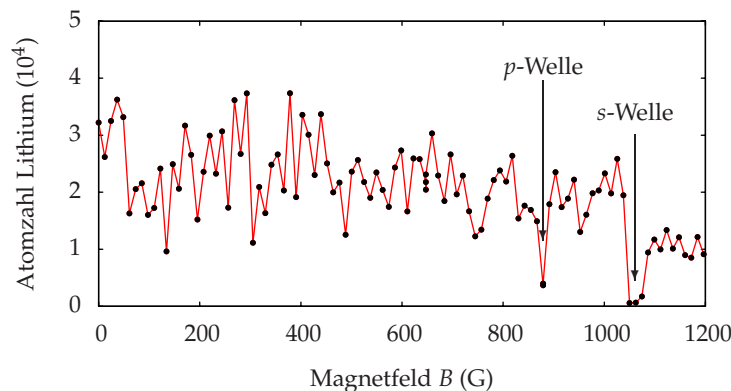


Abbildung 5.15: Feshbachsuche im Kanal ${}^6\text{Li} |1/2, 1/2\rangle - {}^{87}\text{Rb} |1, 0\rangle$. Die gefundenen Resonanzen in den Magnetfeldbereichen 877..890 G und 1049..1085 G wurden für unsaubere Spinmischung gehalten (residuelles ${}^{87}\text{Rb} |1, 1\rangle$), konnten aber durch theoretische Berechnungen als tatsächlich in dem Kanal auftretende Resonanzen identifiziert werden [Li08].

Allerdings weist nach theoretischen Berechnungen der Gruppe um K. Madison [Li08] (siehe auch Abschnitt 5.6.1) der untersuchte Kanal selbst bei ganz ähnlichen Magnetfeldwerten wie ${}^6\text{Li} |1/2,1/2\rangle$ - ${}^{87}\text{Rb} |1,1\rangle$ je eine p -Wellen und eine s -Wellenresonanz auf. Abhängig von den vorhandenen Dichten von ${}^{87}\text{Rb} |1,1\rangle$ bzw. ${}^{87}\text{Rb} |1,0\rangle$ kann demnach auch der interessierende Kanal diese Resonanzen verursacht haben. Weitergehende Messungen mit besserer Spinpolarisierung sind notwendig, um dies zu entscheiden. Unsere Messungen sind aus momentaner Sicht jedenfalls nicht im Widerspruch zu den Rechnungen in [Li08].

${}^6\text{Li} |1/2,1/2\rangle$ - ${}^{87}\text{Rb} |1, - 1\rangle$

Der Kanal ${}^6\text{Li} |1/2,1/2\rangle$ - ${}^{87}\text{Rb} |1, - 1\rangle$ wurde bis etwa 1200 G untersucht, ohne dass Auffälligkeiten zu beobachten waren. Das Feld wurde hierzu innerhalb von 200 ms über Feldbereiche von 12 G gerammt ($dB/dt = 60 \text{ G/s}$).

${}^6\text{Li} |3/2,3/2\rangle$ - ${}^{87}\text{Rb} |1,1\rangle$

Der Kanal ${}^6\text{Li} |3/2,3/2\rangle$ - ${}^{87}\text{Rb} |1,1\rangle$ wurde bis etwa 1200 G untersucht, ohne dass Auffälligkeiten zu beobachten waren. Die Suchparameter waren hier 6 G Rampenhub in 200 ms ($dB/dt = 30 \text{ G/s}$).

Wir gehen davon aus, dass in den untersuchten Kanälen keine s -Wellenresonanzen oder p -Wellenresonanzen, so lange sie nicht extrem schmal sind, übersehen worden sind. Dies ist ebenfalls in Einklang mit den theoretischen Berechnungen aus [Li08], die für ${}^6\text{Li} |3/2,3/2\rangle$ - ${}^{87}\text{Rb} |1,1\rangle$ keine Resonanzen und für ${}^6\text{Li} |1/2,1/2\rangle$ - ${}^{87}\text{Rb} |1, - 1\rangle$ nur eine Resonanz bei 1348 G voraussagen. Diese war unter den vorliegenden experimentellen Rahmenbedingungen nicht zu erreichen.

5.5 Feshbachresonanzen ${}^7\text{Li}$ - ${}^{87}\text{Rb}$

Auch die Bose-Bose-Mischung wurde auf Feshbachresonanzen hin untersucht. Vom Verfahren unterscheidet sich diese Suche nicht wesentlich zu dem bei der Fermi-Bose-Mischung verwendeten. Zur Spinpräparation des ${}^7\text{Li}$ muss entsprechend eine andere Radiofrequenz verwendet werden, ansonsten wurde auch hier zuerst eine Suche über Magnetfeldbereiche bestimmter Breite gemacht, um dann Bereiche starken Atomverlustes eingehender zu untersuchen.

5.5.1 Kanal ${}^7\text{Li} |1,1\rangle$ - ${}^{87}\text{Rb} |1,1\rangle$

Nach dem Transfer aus der Magnetfalle in die Dipolfalle hatte die Mischung Temperaturen von $10\ \mu\text{K}$ (${}^{87}\text{Rb}$) und $8\ \mu\text{K}$ (${}^7\text{Li}$). Diese Temperaturdifferenz beruht auf der permanenten Evaporation des ${}^7\text{Li}$ im flacheren optischen Potenzial. Für die Feshbachsuche wurden die Atome nach den in Abschnitt 5.2.1 beschriebenen Methoden in den absoluten Grundzustand ${}^7\text{Li} |1,1\rangle$ - ${}^{87}\text{Rb} |1,1\rangle$ überführt. Das homogene Feshbachfeld wurde dann schnell mit Rampengeschwindigkeiten zwischen $20\ \text{G}/\mu\text{s}$ und $73\ \text{G}/\mu\text{s}$ zu einem Testfeld B gefahren, wo es dann innerhalb von $200\ \text{ms}$ über einen Bereich von $6\ \text{G}$ gerampt wurde ($dB/dt = 30\ \text{G/s}$). Anschließend wurde das Feld heruntergefahren, die optische Dipolfalle ausgeschaltet und die Atome fallen gelassen. Nach $300\ \mu\text{s}$ Fallzeit für ${}^7\text{Li}$ und $5\ \text{ms}$ für ${}^{87}\text{Rb}$ wurde dann die verbleibende Atomzahl mit Hilfe von Absorptionsabbildung bestimmt. Auch bei diesen Messungen überwiegt die ${}^{87}\text{Rb}$ -Atomzahl gegenüber der des ${}^7\text{Li}$ um mehr als eine Größenordnung. Dadurch sind die Resonanzen nur im ${}^7\text{Li}$ sichtbar. Im untersuchten Magnetfeldbereich von $12\ \text{G}$ bis etwa $750\ \text{G}$ wurden fünf Bereiche starker Atomzahlverluste isoliert, die mit genaueren Messungen analysiert wurden. Insbesondere das Verlustsignal mit dem höchsten resonanten Magnetfeld hat zu derart starken Verlusten in der ${}^7\text{Li}$ -Atomzahl geführt, dass oberhalb von $750\ \text{G}$ nicht nach weiteren Resonanzen gesucht werden konnte.

Um die einzelnen Resonanzen aufzulösen, wurde wieder versucht, die Speicherzeit auf den Resonanzen jeweils so einzustellen, dass es nicht zu starker Sättigung des Signals kommt. Die Resonanzen wurden dann mit festem Magnetfeld abgetastet und die erhaltenen Verlustkurven mit Lorentzkurven angefitet. Im Falle der Resonanzen bei $447,4\ \text{G}$ und $649\ \text{G}$ musste die Fitfunktion verändert werden. Schon schnelles Hochrampen auf Felder oberhalb der jeweiligen Resonanz führte wegen der hohen Fallenfrequenzen in der optischen Falle zu erheblichen Atomzahlverlusten. Dies macht sich z.B. in Abbildung 5.16(e) in einer Asymmetrie der Resonanzkurve bemerkbar. Die Fitfunktion wurde daher um eine Stufenfunktion erweitert, die bei B -Feldern unterhalb der Resonanzposition einen zusätzlichen Offset einführt und so die Asymmetrie der Messkurve widerspiegelt.

Im Fall des bosonischen ${}^7\text{Li}$ kommen sowohl ${}^7\text{Li}$ - ${}^{87}\text{Rb}$ - ${}^{87}\text{Rb}$ als auch ${}^7\text{Li}$ - ${}^7\text{Li}$ - ${}^{87}\text{Rb}$ Stöße als Dreikörperverluste in Betracht, denn anders als im fermionischen Fall können hier die Lithiumatome direkt miteinander stoßen. Der vorherrschende Verlustprozess auf einer Resonanz kann daher nur durch genaue Analyse der Dichteabhängigkeit der Resonanzkurven bestimmt werden. Mit den recht starken Atomzahl- und damit auch Dichtefluktuationen erscheint dies zum gegenwärtigen Zeitpunkt als nicht praktikabel.

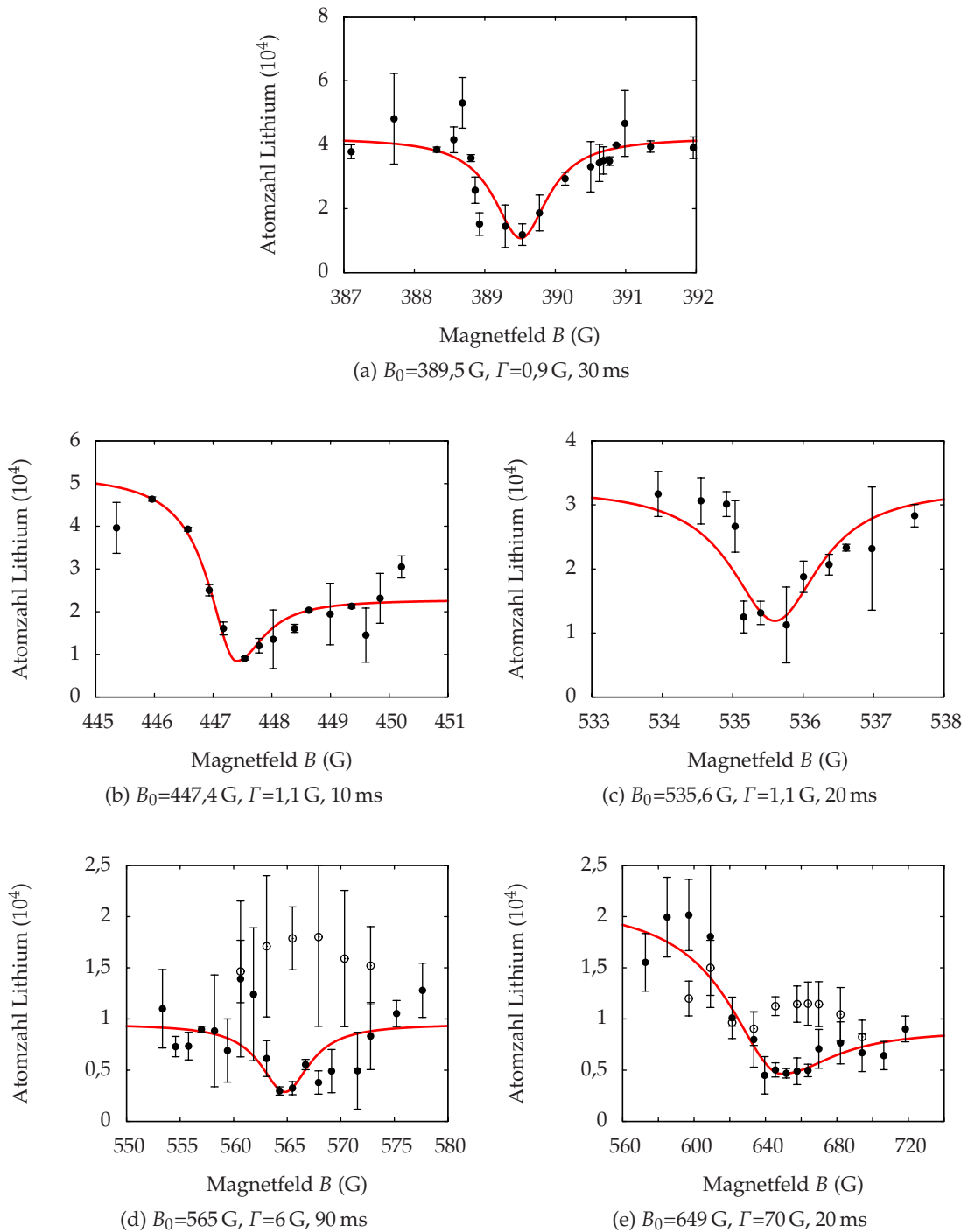


Abbildung 5.16: Feshbachresonanzen in ${}^7\text{Li} |1,1\rangle + {}^{87}\text{Rb} |1,1\rangle$. Dargestellt sind die Mittelwerte von zwei bzw. drei Einzelmessungen mit ${}^{87}\text{Rb}$ (\bullet) bzw. ohne ${}^{87}\text{Rb}$ in der Falle (\circ). Die jeweiligen Fitparameter der Lorentzfunktionen sind zusammen mit der verwendeten Speichzeit unter den Kurven angegeben. Die Fitfunktion von (b) und (e) ist im Text erklärt.

Eingangskanal	B_0 (G)	Γ (G)	Streuwelle
$^{87}\text{Rb} 1,1\rangle+^7\text{Li} 1,1\rangle$	389,5(2)	0,9(2)	p -Welle
$^{87}\text{Rb} 1,1\rangle+^7\text{Li} 1,1\rangle$	447,4(2)	1,1(2)	p -Welle
$^{87}\text{Rb} 1,1\rangle+^7\text{Li} 1,1\rangle$	535,6(3)	1,1(4)	?
$^{87}\text{Rb} 1,1\rangle+^7\text{Li} 1,1\rangle$	565(1)	6(1)	s -Welle
$^{87}\text{Rb} 1,1\rangle+^7\text{Li} 1,1\rangle$	649(5)	70(10)	s -Welle

Tabelle 5.6: Auflistung der im Bose-Bose-Gemisch ^7Li - ^{87}Rb gefundenen Resonanzpositionen und deren volle Halbwertsbreiten. Die Abschätzung der Fehler basiert auf der Güte des Fits sowie der Genauigkeit der Magnetfeldeichung. Die Zuordnung der Streuwellen wurde unabhängig voneinander sowohl von Y. Vanne (Abschnitt 5.6.2) als auch von E. Tiemann (Abschnitt 5.6.3) durchgeführt. Die Resonanz bei 535,6 G konnte nicht mit dem Eingangskanal in Verbindung gebracht werden. Dies wird eingehender in Abschnitt 5.6.2 diskutiert.

5.5.2 Weitere untersuchte Kanäle

Es war nur möglich, einen weiteren Kanal zu testen. $^{87}\text{Rb}|1,1\rangle+^7\text{Li}|1,0\rangle$ konnte zwar präpariert werden (siehe Abschnitt 5.2.3), er erwies sich aber als zu instabil gegenüber inelastischen Zweikörperstößen, die die Lebensdauer des Lithium unter den verwendeten Parametern auf weniger als 20 ms begrenzten. Dies ist leider zu kurz für die zeitlichen Anforderungen einer Feshbachsuche. Um dennoch weitere, gegenüber inelastischen Zweikörperstößen sehr instabile Kanäle untersuchen zu können, muss man die Dichten erniedrigen. Dazu ist eine Absenkung der Dipolfallentiefe erforderlich, welches jedoch wegen der begrenzten Fallentiefe auf Kosten der Lithiumatomzahl geht. Eine weitere Verbesserung der Umladeeffizienz sowie aktive Kühlung in der Dipolfalle sind nötig, um diese instabilen Kanäle für Untersuchungen zugänglich zu machen.

5.6 Theoretische Berechnungen

Verschiedene Arbeitsgruppen haben sich mit theoretischen Berechnungen zu den gefundenen Feshbachresonanzen beschäftigt. Die Gruppe um Kirk Madison aus Vancouver konnte mit ihren Rechnungen die Resonanzen im System ${}^6\text{Li}$ - ${}^{87}\text{Rb}$ zuordnen. Jeweils unabhängige Berechnungen wurden in der Gruppe von Eberhard Tieman (Hannover) und Alejandro Saenz (Berlin) in Kooperation mit unserer Gruppe durchgeführt. Auf Basis der erst später gewonnenen ${}^7\text{Li}$ - ${}^{87}\text{Rb}$ Daten konnten in diesen beiden Gruppen auch entsprechend diese Resonanzen bestimmten Kanälen zugeordnet werden. Die Ergebnisse basieren auf sogenannten *coupled channels* Rechnungen, die im Detail sehr kompliziert sind. Hier wird daher eine Übersicht der jeweils erzielten Ergebnisse zum Zeitpunkt der Einreichung dieser Arbeit gegeben, ohne im Einzelnen auf die Unterschiede der Ansätze einzugehen. Im Rahmen dieser Rechnungen wurde jedoch deutlich, dass die in Abschnitt 2.3.2 gemachten Voraussetzungen nicht ausreichend erfüllt sind. Insbesondere ist nicht der Elektronengesamtspin S , sondern G mit $G = S + i_{\text{Rb}}$ eine gute Quantenzahl. Dies liegt an der großen Hyperfeinenergie des Rb, so dass dessen Kernspin für hohe Magnetfelder immer noch stark an den Elektronenspin gekoppelt ist, während der Kernspin des Lithiums schon entkoppelt ist. Damit ist eine Zuordnung der zugrunde liegenden Kanäle mit dem in Abschnitt 2.3.2 besprochenen Modell in unserem Fall leider nicht möglich. Dies wurde erst mit den im folgenden dargestellten *coupled channels* Methoden erreicht.

5.6.1 Vancouver (Gruppe Kirk Madison)

Die Gruppe aus Vancouver veröffentlichte ihre Ergebnisse von *coupled channels* Rechnungen auf Basis der zeitlich früher publizierten ${}^6\text{Li}$ - ${}^{87}\text{Rb}$ Daten [Deh08b] sowie den Thermalisierungsmessungen [Sil05b]. Ihre Berechnung wurde dabei mit *ab initio* Potenzialen durchgeführt [Li08], deren Anteile aus verschiedenen Quellen zusammengetragen wurden. Sie konnten auf diese Weise den Streuwellencharakter der Resonanzen zuordnen und Vorhersagen für weitere Resonanzen in dem System machen. Sie haben auch Berechnungen für die Streulängen der ${}^7\text{Li}$ - ${}^{87}\text{Rb}$ Mischung gemacht, diese weichen jedoch erheblich von dem gemessenen absoluten Wert ab (Abschnitt 5.1 und [Mar07]). Aufgrund der Tatsache, dass die Potenziale ohne zusätzliche spektroskopische Daten auskommen mussten, ist dies nicht verwunderlich.

In Abbildung 5.17 sind die Energieverläufe verschiedener geschlossener und des offenen Kanals eingezeichnet. Am Kreuzungspunkt A bei 882 G kreuzt eine zu $l = 1$ gehörende Kurve die Asymptote, folglich handelt es sich hier um eine p -Wellenresonanz. Interessanterweise kreuzen bei Punkt B sowohl ein $l = 0$ bei 1065 G und ein $l = 1$ Kanal bei 1066 G in unmittelbarer Nähe zueinander die Asymptote, so dass dort eine mit $\Delta B = 11,5\text{ G}$ breite s -Wellenresonanz und eine recht schmale p -Wellenresonanz überlagert liegen. Am Punkt C mit 1278 G schließlich kommt es zu einer weiteren, jedoch mit $\Delta B = 0,07\text{ G}$ deutlich schmalen s -Wellenresonanz [Li08]. Diese liegt nur knapp oberhalb des experimentell untersuchten Magnetfeldbereiches, hätte aber prinzipiell sicherlich beobachtet werden können, da unsere Apparatur die z.T. ebenfalls sehr schmalen ${}^{87}\text{Rb}$ -Resonanzen nachgewiesen hat (siehe Abschnitt 5.3).

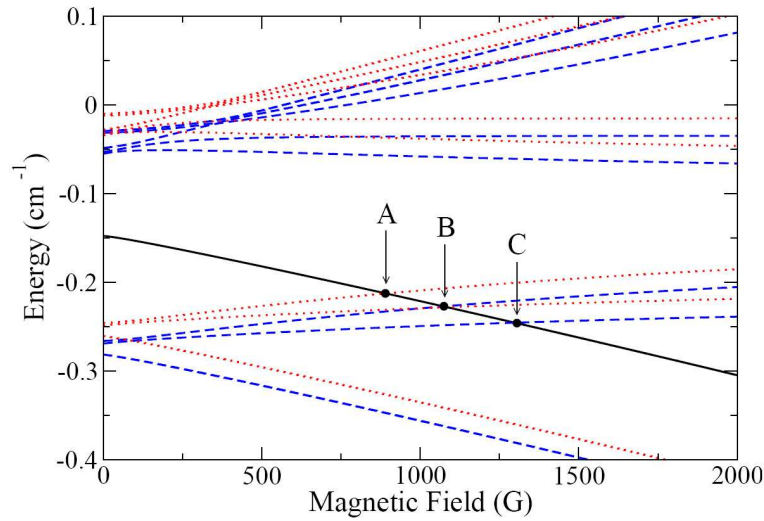


Abbildung 5.17: Numerische Ergebnisse der Madison Gruppe (entnommen aus [Li08]). Kreuzungspunkte des offenen Kanals (schwarz) mit geschlossenen Kanälen ($l = 0$ in blau, $l = 1$ in rot) markieren die Resonanzpositionen. An Punkt A kommt es bei $B = 882$ G zu einer p -Wellenresonanz. An Punkt B liegen eine s -Wellenresonanz bei 1065 G und eine p -Wellenresonanz bei 1066 G sehr dicht beieinander. An Punkt C bei 1278 G wird eine weitere s -Wellenresonanz erwartet. Diese liegt nur etwa 50 G oberhalb des höchsten experimentell untersuchten Feldes.

Desweiteren hat die Gruppe verschiedene weitere Spinkombinationen der Mischung aus ${}^6\text{Li}$ und ${}^{87}\text{Rb}$ untersucht und einige ebenfalls recht breite s -Wellenresonanzen gefunden. Diese sind jedoch alle bei recht hohen Feldern,

$ 1/2, 1/2\rangle + 1, 0\rangle$	$B_0 = 1064$ G	$\Delta B = 17$ G,
$ 1/2, -1/2\rangle + 1, 1\rangle$	$B_0 = 1108,6$ G	$\Delta B = 11$ G,
$ 1/2, -1/2\rangle + 1, -1\rangle$	$B_0 = 1105$ G	$\Delta B = 16,3$ G,
$ 3/2, -3/2\rangle + 1, 1\rangle$	$B_0 = 1156$ G	$\Delta B = 11,7$ G,
$ 3/2, -3/2\rangle + 1, 0\rangle$	$B_0 = 1149$ G	$\Delta B = 16,7$ G,
$ 1/2, 1/2\rangle + 1, 0\rangle$	$B_0 = 953$ G	$\Delta B = 48,5$ G.

Besonders interessant ist der letzte Kanal $|1/2, 1/2\rangle + |1, 0\rangle$, der eine mit $\Delta B = 48,5$ G sehr breite Resonanz aufweist. Problematisch ist hier jedoch höchstwahrscheinlich die zu erwartende große inelastische Zweikörperstoßrate.

5.6.2 Berlin (Gruppe Alejandro Saenz)

Auch in der Gruppe von Alejandro Saenz wurden *ab initio* Potenziale benutzt, um Ausgangspotenziale zu erhalten. Durch Variation der verschiedenen die Potenziale beschreibenden Koeffizienten, z.B. C_6 , C_8 und C_{10} etc., wurden dann die numerischen Resonanzpositionen den experimentellen angepasst. Dabei wurde auch auf die experimentell ermittelten Tripletstrelängen geachtet [Sil05b, Mar08]. Die Rechnungen wurden dabei mit einer Stoßenergie durchgeführt, die den Temperaturen der Atome bei den jeweiligen Messungen entspricht. In Abbildung 5.18 sind die Ergebnisse für die zugeordneten Resonanzen in beiden Systemen dargestellt. Die Breiten der *s*-Wellenresonanzen wurden durch Anfitzen von Dispersionkurven erhalten (Abb. 5.19). Im Fall des ${}^7\text{Li}$ - ${}^{87}\text{Rb}$ überlappen die beiden Resonanzen stark. Eine Dispersionskurve der Form $a(B) = a_0(1 + \Delta B_1/(B - B_{0,1}) + \Delta B_2/(B - B_{0,2}))$ [D'E07] wurde verwendet, die die überlappenden Resonanzen korrekt beschreibt.

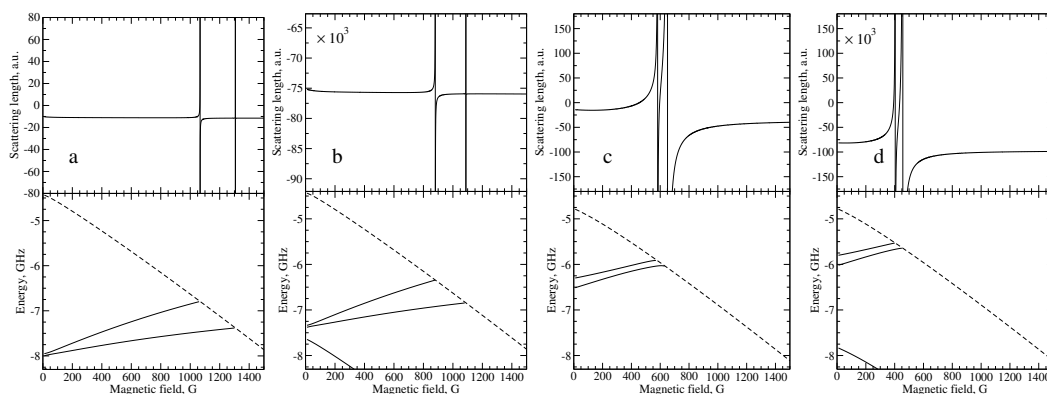


Abbildung 5.18: Von Yulian Vanne berechnete Feshbachresonanzen aus der Gruppe Saenz (Berlin) [Van08]. (a) *s*-Wellen bzw. (b) *p*-Wellen Resonanzen des ${}^6\text{Li}$ - ${}^{87}\text{Rb}$ und (c) *s*-Wellen bzw. (d) *p*-Wellen Resonanzen des ${}^7\text{Li}$ - ${}^{87}\text{Rb}$ wurden mit Hilfe von *ab initio* Potenzialen berechnet. Die Atome im Streukanal sind in ihren absoluten Grundzuständen. Jeweils unten ist die Energie des Streukanals sowie der Kanäle, die zu den Resonanzen führen, dargestellt. Oben ist der Verlauf der Streulänge dargestellt, wobei diese in Bohrradien aufgetragen ist. Für ${}^6\text{Li}$ - ${}^{87}\text{Rb}$ gibt es zu jeder beobachteten *s*- und *p*-Resonanz noch eine bei höherem Feld liegende Resonanz. Dies entspricht den Ergebnissen aus Vancouver und Hannover. Im Fall des ${}^7\text{Li}$ - ${}^{87}\text{Rb}$ waren diese höherliegenden Resonanzen, da sie hier bei niedrigerem Feld liegen, experimentell zugänglich.

Für das System ${}^6\text{Li}$ - ${}^{87}\text{Rb}$ ergeben sich grundsätzlich dieselben Ergebnisse wie bei der Gruppe in Vancouver. Die Kanäle, die zu den Resonanzen führen, konnten hiermit bestätigt werden, es kam zu keinen prinzipiellen Widersprüchen auch bezüglich der Vorhersagen in weiteren Kanälen. Im Fall des ${}^7\text{Li}$ - ${}^{87}\text{Rb}$ konnte ebenfalls eine Zuordnung der beobachteten Resonanzen erreicht werden. Dies ist umso überzeugender, da dieselbe Zuordnung zeitgleich und unabhängig in der Gruppe in Hannover erreicht wurde. Die zwei Resonanzen bei niedrigem Feld sind *p*-Wellenresonanzen während die zwei Resonanzen bei hohem Feld *s*-Wellenresonanzen sind. Die Resonanz bei 535 G konnte nicht direkt zugeordnet

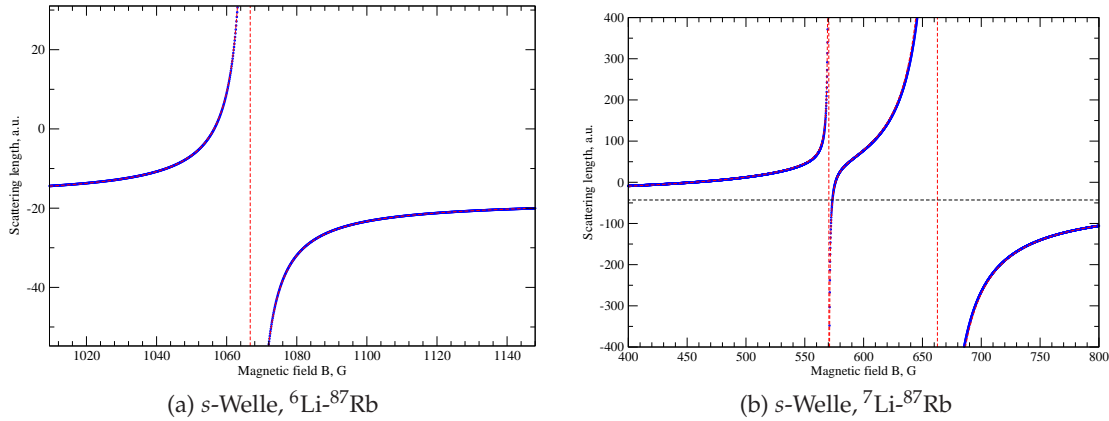


Abbildung 5.19: Numerische Ergebnisse und Dispersionsfits für die Streulänge bei den s -Wellenresonanzen aus der Saenz Gruppe [Van08]. (a) Im Fall von ${}^6\text{Li}$ - ${}^{87}\text{Rb}$ ergeben sich die Parameter $a_0 = -17,7 a_B$, $B_0 = 1066,93 \text{ G}$ und $\Delta B = 10,5 \text{ G}$. (b) Für die zwei überlappenden s -Wellenresonanzen des ${}^7\text{Li}$ - ${}^{87}\text{Rb}$ wurde eine Dispersionskurve der Form $a(B) = a_0(1 + \Delta B_1/(B - B_{0,1}) + \Delta B_2/(B - B_{0,2}))$ genommen [D'E07]. Die Fitergebnisse sind hier $a_0 = -43 a_B$, $B_{0,1} = 570,3 \text{ G}$, $\Delta B_1 = 7,4 \text{ G}$ und $B_{0,2} = 663,0 \text{ G}$, $\Delta B_2 = 194,23 \text{ G}$. Die numerischen Ergebnisse sind blau, die Fitkurven rot eingezeichnet.

werden, insbesondere nicht dem Kanal ${}^7\text{Li} |1,1\rangle + {}^{87}\text{Rb} |1,1\rangle$. Daraufhin wurde diese Resonanz erneut intensiv experimentell untersucht, ob es sich um eine homonukleare Resonanz handelt. Die zugehörige Messung ist in Abbildung 5.20 dargestellt. Bei einer Speicherzeit von 130 ms in Anwesenheit von Rb ist ein deutliches Verlustsignal zu sehen. In Abwesenheit von Rb hingegen ist selbst bei einer auf 530 ms deutlich verlängerten Speicherzeit kein Einfluss auf die Lithiumatomzahl zu sehen. Eine homonukleare Resonanz kann damit ausgeschlossen werden. Daraufhin wurden Rechnungen für andere Spinkombinationen gemacht, die aufgrund von unsauberer Spinpräparationen entstanden sein könnten. In den Kombinationen ${}^7\text{Li} |1,1\rangle + {}^{87}\text{Rb} |2,2\rangle$, ${}^7\text{Li} |1,1\rangle + {}^{87}\text{Rb} |2,1\rangle$, ${}^7\text{Li} |1,1\rangle + {}^{87}\text{Rb} |1, -1\rangle$ gibt es keine s - oder p -Wellenresonanzen im Bereich von 450 G bis 600 G [Van08], allerdings gibt es im Zustand ${}^7\text{Li} |1,1\rangle + {}^{87}\text{Rb} |1,0\rangle$ zwei p -Wellenresonanzen, von denen eine an der beobachteten Position liegt. Die bei 582 G gelegene zweite Resonanz könnte bei den Messungen übersehen worden sein, da sich hier die zwei breiten s -Wellenresonanzen des eigentlichen Zielkanals ${}^7\text{Li} |1,1\rangle + {}^{87}\text{Rb} |1,1\rangle$ überlagern. Eine getrennte Analyse des „verdächtigen“ Kanals wäre sinnvoll, um die p -Wellenresonanzen gezielt anzusprechen. Ein direkter Nachweis wäre dann auch ein deutlicher Hinweis auf eine nicht perfekte Spinpräparation. Andernfalls bliebe noch die spekulative Möglichkeit einer echten Dreikörperresonanz, die in den von allen Theoriegruppen verwendeten Zweikörperstoßmodellen natürlicherweise nicht enthalten sein kann. Um sich dieser Frage zu nähern, müsste man z.B. die Dichteabhängigkeit des Verlustsignals messen.

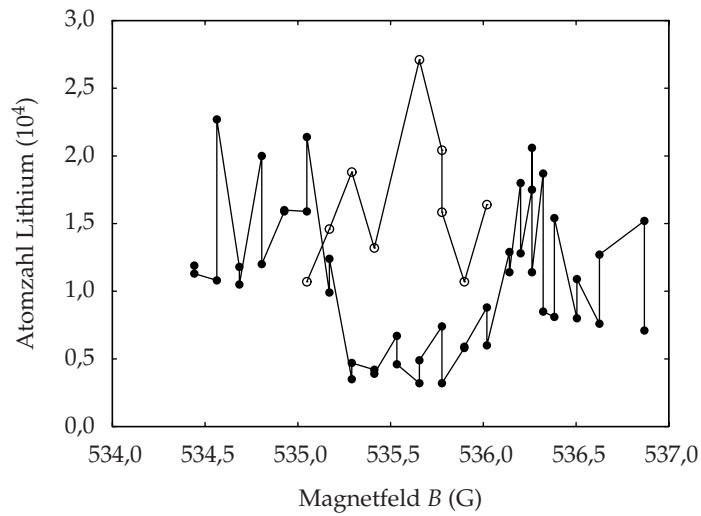


Abbildung 5.20: Kontrollmessung zur $^7\text{Li} |1,1\rangle + ^{87}\text{Rb} |1,1\rangle$ Resonanz bei 535,6 G. Mit Rb (●) bei einer Speicherzeit von 130 ms auf der Resonanz ist ein starkes Verlustsignal zu sehen, aber ohne ^{87}Rb (○) bleibt die Lithiumatomzahl selbst für 530 ms Speicherzeit unbeeinflusst. Dies zeigt deutlich, dass ein heteronuklearer Prozess zu dem beobachteten Verlust führt.

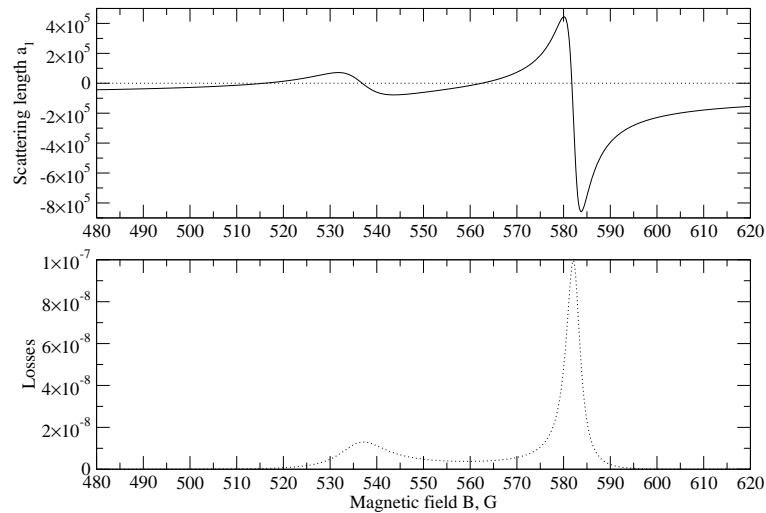


Abbildung 5.21: Als mögliche Erklärung der Resonanz bei 535,6 G wurde eine p -Wellenresonanz im Kanal $^7\text{Li} |1,1\rangle + ^{87}\text{Rb} |1,0\rangle$ vorgeschlagen [Van08]. Im oberen Bild ist der Verlauf der Streulänge, im unteren der Verlauf der inelastischen Streurrate dargestellt. Wegen der endlichen Stoßenergie bleibt die Streulänge mit $|a| < \infty$ endlich. Die Resonanz bei 535,6 G wäre hiermit erklärbar, jedoch wird eine weitere Resonanz bei 582 G mit einer etwa zehnmal größeren Verlustrate vorhergesagt. Aufgrund der zwei sich in diesem Magnetfeldbereich überlappenden starken s -Wellenresonanzen des Zielkanals $^7\text{Li} |1,1\rangle + ^{87}\text{Rb} |1,1\rangle$ ist jedoch nicht vollends auszuschließen, dass die zweite p -Wellenresonanz in den Messungen übersehen wurde.

5.6.3 Hannover (Gruppe Eberhard Tiemann)

In der Gruppe von Eberhard Tiemann wurden vor kurzem Fluoreszenzspektren aller Isotopenkombinationen von Li und Rb im Ofenstrahl gemessen [Pas]. Aufgrund der so erhaltenen Daten konnten sehr gute Ausgangspotenziale für die Berechnung des Stoßproblems gewonnen werden. Dabei konnte direkt die Zuordnung der ${}^6\text{Li} + {}^{87}\text{Rb}$ Feshbachresonanzen als p - bzw. s -Welle bestätigt werden. Nach Anpassung des kurzreichweitigen Teils der Potenziale an die beobachteten Positionen der Feshbachresonanzen wurden Vorhersagen für s -Wellenresonanzen in der ${}^7\text{Li} + {}^{87}\text{Rb}$ Mischung gemacht. Diese wurden kurz darauf in unserem Experiment gefunden (Abschnitt 5.5). Die weiteren von uns entdeckten Resonanzen konnten dann sogleich als p -Wellenresonanzen identifiziert werden. Mit Hilfe dieser Daten wurden Anpassungen der Resonanzpositionen inklusive der Spektroskopiedaten gemacht. Als Beispiel der Ergebnisse ist in Abbildung 5.22(a) der Streulängenverlauf durch die s -Wellenresonanzen in ${}^7\text{Li} + {}^{87}\text{Rb}$ dargestellt.

In diesen Rechnungen wurde, im Gegensatz zu den Rechnungen der Berliner Gruppe, die Spin-Spin-Kopplung mitberücksichtigt. Da dies zu einem Bruch der Kugelsymmetrie des Streuproblems führt (siehe Abschnitt 2.2.4), kommt es zu einer Aufspaltung der p -Wellenresonanzen in die unterschiedlichen m_l -Komponenten, wobei $m_l = +1$ und $m_l = -1$ entartet sind. Die für ${}^6\text{Li} + {}^{87}\text{Rb}$ an der p -Wellenresonanz bei 882 G vorhergesagte Aufspaltung von etwa 0,5 G (Abb. 5.22(b)) konnte nicht experimentell nachgewiesen werden. Allerdings ist die Breite der Linie vergleichbar mit der vorhergesagten Aufspaltung. Thermische Verbreiterungen aufgrund der endlichen Temperatur sind nicht ausreichend groß, um eine solche Verschmierung zu bewirken. Möglicherweise wird die Aufspaltung durch Spin-Bahn Kopplung zweiter Ordnung zum Teil kompensiert, wie es auch für Rb_2 der Fall ist [Mie96]; hierzu kann aber momentan keine abschließende Aussage getroffen werden.

Eine vergleichende Zusammenstellung der theoretischen Ergebnisse aus Hannover und Berlin zu beiden Systemen ist in Tabelle 5.7 gegeben. Die Zuordnung der Resonanzen ist durch die Quantenzahlen der koppelnden Molekülzustände gegeben. Diese sind der Vibrationszustand $\tilde{\nu}$ gezählt von der Asymptote, der Drehimpuls G mit $G = S + i_{\text{Rb}}$, der Gesamtdrehimpuls f , dessen Projektion m_f und die Rotationsquantenzahl l . Die Quantenzahl G stellt wegen der großen Hyperfeinenergie des Rb eine gute Quantenzahl im Bereich der Kopplung der Molekülterme in dem Abstand dar, in dem die ultrakalten Stöße stattfinden [Mar08]. Die atomaren Gesamtspins sind hier bedeutungslos. Man erkennt, dass es signifikante Abweichungen zwischen den Ansätzen gibt. Darüberhinaus gibt es jeweils auch Abweichungen von den experimentell beobachteten Positionen von teilweise mehreren Gauss, die keinem systematischen Trend zu folgen scheinen. Weitere Messungen zu Verfeinerung der Rechnungen scheinen daher notwendig zu sein. Besonders die Positionen der Nulldurchgänge der Streulänge wären wichtig für eine bessere Beschreibung des Streulängenverhaltens.

Für die langreichweitigen Parameter C_6 und C_8 erhalten die zwei Gruppen die folgenden Werte: $C_6 = 2550,0$ au, $C_8 = 2,3416 \cdot 10^5$ au (Hannover); $C_6 = 2543,0$ au, $C_8 = 2,2825 \cdot 10^5$ au (Berlin). Diese Werte sind sehr ähnlich zu früher gemachten theoretischen Abschätzungen: $C_6 = 2545(7)$ au, $C_8 = 2,34(4) \cdot 10^5$ au [Der01, Por03].

Für die entkoppelten Potenziale wurden die Streulängen im reinen Singulett- bzw. Triplett-

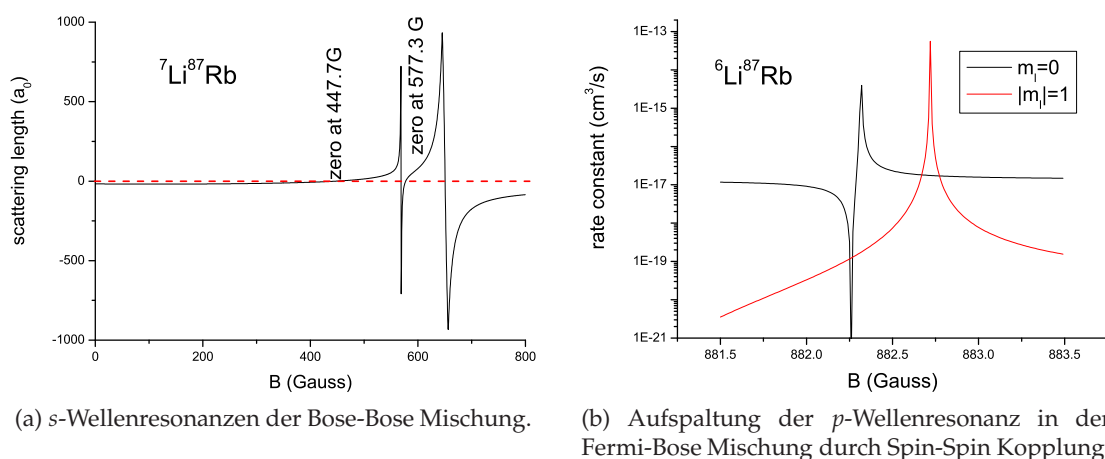


Abbildung 5.22: Theoretische Ergebnisse von E. Tiemann [Mar08]. (a) Streulängenverhalten durch die s -Wellenresonanzen der Bose-Bose Mischung. Die Positionen und Breiten der Resonanzen stimmen im Wesentlichen mit denen aus der Berliner Rechnung überein. (b) Durch die in den hannoverschen Rechnungen enthaltenen Spin-Spin Kopplungen (siehe Abs. 2.2.4) kommt es in der Fermi-Bose Mischung zu einer mit etwa 0,5 G recht starken Aufspaltung der m_l -Komponenten der p -Wellenresonanz. Diese wurde experimentell jedoch nicht beobachtet (siehe Abb. 5.11(a)). Dies könnte auf eine starke Spin-Bahn Kopplung zweiter Ordnung hindeuten, wie sie auch im Rb_2 auftritt, die die Spin-Spin Kopplung wiederum kompensiert [Mie96].

zustand für verschiedene Isotopenkombinationen bestimmt (Tabelle 5.8). Die Ergebnisse der beiden theoretischen Ansätze stimmen recht gut überein. Überraschend ist die Tatsache, dass die Tripletstrelänge immer negativ ist, so dass im ultrakalten Regime für alle Isotopenkombinationen attraktive Wechselwirkungen dominierend sind. Diese Ergebnisse sind im Einklang mit der in Abschnitt 5.1.2 gemachten Beobachtung, in der eine Stabilisierung des ${}^7\text{Li}$ Kondensats im Zustand $|2,2\rangle$ durch ein ${}^{87}\text{Rb}$ Kondensat nicht gelungen ist. Die Absolutwerte der Tripletstrelängen passen insbesondere sehr gut zu den experimentell bestimmten Werten ([Sil05b] und Abschnitt 5.1).

Für das Bose-Bose System wurden eine Reihe weiterer Feshbachresonanzen vorhergesagt. Diese sind in der Tabelle 5.9 zusammengestellt. Die Werte der Gruppen in Berlin und Hannover unterscheiden sich jeweils um einige Gauss, im Fall von ${}^7\text{Li} |1,1\rangle + {}^{87}\text{Rb} |1,0\rangle$ sogar um 21 G. Dieser Kanal scheint daher besonders geeignet, um durch gezielte Messungen eine Prüfung der Modellansätze durchzuführen und genauere Potenzialparameter zu gewinnen.

offener Kanal	Hannover				Berlin			Zuordnung
	$B_{0,\text{rate}}$ (G)	$B_{0,\text{fit}}$ (G)	Δ_0^∞ (G)	ΔB (G)	$B_{0,\text{fit}}$ (G)	Δ_0^∞ (G)	ΔB (G)	$\tilde{\nu}, G, f, m_f, l$
${}^6\text{Li} \left \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right\rangle + {}^{87}\text{Rb} 1,1\rangle$	882,42				882,04			$-1, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \frac{3}{2}, 1$
	1066,54	1066,51	-6,5	7,4	1066,93	-10,5	10,5	$-1, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \frac{3}{2}, 0$
		$a_{\text{bg}} = -14,3 a_B$ 1000..1100 G			$a_{\text{bg}} = -17,7 a_B$ 1010..1140 G			
${}^7\text{Li} 1,1\rangle + {}^{87}\text{Rb} 1,1\rangle$	390,2				388,9			$-1, \frac{3}{2}, 3, 2, 1$
	445,6				446,2			$-1, \frac{3}{2}, 2, 2, 1$
	568,8	568,6	-120	7,9	570,3	-115	7,4	$-1, \frac{3}{2}, 3, 2, 0$
	651,6	650,7	-73	175	663,0	-87	194,23	$-1, \frac{3}{2}, 2, 2, 0$
		$a_{\text{bg}} = -36 a_B$ 400..800 G			$a_{\text{bg}} = -43 a_B$ 400..800 G			

Tabelle 5.7: Feshbachresonanzen der zwei experimentell untersuchten Isotopengemische nach den in Hannover bzw. in Berlin durchgeführten Rechnungen. Es sind jeweils die Resonanzpositionen B_0 sowie für die s -Wellenresonanzen auch der Abstand Δ_0^∞ des Maximums der elastischen Streurrate zum nächsten, bei niedrigerem Feld gelegenen Ratenminimum angegeben. Anhand der Fits von Dispersionskurven an den Verlauf der Streulänge wurde die Breite der Resonanz ΔB ermittelt. Im Fall der zwei überlappenden Resonanzen des ${}^7\text{Li}$ - ${}^{87}\text{Rb}$ hat die Dispersionskurve die Form $a(B) = a_{\text{bg}} (1 + \Delta B_1 / (B - B_{0,\text{fit},1}) + \Delta B_2 / (B - B_{0,\text{fit},2}))$. Im Fall der Rechnungen aus Hannover bezeichnet $B_{0,\text{rate}}$ das Feld des Ratenmaximums und $B_{0,\text{fit}}$ die Resonanzposition anhand der Dispersionsfits. Letztere sind strikt nur für $T = 0$ K korrekt, während die Rechnungen mit endlicher Streuenergie entsprechend der Messungen durchgeführt wurden. Die Intervalle, in denen die Dispersionsfits gültig sind, sind in der jeweiligen Spalte angegeben. Die den koppelnden Molekülzustand beschreibenden Quantenzahlen sind in der letzten Spalte aufgeführt [Mar08].

Molekülzustand	Modell	${}^6\text{Li}^{85}\text{Rb}$	${}^6\text{Li}^{87}\text{Rb}$	${}^7\text{Li}^{85}\text{Rb}$	${}^7\text{Li}^{87}\text{Rb}$
$\chi^1\Sigma^+$	Hannover	7,6	0,5(30)	60,5	53,9(20)
	Berlin	10,46	2,25	61,94	54,92
$a^3\Sigma^+$	Hannover	-14,3	-18,6(30)	-51,5	-63,5(50)
	Berlin	-15,50	-19,81	-55,08	-67,82

Tabelle 5.8: Berechnete Streulängen der ungekoppelten Singulett- und Triplettzustände verschiedener Isotopengemische von Lithium und Rubidium in Bohrradien für die zwei Modelle [Mar08]. Die gute Übereinstimmung mit den Ergebnissen aus den Thermalisierungsmessungen [Sil05b, Mar07] ist deutlich. Sämtliche Triplettstreulängen sind negativ, wodurch die Gemische bei ultrakalten Temperaturen im Wesentlichen alle durch attraktive Wechselwirkung und, im Fall wechselwirkender Kondensate, negativer Wechselwirkungsenergie dominiert werden.

Streukanal ${}^7\text{Li} f, m_f\rangle + {}^{87}\text{Rb} f, m_f\rangle$	Hannover	Berlin
	634	644
$ 1,0\rangle + 1,1\rangle$	663	667
	748	763
$ 1,1\rangle + 1,0\rangle$	786	807
	717	730
$ 1, -1\rangle + 1,1\rangle$	772	773
	854	865

Tabelle 5.9: Vorhersagen zu Resonanzpositionen in unterschiedlichen Spinmischungen von ${}^7\text{Li} + {}^{87}\text{Rb}$ auf Basis der Ansätze in Hannover und Berlin. Experimentelle Bestimmungen dieser Resonanzpositionen wären hilfreich bei der Diskriminierung zwischen den Ansätzen. Am aussichtsreichsten erscheint hierbei die Resonanz im Kanal ${}^7\text{Li} |1,1\rangle + {}^{87}\text{Rb} |1,0\rangle$, da hier die theoretischen Vorhersagen am weitesten voneinander abweichen. Die Angaben der Positionen sind in Gauss [Mar08].

6 Techniken zur Detektion von Efimovzuständen im Li-Rb-System

Mit Hilfe der nun verfügbaren heteronuklearen Feshbachresonanzen sollte es im Zusammenhang mit den in Abschnitt 2.5.3 gemachten Aussagen möglich sein, auch im Li-Rb-System Efimovzustände nachzuweisen. Insbesondere sehr tiefe Temperaturen bei gleichzeitig niedrigen Dichten sind hierbei von besonderer Bedeutung. Die erwarteten Trimere haben die Struktur Li-Rb-Rb, weswegen auch eine Anpassung der Atomzahlen in der Falle von Vorteil ist. In diesem Abschnitt werden Lösungsvorschläge angeboten, wie diese Rahmenbedingungen geschaffen werden können. Darüberhinaus wird auch eine mögliche Alternative zum bisher verwendeten Verfahren zur Bestimmung von Ratenkoeffizienten diskutiert. Der Einsatz einer neuen Technik zum Einzelatomnachweis könnte hierfür insbesondere für das Li-Rb-System eine große Bedeutung erlangen.

In Abschnitt 2.5.3 wurde dargelegt, dass man zur Detektion von Efimovzuständen extrem niedrige Temperaturen benötigt. Im Fall des ^{133}Cs -Experiments bediente man sich für das Erreichen der tiefsten gemessenen Temperatur von $T = 10\text{ nK}$ eines Tricks [Kra06b], der im Gemisch Li-Rb leider nicht anwendbar ist. Daher müssen hier andere Wege gefunden werden, tiefste Temperaturen in dem Gemisch zu erreichen. Bisher ist sympathetisches Kühlen von ^6Li mit ^{87}Rb wegen der geringen Wechselwirkungsstärke von $a \approx -20 a_B$ nur bis $T/T_F \approx 0,5$ gelungen [Sil05b]. Auch für das bosonische Gemisch ist die Wechselwirkungsstärke mit $a_{7,87} \approx -60 a_B$ nicht besonders groß; überdies steht tiefen Temperaturen in der Magnetfalle die Kondensation des ^7Li im Weg (siehe Abschnitt 5.1.2). In ^{40}K - ^{87}Rb -Gemischen dagegen sind in optischen Dipolfallen sehr niedrige Temperaturen und damit extrem hohe Entartungsgrade des ^{40}K möglich (z.B. [Zir08b]), da für die relevanten Hyperfeinzustände die Wechselwirkung zwischen ^{40}K und ^{87}Rb größer ist als zwischen den einzelnen Rubidiumatomen. In den Li-Rb-Systemen muss man daher die nun zur Verfügung stehenden Feshbachresonanzen dazu nutzen, die elastische Streurate zu erhöhen, um nach dem nie vollständig adiabatischen Umladen in die Dipolfalle weiteres evaporatives Kühlen durchzuführen. Im für die Dipolfalle relevanten Zustand $|1,1\rangle$ des ^7Li ist wegen der dort gültigen positiven Streulänge von $a_{7,7} \approx 7 a_B$ auch kein Kollaps zu befürchten [Kha02]. Für das evaporative Kühlen in der Dipolfalle taucht jedoch die technische Problematik auf, dass die Falltiefe für Lithium wegen der kürzeren Wellenlänge der Übergänge prinzipiell weniger tief ist als für Rubidium. Man kann nun eine weitere Wellenlänge für die Phase der Evaporation einstrahlen, um das Rb-Potenzial weniger tief als das Li-Potenzial zu gestalten. Hierzu kann man eine Wellenlänge im Bereich von 730 nm verwenden, die ein attraktives Potenzial für Li und ein repulsives Potenzial für Rb bewirkt. Mit einem ähnlichen Verfahren unter Verwendung von Laserstrahlung der Wellenlängen 1064 nm und 532 nm wurden in einem Yb-Rb-Gemisch die Lichtverschiebungen des ^{87}Rb nahezu vollständig kompensiert [Tas08]. Im ^6Li - ^{87}Rb -Gemisch wäre alternativ auch eine durch die unterschiedlichen Fallentiefen bedingte selektive evaporative Kühlphase von ^6Li

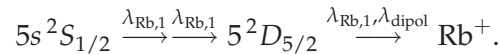
im Spingemisch $|1/2, 1/2\rangle - |1/2, -1/2\rangle$ nach Transfer in die Dipolfalle denkbar, wobei hierfür zuvor die Stabilität des Spingemisches ${}^6\text{Li}|1/2, -1/2\rangle$ - ${}^{87}\text{Rb}|1, 1\rangle$ gegenüber inelastischen Zweikörperstößen geprüft werden muss.

Die Methode, mit der Efimovzustände erstmals nachgewiesen werden konnten, basiert auf der Messung von Dreikörperzerfallsraten. In unserem Experiment, in dem durch die Messung der Atomzahl mittels Absorptionsabbildung das atomare Ensemble zerstört wird und ein neues Ensemble erst nach einer Zyklusdauer von etwa 70 s vorliegt, ist diese Methode sehr langwierig. Im ersten Schritt möchte man sich daher ähnlich wie beim Vorgehen zur Auffindung von Feshbachresonanzen auf die Messung von Atomzahlen in Abhängigkeit von der Streulänge beschränken, um interessante Streulängenbereiche zu isolieren. Dies erfordert jedoch, mit möglichst niedrigen Dichten der zu untersuchenden Gase zu arbeiten, denn insbesondere für negative Streulängen steigt die Dreikörperzerfallsrate sehr stark mit der Streulänge an. Dadurch kann das Atomzahlsignal bei Messungen mit konstanter Speicherzeit schnell sättigen und die Sensitivität auf Modulationen der Dreikörperzerfallsrate geht verloren. Im Fall des ${}^{133}\text{Cs}$ -Experiments wurde aus diesem Grund mit Dichten von typischerweise $n_{\text{Cs}} \approx 10^{-12} \text{ cm}^3/\text{s}$ gearbeitet [Kra06a]. Geringe Dichten kann man durch Erniedrigung der Fallenfrequenzen der optischen Dipolfalle erreichen, jedoch darf der vertikale Einschluss nicht zu klein werden, da sonst das Durchhängen der Atomwolken aufgrund der Schwerkraft (*gravitational sag*) einen Kontakt zwischen Lithium und Rubidium verhindert. Eine gekreuzte Dipolfalle mit elliptischen Strahlen ähnlich dem Innsbrucker Aufbau [Kra06a] könnte diesen starken vertikalen Einschluss bei schwachem horizontalem Einschluss bieten. Für die anvisierten heteronuklearen Efimovzustände der Art Li-Rb-Rb ist es darüberhinaus von Vorteil, möglichst auf den Dreikörperzerfallsprozess angepasste Atomzahlen zu verwenden, so dass sich zum Zeitpunkt der Messung doppelt soviel Rubidium wie Lithium in der Dipolfalle befindet. Dies lässt sich durch angepasste Kühlrampen während des Mikrowellenkühlens und der anschließenden Evaporation in der Dipolfalle einstellen.

Für quantitative Analysen muss man die Ratenkoeffizienten der Dreikörperzerfälle bestimmen. Ein experimentelles Vorgehen hierzu könnte folgendermaßen aussehen. Nach Erzeugung des extrem kalten Gemisches in einer geeigneten Dipolfallengeometrie durch Evaporation mit ausreichend hoher heteronuklearer Wechselwirkung (z.B. $a_{7,87} \approx 100 a_B$ bei $B \approx 610 \text{ G}$) wird ein zu untersuchendes Magnetfeld B_{mess} angelegt und die Atome dann für eine bestimmte Zeit gespeichert. Anschließend wird schnell zu einem vorher festgelegten Magnetfeld B_{abb} umgeschaltet, um dort die optische Abbildung von Li durchzuführen (siehe auch Anhang D). Die Rubidiumatomzahl kann man anschließend bei ausgeschaltetem Magnetfeld bestimmen. Durch Variation der Speicherzeit erhält man Zerfallskurven für beide Spezies, deren Ratenkoeffizienten man durch Anpassung eines gekoppelten Dreikörperzerfallmodells gewinnt. Will man nun Efimovzustände suchen, muss man das Magnetfeld in feinen Schritten abrastern und bei jedem Wert eine Zerfallskurve aufnehmen. Das Hauptziel, möglichst zwei Efimovresonanzen auflösen zu können, erfordert jedoch eine besonders feine Abtastung des Magnetfeldes, denn mit zunehmender Bindungsenergie nimmt die Linienbreite von Efimovzuständen durch Zerfall in tieferliegende Molekülzustände ab [Bra06]. Insbesondere im Hinblick auf die zusätzlich in unserem Aufbau vorhandenen recht starken Schwankungen der Lithiumatomzahl von $\sigma_N/N \approx 15\%$, die eine hohe Zahl von Mittelungen pro Magnetfeldwert und Speicherzeit nötig machen, führt ei-

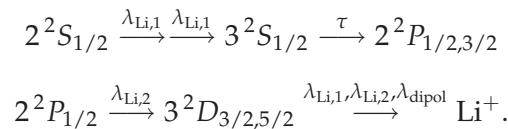
ne Umsetzung dieser Messmethode zu einer sehr langwierigen Phase der Datenaufnahme, innerhalb derer das Gesamtsystem stabil sein muss. Aus diesem Grund wäre eine andere Methode zur Aufnahme von Zerfallsraten, die nicht auf der zahlreichen Wiederholung von Einzelexperimenten beruht, höchst wertvoll.

Eine mögliche Alternative bieten Einzelatommessungen auf Basis von Ionisation, die in der Lage sind, während des laufenden Experiments, in diesem Fall des Speicherns der Atome bei einem bestimmten Magnetfeld, die Dichten der Atome in Echtzeit zu verfolgen. Ein solches Verfahren wurde in den letzten Jahren in Tübingen für ^{87}Rb entwickelt und zur optischen Spektroskopie ultrakalter Atome in einer magnetischen Mikrofalle eingesetzt [Gün08]. Durch die hohe Nachweiseffizienz von Rb^+ -Ionen von etwa 48 % [Sti07] mit Hilfe eines Kanalelektronenvervielfachers (engl. *channel electron multiplier*, kurz *Channeltron*) würde diese Technik im Li-Rb-Experiment die Protokollierung der vollständigen zeitlichen Dynamik der Dichte der Rubidiumatome innerhalb einer einzigen Speicherzeitmessung erlauben. Zusammen mit der durch Absorptionsabbildung gewonnenen Information über die Lithiumdichte zu einem bestimmten Zeitpunkt lässt sich dann der Ratenkoeffizient mit hoher Präzision bestimmen. In dem zugrundeliegenden Ionisationschema werden die Grundzustandsatome zuerst durch einen Zweiphotonenübergang mit Photonen der Wellenlänge $\lambda_{\text{Rb},1} = 778 \text{ nm}$ in den Zustand $5^2D_{5/2}$ angeregt.



Hierbei wird die Rate durch die nur 2 nm entfernte D_2 -Linie stark überhöht. Dadurch ist die Verwendung sehr moderater Lichtleistungen von wenigen hundert Mikrowatt ausreichend, um den Übergang zu sättigen, wobei die Wellenlänge problemlos mit einem Diodenlaser erzeugt werden kann. Eleganterweise kann der Ionisationsschritt im Li-Rb-Experiment direkt durch das Dipolfallenlicht der Wellenlänge $\lambda = 1064 \text{ nm}$ durchgeführt werden. Damit ist der experimentelle Aufwand für eine Implementierung dieses Verfahrens in den existierenden Aufbau sehr einfach zu realisieren. Darüberhinaus ist hierzu der Einbau eines Kanalelektronenvervielfachers in der Hauptkammer zum Nachweis der erzeugten Ionen vorgesehen.

Auch für die Lithiumisotope ist ein vergleichbares Ionisationschema realisierbar, jedoch stellt seine Umsetzung eine deutlich größere technische Herausforderung dar. Im Rahmen von Isotopieverschiebungsanalysen an radioaktivem $^{8,9,11}\text{Li}$ wurde ein Ionisationschema entwickelt, das vier Photonen mit zwei resonanten Übergängen enthält [Ewa04]:



Eine Zweiphotonenanregung koppelt $2^2S_{1/2}$ mit $3^2S_{1/2}$. Die hierfür benötigte Wellenlänge liegt im Bereich von $\lambda_{\text{Li},1} = 735 \text{ nm}$ und kann mit einem Titan-Saphir-Laser erzeugt werden. Der nachfolgende spontane Zerfall in das Niveau $2^2P_{1/2,3/2}$ erfolgt innerhalb von nur 29.8 ns. Von dort kann der Übergang in das Niveau $3^2D_{3/2,5/2}$ mit einem resonanten Photon der Wellenlänge $\lambda_{\text{Li},2} = 610 \text{ nm}$ erfolgen. Hierfür ist ein schmalbandiger Farbstofflaser nötig, da für diesen Wellenlängenbereich keine Festkörperlaser oder Laserdioden verfügbar sind. Aus dem Niveau $3^2D_{3/2,5/2}$ ist die Ionisation mit einem weiteren Photon der zwei

Anregungswellenlängen λ_1 oder λ_2 möglich. Im Fall optisch gespeicherter Lithiumatome können auch hier Photonen des Dipolfallenstrahls mit $\lambda_{\text{dipol}} = 1064 \text{ nm}$ zur Ionisationsrate beitragen, wodurch eine zusätzliche Erhöhung der Ionisationsrate bei Einsatz dieser Technik in unserem Aufbau zu erwarten ist.

Für beide Ionisationschemata muss nun im Detail überprüft werden, inwieweit sie sich im starken Magnetfeld realisieren lassen. Die dort eintretenden Umkopplungen der atomaren Spins aufgrund des Paschen-Back-Effekts kann erheblichen Einfluss auf die Clebsch-Gordon-Koeffizienten der beteiligten Übergänge haben. Darüberhinaus muss auch der Einfluss der zusätzlich eingestrahlten Lichtfelder auf das Dipolfallenpotenzial mitberücksichtigt werden. Im Fall der Zweiphotonenanregung des Rubidium etwa ist der Laser $\lambda_{\text{Rb},1}$ nur 2 nm blau relativ zur D_2 -Linie verstimmt und kann damit das optische Potenzial unter Umständen erheblich beeinflussen.

Die Umsetzungen der hier besprochenen Schritte stellen große technische Herausforderungen dar, die in der nächsten Zeit intensiv angegangen werden. So müssen noch viele theoretische Details zu den optimalen Ionisationsschemata geklärt werden, welche hier nur als Prinzipien vorgestellt werden konnten. Aufgrund der interessanten Fragestellungen im Gebiet der Efimovphysik jedoch sollten die sich bietenden Möglichkeiten mit dem Li-Rb-System zur Beantwortung dieser Fragen möglichst vollständig ausgeschöpft werden.

7 Zusammenfassung und Ausblick

7.1 Zusammenfassung

Im Rahmen dieser Arbeit konnten erstmals Feshbachresonanzen in ultrakalten Stößen heteronuklearer Lithium-Rubidium-Gemische beobachtet werden. Dies wurde sowohl im Fermi-Bose-Gemisch ${}^6\text{Li}$ - ${}^{87}\text{Rb}$ als auch im Bose-Bose-Gemisch ${}^7\text{Li}$ - ${}^{87}\text{Rb}$ realisiert. Dabei sind insbesondere die breiten s -Wellenresonanzen von Interesse, die es in zukünftigen Experimenten möglich machen, die Wechselwirkungsstärke der Gemische beliebig einzustellen.

Im Zuge dieser Arbeit wurde auch erstmals eine ultrakalte Thermalisierung des bosonischen Lithiumisotops ${}^7\text{Li}$ mit ${}^{87}\text{Rb}$ erreicht. Dadurch konnte durch kontrollierte Thermalisierungsmessungen bei tiefen Temperaturen die absolute Größe der Triplet s -Wellenstreuung bestimmt werden. Bei fortgesetzter Kühlung in das Regime, in dem ${}^7\text{Li}$ Bose-Einstein-Kondensate ausbildet, konnte indirekt der Kollaps dieser intrinsisch instabilen Kondensate gezeigt werden.

Die mit den hier vorgestellten Methoden gesammelten Daten zur Feshbachspektroskopie und zur Tripletstreuung gingen im Rahmen einer Kooperation mit zwei Gruppen in Hannover und Berlin in aufwändige *coupled channels* Rechnungen ein. Dadurch gelang es, die Feshbachresonanzen bestimmten Molekülzuständen zuzuordnen und die Abhängigkeit der heteronuklearen Streulänge von dem angelegten Magnetfeld zu berechnen. Dies wiederum führte zu einer entscheidenden Verbesserung der Molekülpotenziale, die zuvor nicht ausreichend genau für die Anforderungen von Experimenten im ultrakalten Regime bekannt waren.

Zur Durchführung dieser Experimente wurde die bestehende Apparatur um eine optische Dipolfalle sowie einer Magnetfeldregelung zur Erzeugung hoher Magnetfelder erweitert. Der technische Aufbau hierzu wurde erläutert sowie Messungen zur Charakterisierung des Aufbaus beschrieben.

7.2 Ausblick

Mit Hilfe der nun verfügbaren Einstellbarkeit der Interspezieswechselwirkung in den vorliegenden Fermi-Bose- und Bose-Bose-Systemen offenbart sich eine Fülle an möglichen Experimenten, in denen man sich diese Eigenschaft zu Nutze machen kann.

Ein wichtiges Ziel für unser Experiment ist die Erzeugung ultrakalter polarer Moleküle. Die dort zu erwartenden langreichweitigen anisotropen Wechselwirkungen zu studieren ist von großem grundsätzlichen Interesse. Es gibt auch Vorschläge, wie man polare Moleküle z.B. in optischen Gittern als Qubits eines Quantencomputers verwenden [DeM02], Gitter-Spin Modelle mit ihnen aufbauen [Mic06] oder Quantenphasenübergänge an ihnen studieren kann [Büc07]. Mit Hilfe der nun sehr gut bekannten Molekülpotenziale der zwei untersuchten Li-Rb-Systeme sollte eine geeignete Route zur Erzeugung dieser Moleküle mit Hilfe von Photoassoziation auffindbar sein. Theoretische Vorschläge zur dramatischen Steigerung der heteronuklearen Photoassoziationsrate mit Hilfe von Feshbachresonanzen warten in diesem Zusammenhang schon auf ihre Umsetzung [Stw04, Kot04, Pel08]. Eine erste Demonstration ist kürzlich mit der Erzeugung von $^{40}\text{K}^{87}\text{Rb}$ im Vibrationsgrundzustand gelungen [Ni08].

Im erst seit Kurzem experimentell zugänglichen Gebiet der Efimovzustände [Kra06b] kann das Li-Rb-System ebenfalls wertvolle Beiträge zur möglichen Aufdeckung der universellen Eigenschaften dieser exotischen Dreiteilchenzustände leisten. Die wesentlichen Gründe wurden bereits in Abschnitt 2.5 dargelegt. Insbesondere die extrem breite s -Wellenresonanz im Bose-Bose-System ^7Li - ^{87}Rb wird zu diesem Zweck von großem Nutzen sein. Das große Massenverhältnis der Stoßpartner führt nach den Rechnungen von Braaten und Hammer [Bra06] zu einem deutlich reduzierten Skalierungsfaktor der Streulängenperiodizität im Efimovspektrum. Eine sehr genaue Kenntnis der Funktion $a(B)$ ist hierfür unerlässlich, um im Fall der Beobachtung mehrerer Efimovzustände eine Universalität quantitativ nachweisen zu können. Hierbei könnte der neuerdings für ultrakalte Rubidiumatome zur Verfügung stehende Einzelatomnachweis durch Ionisation mit Hilfe von resonant überhöhter Zweiphotonenanregung [Gün08] zu einer entscheidenden Verbesserung der Bestimmung von Ratenkoeffizienten von Dreikörperzerfällen in Li-Rb-Gemischen führen.

Zeitgleich mit der vorliegenden Arbeit wurden an unserer Apparatur auch Messungen zur Braggpektroskopie an einem ^6Li Fermigas im Zusammenhang mit Fermioneninterferometrie gemacht [Deh08a]. Im fermionischen Spingemisch $^6\text{Li}|1/2, 1/2\rangle + ^6\text{Li}|1/2, -1/2\rangle$ in Kombination mit der breiten Feshbachresonanz bei 806 G [Sch05] eröffnet diese Technik die Möglichkeit, die BCS-Kopplung in Fermigasen näher zu untersuchen [Bru06, Cha07]. Auch an stark wechselwirkenden Kondensaten ist diese z.B. zur Untersuchung von Rotonen von Interesse [Ste03]. Erste Braggpektroskopiemessungen an Feshbachresonanzen wurden kürzlich in Boulder an einem ^{85}Rb Kondensat [Pap08] und am MIT an ^{23}Na -Molekülen [AS05] sowie in Melbourne an einem ^6Li Fermigas [Vee08] durchgeführt. Eine über Bosonen vermittelte Kopplung von Fermionen in optischen Gittern stellt ein gutes Modellsystem für Cooperpaarbildung in Supraleitern dar [Mat03, Ill04]. Auch in diesem Regime würde eine Braggpektroskopie zur Klärung des Kopplungsmechanismus beitragen.

A Energieniveaus von Rubidium und Lithium

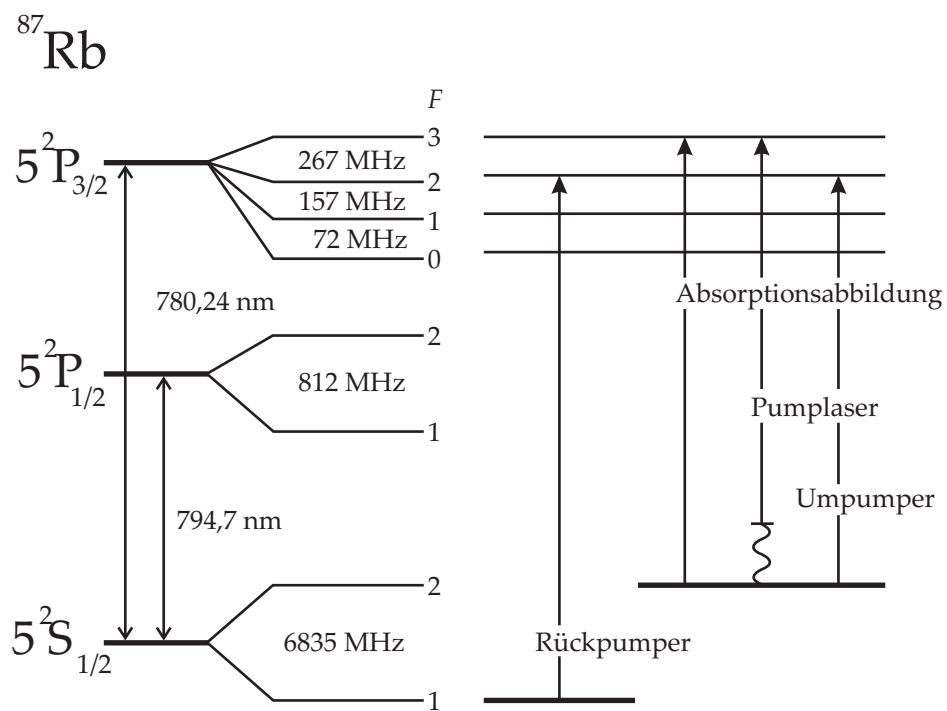


Abbildung A.1: Zustandsdiagramm ^{87}Rb . Die für das Experiment relevanten Übergänge sind mit ihrer jeweiligen Funktion markiert.

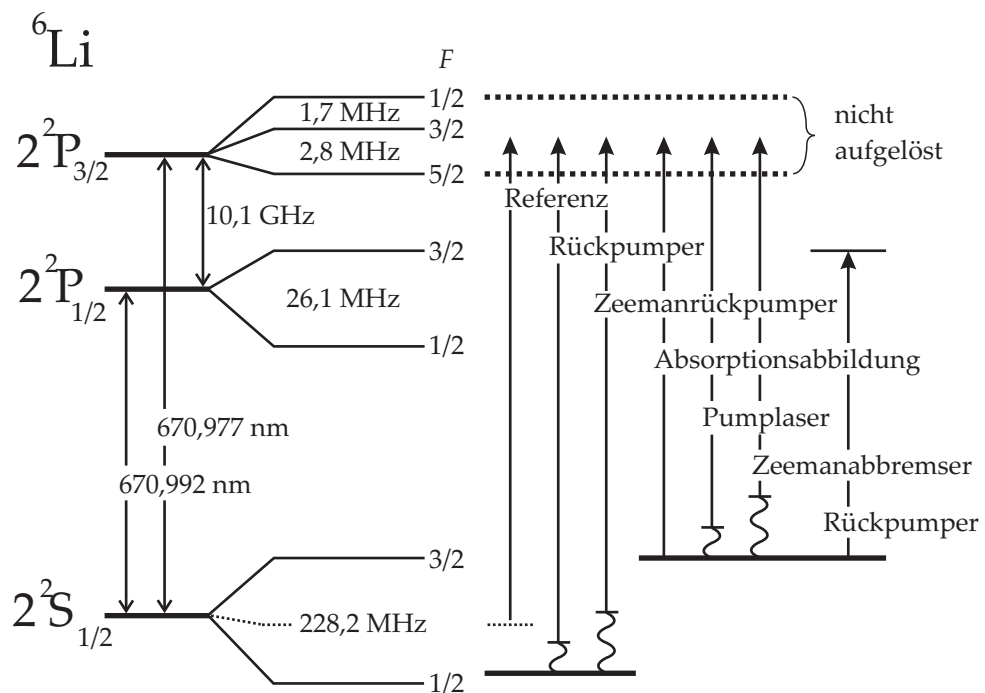


Abbildung A.2: Zustandsdiagramm ${}^6\text{Li}$. Aufgrund der nicht aufgelösten Hyperfeinstruktur im angeregten Zustand der D_2 -Linie werden die gewünschten Übergänge nicht geschlossen angesprochen. Dies erzwingt die zusätzliche Einstrahlung von Rückpumpstrahlen hoher Intensität bei jedem Schritt des Experimentes. Die Hyperfeinauspaltung des $2^2P_{1/2}$ ist invertiert.

B Absorptionsanalyse

B.1 Absorptionsabbildung

Sämtliche in dieser Arbeit gewonnenen Daten basieren auf der Analyse der Atomwolken in der Falle oder nach Ausschalten der Falle nach einer gewissen freien Fallzeit mit Hilfe von Abbildungen der Atomwolken auf eine CCD-Kamera. Es gibt verschiedene Techniken, mit denen man Informationen über die Atome erhalten kann, die sich im Wesentlichen darin unterscheiden, mit welcher Verstimmung zur atomaren Resonanz man arbeitet. Die in dieser Arbeit verwendete Methode ist die am weitesten verbreitete weil einfachste Methode.

Man verwendet hierzu einen mit einem atomaren Übergang resonanten Laserstrahl, im Fall des ^{87}Rb ist das z.B. der Übergang $5^2S_{1/2}(F = 2) \rightarrow 5^2P_{3/2}(F = 3)$. Dieser wird mit einer Kollimatorlinse so stark aufgeweitet, dass er die gesamte Atomwolke überdeckt und dann mit einem Linsensystem den CCD-Chip einer Kamera möglichst vollständig ausleuchtet. Normalerweise arbeitet man mit gaußförmigen Strahlen, dadurch hat der Strahl ein räumliches Intensitätsprofil $I_0(x,y)$. Das Abbildungssystem ist so eingestellt, dass es Punkte in der Ebene der Atomwolke scharf auf den CCD-Chip abbildet. Trifft der Strahl beim Passieren der Wolkenebene auf Atome, so werden Photonen aus dem Strahl absorbiert und in 4π umgestreut, fehlen also auf dem CCD-Chip. Dadurch entsteht ein Schattenbild der Atomwolke. Das Intensitätsprofil des Laserstrahls auf dem Chip wird durch die Atome zu

$$I(x,y) = I_0(x,y) \cdot \exp(-D(x,y)). \quad (\text{B.1})$$

Die Dämpfung $D(x,y)$ ist die optische Dichte und hängt vom resonanten Absorptionsquerschnitt σ sowie der entlang der Strahlpropagationsrichtung integrierten Dichte der Atome $\eta(x,y) = \int dz n(x,y,z)$ ab:

$$D(x,y) = \sigma \eta(x,y). \quad (\text{B.2})$$

Für den resonanten Absorptionsquerschnitt gilt

$$\sigma = C^2 \frac{3\lambda^2}{2\pi} \frac{1}{1 + (2\Delta/\Gamma)^2}, \quad (\text{B.3})$$

wobei C der Clebsch-Gordon-Koeffizient des relevanten Übergangs ist, Γ die natürliche Linienbreite und λ die Wellenlänge des Übergangs. Für ^{87}Rb und ^7Li ist $C^2 = 7/15$, für ^6Li ist $C^2 = 1/2$. Für normale Absorptionsabbildung wählt man eine Verstimmung $\Delta = 0$, im Falle hoher optischer Dichten kann man aber auch verstimmt einstrahlen und entsprechend den Absorptionskoeffizienten anpassen. Experimentell bestimmt man nun die optische Dichte, indem man erst ein Bild mit Atomen $I(x,y)$ und möglichst kurz danach ein Bild ohne Atome $I_0(x,y)$ macht. Dann bestimmt man die optische Dichte mit $D(x,y) = \ln(I(x,y)/I_0(x,y))$, die Säulendichte mit $\eta(x,y) = D(x,y)/\sigma$ und z.B. die Atomzahl mit $N = \iint dx dy \eta(x,y)$.

B.2 Bestimmung der Temperatur mit Flugzeitmessungen

Aus den Absorptionsbildern lässt sich auch die Temperatur anhand von Flugzeitbildern bestimmen. Hierzu wird die Falle plötzlich ausgeschaltet. Die Atome bewegen sich dann auf ballistischen Bahnen, d.h. die Atome fallen frei, insbesondere ohne gegenseitige Stöße, im Schwerfeld der Erde. Diesem Fall ist die geradlinig gleichförmige Bewegung aufgrund ihrer Anfangsgeschwindigkeit in der thermischen Geschwindigkeitsverteilung zum Zeitpunkt $t = 0$ im Moment des Ausschaltens der Falle überlagert. Dadurch breitet sich die Wolke mit der Fallzeit in alle Raumrichtungen aus. Die Dichteverteilung der expandierten Wolke erhält man durch Faltung der räumlichen Verteilung zum Zeitpunkt $t = 0$ mit der Maxwell-Boltzmann Geschwindigkeitsverteilung der Atome zur Temperatur T . Man erhält eine Gaußsche Verteilung, deren $1/\sqrt{e}$ -Breite σ sich zeitlich gemäß

$$\sigma(t) = \sqrt{\sigma_0^2 + \frac{k_B T}{m} t^2} \quad (\text{B.4})$$

entwickelt. Hierbei ist σ_0 die räumliche Anfangsverteilung in der Falle. Durch Bestimmung von $\sigma(t)$ zu verschiedenen Fallzeiten kann man so die Temperatur sehr gut bestimmen. Dies ist in Abbildung B.1 am Beispiel einer Rubidiumwolke mit $T = 9,2 \mu\text{K}$ gezeigt.

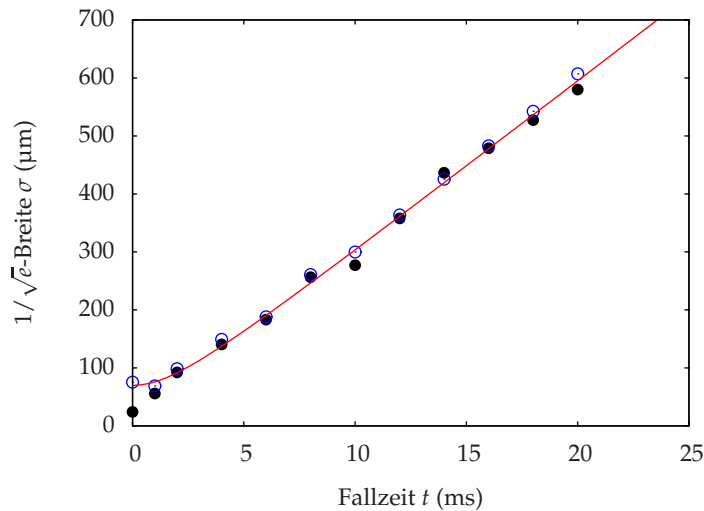


Abbildung B.1: Temperaturbestimmung mit Flugzeitbildern am Beispiel des ^{87}Rb . Aufgetragen sind die radialen (\bullet) und axialen (\circ) σ -Breiten von ^{87}Rb während des ballistischen Falls nach plötzlichem Ausschalten der gekreuzten Dipolfalle. Man erhält eine Temperatur von $T = 9,2 \mu\text{K}$.

C Charakterisierung der flachen Magnetfalle

Die Fallenfrequenzen der flachen Magnetfalle mussten experimentell bestimmt werden, um diese möglichst gut zu charakterisieren. Hierzu wurde in der für die Kühlung verwendeten Fallenkonfiguration eine auf etwa $4\ \mu\text{K}$ vorgekühlte Wolke aus ^{87}Rb $|F, m_F\rangle = |2, +2\rangle$ hergestellt, die dann innerhalb von $50\ \text{ms}$ in die flache Fallengeometrie verfahren wurde. Anschließend wurde ein Kondensat in der flachen Falle innerhalb von $8\ \text{s}$ durch Mikrowellenkühlung erzeugt. Durch Messung der Position des Kondensates nach unterschiedlicher Speicherzeit wurde geprüft, dass dieses nicht unkontrolliert in der Falle oszilliert. Eine solche Oszillation wurde dann wiederum kontrolliert in Gang gesetzt (Abb. C.1).

Zur Anregung einer Schwingung entlang der z -Achse (Abb. C.1(a)) wurden die Ströme in den Fallenspulen entsprechend $I_{\text{oben}} \rightarrow \alpha_{\text{asym}} \cdot I_{\text{oben}} \rightarrow I_{\text{oben}}$ und $I_{\text{unten}} \rightarrow I_{\text{unten}}/\alpha_{\text{asym}} \rightarrow I_{\text{unten}}$ mit sinusförmigem Verlauf moduliert. Dies führt zu einer kurzzeitigen Verschiebung des Fallenminimums nach oben [Sil05a]. Als Asymmetrieparameter wurde $\alpha_{\text{asym}} = 0,98$ gewählt bei einer Modulationsdauer von $4\ \text{ms}$. Nach Ende der Modulation sind die Ströme wieder bei ihren Anfangswerten. Das Kondensat vollführt nun eine Schwerpunktsschwingung in der Falle C.1. Nach einer variablen Wartezeit t wird die Falle ausgeschaltet und das Bose-Einstein-Kondensat expandiert für $\tau_{\text{tof}} = 10\ \text{ms}$ ballistisch bevor eine Absorptionaufnahme gemacht wird. Die Position entlang der z -Achse (radiale Richtung/Richtung der Schwerkraft) ist dargestellt. Ein Sinusfit ergibt eine Amplitude von $A = 669\ \mu\text{m}$. Dies entspricht einer maximalen Geschwindigkeit von $v_{\text{max}} = A/\tau_{\text{tof}} = 66,9\ \text{mm/s}$ und einer maximalen *in situ* Auslenkung von $\Delta z_{\text{max}} = v_{\text{max}}/\omega_z = 171\ \mu\text{m}$. Die zugehörige Eigenfrequenz lässt sich mit hoher Genauigkeit zu $\omega_z/2\pi = 62,2\ \text{Hz}$ bestimmen.

Zur Anregung einer Schwingung entlang der axialen Richtung (Abb. C.1(b)) wurde der äußere Ioffestrom in analoger Weise mit $I_{\text{außen}} \rightarrow I_{\text{außen}}/\alpha_{\text{asym}} \rightarrow I_{\text{außen}}$ sinusförmig moduliert. Der Asymmetrieparameter beträgt $\alpha_{\text{asym}} = 0,95$ bei $4\ \text{ms}$ Modulationsdauer. Man erhält für $20\ \text{ms}$ freie Expansionszeit eine Schwingungsamplitude von $179\ \mu\text{m}$ entsprechend $v_{\text{max}} = 8,9\ \text{mm/s}$ und einer *in situ* Auslenkung von $\Delta x_{\text{max}} = 38\ \mu\text{m}$. Als Eigenfrequenz erhält man hier $\omega_z/2\pi = 37,6\ \text{Hz}$.

Die y -Richtung ist für Messungen nicht zugänglich. Hier wird der theoretisch berechnete Wert für die eingestellten Ströme verwendet.

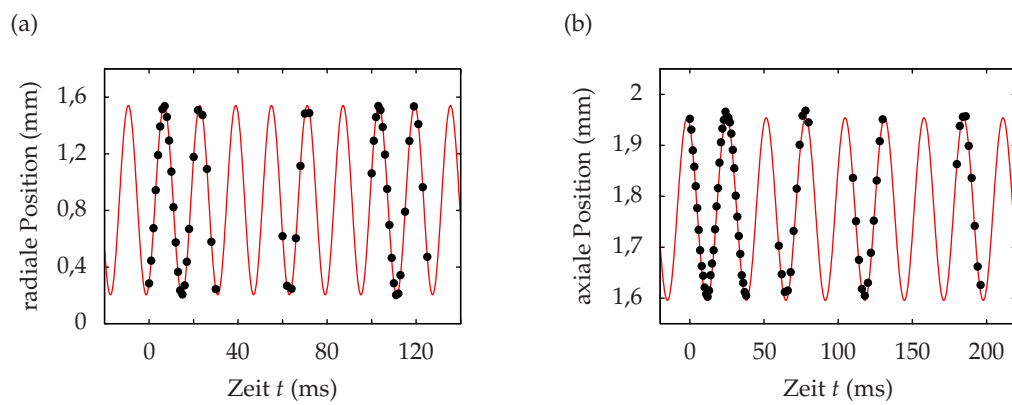


Abbildung C.1: Messung der Fallenfrequenzen in der flachen Falle. (a) Entlang der radialen Richtung ergibt sich eine Fallenfrequenz von $\omega_r/2\pi = 62,2$ Hz. (b) Für die axiale Richtung erhält man $\omega_z/2\pi = 37,6$ Hz.

D Eichung der ${}^6\text{Li}$ -Atomzahl bei hohem Magnetfeld

Wir haben eine experimentelle Eichung der ${}^6\text{Li}$ -Atomzahl durchgeführt, denn die normale Absorptionsabbildung, die zur Auswertung der Atomzahlen verwendet wird, findet in unserem Experiment bei ausgeschalteten Magnetfallenspulen statt ($B \approx 0,5\text{ G}$ durch das Erdmagnetfeld). In diesem Fall ist F in der Hyperfeinkopplung eine gute Quantenzahl. Bei ${}^6\text{Li}$ ist jedoch der angeregte Zustand der D_2 -Linie nicht aufgelöst, da die Hyperfeinaufspaltung in der Größenordnung der natürlichen Linienbreite ist (siehe Abb. A.2). Dadurch wird der Übergang nicht zyklisch und man bekommt Umpumpeffekte, die die Atome transparent werden lassen. Dadurch wird eine geringere optische Dichte und damit eine geringere Atomzahl als tatsächlich vorhanden gemessen. Man kann dies jedoch mit Hilfe eines Eichfaktors korrigieren, indem man eine Abbildung bei sehr hohen Magnetfeldern durchführt, bei der die Hyperfeinkopplung aufgebrochen ist und man nur noch jj -Kopplung hat. In diesem Fall kann man für die ${}^6\text{Li}$ -Atome, die für kleine Magnetfelder im Zustand $|1/2, 1/2\rangle$ sind, einen geschlossenen Übergang finden. Der Zustand $|F, m_F\rangle = |1/2, 1/2\rangle$ geht über in den Zustand $|J, m_J, I, m_I\rangle = |1/2, -1/2, 1, 1\rangle$. Der angeregte Zustand $|J', m'_J, I', m'_I\rangle = |3/2, -3/2, 1, 1\rangle$ (entspricht $|F', m'_F\rangle = |5/2, -1/2\rangle$ bei $B = 0\text{ G}$) kann nur in den Anfangszustand $|1/2, -1/2, 1, 1\rangle$ zerfallen. In Abbildung D.1(a) ist die Magnetfeldabhängigkeit der Hyperfeinstruktur des elektronischen Grundzustandes $2^2S_{1/2}$ und in Abbildung D.1(b) diejenige des angeregten $2^2P_{3/2}$ aufgetragen. Die relevanten Hyperfeinzustände sind rot markiert. Die Verstimmung, die man für die Absorptionsabbildung relativ zur D_2 -Linie im feldfreien Fall berücksichtigen muss, ist in Abbildung D.1(c) aufgetragen und erreicht für experimentell relevante Felder Werte von mehr als 1000 MHz.

Wir haben Messungen sowohl bei $B=600\text{ G}$ als auch bei $B=900\text{ G}$ durchgeführt. Dazu wurde die Verstimmung des Abbildungslasers über die Resonanzbedingung gerastert, um eine Abtastung der Resonanz zu erhalten. Die Messdaten sind in Abbildung D.2 aufgetragen. Es wurden jeweils drei Messungen pro Verstimmung gemacht und anschließend gemittelt. Die erhaltenen Datenpunkte wurden mit einer Lorentzkurve angepasst und die Amplitude der Lorentzkurve ergibt die Atomzahl. Wir erhalten für 600 G etwa $9,7 \cdot 10^4$ und für 900 G etwa $8,5 \cdot 10^4$ als ${}^6\text{Li}$ -Atomzahl. Für die normale Abbildung ohne Magnetfeld erhalten wir als Vergleichswerte $5,7 \cdot 10^4$ (relativ zu 600 G) bzw. $5,5 \pm 10^4$ (relativ zu 900 G). Daraus ergibt sich ein mittlerer Eichfaktor von $1,62 \pm 0,11$, der auf die mit normaler Absorptionsabbildung gewonnene Atomzahl aufgeschlagen werden muss.

D Eichung der ${}^6\text{Li}$ -Atomzahl bei hohem Magnetfeld

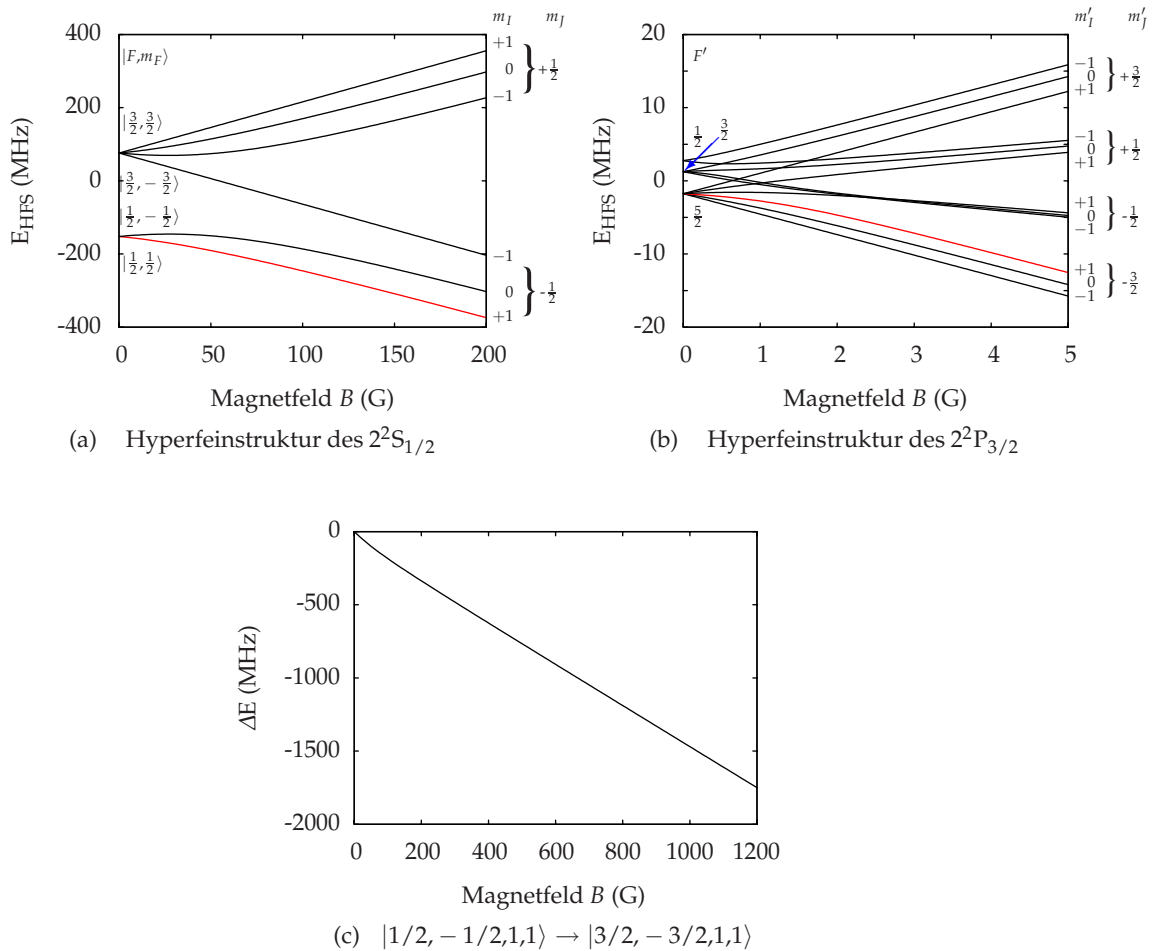


Abbildung D.1: Ein geeigneter geschlossener Übergang des ${}^6\text{Li}$ ist für hohe Magnetfelder möglich. (a) Der Zustand $|F, m_F\rangle = |1/2, 1/2\rangle$ im elektronischen Grundzustand $2^2\text{S}_{1/2}$ geht für hohe Felder in $|J, m_J, I, m_I\rangle = |1/2, -1/2, 1, 1\rangle$ über (rote Linie), während (b) der Zustand $|F', m'_F\rangle = |5/2, -1/2\rangle$ des angeregten Zustandes $2^2\text{P}_{3/2}$ schon ab 3 G in $|J', m'_J, I', m'_I\rangle = |3/2, -3/2, 1, 1\rangle$ übergeht (rote Linie). Zwischen diesen beiden Zuständen ist ein zyklischer Übergang möglich. Die Frequenzdifferenz relativ zum feldfreien Fall ist in (c) aufgetragen.

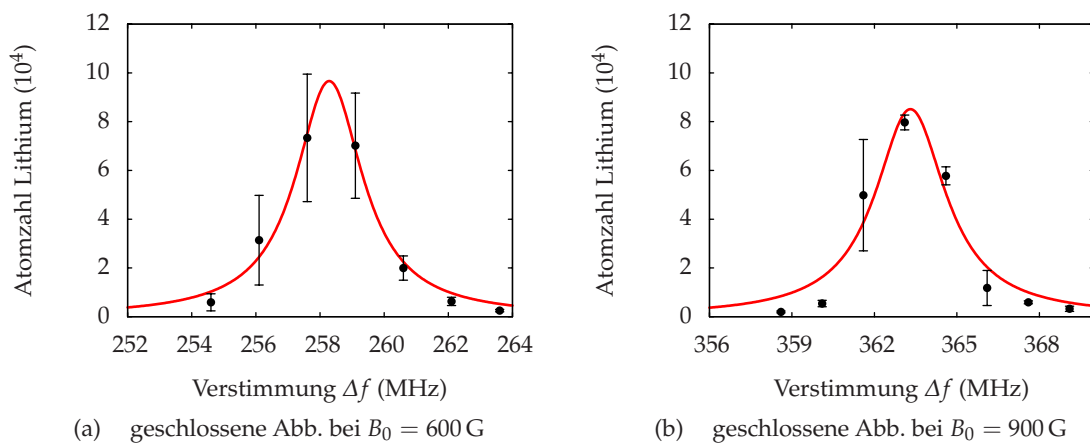


Abbildung D.2: Geschlossene Absorptionsabbildung des ${}^6\text{Li}$ bei (a) 600 G und (b) 900 G. Die Verstimmung des Abbildungslasers wurde verändert, um die Resonanz abzurastern. Die Amplitude der angepassten Lorentzkurve ergibt die Atomzahl, die mit der Atomzahl aus der normalen Abbildung ohne Magnetfeld verglichen wird. Die auf der Δf -Achse aufgetragenen Verstimmungen sind relativ zu einer experimentell relevanten Referenzfrequenz gemessen. Die tatsächlichen Verstimmungen relativ zu $F=1/2$ betragen 913 MHz (600 G) bzw. 1327 MHz (900 G).

Literaturverzeichnis

- [Abe98] F. A. VAN ABEELLEN, D. J. HEINZEN und B. J. VERHAAR, *Photoassociation as a probe of Feshbach resonances in cold-atom scattering*, Phys. Rev. A **57**, R4102 (1998).
- [Abr97] E. R. I. ABRAHAM, W. I. MCALEXANDER, J. M. GERTON, R. G. HULET, R. COTÉ und A. DALGARNO, *Triplet s-wave resonance in ^6Li collisions and scattering lengths of ^6Li and ^7Li* , Phys. Rev. A **55**, R3299 (1997).
- [Ada95] C. S. ADAMS, H. J. LEE, N. DAVIDSON, M. KASEVICH und S. CHU, *Evaporative Cooling in a Crossed Dipole Trap*, Phys. Rev. Lett. **74**, 3577 (1995).
- [Adh01a] S. K. ADHIKARI, *Coupled Bose-Einstein condensate: Collapse for attractive interaction*, Phys. Rev. A **63**, 043611 (2001).
- [Adh01b] S. K. ADHIKARI, *Stability and collapse of a coupled Bose-Einstein condensate*, Phys. Lett. A **281**, 265 (2001).
- [All75] L. ALLEN und J. H. EBERLY, *Optical resonance and two-level atoms* (John Wiley & Sons Inc., New York, 1975).
- [And95] M. H. ANDERSON, J. R. ENSHER, M. R. MATTHEWS, C. E. WIEMAN und E. A. CORNELL, *Observation of Bose-Einstein Condensation in a Dilute Atomic Vapor*, Science **269**, 198 (1995).
- [Ari77] E. ARIMONDO, M. INGUSCIO und P. VIOLINO, *Experimental determinations of the hyperfine structure in the alkali atoms*, Rev. Mod. Phys. **49**, 31 (1977).
- [AS05] J. R. ABO-SHAER, D. E. MILLER, J. K. CHIN, K. XU, T. MUKAIYAMA und W. KETTERLE, *Coherent Molecular Optics Using Ultracold Sodium Dimers*, Physical Review Letters **94**, 040405 (2005).
- [Ask62] G. A. ASKAR'YAN, *Effects of the gradient of a strong electromagnetic beam on electrons and atoms*, Sov. Phys. JETP **15**, 1088 (1962).
- [Bar04] M. BARTENSTEIN, A. ALTMAYER, S. RIEDL, S. JOCHIM, C. CHIN, J. H. DENSCHLAG und R. GRIMM, *Crossover from a Molecular Bose-Einstein Condensate to a Degenerate Fermi Gas*, Phys. Rev. Lett. **92**, 120401 (2004).
- [Ber97] T. BERGEMAN, *Hartree-Fock calculations of Bose-Einstein condensation of ^7Li atoms in a harmonic trap for $T>0$* , Phys. Rev. A **55**, 3658 (1997).
- [Beu35] H. BEUTLER, *Über Absorptionsserien von Argon, Krypton und Xenon zu Termen zwischen den beiden Ionisierungsgrenzen $^2P_{3/2}^0$ und $^2P_{1/2}^0$* , Z. Phys. **93**, 177 (1935).
- [Blo05] I. BLOCH, *Ultracold quantum gases in optical lattices*, Nature Physics **1**, 23 (2005).
- [Bos24] S. N. BOSE, *Plancks Gesetz und Lichtquantenhypothese*, Z. Phys. **26**, 178 (1924).
- [Bra06] E. BRAATEN und H.-W. HAMMER, *Universality in few-body systems with large scattering length*, Phys. Rep. **428**, 259 (2006).

- [Bre36] G. BREIT und E. WIGNER, *Capture of Slow Neutrons*, Phys. Rev. **49**, 519 (1936).
- [Bru06] G. M. BRUUN und G. BAYM, *Bragg spectroscopy of cold atomic Fermi gases*, Phys. Rev. A **74**, 033623 (2006).
- [Bry77] H. C. BRYANT, B. D. DIETERLE, J. DONAHUE, H. SHARIFIAN, H. TOOTOONCHI, D. M. WOLFE, P. A. M. GRAM und M. A. YATES-WILLIAMS, *Observation of Resonances near 11 eV in the Photodetachment Cross Section of the H^- Ion*, Phys. Rev. Lett. **38**, 228 (1977).
- [Büc07] H. P. BÜCHLER, E. DEMLER, M. LUKIN, A. MICHELI, N. PROKOF'EV, G. PUPILLO und P. ZOLLER, *Strongly Correlated 2D Quantum Phases with Cold Polar Molecules: Controlling the Shape of the Interaction Potential*, Phys. Rev. Lett. **98**, 060404 (2007).
- [Bun63] R. BUNSEN und G. KIRHHOFF, *Untersuchungen ueber das Sonnenspektrum und die Spektren der Chemischen Elemente*, Abh. kgl. Akad. Wiss (1863).
- [Cen04] G. CENNINI, *Field-Insensitive Bose-Einstein Condensates and an all-optical Atom Laser*, Dissertation, Universität Tübingen (2004).
- [Cha07] K. J. CHALLIS, R. J. BALLAGH und C. W. GARDINER, *Bragg Scattering of Cooper Pairs in an Ultracold Fermi Gas*, Phys. Rev. Lett. **98**, 093002 (2007).
- [Chi08] C. CHIN, R. GRIMM, P. JULIENNE und E. TIESINGA, *Feshbach Resonances in Ultracold Gases*, arXiv:cond-mat/0812.1496v1 (2008).
- [Chu86] S. CHU, J. E. BJORKHOLM, A. ASHKIN und A. CABLE, *Experimental Observation of Optically Trapped Atoms*, Phys. Rev. Lett. **57**, 314 (1986).
- [Cou98] P. COURTEILLE, R. S. FREELAND, D. J. HEINZEN, F. A. VAN ABEELLEN und B. J. VERHAAR, *Observation of a Feshbach Resonance in Cold Atom Scattering*, Phys. Rev. Lett. **81**, 69 (1998).
- [Cou06] P. W. COURTEILLE, B. DEH, J. FORTÁGH, A. GÜNTHER, S. KRAFT, C. MARZOK, S. SLAMA und C. ZIMMERMANN, *Highly versatile atomic micro traps generated by multifrequency magnetic field modulation*, J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. **39**, 1055 (2006).
- [CT92] C. COHEN-TANNOUJDI, J. DUPONT-ROC und G. GRYNBERG, *Atom-Photon Interactions, Basic Processes and Applications* (John Wiley & Sons Inc., New York, 1992).
- [CT98] C. COHEN-TANNOUJDI, *Nobel Lecture: Manipulating atoms with photons*, Rev. Mod. Phys. **70**, 707 (1998).
- [Dal89] J. DALIBARD und C. COHEN-TANNOUJDI, *Laser cooling below the Doppler limit by polarization gradients: simple theoretical models*, J. Opt. Soc. Am. B **6**, 2023 (1989).
- [Dal96] F. DALFOVO und S. STRINGARI, *Bosons in anisotropic traps: Ground state and vortices*, Phys. Rev. A **53**, 2477 (1996).
- [Dal99a] F. DALFOVO, S. GIORGINI, L. PITAEVSKII und S. STRINGARI, *Theory of Bose-Einstein condensation in trapped gases*, Rev. Mod. Phys. **71**, 463 (1999).
- [Dal99b] J. DALIBARD, *Collisional dynamics of ultra-cold atomic gases*, Proceedings of the International School of Atomic Physics Enrico Fermi (1999).
- [Dal00] F. DALFOVO und M. MODUGNO, *Free expansion of Bose-Einstein condensates with quantized vortices*, Phys. Rev. A **61**, 023605 (2000).

- [Dav95a] K. B. DAVIS, M. O. MEWES, M. R. ANDREWS, N. J. VAN DRUTEN, D. S. DURFEE, D. M. KURN und W. KETTERLE, *Bose-Einstein Condensation in a Gas of Sodium Atoms*, Phys. Rev. Lett. **75**, 3969 (1995).
- [Dav95b] K. B. DAVIS, M. O. MEWES und W. KETTERLE, *An analytical model for evaporative cooling of atoms*, Appl. Phys. B: Lasers Opt. **60**, 155 (1995).
- [D'E07] C. D'ERRICO, M. ZACCANTI, M. FATTORI, G. ROATI, M. INGUSCIO, G. MODUGNO und A. SIMONI, *Feshbach resonances in ultracold ^{39}K* , New J. Phys. **9**, 223 (2007).
- [Deh08a] B. DEH, *Braggbeugung von Fermionen an optischen Potentialen*, Dissertation, Universität Tübingen (2008).
- [Deh08b] B. DEH, C. MARZOK, C. ZIMMERMANN und P. W. COURTEILLE, *Feshbach resonances in mixtures of ultracold ^6Li and ^{87}Rb gases*, Phys. Rev. A **77**, 010701(R) (2008).
- [Del01] G. DELANNOY, S. MURDOCH, V. BOYER, V. JOSSE, P. BOUYER und A. ASPECT, *Understanding the production of dual Bose-Einstein condensation with sympathetic cooling*, Phys. Rev. A **63**, 051602(R) (2001).
- [DeM98] B. DEMARCO und D. S. JIN, *Exploring a quantum degenerate gas of fermionic atoms*, Phys. Rev. A **58**, R4267 (1998).
- [Dem00] W. DEMTRÖDER, *Experimentalphysik 3; Atome, Moleküle und Festkörper, zweite erweiterte Ausgabe* (Springer, Berlin, 2000).
- [DeM02] D. DEMILLE, *Quantum Computation with Trapped Polar Molecules*, Phys. Rev. Lett. **88**, 067901 (2002).
- [Der01] A. DEREVIANKO, J. F. BABB und A. DALGARNO, *High-precision calculations of van der Waals coefficients for heteronuclear alkali-metal dimers*, Phys. Rev. A **63**, 052704 (2001).
- [Deu98] I. H. DEUTSCH und P. S. JESSEN, *Quantum-state control in optical lattices*, Phys. Rev. A **57**, 1972 (1998).
- [D'I04] J. P. D'INCAO, H. SUNO und B. D. ESRY, *Limits on Universality in Ultracold Three-Boson Recombination*, Phys. Rev. Lett. **93**, 123201 (2004).
- [Don04] T. DONNER, *Erzeugung ultrakalter Gemische aus fermionischen und bosonischen Atomen*, Diplomarbeit, Universität Tübingen (2004).
- [Dür04] S. DÜRR, T. VOLZ, A. MARTE und G. REMPE, *Observation of Molecules Produced from a Bose-Einstein Condensate*, Phys. Rev. Lett. **92**, 020406 (2004).
- [Efi70] V. EFIMOV, *Energy levels arising from resonant two-body forces in a three-body system*, Phys. Lett. B **33**, 563 (1970).
- [Efi71] V. EFIMOV, *Weakly-bound states of three resonantly-interacting particles*, Sov. J. Nucl. Phys. **12**, 589 (1971).
- [Efi79] V. EFIMOV, *Low-energy properties of three resonantly interacting particles*, Sov. J. Nucl. Phys. **29**, 546 (1979).
- [Ein25] A. EINSTEIN, *Quantentheorie des einatomigen idealen Gases: Zweite Abhandlung*, Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss. , 3 (1925).
- [Esr96] B. D. ESRY, C. H. GREENE, Y. ZHOU und C. D. LIN, *Role of the scattering length in three-boson dynamics and Bose-Einstein condensation*, J. Phys. B **29**, L51 (1996).

- [Esr97] B. D. ESRY, C. H. GREENE, J. P. BURKE, JR. und J. L. BOHN, *Hartree-Fock Theory for Double Condensates*, Phys. Rev. Lett. **78**, 3594 (1997).
- [Ewa04] G. EWALD, W. NÖRTERSCHÄUSER, A. DAX, S. GÖTTE, R. KIRCHNER, H.-J. KLUGE, T. KÜHL, R. SANCHEZ, A. WOJTASZEK, B. A. BUSHAW, G. W. F. DRAKE, Z.-C. YAN und C. ZIMMERMANN, *Nuclear Charge Radii of Li_{8,9} Determined by Laser Spectroscopy*, Phys. Rev. Lett. **93**, 113002 (2004).
- [Fan61] U. FANO, *Effects of Configuration Interaction on Intensities and Phase Shifts*, Phys. Rev. **124**, 1866 (1961).
- [Fed96a] P. O. FEDICHEV, Y. KAGAN, G. V. SHLYAPNIKOV und J. T. M. WALRAVEN, *Influence of Nearly Resonant Light on the Scattering Length in Low-Temperature Atomic Gases*, Phys. Rev. Lett. **77**, 2913 (1996).
- [Fed96b] P. O. FEDICHEV, M. W. REYNOLDS und G. V. SHLYAPNIKOV, *Three-Body Recombination of Ultracold Atoms to a Weakly Bound s Level*, Phys. Rev. Lett. **77**, 2921 (1996).
- [Fer06] F. FERLAINO, C. D'ERRICO, G. ROATI, M. ZACCANTI, M. INGUSCIO, G. MODUGNO und A. SIMONI, *Feshbach spectroscopy of a K-Rb atomic mixture*, Phys. Rev. A **73**, 040702 (2006).
- [Fes58] H. FESHBACH, *Unified Theory of Nuclear Reactions*, Ann. Phys. **5**, 357 (1958).
- [Fes62] H. FESHBACH, *A unified theory of nuclear reactions. II*, Ann. Phys. **19**, 287 (1962).
- [Fes64] H. FESHBACH, *Unified Theory of Nuclear Reactions*, Rev. Mod. Phys. **36**, 1076 (1964).
- [GO98] D. GUÉRY-ODELIN, J. SÖDING, P. DESBIOLLES und J. DALIBARD, *Is Bose-Einstein condensation of atomic cesium possible?*, Europhys. Lett. **44**, 25 (1998).
- [Gri00] R. GRIMM, M. WEIDEMÜLLER und Y. B. OVCHINNIKOV, *Optical Dipole Traps for Neutral Atoms*, Adv. At. Mol. Opt. Phys. **42**, 95 (2000).
- [Gri07] S. GRISHKEVICH und A. SAENZ, *Influence of a tight isotropic harmonic trap on photo-association in ultracold homonuclear alkali-metal gases*, Phys. Rev. A **76**, 022704 (2007).
- [Gün06] S. GÜNTHER, *Wechselwirkungen kalter Li-Rb-Gase im entarteten Regime*, Dissertation, Universität Tübingen (2006).
- [Gün08] A. GÜNTHER, H. BENDER, A. STIBOR, J. FORTÁGH und C. ZIMMERMANN, *Optical Spectroscopy of Ultracold Atoms on an Atom Chip*, arXiv:cond-mat/0809.2527 (2008).
- [Haa07] M. HAAS, *private Mitteilung* (2007).
- [Had96] G. HADINGER, G. HADINGER, S. MAGNIER und M. AUBERT-FRÉCON, *A Particular Case of Asymptotic Formulas for Exchange Energy between Two Long-Range Interacting Atoms with Open Valence Shells of Any Type: Application to the Ground State of Alkali Dimers*, J. Mol. Spectr. **175**, 441 (1996).
- [Hai04] C. HAIMBERGER, J. KLEINERT, M. BHATTACHARYA und N. P. BIGELOW, *Formation and detection of ultracold ground-state polar molecules*, Phys. Rev. A **70**, 021402 (2004).
- [Hak98] H. HAKEN und H. C. WOLF, *Molekülphysik und Quantenchemie*, 3. Auflage (Springer, Berlin, 1998).
- [Hal98] D. S. HALL, M. R. MATTHEWS, J. R. ENSHER, C. E. WIEMAN und E. A. CORNELL, *Dynamics of Component Separation in a Binary Mixture of Bose-Einstein Condensates*, Phys. Rev. Lett **81**, 1539 (1998).

- [Hes86] H. F. HESS, *Evaporative cooling of magnetically trapped and compressed spin-polarized hydrogen*, Phys. Rev. B **34**, 3476 (1986).
- [Hir94] E. HIROTA, J. M. BROWN, J. T. HOUGEN, T. SHIDA und N. HIROTA, *Symbols for fine and hyperfine structure parameters (IUPAC Recommendations 1994)*, Pure Appl. Chem. **66**, 571 (1994).
- [Hol96] M. HOLLAND und J. COOPER, *Expansion of a Bose-Einstein condensate in a harmonic potential*, Phys. Rev. A **53**, R1954 (1996).
- [Ill04] F. ILLUMINATI und A. ALBUS, *High-Temperature Atomic Superfluidity in Lattice Bose-Fermi Mixtures*, Phys. Rev. Lett. **93**, 090406 (2004).
- [IM86] G. IGEL-MANN, U. WEDING, P. FUENTEALBA und H. STOLL, *Ground-state properties of alkali dimers XY (X,Y=Li to Cs)*, J. Chem. Phys. **84**, 5007 (1986).
- [Ino98] S. INOUE, M. R. ANDREWS, J. STENGER, H.-J. MIESNER, D. M. STAMPER-KURN und W. KETTERLE, *Observation of Feshbach resonances in a Bose-Einstein condensate*, Nature **392**, 151 (1998).
- [Jac74] J. D. JACKSON, *Classical Electrodynamics*, 2. Aufl. (John Wiley & Sons Inc., New York, 1974).
- [Joc03] S. JOCHIM, M. BARTENSTEIN, A. ALTMAYER, G. HENDL, S. RIEDL, C. CHIN, J. H. DENSCHLAG und R. GRIMM, *Bose-Einstein Condensation of Molecules*, Science **302**, 2101 (2003).
- [Jun08] M. JUNKER, D. DRIES, C. WELFORD, J. HITCHCOCK, Y. P. CHEN und R. G. HULET, *Photoassociation of a Bose-Einstein Condensate near a Feshbach Resonance*, Phys. Rev. Lett. **101**, 060406 (2008).
- [Ker04a] A. J. KERMAN, J. M. SAGE, S. SAINIS, T. BERGEMAN und D. DEMILLE, *Production and State-Selective Detection of Ultracold RbCs Molecules*, Phys. Rev. Lett. **92**, 153001 (2004).
- [Ker04b] A. J. KERMAN, J. M. SAGE, S. SAINIS, T. BERGEMAN und D. DEMILLE, *Production of Ultracold, Polar RbCs* Molecules via Photoassociation*, Phys. Rev. Lett. **92**, 033004 (2004).
- [Ket96] W. KETTERLE und N. J. VAN DRUTEN, *Evaporative cooling of trapped atoms*, Adv. At. Mol. Opt. Phys. **37**, 181 (1996).
- [Kha02] L. KHAYKOVICH, F. SCHRECK, G. FERRARI, T. BOURDEL, J. CUBIZOLLES, L. D. CARR, Y. CASTIN und C. SALOMON, *Formation of a Matter-Wave Bright Soliton*, Science **296**, 1290 (2002).
- [Kno08] S. KNOOP, F. FERLAINO, M. MARK, M. BERNINGER, H. SCHOEDEL, H.-C. NAEGERL und R. GRIMM, *Observation of an Efimov-like resonance in ultracold atom-dimer scattering*, arxiv:cond-mat/0807.3306v1 (2008).
- [Köh06] T. KÖHLER, K. GÓRAL und P. S. JULIENNE, *Production of cold molecules via magnetically tunable Feshbach resonances*, Rev. Mod. Phys. **78**, 1311 (2006).
- [Kot04] S. KOTOCHIGOVA, P. S. JULIENNE und E. TIESINGA, *Photoassociative Formation of Ultracold Polar KRb Molecules*, Eur. J. Phys. D **31**, 189 (2004).

- [Kra06a] P.-T. KRAEMER, *Few-Body Interactions in an Ultracold Gas of Cesium Atoms*, Dissertation, Leopold-Franzens Universität Innsbruck (2006).
- [Kra06b] T. KRAEMER, M. MARK, P. WALDBURGER, J. G. DANZL, C. CHIN, B. ENGESER, A. D. LANGE, K. PILCH, A. JAAKKOLA, H.-C. NÄGERL und R. GRIMM, *Evidence for Efimov quantum states in an ultracold gas of cesium atoms*, *Nature* **440**, 315 (2006).
- [Lan32] L. LANDAU, *Zur Theorie der Energieübertragung. II*, *Physics of the Soviet Union* **2**, 46 (1932).
- [Lan77] L. D. LANDAU und E. M. LIFSHITZ, *Quantum Mechanics* (Pergamon Press, Oxford, 1977).
- [Lan08] F. LANG, P. V. D. STRATEN, B. BRANDSTÄTTER, G. THALHAMMER, K. WINKLER, P. S. JULIENNE, R. GRIMM und J. HECKER-DENSCHLAG, *Cruising through molecular bound-state manifolds with radiofrequency*, *Nature Physics* **4**, 223 (2008).
- [Lau02] T. LAUE, E. TIESINGA, C. SAMUELIS, H. KNÖCKEL und E. TIEMANN, *Magnetic-field imaging of weakly bound levels of the ground-state Na₂ dimer*, *Phys. Rev. A* **65**, 023412 (2002).
- [Li08] Z. LI, S. SINGH, T. V. TSCHERBUL und K. W. MADISON, *Feshbach resonances in ultracold ⁸⁵Rb-⁸⁷Rb and ⁶Li-⁸⁷Rb mixtures*, *Phys. Rev. A* **78**, 022710 (2008).
- [Man04] M. W. MANCINI, G. D. TELLES, A. R. L. CAIRES, V. S. BAGNATO und L. G. MARCASSA, *Observation of Ultracold Ground-State Heteronuclear Molecules*, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 133203 (2004).
- [Mar02] A. MARTE, T. VOLZ, J. SCHUSTER, S. DÜRR, G. REMPE, E. G. M. VAN KEMPEN und B. J. VERHAAR, *Feshbach Resonances in Rubidium 87: Precision Measurement and Analysis*, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 283202 (2002).
- [Mar03] A. MARTE, *Feshbachresonanzen bei Stößen ultrakalter Rubidiumatome*, Dissertation, Technische Universität München (2003).
- [Mar07] C. MARZOK, B. DEH, C. ZIMMERMANN und P. W. COURTEILLE, *Ultracold thermalization of ⁷Li and ⁸⁷Rb*, *Phys. Rev. A* **76**, 052704 (2007).
- [Mar08] C. MARZOK, B. DEH, C. ZIMMERMANN, P. W. COURTEILLE, E. TIEMANN, Y. V. VANNE und A. SAENZ, *Feshbach resonances in an ultracold ⁷Li and ⁸⁷Rb mixture*, eingereicht bei *Phys. Rev. A* (2008).
- [Mas08] P. MASSIGNAN und H. T. C. STOOFF, *Efimov states near a Feshbach resonance*, arxiv:cond-mat/082462 (2008).
- [Mat03] F. MATERA, *Fermion pairing in Bose-Fermi mixtures*, *Phys. Rev. A* **68**, 043624 (2003).
- [Mic06] A. MICHELI, G. K. BRENNEN und P. ZOLLER, *A toolbox for lattice-spin models with polar molecules*, *Nature Physics* **2**, 341 (2006).
- [Mie96] F. H. MIES, C. J. WILLIAMS, P. S. JULIENNE und M. KRAUSS, *Estimating Bounds on Collisional Relaxation Rates of Spin-Polarized ⁸⁷Rb Atoms at Ultracold Temperatures*, *J. Res. Nat. Inst. Stand. Technol.* **101**, 521 (1996).
- [MK94] T. MAYER-KUCKUK, *Kernphysik* (Teubner, Stuttgart, 1994).
- [MK97] T. MAYER-KUCKUK, *Atomphysik: Eine Einführung* (Teubner, Stuttgart, 1997).

- [Mod03] M. MODUGNO, F. FERLAINO, F. RIBOLI, G. ROATI, G. MODUGNO und M. INGUSCIO, *Mean-field analysis of the stability of a K-Rb Fermi-Bose mixture*, Phys. Rev. A **68**, 043626 (2003).
- [Moe95] A. J. MOERDIJK, B. J. VERHAAR und A. AXELSSON, *Resonances in ultracold collisions of ^6Li , ^7Li , and ^{23}Na* , Phys. Rev. A **51**, 4852 (1995).
- [Mos01] A. MOSK, S. KRAFT, M. MUDRICH, K. SINGER, W. WOHLLEBEN, R. GRIMM und M. WEIDEMÜLLER, *Mixture of ultracold lithium and cesium atoms in an optical dipole trap*, App. Phys. B **73**, 791 (2001).
- [Ni08] K.-K. NI, S. OSPELKAUS, M. H. G. DE MIRANDA, A-PE'ER, B. NEYENHUIS, J. J. ZIRBEL, S. KOTOCHIGOVA, P. S. JULIENNE, D. S. JIN und J. YE, *A High Phase-Space-Density Gas of Polar Molecules*, arxiv:quant-ph/0808.2963v2 (2008).
- [Nol89] W. NOLTING, *Theoretische Physik: Quantenmechanik* (Springer, Berlin, 1989).
- [Osp06a] C. OSPELKAUS, *Fermi-Bose mixtures - From mean-field interactions to ultracold chemistry*, Dissertation, Universität Hamburg (2006).
- [Osp06b] C. OSPELKAUS, S. OSPELKAUS, L. HUMBERT, P. ERNST, K. SENGSTOCK und K. BONGS, *Ultracold Heteronuclear Molecules in a 3D Optical Lattice*, Phys. Rev. Lett. **97**, 120402 (2006).
- [Osp06c] S. OSPELKAUS, C. OSPELKAUS, L. HUMBERT, K. SENGSTOCK und K. BONGS, *Tuning of Heteronuclear Interactions in a Degenerate Fermi-Bose Mixture*, Phys. Rev. Lett. **97**, 120403 (2006).
- [Osp08] S. OSPELKAUS, A. PE'ER, K.-K. NI, J. J. ZIRBEL, B. NEYENHUIS, S. KOTOCHIGOVA, P. S. JULIENNE, J. YE und D. S. JIN, *Efficient state transfer in an ultracold dense gas of heteronuclear molecules*, Nature Physics **4**, 622 (2008).
- [Oue04] H. OUERDANE und M. J. JAMIESON, *Scattering parameters for cold Li-Rb and Na-Rb collisions derived from variable phase theory*, Phys. Rev. A **70**, 022712 (2004).
- [Pap08] S. B. PAPP, J. M. PINO, R. J. WILD, S. RONEN, C. E. WIEMAN, D. S. JIN und E. A. CORNELL, *Bragg spectroscopy of a strongly interacting ^{85}Rb Bose-Einstein condensate*, arXiv:cond-mat/0805.0295 (2008).
- [Pas] A. PASHOV und E. TIEMANN, *Publikation in Vorbereitung*.
- [Pas07] A. PASHOV, O. DOCENKO, M. TAMANIS, R. FERBER, H. KNÖCKEL und E. TIEMANN, *Coupling of the $X^1\Sigma^+$ and $a^3\Sigma^+$ states of KRb*, Phys. Rev. A **76**, 022511 (2007).
- [Pel08] P. PELLEGRINI, M. GACESA und R. CÔTÉ, *Giant Formation Rates of Ultracold Molecules via Feshbach-Optimized Photoassociation*, Phys. Rev. Lett. **101**, 053201 (2008).
- [Por03] S. G. PORSEV und A. DEREVIANKO, *Accurate relativistic many-body calculations of van der Waals coefficients C_8 and C_{10} for alkali-metal dimers*, J. Chem. Phys. **119**, 844 (2003).
- [Rad85] A. A. RADZIG und B. M. SMIRNOV, *Reference Data on Atoms, Molecules and Ions* (Springer, Berlin, 1985).
- [Reg05] C. REGAL, *Experimental realization of BCS-BEC crossover physics with a Fermi gas of atoms*, Dissertation, JILA, Boulder (2005).

- [Rey86] M. W. REYNOLDS, I. SHINKODA, R. W. CLINE und W. N. HARDY, *Observation of inverse predissociation of spin-polarized atomic hydrogen at low temperatures*, Phys. Rev. B **34**, 4912 (1986).
- [Ric33] K. RICE, *Predissociation and the Crossing of Molecular Potential Energy Curves*, J. Chem. Phys. **1**, 375 (1933).
- [Rob98] J. L. ROBERTS, N. R. CLAUSSEN, J. P. BURKE, C. H. GREENE, E. A. CORNELL und C. E. WIEMAN, *Resonant Magnetic Field Control of Elastic Scattering in Cold ^{85}Rb* , Phys. Rev. Lett. **81**, 5109 (1998).
- [Rot02] R. ROTH, *Structure and stability of trapped atomic boson-fermion mixtures*, Phys. Rev. A **66**, 013614 (2002).
- [Rup95] P. A. RUPRECHT, M. J. HOLLAND, K. BURNETT und M. EDWARDS, *Time-dependent solution of the nonlinear Schrödinger equation for Bose-condensed trapped neutral atoms*, Phys. Rev. A **51**, 4704 (1995).
- [Sac97] C. SACKETT, C. BRADLEY, M. M. WELLING und R. HULET, *Bose-Einstein condensation of lithium*, App. Phys. B **65**, 433 (1997).
- [Sac98] C. A. SACKETT, H. T. C. STOOF und R. G. HULET, *Growth and Collapse of a Bose-Einstein Condensate with Attractive Interactions*, Phys. Rev. Lett. **80**, 2031 (1998).
- [Sag05] J. M. SAGE, S. SAINIS, T. BERGEMAN und D. DEMILLE, *Optical Production of Ultracold Polar Molecules*, Physical Review Letters **94**, 203001 (2005).
- [San95] C. J. SANSONETTI, B. RICHOU, R. ENGLEMAN und L. J. RADZIEMSKI, *Measurements of the resonance lines of ^6Li and ^7Li by Doppler-free frequency-modulation spectroscopy*, Phys. Rev. A **52**, 2682 (1995).
- [Sch01a] U. SCHLÖDER, C. SILBER und C. ZIMMERMANN, *Photoassociation of heteronuclear lithium*, Appl. Phys. B: Lasers and Optics **73**, 801 (2001).
- [Sch01b] F. SCHRECK, L. KHAYKOVICH, K. L. CORWIN, G. FERRARI, T. BOURDEL, J. CUBIZOLLES und C. SALOMON, *Quasipure Bose-Einstein Condensate Immersed in a Fermi Sea*, Phys. Rev. Lett. **87**, 080403 (2001).
- [Sch02a] U. SCHLÖDER, C. SILBER, T. DEUSCHLE und C. ZIMMERMANN, *Saturation in heteronuclear photoassociation of $^6\text{Li}^7\text{Li}$* , Phys. Rev. A **66**, 061403 (2002).
- [Sch02b] F. SCHRECK, *Mixtures of ultracold gases: Fermi sea and Bose-Einstein condensate of lithium isotopes*, Dissertation, École Normale Supérieure, Universität Paris VI (2002).
- [Sch05] C. H. SCHUNCK, M. W. ZWIERLEIN, C. A. STAN, S. M. F. RAUPACH, W. KETTERLE, A. SIMONI, E. TIESINGA, C. J. WILLIAMS, und P. S. JULIENNE, *Feshbach resonances in fermionic ^6Li* , Phys. Rev. A **71**, 045601 (2005).
- [Sil88] I. F. SILVERA, H. P. GODFRIED, E. R. ELIEL, J. G. BRISSON, J. D. GILLASPY, J. C. MESTER und C. MALLARDEAU, *Magnetic-field dependence of resonance recombination in spin-polarized atomic hydrogen*, Phys. Rev. B **37**, 1520 (1988).
- [Sil00] C. SILBER, *Eine kombinierte magnetooptische Falle für bosonisches und fermionisches Lithium*, Diplomarbeit, Universität Tübingen (2000).
- [Sil05a] C. SILBER, *Sympathetisches Kühlen von $^6\text{Lithium}$ mit $^{87}\text{Rubidium}$* , Dissertation, Universität Tübingen (2005).

- [Sil05b] C. SILBER, S. GÜNTHER, C. MARZOK, B. DEH, P. W. COURTEILLE und C. ZIMMERMANN, *Quantum-Degenerate Mixture of Fermionic Lithium and Bosonic Rubidium Gases*, Phys. Rev. Lett. **95**, 170408 (2005).
- [Sta04] C. A. STAN, M. W. ZWIERLEIN, C. H. SCHUNCK, S. M. F. RAUPACH und W. KETTERLE, *Observation of Feshbach Resonances between Two Different Atomic Species*, Phys. Rev. Lett. **93**, 143001 (2004).
- [Ste03] J. STEINHAUER, R. OZERI und N. DAVIDSON, *The Roton in a Bose-Einstein Condensate*, arXiv:cond-mat/0303375 (2003).
- [Sti07] A. STIBOR, S. KRAFT, T. CAMPEY, D. KOMMA, A. GÜNTHER, J. FORTÁGH, C. J. VALE, H. RUBINSZTEIN-DUNLOP und C. ZIMMERMANN, *Calibration of a single-atom detector for atomic microchips*, Phys. Rev. A **76**, 033614 (2007).
- [Sto97] H. T. C. STOOFF, *Macroscopic quantum tunneling of a bose condensate*, J. Stat. Phys. **87**, 1353 (1997).
- [Str02] K. E. STRECKER, G. B. PARTRIDGE, A. G. TRUSCOTT und R. G. HULET, *Formation and Propagation of Matter Wave Soliton Trains*, Nature **417**, 150 (2002).
- [Stw76] W. C. STWALLEY, *Stability of Spin-Aligned Hydrogen at Low Temperatures and High Magnetic Fields: New Field-Dependent Scattering Resonances and Predissociations*, Phys. Rev. Lett. **37**, 1628 (1976).
- [Stw04] W. C. STWALLEY, *Efficient Conversion of Ultracold Feshbach-Resonant Polar Molecules into Ultracold Ground State ($X^1\Sigma_g^+ v = 0, J = 0$) Molecules*, Eur. Phys. J. D **31**, 221 (2004).
- [Tas08] S. TASSY, N. NEMITZ, F. BAUMER, C. HÖHL, A. BATÄR und A. GÖRLITZ, *Sympathetic cooling in a mixture of diamagnetic and paramagnetic atoms*, arxiv:atom-ph/0709.0827 (2008).
- [The04] M. THEIS, G. THALHAMMER, K. WINKLER, M. HELLWIG, G. RUFF, R. GRIMM und J. H. DENSCHLAG, *Tuning the Scattering Length with an Optically Induced Feshbach Resonance*, Phys. Rev. Lett. **93**, 123001 (2004).
- [Tho35] L. H. THOMAS, *The Interaction Between a Neutron and a Proton and the Structure of H_3* , Phys. Rev. **47**, 903 (1935).
- [Tie93] E. TIESINGA, B. J. VERHAAR und H. T. C. STOOFF, *Threshold and resonance phenomena in ultracold ground-state collisions*, Phys. Rev. A **47**, 4114 (1993).
- [Tie02] U. TIETZE und C. SCHENK, *Halbleiterschaltungstechnik* (Springer, Berlin, 2002).
- [Tru01] A. G. TRUSCOTT, K. E. STRECKER, W. I. MCALEXANDER, G. B. PARTRIDGE und R. G. HULET, *Observation of Fermi Pressure in a Gas of Trapped Atoms*, Science **291**, 257 (2001).
- [Van08] Y. VANNE und A. SAENZ, *private Mitteilung* (2008).
- [Vee08] G. VEERAVALLI, E. D. KUHNLE, P. DYKE und C. J. VALE, *Bragg Spectroscopy of a strongly interacting Fermi gas*, arxiv:cond-mat/0809.2145 (2008).
- [Web03] T. WEBER, J. HERBIG, M. MARK, H.-C. NÄGERL und R. GRIMM, *Three-Body Recombination at Large Scattering Lengths in an Ultracold Atomic Gas*, Phys. Rev. Lett. **91**, 123201 (2003).

- [Wei03] M. WEIDEMÜLLER und C. ZIMMERMANN, *Interactions in Ultracold Gases* (Wiley, Weinheim, 2003).
- [Wol08] WOLFRAM RESEARCH, *Wigner 9j-Symbol*, <http://mathworld.wolfram.com/Wigner9j-Symbol.html> (2008).
- [Wu96] H. WU und C. J. FOOT, *Direct simulation of evaporative cooling*, J. Phys. B **29**, L321 (1996).
- [Zac06] M. ZACCANTI, C. D'ERRICO, F. FERLAINO, G. ROATI, M. INGUSCIO und G. MODUGNO, *Control of the interaction in a Fermi-Bose mixture*, Phys. Rev. A **74**, 041605 (2006).
- [Zen32] C. ZENER, *Non-adiabatic Crossing of Energy Levels*, Proc. of the Royal Society of London, Series A **6**, 692 (1932).
- [Zha04] J. ZHANG, E. G. M. VAN KEMPEN, T. BOURDEL, L. KHAYKOVICH, J. CUBIZOLLES, F. CHEVY, M. TEICHMANN, L. TARRUELL, S. J. J. M. F. KOKKELMANS und C. SALOMON, *P-wave Feshbach resonances of ultracold ^6Li* , Phys. Rev. A **70**, 030702 (2004).
- [Zim07] C. ZIMMERMANN, *Skript zur Vorlesung Experimentalphysik 6* (Universität Tübingen, 2007).
- [Zir08a] J. J. ZIRBEL, K.-K. NI, S. OSPELKAUS, J. P. D'INCAO, C. E. WIEMAN, J. YE und D. S. JIN, *Collisional Stability of Fermionic Feshbach Molecules*, Phys. Rev. Lett. **100**, 143201 (2008).
- [Zir08b] J. J. ZIRBEL, K.-K. NI, S. OSPELKAUS, T. L. NICHOLSON, M. L. OLSEN, P. S. JULIENNE, C. E. WIEMAN, J. YE und D. S. JIN, *Heteronuclear molecules in an optical dipole trap*, Phys. Rev. A **78**, 013416 (2008).
- [Zwi04] M. W. ZWIERLEIN, C. A. STAN, C. H. SCHUNCK, S. M. F. RAUPACH, A. J. KERMAN und W. KETTERLE, *Condensation of Pairs of Fermionic Atoms near a Feshbach Resonance*, Phys. Rev. Lett. **92**, 120403 (2004).
- [Zwi05] M. ZWIERLEIN, J. ABO-SHAER, A. SCHIROTZEK, C. SCHUNCK und W. KETTERLE, *Vortices and Superfluidity in a Strongly Interacting Fermi Gas*, Nature **435**, 1047 (2005).

Ein herzliches Dankeschön...

... möchte ich an dieser Stelle all denjenigen Menschen aussprechen, die mir während meiner Doktorarbeit ihre fachliche oder moralische Unterstützung gegeben haben.

Zuerst will ich natürlich meinem Laborweggefährten und TiSa-Nahkämpfer Benjamin Deh dafür danken, sich ebensowenig von Spektroskopiezellen und Laserdioden unterkriegen zu lassen wie von endlosen Diskussionen mit mir darüber, wie man am besten vorgehen könnte. Obwohl wir uns immer wieder gesagt haben, dass mit Kalium doch alles viel einfacher wäre, bleibt auch er den „roten Teufeln“ treu und widmet sich demnächst kanadischen Lithium- und Rubidiumatomen. Hierfür wünsche ich ihm viel Erfolg und den ein oder anderen Elchschinken auf dem Teller!

Mein besonderer Dank gilt natürlich Claus Zimmermann, der mir die Promotion in seiner Arbeitsgruppe ermöglichte. Während des Bewerbungsgesprächs am Telefon in meinem alten Büro in Münster schärfte er mir ein: „Eine Promotion ist ein Abenteuer mit ungewissem Ausgang!“ Nach meiner Zusage, zu einem Abenteuer bereit zu sein, antwortete er „Dann machen wir das!“. Ich muss zugeben, dass es durchaus ein Abenteuer war und es in unserem Labor manchmal vielleicht auch ein wenig abenteuerlich zugeht. Jedenfall ich bin sehr zufrieden mit dem Ergebnis, denn ich habe in der Zeit eine unglaubliche Menge gelernt, wobei sich dies nicht nur auf Fachliches beschränkt.

Herzlich danken möchte ich auch unserem Projektleiter Philippe W. Courteille. Durch sein enormes Fachwissen und der richtigen Information zum richtigen Zeitpunkt hat er uns bei unserem täglichen Bemühen tatkräftige Unterstützung gegeben. Darüber, dass auch der Spaß dabei nicht zu kurz kommt, durften wir uns sowohl in der Bretagne als auch in der Provence überzeugen, wo meiner Frankophilie weitere Nahrung im wörtlichen und übertragenen Sinn gegeben wurde. Nur Boulespielen kann ich noch nicht so gut...

Unsere Vorgänger Christian Silber und Sebastian Günther haben Benny und mich in alle Geheimnisse des Labors eingeweiht und uns anschließend vertrauensvoll ihr „Baby“ anvertraut. Sie haben uns damit eine sehr zuverlässige Maschine überlassen, die wir ehrfurchtsvoll übernommen, gepflegt und erweitert haben. Dass dies das richtige Vorgehen war, haben wir daran gemerkt, dass sowohl Christian als auch Sebastian immer wieder gerne ins Labor gekommen sind, um sich nach unseren Fortschritten und vielleicht auch ein bißchen nach dem Wohlergehen ihrer Maschine zu erkundigen. Vielleicht hätten wir sie nicht so oft mit unseren Nachfragen zu allen möglichen Details behelligen sollen, obwohl sie schon mehrere Jahre „beim Bosch“ waren.

Das Geheimrezept für gute Zusammenarbeit ist das überaus enge und freundschaftliche Verhältnis, das in der ganzen Arbeitsgruppe herrscht. Ich hätte mich nirgendwo wohler fühlen können und möchte dies hier explizit zum Ausdruck bringen. Die Seminare in der Bretagne, Rankweil (ich fahre nie wieder Ski!) und Blaubeuren haben uns allen unheimlich gut getan und ich freue mich schon auf das Nächste seiner Art. Auch die täglichen Kaffee-

und Teepausen, in denen man über Physik oder den Rest der Welt schwätzt, tragen zu der guten Atmosphäre bei. Darüberhinaus möchte ich die enge Zusammenarbeit mit dem CARL-Experiment von Sebastian Slama, Gordon Krenz und Simone Bux nicht missen. Die besondere Art von Humor, die ich hierbei mit Gordon teile, hat das Ihrige zu der guten Zusammenarbeit beigetragen.

Die vielen kleinen und großen Geräte, Bauteile und Reparaturen, die wir sowohl von der Elektronikwerkstatt unter Leitung von Herrn Schreyer als auch von der Feinmechanikwerkstatt unter Leitung von Herrn Brodbeck gebaut bzw. durchgeführt bekommen haben, haben uns das tägliche Leben im Labor erheblich erleichtert und das Gelingen der Arbeit überhaupt erst möglich gemacht. Hierfür danke ich an dieser Stelle ausdrücklich.

Den Sekretärinnen, allen voran Frau Lossa, aber auch Frau Eiskant und Frau Walz möchte ich herzlich für die stets freundliche und aufgeschlossene Zusammenarbeit danken. Auf Herr Lindel und Herr Lang ist bei verwaltungstechnischen Fragen ebenfalls stets Verlass.

Meine Familie als Ganzes, aber insbesondere natürlich meine Eltern Angelika und Karl-Heinz Marzok haben mich während der gesamten Zeit intensiv unterstützt, was gerade dann wichtig ist, wenn mal nicht alles funktioniert. Durch sie habe ich die Kraft und die Freiheit bekommen, ein einmal gefasstes Ziel nicht aus den Augen zu verlieren sondern immer weiter verfolgen zu können. Für die gegebene Unterstützung auch und gerade in schwierigen Zeiten möchte ich mich hier herzlich bedanken. Dies und noch mehr gilt ebenso für meine Partnerin Frédérique Oddos, die großen Anteil daran hatte, dass ich auch ein Leben außerhalb des Labors hatte. Gemeinsam haben wir ein weiteres Land, das Ländle, entdeckt und fühlen uns hier sehr wohl. Dadurch konnte ich mit ihr zusammen auch immer wieder die nötige Energie auftanken.

Mein Schwager Carsten Aulbert hat mich vor vielen Jahren durchs Schnuppernlassen in seinen ersten Braunschweiger Vorlesungen zum Studium der Physik mit angeregt. Dafür hatte er jetzt allerdings auch die Arbeit mit der Fehlerkorrektur dieser Dissertation. Bei ihm wie auch bei meiner Schwester Melanie Aulbert möchte ich mich sowohl für die Korrekturlesung als auch für die vielen erholsamen Urlaube in Potsdam und Hannover bedanken.

Außerhalb der Physik erlaubten es mir Wolfgang Abart und die Lebendige Schwertkunst Rottenburg, beim wissenschaftlichen Erforschen mittelalterlicher Fechttechniken auch mal so richtig ins Schwitzen zu geraten.

Unserem nachfolgenden Doktoranden Reinhardt Maier und unserem Diplomanden Alexander Schilke wünsche ich alles Gute für die nun anstehenden vielfältigen Experimente! Die spannende Phase für das Li-Rb-Experiment fängt gerade an...

Publikationsliste

Carsten Marzok

1. **„Feshbach resonances in an ultracold ^7Li and ^{87}Rb mixture“**
C. Marzok, B. Deh, C. Zimmermann and Ph. W. Courteille and E. Tiemann
eingereicht bei Phys. Rev. A, preprint: arXiv/cond-mat/0808.3967
2. **„Bragg spectroscopy and Ramsey interferometry with an ultracold Fermi gas“**
B. Deh, C. Marzok, S. Slama, C. Zimmermann, and Ph. W. Courteille
eingereicht bei New J. Phys., preprint: arXiv/cond-mat/0809.4226
3. **„In situ Ramsey interferometry and diffraction echo with an atomic Fermi gas“**
C. Marzok, B. Deh, S. Slama, C. Zimmermann, and Ph. W. Courteille
Phys. Rev. A 78, 021602(R) (2008)
4. **„Feshbach resonances in mixtures of ultracold ^6Li and ^{87}Rb gases“**
B. Deh, C. Marzok, C. Zimmermann, and Ph. W. Courteille
Phys. Rev. A 77, 010701(R) (2008)
5. **„Ultracold thermalization of ^7Li and ^{87}Rb “**
C. Marzok, B. Deh, Ph. W. Courteille, and C. Zimmermann
Phys. Rev. A 76, 052704 (2007)
6. **„Highly versatile atomic micro traps generated by multifrequency magnetic field modulation“**
Ph.W. Courteille, B. Deh, J. Fortágh, A. Günther, S. Kraft, C. Marzok, S. Slama, and C. Zimmermann
J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. 39, 1055 (2006)
7. **„Laser desorption of NO from a thick C_{60} film“**
T. Hoger, C. Marzok, R. T. Jongma, and H. Zacharias
Surf. Sci. 600, 3590 (2006)
8. **„Sympathetic Cooling of Fermionic Lithium via Bosonic Rubidium Gases“**
S. Günther, C. Silber, C. Marzok, B. Deh, Ph. W. Courteille, and C. Zimmermann
Proc. of VII Intern. Conf. on Laser Spectroscopy (ICOLS'05) by World Scientific (2005)
9. **„Quantum-Degenerate Mixture of Fermionic Lithium and Bosonic Rubidium Gases“**
C. Silber, S. Günther, C. Marzok, B. Deh, Ph. W. Courteille, and C. Zimmermann
Phys. Rev. Lett. 95, 170408 (2005)
10. **„Molecular hydrogen as dark mass in dwarf galaxies“**
P. R. Williams, C. Marzok, S. Myers, and A. H. Nelson
Proc. of 220th IAU Symposium on Dark Matter in Galaxies, 251 (2004)

Erklärung

Ich erkläre hiermit, dass ich die zur Promotion eingereichte Arbeit mit dem Titel "Heteronukleare Feshbachresonanzen in ultrakalten Lithium-Rubidium Gemischen" selbständig verfasst, nur die angegebenen Quellen und Hilfsmittel benutzt und wörtlich oder inhaltlich übernommene Stellen als solche gekennzeichnet habe. Es wurde noch kein Promotionsversuch mit diesem oder sonst einem Thema an einer deutschen oder internationalen Universität unternommen. Ich versichere an Eides statt, dass diese Angaben wahr sind und dass ich nichts verschwiegen habe. Mir ist bekannt, dass die falsche Abgabe einer Versicherung an Eides statt mit Freiheitsstrafe bis zu drei Jahren oder mit Geldstrafe bestraft wird.

Tübingen, 15. Oktober 2008