

**Dynamik kalter Atome in einem  
nichtresonant betriebenen  
optischen Ringresonator hoher Güte:**

**Dämpfung und  
Modenunterdrückung**

Dissertation

zur Erlangung des Grades eines Doktors  
der Naturwissenschaften

der Fakultät für Mathematik und Physik  
der Eberhard-Karls-Universität zu Tübingen

vorgelegt von

Gordon Krenz

aus Frankfurt (Oder)

2010

Tag der mündlichen Prüfung: 05.02.2010  
Dekan: Prof. Dr. Wolfgang Knapp  
1. Berichterstatter: Prof. Dr. Claus Zimmermann  
2. Berichterstatter: Prof. Dr. József Fortágh

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Theoretische Grundlagen</b>	<b>7</b>
2.1	Wechselwirkung zwischen Atomen und Licht . . . . .	7
2.2	Der kollektive atomare Rückstoßlaser (CARL) . . . . .	10
2.3	Beidseitig gepumpter Ringresonator . . . . .	16
2.4	Spiegelstreuung . . . . .	22
2.4.1	Ursache und Entstehung . . . . .	22
2.4.2	Eigenschaften . . . . .	23
2.4.3	CARL-Gleichungen mit Spiegelstreuung . . . . .	25
2.5	Gleichgewichtszustand . . . . .	26
2.6	Analyse der atomaren Bewegung . . . . .	28
2.7	Probmodenleistung . . . . .	30
<b>3</b>	<b>Der optische Ringresonator und die Zweimodenstabilisierung</b>	<b>33</b>
3.1	Transversale Moden . . . . .	33
3.1.1	Matrizenoptik . . . . .	33
3.2	Gaußstrahlen . . . . .	34
3.3	Höhere Gaußmoden . . . . .	36
3.4	Der optische Ringresonator . . . . .	38
3.5	Die Zweimodenstabilisierung . . . . .	44
3.5.1	Der Titan-Saphir-Laser . . . . .	45
3.5.2	Der Strahlengang . . . . .	47
3.5.3	Frequenzspektrum des Resonators . . . . .	50
3.6	Photonenstreureate in $TEM_{mn}$ -Moden . . . . .	53
3.7	Stabilität und Reproduzierbarkeit . . . . .	56
3.8	Nichtlineare Effekte . . . . .	58
<b>4</b>	<b>Der Versuchsaufbau</b>	<b>61</b>
4.1	Vakuumkammer und Pumpsystem . . . . .	61
4.2	Prinzip der Magneto-optischen Falle . . . . .	62
4.3	Das Lasersystem . . . . .	63
4.3.1	Lasertisch und Diodenlaser . . . . .	63

---

4.3.2	Experimentiertisch . . . . .	69
4.4	2D-MOT . . . . .	70
4.5	Magneto-Optische-Falle (MOT) . . . . .	72
4.6	Magnetische Fallen . . . . .	73
4.7	Das evaporative Kühlen . . . . .	79
4.7.1	Mikrowellenantenne . . . . .	80
4.8	Absorptionsabbildung . . . . .	81
4.9	Verschiebung der Atome in die Resonatormode . . . . .	83
4.10	Experimentzyklus . . . . .	85
<b>5</b>	<b>Experimentelle Überprüfung mit kalten Atomen</b>	<b>87</b>
5.1	Resonante Stabilisierung . . . . .	87
5.2	Verstimmter Resonator . . . . .	88
5.2.1	Konstante Verstimmung . . . . .	88
5.2.2	Kontinuierlich variierte Verstimmung . . . . .	91
5.3	Vergleich der experimentellen Daten mit dem Modell . . . . .	99
5.4	Gültigkeitsbereich des Modells . . . . .	101
<b>6</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>103</b>
<b>7</b>	<b>Ausblick</b>	<b>105</b>
<b>A</b>	<b>Invarianz der Spiegelstreuung gegenüber gleichmäßiger Ausdehnung</b>	<b>107</b>
<b>B</b>	<b>Lineare Stabilitätsanalyse der CARL-Gleichungen</b>	<b>109</b>
<b>C</b>	<b>Unterdrückung der Spiegelstreuung mit mechanischen Mitteln</b>	<b>113</b>

# 1 Einleitung

Ein Ringresonator, der aus einer Anordnung von mindestens drei Spiegeln besteht, ist in der Lage durch interne Reflexion eingekoppeltes Licht zu speichern und zu verstärken. Die Verstärkung erfolgt nur für Licht bestimmter Frequenzen, andere Frequenzen werden unterdrückt. Die Güte des Resonators bestimmt die Stärke diese Effekts.

Licht kann aufgrund der Geometrie in zwei Richtungen in den Ringresonator injiziert werden. Dabei bildet sich durch Überlagerung der beiden Lichtfelder eine Stehwelle, deren Knoten auf den Spiegeln sitzen. Im Gegensatz zu linearen Resonatoren sind die gegenseitig umlaufenden Lichtfelder aber entkoppelt. Dadurch kann sich zwischen ihnen ein Phasenunterschied aufbauen.

Diese Eigenschaft wird bei der Verwendung von Ringresonatoren in Lasergyroskopen verwendet. Unter Ausnutzung des Sagnac-Effekts lassen sich damit Rotationsgeschwindigkeiten messen. Dazu wird ein von einem Laser beidseitig gepumpter Ringresonator senkrecht zur Ausbreitungsebene des Lasers in Rotation gebracht. Aufgrund des Doppler-Effekts verschieben sich die Resonanzfrequenzen und die Phasen der gegenläufigen Moden. Die Frequenzverschiebung ist proportional zur Rotationsgeschwindigkeit. Bei Lasergyroskopen tritt für kleine Rotationsgeschwindigkeiten eine Entartung der Resonanzfrequenzen auf. Dieses Verhalten ist auch unter dem Begriff mode-locking bekannt. Deshalb lassen sich Laser-Gyroskope erst bei Überschreiten eines Schwellwerts (abhängig von der Rotationsgeschwindigkeit) anwenden [Cho85, Fau88, Ara66, Scu86]. Durch verschiedene Techniken lässt sich das mode-locking in Laser-Gyroskopen unterdrücken (Modulation der Spiegelposition [Kre07], Verwendung höherer Transversalmoden oder Ausnutzung des Faraday-Effekts).

Ein bekanntes Problem bei Ringresonatoren stellt dabei die Spiegelstreuung dar, die bei Lasergyroskopen dazu führt, dass die Modenentartung schon bei hohem Schwellwert einsetzt. Die Spiegelstreuung entsteht durch Streuung von Licht in die entgegengesetzte Mode durch kleine Partikel und Unebenheiten auf der Spiegeloberfläche. Dabei ist die Spiegelstreuung besonders stark bei Resonatoren hoher Güte ausgebildet.

Spiegelstreuung kann durch einige Verfahren vermieden und unterdrückt werden. So kann durch zusätzlich Lichteinkopplung in den Resonator das spiegelrückgestreute Licht destruktiv interferiert werden, die entsprechende Phasen Anpassung vorausgesetzt. Da die Spiegelstreuung frequenzabhängig ist, kann durch Einstellen der Wellenlänge des Pumplichts eine Resonatormode mit kleiner Spiegelstreuungsleistung

gefunden werden. Eine weitere Möglichkeit der Minimierung besteht über die Interferenz der Spiegelstreuung mit dem Licht, dass von ultrakalten Atomen im Resonator gestreut wird.

Aufgrund seiner Eigenschaften eignet sich ein Ringresonator hervorragend, die Wechselwirkung zwischen Lichtfeldern und Materie zu studieren. Um den schwachen Einfluss der Lichtfelder sichtbar zu machen, bedarf es allerdings Atome kleiner kinetischer Energie. Durch die Entwicklung der Laserkühlung [Chu85, Chu86, Phi82] werden Bedingungen möglich, bei denen die kinetische Energie der Atome kleiner ist als die von den Lichtfeldern erzeugten Potentiale. Dadurch können z.B. ultrakalte Atome in den Minima dieser Stehwellenpotentiale bei Lichtfeldern, die rotverstimmt zur atomaren Resonanz sind, gespeichert werden (Dipolfalle).

In einem beidseitig gepumpten Ringresonator kann es unter bestimmten Bedingungen zu optischen Instabilitäten oder zur Frequenzaufspaltung der gegenseitigen Resonatormoden kommen. Die Wechselwirkung eines Atoms mit dem Lichtfeld führt zu einer Phasenverschiebung, die auf jedes Atom des Ensembles Einfluss hat. Es kommt zu einer gegenseitigen Kopplung der Atome untereinander und mit dem Lichtfeld. [Els03, Els04, Nag03c, Nag03a, Nag03b]

Im Jahre 1994 veröffentlichte R. Bonifacio eine Theorie über die kollektive Wechselwirkung von Atomen mit Lichtfeld in einem Ringresonators [Bon94a, Bon94b], etwas später auch in [Bon95, Bon96, Bon97a, Bon97b]. Darin wird verdeutlicht, dass die dort ablaufenden Prozesse ähnlicher Natur sind wie in einem Laser, weswegen das System auch als kollektiver atomarer Rückstoß-Laser (CARL) bezeichnet wird. Hierbei führt die Umstreuung kohärenten Pumplichts in die entgegengesetzte Mode zu einer Änderung der anfänglich homogenen Atomverteilung zu einer periodisch atomaren Dichtestrukturierung. Durch diesen Selbstorganisationsprozess kommt es zu einer exponentiellen Verstärkung des umgestreuten Lichts. Dabei gibt es eine starke Analogie zum Freien-Elektronen-Laser (FEL) [Mad71, Eli76], der wie der CARL klassisch beschrieben werden kann [McN98, Rob03], wogegen die Prozesse in einem „herkömmlichen“ Laser (induzierte Emission) auf quantenmechanischen Prinzipien beruhen. Zum ersten Mal erfolgte dann die experimentelle Überprüfung im Jahr 2003 durch D. Kruse et. al. [Kru03a, Kru03b]. Weitere experimentelle Arbeiten beschäftigten sich eingehender mit der Selbstsynchronisation und zeigten, dass der CARL ein Schwellverhalten in Abhängigkeit von der Atomzahl und der atomaren Verstimmung besitzt [Cub04]. Bei diesen Experimenten besaßen die Atome eine Temperatur von etwa 100  $\mu$ K. Um das Verhalten des CARLs auch bei niedrigeren Temperaturen zu untersuchen, wurde ein neuer Versuchsaufbau entworfen. Dieser ermöglichte es, 1000-mal niedrigere Temperaturen zu erreichen, die auch ein BEC (Bose-Einstein-Kondensat) [And95] möglich machten. Dabei befinden sich alle Atome im selben quantenmechanischen Zustand, womit ein makroskopisches Gebilde mit quantenmechanischen Eigenschaften entsteht. 2006 wurden dann erstmals Experimente mit einem BEC in einen optischen Ringresonator durchgeführt [Sla07a, Sla07b].

Bisher war das eingestrahlte Pumplicht immer resonant auf den Resonator stabilisiert. Im Rahmen dieser Arbeit wurde eine Zweimodenstabilisierung entwickelt, die die verschiedenen Intensitätsprofile und Anregungsfrequenzen von transversalen Resonatormoden ausnutzt. So ist es nun möglich das Pumplicht auch verstimmt zur Resonatorresonanz einzustrahlen. Ziel war es unter anderem, den CARL-Effekt bei konstant verstimmt Resonator zu beobachten.

Bisherige Experimente verwendeten nur leicht unterschiedlich starke Raten beim beidseitigen Pumpen. Unter Nutzung der Spiegelstreuung konnte bei einseitigem Pumpen in Abhängigkeit von der Resonatorverstimmung ein stark asymmetrisches Leistungsverhältnis der gegenläufigen Moden erreicht werden. Dabei wurde eine interessante Interaktion zwischen Spiegelstreuung und der durch die Atome hervorgerufenen Rückstreuung festgestellt, die schon D. Kruse vermutete [Kru04]. Diese zeigt sich in der Interferenz der durch die beiden Rückstreumechanismen geschaffenen Stehwellen. Da sich dadurch auch das Gesamtstehwellenpotential für die Atome ändert hat dies wiederum Auswirkungen auf die Position der Atome und der Interferenz der beiden Teilstehwellen. Für das System ergibt sich bei entsprechenden Anfangsparametern ein Gleichgewichtszustand. Dabei ist der erreichte Gleichgewichtszustand mit einer Dämpfung der atomaren Bewegung verbunden. Dies lässt sich als Kühlen interpretieren, wobei dabei nicht die Relativbewegung der einzelnen Atome einfriert, sondern die Schwerpunktsbewegung der Atomwolke zum Stillstand kommt.

Das Verhalten des Lichtfeldes und der Atome erinnert an Effekte wie sie in optomechanischen Systemen auftreten. Optomechanische System stellen eine Kombination aus optischen und mechanischen Resonator dar [Mar09]. Dabei ist ein Spiegel eines optischen Resonators beweglich, so dass die Länge des Resonators durch den stark überhöhten Strahlungsdruck, und damit die Resonatorresonanz gegenüber der eingestrahlten Frequenz verschoben werden kann. Die mechanischen Schwingungsfrequenzen betragen einige kHz bis MHz. Sie liegen damit im Bereich der Linienbreite von Resonatoren hoher Güte.

Der Strahlungsdruck ändert die Position des Spiegels, dadurch ändert sich, allerdings zeitlich verzögert, die Intensität, die im Resonator umläuft und damit wieder der Strahlungsdruck. Es entsteht eine nichtkonservative Kraft auf den Spiegel. Dadurch wird die Reibung, die auf die Bewegung des Spiegels wirkt, verstärkt oder abgeschwächt. Die Bewegung des Spiegels kann als Anregung von Schwingungsmoden verstanden werden. Der Strahlungsdruck, der durch die umlaufende Intensität bestimmt ist, weist in Abhängigkeit von der Verschiebung des Spiegels, ein lorentzförmiges Profil auf. Schwingt der Spiegel um eine Gleichgewichtslage, die auf der ansteigenden Flanke des Profils liegt, so erfährt das System eine zusätzliche Reibungskraft, die dazu führt, dass die effektive Temperatur der mechanischen Schwingungsmode verringert wird. Auf der anderen Flanke kommt es zum Heizen und damit zu einer Verstärkung der Schwingungsamplitude. Das System kann eine nichtlineare Dynamik

annehmen, die zur Ausbildung von mehreren Gleichgewichtspunkten (Attraktoren) führen kann, auf die sich das System in Abhängigkeit von den Anfangsbedingungen (Schwingungsamplitude, Frequenz, Laserverstimmung) einschwingt.

Die Manipulation des umlaufenden Lichtfeldes kann auf vielfältige Weise geschehen. So nutzen einige Experimente mechanische Schwingbalken (Cantilever) zur Verschiebung des Spiegels [Höh04, Gig06]. Andere verwenden dünne vibrierende Membranen [Tho08] innerhalb des Resonators. Auch Versuche mit optischen Mikrotoroiden [Sch06], die durch mechanische Vibrationen angeregt werden, sind erfolgreich durchgeführt worden.

Der bewegliche Spiegel kann auch durch eine kalte Atomwolke innerhalb des Resonators ersetzt werden [Mur08, Bre08]. Durch Streuung von Licht beeinflussen die Atome das Lichtfeld auf ähnlicher Weise wie ein Spiegel. Die Rückkopplung führt dazu, dass die Bewegung der Atome, anstatt der des Spiegels, beeinträchtigt wird. Die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführten Experimente sind ähnlicher Natur. Auch hier ersetzt ein Ensemble von Atomen den bewegten Spiegel. Im Unterschied zu den vorher genannten Experimenten, werden die Atome nicht in ein fern verstimmtes Dipolfallenpotential geladen, sondern interagieren mit einem Stehwellenpotential, das durch die Überlagerung von Pumplicht und spiegelrückgestreutem Licht entstanden ist.

Das Dämpfen der Schwerpunktsbewegung der Atome liefert Hinweise auf einen wirksamen Kühlmechanismus im Ringresonator. Das Kühlen von Atomen in Resonatoren, die rot verstimmt zur Resonanz sind, ist schon länger bekannt. Theoretische Arbeiten mit verschiedenen Ansätzen zur Kühlung wurden dazu in den letzten Jahren verfasst [Vul00, Vul01, Dom02, Hor97, Els03]. Der besondere Vorteil des Resonatorkühlens liegt darin, dass keine geschlossenen optischen Kühlübergänge benötigt werden wie es für die spontane Emission beim Laserkühlen erforderlich ist. Dadurch lassen sich auch Moleküle und Ionen kühlen [Cir93], die entweder keinen geschlossenen Kühlübergang besitzen oder deren Coulomb-Wechselwirkung zu groß ist, als dass man sie effizient mit Laser kühlen könnte. Die im Resonator angewandten Kühlmechanismen erlauben es außerdem tiefere Temperaturen als beim Laserkühlen zu erreichen, da diese nicht durch die Linienbreite eines Übergangs begrenzt sind. So konnte 2004 zum ersten Mal ein einzelnes Atom in einem Mikroresonator gekühlt werden [Mau04]. In weiteren Experimenten [Bla03, Cha03] konnte die Dämpfung der Schwerpunktsbewegung von Atomwolken gezeigt werden, womit die Kühlung eines Ensembles von Atomen erreicht werden konnte.

Die vorliegende Arbeit gliedert sich folgendermaßen. Kapitel 2 beschäftigt sich mit den theoretischen Grundlagen, die erforderlich für das Verständnis der Arbeit sind. Zunächst wird dabei auf die grundlegende Atom-Licht-Wechselwirkung eingegangen. Dem folgt ein Abschnitt, der sich mit der klassischen Behandlung des CARL-Effekts. Danach wird auf Gleichgewichtszustände der atomaren Bewegung eingegangen, die



bei beidseitigem Pumpen des Resonators auftreten können. Unter Ausnutzung der Spiegelstreuung wird ein alternatives Szenario vorgestellt, mit dem man Gleichgewichtszustände erhalten kann. Dazu wird ein geeignetes Modell vorgestellt, mit dem man den Vorgang beschreiben kann, wie die Atome in das Gleichgewicht kommen. Außerdem wird das Verhalten der Probmodenleistung aufgrund der Atome im Gleichgewicht modelliert.

Kapitel 3 widmet sich den Eigenschaften von Resonatoren und charakterisiert den in den Experimenten verwendeten Ringresonator. Danach folgt eine Erläuterung der Eigenschaften und der Funktionsweise der Zweimodenstabilisierung.

Der experimentelle Aufbau und der Experimentzyklus zum Kühlen der Atome ist in Kap. 4 beschrieben. Hier wird die Vakuumapparatur, das Lasersystem und weitere wichtige Komponenten wie Magnetfeld und Mikrowellenkühlen näher erläutert.

In Kap. 5 werden der Ablauf der Resonatorexperimente und ihre Messungen dargestellt. Anschließend werden die Ergebnisse mit dem Modell verglichen und diskutiert. Die beiden letzten Kapitel fassen die Ergebnisse zusammen und geben einen Ausblick auf zukünftige Experimente.



# 2 Theoretische Grundlagen

In dieser Arbeit wird folgendes System betrachtet: ein optischer Ringresonator wird von einer oder zwei Seiten mit Licht gepumpt. Bei beidseitigem Pumpen bildet sich eine externe Stehwelle aus. Atome, die sich im Resonator befinden, können Licht in die entgegengesetzten Richtungen umstreuen. Dabei entstehen zusammen mit dem Pumplicht beider Seiten zusätzliche Stehwellen, die mit der externen Stehwelle interferieren können. Dies hat Auswirkungen auf die kollektive Dynamik der Atome, die wiederum Einfluss auf die von den Atomen erzeugte Stehwelle hat.

Allerdings kann Licht auch durch mikroskopische Verunreinigungen auf den Spiegeln umgestreut werden, so dass ähnliche Effekte auch bei einseitig gepumpten Resonator beobachtet werden können.

Der erste Abschnitt dieses Kapitels wird sich kurz mit den wichtigsten Größen zum Verständnis der Wechselwirkung zwischen Atomen und Lichtfeldern beschäftigen. Der nächste Abschnitt geht auf das Phänomen des kollektiven atomaren Rückstoß-Lasers (CARL) und dessen wichtige Größen ein. Anschliessend wird das Verhalten der Atome bei stark asymmetrischen Pumpleistungen in den entgegengesetzten Moden diskutiert. Dann folgt ein kurzer Exkurs über die Eigenschaften der Spiegelstreuung und ihr Einfluss auf die Dynamik der Atome. Dabei wird ein Modell diskutiert, dass sich experimentell durch die Analyse des rückgestreuten Lichts überprüfen lässt.

## 2.1 Wechselwirkung zwischen Atomen und Licht

Für die korrekte Beschreibung der Wechselwirkung von Atomen mit Licht muss im Allgemeinen die Quantenmechanik angewandt werden. Dabei wird das Atom als Zweiniveau-System mit einem Grundzustand und einem angeregten Zustand angesehen. Sind die eingestrahlten Lichtfelder jedoch nur schwach und außerdem die atomaren Dichten gering, so dass die Atome ausschließlich mit dem Lichtfeld wechselwirken und nicht untereinander, kann das klassische Lorentz-Modell verwendet werden. Ein monochromatisches Lichtfeld

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_0(\mathbf{r}) \exp(-i\omega t) + c.c. \quad (2.1)$$

induziert in einem Atom ein Dipolmoment  $\mathbf{p}$ . Das Dipolmoment ist gegeben durch

$$\mathbf{p} = e\mathbf{x}, \quad (2.2)$$

wobei  $e$  die Elementarladung und  $\mathbf{x}$  der Ortsvektor eines Elektrons relativ zum Atomkern ist. Im Lorentzmodell wird angenommen, dass sich das Elektron wie ein gedämpfter harmonischer Oszillator verhält, der durch das Lichtfeld getrieben wird. Das induzierte Dipolmoment, das sich daraus ableiten lässt, ist proportional zum elektrischen Feld  $\mathbf{E}$

$$\mathbf{p} = \alpha(\omega)\mathbf{E}. \quad (2.3)$$

Die Polarisierbarkeit  $\alpha(\omega)$  ist frequenzabhängig und gibt die Stärke an, mit der das Atom polarisiert wird.

$$\alpha = \frac{3\pi\epsilon_0 c^3}{2\omega_0^3} \left( \frac{2\Delta_a \Gamma}{\Delta_a^2 + (\Gamma/2)^2} + i \frac{\Gamma^2}{\Delta_a^2 + (\Gamma/2)^2} \right). \quad (2.4)$$

Sie hängt im Wesentlichen von der Verstimmung der Laserfrequenz  $\Delta_a = \omega - \omega_0$  zur atomaren Resonanz  $\omega_0$  ab ( $|\Delta_a| \ll \omega_0$ ) sowie der Dämpfungsrate  $\Gamma$  des Oszillators. Die Dämpfungsrate kann klassisch und quantenmechanisch ermittelt werden. Dies soll hier aber nicht Gegenstand sein. Verwiesen sei dabei auf [Cub06]. Wichtig ist die Feststellung, dass die Dämpfungsrate als spontane Zerfallsrate des angeregten Zustands angesehen werden kann. Aus der Polarisierung  $\alpha$  lässt sich die Gesamtkraft des Lichtfeldes auf das induzierte Dipolmoment nach Mittelung über eine Schwingungsperiode berechnen

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_{\text{dip}} + \mathbf{F}_{\text{rad}} = \frac{1}{2\epsilon_0 c} \text{Re}(\alpha) \nabla I + \frac{1}{\epsilon_0 c} \text{Im}(\alpha) I \nabla \Psi. \quad (2.5)$$

Der erste Term stellt dabei die Dipolkraft dar. Sie ist abhängig vom Gradienten der ortsabhängigen Intensität  $I$  des Lichtfeldes. Das Potential zur Dipolkraft ist gegeben durch

$$U_{\text{dip}} = \frac{1}{2\epsilon_0 c} \text{Re}(\alpha) I. \quad (2.6)$$

Die Dipolkraft ist eine konservative Kraft und zeigt je nach Verstimmung zur atomaren Resonanz in Richtung maximaler oder minimaler Intensität. Bei negativer Verstimmung  $\Delta_a = \omega - \omega_0 < 0$  wirkt eine Kraft in Richtung maximaler Lichtintensität. Dagegen wird das Atom für positive Verstimmung in die entgegengesetzte Richtung gedrängt.

Der zweite Term beschreibt die Kraft, die aufgrund des Strahlungsdrucks auf das Atom wirkt. Sie ist bestimmt durch den Gradienten der ortsabhängigen Phase  $\Psi$ . Wird ein Atom von einer ebenen Welle angeregt, absorbiert es Photonen mit einer Leistung  $P_{\text{abs}} = \langle \mathbf{p} \cdot \mathbf{E} \rangle$  und emittiert diese wieder als Dipolstrahlung. Für eine ebene Welle mit Wellenzahlvektor  $\mathbf{k}$  ist  $\nabla \Psi = \mathbf{k}$ . Bei der Absorption eines Photons wird der Photonenimpuls  $\hbar \mathbf{k}$  auf das Atom übertragen, während die anschließende Emission isotrop verläuft und im zeitlichen Mittel keinen Impuls überträgt. Die Streurrate, mit der das Photon wieder emittiert wird, lässt sich aus einem semi-klassischen Ansatz, der das Atom als Zwei-Niveau-System betrachtet [Gri00], schreiben als

$$\Gamma_{\text{str}} = \frac{1}{\hbar \epsilon_0 c} \text{Im}(\alpha) I = \frac{s_0 \Gamma / 2}{1 + (2\Delta_a / \Gamma)^2}, \quad (2.7)$$

wobei  $s_0 = I/I_s$  den so genannten Sättigungsparameter angibt. Dieser ist gegeben als Quotient von eingestrahelter Intensität  $I$  zur Sättigungsintensität  $I_s = \pi\Gamma\hbar c/3\lambda^3$  des atomaren Übergangs. Die Einführung des Sättigungsparameters ist notwendig, da die Streurrate mit der Intensität ins Unendliche wachsen würde. Er gibt an, wie stark das angeregte Niveau besetzt ist. Bei der korrekten quantenmechanischen Behandlung, bei der die optischen Blochgleichungen angewendet werden, ergibt sich im Nenner von (2.7) noch ein weiterer Summand  $s_0$ . Für kleine Intensitäten ist (2.7) eine sehr gute Näherung. Die Kraft, die auf das Atom übertragen wird, kann bei Annahme einer ebenen Welle mit Wellenvektor  $\mathbf{k}$  angegeben werden als

$$\mathbf{F} = \hbar\mathbf{k}\Gamma_{\text{str}}. \quad (2.8)$$

Diese Kraft ist nicht konservativ und kann zum Kühlen von Atomen in einer optischen Melasse genutzt werden. Setzt man den Ausdruck für die Polarisierung in (2.6) und (2.7) mit der Einschränkung  $\Gamma \ll |\Delta_a|$  ein, so erhält man

$$U_{\text{dip}}(\mathbf{r}) = \frac{3\pi c^2\Gamma}{2\omega_0^3} \frac{1}{\Delta_a} I(\mathbf{r}) \quad \text{sowie} \quad (2.9)$$

$$\Gamma_{\text{str}}(\mathbf{r}) = \frac{3\pi c^2\Gamma^2}{2\hbar\omega_0^3} \frac{1}{\Delta_a^2} I(\mathbf{r}). \quad (2.10)$$

Diese Gleichungen setzen jedoch voraus, dass es sich bei dem betrachteten Atom um ein Zwei-Niveau-System handelt. Dies trifft allerdings nicht auf das in den Experimenten verwendete  $^{87}\text{Rb}$ -Atom zu. Dieses zeichnet sich durch mehrere Fein- und Hyperfeinstrukturzustände aus, die alle für eine korrekte Beschreibung berücksichtigt werden müssen. Da die wichtigsten genutzten Übergänge im  $^{87}\text{Rb}$  die D1- und D2-Linie sind und die gewählte Verstimmung der Laserfrequenz größer als die Hyperfein- und Feinaufspaltung ist, kann die Näherung

$$U_{\text{dip}}(\mathbf{r}) = \frac{\pi c^2\Gamma}{2\omega_0^3} \left( \frac{1}{\Delta_1} + \frac{2}{\Delta_2} \right) I(\mathbf{r}) \quad \text{bzw.} \quad (2.11)$$

$$\Gamma_{\text{str}}(\mathbf{r}) = \frac{\pi c^2\Gamma^2}{2\hbar\omega_0^3} \left( \frac{1}{\Delta_1^2} + \frac{2}{\Delta_2^2} \right) I(\mathbf{r}). \quad (2.12)$$

verwendet werden. Dabei bezeichnet  $\Delta_1$  die Verstimmung der Laserfrequenz zur D1-Linie ( $\lambda=794.98\text{ nm}$ ) und  $\Delta_2$  zur D2-Linie ( $\lambda=780.24\text{ nm}$ ). Das Dipolpotential ist proportional zu  $1/\Delta$ , während die Streurrate mit  $1/\Delta^2$  abfällt. Bei Dipolfallen arbeitet man deswegen weit verstimmt und mit hoher Intensität, um die Streuraten niedrig zu halten und dennoch einen guten Einschluss der Atome zu gewährleisten. Welche Abhängigkeiten für den CARL gelten, wird im nächsten Abschnitt dargelegt.

## 2.2 Der kollektive atomare Rückstoßlaser (CARL)

Die kollektiven Phänomene des CARL-Effekts spielen in dieser Arbeit eine wichtige Rolle und sollen im Folgenden kurz beschrieben werden.

Die ultrakalten Atome befinden sich zunächst bezüglich ihres Schwerpunktes in Ruhe im Modenvolumen einer  $\text{TEM}_{00}$ -Resonatormode (siehe auch Kap. 3) des einseitig gepumpten Ringresonators. Das Modenvolumen ist gegeben durch

$$V_{\text{mode}} = \frac{1}{2}\pi w^2 L. \quad (2.13)$$

Dabei ist  $L$  die Umlauflänge des Resonators und  $w$  sein Strahlradius. Die Atome streuen Photonen von der Pumpichtung in die entgegengesetzte Richtung (Probmode) um. Dabei würden die einzelnen Wellenzüge des rückgestreuten Lichts bei homogener Verteilung destruktiv miteinander interferieren. Jedoch gibt es im Inneren der Atomwolke immer leichte Dichtefluktuationen. Diese und die begrenzte Ausdehnung der Atomwolke führen zu einer geringen Umstreuung von Photonen in die Probrichtung. Ein Photon im Resonator erzeugt ein elektrisches Feld

$$\mathcal{E} = \sqrt{\frac{\hbar\omega}{2\epsilon_0 V_{\text{mode}}}}. \quad (2.14)$$

Aus dem gesamten elektrischen Feld  $E_{\pm}$  und dem eines Photons lässt sich die mittlere Zahl der Photonen in der Pumpmode ( $\alpha_+$ ) und der Probmode ( $\alpha_-$ ) angeben

$$|\alpha_{\pm}|^2 = \left| \frac{E_{\pm}}{\mathcal{E}} \right|^2. \quad (2.15)$$

Es kommt zur Interferenz zwischen rückgestreuter Mode mit der Pumpmode und zur Ausbildung einer Stehwelle. Die axiale Leistungsverteilung der Mode lautet [Kru04, Gri00]

$$P(z) = P_{\text{lauf}} + P_{\text{steh}} \cos^2(kz). \quad (2.16)$$

Dabei beschreibt der erste Summand den Laufwellenanteil, der sich aufgrund der einseitigen Einkopplung des Resonators ergibt. Er ist abhängig von den Leistungen  $P_+$  (Pumpmode) und  $P_-$  (Probmode) in den beiden Umlaufrichtungen

$$P_{\text{lauf}} = \left( \sqrt{P_+} - \sqrt{P_-} \right)^2. \quad (2.17)$$

Der zweite Summand ist ortsabhängig moduliert. Die Amplitude wird als Stehwellenanteil  $P_{\text{steh}}$  bezeichnet und ist bestimmt durch

$$P_{\text{steh}} = 4\sqrt{P_+ P_-}. \quad (2.18)$$

Der Stehwellenkontrast ist am Anfang noch sehr gering. Die relative Position von atomarem Gitter und selbsterzeugter Stehwelle ist abhängig von der Verstimmung

zur atomaren Resonanz. Die Atome werden aufgrund der attraktiv wirkenden Dipolkraft bei rotverstimmttem Licht in die Minima des Stehwellenpotentials gezogen. Das Stehwellenpotential ist in harmonischer Näherung um die Strahltaile gegeben durch

$$U_{\text{dip}} \approx -\hat{U} \frac{P_{\text{lauf}} + P_{\text{steh}} \cos(kz)^2}{P_{\text{lauf}} + P_{\text{steh}}} \left[ 1 - 2 \left( \frac{r}{w_0} \right)^2 - \left( \frac{2z}{kw_0^2} \right)^2 \right]. \quad (2.19)$$

Die Tiefe  $\hat{U}$  des Potentials ist

$$\hat{U} = \frac{c^2 \Gamma (P_{\text{lauf}} + P_{\text{steh}})}{\omega_0^3 w_0^2} \left| \frac{1}{\Delta_1} + \frac{2}{\Delta_2} \right|. \quad (2.20)$$

Die auftretenden Größen sind schon aus dem vorherigen Abschnitt bekannt (2.11). Die Strahltaile  $w_0$  (auch Beamwaist genannt) ist die kleinste Ausdehnung des Strahlradius der TEM<sub>00</sub> (siehe Kap. 3). Die durch die Streuung an den Atomen erzeugte Stehwelle bildet sich so aus, dass die Atome auf der fallenden Flanke des resultierenden Dipolpotentials zu liegen kommen. Dadurch wirkt eine Kraft auf die Atome in Richtung des Pumplichts. Im Teilchenbild wird bei der Umstreuung eines Photons ein Impuls von  $p = 2\hbar k$  auf ein Atom übertragen. Die Atome besetzen dadurch mehrere Impulszustände, die ständig umverteilt werden. Die periodische Anordnung der Atome im Potential, ein atomares Gitter, sorgt dafür, dass das von ihnen gestreute Licht konstruktiv interferiert. Dadurch erhöht sich der Stehwellenkontrast  $\sqrt{P_+ P_-}$  und die Atome werden verstärkt in den Minima des Stehwellenpotentials angeordnet, was wiederum zu einer verstärkten Rückstreuung führt. So entsteht eine Rückkopplung zwischen Atomen und Lichtmode, die sich selbst verstärkt [Cub04]. Diese Selbstorganisation oder Synchronisation hat zahlreiche analoge Beispiele in der Natur und lässt sich mit dem Kuramoto-Modell beschreiben [Kur84]. Die Verstärkung des Prozesses lässt sich im quantisierten CARL-Modell durch

$$G = \frac{\Omega^2}{2\Delta} \frac{N}{\kappa} \frac{\Omega_1^2}{\Delta} \quad (2.21)$$

angeben [Pio01, Rob05]. Dabei ist  $N$  die Anzahl der Atome in der Mode,  $\kappa$  die Zerfallszeit des Lichtfeldes im Resonator und  $\Omega_1$  die Ein-Photon-Rabi-Frequenz

$$\Omega_1 = \sqrt{\frac{3\Gamma\pi c^3}{2V_{\text{mode}}\omega^2}} \quad (2.22)$$

mit  $\Gamma$  als natürlicher Zerfallsrate des atomaren Übergangs. Die Größe  $\Omega$  in (2.21) gibt die Rabifrequenz der mit  $n$  Photonen besetzten Pumpmode an. Dabei gilt  $\Omega = n\Omega_1$ . Eine weitere wichtige Größe ist die Ein-Photon-Lichtverschiebung  $U_0$ . Für  $\Gamma \ll |\Delta_a|$  ist sie definiert durch

$$U_0 = \frac{1}{\Delta_a} \Omega_1^2. \quad (2.23)$$

Sie gibt die Verschiebung der Resonanzfrequenz des Resonators aufgrund der Anwesenheit eines Atoms an. Auch lässt sich  $U_0$  als Kopplungsstärke zwischen der Pumpmode und der Probmode interpretieren, die die Rate angibt, mit der die Atome Photonen umstreuen. Die Kopplungsstärke eines einzelnen Atoms ist von Resonatorparametern wie dem Beamwaist  $w_0$  und der Resonatorlänge  $L$  sowie atomaren Parametern wie Linienbreite  $\Gamma$  des atomaren Übergangs, der Wellenzahl  $k$  und der atomaren Verstimmung  $\Delta_a$  abhängig:

$$U_0 = \frac{3\Gamma c}{k^2 w_0^2 L \Delta_a}. \quad (2.24)$$

Für die atomare Verstimmung  $\Delta_a$  müssen die Laserverstimmungen bezüglich der D1 und der D2-Linie berücksichtigt werden:

$$\frac{1}{\Delta_a} = \frac{1}{\Delta_1} + \frac{2}{\Delta_2}. \quad (2.25)$$

Die Gesamtkopplungsstärke aller Atome ist dann das Produkt aus Kopplungsstärke eines einzelnen Atoms und der Atomzahl  $N$ . In Abhängigkeit von der atomaren Verstimmung  $\Delta_a$ , der Atomzahl  $N$ , der Pumpleistung und der Zerfallsrate  $\kappa$  lassen sich verschiedene CARL-Regime unterscheiden [Sla07a, Sla07b].

Die Dynamik zwischen Photonen und den Impulszuständen der Atome wird in Quanten- und semiklassische Regime unterteilt. Im semiklassischen Regime ist der Impuls der Atome auf mehrere Impulszustände verteilt. Sie werden gleichzeitig miteinander gekoppelt, während im Quantenregime nur jeweils benachbarte Impulszustände miteinander wechselwirken. Beide Regime lassen sich weiter in bad- und good-cavity-Regime unterteilen. Diese bestimmen die Reichweite der Kopplung der Impulszustände untereinander. Im bad-cavity-Regime nimmt der mittlere Impuls der Atome mit der Zeit zu, im good-cavity-Regime tritt eine Oszillation der Besetzung der atomaren Impulszustände auf, so dass der mittlere Impuls eingeschränkt ist. Einzelheiten zu den Eigenschaften und zum Verhalten der einzelnen CARL-Regime finden sich in [Sla07c].

Die das System und den Prozess beschreibenden Gleichungen lassen sich sowohl rein klassisch als auch semiklassisch ableiten. Bei der semiklassischen Herleitung werden die inneren Freiheitsgrade der Atome quantenmechanisch beschrieben, weil die kinetische Energie  $E$  der Atome aufgrund ihrer Temperatur näherungsweise der Rückstoßenergie durch Photonenstreuung  $E_r = 4\hbar^2 k^2 / 2m$  entspricht. Unter der Annahme, dass interne atomare Prozesse viel schneller ablaufen als äußere durch den Resonator bestimmte, können die internen Freiheitsgrade, wie z.B. elektronisch angeregte Zustände der Atome, adiabatisch eliminiert werden. Eine rein quantenmechanische Beschreibung quantisiert nicht nur die Bewegung der Atome (Impulszustände) sondern auch das Lichtfeld, was bei Anwesenheit nur weniger Photonen von Bedeutung



ist. Die quantenmechanische Herleitung aus dem das System beschreibenden Hamiltonoperator wurde schon in [Sla07c] dargestellt und soll hier aufgrund seiner Bedeutung als deduktiver Ansatz kurz skizziert werden.

Der eindimensionale Hamiltonoperator zur Beschreibung des Ortes  $z_n$  und des Impulses  $p_n$  des  $n$ -ten Atoms im Resonator lautet

$$\hat{H} = \frac{1}{2m} \sum_{n=1}^N p_n^2 + \hbar\Delta_c(a_-^\dagger a_- + a_+^\dagger a_+) + \hbar U_0 \left( \sum_{n=1}^N a_-^\dagger a_+ e^{-2ikz_n} + c.c. \right). \quad (2.26)$$

Die kinetische Energie des  $n$ -ten Atoms wird durch den ersten Summanden beschrieben. Der zweite gibt die Energie der Photonen, gegeben durch die Resonatorverstimmung  $\Delta_c = \omega - \omega_c$  zwischen der eingekoppelten Frequenz  $\omega$  und der Resonanzfrequenz des Resonators  $\omega_c$  an. Der dritte Summand beschreibt die Umstreuung von Photonen von der einen in die andere Richtung.

Die Heisenbergschen Bewegungsgleichungen  $i\hbar\dot{x} = [x, \hat{H}]$  mit  $x = z_n, p_n, a_-, a_+$  erlauben es, ausgehend vom Hamiltonoperator, Aussagen über die zeitliche Dynamik der einzelnen Observablen zu erhalten. Dabei sind folgende Vertauschungsrelationen zu beachten:  $[z_n, p_m] = i\hbar\delta_{mn}$ ,  $[a_\pm, a_\pm^\dagger] = 1$  und  $[a_\pm, p_n] = 0$ . Für die Bewegungsgleichungen der Operatoren erhält man

$$\begin{aligned} \dot{z}_n &= \frac{p_n}{m} \\ \dot{p}_n &= -2i\hbar k U_0 \left( a_- a_+^\dagger e^{2ikz_n} - a_-^\dagger a_+ e^{-2ikz_n} \right) \\ \dot{a}_\pm &= -i\Delta_c a_\pm - iU_0 a_\mp \sum_{n=1}^N e^{\mp 2ikz_n}. \end{aligned} \quad (2.27)$$

Diese Gleichungen beschreiben die quantisierte Dynamik des CARL-Effekts sowohl für die Atome als auch für die Lichtfelder. In den gegenwärtigen Experimenten befinden sich aber sehr viele Photonen im Resonator, so dass eine klassische Beschreibung der Lichtfelder vollkommen genügt.

Die Gleichungen lassen sich auch aus der Newtonschen Mechanik ableiten, setzt man die atomare Bewegung als nicht quantisiert an [Gan00]. Außerdem werden Größen wie die Pumprate  $\eta_\pm$  und die Resonatorzerfallsrate  $\kappa$  phänomenologisch eingeführt. Dazu werden die Operatoren der Lichtfelder  $a_\pm$  in (2.27) durch normierte Lichtfelder  $\alpha_\pm$  ersetzt. Allerdings ist in der klassischen Herleitung die Resonatorverstimmung  $\Delta_c$  ersetzt durch  $\Delta_c - NU_0$ . Der Term  $NU_0$  stellt eine Art effektiven Brechungsindex dar, der die Resonatorfrequenz des leeren Resonators durch die Anwesenheit der Atome verschiebt. Das Fehlen dieses Terms in der quantenmechanischen Herleitung ergibt sich aus der Vernachlässigung der internen Freiheitsgrade. Die CARL-Gleichungen

für die Lichtfelder lauten mit den Ergänzungen:

$$m\ddot{z}_n = 2\hbar k\gamma_0(\alpha_+^*\alpha_+ - \alpha_-^*\alpha_-) - 2i\hbar kU_0(\alpha_- \alpha_+^* e^{2ikz_n} - \alpha_-^* \alpha_+ e^{-2ikz_n}) \quad (2.28)$$

$$\dot{\alpha}_+ = -(\kappa + N\gamma_0 + iNU_0 - i\Delta_c)\alpha_+ - (\gamma_0 + iU_0) \sum_{n=1}^N e^{-2ikz_n} \alpha_- + \eta_+ \quad (2.29)$$

$$\dot{\alpha}_- = -(\kappa + N\gamma_0 + iNU_0 - i\Delta_c)\alpha_- - (\gamma_0 + iU_0) \sum_{n=1}^N e^{2ikz_n} \alpha_+ + \eta_- \quad (2.30)$$

Der Vollständigkeit wegen wurde hier außerdem der Strahlungsdruck  $\gamma_0$  eingeführt. Dieser sorgt dafür, dass es zum Heizen und zusätzlich zum CARL zu einer Beschleunigung der Atome kommt. Die Streurrate  $\gamma_0$  ist proportional zur Kopplungsstärke  $U_0$

$$\gamma_0 = \frac{\Gamma}{2\Delta_a} U_0. \quad (2.31)$$

Der Strahlungsdruck soll aber aufgrund der relativ großen atomaren Verstimmung  $\Delta_a$  im Experiment vernachlässigt werden:  $\gamma_0 = 0$ . Der Ordnungsparameter oder Bunchingparameter  $b = 1/N \left| \sum_{n=1}^N e^{\pm 2ikz_n} \right|$  gibt an, wie die Atome in der Mode verteilt sind. Bei homogener Verteilung der Atome ist  $b = 0$ . Im weiteren Verlauf des CARL-Prozesses nimmt  $b$  immer weiter zu bis die maximale Ordnung  $b = 1$  der Atome in den Minima des Stehwellenpotentials erreicht ist. In diesem Fall ist die Kopplung zwischen den Feldern der Pumpmode und Probmode ebenfalls am größten.

Die Resonatorverstimmung  $\Delta_c$  wurde in früheren Arbeiten [Cub06, Sla07c] vernachlässigt, da der Pumplaser auf die Resonatorfrequenz stabilisiert wurde. Nun ist es aufgrund der Zweimodenstabilisierung (siehe Kap. 3) möglich, auch verstimmt zur Resonatorfrequenz zu arbeiten, weswegen allgemein  $\Delta_c \neq 0$  gefordert wird.

Die Differentialgleichungen der komplexen Größen  $\alpha_{\pm}$  und  $\eta_{\pm}$  werden nun wie in [Kru04] nach Amplitude und Phase zerlegt

$$\alpha_{\pm} = \alpha_{1,2} \cdot e^{i\phi_{1,2}} \quad (2.32)$$

$$\eta_{\pm} = \eta_{1,2} \cdot e^{i\chi_{1,2}}. \quad (2.33)$$

Unter der Voraussetzung, dass beide Umlaufrichtungen von demselben Laser gepumpt werden, ist die Phasendifferenz der beiden einzukoppelnden Felder zeitlich konstant und ohne Einschränkung der Allgemeingültigkeit gleich Null:  $\chi_1 = \chi_2$ . Die Phasen  $\phi_{1,2}$  von  $\alpha_{\pm}$  sind aufgrund der Verstimmung des Resonators nicht identisch mit  $\chi_{1,2}$ . Die Phasen  $\chi_{1,2} = 0$  können als Nullreferenz verwendet werden, bezüglich der die Phasen  $\phi_{1,2}$  definiert sind. Die Differenzphase beider Umlaufrichtungen ist gegeben durch  $\Delta\phi = \phi_2 - \phi_1$ . Der Abstand eines Atoms zum nächsten Wellenbauch ist durch die Relativphase  $\varphi = 2kz_n - \Delta\phi$  bestimmt. Zur Vereinfachung wird angenommen, dass die  $N$  Atome perfekt gebündelt ( $b = 1$ ) sind ( $z_n \rightarrow z$ ). Durch die

Separation von Real- und Imaginärteil erhält man

$$\dot{\alpha}_1 = -\kappa\alpha_1 - NU_0 \sin(\varphi)\alpha_2 + \eta_1 \cos(\phi_1) \quad (2.34)$$

$$\dot{\phi}_1 = (\Delta_c - NU_0) - NU_0 \cos(\varphi) \frac{\alpha_2}{\alpha_1} - \frac{\eta_1}{\alpha_1} \sin(\phi_1) \quad (2.35)$$

$$\dot{\alpha}_2 = -\kappa\alpha_2 + NU_0 \sin(\varphi)\alpha_1 + \eta_2 \cos(\phi_2) \quad (2.36)$$

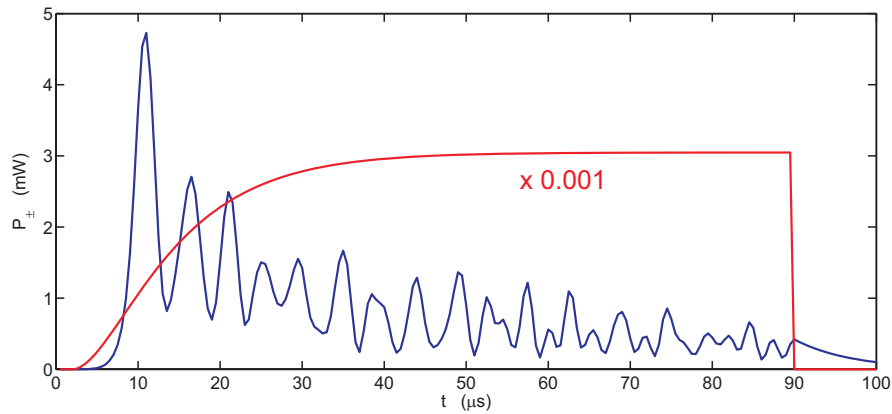
$$\dot{\phi}_2 = (\Delta_c - NU_0) - NU_0 \cos(\varphi) \frac{\alpha_1}{\alpha_2} - \frac{\eta_2}{\alpha_2} \sin(\phi_2). \quad (2.37)$$

Die Kraftgleichungen vereinfachen sich zu:

$$m\ddot{z} = 4\hbar k U_0 \alpha_1 \alpha_2 \sin(\varphi). \quad (2.38)$$

Die Wechselwirkung der Atome mit dem Lichtfeld des einseitig gepumpten Ringresonators ist durch den CARL-Effekt bestimmt und ist in Tübingen genau untersucht worden. Dabei dominiert stets die Leistung der Pumpmode gegenüber der Probmode.

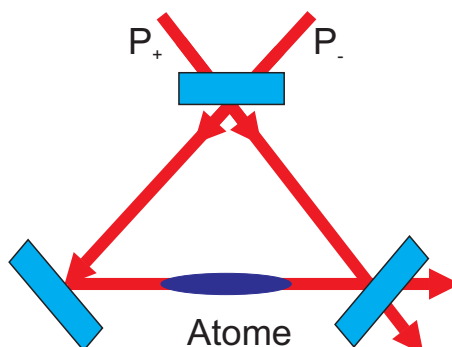
Die gekoppelten Differentialgleichungen lassen sich berechnen und man erhält mit realen Parametern ein theoretisches Probsignal des CARL-Effekts, das mit dem Experiment übereinstimmt (siehe [Sla07c], mit weiteren Informationen zur CARL-Simulation). Das hier präsentierte Probsignal (Abb. 2.1) und Pumpsignal eines einseitig gepumpten Resonators soll nur zur Illustration des CARL-Effekts dienen. Dabei befindet sich das System im semiklassischen bad-cavity-Regime.



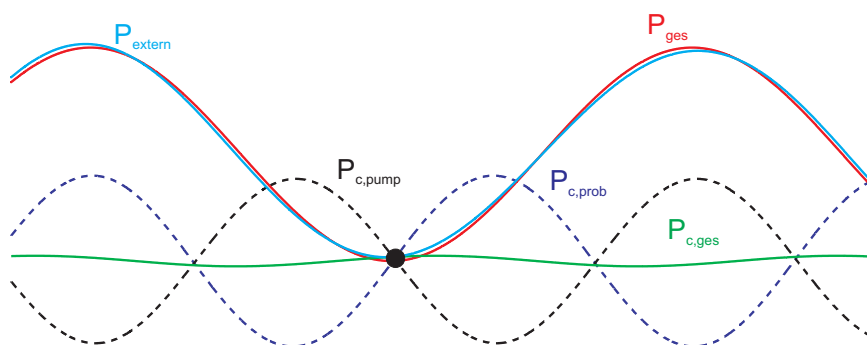
**Abbildung 2.1:** CARL-Probsignal ohne Spiegelstreuung mit  $N = 10^6$ ,  $T = 1 \mu\text{K}$ ,  $P_+ = 3 \text{ W}$  und  $\lambda = 797.5 \text{ nm}$

## 2.3 Beidseitig gepumpter Ringresonator

Wird der Resonator nun zusätzlich zur einen auch von der anderen Richtung gepumpt, ergibt sich eine komplexe Wechselwirkung zwischen den durch die Atome rückgestreuten Lichtfeldern mit den Pumplichtfeldern.



**Abbildung 2.2:** Der Ringresonator wird zusätzlich zur früheren Pumprichtung  $P_+$  nun auch in Probrichtung  $P_-$  gepumpt.

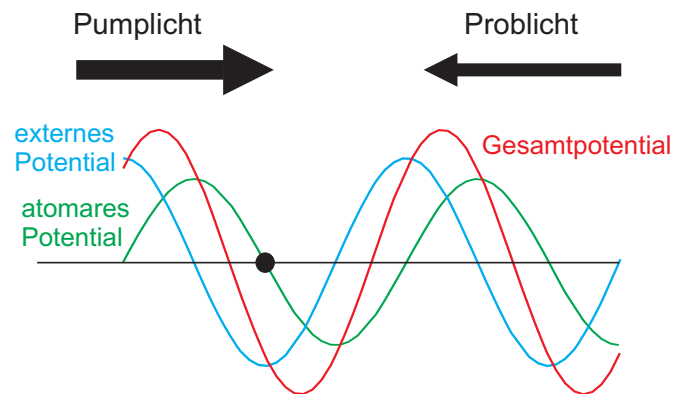


**Abbildung 2.3:** Für den Fall nahezu gleicher Pumpraten in beiden Richtungen streuen die Atome Licht in beide Richtungen fast gleich stark um. Die beiden Stehwellenpotentiale  $P_{c,pump}$  und  $P_{c,prob}$  interferieren zu  $P_{c,ges}$ . Dieses Potential besitzt nur einen schwachen Stehwellenkontrast. Deswegen ist dessen Interferenz mit dem externen Potential  $P_{extern}$ , das aus Überlagerung der beiden Pumprichtungen entstanden ist, nur sehr schwach. Die entstehende CARL-Kraft auf die Atome ist sehr klein. Das resultierende Gesamtstehwellenpotential  $P_{ges}$  wird nur leicht verschoben, so dass die Atome im Gleichgewicht bleiben.

Für  $\eta_+ = \eta_-$  ergibt sich eine starke Bündelung der Atome in dem externen Stehwellenpotential. Die Atome streuen Photonen gleichmäßig aus der einen in die andere Richtung um.

Dadurch wird für jede Richtung ein eigenes CARL-Potential erzeugt:  $P_{c,pump}$  und  $P_{c,prob}$  (nicht zu verwechseln mit der Pump- bzw. Probleistung). Die Potentiale interferieren vollständig destruktiv. Es wirkt keine CARL-Kraft auf die Atome, so dass die Atome einen Gleichgewichtszustand im Potentialminimum einnehmen. Besteht nun zwischen beiden Moden eine leichte Asymmetrie in der Leistung, heben sich die beiden CARL-Potentiale nicht mehr vollständig auf und auf die Atome wirkt eine schwache CARL-Kraft, die die Atome leicht aus dem Minimum auslenkt. Ist das externe Potential größer als das resultierende CARL-Potential, können die Atome dieses Potential nicht überwinden und bleiben im Potentialminimum des Gesamtpotentials  $P_{ges}$  aus  $P_{c,ges}$  und  $P_{extern}$ . Der Gleichgewichtszustand bleibt erhalten (siehe Abb. 2.3).

Bei einem stärker asymmetrisch gepumpten Resonator ist der Kontrast des externen Stehwellenpotentials nur schwach ausgeprägt. Werden Atome diesem Lichtfeld ausgesetzt, streuen sie bevorzugt Licht von der Mode mit der höheren Leistung in die entgegengesetzte Richtung um. Dabei bildet sich das CARL-Potential aus. Unter der Annahme, dass die Ausbildung des CARL-Stehwellenpotentials und die maximale Bündelung der Atome ( $b = 1$ ) schneller abläuft als alle weiteren Prozesse, die im Folgenden diskutiert werden, kann das Verhalten der Atome und das des Lichtfeldes beschrieben werden. In Abb. 2.4 wird der Resonator von links stärker gepumpt



**Abbildung 2.4:** Entstehung von Stehwellenpotentialen aufgrund der Interferenz des Pumplichts mit dem rückgestreuten Licht der Atome (grün) und der externen Stehwelle (blau). Die Atome bewegen sich in Richtung des Maximums der resultierende Stehwelle (rot).

als von rechts. Die beiden Lichtfelder bilden ein ortsfestes Stehwellenpotential. Die Atome erfahren während des Umstreuens eine Dipolkraft in Richtung der Resonatormode mit der höheren Leistung. In Abhängigkeit von der Resonatorverstimmung bewegen sich die gebündelten Atome auf verschiedenen Positionen der absteigenden Flanke des von ihnen erzeugten Dipolpotentials. Dies bewegt sich bezüglich des ortsfesten externen Potentials der gegenläufigen Moden (siehe Abb. 2.4).

Dabei ziehen sie die von ihnen erzeugte Stehwelle mit nach rechts. Bei der Bewegung der Atome kommt es zur Interferenz zwischen den Stehwellen bzw. Potentials. Der Stehwellenkontrast und die Tiefe des resultierenden Potentials variieren nun mit dem Ort und der Zeit. Die resultierende Stehwelle besitzt in der Nähe der Atome ein Maximum. Dorthin werden die Atome für den Fall  $\Delta_a < 0$  beschleunigt und nehmen ihr selbsterzeugtes Stehwellenpotential mit. Dadurch verschiebt sich wiederum das Maximum des Gesamtpotentials, das wieder Auswirkungen auf die Atome hat. Ab einem bestimmten Punkt jedoch interferieren die beiden Stehwellenpotentiale destruktiv, so dass die Leistung der Probmode abnimmt bis sie ganz ausgelöscht wird. Das Maximum der Gesamtstehwellenintensität wandert nun nicht weiter nach rechts, sondern springt plötzlich zurück nach links.

Für den Fall  $\Delta_a > 0$  beobachtet man ähnliches Verhalten, nur werden die Atome zu den Intensitätsminima der Stehwelle gezogen.

Ist das externe Potential größer als das CARL-Potential, kann es bei geeigneten Anfangsparametern geschehen, dass die Schwerpunktsbewegung der Atome in einem Minimum des Gesamtstehwellenpotentials zur Ruhe kommt.

In einem einfachen Oszillatormodell, in dem die Atome ein Potential erzeugen, das sich mit ihnen bezüglich eines ortsfesten Potentials bewegt, kann gezeigt werden, dass es zu einer Dämpfung der Schwerpunktsbewegung im Minimum des Gesamtstehwellenpotentials kommen kann. Dazu wird angenommen, dass die Atome aus ihrem Gleichgewichtspunkt  $x_g$  ausgelenkt sind. Die Position des Minimums  $x_{\min}$  des Gesamtstehwellenpotentials verschiebt sich in Abhängigkeit von der Atomposition  $x_a$

$$x_{\min}(t) \simeq x_g + a \cdot \delta x(t - \tau) \quad (2.39)$$

$$= x_g + a(x_a(t - \tau) - x_g). \quad (2.40)$$

Die Änderung findet nicht instantan statt, sondern ist durch die Resonatorlebensdauer  $\tau$  limitiert. Die Auslenkung ist bestimmt durch die in dieser Zeit erfolgte Verschiebung  $\delta x(t - \tau)$  und einem Faktor  $a$ , der die Wirkung des Potentials mit der Bewegung der Atome beschreibt. Ist  $a$  positiv, bewegt sich das Potentialminimum mit den Atomen in positiver Richtung, ist  $a$  negativ, entgegengesetzt dazu. Wenn  $\tau$  genügend klein ist, kann die aktuelle Position der Atome aus der momentanen Geschwindigkeit berechnet werden

$$x_a(t - \tau) \simeq x_a(t) - \dot{x}_a \cdot \tau. \quad (2.41)$$

Die rücktreibende Kraft für Atome der Masse  $m$  im Potentialminimum in harmonischer Näherung ist bestimmt durch

$$m\ddot{x}_a = F = -m\omega^2(x_a - x_{\min}) \quad (2.42)$$

$$= -m\omega^2(x_a - x_g - a(x_a - \dot{x}_a \cdot \tau - x_g)) \quad (2.43)$$

$$= -m\omega^2(1 - a)(x_a - x_g) - m\omega^2 a \tau \dot{x}_a. \quad (2.44)$$

Die zu lösende Differentialgleichung hat die Form

$$\ddot{x}_a + 2\gamma\dot{x}_a + \tilde{\omega}^2 x_a = 0, \quad (2.45)$$

wobei  $\tilde{\omega} := \omega\sqrt{1-a}$  die Oszillationsfrequenz und  $\gamma = \frac{1}{2}\omega^2\tau a$  ist. Als Lösung erhält man

$$x_a(t) = x_s \cdot e^{-\gamma t} \cdot e^{\pm\sqrt{\gamma^2 - \tilde{\omega}^2}t} + x_g. \quad (2.46)$$

Die Rate  $\gamma$  gibt an, wie schnell sich die Atome dem Gleichgewichtswert nähern. Dabei führen sie eine Schwingung mit der Frequenz  $\sqrt{\tilde{\omega}^2 - \gamma^2} = \omega\sqrt{1-a - \frac{1}{4}\omega^2 a^2 \tau^2}$  unter der Voraussetzung  $\gamma^2 < \tilde{\omega}^2$  aus. Um diese Voraussetzung zu erfüllen, muss gelten

$$\gamma^2 < \tilde{\omega}^2 \quad (2.47)$$

$$\omega^2 a \tau < \omega\sqrt{1-a} \quad (2.48)$$

$$\omega\tau < \frac{1-a}{a} \quad (2.49)$$

$$a < \frac{1}{2\omega^2\tau^2}(-1 + \sqrt{1 + 4\omega^2\tau^2}). \quad (2.50)$$

Die Rate  $\gamma$  beschreibt je nach Vorzeichen von  $a$  eine Dämpfung ( $a > 0$ ) oder eine Verstärkung ( $a < 0$ ) der Oszillation. Wenn die Atome das externe Potential weginterferieren, also nahe der CARL-Schwelle, ist die Oszillationsfrequenz sehr klein, weil das Potential entsprechend flach ist. Dann kann die Wurzel genähert werden und man erhält  $a < 1$ .

Unterhalb der CARL-Schwelle nehmen die Frequenzen der Atomoszillationen im Potential zu und man erhält  $a < \frac{1}{\omega\tau}$ .

Der Kriechfall tritt ein, wenn  $\gamma^2 > \tilde{\omega}^2$  gilt. Die physikalische sinnvolle Lösung für die Rate ist gegeben durch

$$\gamma_{\text{kriech}} = \gamma + \sqrt{\gamma^2 - \tilde{\omega}^2}. \quad (2.51)$$

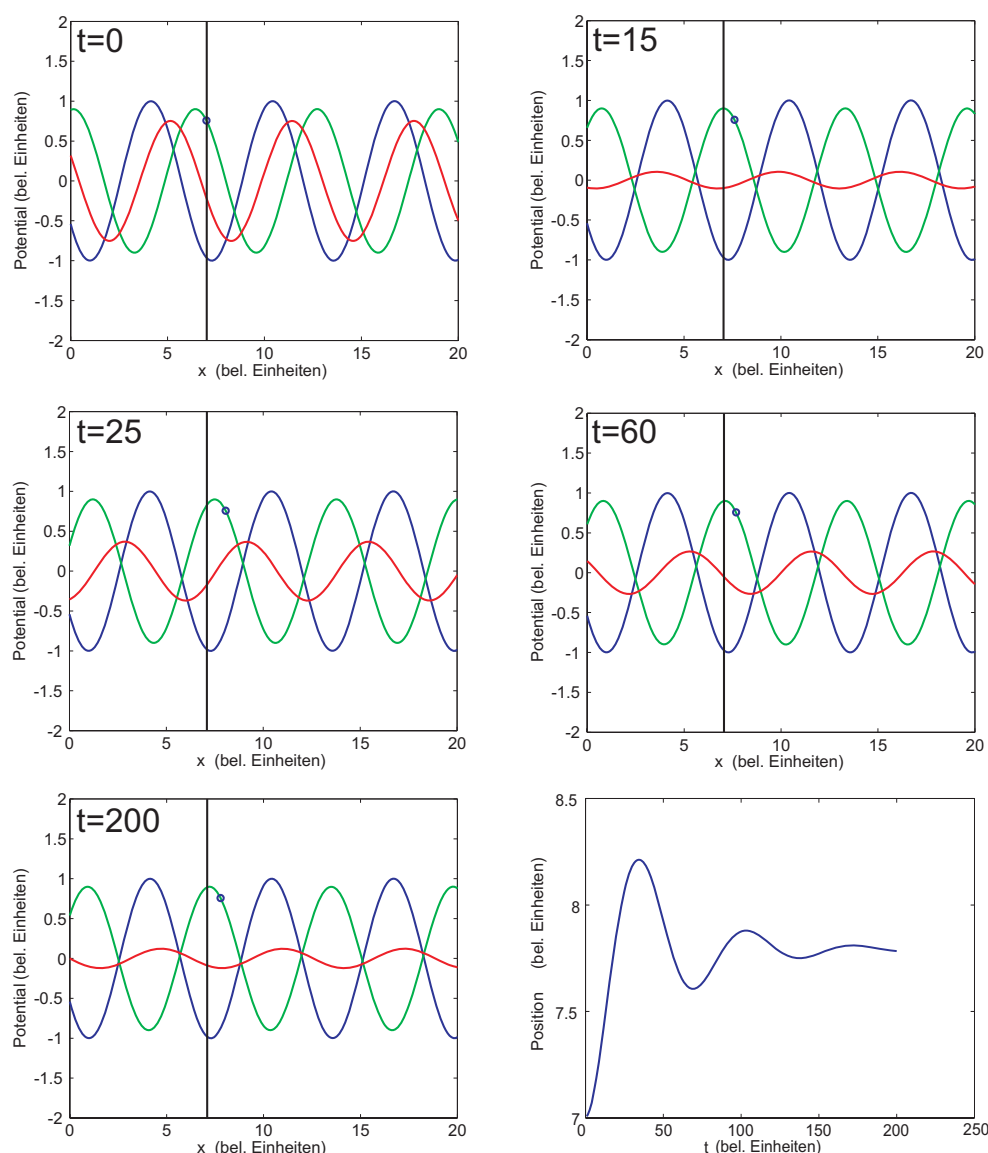
Umgeformt, erhält man

$$\gamma_{\text{kriech}} = \frac{1}{2}\omega^2 a \tau + \sqrt{\frac{1}{4}\omega^4 a^2 \tau^2 - \omega^2(1-a)} \quad (2.52)$$

$$= \frac{1}{2}\omega^2 a \tau \left( 1 + \sqrt{1 - \frac{4}{\omega^2\tau^2} \frac{(1-a)}{a^2}} \right). \quad (2.53)$$

Die langsamste Rate wird erreicht, wenn der Ausdruck unter der Wurzel den Wert 1 annimmt, also für kleine  $a$ . Die Rate ist dann  $\frac{1}{2}\omega^2 a \tau$ . Sinkt  $a$  noch weiter, wird die Wurzel imaginär und die Atome beginnen zu schwingen.

Dieses einfache Modell macht deutlich, dass, wenn das Minimum des Gesamtstehwellenpotential den Atomen folgt, eine Dämpfung der atomaren Bewegung zu erwarten ist.



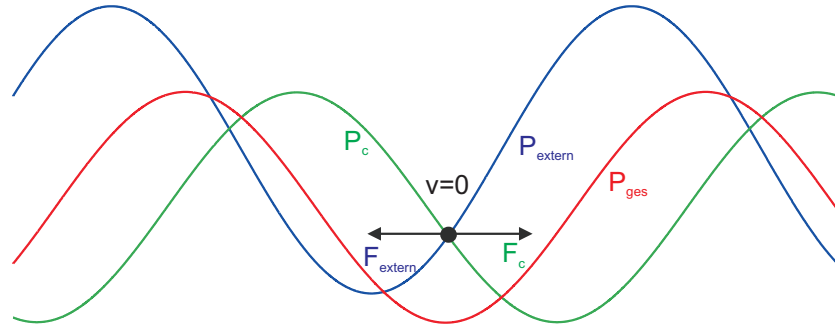
**Abbildung 2.5:** Zeitsequenz der Vorgänge, die zur Dämpfung der Atombewegung führen. Die blaue Kurve stellt das ortsfeste externe Potential dar, während die grüne Kurve das selbsterzeugte Stehwellenpotential der Atome ist. Die Atome (blauer Kreis) bewegen sich auf der Flanke in Richtung des Pumplichts nach rechts ( $t = 0$ ). Die Stehwellen interferieren zunehmend destruktiv, so dass die Tiefe des resultierenden Potentials (rote Kurve) abnimmt ( $t = 15$ ). Nach 25 Zeiteinheiten steigt die Tiefe des Potentials wieder an; die Bewegung der Atome wird gebremst und in die andere Richtung gelenkt. Nach 60 Zeiteinheiten ist auch dort der Umkehrpunkt erreicht und die Atome bewegen sich wieder mit verlangsamerter Bewegung in die ursprüngliche Richtung usw.. Nach 200 Zeiteinheiten ist die Bewegung soweit gedämpft, dass die Atome im Minimum des resultierenden Potentials zur Ruhe kommen. Der letzte Graph veranschaulicht die Dämpfung der Bewegung.



In Abb. 2.5 ist eine Beispielsequenz mit maximal gebündelten Atomen ( $b = 1$ ) eines solchen Dämpfungsvorgangs dargestellt.

In dem Gleichgewichtszustand herrscht ein Kräftegleichgewicht, hervorgerufen durch die Gradienten der beiden Einzelpotentiale (siehe Abb. 2.6).

Dieser Zustand in Abb. 2.6 unterscheidet sich aber von den oben genannten (Abb. 2.3).



**Abbildung 2.6:** Die Stehwellenpotentiale, bestehend aus dem externen Potential und dem CARL-Potential, können sich so zueinander verschieben, dass ein Gleichgewicht der Kräfte auftritt. Diese Kräfte ergeben sich als Gradient der beteiligten Potentiale. Die Atome befinden sich dabei im Minimum des Gesamtstehwellenpotentials.

Während im oberen Fall, bei dem die Leistung in beiden Richtungen annähernd gleich ist, die Probstrahlintensität nicht einbricht, ist sie bei stark asymmetrischem Pumpen, aufgrund der Interferenz der Stehwellenpotentiale sehr klein. Der Grund ist, dass die Amplitude des Gesamtpotentials, die proportional zu  $\sqrt{P_+P_-}$  (2.18) ist, geringer ist als die des externen Potentials. Da die Leistung der Pumpmode  $P_+$  konstant ist, kann die kleinere Amplitude des Gesamtpotentials nur über eine Verringerung der Probeleistung  $P_-$  erreicht werden.

In Hamburg wurden Experimente durchgeführt, bei denen ein Ringresonator beidseitig mit unterschiedlichen Leistungsverhältnissen gepumpt wurde [Els04]. Durch Variation der Kopplungsstärke  $NU_0$  lässt sich je nach Pumpleistungsverhältnis ein bistabiles Verhalten feststellen. Bei gleich starker Aufteilung (50 %) befindet sich das System, wie oben erläutert, immer nur in einem Zustand. Beträgt der Unterschied nur 2 %, treten bei Werten von  $NU_0$ , die größer sind als die Linienbreite des Resonators (starke Kopplung), Bistabilitäten in der Intensität/Leistung auf. Das System springt bei entsprechenden  $NU_0$  zwischen den beiden genannten Gleichgewichtszuständen. Ist die Aufteilung geringer als 43 % wird keine Bistabilität mehr beobachtet.

Die bisher durchgeführten Untersuchungen verwendeten einen kleinen Leistungsunterschied zwischen den beiden entgegengesetzten Moden. Von physikalischem Interesse ist es nun, ein Regime genauer zu untersuchen, in dem mehr als 99% der Gesamtleistung in die eine Richtung des Ringresonators gepumpt wird und die atomare Kopplungsstärke  $NU_0$  kleiner ist als die Resonatorlinienbreite. In diesem Fall

kann die schon für den CARL-Effekt des einseitig gepumpten Resonators gemachte Näherung der Vernachlässigung der Rückstreuung des Probstrahls verwendet werden und die CARL-Gleichungen vereinfachen sich entsprechend.

Das hier betrachtete Regime setzt voraus, dass die Pumpleistung in der einen Richtung hundertmal kleiner ist als in der anderen. Durch die Verwendung von optischen Abschwächern kann die Leistung in einer Pumprichtung stark gemindert werden.

Im Rahmen dieser Arbeit wurde eine andere Möglichkeit untersucht, einen großen Leistungsunterschied in den beiden Moden zu realisieren. Unter Ausnutzung der Spiegelstreuung, die in Ringresonatoren hoher Güte auftritt, ist es möglich, den Resonator nur einseitig zu pumpen und ein schwaches Lichtfeld in der gegenläufigen Richtung zu erhalten, ohne dass sich Atome im Resonator befinden. Im Folgenden wird zunächst ein Überblick über das Wesen der Spiegelstreuung und ihre Eigenschaften gegeben, bevor weitere Untersuchungen zu Gleichgewichtszuständen und zur Dämpfung der atomaren Schwerpunktsbewegung aufgrund der Spiegelstreuung erfolgen können.

## 2.4 Spiegelstreuung

### 2.4.1 Ursache und Entstehung

Die Spiegelstreuung beruht auf Lichtstreuung aufgrund von Unebenheiten auf der Oberfläche der Spiegel oder durch mikroskopisch kleine Partikel, die sich auf den Spiegeln abgesetzt haben. Sie streuen das Licht aus der Pumpmode in die Probmode. Dabei ist die Stärke der Spiegelstreuung gerade dann sehr groß, wenn nur wenige Streuer auf den Spiegeln sitzen, weil dadurch Absorption und isotrope Streuung vermindert werden. Die Verluste durch Streuung aufgrund der Spiegeloberfläche werden vom Hersteller der Spiegel (Research Electro-Optics Inc.) mit  $S \leq 10$  ppm angegeben. Geht man davon aus, dass die Streuung der Spiegel isotrop ist, lässt sich bestimmen, wie viel Leistung direkt in die Resonatormode gestreut wird [Kre07]. Der Anteil des rückgestreuten Lichts im Verhältnis zum gesamten Raumwinkel ist

$$\frac{\Omega_s}{4\pi} = \left(\frac{w_0}{4L}\right)^2. \quad (2.54)$$

Dabei ist  $w_0$  der Beamwaist (siehe Kap. 3) und  $L$  die Umlauflänge des Resonators. Die Stärke der Spiegelstreuung  $U_s$  berechnet sich zu

$$U_s = \pi \delta_{FSR} \beta, \quad (2.55)$$

wobei  $\delta_{fsr} = 3.4$  GHz der freie Spektralbereich (siehe Kap. 3) und  $\beta = \sqrt{S\Omega_s/4\pi}$  der Amplitudenreflexionskoeffizient sind. Für den im Experiment verwendeten Resonator erhält man eine Spiegelstreuungsstärke in Einheiten von  $\kappa$  in der Größenordnung von  $U_s \simeq 0.1 \kappa$ . Eine Möglichkeit die Größe  $U_s$  zu ermitteln, liegt in der Bestimmung

der Leistung der rückgestreuten Mode aufgrund der Spiegelstreuung. Sie ergibt sich aus

$$U_s = \pm \sqrt{\frac{P_-}{P_+}} \cdot \kappa. \quad (2.56)$$

Ohne Beschränkung der Allgemeinheit sei  $U_s \geq 0$ .

## 2.4.2 Eigenschaften

### Streueigenschaften

Die Spiegelstreuung in einem Ringresonator mit drei Spiegeln kann mit Hilfe der CARL-Gleichungen simuliert werden. Dazu wird in einem einfachen Modell angenommen, dass auf der Oberfläche eines Resonatorspiegels nur ein einziger punktförmiger Streuer zu finden ist. Dies ist analog zu der Betrachtung bei den CARL-Gleichungen, nur mit dem Unterschied, dass auf die ortsfesten Spiegelstreuer keine Kraft ausgeübt wird. Die Annahme, dass auf den Spiegeln nur punktförmige Streuer sitzen, ist nur eine Näherung, da Staubpartikel und Spiegeldefekte selten kleiner als die optische Wellenlänge sind und mehrere Wellenfronten bedecken. Doch zeigt sich, dass die gemachten Annahmen ausreichen und eine gute Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment zulassen.

Das gestreute Licht besitzt sowohl einen dispersiven  $U_s$  als auch einen absorptiven Anteil  $\gamma_s$ . Nach [Kru04] sitzt der Spiegelstreuer mittig auf der abfallenden Flanke des durch den dispersiven Anteil erzeugten Stehwellenpotentials. Dagegen ist das Stehwellenpotential des absorptiven Anteils so verschoben, dass der Streuer im Intensitätsminimum sitzt. Außerdem lässt sich ableiten, dass die Kopplungsstärke der dispersiven Spiegelstreuung kleiner oder gleich der Zerfallsrate  $\kappa$  ist:  $|U_s| \leq \kappa$ . Die Photonenzahl der Spiegelstreuung nimmt in dem Fall  $U_s = \kappa$  den gleichen Wert an wie die der Pumpmode. Der absorptive Anteil der Streuung in den beiden Umlaufrichtungen ist wesentlich kleiner als der des rein dispersiven Anteils. Der Grund dafür liegt in der Abstrahlung des absorptiven Anteils in den gesamten freien Raum, so dass nur ein kleiner Teil in das Modenvolumen gelangt. Diese Abstrahlung stellt eine zusätzliche Verlustrate der Photonen im Resonator dar, was zu einer Verringerung der Photonenlebensdauer führt. Die Zerfallsrate wird durch die Ersetzung  $\kappa \rightarrow \kappa + \gamma_s$  modifiziert.

### Frequenzabhängigkeit

Eine weitere interessante Eigenschaft, die mit den CARL-Gleichungen interpretiert werden kann, ist die Abhängigkeit der Stärke der Spiegelstreuung von der Frequenz des eingekoppelten Lichts. Der Resonator wird einseitig von einem auf ihn stabilisierten Pumplaser gepumpt. Die Verluste des Pumplichtfeldes  $\alpha_+$  sind vernachlässigbar.

Für die ungepumpte Mode  $\alpha_-$  ergibt sich:

$$\dot{\alpha}_- = -\kappa\alpha_- - iB\alpha_+. \quad (2.57)$$

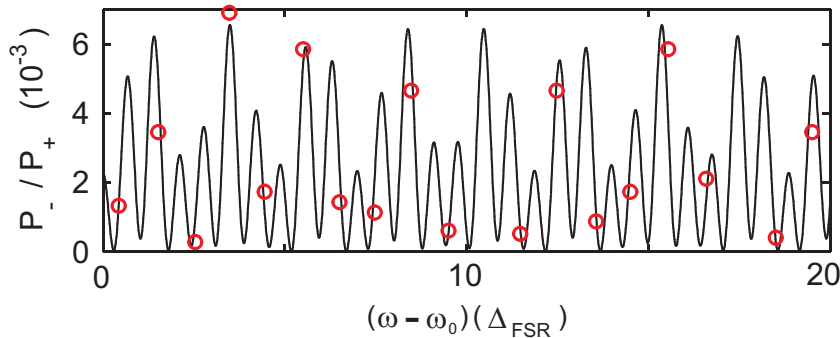
Dabei ist  $B$  die Summe des Produkts aus der Phasenbeziehung aufgrund des Ortes der Streuer und einem von den einzelnen Streuern abhängigen Kopplungsparameter  $U_n$

$$B = \sum_{n=1}^3 U_n e^{2ikz_n}. \quad (2.58)$$

Die Resonatorzerfallsrate  $\kappa$  beschreibt den Verlust der rückgestreuten Mode. Der Term  $U_n e^{2ikz_n}$  gibt die Rate an, mit der ein Spiegelstreuer auf dem Spiegel  $n$  der Position  $z_n$  Photonen aus dem Pumplichtfeld  $\alpha_+$  in die ungepumpte Mode umstret. Die stationäre Lösung der CARL-Gleichungen für die Leistung lautet:

$$\frac{P_-}{P_+} = \frac{|\alpha_-|^2}{|\alpha_+|^2} = \frac{|B|^2}{\kappa^2}. \quad (2.59)$$

Wie man sieht, ist die Spiegelstreuung wegen  $k = \omega/c$  frequenzabhängig. Es ist demnach möglich, durch geeignete Wahl von Resonatormoden Spiegelstreuung zu minimieren bzw. ganz zu unterdrücken. Die Gleichungen sind invariant gegenüber gleichmäßiger Verschiebung aller Spiegel  $z_n \rightarrow z_n + a$  (siehe Anhang A). In Abb. 2.7 ist das Verhältnis der Spiegelstreuungsleistung zur Pumpleistung in Abhängigkeit von der Frequenz des Pumplichts bezüglich des freien Spektralbereichs des Resonators aufgetragen. An die Messpunkte wurde nun (2.59) angefittet. Für die Fitparameter ergeben sich folgende Werte:  $z_1 = 0$  cm,  $z_2 = -2.58$  cm,  $z_3 = 3.65$  cm,  $U_1 = 0.034 \kappa$ ,  $U_2 = 0.017 \kappa$  und  $U_3 = 0.031 \kappa$ . Leider ist es nicht möglich, eine größere Auflösung bei der Messung der Spiegelstreuung zu erzielen, da die Frequenzmoden mindestens einen freien Spektralbereich voneinander entfernt sind.



**Abbildung 2.7:** Verhältnis der Spiegelstreuungsleistung zur Pumpleistung in Abhängigkeit von der normierten Resonatorfrequenz

Die Spiegelstreuung erzeugt mit dem gegenläufigen Pumplicht eine Stehwelle. Dadurch begünstigt sie den CARL-Effekt, da sie den Atomen ein Stehwellenpotential

zur Verfügung stellt und so die Bündelung der Atome am Beginn des Prozesses erhöht. Doch kann die Spiegelstreuung in vielen Fällen stören. Ist die Kopplungsstärke der Spiegelstreuung zu groß, kann besonders bei kleinen Atomzahlen der CARL-Effekt unterdrückt werden. Bei einigen Experimenten ist es von Vorteil, am Anfang wenige Photonen in der Probmode zu haben. Die Wahl einer Resonatormode ohne oder mit nur geringer Spiegelstreuung bietet die Chance, die erforderlichen Experimentbedingungen zu schaffen. Allerdings ist es nicht immer möglich, die gewünschte longitudinale Mode zu finden.

Mit äußeren mechanischen Mitteln kann jedoch ein ähnlich gutes Ergebnis erzielt werden. Unter Hinzunahme eines weiteren Spiegels, der außerhalb der Kammer auf einen Piezoelement angebracht ist, kann durch aktive Spiegelbewegung die Spiegelstreuung zur Auslöschung gebracht werden. In Anhang C wird dieses Verfahren genauer vorgestellt und seine Wirkung präsentiert.

### 2.4.3 CARL-Gleichungen mit Spiegelstreuung

Als Grundlage für den dynamischen Wechselwirkungsmechanismus der Rückstreuung der Atome und der Spiegel dienen die um die Spiegelstreuung erweiterten CARL-Gleichungen.

$$\begin{aligned} \dot{\alpha}_{\pm} = & -(\kappa + iNU_0 - i\Delta_c + iU_s)\alpha_{\pm} - \\ & - (iU_0 \sum_{n=1}^N e^{\mp 2ikz_n} + iU_s)\alpha_{\mp} + \eta_{\pm}. \end{aligned} \quad (2.60)$$

Wie in Abschnitt 2.3 bereits diskutiert, soll der Resonator nur noch einseitig gepumpt ( $\eta_- = 0$ ) werden. Die Spiegelstreuung übernimmt die Aufgabe des von außen eingekoppelten Problichts. Die Leistung in der Probmode wird nun von der Stärke der Rückstreuung der Atome  $NU_0$  und von der Stärke der Spiegelstreuung  $U_s$  bestimmt. Der Unterschied in den beiden Termen liegt in der Änderung der Position der Streuer. Beim Rückstreuen durch die Atome erfahren diese eine Dynamik, die mit einer Veränderung ihrer Position einhergeht, während die Streuer auf den Spiegeln ortfest sind und demnach auch keiner Bündelung unterliegen.

Durch Separation von Real- und Imaginärteil erhält man die schon in Abschnitt 2.2 vorgestellte Darstellung bei perfekter Bündelung der Atome.

$$\dot{\alpha}_1 = -\kappa\alpha_1 - (NU_0 \sin(\varphi) - U_s \sin(\Delta\phi))\alpha_2 + \eta_1 \cos(\phi_1) \quad (2.61)$$

$$\dot{\phi}_1 = (\Delta_c - NU_0 - U_s) - (NU_0 \cos(\varphi) + U_s \cos(\Delta\phi))\frac{\alpha_2}{\alpha_1} - \frac{\eta_1}{\alpha_1} \sin(\phi_1) \quad (2.62)$$

$$\dot{\alpha}_2 = -\kappa\alpha_2 + (NU_0 \sin(\varphi) - U_s \sin(\Delta\phi))\alpha_1 \quad (2.63)$$

$$\dot{\phi}_2 = (\Delta_c - NU_0 - U_s) - (NU_0 \cos(\varphi) + U_s \cos(\Delta\phi))\frac{\alpha_1}{\alpha_2}. \quad (2.64)$$

Die Kraftgleichung aus (2.38) bleibt auch mit Spiegelstreuung dieselbe.

Geht man davon aus, dass sich die Relativphase  $\varphi$  im Gleichgewicht befindet und sich die Feldamplituden  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$  zeitlich nicht ändern, lassen sich die Gleichgewichtslösungen formulieren. Mit  $\dot{\varphi} = 0$  gilt  $\dot{\phi}_2 = 2k\dot{z}$ . Aus (2.61) und (2.63) lassen sich für den Gleichgewichtszustand  $\dot{\alpha}_1 = \dot{\alpha}_2 = \dot{\phi}_1 = 0$  Beziehungen für  $\alpha_1$  und  $\alpha_2$  unter der Voraussetzung, dass Umstreuung von der Prob- in die Pumpmode vernachlässigt werden kann  $|\alpha_-|^2 \ll |\alpha_+|^2$ , ableiten

$$\alpha_1 = \frac{\eta_1}{\kappa} \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\Delta_c - NU_0 - U_s}{\kappa}\right)^2}} \quad (2.65)$$

$$\alpha_2 = \frac{NU_0 \sin(\varphi) - U_s \sin(\Delta\phi)}{\kappa} \cdot \frac{\eta_1}{\kappa} \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\Delta_c - NU_0 - U_s}{\kappa}\right)^2}}. \quad (2.66)$$

Die Beziehung (2.65) ergibt sich für die gemachten Annahmen direkt aus (2.61) und (2.62). Dabei erhält man zusätzlich eine Beziehung für  $\phi_1$ :

$$\phi_1 = \pm \arccos \left( \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\Delta_c - NU_0 - U_s}{\kappa}\right)^2}} \right). \quad (2.67)$$

## 2.5 Gleichgewichtszustand

Aus den CARL-Gleichungen wird der Gleichgewichtszustand bestimmt, den die Atome in einem Gesamtstehwellenpotential einnehmen, das sich aus dem CARL-Potential und einem externen Potential zusammensetzt, das aus der Spiegelstreuung hervorgeht. Dazu werden die CARL-Gleichungen mit Spiegelstreuung (2.61-2.63) verwendet. Die aus den CARL-Gleichungen gewonnenen Ausdrücke für die Feldamplituden (2.65-2.66) werden in die Kraftgleichung (2.38) mit  $m\ddot{z} = 0$  gesetzt,

$$0 = 4\hbar k U_0 \left(\frac{\eta_1}{\kappa}\right)^2 \frac{NU_0 \sin(\varphi) - U_s \sin(\Delta\phi)}{\kappa \left(1 + \frac{(\Delta_c - NU_0 - U_s)^2}{\kappa^2}\right)} \sin(\varphi). \quad (2.68)$$

Diese Gleichung ist nur für  $\sin(\varphi) = 0$  physikalisch sinnvoll [Kru04]. Daraus folgt  $2kz_0 - \Delta\phi_0 = \varphi = n\pi$  mit  $n \in \mathbb{Z}$ . Das Ergebnis ist nicht überraschend. Die Atome befinden sich in den Extrema der Gesamtstehwellenintensität in Ruhe. Für  $\Delta_a > 0$  sind das die Intensitätsminima, während es für  $\Delta_a < 0$  die Intensitätsmaxima sind. Die Atome sind dabei immer in den Minima des Gesamtstehwellenpotential.

Da  $\varphi$  den Abstand der Atome zum nächsten Wellenbauch angibt, gilt für blaue atomare Verstimmung  $\Delta_a > 0$  oder  $NU_0 > 0$  die Relativphase  $\varphi = \pi$  und für rote atomare Verstimmung  $\Delta_a < 0$  oder  $NU_0 < 0$  die Relativphase  $\varphi = 0$ .

Nun muss ein Ausdruck für die Ruhephasendifferenz  $\Delta\phi_0$  gefunden werden. Dazu

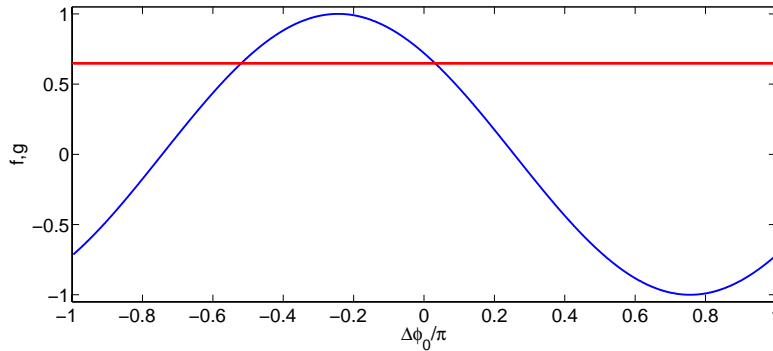
werden die Beziehungen für die Feldamplituden (2.65) und (2.66) und die Gleichgewichtslösung von  $\varphi$  in (2.64) eingesetzt:

$$0 = \Delta_c - NU_0 - U_s + \frac{NU_0}{U_s} \frac{\kappa}{\sin(\Delta\phi_0)} + \cot(\Delta\phi_0)\kappa. \quad (2.69)$$

Der in (2.64) auftretende Term  $\cos(\varphi)$  nimmt je nach atomarer Verstimmung die Werte  $+1$  (rote Verstimmung) und  $-1$  (blaue Verstimmung) an. Der Ausdruck für  $\Delta\phi_0$  ist demnach unabhängig von der atomaren Verstimmung, da sich die Vorzeichen von  $NU_0$  mit dem Term  $\cos(\varphi) = \pm 1$  aufheben. Die Gleichung (2.64) lässt sich umschreiben nach

$$f := \cos\left(\Delta\phi_0 - \arctan\left(\frac{\Delta_c - NU_0 - U_s}{\kappa}\right)\right) \quad (2.70)$$

$$= \left(\frac{-NU_0/U_s}{\sqrt{1 + (\Delta_c - NU_0 - U_s)^2/\kappa^2}}\right) =: g. \quad (2.71)$$



**Abbildung 2.8:** Die Schnittpunkte der beiden Funktionen  $f$  und  $g$  stellen Lösungen von (2.69) dar. Es existieren im Intervall  $[-\pi, \pi]$  zwei Lösungen. In Abhängigkeit von den Parametern  $NU_0$  und  $U_s$  verschieben sich die Schnittpunkte. In diesem Beispiel betragen  $U_s = 0.1 \kappa$ ,  $U_0 = -0.09 \kappa$  und  $NU_0/U_s = -0.90$ .

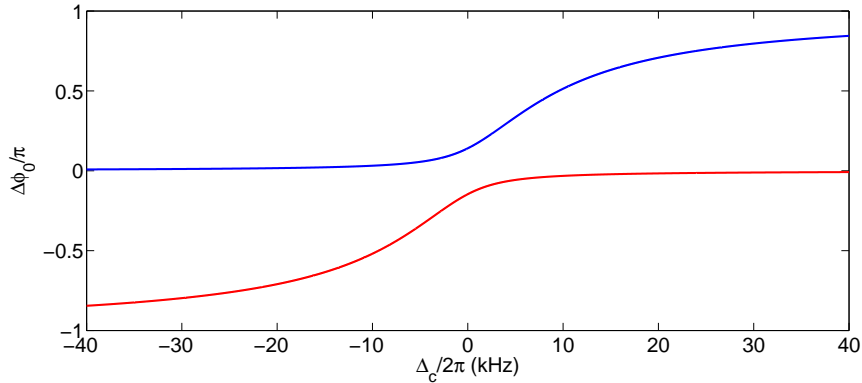
Die Schnittpunkte zwischen der Kosinusfunktion in Abhängigkeit von  $\Delta\phi_0$  auf der linken Seite und der Konstanten auf der rechten stellen Stabilitätspunkte dar. In ihnen befindet sich das System für bestimmte Resonatorverstimmungen im Gleichgewicht. Der Kosinus wird durch die Phase  $\arctan\left(\frac{\Delta_c - NU_0 - U_s}{\kappa}\right)$  entlang der x-Achse verschoben. Die Verschiebung kann aufgrund der Definition des Arcustangens maximal  $\pm\pi/2$  betragen. Die Konstante auf der rechten Seite ist eine Gerade parallel zur x-Achse, die die y-Achse je nach Parameter zwischen  $-1$  und  $0$  schneidet. Es zeigt sich, dass sich unabhängig von den Parametern  $NU_0$  und  $U_s$  immer zwei Lösungen

im Intervall  $[-\pi, \pi]$  finden lassen (siehe Abb. 2.8).

$$\Delta\phi_0 = \arccos\left(\frac{-NU_0/U_s}{\sqrt{1 + (\Delta_c - NU_0 - U_s)^2/\kappa^2}}\right) + \arctan\left(\frac{\Delta_c - NU_0 - U_s}{\kappa}\right) \quad (2.72)$$

$$\Delta\phi_0 = -\arccos\left(\frac{-NU_0/U_s}{\sqrt{1 + (\Delta_c - NU_0 - U_s)^2/\kappa^2}}\right) + \arctan\left(\frac{\Delta_c - NU_0 - U_s}{\kappa}\right) \quad (2.73)$$

Die eine Lösung der Phasendifferenz  $\Delta\phi_0$  des Gleichgewichtszustands (siehe Abb. 2.9) geht für große negative Verstimmungen gegen 0, während sie für große positive Verstimmungen gegen  $\pi$  konvergiert. Dabei ist die Konvergenz gegen 0 stärker als die gegen  $\pi$ . Die andere Lösung (2.73) besitzt einen anderen Wertebereich. Sie konvergiert sehr schnell für positive Verstimmungen  $\Delta_c$  gegen 0, während sie sich für negative Verstimmung  $-\pi$  langsam nähert.



**Abbildung 2.9:** Rot verstimmt zur atomaren Resonanz: Die beiden Lösungen des Gleichgewichtszustandes der Phase in Abhängigkeit von der Resonatorverstimmung. Als Kopplungsstärke der Spiegelstreuung wurde ein Wert von  $U_s = 0.1 \kappa$  angenommen. Die atomare Kopplungsstärke beträgt  $NU_0 = -0.09 \kappa$ , so dass für das Verhältnis  $NU_0/U_s = -0.9$  gilt.

Bei genauerer Betrachtung fällt auf, dass nur eine Gleichgewichtslösung in dem Intervall  $[-\pi, \pi]$  physikalisch sinnvoll ist. Positive Phasendifferenzen sind auszuschließen, da sich sonst aus (2.63) mit  $U_s \geq 0$  für die ruhenden Atome  $\alpha_2 < 0$  ergeben würde.

## 2.6 Analyse der atomaren Bewegung

Die zuvor mit dem Oszillatormodell durchgeführte Analyse der atomaren Bewegung (Abschnitt 2.3), trifft keine Aussagen darüber, unter welchen Bedingungen bei Spiegelstreuung das Minimum des Gesamtstehwellenpotentials den Atomen folgt. Mit



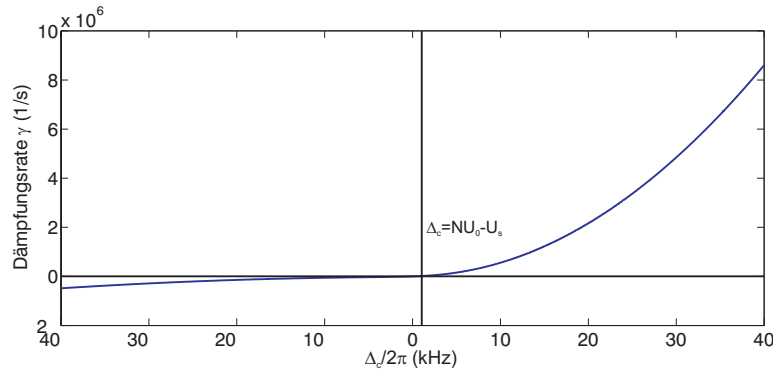
Hilfe einer linearen Stabilitätsanalyse wird das Verhalten der atomaren Bewegung genauer untersucht (siehe Anhang B). Als Ergebnis erhält man eine von der Resonatorverstimmung abhängige Schwingung um den Gleichgewichtspunkt mit der Oszillationsfrequenz  $\tilde{\omega}$

$$\tilde{\omega} = \frac{1}{2} \sqrt{16\hbar k^2 U_0 \left(\frac{\eta_1}{\kappa}\right)^2 \frac{1}{m \kappa} \frac{U_s \sin(\Delta\phi_0)}{\left(1 + \frac{(\Delta_c - NU_0 - U_s)^2}{\kappa^2}\right)} - \left(\frac{((NU_0)^2 + U_s NU_0 \cos(\Delta\phi_0))\kappa}{U_s^2 \sin^2(\Delta\phi_0)}\right)^2} \quad (2.74)$$

und einer Dämpfungsrate  $\gamma$ .

$$\gamma = -\frac{((NU_0)^2 + U_s NU_0 \cos(\Delta\phi_0))\kappa}{U_s^2 \sin^2(\Delta\phi_0)} \quad (2.75)$$

Um die Rate  $\gamma$  und die Oszillationsfrequenz  $\tilde{\omega}$  zu erhalten, muss die Lösung der Ruhephasendifferenz eingefügt werden. Setzt man (2.73) in (2.74), erhält man die verstimmungsabhängige Rate, die das zeitliche Verhalten der Oszillation bestimmt.



**Abbildung 2.10:** Dämpfungsrate  $\gamma$  der Stabilitätslösung der Gleichgewichtsdifferenzphase  $\Delta\phi_0$  in Abhängigkeit von der Resonatorverstimmung. Die Kopplungsstärken lauten:  $U_s = 0.1 \kappa$  und  $NU_0 = -0.09 \kappa$

Die Rate  $\gamma$  liegt in der Größenordnung von  $10^7$  Hz für  $U_s = 0.1 \kappa$  und  $NU_0 = -0.90 U_s$ . Für die Größe der Rate ist das Verhältnis aus  $NU_0$  und  $U_s$  verantwortlich. Je größer das Verhältnis, desto größer ist auch die Rate.

Sie ist für rote Resonatorverstimmung  $\Delta_c < 0$  negativ (Dämpfung), während sie für blaue Resonatorverstimmung  $\Delta_c > 0$  positiv (Verstärkung) ist (siehe Abb. 2.10). Für negative Raten ist die atomare Bewegung gedämpft, und die Gleichgewichtsbedingung ist erfüllt. In diesem Fall folgt das Minimum des Gesamtstehwellenpotentials den Atomen. Diese eigentliche Dämpfungsrate ist kleiner als die Verstärkungsrate und liegt in der Größenordnung von  $10^5$  Hz.

Die Verstimmungsfrequenz  $\Delta_c$ , an der der Wechsel zwischen Dämpfung und Verstärkung einsetzt, ist gegeben durch  $\Delta_c = NU_0 - U_s$  und verschiebt sich für kleiner

werdende Werte  $NU_0$  und  $U_s$  in Richtung Nullpunkt.

Das mit dem einfachen Oszillatormodell bestimmte Verhalten der atomaren Bewegung lässt sich mit (2.74) und (2.75) wiedergeben. Die Dämpfung ist sehr stark nahe der CARL-Schwelle ( $NU_0 = U_s$ )  $\gamma \rightarrow \infty$ , so dass kaum Oszillationen auftreten. Unterhalb der CARL-Schwelle sind die Oszillationsfrequenzen groß und die atomare Bewegung leichter gedämpft.

## 2.7 Probmodenleistung

Der Dämpfungsvorgang kann durch direkte Beobachtung der atomaren Bewegung untersucht werden. Eine indirekte Methode ist die Detektion des von den Atomen rückgestreuten Lichts in der Probmode unter Verwendung von Pumplicht, das zur Resonatorresonanz verstimmt ist. Durch die im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Zweimodenstabilisierung steht das nötige Instrument zur Verfügung, dies zu realisieren (siehe Kap. 3).

Bei Änderung der Resonatorverstimmung  $\Delta_c$  ergibt sich für das umlaufende Pumplicht ohne Spiegelstreuung ein lorentzförmiges Leistungsprofil  $P_c = P_{\text{in}}/(1 + \Delta_c^2/\kappa^2)$ , das bestimmt ist durch die Zerfallsrate des Resonators  $\kappa$  und die Pumpleistung  $P_{\text{in}} = \eta_1^2/\kappa^2$  (siehe dazu Abb. 5.3).

Befinden sich Atome im Resonator wird ihre Bewegung beim Durchfahren der Resonatorverstimmung von rot nach blau schon für rote Resonatorverstimmung vollständig ausgedämpft. Das rückgestreute Licht der nun im Potentialminimum in Ruhe (Schwerpunktsbewegung) befindlichen Atome trägt eine charakteristische Signatur in Abhängigkeit von der Resonatorverstimmung  $\Delta_c$ .

Für die rückgestreute Leistung  $P_- \propto |\alpha_2|^2$  der ruhenden Atome erhält man aus (2.63):

$$|\alpha_2|^2 = \left(\frac{U_s}{\kappa}\right)^2 \sin^2(\Delta\phi_0) |\alpha_1|^2. \quad (2.76)$$

In (2.76) setzt man die Beziehung für den Gleichgewichtspunkt des Phasenunterschiedes (2.72) und die normierte Leistung  $|\alpha_1|^2$  aus den CARL-Gleichungen

$$|\alpha_1|^2 = \frac{\eta_1^2}{\kappa^2} \frac{1}{1 + (\Delta_c - NU_0 - U_s)^2/\kappa^2} \quad (2.77)$$

ein.

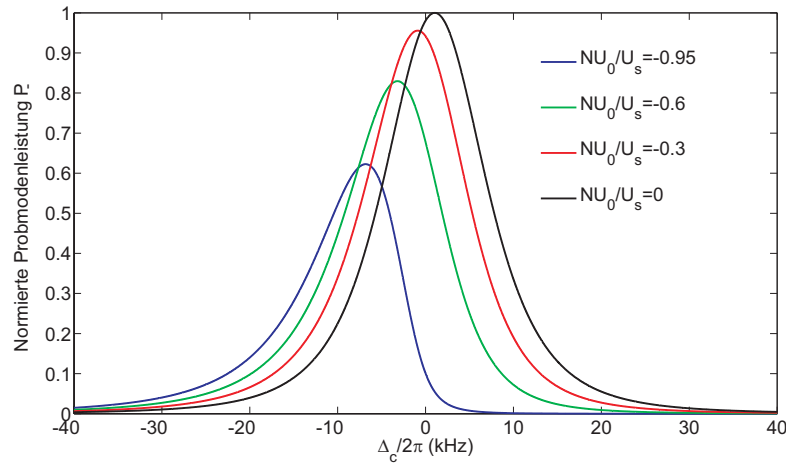
Die Form des Lorentzprofils für das Problicht hängt maßgeblich von der verstimmungsabhängigen Ruhephasendifferenz  $\Delta\Phi_0$  ab. Diese wird durch die Größen  $NU_0$  und  $U_s$  bestimmt.

Für  $N = 0$  erwartet man ein lorentzförmiges Leistungsprofil, das allein durch die Spiegelstreuung und die Linienbreite des Resonators gegeben ist. Die Phasendifferenz ist gegeben durch:  $\Delta\Phi_0 = -\pi/2 + \arctan((\Delta_c - U_s)/\kappa)$ . Setzt man diese Beziehung

in (2.76), erhält man das Lorentzprofil der reinen Spiegelstreuung (siehe Abb.2.11). Für  $\Delta_c = U_s$  ist die Leistung in der Probmode maximal.

Für  $N \neq 0$  ist das Verhalten der Differenzphase komplizierter und das Leistungsprofil verändert sich. Mit zunehmendem Quotienten  $NU_0/U_s$  nimmt die Leistung immer mehr ab. Das Verhältnis kann nicht größer als 1 werden, da sonst die Gleichgewichtsbedingungen nicht mehr erfüllt sind. Aufgrund des asymmetrischen Verhaltens des Phasenunterschieds bezüglich der Resonatorverstimmung sind die Flanken des Lorentzprofils nicht gleichmäßig unterdrückt.

Man erwartet bei blauer Resonatorverstimmung eine stärkere Abnahme als bei roter Verstimmung (siehe Abb. 2.11).



**Abbildung 2.11:** Theoretisch erwartete Probmodenleistung in Abhängigkeit von der Resonatorverstimmung  $\Delta_c$ . Die Kopplungsstärke  $U_s$  beträgt immer  $0.10 \kappa$ . Die schwarze Kurve gibt die Probmodenleistung ohne Atome an.

Das bestimmte Probsignal erhält man ausschließlich für den Fall, dass die Atome im Gesamtstehwellenpotential in Ruhe sind. Abweichungen von dem berechneten Signal sind ein Zeichen, dass die Atome nicht mehr in diesem Zustand sind oder ihn nie ganz eingenommen haben.



# 3 Der optische Ringresonator und die Zweimodenstabilisierung

Kernstück für die durchgeführten Experimente ist ein verstimmt gepumpter Ringresonator. Bisher wurden die Resonatorexperimente immer resonant durchgeführt. Das heißt der Pumplaser wurde auf den Resonator stabilisiert und die Atome in die Mode gefahren, wo sie dann mit dem Licht wechselwirkten. Dabei traten schon beim Transfer durch Strahlungsdruck Atomverluste und Heizen auf. Außerdem war es nicht möglich, Experimente verstimmt zur Resonanz durchzuführen, da der Laser immer auf den Resonator stabilisiert werden musste. Auch möchte man die Dauer der Wechselwirkung mit den Atomen ändern.

Dieses Kapitel widmet sich der Zweimodenstabilisierung, die es ermöglicht, den Laser verstimmt zur Resonatorresonanz einzustrahlen. Zunächst werden einige grundlegende Begriffe zu Resonatoren erläutert und angewendet. Die Grundlage für die Zweimodenstabilisierung sind höhere Transversalmoden. Deren mathematische Beschreibung wird hier ebenfalls behandelt werden. Es folgt eine Darstellung des verwendeten Resonators. Anschließend wird der Titan-Saphir-Laser vorgestellt, der als Pumplaser für die Resonatorexperimente dient. Danach wird das Konzept der Zweimodenstabilisierung präsentiert und wichtige Eigenschaften angegeben.

## 3.1 Transversale Moden

### 3.1.1 Matrizenoptik

Der Weg eines Laserstrahls, der entlang der z-Achse propagiert, wird durch den Abstand  $d$  zur z-Achse und durch die Größe  $d'$  charakterisiert. Diese ist über den Winkel  $\alpha$  des Laserstrahls bezüglich der Ausbreitungsachse definiert:  $d' = \tan \alpha$ . Unter Annahme eines kleinen Winkels  $\alpha$  lässt sich der Tangens in der paraxialen Näherung linearisieren und durch sein Argument ersetzen  $d' = \alpha$ . Die beiden Größen können dann zu einem Vektor  $\begin{pmatrix} d \\ \alpha \end{pmatrix}$  zusammengefasst werden. Vorteil dieser Linearisierung ist die Möglichkeit, den Einfluss von optischen Elementen auf  $d$  und  $z$  durch Matrizen zu beschreiben

$$\begin{pmatrix} d_1 \\ \alpha_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d_2 \\ \alpha_2 \end{pmatrix}. \quad (3.1)$$

Zur Beschreibung eines Resonators sind folgende Matrizen relevant:

$$\text{freie Wegstrecke} \quad \begin{pmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (3.2)$$

$$\text{gekrümmter Spiegel} \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{2}{R} & 1 \end{pmatrix}, \quad (3.3)$$

wobei  $R$  der Spiegelkrümmungsradius ist.

### 3.2 Gaußstrahlen

Ein Laserstrahl verhält sich in vielerlei Hinsicht wie eine ebene Welle. Das Intensitätsprofil ist aber nicht konstant, sondern gleicht dem einer Gaußverteilung und besitzt sein Maximum in der Nähe der Ausbreitungsachse. Die Wellenfronten weisen im Gegensatz zu „echten“ ebenen Wellen eine Krümmung auf. Elektrisches und magnetisches Feld sind im freien Raum transversal zur Ausbreitungsrichtung. Diese Wellenformen werden als **T**ransversale **E**lektrische und **M**agnetische Moden bezeichnet. Für ein elektromagnetisches Feld  $\mathbf{E}$  der Wellenlänge  $\lambda$ , das sich zeitlich und räumlich ändert, kann die Wellengleichung

$$\Delta \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = 0 \quad (3.4)$$

angegeben werden. Durch einen Separationsansatz

$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = u(x, y, z) \cdot \exp(ikz) \cdot \exp(-\omega t)$  für einen Lichtstrahl, der nur in z-Richtung propagiert, erhält man für ein elektrisches Feld die Helmholtzgleichung:

$$\Delta u + k^2 u = 0 \quad (3.5)$$

mit  $k = 2\pi/\lambda$ . In paraxialer Näherung, unter Vernachlässigung von  $\left| \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right|$ , ergibt sich die paraxiale Helmholtzgleichung:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} - 2ik \frac{\partial u}{\partial z} = 0. \quad (3.6)$$

Eine Lösung der Gleichung (3.5) ist

$$u = \exp \left( -i \left( P + \frac{kr^2}{2q} \right) \right), \quad (3.7)$$

wobei  $r^2 = x^2 + y^2$  und  $q(z)$  der komplexe Strahlparameter ist. Der Parameter  $P$  stellt die komplexe Phase dar, die die Propagation der ebenen Welle beschreibt. Die räumliche Phase der ebenen Welle ist mit dem Fresnel-Faktor  $\exp(ikr^2/2q(z))$  moduliert. Der Kehrwert des komplexen Strahlparameters setzt sich aus dem reellen Parameter  $R(z)$  (nicht zu Verwechseln mit dem Krümmungsradius der Spiegel), der

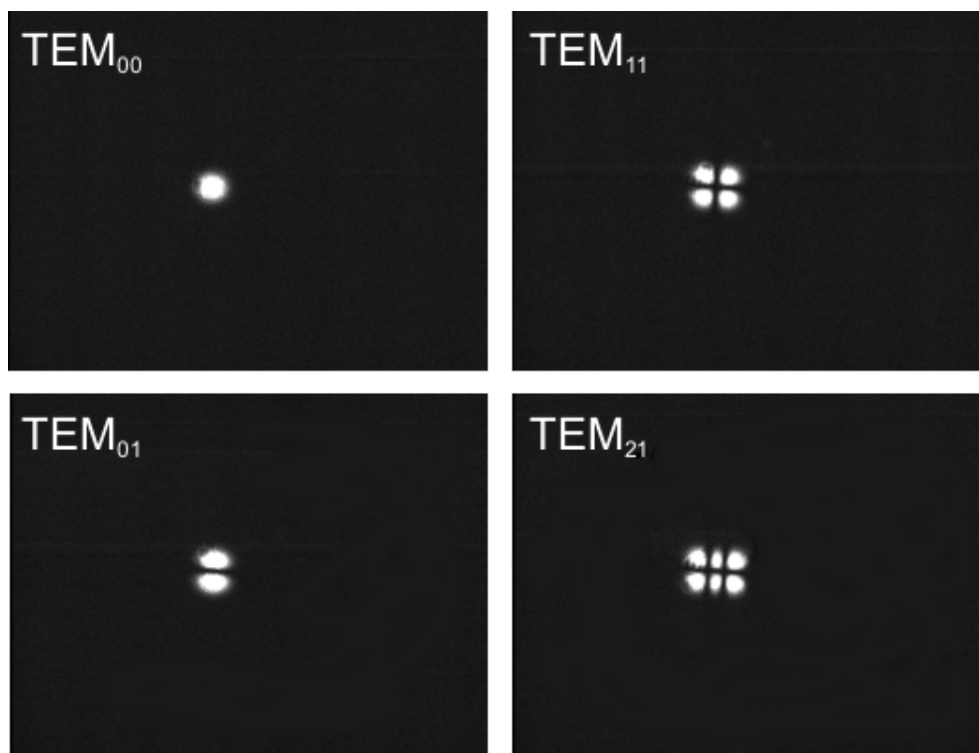


In (3.12) ist die Stabilitätsbedingung an den Resonator enthalten. Nur wenn  $-2 < (A + D) < 2$  gilt, ist der Resonator stabil, das heißt, der Weg des Lichts ist nach einem Umlauf im Resonator geschlossen. Der Krümmungsradius  $R$  der Wellenfronten der Mode berechnet sich aus

$$R = \frac{2B}{D - A}. \quad (3.13)$$

Für  $R = \infty$  befindet sich an dieser Stelle ein Beamwaist der Mode.

### 3.3 Höhere Gaußmoden



**Abbildung 3.2:** Aufnahmen verschiedener Transversalmoden mit der CCD-Kamera. Die für das Experiment wichtigsten sind die TEM<sub>11</sub> und die TEM<sub>00</sub>.

Die Lösungen von (3.5) bilden einen vollständigen orthogonalen Satz von Funktionen. Einige ausgewählte TEM-Moden sind in Abb.3.2 zu sehen. Ein Satz von Lösungen in kartesischen Koordinaten kann durch

$$u = g\left(\frac{x}{w}\right) h\left(\frac{y}{w}\right) e^{-i(P + \frac{k}{2q}(x^2 + y^2))} \quad (3.14)$$

angegeben werden. Dabei sind  $g$  und  $h$  Funktionen, die von  $x$  bzw.  $y$  und dem Beamwaist abhängen. Setzt man diesen Lösungsansatz in (3.5), so erhält man eine



Differentialgleichung, deren Lösung Hermite-Polynome  $H_m(x)$  sind. Für ein System in zylindersymmetrischer Geometrie erhält man als Lösung Laguerre-Moden. Die Verwendung der (einfachen) kartesischen Form kann der zylindrischen vorgezogen werden, da Spiegel in realen optischen Resonatoren etwas von der Zylindersymmetrie abweichen [Mes05]. Es gilt

$$g \cdot h = H_m \left( \sqrt{2} \frac{x}{w} \right) H_n \left( \sqrt{2} \frac{y}{w} \right), \quad (3.15)$$

wobei  $m$  und  $n$  die Zahl der Gaußmode angibt. Die einfachsten Hermite-Polynome sind:

$$\begin{aligned} H_0(x) &= 1 \\ H_1(x) &= x \\ H_2(x) &= 4x^2 - 2 \\ H_3(x) &= 8x^3 - 12x \end{aligned} \quad (3.16)$$

Als allgemeine Lösung erhält man

$$E_{mn}(x, y, z) = H_m \left( \sqrt{2} \frac{x}{w} \right) H_n \left( \sqrt{2} \frac{y}{w} \right) \frac{w_0}{w(z)} e^{-\left(\frac{r}{w(z)}\right)^2} e^{-\left(\frac{ikr^2}{2R}\right)} e^{i(kz - (m+n+1)\eta(z))}. \quad (3.17)$$

In der letzten Exponentialfunktion ist wieder die Gouy-Phase enthalten. Die hermiten Gaußstrahlen dominieren das transversale Profil des Laserstrahls, weswegen sie auch als transversale Moden  $\text{TEM}_{mn}$  bezeichnet werden. Für longitudinale oder auch Frequenzmoden muss folgende Beziehung erfüllt sein:

$$L = \left[ l + (m + n + 1) \frac{\Delta\eta}{\pi} \right] \lambda. \quad (3.18)$$

Dabei geben  $m$  und  $n$  den Index der zu der Frequenzmode gehörenden Transversalmode und  $l$  ein Vielfaches eines freien Spektralbereichs  $\delta_{FSR}$  an. Dieser ist über die Umlauflänge  $L$  bestimmt:  $\delta_{FSR} = c/L$ . Die Differenz  $\Delta\eta$  gibt die Gouy-Phasenverschiebung bei einem Umlauf an. Die Phasenfronten besitzen für alle Transversalmoden die gleiche Krümmung. Der Unterschied zwischen den einzelnen transversalen Moden liegt in ihrer Anregungsfrequenz (siehe dazu das Beispiel eines Ringresonators (3.27)). Das Modenspektrum ist grob in freie Spektralbereiche  $\delta_{FSR}$  und in feinere Abstände, die von der Gouy-Frequenz stammen, eingeteilt. Im nächsten Kapitel wird eine Messung zum Modenspektrum präsentiert.

Um die Intensität zu bestimmen, wird Gleichung (3.17) quadriert. Für die in dieser

Arbeit relevanten Moden  $TEM_{00}$  und  $TEM_{11}$  erhält man:

$$\begin{aligned} I_{11}(r) &= I_0 \frac{w_0}{w(z)} H_1 \left( \frac{\sqrt{2}x}{w} \right)^2 H_1 \left( \frac{\sqrt{2}y}{w} \right)^2 e^{-2i(P + \frac{k}{2q}(x^2+y^2))} \\ &= 4I_0 \frac{w_0}{w(z)} \left( \frac{x}{w} \right)^2 \left( \frac{y}{w} \right)^2 e^{-2i(P + \frac{k}{2q}(x^2+y^2))} \end{aligned} \quad (3.19)$$

$$\begin{aligned} I_{00}(r) &= I_0 \frac{w_0}{w(z)} H_0 \left( \frac{\sqrt{2}x}{w} \right)^2 H_0 \left( \frac{\sqrt{2}y}{w} \right)^2 e^{-2i(P + \frac{k}{2q}(x^2+y^2))} \\ &= I_0 \frac{w_0}{w(z)} e^{-2i(P + \frac{k}{2q}(x^2+y^2))}. \end{aligned} \quad (3.20)$$

$I_0$  ergibt sich aus der Normierung  $I_0 = 2\pi \int I_{mn}(r) r dr = 2P_0/\pi w_0^2$ , wobei  $P_0$  die verwendete Laserleistung ist.

### 3.4 Der optische Ringresonator

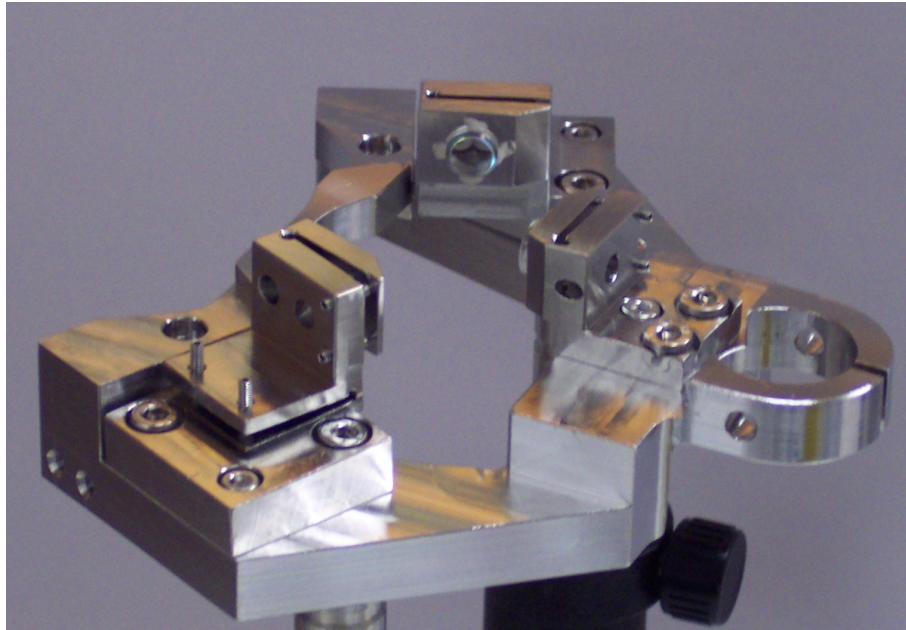
Der optische Ringresonator (Abb. 3.3) stellt das Herzstück des Experiments dar. Er besteht aus einem gekrümmten Einkoppelspiegel (IC) und zwei gekrümmten Hochreflektoren (HR). Sie sind so angeordnet, dass sie zusammen ein rechtwinkliges, gleichschenkliges Dreieck der Gesamtlänge  $L$  bilden. Die Katheten des Dreiecks werden im Folgenden mit  $a$ , die Hypothenuse mit  $b$  bezeichnet. So gilt:  $a = L/(2 + \sqrt{2})$  und  $b = L/(1 + \sqrt{2})$ . Mit Hilfe der ABCD-Matrizen lassen sich Aussagen über den Verlauf eines Gaußstrahles innerhalb des Resonators machen, wenn der Weg des Lichts nach einem Umlauf im Resonator selbstkonsistent ist. So muss für den komplexen Strahlparameter  $q$  nach einem Umlauf gelten:

$$q_2 = \frac{Aq_1 + B}{Cq_1 + D} = q_1. \quad (3.21)$$

Die entsprechende ABCD-Matrix für den Ringresonator sieht wie folgt aus:

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 1 & b/2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2/R_{HR} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \times \\ &\times \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2/R_{IC} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & a \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -2/R_{HR} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & b/2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (3.22)$$

Ausgehend von der Mitte der Strecke  $b$  zwischen den Hochreflektoren beschreiben die ABCD-Matrizen von rechts nach links den Weg des Gaußstrahls im Resonator. Nach einem Wegstück  $b/2$  schließt sich ein hochreflektierender Spiegel mit der Krümmung  $R_{HR}$  an. Danach folgt nach einem Wegstück der Länge  $a$  der Einkoppelspiegel mit dem Krümmungsradius  $R_{IC}$ . Anschließend folgt ein weiteres Wegstück der Länge  $a$  bis zum nächsten Hochreflektor mit dem Krümmungsradius  $R_{HR}$ . Das Wegstück



**Abbildung 3.3:** Der Hochfinesse-Ringresonator

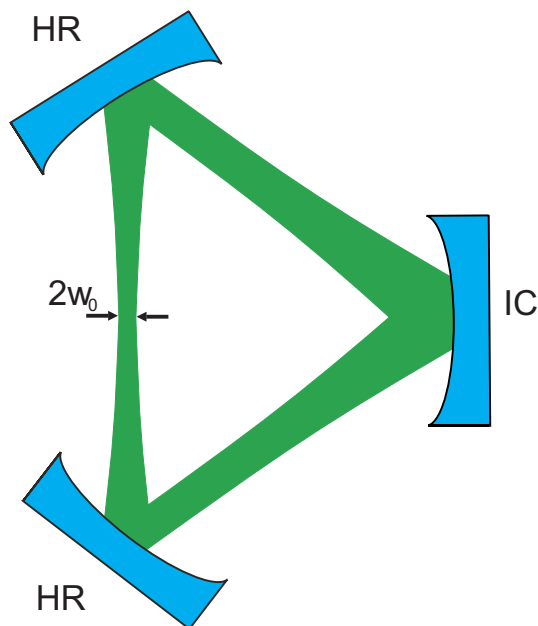
$b/2$  schließt den Resonator.

Da der im Resonator umlaufende Strahl die Hochreflektoren unter einem Winkel von  $22.5^\circ$  und dem Einkoppelspiegel unter einem Winkel von  $45^\circ$  zum Lot der Spiegel trifft, sind Korrekturen für die ABCD-Matrizen vorzunehmen, die die Hohlspiegel beschreiben. Der Strahlquerschnitt ist nun nicht mehr kreisförmig sondern elliptisch. Der Ausdruck  $-2/R$  in (3.3) ist durch  $-2 \cos \vartheta / R$  zu ersetzen, um die vertikale und  $-2/R \cos \vartheta$  um die horizontale Ausdehnung des Querschnitts zu berechnen [Kog72]. Mit den ABCD-Matrizen des Resonators lassen sich die Modenparameter (Krümmungsradius der Wellenfronten  $R$ , Beamwaist  $w_0$ ) des Systems berechnen.

Die Umlauflänge des Resonators beträgt  $L = 8.7$  cm, was einem freien Spektralbereich von  $\delta_{FSR} = c/L = 3.4$  GHz entspricht. Der Krümmungsradius der Hochreflektoren beträgt 500 mm, während der des Einkoppelspiegels 100 mm ist.

Es zeigt sich, dass diese Kombination von Spiegeln und Resonatorlänge nur einen Beamwaist zulässt (siehe 3.4). Der Beamwaist besitzt in vertikaler Richtung eine Ausdehnung von  $d=117 \mu\text{m}$ , während die horizontale Ausdehnung  $d=88 \mu\text{m}$  beträgt. Dieser elliptische Querschnitt ist dem schrägen Einfall auf die Spiegel geschuldet. Bei senkrechtem Einfall auf die Spiegel, wie er in linearen Resonatoren auftritt, zeigt sich dagegen ein kreisförmiger Querschnitt. Das gesamte Modenvolumen beträgt  $V = 1.58 \text{ mm}^3$ .

Die Reflektivität der dielektrischen Beschichtungen (Research Electro-Optics Inc.) hängt neben der Wellenlänge und dem Einfallswinkel auch von der Polarisation des eingekoppelten Lichts ab. So ist es möglich durch die Wahl zwischen s- und p-polarisiertem Licht die Güte des Resonators zu beeinflussen. Sie wird bestimmt



**Abbildung 3.4:** Die verwendeten Spiegel, die Geometrie und Dimensionen lassen nur einen Beamwaist zwischen den Hochreflektoren zu.

	p-Polarisation	s-Polarisation
Transmission Einkoppelspiegel	11 ppm	1100 ppm
Transmission Hochreflektor	1.5 ppm	7 ppm
gemessene Finesse	150000	2210

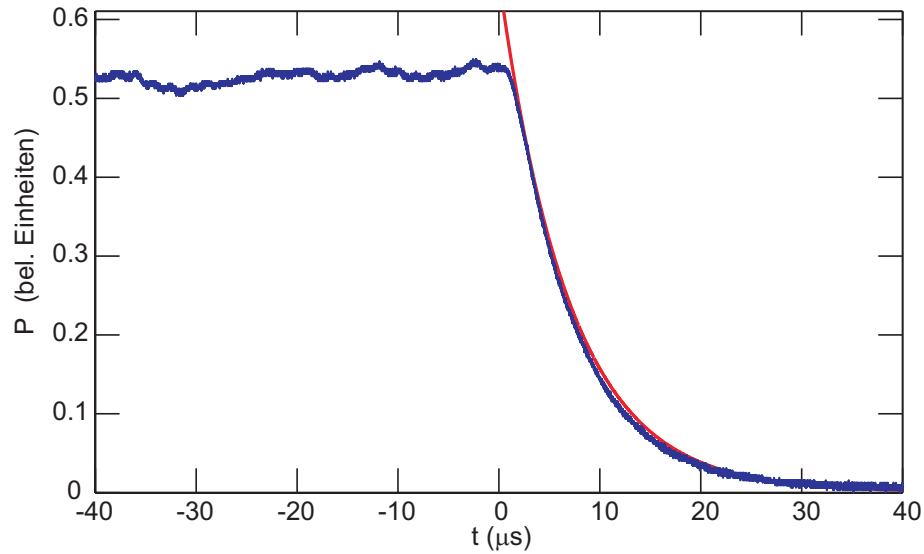
**Tabelle 3.1:** Transmission der verwendeten Spiegel im Ringresonator

durch die Transmissions-, Absorptions- und Streuverluste des Resonators. Aus Energieerhaltungsgründen gilt für jeden Spiegel  $R_i + T_i + A_i = 1$  (Hochreflektoren  $i = 1$ , Einkoppelspiegel  $i = 2$ ). Ist die Reflektivität  $R_i$  der Spiegel (nicht zu verwechseln mit dem Krümmungsradius der Spiegel) bekannt (siehe Tab. 3.1), kann daraus die Finesse als Güte des Resonators errechnet werden

$$F = \frac{\pi \sqrt[4]{R_1 R_1 R_2}}{1 - \sqrt{R_1 R_1 R_2}}. \quad (3.23)$$

Nach (3.23) steigt die Finesse mit zunehmender Reflektivität der Spiegel.

Die Finesse kann durch eine Ring-Down-Messung [O’K88] experimentell bestimmt werden. Dazu wird das eingekoppelte Licht mit Hilfe eines AOMs schnell ausgeschaltet und das über die Hochreflektoren transmittierte Licht auf eine Photodiode detektiert, wie in Abb. 3.5 zu sehen ist. Daraus wird die exponentielle Zerfallszeit  $\tau$  des Lichtfeldes ermittelt und die volle Halbwertsbreite über  $1/\tau = 2\pi\delta_{FWHM}$  bestimmt. Diese ist abhängig von der Finesse, die neben (3.23) auch gegeben ist durch den Quotienten aus freiem Spektralbereich  $\delta_{FSR}$  und der vollen Linienbreite  $\delta_{FWHM}$



**Abbildung 3.5:** Messung der Finesse mit der Ring-Down-Methode. Der auf den Resonator stabilisierte Strahl wird mit einem AOM unterbrochen und die Zerfallszeit (hier 7  $\mu\text{s}$ ) der Lichtleistung wird in Transmission gemessen.

des Resonators

$$F = \frac{\delta_{FSR}}{\delta_{FWHM}}. \quad (3.24)$$

Eine weitere wichtige Größe zur Charakterisierung eines Resonators ist der Überhöhungsfaktor  $\mathcal{E}$ . Er gibt das Verhältnis zwischen umlaufender und eingestrahelter Intensität an. Bei perfekter Gaußanpassung und resonanter Einstrahlung lässt er sich über

$$\mathcal{E} = \frac{4T_2(1 - A_{\text{ges}})}{(A_{\text{ges}} + T_2)^2} \quad (3.25)$$

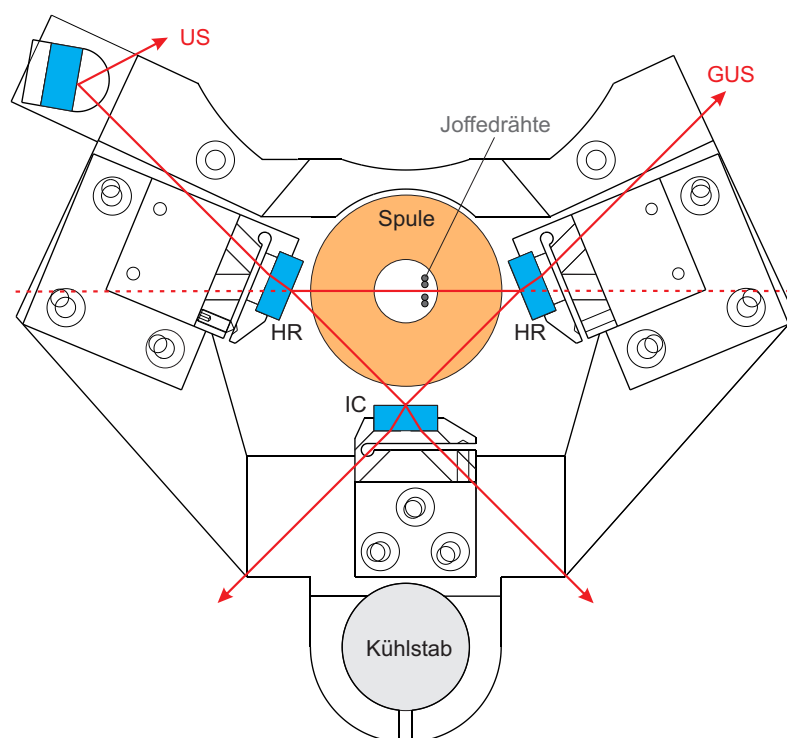
bestimmen. Ist die Transmission des Einkoppelspiegels  $T_2$  gleich den Gesamtverlusten  $A_{\text{ges}}$ , die sich aus den Absorptions- und Streuverlusten der drei Spiegel und der Transmissionsverlusten der Hochreflektoren zusammensetzen, dann ist der Überhöhungsfaktor maximal. In diesem Fall spricht man auch von Impedanzanpassung:

$$T_2 = A_{\text{ges}} = 2(A_1 + T_1) + A_2. \quad (3.26)$$

Es zeigt sich, dass im optimalen Betrieb ein Kompromiss zwischen hoher Finesse und einer guten Impedanzanpassung zur Stabilisierung des Lichts auf den Resonator gefunden werden muss. Der für p-polarisiertes Licht (High-Finesse) maximal gemessene Finessewert außerhalb der Kammer betrug für diese Spiegel  $F = 220000$ . Nach dem Einbau und Ausheizen der Kammer liegt der Wert nun bei  $F = 150000$ . Der Grund liegt in einer Verunreinigung der Spiegel während dieser Prozedur. Dabei kann mit Sicherheit ausgeschlossen werden, dass es sich hierbei um Titan handelt, das am Ende des Ausheizvorgangs durch das starke Heizen von Ti-Stäben in

die Kammer gebracht wird, um den Druck weiter zu senken (siehe Funktionsweise Titan-Sublimationspumpe). Auch Rubidium als Quelle der Ablagerung ist unwahrscheinlich, da sonst bei längerem Betrieb die Finesse weiter absinken würde. So bleibt die wahre Natur der Verunreinigung unbekannt. Es wurde erfolglos versucht, durch Heizen der Spiegel die Ablagerungen wieder abzdampfen, um die Finesse zu verbessern.

Die Spiegel sind mit vakuumtauglichem Keramikkleber in ihre jeweiligen Halter aus Edelstahl geklebt. Diese sind auf eine Grundplatte aus Edelstahl montiert und lassen sich in horizontaler und vertikaler Richtung justieren. In den Haltern befinden sich seitliche Öffnungen mit einem Durchmesser von 4 mm, durch die Licht in den Resonator hinein bzw. hinaus gelangen kann.



**Abbildung 3.6:** Schema des verwendeten Ringresonators und seiner Positionierung innerhalb des Spulenaufbaus. Die Resonatormode liegt zwischen den vier Joffedrähten. Prinzipiell kann der Ringresonator von zwei Richtungen gepumpt werden - gegen den Uhrzeigersinn (GUS) und im Uhrzeigersinn (US). Das Transmissionssignal der US-Richtung wird über einer Umlenkspiegel aus der Kammer geführt und verlässt diese am selben Fenster wie das der GUS-Richtung. Der gesamte Resonatoraufbau ist mit dem Kühlstab verbunden, um einen Wärmeaustausch zu gewährleisten.

Das transmittierte Licht der Resonatormoden wird zur Analyse aus der Kammer ge-

führt. Um zu gewährleisten, dass das transmittierte Licht beider Umlaufrichtungen (Uhrzeigersinn: US oder Gegenuhrzeigersinn: GUS) aus der Kammer geführt werden kann, ist an der Grundplatte zusätzlich ein Umlenkspiegel befestigt, der das Licht der US-Richtung durch das gleiche Vakuumfenster wie die GUS-Richtung lenkt (Abb. 3.6).

Die Grundplatte mit dem Resonator ist zwischen den aus Kupfer bestehenden Spulenhaltern fixiert. Der Wärmekontakt mit dem Rest des Aufbaus ist nicht ideal. Die Spulenhalter und der Resonator sind an einen Kupferstab montiert (siehe Abb. 4.10), der als Kühlstab die Wärme, die beim Betrieb der Spulen und der Drähte entsteht, nach außen abführt. Dieser Kühlstab verlässt mit seinem oberen Ende die Vakuumkammer und ist über ein Drahtgeflecht aus Kupfer mit einem weiteren Kupferstab verbunden. Der Aufbau ähnelt dem von [Sla07c]. Dieser ragt in ein Reservoir (Dewargefäß) mit flüssigem Stickstoff. Das Drahtgeflecht dient dazu, Vibrationen, die während des Kühlens entstehen, mechanisch auszdämpfen. Da es während des Experimentierzyklusses zu einer kurzzeitigen Erwärmung einzelner Teile kommt, muss die Temperatur aktiv geregelt werden. Es ist wichtig, die Temperatur des Aufbaus möglichst konstant zu halten, um Frequenzdriften des Resonator aufgrund von Temperaturänderungen und die lokale Erhöhung des Gasdrucks, welcher die Lebensdauer der Atome in der Magnetfalle beeinträchtigt, zu verhindern. Die Temperatur des Kühlstabs wird mit Hilfe einer Heizspule, die um das obere Ende des Kühlstabs gewickelt ist, geregelt. Sie wirkt dem Kühlen des Heizstabes durch Ein- und Ausschalten eines Relais entgegen. In der Nähe befindet sich ein Temperatursensor, dessen Meßwerte zur Regelung verwendet werden. Die Temperatur wird auf  $-30\text{ °C}$  stabilisiert. Über einen Temperatursensor des Typs Pt-100 auf der Unterseite der Resonatorgrundplatte kann die Temperatur am Resonator bestimmt werden. Eine vollständige Thermalisierung des gesamten Aufbaus dauert einige Stunden, ist aber im Prinzip nicht erforderlich. Die Temperaturänderung am Resonator nimmt mit der Zeit immer mehr ab, so dass schon bei einer Temperatur von  $-10\text{ °C}$  am Resonator, Experimente durchgeführt werden können.

Allerdings muss darauf geachtet werden, dass immer eine ausreichende Menge an flüssigem Stickstoff im Reservoir vorhanden ist. Trotz guter thermischer Isolierung des Dewargefäßes muss ungefähr alle zwei Stunden neuer Stickstoff nachgefüllt werden.

Um die Temperatur aktiv mit einer PID-Regelung regeln zu können, sind zur Reduzierung der Regelstrecke zwei Heizplatten an der Unterseite der Resonatorgrundplatte angebracht (HTR1001, tectra). Sie sind jeweils senkrecht an Aluminiumbleche geschraubt, welche wiederum an der Grundplatte befestigt sind. Für einen besseren Wärmekontakt sind die Kontaktstellen mit Keramikkleber verfugt. Zur Bestimmung der Temperatur direkt am Resonator befindet sich an der Oberseite der Resonatorgrundplatte ein UHV-tauglicher Temperatursensor des Typs Pt-100. Die Heizplatten besitzen jeweils eine Heizleistung von 220 W bei einem Strom von maximal 8 A. Dies

genügt, um die auftretenden Temperaturschwankungen von etwa 1 °C auszuregeln. Bis zum Ende der Experimente für diese Arbeit wurde von der aktiven Regelung kein Gebrauch gemacht. In zukünftigen Experimenten kann das aber von Nöten sein.

### 3.5 Die Zweimodenstabilisierung

Für die Zweimodenstabilisierung sind zwei Strahlen notwendig. Der eine wird dazu verwendet, einen Laser auf den Resonator zu stabilisieren, während der andere phasenstarr zum ersten, mit den Atomen in Wechselwirkung tritt. Dieser zweite Strahl sollte eine Frequenz in der Nähe einer atomaren Resonanz besitzen, während der stabilisierte Strahl verstimmt (einige nm) sein sollte, um die Atome nicht zu beeinflussen (kein Strahlungsdruck). Das Problem besteht nun in der phasenstarreren Stabilisierung beider Strahlen über einen bestimmten Frequenzbereich. Es gibt mehrere Methoden, um dies zu bewerkstelligen:

- Frequenzkamm [Hol00]: Ein Frequenzkamm dient als Referenz zwischen dem auf den Resonator stabilisierten Laser, der fern zur atomaren Resonanz verstimmt ist, und einem Diodenlaser. Der Diodenlaser wird mit Hilfe des Frequenzkamms mehrere freie Spektralbereiche entfernt auf eine Frequenz des Kamms stabilisiert und in den Resonator als Pumplicht eingekoppelt. Als nachteilig erweisen sich allerdings der aufwendige Bau und der hohe Preis.
- Transferresonator [Hel87]: Mit einem Teil des Laserlichts wird der Laser auch hier auf den Ringresonator stabilisiert, ein anderer Teil wird in einen linearen Resonator, dem Transferresonator, eingekoppelt. Die Länge und damit die Resonatorfrequenz des Transferresonators wird an die Frequenz des eingekoppelten Lichts mit Hilfe eines Piezoelements angepasst. Nun wird ein Diodenlaser in der Nähe atomarer Resonanzen in den Transferresonator eingekoppelt und stabilisiert [Pre95]. Dessen Frequenz stimmt im Allgemeinen nicht mit der Frequenz einer Mode des Ringresonators überein, so dass ein weiterer Diodenlaser benötigt wird, dessen Frequenz phasenstarr zum ersten durchstimmbare ist. Die Stabilisierung erfolgt mit einer optischen PLL (Phase-Locked-Loop) [Bux07b]. Der Diodenlaser ist nun in der Nähe atomarer Resonanzen und stabilisiert auf den Ringresonator. Als Nachteil sind die vier voneinander abhängige Stabilisierungen zu nennen. Außerdem ist der Transferresonator anfällig gegen akustische Störungen, deren Einfluss zu beseitigen sehr aufwendig und teuer ist.
- Frequenzverdopplung [Tel90]: Ein bei einer Wellenlänge von 880 nm laufender Laser wird zusammen mit einem mit 700 nm arbeitenden Laser auf den Ringresonator stabilisiert. Ein Teil der Leistung beider Laser wird mit einem



nichtlinearen Kristall addiert (Summenmischung). Das so frequenzsummierte Licht wird mit dem frequenzverdoppelten Licht eines weiteren Lasers mit 780 nm zur Schwebung gebracht. Das Schwebungssignal kann mit einer Fotodiode detektiert werden und zur Stabilisierung des dritten Lasers verwendet werden. Dieser ist dann phasenstarr über die Hilfslaser auf den Resonator stabilisiert und wird in den Resonator eingekoppelt, um mit den Atomen in Wechselwirkung zu treten.

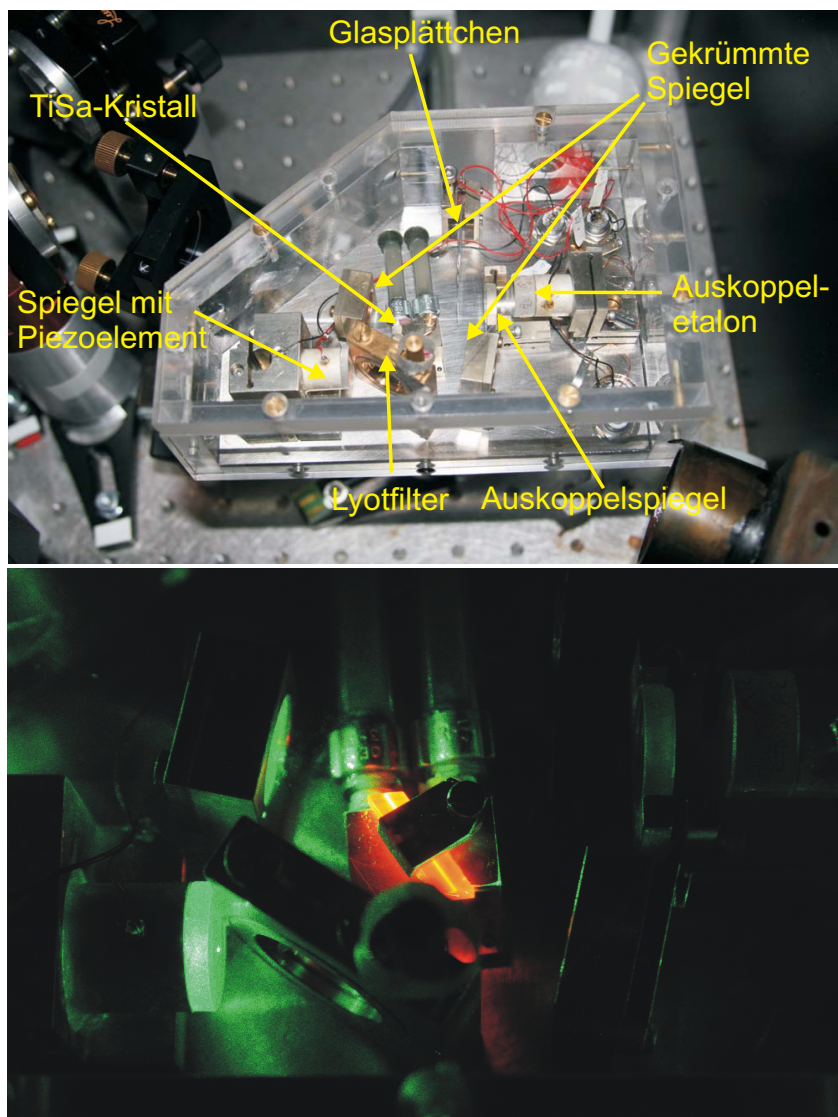
Die 2 nichtlineare Kristalle (Verdopplung und Summenmischung) sind kostenintensiv und empfindlich gegenüber Temperatur- und Luftfeuchtigkeitsänderungen, außerdem ist die Konversionseffizienz solcher Kristalle nicht sehr hoch.

- TEM-Moden: Der Laser wird auf die  $TEM_{11}$ -Mode des Ringresonators stabilisiert. Ein Diodenlaser wird mit Hilfe einer optischen PLL phasenstarr auf den Laser gelockt. Die Frequenz wird so eingestellt, dass im Resonator die  $TEM_{00}$  angeregt wird und um diese Resonanz verstimmte werden kann. Die PLL hängt von der Stabilisierung des Lasers ab und ist nicht sehr stabil. Die Laserfrequenz muss nah der atomaren Resonanz sein, deshalb tritt ein erhöhter Strahlungsdruck auf die Atome auf.

Der hier favorisierte Kompromiss nutzt die Eigenschaften höherer Transversalmoden, aber ohne Verwendung eines weiteren Lasers. Zur Stabilisierung wird ein Strahl verwendet, der die  $TEM_{11}$ -Mode anregt. Sie besitzt vier Intensitätsmaxima, in deren Mitte ein Bereich geringer bzw. keiner Intensität vorherrscht. Wie noch gezeigt wird, sollte es möglich sein, die Atome ohne nennenswerte Wechselwirkung, das heißt ohne Strahlungsdruck, genau in der Mitte der Mode zu positionieren. Ein Teil des stabilisierten Strahls wird mit Hilfe eines AOMs (Akusto-Optischer Modulator) um einen Frequenzbetrag verschoben, um damit die Transversalmode  $TEM_{00}$  im Ringresonator anzuregen. Sie besitzt ihr einziges Intensitätsmaximum in der Mitte zwischen den Maxima der  $TEM_{11}$ , und ihr Lichtfeld wechselwirkt dort nach der Positionierung der Atome mit ihnen. Die Dauer der Einstrahlung und die Frequenzverschiebung zur Resonatorresonanz kann nach Belieben variiert werden.

### 3.5.1 Der Titan-Saphir-Laser

Der Titan-Saphir-Laser (TiSa) basiert auf einem Design, das in unserer Arbeitsgruppe entwickelt wurde [Zim95, Gün06]. Der Vorteil dieses Lasertyps liegt neben seiner kompakten Bauweise und seiner Stabilität in seiner kleinen Linienbreite von 10 kHz, was ihn besonders interessant für den Einsatz in Hochfinesse-Resonatorexperimenten macht. Die große Durchstimmbarekeit der Wellenlänge von mehr als 50 nm ermöglicht es außerdem, die Wechselwirkung der Atome mit dem Lichtfeld des Resonators sowohl blau als auch rot verstimmte von den atomaren Resonanzen von  $^{87}\text{Rb}$  (794.98 nm) zu untersuchen.



**Abbildung 3.7:** TiSa-Laser: Das Pumplicht des Verdi wird über einen der gekrümmten Spiegel in den Laserresonator eingekoppelt. Der TiSa-Kristall befindet sich zwischen den gekrümmten Spiegeln. An den Enden des Resonators befinden sich die beiden Planspiegel, wobei einer dieser Spiegel als Auskoppelspiegel dient und der andere zur feinsten Frequenzänderung über ein Piezoelement verwendet werden kann. Die anderen Elemente wie Lyotfilter, Glasplättchen und Auskoppel-etalon werden zur größeren Moden- und Frequenzselektion verwendet.

### Laseraufbau

Der Ti-Saphir-Laser wird mit dem Licht eines Neodym-Vanadat-Lasers (Coherent, Verdi-V5) der Wellenlänge 532 nm gepumpt. Die maximale Pumpleistung beträgt 5 W. Das Lasermedium dieses Lasertyps ist ein Titan-Saphir-Kristall (Abb. 3.7), der sich zwischen zwei gekrümmten Spiegeln eines Z-förmigen Resonators befindet. Der

Kristall besitzt eine Länge von 12 mm und seine Enden sind im Brewsterwinkel ( $60.5^\circ$ ) geschliffen. Ein Fokus des Resonators liegt in der Mitte des Kristalls. Zwei weitere Strahltaillen befinden sich jeweils auf der Oberfläche zweier planarer Spiegel, die den Laserresonator in seiner Z-förmigen Konfiguration abschließen. Einer dieser Spiegel fungiert dabei als Auskoppelspiegel mit einer Transmission von einigen Prozent, während der andere auf einem Piezoelement sitzt, um die Frequenz des Lasers ändern zu können. Die optische Länge des Resonators beträgt  $l_{\text{opt}} = 12.35$  cm, das einem freien Spektralbereich von 1.2 GHz entspricht. Da der Laser als linearer Stehwellenresonator konzipiert ist, tritt im Laserkristall räumliches Lochbrennen auf und es werden immer zwei Lasermoden gleichzeitig angeregt. Die beiden Moden besitzen einen Frequenzabstand, der dem freien Spektralbereich des Lasers entspricht. Für die Moden- und Wellenlängenselektion werden verschiedene optische Elemente verwendet. Zur Grobeinstellung der Wellenlänge dient ein doppelbrechendes Quarzplättchen, auch Lyot-Filter genannt, das in einem Halter eingebaut ist, der eine Drehung des Plättchens bezüglich der Strahlachse ermöglicht. Das Plättchen besitzt eine Dicke von 0.51 mm und ermöglicht es, eine Wellenlänge zwischen 770 nm und 820 nm einzustellen. Da vom Laserresonator Wellenlängen mit waagerechter Polarisation bevorzugt werden, lässt sich der Lyotfilter, der unter seinem Brewsterwinkel ( $57.2^\circ$ ) eingebaut ist, zur Frequenzselektion nutzen, indem der Drehwinkel um die Achse parallel zum Laserstrahl verändert wird.

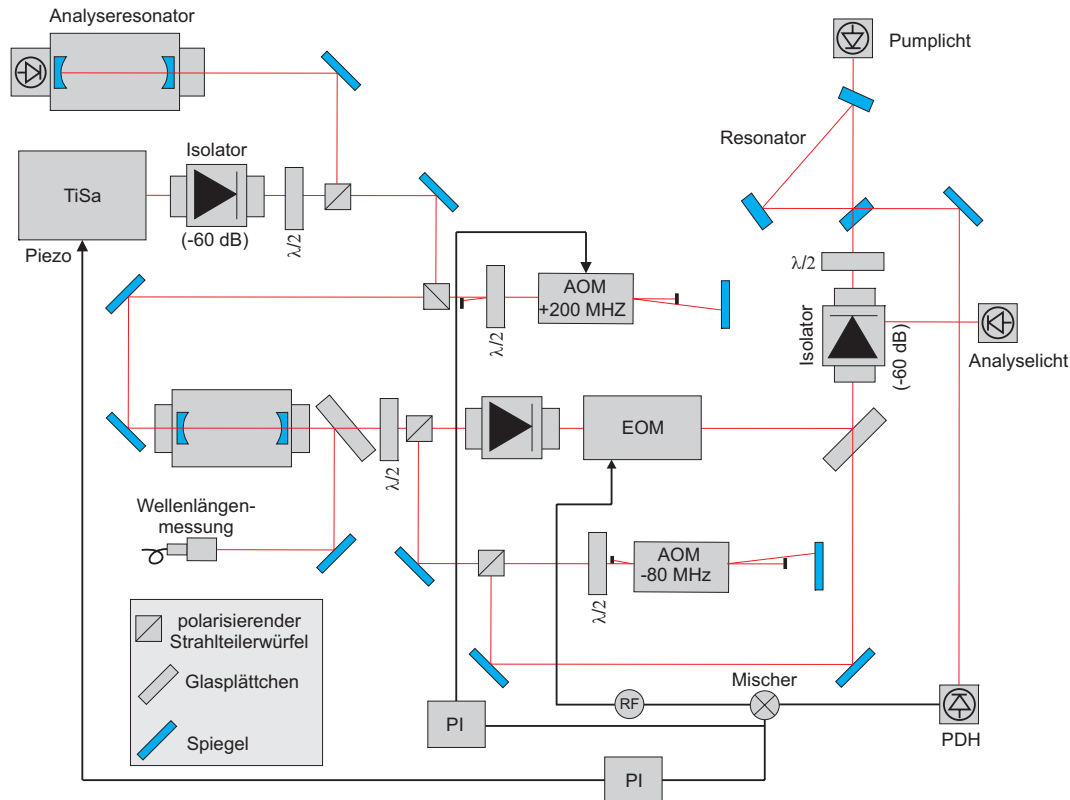
Ein dünnes Etalon, in diesem Fall ein einfaches Glasplättchen, das auf einem Piezoelement befestigt ist und sich im Laserresonator befindet, stellt das nächstfeinere Element zur Reduzierung der Lasermoden dar. Es besitzt eine Dicke von  $d = 170$   $\mu\text{m}$ . Der daraus resultierende freie Spektralbereich beträgt 588 GHz. Durch Änderung des Winkels relativ zur Lasermode wird die Wellenlänge über den freien Spektralbereich manipuliert.

Das Auskoppetalon, bestehend aus dem flachen Auskoppelspiegel und einem weiteren Spiegel, auf einem Piezoelement außerhalb des Resonators, bildet das nächste Stellelement mit einem Frequenzhub von 20 GHz. Zur Feinjustage der Frequenz dient der oben genannte zweite flache Spiegel des Laserresonators. Er lässt sich mit dem Piezoelement über einen Frequenzbereich von 7 GHz durchstimmen. Mit Hilfe dieser frequenzselektiven Elemente gelingt es, die Emissionsbreite des Lasers auf zwei bis drei Moden zu reduzieren.

### 3.5.2 Der Strahlengang

Nach dem Verlassen des Laserresonators (siehe Abb. 3.8) passiert der Strahl zunächst einen optischen Isolator ( $-60$  dB), um Rückreflexe zu vermeiden. An einem Strahlteilerwürfel wird ein kleiner Teil des Lichts zur Untersuchung der Modenstruktur in einen Analyseresonator gelenkt. Zum Unterbrechen des Strahls und zur Frequenzstabilisierung des Lasers nach dem Pound-Drever-Hall-Verfahrens (PDH) [Dre83, Pou46] (speziell [Kru04]) wird ein AOM (Chrystal Technology 3200-121)

für den Ausgleich schneller Störungen verwendet. Diese werden mit einer Bandbreite von 200 kHz und einem Hub von 50 MHz ausgeregelt. Langsame Fluktuationen lassen sich mit dem Piezoelement des TiSa-Lasers nachstellen. Das AOM wird in Doppelpasskonfiguration durchlaufen, um den frequenzabhängigen Winkelversatz zu vermeiden. Danach gelangt der Strahl in ein konfokales Etalon mit einem freien



**Abbildung 3.8:** Aufbau des TiSa-Systems

Spektralbereich von 6 GHz. Dem Etalon fällt die Aufgabe zu, eine der beiden Moden des Lasers auszufiltern. Mit Hilfe eines Piezoelements, mit dem die Länge des Etalons geändert wird, lässt sich die Intensität der verbliebenen Mode einstellen. Hinter dem Etalon befindet sich ein weiterer Strahlteilerwürfel zur Strahlteilung. Mit einem Strahl wird die  $TEM_{11}$ -Mode des Ringresonators angeregt und der Laser auf den Resonator stabilisiert. Der andere Strahl wird mit Hilfe eines AOMs frequenzverschoben und regt die  $TEM_{00}$ -Mode an, um mit den Atomen in Wechselwirkung zu treten. Über ein  $\lambda/2$ -Plättchen lassen sich die Intensitäten für das Licht der  $TEM_{00}$  und der  $TEM_{11}$  einstellen. Der Strahl, der zur Stabilisierung des Lasers auf den Resonator verwendet wird, durchläuft anschließend einen weiteren optischen Isolator, dem sich ein EOM (Elektrooptischer Modulator) (Linos, LM 0202 IR) anschließt. Der Isolator verhindert, dass Licht zwischen EOM und Durchstrahletalon reflektiert wird. In dem EOM wird das Laserlicht bei einer Frequenz von 20 MHz



die Probefotodiode.



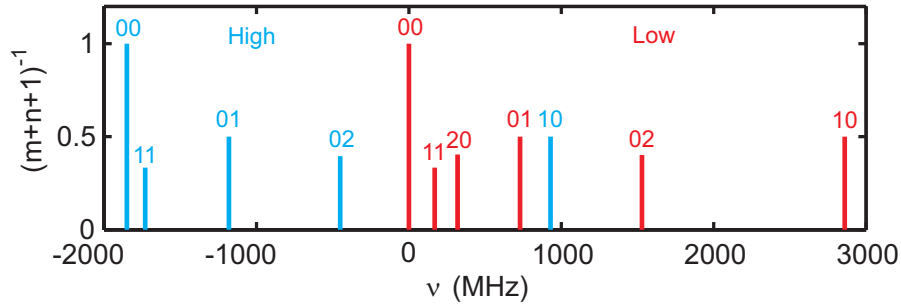
**Abbildung 3.10:** Aufnahme mit der CCD-Kamera der stabilisierten  $TEM_{11}$  mit  $TEM_{00}$  in der Mitte der Mode bei geringer Leistung.

### 3.5.3 Frequenzspektrum des Resonators

Die Zweimodenstabilisierung, die für dieses Experiment entwickelt und angewendet wurde, setzt voraus, den Frequenzabstand der Transversalmoden genau zu kennen. Um den Frequenzabstand zweier Transversalmoden größenordnungsmäßig bestimmen zu können und um festzustellen, ob der Frequenzabstand mit verhältnismäßig einfachen Mitteln (AOM) einzustellen ist, wurde ein Wavemeter (HighFinesse-Wavelength WS-U) verwendet. Dabei wurde bei einer festen Wellenlänge auf eine Transversalmode stabilisiert und ihre Frequenz mit einer Genauigkeit von etwa 30 MHz bestimmt. Zur Unterscheidung der einzelnen Moden wurden diese in Transmission mit einer CCD-Kamera aufgenommen. Anschließend wurde die Frequenz des Lasers innerhalb der vorher verwendeten Lasermode leicht geändert, um andere Transversalmoden des Resonators anzuregen und zu stabilisieren. Das Modenspektrum ausgewählter Transversalmoden ist in Abb. 3.11 einzusehen. Neben den Moden in High-Finesse sind auch die Moden in Low-Finesse dargestellt.

Es fällt auf, dass gleiche Transversalmoden bei unterschiedlicher Finesse, d.h. unterschiedlicher Polarisierung, verschiedene Frequenzen aufweisen. Das liegt an der unterschiedlichen Eindringtiefe s- und p-polarisierten Lichts in die dielektrischen Schichten der Spiegel, wodurch der Spektralbereich der Moden leicht verschoben wird. Der Frequenzabstand zweier Moden in Low-Finesse ist genau so groß wie der der gleichen Moden in High-Finesse. Hingegen beträgt der Abstand zwischen  $TEM_{11}$  in Low-Finesse und  $TEM_{00}$  in High-Finesse etwa 1.7 GHz.

Nach Gleichung (3.27), die den Frequenzabstand der Transversalmoden im Ringresonator angibt [Kog66], tritt bei permutierten  $m$  und  $n$  und bei allen Transversal-



**Abbildung 3.11:** Das Frequenzspektrum der transversalen Moden wurde für s- und p-polarisiertes Licht bestimmt und bezüglich der  $\text{TEM}_{00}$  (Low-Finesse) aufgetragen.

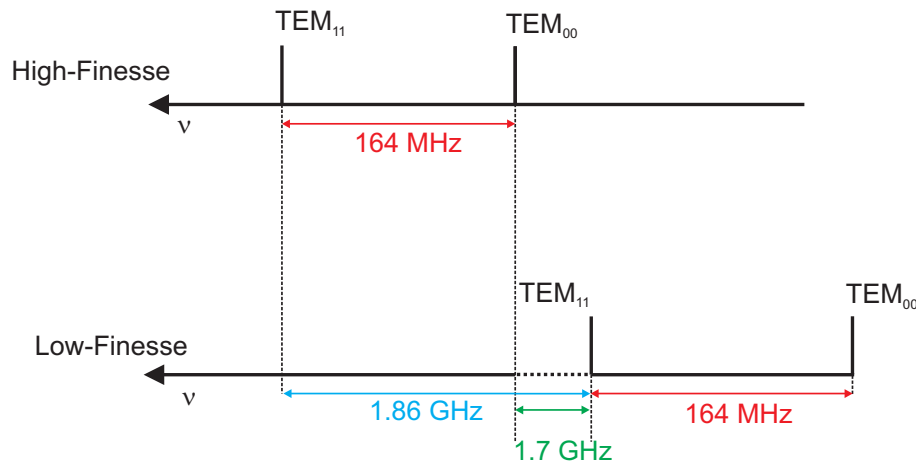
moden, deren Indexsumme  $m + n + 1$  gleich ist, Frequenzentartung auf:

$$\nu/\delta_{FSR} = (l + 1) + 2 \frac{m + n + 1}{\pi} \arccos \sqrt{\left(1 - \frac{a}{R_{HC}}\right) \left(1 - \frac{b}{R_{IC}}\right) \left(1 - \frac{a}{R_{HC}}\right)}, \quad (3.27)$$

wobei  $R_{HC}$  und  $R_{IC}$  die Krümmungsradien der Spiegel sind. Es kann jedoch keine Frequenzentartung von Moden  $\text{TEM}_{mn}$  mit vertauschtem Index  $m$  und  $n$  beobachtet werden. So besitzen beispielsweise die TEM-Moden  $\text{TEM}_{20}$  und  $\text{TEM}_{02}$  einen Frequenzunterschied von ca. 1.2 GHz. Auch für die  $\text{TEM}_{01}$  und  $\text{TEM}_{10}$  beträgt der Frequenzunterschied etwa 1.2 GHz, wenn der freie Spektralbereich des Resonators  $\delta_{FSR} = 3.4$  GHz abgezogen wird. Auch für andere Moden mit gleicher Summe  $m + n + 1$  gibt es einen Frequenzunterschied. So sind  $\text{TEM}_{11}$  und  $\text{TEM}_{02}$  ca. 150 MHz auseinander, statt entartet zu sein.

Der Grund für die Aufhebung der Entartung liegt an dem unterschiedlichen Auftreffwinkel, je nach Ausrichtung der Moden, auf die Spiegel. Das bedeutet, dass die beiden Moden aufgrund des unterschiedlichen Auftreffwinkels verschiedene Umlaufweiten besitzen, die sich um rund 400 nm unterscheiden. Der Frequenzunterschied der einzelnen Moden hängt demnach sehr von der Ausrichtung der Spiegel ab. Der im Resonator umlaufende Lichtstrahl lässt sich nicht so einfach auf die Mitte der Spiegel justieren, weswegen der Frequenzunterschied zwischen zwei Moden nach Änderung des Resonatorpfades nicht derselbe ist.



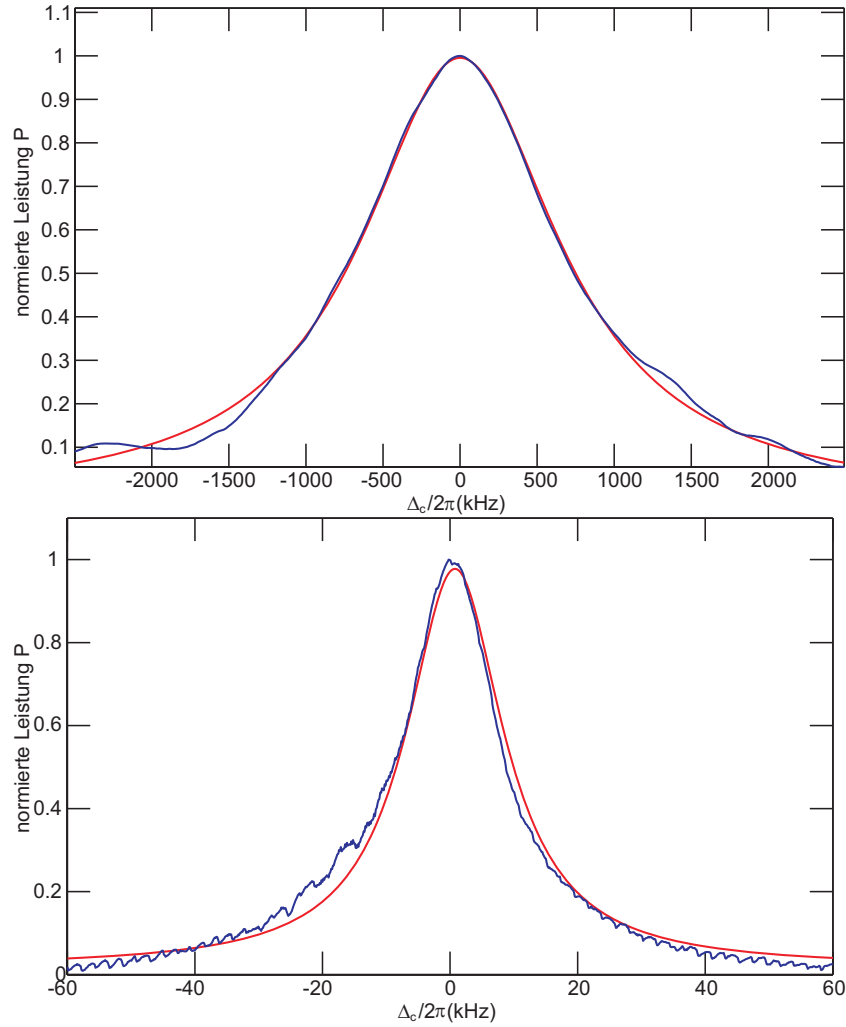


**Abbildung 3.12:** Genauere Betrachtung der Frequenzabstände von  $TEM_{11}$  und  $TEM_{00}$  in High- und Low-Finesse. Der Abstand zwischen  $TEM_{11}$  in Low-Finesse und  $TEM_{00}$  in High-Finesse beträgt 1.7 GHz und ist mit einem AOM nicht zu erreichen.

Der Vorteil bei Verwendung einer Low-Finesse-Mode zum Stabilisieren und einer High-Finesse-Mode für die Wechselwirkung mit den Atomen wäre, dass mit Hilfe von Strahlteilerwürfeln beide Polarisierungen nach Austritt aus dem Resonator besser getrennt werden könnten. Dies würde eine bessere Stabilisierung ermöglichen, da nur Licht der zu stabilisierenden Mode auf die PDH-Fotodiode treffen würde. Auch ist die Stabilisierung bei Low-Finesse stabiler und der Strahlungsdruck auf die Atome, aufgrund der geringeren Leistung kleiner. Der große Frequenzabstand von mehr als einem GHz ist aber technisch nicht so leicht zu überbrücken. Dagegen sind beide Transversalmoden in High-Finesse wie auch in Low-Finesse nur 164 MHz entfernt. Dieser Frequenzabstand ist durchaus mit einem AOM in Doppelpasskonfiguration zu erreichen. Zur genaueren Analyse wurde der TiSa-Laser in High-Finesse auf die  $TEM_{11}$ -Mode des Resonators stabilisiert und die Frequenz der anderen Richtung mit einem Synthesizer verschoben. Bei maximaler Leistung der  $TEM_{00}$ , das der Resonanzfrequenz der Mode entspricht, wurde der Frequenzabstand zu -163.37 MHz bestimmt. In Abb. 3.12 sind die Frequenzabstände der beiden Moden dargestellt. Innerhalb eines kleinen Bereichs (einige kHz) um die Resonanzfrequenz wurde nun die Frequenz mit Hilfe des Synthesizer variiert (gesweept) und das Transmissionssignal auf eine Fotodiode gegeben.

In Abb. 3.13.a ist das Transmissionssignal der  $TEM_{00}$  bei stabilisierter  $TEM_{11}$  bei hoher Finesse und in Abb. 3.13.b bei niedriger Finesse dargestellt. Die gemessene volle Halbwertbreite  $\delta_{FWHM}$  von 20 kHz bei High-Finesse entspricht der aus der Zerfallzeit errechneten. Bei Low-Finesse erhält man eine viel breitere Lorentzkurve. Die volle Halbwertsbreite ist 1540 kHz, was einer Finesse von  $F = 2210$  entspricht. Leider war es nicht möglich die Zerfallszeit in Low-Finesse zu bestimmen, da die verfügbaren Fotodioden zu langsam waren oder nicht die erforderliche Lichtsensitivität





**Abbildung 3.13:** Transmissionskurven der  $TEM_{00}$  bei stabilisierter  $TEM_{11}$  in Low-Finesse und High-Finesse

besaßen. Aus der Linienbreite lässt sich aus

$$\kappa = \pi \delta_{FWHM} = \pi \frac{\delta_{FSR}}{F} \quad (3.28)$$

direkt die Zerfallrate des Resonators bestimmen (siehe Abschnitt 2.2). Sie beträgt für High-Finesse  $\kappa = 2\pi \times 10.5$  kHz und für Low-Finesse  $\kappa = 2\pi \times 770$  kHz.

### 3.6 Photonenstreureate in $TEM_{mn}$ -Moden

Für die Zweimodenstabilisierung ist es wichtig, dass die auf den Resonator stabilisierte Mode ( $TEM_{11}$ ) möglichst wenig mit den Atomen wechselwirkt. Dies würde zum Heizen der Atome und zu deren Verlust aus der magnetischen Falle führen. Die

Streurrate von Photonen durch die Atome hängt in erster Linie von der atomaren Verstimmung des Lichts in der Mode und der Intensität ab [Bux07a]. Die Verstimmung zur atomaren Resonanz kann nicht beliebig erhöht werden, da die mit den Atomen wechselwirkende  $\text{TEM}_{00}$  nur einige MHz von der Frequenz der  $\text{TEM}_{11}$  entfernt ist und deshalb nahezu die gleiche Verstimmung trägt. Die Experimente mit den Atomen und der  $\text{TEM}_{00}$ -Pumpmode erfordern aber eine atomare Verstimmung von nur wenigen nm, so dass mit der Verringerung der Streurrate der  $\text{TEM}_{11}$  durch Erhöhung der atomaren Verstimmung der CARL-Effekt unterdrückt wird.

Gesucht sind also weitere Parameter, mit denen man die Streurrate der Atome mit den Photonen der  $\text{TEM}_{11}$ -Mode minimieren kann. Ein Ansatzpunkt ist dabei der räumlichen Überlapp der Mode mit der Atomwolke. Die Streurrate einer atomaren Wolke, die in einer Transversalmode höherer Ordnung gespeichert wird, kann bestimmt werden durch

$$R_{mn} = \int \sigma \frac{I_{mn}(\mathbf{r})}{\hbar\omega} n(\mathbf{r}) d^3\mathbf{r}, \quad (3.29)$$

wobei  $n(\mathbf{r})$  die Dichteverteilung der Atomwolke,  $\omega$  die Frequenz des Lichts und  $I_{mn}(\mathbf{r})$  die Intensitätsverteilung der Transversalmode ist. Der optische Streuquerschnitt für Verstimmungen  $\Delta$  größer als die natürliche Linienbreite des Übergangs  $\Gamma = 2\pi \times 6$  MHz und der Rabifrequenz  $\Omega$  ist gegeben durch

$$\sigma = \frac{3\lambda^2\Gamma^2}{8\pi\Delta^2}. \quad (3.30)$$

Die Intensitätsverteilung lautet speziell für die  $\text{TEM}_{11}$ -Mode

$$I_{11} = 4I_0 \frac{w_0}{w(z)} \left(\frac{x}{w}\right)^2 \left(\frac{y}{w}\right)^2 e^{-2i(P+\frac{k}{2q}(x^2+y^2))}. \quad (3.31)$$

Der Überlapp der Atomwolke mit der  $\text{TEM}_{11}$  soll von der Position aus berechnet werden, bei der sich die Atome zwischen den vier Intensitätsmaxima der Mode befinden. Da sie sich dabei innerhalb der Rayleighlänge der Mode befinden und zudem nahe der optischen Achse, lässt sich  $w(z) \approx w_0$  und  $e^{-2i(P+\frac{k}{2q}(x^2+y^2))} \approx 1$  nähern, wobei  $w_0$  der minimale Strahlradius ist:

$$I_{11} = 4I_0 \left(\frac{x}{w_0}\right)^2 \left(\frac{y}{w_0}\right)^2. \quad (3.32)$$

Die Dichteverteilung einer kalten thermischen Atomwolke in einer Ioffefalle kann mit

$$n(\mathbf{r}) = n_0 e^{\frac{-U(\mathbf{r})}{k_B T}} \quad (3.33)$$

angegeben werden. Das Potential  $U(\mathbf{r})$  einer radialsymmetrischen harmonischen Magnetfalle ergibt sich zu

$$U(\mathbf{r}) = \frac{1}{2}m(\omega_r^2 r^2 + \omega_z^2 z^2). \quad (3.34)$$

Da als Normierungsbedingung für die Gesamtatomzahl  $N$  gelten muss

$N = \int n_0 e^{\frac{-U(\mathbf{r})}{k_B T}} d^3\mathbf{r}$ , ist  $n_0 = \frac{N \omega_r^2 \omega_z m^{3/2}}{(2\pi k_B T)^{3/2}}$ . Für die Streureate erhält man dann mit  $I_0 = 2P_0/\pi^2 w_0$

$$R_{11} = \frac{12N\Gamma^2 P_0}{k^2 w_0^2 \Delta^2 \hbar \omega} \left( \frac{\bar{\varrho}}{w_0} \right)^4, \quad (3.35)$$

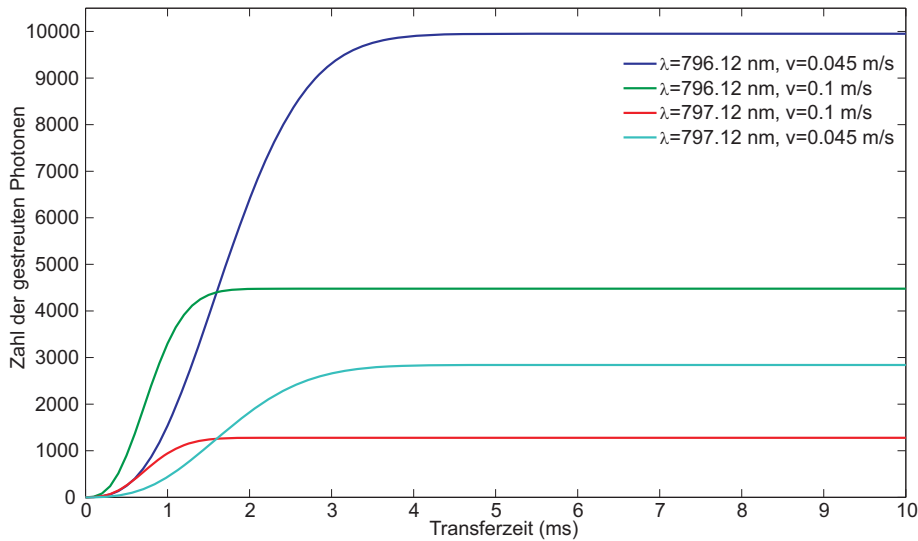
dabei ist  $\bar{\varrho} = \sqrt{k_B T/m\omega_r^2}$  die radiale und  $\bar{z} = \sqrt{k_B T/m\omega_z^2}$  die axiale Ausdehnung (rms-Radien) der Atomwolke. Im Vergleich dazu besitzt die TEM<sub>00</sub> einen viel größeren Überlapp mit der Atomwolke. Entsprechend groß ist die Streureate:

$$R_{00} = \frac{3N\Gamma^2 P_0}{k^2 w_0^2 \Delta^2 \hbar \omega}. \quad (3.36)$$

Für das Verhältnis  $R_{11}/R_{00} = (4\bar{\varrho}/w_0)^4$  aus den beiden Streuraten erhält man mit 1  $\mu$ K und einer radialen Fallenfrequenz von 400 Hz einen Wert von  $R_{11}/R_{00} \approx 10^{-5}$ . Das bedeutet, dass die Streureate in der Mitte der TEM<sub>11</sub> einen hunderttausendmal kleineren Wert besitzt als die TEM<sub>00</sub>. Durch Senken der Temperatur oder durch Erhöhung der radialen Fallenfrequenz wird die Magnetfalle steiler und die Atomwolke komprimierter. Dadurch erhöht sich die Lebensdauer der Atome in der Mode entsprechend, da sich die Heizrate für thermalisierte Atome linear zur Streureate verhält:

$$k_B \dot{T} = \frac{1}{3} \hbar \omega_{\text{recoil}} R_{mn}, \quad (3.37)$$

wobei  $\omega_{\text{recoil}} = \hbar k^2/m$  die Rückstoßfrequenz ist. Während des Transfers kommt die Atomwolke für einige Zeit mit den Intensitätsmaxima in Kontakt. Durch Streuung von Photonen kann schon hier ein Teil der Atome verloren gehen. Wenn man davon ausgeht, dass der Transfer nur innerhalb des Bereichs niedriger Intensität geschieht, lässt sich die Mindestanzahl an gestreuten Photonen ermitteln. Abb. 3.14 zeigt das zeitliche Verhalten der Streuungen in Abhängigkeit von der atomaren Verstimmung zur D1-Linie und der Geschwindigkeit. Die Streureate und die Atomverluste sind um so geringer, je größer die Transfargeschwindigkeit ist. Allerdings muss der Transfer noch adiabatisch ablaufen und darf eine bestimmte Geschwindigkeit nicht überschreiten. Dabei muss die zeitliche relative Änderung des Magnetfeldgradienten, die die Transfargeschwindigkeit bestimmt, kleiner sein als die typischen Oszillationsfrequenzen (400 Hz) in der Ioffefalle (siehe Kapitel 4). Die für die Abbildung gewählten Geschwindigkeiten ( $\dot{B}(t)/B(t) = 10$  Hz für 0.04 m/s bzw.  $\dot{B}(t)/B(t) = 30$  Hz für 0.1 m/s) erfüllen diese Bedingung. Die Abbildung verdeutlicht, dass die sich ergebenden Streuverluste moderat (unter 10%) sind. Für BECs ist die Streureate aufgrund der kleineren räumlichen Ausdehnung sogar noch kleiner.

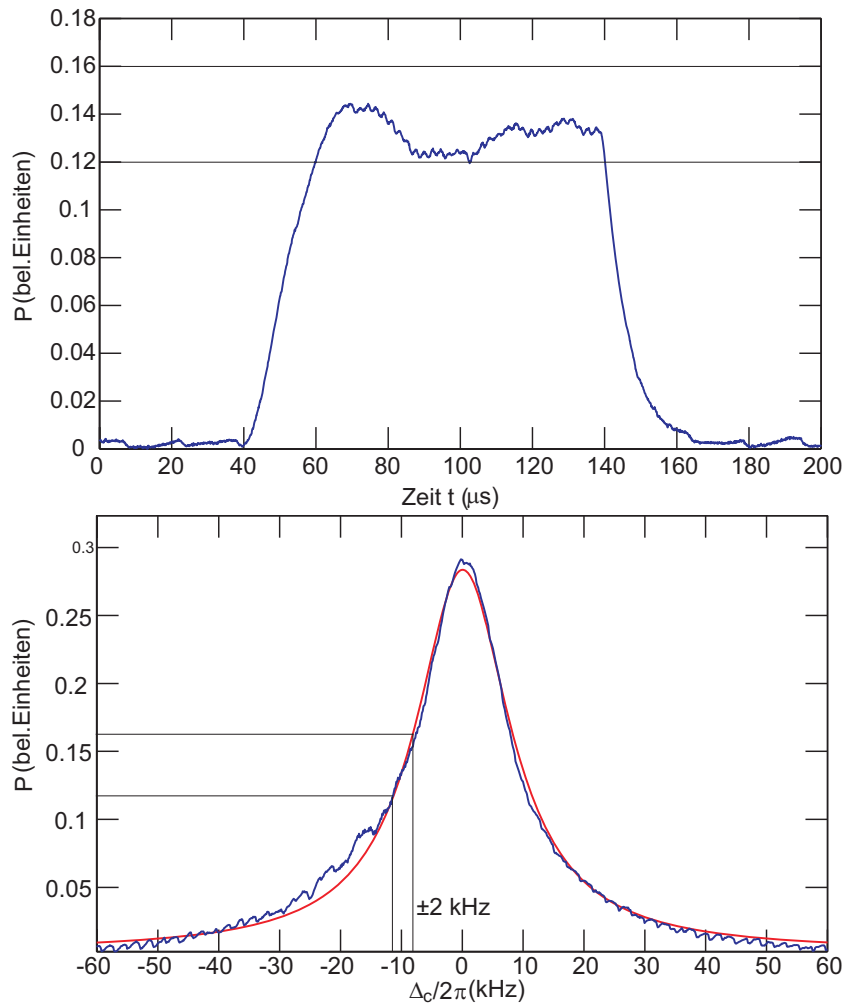


**Abbildung 3.14:** Anzahl der gestreuten Photonen beim Transfer der Atomwolke mit einer Temperatur von  $1 \mu\text{K}$  durch die  $\text{TEM}_{11}$ -Mode in Abhängigkeit von der Transfargeschwindigkeit  $v$  und der atomaren Verstimmung zur D1-Linie ( $794.98 \text{ nm}$ ). Die Fallenfrequenzen der verwendeten Magnetfalle betragen  $\omega_r = 2\pi \times 400 \text{ Hz}$  und  $\omega_z = 2\pi \times 40 \text{ Hz}$ . Die Leistung in der  $\text{TEM}_{11}$ -Mode wurde mit  $4 \text{ W}$  angesetzt.

### 3.7 Stabilität und Reproduzierbarkeit

Die Funktion der Zweimodenstabilisierung ist maßgeblich von der PDH-Stabilisierung des TiSa-Lasers auf den Resonator bestimmt. Da die Stabilisierung stark von äußeren Einflüssen (Temperatur, Akustik) beeinflusst wird, ist es wichtig, den Resonator zu isolieren. Außerdem ist es notwendig, die Lichtleistung, die auf die PDH-Fotodiode gelangt, genau abzustimmen. Ist sie zu groß, wird die Stabilisierung nicht mehr gewährleistet. Zudem müssen die Lichtleistungen beider TEM-Moden voneinander getrennt werden, so dass nur die Lichtleistung des stabilisierten Strahls die Fotodiode trifft. Es kommt sonst zu Fluktuationen in der Lichtleistung und der Verstimmungsfrequenz der  $\text{TEM}_{00}$ . Bei Änderung der Frequenz über die Resonatorresonanz zeigt sich dies durch Rauschen an der Flanke des Lorentzprofils, Verschieben des Leistungsmaximums und Verbreiterung des Lorentzprofils. Die Trennung kann durch Blenden oder unterschiedliche Polarisierungen der Moden geschehen. Aus technischen Gründen können nur Blenden oder Masken zur Separation benutzt werden (siehe Abschnitt 3.5.3).

Die Trennung der beiden Moden gelingt nicht immer vollständig, so dass es einen kleinen Überlappbereich beider Moden an der Position der PDH-Fotodiode gibt. Dieser kann durch einen längeren Weg zwischen Resonator und Foto-Diode oder durch leichten Versatz des  $\text{TEM}_{00}$ -Lichts gegenüber des  $\text{TEM}_{11}$ -Lichts bei der Einkopplung



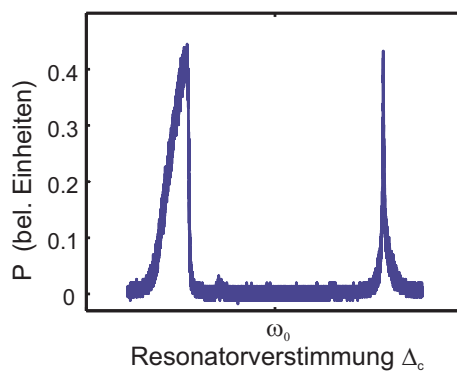
**Abbildung 3.15:** Amplitudenrauschen an der Flanke der Resonatorresonanz (a). Dabei wurde das Licht der TEM<sub>00</sub>-Mode verstimmt zur Resonanz eingekoppelt. Die Einstrahldauer beträgt 100 μs. Das Rauschen innerhalb des angegebenen Intervalls kann in eine Frequenz umgerechnet werden (b). Sie beträgt etwa ±2 kHz.

in den Resonator minimiert werden. Diese Verfahren können aber aus Platzgründen oder Anforderungen an die Lichtleistung der TEM<sub>00</sub>-Mode im Resonator nur eingeschränkt angewendet werden. Zudem ist es bei einigen Experimenten erforderlich, die Leistung der TEM<sub>00</sub>-Mode zu variieren, das eine ständige Neuanpassung der Lichtleistung an der Fotodiode erfordert.

Abb. 3.15 zeigt in einem Beispiel das Amplitudenrauschen an der Flanke des Lorentzprofils und die anschließende Umrechnung in Frequenzen. Die Bewertung der erreichten Genauigkeit von ±2 kHz hängt von der Art des Experiments ab. Bei Experimenten, bei denen eine Rampe über die Resonatorresonanz gefahren wird, ist dieses Ergebnis ausreichend. Für andere, bei denen es darauf ankommt eine konstante Verstimmung zu erreichen, ist die Stabilisierung noch verbesserungswürdig.

### 3.8 Nichtlineare Effekte

Beim Stabilisieren der  $TEM_{11}$  auf den Ringresonator und der Frequenzänderung über die Resonanz beobachtet man bei hoher Leistung im Resonator eine asymmetrische Linienform der  $TEM_{00}$  [Bux07b]. Beim Abtasten der Frequenz wird von niedrigen zu hohen Frequenzen über die Resonanz und wieder zurück gefahren. Man erwartet zwei symmetrische Lorentzprofile in der Leistung. Was man aber beobachtet, sind zwei asymmetrische Kurven, wie in Abb. 3.16 dargestellt. Für niedrige Frequenzen bildet sich beim ersten Peak zunächst die linke Flanke des Lorentzprofils aus, bricht aber plötzlich ab.



**Abbildung 3.16:** Änderung von niedrigen zu hohen Frequenzen (linker Peak) und umgekehrt (rechter Peak) über die Resonanz der  $TEM_{00}$  bei gelockter  $TEM_{11}$ . Aufgrund der hohen Leistung in der  $TEM_{00}$  kommt es zu einer lokalen Erwärmung der Spiegeloberfläche, was zu Bistabilitäten und zu einer asymmetrischen Linienform führt.

Kehrt sich die Frequenzrichtung um, dreht sich auch das asymmetrische Verhalten der Kurve um, wie am zweiten Peak zu sehen. Der abrupte Abbruch ist dort bei niedrigeren Frequenzen zu sehen. Der erste Peak weist zudem eine Verbreiterung im Vergleich zum zweiten auf. Auch die gemessene Intensität bei fester Frequenz verändert sich bei kurzzeitigem Unterbrechen des  $TEM_{00}$ -Strahls. Die gemessene Intensität ist nicht mehr dieselbe wie vor der Unterbrechung. Dieses Verhalten ist einer nichtlinearen Bistabilität zuzuschreiben. Sie entsteht durch thermische Effekte während des Stabilisierens bei hohen Intensitäten. Dadurch erfährt das Material der Spiegel eine Längenausdehnung, die zur Änderung des freien Spektralbereichs und der Eigenfrequenz des Resonators führt. Dieses Verhalten lässt sich aber durch Verringerung der in den Resonator eingekoppelten Leistung unterbinden. Die im Resonator umlaufende Leistung lässt sich von einigen Watt auf einige hundert Milliwatt reduzieren, ohne dass die Experimentbedingungen wesentlich beeinträchtigt werden müssen.

Da der Laser zunächst auf die  $TEM_{11}$ -Mode des Ringresonators stabilisiert ist, werden thermische Ausdehnungen der Spiegel, hervorgerufen durch die Transversal-

mode, von der PDH-Regelung kompensiert. Anders verhält es sich, wenn zusätzlich die TEM<sub>00</sub>-Mode mit hoher Leistung angeregt wird. Dann kann sich das Spiegelmaterial am Ort der TEM<sub>00</sub> plötzlich aufgrund lokaler Erwärmung ausdehnen. Die Längenänderung der Spiegel beträgt in linearer Näherung in eindimensionaler Richtung

$$L(t) = L_0 + \alpha \Delta T(t), \quad (3.38)$$

wobei der Ausdehnungskoeffizient  $\alpha$  als konstant angesehen wird. Das heißt, dass sich die Resonanzbedingung für die TEM<sub>00</sub>-Mode wegen der minimalen Änderung der Resonatorlänge nach

$$\omega_c = 2\pi N_c \frac{c}{L(t)}, \quad (3.39)$$

verschiebt, wobei  $N_c$  die Ordnungszahl der Resonanz angibt. Die Frequenz der TEM<sub>00</sub> ändert sich, was Auswirkungen auf die umlaufende Leistung im Resonator  $P_c$  hat:

$$P_c(t) = \frac{P_{\text{in}}}{(\omega - \omega_c(t))^2 + \kappa^2} \quad (3.40)$$

$P_{\text{in}}$  gibt die in den Resonator eingekoppelte Pumpleistung an. Die Leistung, die dann im Resonator umläuft, besitzt bei gleicher Laserfrequenz  $\omega$  und geänderten  $\omega_c$ , aufgrund thermischer Drift, einen anderen Wert. Die Ausdehnung der Spiegel ist ein dynamischer Prozess. Beschreiben lässt sich die zeitliche Temperaturänderung in einem einfachen Modell durch die folgende Differentialgleichung:

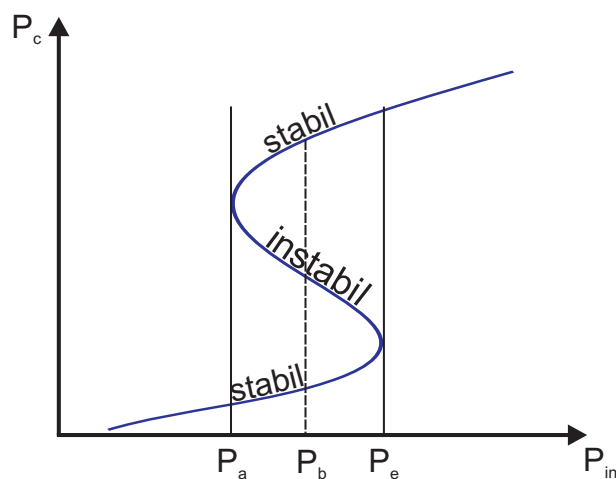
$$\Delta \dot{T}(t) = \beta \frac{P_c}{k_B} - \gamma \Delta T(t). \quad (3.41)$$

Der erste Term gibt den Wärmefluss zu den Spiegeln mit dem Heizkoeffizienten  $\beta$  an, während der zweite Term den Wärmeabfluss mit dem Kühlkoeffizienten  $\gamma$  bezeichnet. In der Differentialgleichung taucht die Resonatorleistung auf, deren Frequenz wiederum, wie oben gesehen, von der temperaturabhängigen Ausdehnung der Spiegel beeinflusst ist. Werden all diese Größen und ihre Beziehungen zusammengefasst, erhält man eine quadratische Differentialgleichung für  $\omega_c$ :

$$\dot{\omega}_c = \gamma \omega_c \left(1 - \frac{\omega_c}{\omega}\right) - \frac{\alpha \beta \gamma}{\pi N_c k_B} \frac{P_{\text{in}}}{(\omega - \omega_c)^2 + \kappa^2} \omega_c^2 \quad (3.42)$$

Mit (3.42) und (3.40) lässt sich das zeitliche Verhalten der Leistung im Resonator berechnen. Numerische Simulationen zeigen, dass sich die im Resonator umlaufende Leistung  $P_c$  in Abhängigkeit von der eingekoppelten Leistung  $P_{\text{in}}$  nach einer gewissen Zeit einstellt. Dann besteht ein Gleichgewicht zwischen Wärmez- und Wärmeabfluss an den Spiegeln und die Längenausdehnung bleibt konstant. Trägt man  $P_c$  über  $P_{\text{in}}$  auf, so kann es sein, dass es zu einem Argument  $P_{\text{in}}$  zwei verschiedene Werte  $P_c$  gibt, wie in Abb. 3.17 illustriert. Die dargestellte Kurve soll nur exemplarisch sein, da die genaue Kurvenform aufgrund der ungenauen Kenntnis der Parameter  $\alpha$ ,  $\beta$  und  $\gamma$  nicht angegeben werden kann.

Für eine konstante Pumpleistung  $P_{\text{in}}$  existieren dann mehrere Endleistungen  $P_{\text{out}}$  (ausgekoppelte Leistung mit  $P_{\text{out}} = TP_c$ , wobei  $T$  der Transmissionskoeffizient der Spiegel ist) zwischen denen das System springen kann. Dieses Verhalten wird auch als Bistabilität bezeichnet. Bei den eingestrahlenen Leistung  $P_a$  und  $P_e$  gibt es jeweils nur einen möglichen Wert für  $P_c$ . Bei einer Leistung  $P_b$  zwischen den beiden Werten gibt es drei Lösungen. Der mittlere Ast ist instabil, während die anderen beiden stabil sind. Das Verhalten des ausgekoppelten Lichts beim Blocken des Einkoppelstrahls kann als optischer Schalter interpretiert werden. Das System befindet sich zunächst bei der Leistung  $P_b$  auf dem mittleren Ast von Abb. 3.17, einem instabilen Zustand. Beim Unterbrechen des Einkoppelstrahls springt das System auf den unteren stabilen Ast. Nach der Wiederherstellung des eingekoppelten Lichts bei  $P_b$  bleibt das System auf dem stabilen Ast, besitzt nun aber eine andere Leistung  $P_c$ . Erhöht man die Leistung des Einkoppelstrahls über  $P_e$ , springt das System eben-



**Abbildung 3.17:** Schematische Darstellung des Zusammenhangs zwischen eingekoppelter Leistung  $P_{\text{in}}$  und der im Resonator umlaufenden Leistung  $P_c$  bei optischer Bistabilität.

falls auf einen stabilen Ast und besitzt nach Wiederherstellung von  $P_b$  eine höhere Leistung. Da die Leistung im Resonator frequenzabhängig ist, kann beim Abrastern der Frequenz das gemessene Leistungsprofil in Abb. 3.16 des Resonators entstehen. Zur genauen Analyse der Kurvenform kann die Differentialgleichung um die Gleichgewichtslösungen linearisiert und die Lösungen bei kleinen Abweichungen studiert werden.



# 4 Der Versuchsaufbau

Dieses Kapitel beschäftigt sich mit dem Aufbau der Apparatur, mit der die Experimente durchgeführt werden. Am Anfang wird ein Überblick über das Vakuumsystem gegeben. Dem schließt sich ein kurzer Abschnitt über das Prinzip des Laserkühlens von Atomen an. Es folgt eine Darstellung des Aufbaus und der Funktion des Lasersystems zum Kühlen der Atome. Des Weiteren werden anhand des Ablaufs des Experimentierzyklusses die einzelnen Verfahren zum Kühlen und Speichern von Atomen vorgestellt. Hierbei werden die einzelnen Komponenten und deren Funktionsweise präsentiert.

## 4.1 Vakuumkammer und Pumpsystem

Um Atome auf ultrakalte Temperaturen abzukühlen, werden diese in einer Vakuumkammer, isoliert von der Umgebung, gefangen (Abb. 4.1). Ein Ultrahochvakuum ( $10^{-11}$  mbar) ist unerlässlich, da Hintergrundgasmoleküle aufgrund ihrer thermischen Geschwindigkeit, gegeben durch die Raumtemperatur, Stöße mit den zu kühlenden Atomen ausführen und zu Aufheizen bzw. Verlusten führen. In diesem Experiment werden zwei im Prinzip unabhängige Vakuumkammern verwendet. Die kleinere wird zur Erzeugung eines kalten Rb-Atomstrahls verwendet. Der Druck in dieser 2D-MOT-Kammer liegt typischerweise bei etwa  $10^{-8}$  mbar, während im Betrieb ein Druck von mehreren  $10^{-7}$  mbar angestrebt wird. Der Druck wird von einer Ionengetterpumpe mit einer Saugleistung von 20 l/s erzeugt.

Die eigentlichen Experimente finden in der Hauptkammer statt. Sie ist mit einem Pumpensystem ausgestattet, das einen Enddruck von  $10^{-11}$ - $10^{-12}$  mbar erlaubt. Dazu gehört eine Ionengetterpumpe mit einem Saugvermögen von 80 l/s. Des Weiteren ist am unteren Ende der Hauptkammer eine Titan-Sublimationspumpe angebracht. Diese stellt ein Reservoir von zerstäubtem Titan dar, das Restgasmoleküle bindet. Durch Kühlen der Wände der Titan-Sublimationspumpe mit flüssigem Stickstoff verringert sie die Menge der von den Wänden wieder emittierten Moleküle.

Beide Kammern sind durch eine kleine Öffnung, die eine differenzielle Pumpstrecke darstellt, miteinander verbunden. Sie ermöglicht es den großen Druckunterschied zwischen den Kammern aufrecht zu erhalten und gleichzeitig die Atome von der 2D-MOT in die Hauptkammer zu überführen. Für Wartungs- oder Reparaturarbeiten kann ein Ventil zwischen den Kammern geschlossen werden, so dass jede Kammer getrennt von der anderen belüftet werden kann.

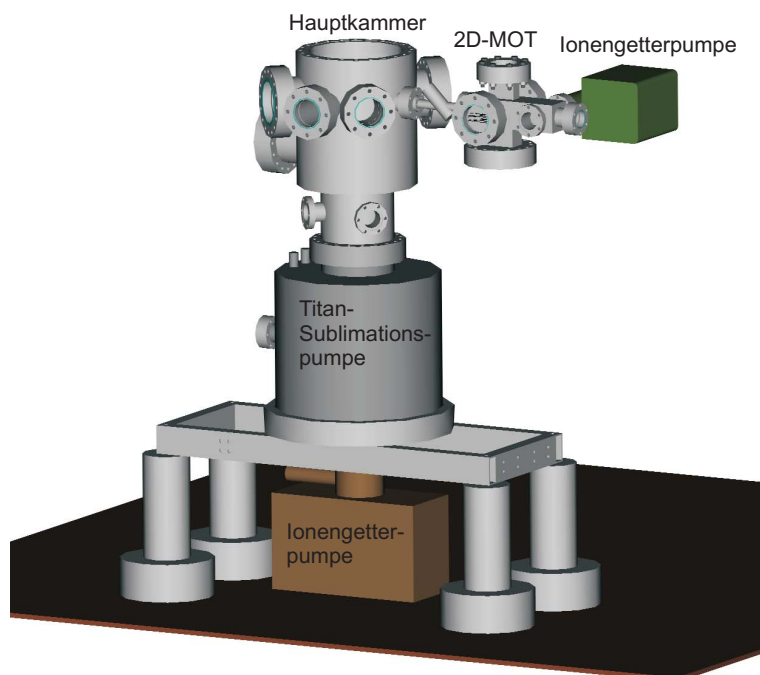
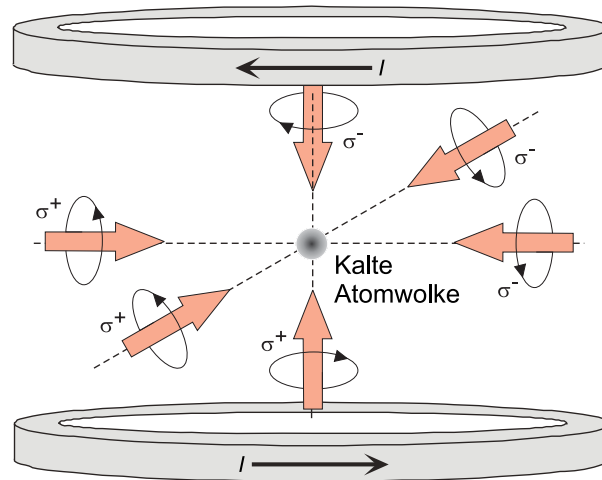


Abbildung 4.1: Aufbau von Vakuumkammer- und Pumpsystems

## 4.2 Prinzip der Magneto-optischen Falle

Die magneto-optische Falle ist seit ihrer ersten Umsetzung [Raa87] ein Standardwerkzeug in der Quantenoptik zur Herstellung kalter atomarer Gase geworden. Sie ermöglicht es, Atome im Impulsraum wie auch im Ortsraum zu manipulieren. Der Mechanismus zur Kühlung der Atome beruht auf der Ausnutzung des Strahlungsdrucks. Dazu wird ein gegenüber der atomaren Resonanz rotverstimmtes Lichtfeld verwendet. Die Verstimmung ist aufgrund des Dopplereffekts abhängig von der Geschwindigkeit der Atome. Durch das Einstrahlen aus allen sechs Raumrichtungen (Abb. 4.2) scheint die Laserfrequenz für ein Atom in Abhängigkeit seiner Ausbreitungsrichtung bezüglich eines Strahls mehr oder weniger resonant. Daraus resultiert eine Kraft auf das Atom, die immer entgegen der momentanen Flugrichtung des Atoms gerichtet ist.

Dabei wird allerdings noch kein räumlicher Einschluss erzeugt. Aufgrund diffuser Bewegung würden die Atome innerhalb kürzester Zeit das Lichtfeld verlassen. Durch die Verwendung eines externen magnetischen Quadrupolfeldes, erzeugt durch zwei Magnetfeldspulen in Antihelmholtzkonfiguration, wird der räumliche Einschluss gewährleistet. Die Energieaufspaltung der magnetischen Unterzustände der Atome aufgrund des Zeemaneffekts ist linear, ortsabhängig und kehrt sich wegen der Änderung der Magnetfeldrichtung im Nullpunkt um. Man strahlt nun Licht mit zirkularer Polarisation so ein, dass der von einer Seite kommende Laserstrahl nur Übergänge mit



**Abbildung 4.2:** Prinzipieller Aufbau einer Magneto-optischen Falle

$\Delta m = +1$  ( $\sigma^+$ -Übergänge) und der aus der Gegenseite kommende nur Übergänge mit  $\Delta m = -1$  ( $\sigma^-$ -Übergänge) treibt. Dadurch streuen die Atome abhängig von ihrer Position unterschiedlich viele Photonen aus den Lichtfeldern der Strahlen. Es entsteht eine Kraft, die immer in Richtung des Zentrums der Magnetfalle gerichtet ist. Die Atome erfahren damit einen räumlichen Einschluss in der Mitte der Falle.

## 4.3 Das Lasersystem

### 4.3.1 Lasertisch und Diodenlaser

Für das Kühlen der  $^{87}\text{Rb}$ -Atome werden in diesem Experiment vier Diodenlaser verwendet (siehe Abb. 4.3). Dabei handelt es sich um gitterstabilisierte Laser in Littrow-Konfiguration [Ric95]. Die Laser sind über ein Piezoelement am Reflektionsgitter und über die Variation der Temperatur durchstimmbare.

Die Laserdioden sind auf die erforderlichen Ausgangsleistungen der einzelnen Laser angepasst. Es stehen insgesamt vier verschiedene Diodenlaser auf einen nur für die Laser und ihre Stabilisierung vorgesehenen Tisch. Der Referenzlaser, der zum Stabilisieren zweier weiterer Laser dient und Licht zum Abbilden und Umpumpen bereitstellt, benötigt eine Laserdiode (Hitachi HL 7851 G) mit relativ geringer Ausgangsleistung (20 mW bei 106 mA). Der Rückpumpulaser besitzt eine Laserdiode (Sharp GH0781JA2C) mit einer Leistung von 52 mW bei 121 mA. Der 2D-MOT-Laser arbeitet mit dem gleichen Diodentyp, ist aber als einziger Laser nicht gitterstabilisiert, sondern vom Referenzlaser injiziert. Seine Ausgangsleistung beträgt 96 mW bei 163 mA. Der leistungsstärkste Laser, der im Folgenden auch als MOT-Laser bezeichnet wird, ist ein DLX-100 der Firma Toptica mit einer Ausgangsleistung von etwa 400 mW.

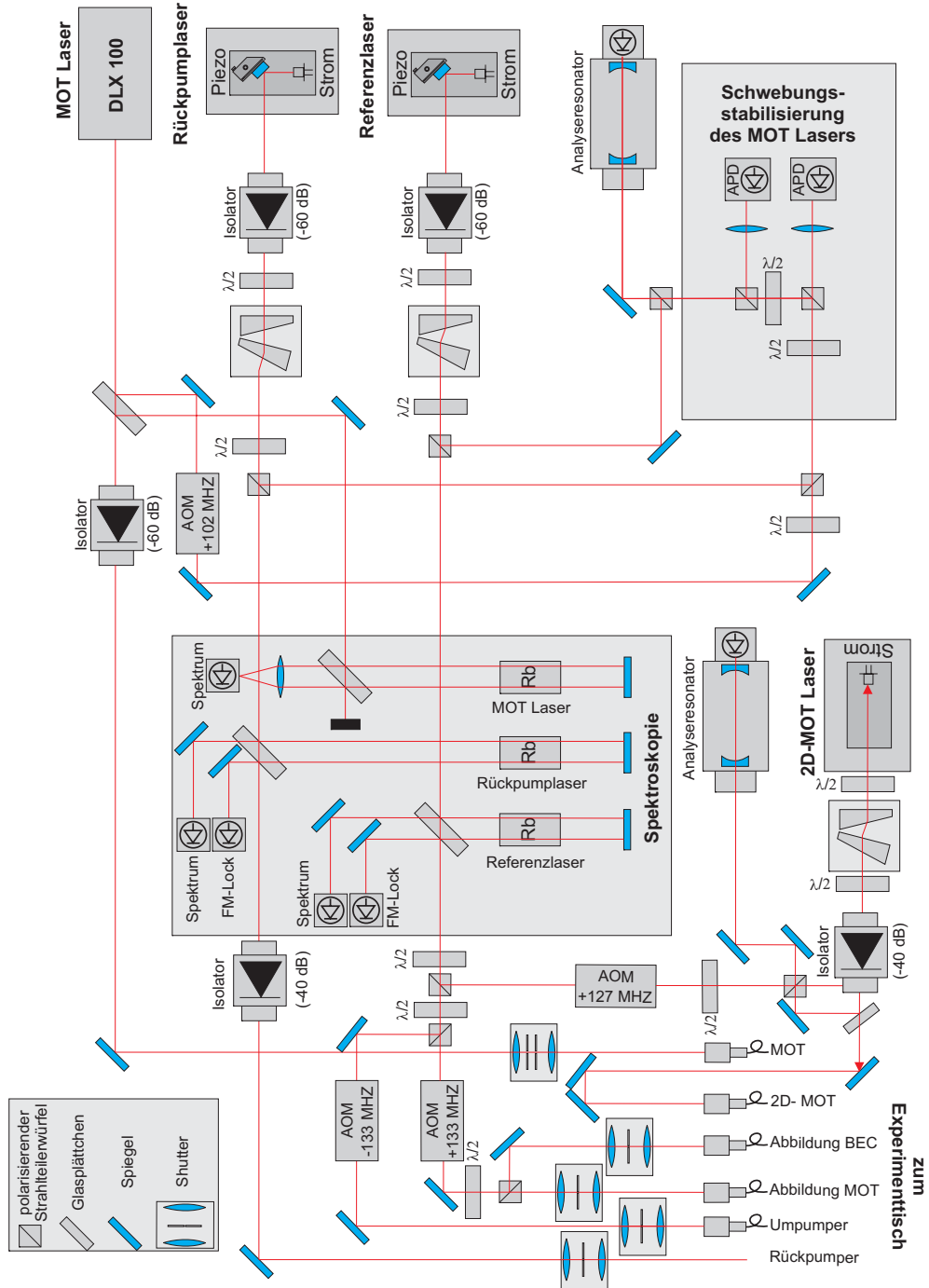
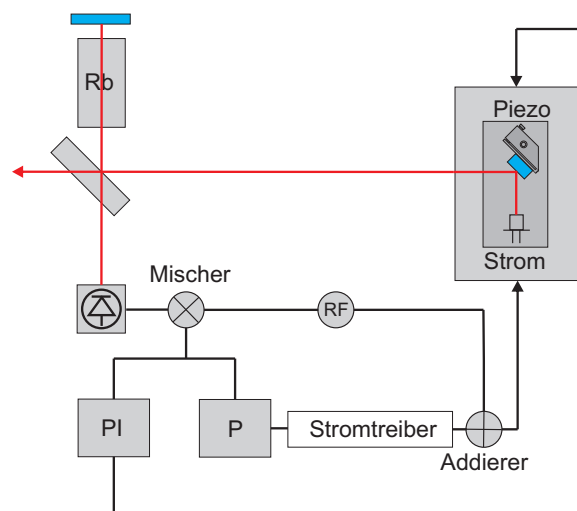


Abbildung 4.3: Schematische Darstellung mit den Diodenlasern und den Frequenzstabilisierungskomponenten

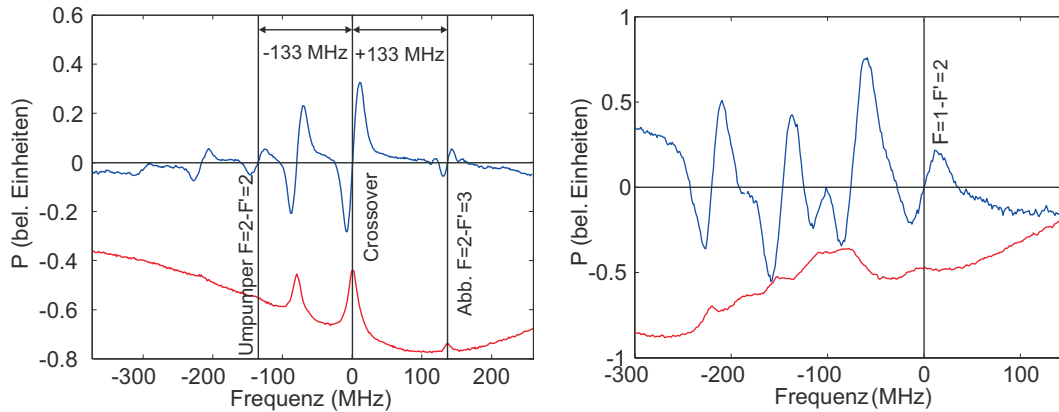
Um Rückreflexe in die Laserdioden zu verhindern, befinden sich hinter allen Lasern optische Isolatoren mit einer Abschwächung von 60 dB. Der DLX-100 ist zusätzlich mit einem 40 dB Isolator ausgestattet. Es hat sich gezeigt dass diese große Abschwächung des rückreflektierten Lichts unbedingt nötig ist.

Bei den selbstgebaute Lasern schließt sich ein anamorphes Prismenpaar an, welches dem elliptischen Strahlprofil eine runde Form gibt. Die Modenspektren der Laser werden mit Hilfe eines Analysesonators untersucht, wofür ein kleiner Teil der Leistung abgezweigt wird.



**Abbildung 4.4:** Prinzip des FM-Locks

Die Frequenzstabilisierung von Rückpump- und Referenzlaser erfolgt mit Hilfe der FM-Spektroskopie [Pou46] (siehe Abb. 4.4). Dazu wird auf den Diodenstrom eine Radiofrequenz von etwa 20 MHz aufmoduliert. Die Frequenzen für die beiden Diodelaser unterscheiden sich geringfügig, so dass es zu keiner Kopplung zwischen den Regelungen kommen kann. Ein Teil des Lichts beider Laser wird jeweils über ein Glasplättchen in eine Rb-Glaszelle gelenkt. Um ein dopplerfreies Sättigungsspektrum zu erhalten, wird das Licht über einen Spiegel ein weiteres Mal, überlagert mit dem ersten Strahl, durch die Glaszelle gelenkt. Der Strahl wird dann aufgespalten und auf zwei Fotodioden gelenkt. Das Signal der einen Fotodiode dient zum Darstellen des Sättigungsspektrums, das andere wird mit der aufmodulierten Radiofrequenz abgemischt. Man erhält ein Signalspektrum mit dispersiver Linienform (Fehlersignal) für die Stabilisierungsregelung der Diodenlaser (siehe Abb. 4.5). Das Signal wird zum einen zum Ausregeln langsamer Störungen auf einen PI-Regler gegeben, der das Piezoelement des Lasers steuert, zum anderen über eine Proportionalregelung auf den Modulationseingang des Laserstromtreibers, um schnellere Störungen



**Abbildung 4.5:** Darstellung eines Ausschnitts des FM-Spektrums und des dazu gehörende Fehlersignal von  $^{87}\text{Rb}$ . Angegeben sind die Übergänge von  $^{87}\text{Rb}$ , auf die Referenz- und Rückpumplaser stabilisiert sind.

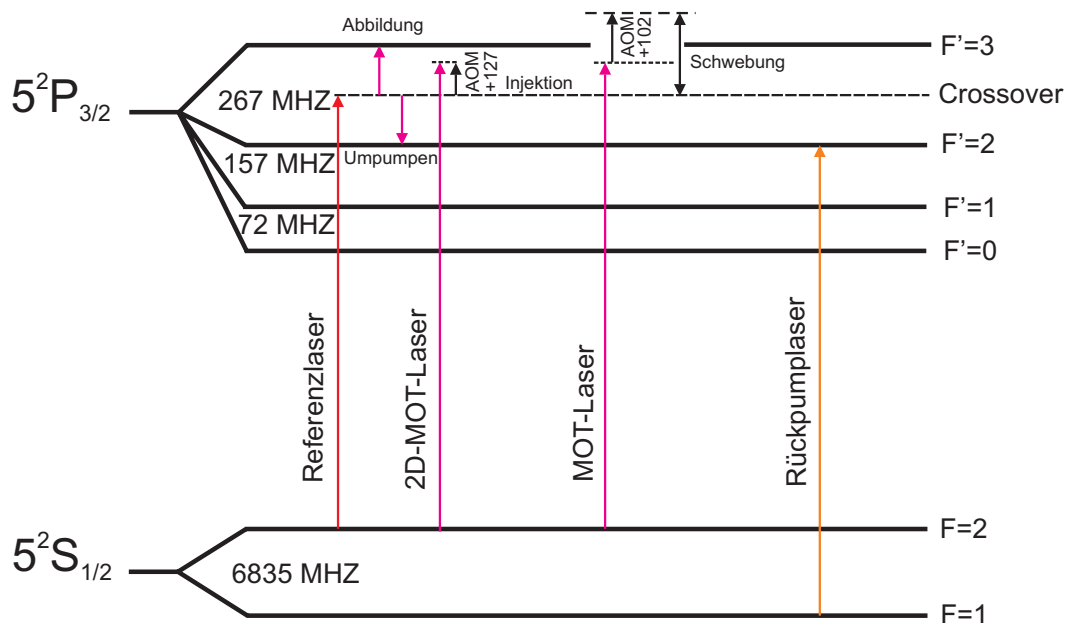
wegzuregeln.

Für den MOT-Laser ist ebenfalls eine Sättigungsspektroskopie zur Kontrolle des Spektrums aufgebaut. Der Rückpumplaser passiert, während er über Spiegel auf den Experimentiertisch gelenkt wird, einen weiteren optischen Isolator, um Rückreflexe aus der MOT zu unterdrücken. Der Referenzlaser wird zur Stabilisierung des MOT-Lasers über ein Schwebungslock verwendet. Außerdem stabilisiert er über ein Injektionslock den 2D-MOT-Laser. Schließlich dient er noch als Umpumper und als Abbildungslaser. Um diese Aufgaben zu erfüllen, wird er über Akusto-Optische Modulatoren (AOM) auf die erforderlichen Frequenzen verschoben, die zudem den Vorteil haben, ein schnelles Ausschalten zu gewährleisten. Im Folgenden sind die einzelnen Diodenlaser, ihre Eigenschaften und ihre Aufgaben aufgeführt.

### MOT-Laser

Die Frequenz des MOT-Lasers ist auf den Kühlübergang  $F = 2$  nach  $F' = 3$  (siehe Abb. 4.6) eingestellt. Er wird im Experimentierzyklus zwischen 17 MHz und 100 MHz rotverstimmt. Die Anforderung, die Frequenz weit durchstimmen zu können, schließt allerdings die Verwendung der FM-Spektroskopie zur Frequenzstabilisierung aus, da sie nur einen Frequenzhub in der Größe der natürlichen Linienbreite (6 MHz) erlaubt. Stattdessen wird eine Schwebungsstabilisierung zwischen MOT-Laser und Referenzlaser genutzt. Ein Teil der Leistung von MOT- und Referenzlaser wird überlagert auf zwei Avalanche-Fotodioden gelenkt. Eine Fotodiode dient zum Darstellen der Schwebungsfrequenz zwischen Referenzlaser und MOT-Laser auf einem Spektrumanalysator, die andere gibt das Schwebungssignal an einen digitalen Frequenz-zu-Spannungskonverter (F/U-Konverter) weiter. Der Arbeitsbereich des F/U-Konverters liegt oberhalb von 100 MHz, weswegen die Frequenz des MOT-Lasers um 102 MHz mit Hilfe eines AOMs zusätzlich verschoben wird, bevor es auf die Fotodiode tritt. Die

Schwebungsfrequenz setzt sich aus der Summe dieser 102 MHz, des Frequenzabstand des Referenzlasers zum Kühlübergang (133 MHz) und der MOT-Verstimmung (am Anfang der MOT-Phase 17 MHz) zusammen. Dort wird eine Spannung, die proportional zur eingehenden Schwebungsfrequenz ist, erzeugt. Diesem Regelsignal kann ein Offset mit einem analogen Steuersignal hinzuaddiert werden, um die Laserfrequenz zu ändern. Dieses Signal steuert über einen PI-Regler das Laserpiezoelement des MOT-Lasers und über eine Proportionalregelung den Modulationseingang des Laserstromtreibers.



**Abbildung 4.6:** Termschema der Hyperfeinstruktur der D2-Linie von  $^{87}\text{Rb}$ . Dargestellt sind die Energieabstände der einzelnen Zustände in MHz und die von den Lasern getriebenen Übergänge.

### 2D-MOT-Laser

Der 2D-MOT-Laser stellt ausschließlich Licht für den Betrieb der 2D-MOT zur Verfügung. Diese nutzt ebenso wie die MOT den Kühlübergang von  $F = 2$  nach  $F' = 3$ , um einen kalten Atomstrahl zu erzeugen. Allerdings arbeitet die 2D-MOT bei einer anderen Verstimmung als die MOT. Um die Frequenz unabhängig vom MOT-Laser einstellen zu können, wurde ein Injektionslock aufgebaut. Ein Teil des Referenzstrahls wird mit einem AOM auf die gewünschte Frequenz (in diesem Fall 127 MHz) geschoben und über den seitlichen Ausgang eines optischen Isolators in einen Diodenlaser (Sharp GH0781JA2C) injiziert, wobei auf gute Strahlanpassung geachtet werden muss. Der injizierende Strahl hat dabei eine Leistung von 2.6 mW. Zur Überprüfung der Stabilisierung wird etwas Leistung des 2D-MOT-Lasers und des Referenzlasers in einen Analysesonator ausgekoppelt. Durch Variation des Laserstroms

wird die Frequenz des 2D-MOT-Lasers in die Nähe des Referenzlasers gestellt. Am Lockpunkt springt der 2D-MOT-Laser auf die Frequenz des Referenzlasers. Die Laserleistung des so stabilisierten 2D-MOT-Lasers verringert sich nach Einkopplung in die optische Faser um die Hälfte.

### Rückpumper

Der Rückpumplaser ist notwendig, da der MOT-Laser die Rb-Atome mit einer Rate von 1:1000 nichtresonant in den Zustand  $F' = 2$  anregt. Von dort zerfallen sie zum Teil in den  $F = 1$  Grundzustand, so dass sie für den Kühlprozess nicht mehr zur Verfügung stehen. Die Frequenz des Rückpumpers ist so gewählt, dass sie dem Übergang von  $F = 1$  nach  $F' = 2$  entspricht, und die Atome so wieder in den Kühlprozess zurückgeholt werden können.

### Umpumper

Ein Teil des Referenzlaserstrahls wird um -133 MHz frequenzverschoben, um damit Atome in den Zeeman-Zustand  $|2, 2\rangle$  der Hyperfeinstruktur zu bringen. Der Grund ist, dass die Atome zunächst auf alle Zeeman-Zustände des Grundzustands verteilt sind. Es sind aber nur Atome in den Zuständen  $|2, 1\rangle$ ,  $|1, -1\rangle$  und  $|2, 2\rangle$  magnetisch fangbar.

### Abbildungslaser

Zum Abbilden der Atome werden diese mit resonantem Licht des Übergangs  $F = 2$  nach  $F' = 3$  bestrahlt. Dazu wird der auf den Crossover stabilisierte Referenzlaser um +133 MHz frequenzverschoben. Dieses Licht wird teilweise von den Atomen absorbiert und anschließend über den ganzen Raumwinkel emittiert. Im Abbildungslicht erscheint die Position der Atome als Schattenwurf. Das Licht wird auf den CCD-Chip einer Kamera projiziert und dort aufgenommen.

Alle für das Experimentieren notwendigen Strahlen können zudem mit mechanischen Verschlüssen (Shuttern) unterbrochen werden. Diese Shutter stellen ein mechanisches System dar, das es erlaubt, innerhalb von 10-20  $\mu\text{s}$  mit einer hohen Reproduzierbarkeit einen Lichtstrahl mit einer Blende zu unterbrechen. Die Blende wird von einem kleinen Metallstäbchen bewegt, das von zwei Magnetspulen angetrieben wird. Um möglichst kleine Schaltzeiten zu erreichen, werden die Shutter in den Fokus einer kurzbrennweitigen Linse gebracht. Die hohe Leistung beim MOT-Laser macht es notwendig, die Kunststoffblende durch eine aus Metall zu ersetzen. Zudem wird ein nicht unerheblicher Teil der Leistung am geschlossenen Shutter in den MOT-Laser zurückreflektiert und dessen Stabilisierung gestört. Die Lösung liegt in der Nutzung eines weiteren Shutters außerhalb des Fokus, der sich mit einer Zeitverzögerung von etwa 1 ms nach dem ersten schließt.

Die hier erzeugten und frequenzstabilisierten Strahlen (außer der Rückpumperstrahl)



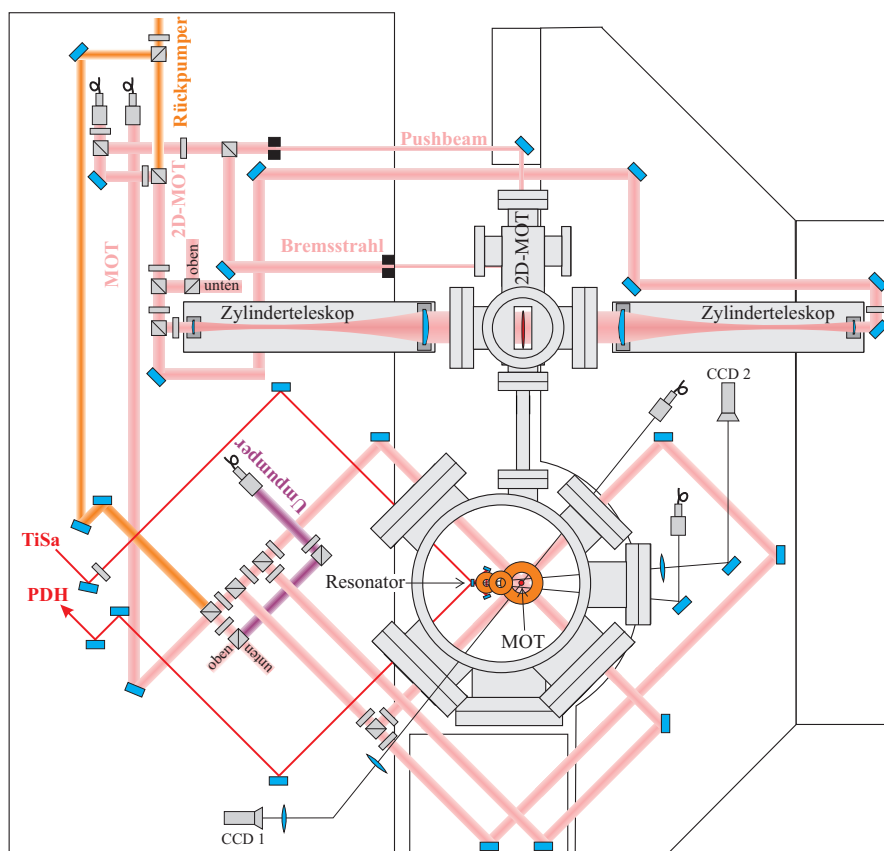
werden über optische Fasern zum Experimentiertisch geleitet. Dies macht die Justage auf dem Lasertisch unabhängig von der auf dem Experimentiertisch. Die aus den Fasern austretenden Strahlen besitzen zudem ein gleichmäßiges gaußförmiges Intensitätsprofil. Es handelt sich hierbei um Singlemodefasern, die eine besondere Modenanpassung notwendig machen und sehr empfindlich auf Temperaturschwankungen und räumlichen Versatz sind. Durch entsprechende Lagerung in speziellen Kanälen können die dadurch resultierenden Intensitätsschwankungen minimiert werden.

### 4.3.2 Experimentiertisch

Nach Austritt aus der Faser auf dem Experimentiertisch (Abb. 4.7) besitzt der Strahl des MOT-Lasers eine Leistung von etwa 100 mW. Die Leistung wird zu 60 % auf die senkrechten und zu 40 % auf die waagerechten Strahlen der MOT mit Hilfe eines Strahlteilerwürfels aufgeteilt. Die Strahlen werden anschließend, jeweils ebenfalls mit Strahlteilerwürfeln, in entgegengesetzte Strahlen gleicher Leistung separiert. Die Leistung des senkrecht verlaufenden Strahls ist dabei größer als die des horizontalen Strahls, um der Tatsache Rechnung zu tragen, dass das Magnetfeld in senkrechter Richtung doppelt so groß ist wie in horizontaler. Bevor die Strahlen in die Kammer eintreten, werden sie mit Hilfe eines  $\lambda/4$ -Plättchens zirkular polarisiert.

Der Strahl der 2D-MOT tritt mit 50 mW aus der Faser. Zunächst wird die Leistung in einen Anteil für den Pushbeam (3.5 mW) und den der übrigen Strahlen aufgeteilt (näheres in Abschnitt 4.4). Der Pushbeam, der am vorderen Ende in die 2D-MOT-Kammer eintritt, stellt davor noch etwas Leistung für den Bremsstrahl (200  $\mu$ W) zur Verfügung. Dieser wird so umlenkt, dass er von unten senkrecht auf den Umlenkspiegel in der Kammer trifft.

Der Strahl für die anderen Richtungen wird an drei weiteren Strahlteilerwürfeln in vier gleiche Anteile aufgeteilt. Mit einem Teleskop mit Zylinderlinsen wird jeder der vier Strahlen auf 50 mm aufgeweitet und in eine der Seiten der Kammer gestrahlt. Auch hier werden die Strahlen, bis auf Pushbeam und Bremsstrahl, zirkular polarisiert. Der Rückpumpstrahl, der über Spiegel in einem verdeckten Kanal auf den Experimentiertisch gelangt, erreicht diesen mit einer Leistung von 25 mW. Er wird zu gleichen Teilen aufgespalten und mit den Strahlen der MOT und der 2D-MOT überlagert. Der Umpumpstrahl hat nach seiner Ankunft auf dem Experimentiertisch eine Leistung von 100  $\mu$ W. Er wird mit dem senkrechten MOT-Strahl überlagert und von unten in die Hauptkammer gelenkt.

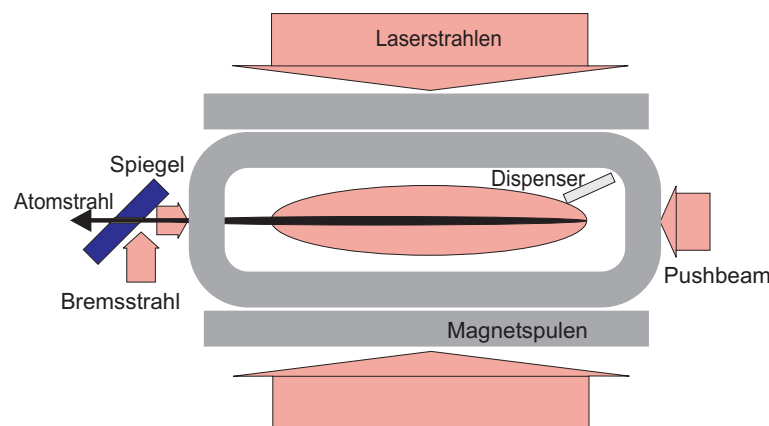


**Abbildung 4.7:** Nach dem Austritt aus den Fasern werden der MOT-Strahl und der 2D-MOT-Strahl in die für den Betrieb nötige Anzahl von Strahlen aufgeteilt. Senkrechte Strahlen werden über einen Aufzug an ihre Position gelenkt. Sie verlassen dabei die Darstellungsebene und sind nicht weiter dargestellt. Des Weiteren sind die Strahlverläufe des Umpumpers, der Abbildung und des Rückpumpers aufgezeigt. Außerdem ist der Verlauf des TiSa-Laserstrahls angedeutet.

#### 4.4 2D-MOT

Die 2D-MOT hat sich seit ihres ersten Einsatzes [Die98] als Quelle kalter Atome bewährt. Der Vorteil ist die relativ kurze Zeitdauer zum Laden von Atomen in der MOT [Die01]. Die im Experiment zu kühlenden Atome müssen so in das Einfangvolumen der MOT gebracht werden, dass die Änderung des Drucks in der Hauptkammer minimal ist. Als Reservoir für makroskopische Mengen des entsprechenden Elements bieten sich Dispenser an. Diese kleinen Behälter werden elektrisch geheizt, so dass die Atome durch eine Öffnung emittiert werden und in die Kammer gelangen. Üblicherweise werden Dispenser gepulst betrieben, um den Hintergrundgasdruck nicht

sehr ansteigen zu lassen. Das hat zur Folge, dass die Ladezeiten für die MOT relativ lang sind und zusätzlich Verunreinigungen in die Hauptkammer gelangen. Als Alternative besteht die Möglichkeit, eine 2D-MOT zu verwenden, um einen kalten Atomstrahl über eine differenzielle Pumpstrecke in das Einfangvolumen der MOT zu überführen, ohne dass der Druck in der Hauptkammer beeinträchtigt wird. Das Funktionsprinzip einer 2D-MOT ist dem einer MOT sehr ähnlich. Der Unterschied besteht darin, dass die Atome nur transversal zur Richtung der Hauptkammer gekühlt werden. Es hat sich gezeigt, dass sich die Verstimmung des 2D-MOT-Lasers zum Kühlübergang  $F = 2$  nach  $F' = 3$  leicht von der der MOT unterscheiden sollte [Die01], um die Atome optimal zu kühlen und zu fangen. Deshalb existiert für die 2D-MOT ein separates Lasersystem. Der Teil des um  $-133$  MHz verschobenen Referenzstrahls, der zum Injizieren des 2D-MOT-Lasers verwendet wird, wird durch einen weiteren AOM um  $127$  MHz frequenzverschoben (siehe Abb. 4.3). Die Differenz zum Kühlübergang beträgt demnach  $6$  MHz.



**Abbildung 4.8:** Querschnitt durch die 2D-MOT-Kammer mit den verwendeten Laserstrahlen. Am Ende der Kammer befindet sich ein schräger Spiegel. Durch ein Loch gelangen die Atome in die Hauptkammer.

In der 2D-MOT-Kammer sind zwei Dispenser (alvatec, AS-Rb-100-F) angebracht. An der Kammer befindet sich ein Wellbalg mit einem Glasröhrchen, das etwa  $1$  g Rubidium enthält. Der Wellbalg kann von außen so verformt werden, dass das Glasröhrchen zerbricht und das Rubidium frei wird. Durch ein Ventil lässt sich dann die Rubidiummenge in der Kammer regulieren. Bisher wurde auf den Gebrauch des Rubidiums aus dem Glasröhrchen verzichtet und stattdessen auf die Dispenser zurückgegriffen. Dabei wurden zum ersten Mal seit der Einführung in unserer Arbeitsgruppe [For98] Dispenser ohne  $\text{Rb}_2\text{CrO}_4$  verwendet, die größere Mengen ( $100$  mg) reines Rubidium enthalten. Die Dispenser werden kontinuierlich betrieben. Die Heizleistung lag zu Beginn bei  $4.5$  W und musste mit zunehmender Betriebsdauer erhöht werden. Nach  $6$  Monaten zeigte sich, dass das Rubidiumreservoir eines Dispensers

erschöpft war. Dies ist überraschend, da herkömmliche Dispenser mit erheblich kleinen Mengen  $\text{Rb}_2\text{CrO}_4$  bei gleicher Betriebsdauer die gleiche Lebensdauer aufweisen. Die 2D-MOT besteht aus einem länglichen Edelstahl-Vierkanthrohr, an dessen Seiten über ein Zwischenstück Fenster befestigt sind. Jedes Zwischenstück nimmt jeweils einen Spulenhalter auf, der mit 1 mm dickem, isoliertem Kupferdraht umwickelt ist. Die Windungszahl jeder Spule beträgt ca. 140, während die rechteckigen Ausmaße der Spulen 4 cm und 6 cm betragen. Der für einen Strom von 1.8-1.9 A erreichte Magnetfeldgradient liegt bei ca. 10 G/cm.

Die transversal zur Hauptkammer angebrachten Spulen werden in Antihelmholtz-konfiguration betrieben, so dass die Richtung, in die die Atome in die Hauptkammer transferiert werden sollen, keinen magnetischen Einschluss besitzt. Anstatt eines Magnetfeldnullpunkts wie bei einer MOT, besitzt die 2D-MOT eine Nullpunktlinie. Die transversalen Geschwindigkeitsklassen der Atome werden mit Hilfe des seitlich eingestrahlten 2D-MOT-Lasers gekühlt. Diese Strahlen sind elliptisch aufgeweitet, damit die Atome entlang ihrer Ausbreitungsrichtung längere Zeit mit den Laserstrahlen wechselwirken (Vergrößerung des Einfangvolumens). Über einen entlang der Ausbreitungsrichtung eingestrahlten Strahl (Pushbeam) werden die Atome in der Nähe der Magnetfeld-Nulllinie in Richtung der Hauptkammer beschleunigt.

Am Ende der 2D-MOT treten die Atome durch eine Öffnung mit 1 mm Durchmesser. Diese Öffnung stellt den Anfang eines kleinen Kanals mit gleichem Durchmesser dar, der als eigentliche differenzielle Pumpstrecke zur Hauptkammer und als Geschwindigkeitsfilter dient. Atome mit höherer radialer Geschwindigkeit können die Öffnung nicht passieren und treffen auf die Seitenwand. Die Öffnung befindet sich auf einem im  $45^\circ$ -Winkel zur Achse der 2D-MOT angebrachten Spiegel (Abb. 4.8). Dieser hat den Zweck, einen vertikal von unten eingekoppelten Strahl entgegengesetzt zur Richtung des Pushbeams zu lenken. Dieser Abbremsstrahl besitzt etwa den gleichen Durchmesser wie der Pushbeam, hat aber in der Mitte ein Loch, da die Öffnung der differenziellen Pumpstrecke an dieser Stelle die Reflexion verhindert. Die Atome, die sich leicht außerhalb der Magnetfeld-Nulllinie befinden, werden entlang der Achse gekühlt. Die Verwendung dieses zusätzlichen Strahls erhöht die Zahl der in der Hauptkammer gefangenen Atome um einen Faktor drei.

## 4.5 Magneto-Optische-Falle (MOT)

Die Atome fliegen bei Eintritt in die Hauptkammer in den Kreuzungspunkt der sechs MOT-Strahlen zwischen den MOT-Spulen. Sie besitzen einen Abstand von 25 mm (Abstand der Spulenmittelpunkte), so dass der Zwischenraum groß genug ist, den Atomstrahl aus der 2D-MOT, der sich aufgrund thermischer Effekte auf etwa 15 mm verbreitert hat, aufzunehmen. Die Frequenz des MOT-Lasers ist 17 MHz zum Kühlübergang rotverstimmt. Die Spulen werden mit einem Strom von 0.6 A betrieben, welches einem Gradient von etwa 8 G/cm entspricht. Der Ladevorgang der MOT

dauert 7 s, dann ist ein Sättigungseffekt im Fluoreszenzsignal zu beobachten, ein Zeichen, dass ein Gleichgewicht zwischen Lade- und Zerfallsrate der MOT eintritt und weiteres Laden unnötig macht. Auf dieser Weise lassen sich über  $5 \cdot 10^8$  Atome bei einer Temperatur von 70  $\mu\text{K}$  in der MOT fangen.

Nach dem Laden schließt sich eine kurze Dark-MOT-Phase an, in der die Verstimmung für 5 ms auf 100 MHz erhöht wird. Danach wird das Magnetfeld der MOT ausgeschaltet und die Atome ebenfalls für 5 ms in einer optischen Melasse gehalten. Dabei ist darauf zu achten, dass Streumagnetfelder und das Erdmagnetfeld durch außen an der Kammer angebrachte Außenspulen kompensiert werden. Die Atomwolke wird durch diese Prozedur auf etwa 30  $\mu\text{K}$  abgekühlt. Die Atome noch kälter zu machen, ist in einer magneto-optischen Falle wegen des Dopplerlimits nicht möglich. Deswegen bedient man sich anderer Kühlverfahren wie dem evaporativen Kühlen, um Temperaturen im Submikrokelvinbereich zu erreichen. Dazu müssen die Atome zunächst magnetisch in einer Quadrupolfalle gefangen werden.

## 4.6 Magnetische Fallen

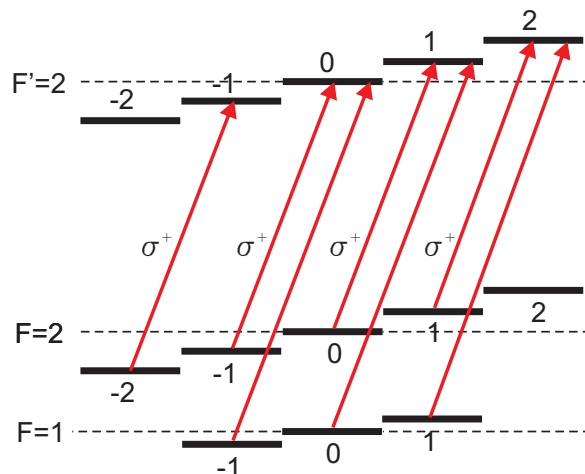
Im Anschluss an die MOT werden die Atome in einer Quadrupolfalle magnetisch gefangen. Dies ist möglich, da Rubidium 87 ein magnetisches Moment  $\mu$  besitzt, dass mit dem Magnetfeld  $\mathbf{B}(\mathbf{r})$  wechselwirkt. Ein Atom besitzt dann eine potentielle Energie von:

$$U(r) = -g_F m_F \mu_B \mathbf{B}(\mathbf{r}) \quad (4.1)$$

wobei  $\mu_B$  das magnetische Magneton,  $g_F$  der Landefaktor und  $m_F$  die magnetische Quantenzahl des Hyperfeinzustands des Atoms sind.

Um die Atome aus der MOT magnetisch zu fangen, müssen sie die fangbaren Zeemanzustände  $m_F = 1$  oder  $m_F = 2$  des  $F = 2$  Grundzustands besetzen. Der Umpumper wird nun resonant zum Übergang von  $F = 2$  nach  $F' = 2$  mit einer Leistung von 100  $\mu\text{W}$  für eine Dauer von 50  $\mu\text{s}$  eingestrahlt (Abb. 4.9). Dazu wird ein kleines homogenes Offsetfeld von etwa 1 G in vertikaler Richtung angelegt, um den Grundzustand in seine Zeemanzustände aufzuspalten. Die Einstrahlung des Umpumpers erfolgt mit zirkularer Polarisation vertikal von unten, so dass bezüglich der durch das Magnetfeld vorgegebenen Quantisierungsachse  $\sigma^+$ -Übergänge angeregt werden. Dadurch erfolgt eine Besetzung des Dunkelzustandes  $|2, 2\rangle$ . Von dort können die Atome nicht weiter angeregt werden. Der Rückpumper bleibt in dieser Zeit ebenfalls eingeschaltet, um Atome aus dem Grundzustand  $F = 1$  wieder in den Zustand  $F = 2$  zu bringen.

Das Quadrupolfeld wird mit denselben Spulen erzeugt, die vorher auch bei der MOT zum Einsatz kamen. Dazu werden die Spulenströme nach dem Umpumpen auf 2 A erhöht. Dabei ist es wichtig, dass die Position der MOT mit der der Quadrupolfalle identisch ist, um möglichst viele Atome zu fangen und um Heizen zu vermeiden.



**Abbildung 4.9:** Umpumpschema mit Rückpumper. Das Umpumpen der Rb-Atome in den fangbaren Zustand  $|2, 2\rangle$  geschieht mit zirkularpolarisiertem Licht. Für das Rückpumpen wird allerdings kein polarisiertes Licht benötigt.

Gegebenfalls kann die Position der Quadrupolfalle durch den Einsatz der Kompensationsspulen angepasst werden. So gelingt es,  $2 - 3 \cdot 10^8$  Atome bei einer Temperatur von  $120 \mu\text{K}$  magnetisch zu speichern.

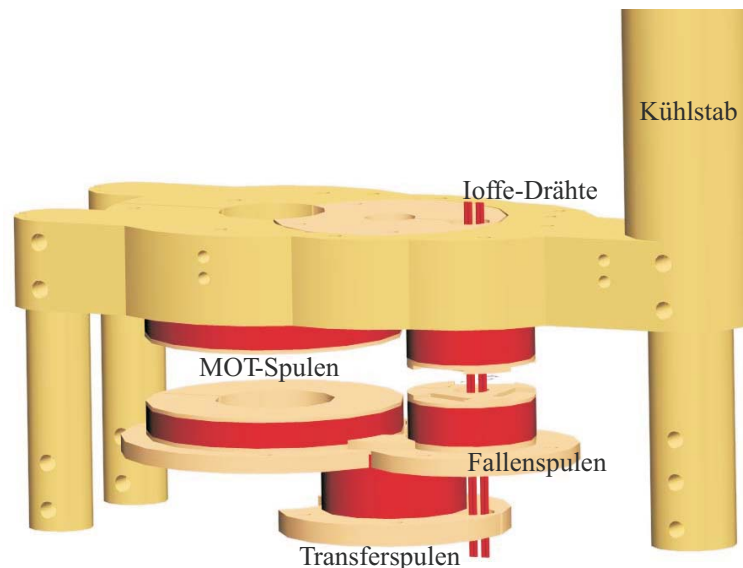
	MOT-Spulen	Transferspulen	Fallenspulen
Abstand der Spulen	25	48	19
Spulendicke	6	15	9
Innenradius	15	7	5
Außenradius	30	17	15
Windungszahl	115 und 112	105 und 108	119 und 115
$\nabla B(\text{G/cm})$	h:12, v:24	h:5.5, v:11	h:40, v:80

**Tabelle 4.1:** Die im Experiment verwendeten Spulen und ihre Eigenschaften

Außer dem MOT-Spulenpaar gibt es im Experiment noch zwei weitere Spulenpaare (Abb. 4.10, Tab. 4.1). Nach dem Speichern werden die Atome über ein Transferspulenpaar in eine weitere Quadrupolfalle überführt. Dies ist nötig, da die mit den MOT-Spulen erzeugte Falle nicht den erforderlichen Magnetfeldgradienten für das evaporativen Kühlen besitzt. Der Transfer geschieht adiabatisch, indem die Quadru-

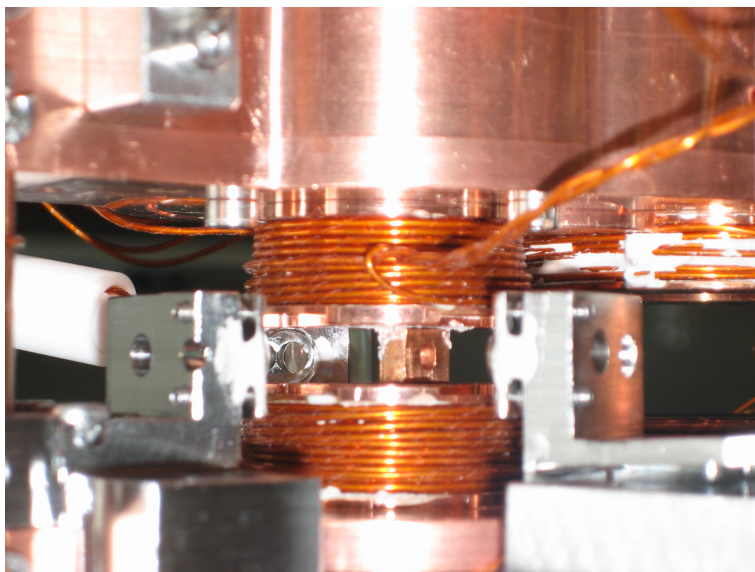
polfelder der Spulenpaare langsam bezüglich der Larmorfrequenz ineinander überführt werden. Dies erfolgt durch geschickte Variation der Ströme in den MOT- und Transferspulen sowie der Spulen der zweiten Quadrupolfalle. Die Atome werden dabei in etwa 1.4s um 50 mm verschoben. Die zweite Quadrupolfalle besitzt einen Magnetfeldgradient von  $dB/dz=300\text{ G/cm}$ ,  $dB/dx=dB/dy=150\text{ G/cm}$  und eignet sich viel besser zum evaporativen Kühlen als die von den MOT-Spulen erzeugte Falle ( $dB/dz=80\text{ G/cm}$ ,  $dB/dx=dB/dy=40\text{ G/cm}$ ). Einzelheiten zum Transfer findet sich in [Sla07c].

Die Transfereffizienz liegt bei etwa 60 %, das einer Atomzahl von  $1-2\cdot 10^8$  entspricht. Zudem besitzen die Atome aufgrund adiabatischer Kompression wegen des höheren Fallengradienten nun eine Temperatur von ca.  $500\text{ }\mu\text{K}$ .



**Abbildung 4.10:** Die drei Spulenpaare mit Halter, bestehend aus den MOT-Spulen, den Transferspulen und den Quadrupolspulen. Der Übersichtlichkeit halber ist der untere Halter weggelassen worden. Alle Spulenhalter sind aus massivem Kupfer gefertigt und an den Kühlstab angebunden. Dieser wird mit flüssigem  $\text{N}_2$  gekühlt, um die durch den Betrieb entstehende Wärme abzuführen. Durch die Quadrupolspule verlaufen die zwei Ioffedrahtpaare.

In der zweiten Quadrupolfalle werden die Atome evaporativ gekühlt. Allerdings ist die in dieser Falle erreichbare Temperatur dadurch begrenzt, dass das Magnetfeld der Falle in seinem Minimum einen Nulldurchgang besitzt. Dadurch ist die Kopplung an die Magnetfeldrichtung nur sehr schwach. Es treten Majoranaspinflips in andere  $m_F$ -Zustände auf, in denen die Atome nicht mehr magnetisch gefangen werden können. Um dies zu vermeiden, werden die Atome in eine Falle geladen, in der sich die Magnetfeldrichtung stetig ändert und in der Nähe des Minimums einen harmonischen Verlauf nimmt.



**Abbildung 4.11:** Foto vom Resonator zwischen dem Quadrupolspulenpaar. In der Mitte ist der Ioffedrahthalter, der die Ioffedrähte fixiert, zu sehen.

Diese Ioffe-Pritchard-Falle [Got62, Ber87] entsteht durch die Überlagerung eines Quadrupolfeldes mit dem Magnetfeld eines senkrecht durch die Spulen laufenden stromdurchflossenen Leiters. In diesem Experiment werden vier Ioffedrähte verwendet, um den Transport der Atome in die Falle effizienter zu machen. Die Drähte sind etwa 3 mm vom Spulenzentrum versetzt und liegen paarweise direkt nebeneinander. Zwischen den inneren Drähten befindet sich eine Lücke von 1 mm. Bei entsprechendem Strom in den Drähten und in den Quadrupolspulen entsteht zwischen den Drähten und dem Spulenzentrum ein Magnetfeldminimum mit einem Offsetfeld  $B_0 > 0$ . Mathematisch lässt sich die Ioffefalle wie folgt beschreiben [Sil06]:

$$\vec{B}(\vec{r}) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ B_0 \end{pmatrix} + 2\alpha \begin{pmatrix} x \\ -y \\ 0 \end{pmatrix} + \frac{\beta_z}{2} \begin{pmatrix} -2xz \\ 0 \\ z^2 - x^2 \end{pmatrix}. \quad (4.2)$$

Dabei ist  $\alpha$  der Gradient und  $\beta_z$  die Krümmung in axialer  $z$ -Richtung (siehe Abb.4.12). Die Krümmung in radialer Richtung ist

$$\beta_r = \frac{4\alpha^2}{B_0} - \beta_z. \quad (4.3)$$

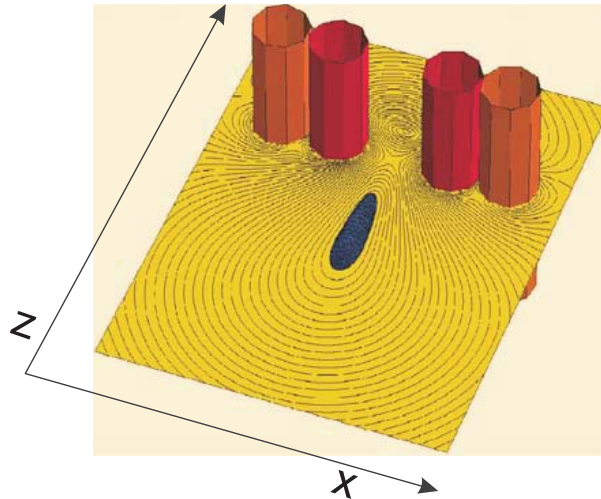
Die Oszillationsfrequenzen der Atome in der Falle ergeben sich direkt aus den Krümmungen

$$\omega_r = \sqrt{\frac{\mu}{m}\beta_r}, \quad (4.4)$$

$$\omega_z = \sqrt{\frac{\mu}{m}\beta_z}. \quad (4.5)$$



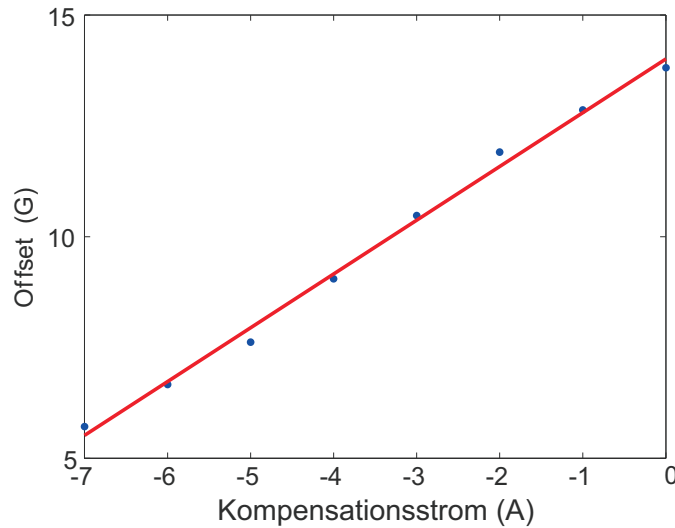
Wie sich in früheren Experimenten gezeigt hat, dehnen sich die Ioffedrähte durch thermische Effekte aus. Dadurch verschiebt sich die Position der Drähte zum Quadrupolminimum und das Offset der Ioffefalle ändert sich (siehe [Sla07c]). Innerhalb des Experimentierzyklus schwankt die Temperatur der Ioffedrähte und somit auch das Offset. Beim evaporativen Kühlen ist aber ein definierter Betrag des Offsets von größter Wichtigkeit. Um diesem Problem zu begegnen, wurde ein Ioffedrahthalter zwischen den Quadrupolspulen eingesetzt (Abb. 4.11). Er umschließt die Ioffedrähte und hindert sie daran, ihre Position zu ändern. In der Mitte befindet sich eine Öffnung von ca. 2 mm Durchmesser, durch die die Resonatormode tritt. Zur besseren Fixierung und um einen besseren Wärmekontakt zu den übrigen Bauteilen zu erreichen, sind die Drähte mit vakuumtauglichen Keramikkleber befestigt.



**Abbildung 4.12:** Position der Ioffefalle zwischen den vier Ioffedrähten und dem Quadrupolminimum [Sil06].

Es zeigt sich, dass der Abstand der inneren Ioffedrähte eine sehr kritische Größe ist. In diesem Experiment sind die Drähte vermutlich einige hundert Mikrometer zusätzlich voneinander entfernt. Das führt dazu, dass das Umladen in die Ioffefalle nur mit hohen Atomzahlverlusten verbunden ist. Zudem sind die erreichten Tiefen der Ioffefallen sehr flach, so dass aufgrund der noch relativ hohen Temperatur der Atome (trotz Vorkühlens in der Quadrupolfalle) von 300  $\mu\text{K}$  die Lebensdauer in der Falle sehr klein ist. Durch die Verwendung eines möglichst hohen Ioffestroms (10 A) und dem Absenken des Stroms in den Quadrupolspulen (3.5 A) gelingt es, eine Falle zu schaffen, die eine ausreichende Tiefe besitzt.

Beim Umladen in die Ioffefalle muss darauf geachtet werden, dass die Fallentiefe maximal ist. Der Nachteil ist allerdings, dass die verwendeten Fallen relativ niedrige Fallenfrequenzen und ein hohes Offsetfeld besitzen. Für das effiziente evaporative Kühlen werden aber hohe Fallenfrequenzen benötigt. Um eine Ioffefalle mit vergleichbarer Tiefe, aber mit hohen Fallenfrequenzen zu schaffen, wird an dem äußeren



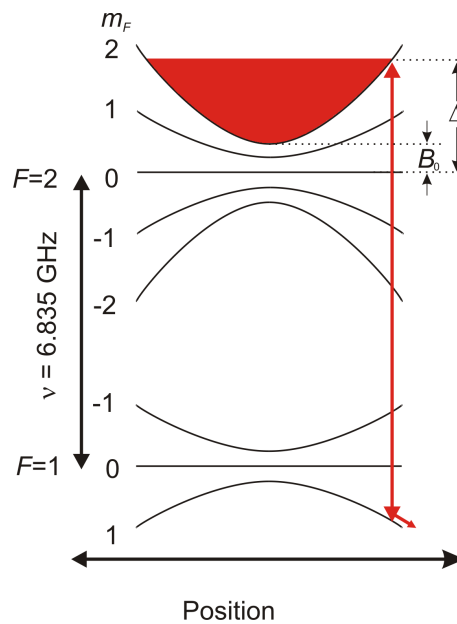
**Abbildung 4.13:** Gemessenes Offsetfeld in Abhängigkeit vom Kompensationsstrom an der äußeren Kompensationsspule.

Kompensationsspulenpaar in z-Richtung ein Strom zur Erzeugung eines homogenen Magnetfeldes angelegt. Dieses Kompensationsspulenpaar ist außerhalb der Kammer in Richtung der Achse Ioffedrähte-Quadrupolminimum angebracht. Die Spulen besitzen 20 Windungen und einen Radius von 190 mm. Ihr Abstand zum Quadrupolminimum beträgt für die eine Spule 150 mm und für die andere 100 mm. Das zusätzliche Magnetfeld verschiebt die Ioffefalle bezüglich des Minimums des Quadrupolfeldes, ohne die Falltiefe zu verändern. Dabei nimmt das Offsetfeld linear mit dem Kompensationsstrom ab (siehe Abb. 4.13). Qualitativ kann das Verhalten mit einem Simulationsprogramm von C. Silber [Sil06] wiedergegeben werden. Quantitative Aussagen über die Falltiefe können nicht gemacht werden, da einige Parameter für die Simulation wie die Verschiebung der Drähte und die genaue Position der Kompensationsspulen nicht mit ausreichender Genauigkeit bekannt sind. Die so konstruierte Falle besitzt ein Offsetfeld von etwa 6 G und Fallenfrequenzen von 100 Hz und 40 Hz. Der Strom wird linear in den äußeren und inneren Ioffedrähten in 200 ms von 0 A auf 5 A gefahren. Anschließend wird der Strom in kürzerer Zeit (20 ms) auf den Endwert von 10 A erhöht.

Die Atome werden zunächst in dieser Falle bis auf 14  $\mu\text{K}$  gekühlt, dann werden durch schrittweise Verringerung der Ioffeströme die Fallenfrequenzen weiter erhöht und das Offsetfeld erniedrigt. Die endgültig erreichte Falle besitzt schließlich ein Offsetfeld von 0.8 G und Fallenfrequenzen von  $\omega_r = 2\pi \times 400 \text{ Hz}$  und  $\omega_z = 2\pi \times 40 \text{ Hz}$ . In dieser Falle werden Temperaturen von unter 1  $\mu\text{K}$  erreicht, die bis zur Kondensation der Atome führen.

## 4.7 Das evaporative Kühlen

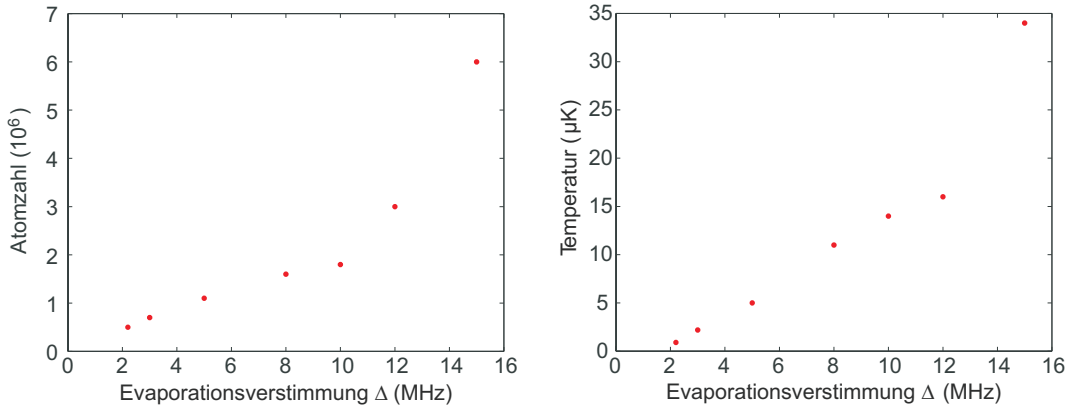
Beim evaporativen Kühlen werden energiereiche Teilchen der Maxwell-Boltzmann-Verteilung aus einer magnetischen Falle entfernt. Dies geschieht durch Kopplung zwischen gefangenen und ungefangenen Zeemanzuständen. Dies kann durch Radiofrequenz, wobei Übergänge zwischen den einzelnen Zeemanzuständen angeregt werden, oder durch Mikrowellenstrahlung mit direkter Kopplung zwischen gefangenem und ungefangenem Zustand geschehen (Abb. 4.14).



**Abbildung 4.14:** Evaporatives Kühlen. Mit einer Mikrowellenfrequenz werden Atome mit relativ hoher kinetischer Energie vom Zustand  $|2, 2\rangle$  in den Zustand  $|1, 1\rangle$  gebracht. Die verbliebenen Atome thermalisieren anschließend, wodurch sich eine neue Maxwell-Boltzmann-Verteilung und Temperatur einstellt.

In diesem Experiment werden die im Zustand  $|2, 2\rangle$  gefangenen Atome über eine Mikrowellenfrequenz in den ungefangenen Zustand  $|1, 1\rangle$  überführt. Der Abstand zwischen den Zuständen beträgt ca. 6.835 GHz. Die Mikrowelle ist dazu um eine Frequenz  $\Delta$  blauverstimmt. Dadurch werden Atome, deren kinetische Energie größer oder gleich der potentiellen Energie  $E_{\text{pot}} = 2\pi \cdot \hbar\Delta - \mu_B g_F m_F B_0$  (mit dem Offsetmagnetfeld  $B_0$  der Ioffefalle) ist, in den Zustand  $|1, 1\rangle$  transferiert und damit aus der Ioffefalle entfernt.

Die verbliebenen Atome, deren Geschwindigkeitsverteilung nicht mehr einer Maxwell-Boltzmann-Verteilung unterworfen ist, thermalisieren durch Stöße. Dabei wird die Energie umverteilt, bis eine Maxwell-Boltzmann-Verteilung bei kleinerer Temperatur erreicht ist. Steile Ioffefallen mit hohen Fallenfrequenzen sind von Vorteil, weil



**Abbildung 4.15:** Dargestellt sind die Abnahme der Temperatur und der Atomzahl für verschiedene Verstimmungsfrequenzen  $\Delta$  bezüglich der Frequenz  $\nu = 6.835$  GHz des Übergangs  $|2, 2\rangle \rightarrow |1, 1\rangle$ .

dadurch eine hohe Stoßrate für eine schnelle Thermalisierung garantiert wird.

Die Mikrowelle wird von einem Synthesizer (Rhode und Schwarz) erzeugt, über einen Verstärker (AM53-6.6-7-40-40 Microwave Amplifier) auf eine Leistung von 10 W erhöht und über eine dafür entwickelte Mikrowellenantenne eingestrahlt [Don04]. Die Mikrowellenstrahlung wird in Form einer linearen Frequenzrampe von hohen zu niedrigen Frequenzverstimmungen  $\Delta$  geändert. So werden immer die heißesten Atome aus der Falle entfernt. Dabei ist darauf zu achten, dass die Frequenzänderung langsamer als die Thermalisierungszeit der Atome, die temperatur- und dichteabhängig ist, abläuft. Deshalb wird die Rampendauer mit abnehmender Temperatur immer weiter erhöht (Abb. 4.15).

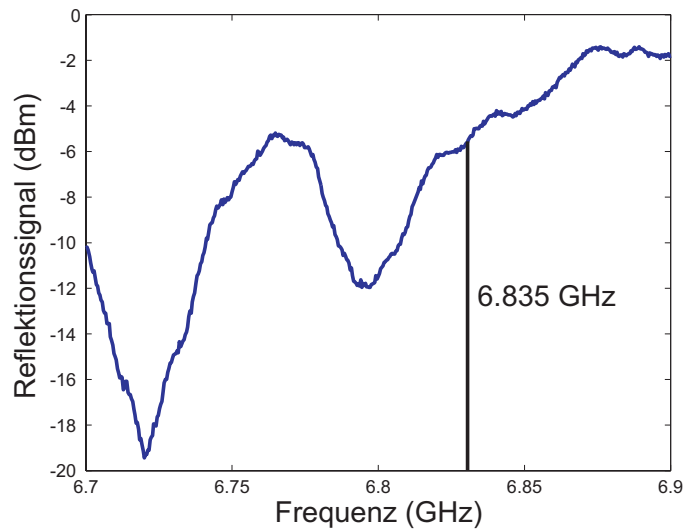
#### 4.7.1 Mikrowellenantenne

Die zum Kühlen verwendete Antenne besteht aus einer Helix, die in Plexiglas eingearbeitet ist. In die vorgesehene Nut wird der Draht der Antenne gewickelt, der am Ende mit einer Grundplatte aus Kupfer verbunden ist. Die Verstärkung der Antenne ist abhängig vom Umfang, die Steigung und Windungszahl. Die emittierte Wellenlänge bei der gewünschten Frequenz ( $\nu = 6.835$  GHz) ist bestimmt durch das umgebende Material. Die Antenne ist etwa 90 mm lang und besteht aus PMMA Plexiglas mit einer Dielektrizitätskonstanten von  $\epsilon_r = 2.475$ , womit sich eine Wellenlänge von

$$\lambda_{\text{PMMA}} = \frac{c_0}{\sqrt{\epsilon_r \nu}} = 28 \text{ mm} \quad (4.6)$$

ergibt.

Die die Verstärkung bestimmenden Größen skalieren mit der Wellenlänge, so dass die Größe der Antenne angepasst werden kann. Neben einer Mikrowellenantenne außer-



**Abbildung 4.16:** Absorptionsspektrum der in die Vakuumkammer eingebauten Antenne. Das Spektrum wurde mit einem Richtungskoppler gemessen, indem ein konstantes Signal für verschiedene Frequenzen auf die Antenne gegeben wurde und dessen Reflexion von der Antenne gemessen wurde. An Stellen kleiner Reflexion ist die Abstrahlung maximal. Leider liegt die größte Abstrahlungseffizienz mehr als 100 MHz von der erforderlichen Frequenz von 6.835 GHz entfernt. Jedoch ist sie bei dieser Frequenz immer noch ausreichend.

halb, die zum evaporativen Kühlen vollkommen ausreichend ist, befindet sich auch eine innerhalb der Vakuumkammer. Als Antennenmaterial kann hier kein Plexiglas verwendet werden, da dies nicht UHV-tauglich ist; stattdessen wird auf Macor einem Verbundstoff aus verschiedenen Keramiken, zurückgegriffen. Dieses Material besitzt eine Dielektrizitätskonstante von  $\epsilon_r = 5.6$ . Dadurch verkürzt sich die Länge der Antenne um die Hälfte. Sie ist in der Nähe der Ioffedrähte befestigt und so ausgerichtet, die Atome in der Ioffefalle anzustrahlen. Da sie näher an den Ioffedrähten sitzt, können viel größerer Intensitäten am Ort der Atome erreicht werden. Dies erlaubt es, Übergänge (Zweiphotonenübergänge) zu treiben, die bei zukünftigen Experimenten benötigt werden. In Abb. 4.16 sieht man das aufgenommene Reflexionsspektrum. An Stellen, an denen die Reflexion einbricht, ist die Abstrahlung der Antenne besonders gut.

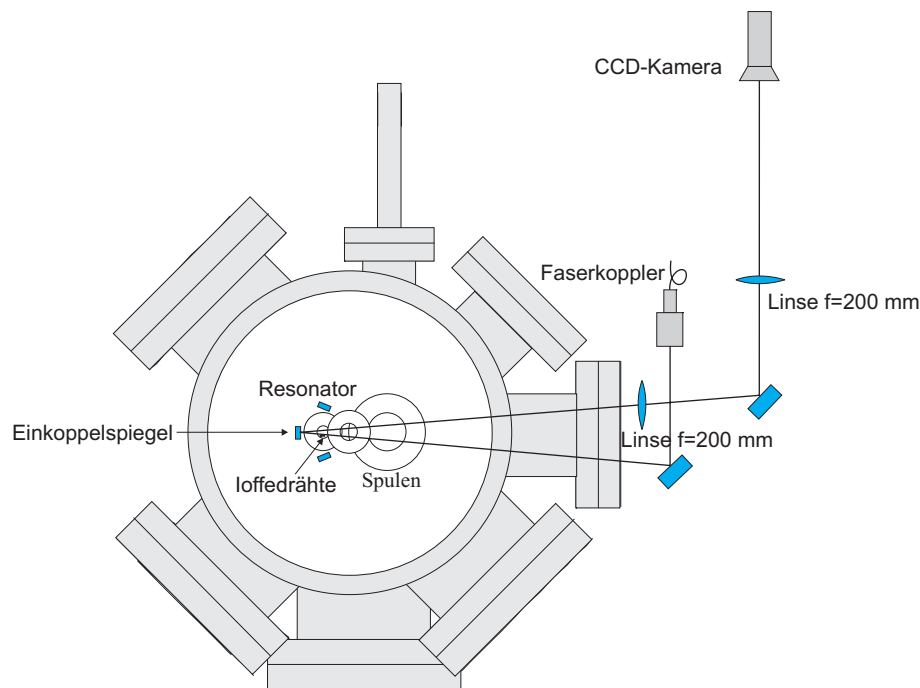
## 4.8 Absorptionsabbildung

In diesem Experiment können die Atome an verschiedenen Positionen abgebildet werden. So wird eine der Abbildungen zur Darstellung der Atome in der MOT (MOT-Abbildung) verwendet, der andere zum Abbilden der ultrakalten Atome in

der Ioffefalle (BEC-Abbildung).

Der Abbildungsstrahl der MOT-Abbildung wird dazu unter einem kleinen Winkel zu einem der MOT-Strahlen eingestrahlt und trifft am gegenüberliegenden Fenster auf eine Linse mit einer Brennweite von  $f = 400$  mm. Die Position der Linse ist so gewählt, dass die Atome der MOT im Fokus der Linse sitzen. Nach einer zweiten Linse mit  $f = 100$  mm wird der Strahl im Fokus auf eine CCD-Kamera gelenkt und damit im Verhältnis 1 : 4 verkleinert. Bei der Kamera handelt es um das Modell Sony XC55 Donpisha II (SW) mit einer Graustufentiefe von 8 Bit. Der Chip besitzt  $659 \times 494$  Pixel bei einer quadratischen Pixelgröße von  $7.4 \mu\text{m}$ .

Optional kann die Faser zur senkrechten Abbildung der kalten Atome in der zweiten Quadrupolfalle und Ioffefalle umgesteckt werden. Dazu wird sie an einen anderen Auskoppler angeschlossen und neben dem senkrechten unteren MOT-Strahl über einen Umlenkspiegel in die Kammer geführt. Der Strahl tritt dann entlang der Ioffedrähte am oberen Teil der Kammer aus und wird über zwei Linsen auf eine weitere CCD-Kamera gleichen Typs gegeben. Die erste Linse besitzt eine Brennweite von  $f_1 = 100$  mm, die zweite eine Brennweite von  $f_2 = 200$  mm. Die Abstände der Linsen sind so gewählt, dass die Atome mit einer 2:1-Vergrößerung abgebildet werden.



**Abbildung 4.17:** Verlauf des Abbildungsstrahls in dem Experiment.

Der aus der Faser ausgekoppelte Strahl der BEC-Abbildung wird so in die Kammer eingestrahlt, dass er nun horizontal an den Ioffedrähten vorbei die Atome anleuchtet, den Einkoppelspiegel des Resonators trifft und an ihm, unter einem Winkel von  $5^\circ$  zum Lot des Spiegels, senkrecht reflektiert wird. Er tritt anschließend

nach oben versetzt zum eingekoppelten Strahl aus der Kammer und wird von einer achromatischen Linse der Brennweite 200 mm fokussiert. Der Durchmesser der Linse beträgt 50 mm und die numerische Apertur  $NA = 0.083$ . Damit kann ein theoretisches Auflösungsvermögen von  $d_{\min} = \lambda/NA = 9.4 \mu\text{m}$  und eine Tiefenschärfe von  $d_{\min} = \lambda/NA^2 = 113 \mu\text{m}$  erreicht werden. Konzipiert wurde der Aufbau ursprünglich für eine 2:1-Vergrößerung. Da der planare Einkoppelspiegel des früheren Resonators experimentell gegen einen gekrümmten Spiegel mit  $R=100\text{mm}$  ausgetauscht wurde, änderte sich aus Platzgründen auch die Abbildung. Unter Hinzunahme einer weiteren sphärischen Linse wurde eine 1:1-Abbildung konzipiert, so dass auch ein besserer Überblick über die Position der Atome herbeigeführt werden konnte, dies allerdings auf Kosten des Auflösungsvermögens und der Tiefenschärfe.

Die Abbildung beruht auf der Darstellung des Schattenbildes der ultrakalten Atome. Die Atome werden mit dem resonanten Licht des Abbildungslasers bestrahlt. Sie absorbieren das Licht und emittieren es in alle Raumrichtungen wieder. Das absorbierte Licht fehlt aber nun auf der CCD-Kamera. Das Intensitätsprofil ist gegeben durch

$$I(x, y) = I_0(x, y) \exp\left(-\sigma \int \varrho(x, y, z) dz\right), \quad (4.7)$$

wobei  $\sigma$  der Wirkungsquerschnitt der Atome für linear polarisiertes Licht ist. Bei bekannter Intensitätsverteilung  $I_0(x, y)$  ohne Atome und  $I(x, y)$  mit Atomen lässt sich die Atomzahl bestimmen:

$$N = \frac{1}{\sigma} \iint \ln \frac{I(x, y)}{I_0(x, y)} dx dy. \quad (4.8)$$

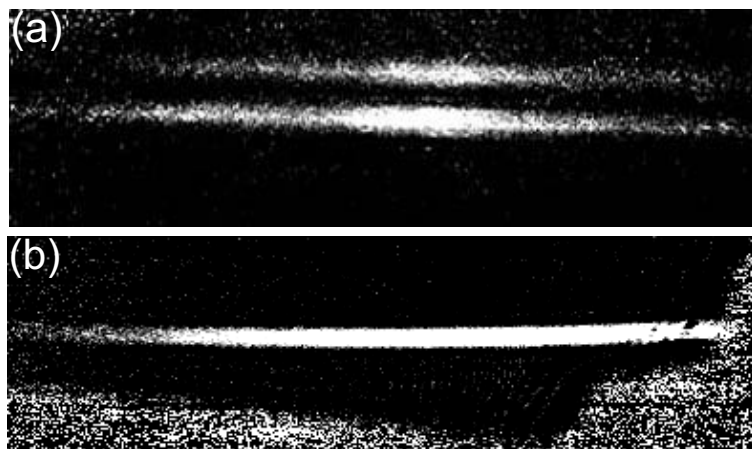
Zur Temperaturbestimmung wird die magnetische Falle, in der die Atome sitzen, ausgeschaltet. Nach einer variablen Zeit wird der Abbildungslaser eingestrahlt, um damit ein Bild von den Atomen aufzunehmen. Während dieser Zeit  $t$  fällt die Atomwolke gravitationsbedingt nach unten und expandiert bei thermischer geschwindigkeits- und gaußscher Dichteverteilung nach

$$r(t) = \sqrt{r(0)^2 + \frac{2k_B T}{m} t^2}, \quad (4.9)$$

wobei  $r(0)$  die anfängliche  $1/e$ -Breite der Wolke und  $r(t)$  die Ausdehnung nach der Zeit  $t$  ist.

## 4.9 Verschiebung der Atome in die Resonatormode

Nach dem Evaporieren muss die Atomwolke an die Position der Resonatormode geschoben werden. Die Verschiebung der Ioffefalle geschieht durch asymmetrische Änderung der Ströme in den Quadrupolspulen. Wann die Position der Mode erreicht

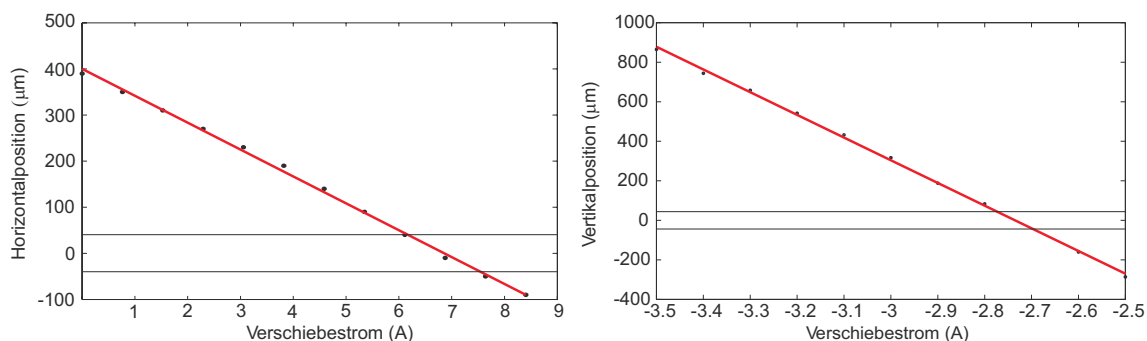


**Abbildung 4.18:** Aufnahmen der gefangenen Atome in der Laufwellendipolfalle mit der CCD-Kamera. In (a) sind die Atome in der  $TEM_{11}$ -Mode, in (b) in der  $TEM_{00}$ -Mode eingeschlossen.

ist, sieht man bei Einstrahlung von nahresonantem Licht an der Abnahme der Atomzahl [Bux07b]. Es ist auch möglich, die Atome im Dipolpotential des Lichtfeldes zu fangen.

Die Atomwolke breitet sich dann entlang des Strahls aus und erscheint als Linie (siehe Abb.4.18). Es hat sich gezeigt, dass die Atome etwa  $940\ \mu\text{m}$  vertikal nach unten verschoben werden müssen, damit sie im Modenvolumen der  $TEM_{00}$  positioniert sind. Dazu muss der Strom der unteren Fallenspule von  $-3.5\ \text{A}$  auf  $-2.735\ \text{A}$  reduziert werden. Damit die Atome sich während des Transfers nicht zu schnell beschleunigt werden, wird der Strom in der Form eines Sinusquadrats geändert. Die Transferzeit beträgt dabei  $20\ \text{ms}$ .

Im Experiment zeigte sich jedoch, dass eine Verschiebung in vertikaler Richtung



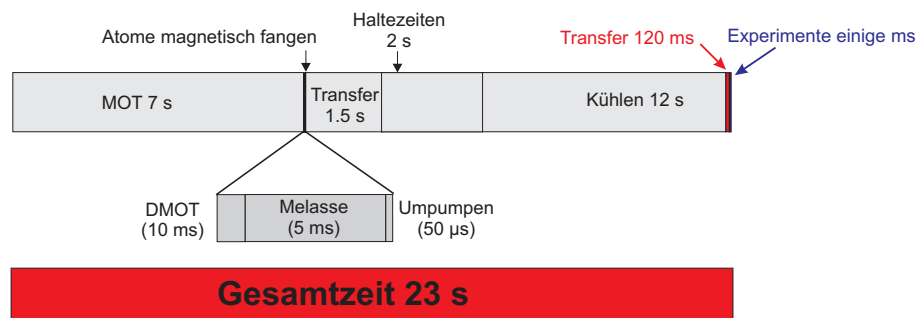
**Abbildung 4.19:** Versatz der Atome in vertikaler und horizontaler Richtung durch Variation der Spulenströme, um sie an die Position der Resonatormode zu transferieren. Die beiden Balken geben die Position der Mode an.



nicht ausreicht, da zusätzlich noch ein horizontaler Versatz zwischen Mode und Ioffefalle besteht. Um diesen auszugleichen, wird ein Strom von 6.7 A (Stromquelle: Agilent Technologies N5766 A) an die äußeren Kompensationspulen angelegt. Dadurch wird ein homogenes Magnetfeld erzeugt, das die Atome etwa  $400\ \mu\text{m}$  verschiebt. Dieses Kompensationsspulenpaar ist außerhalb der Kammer senkrecht zur Resonatorachse angebracht. Die Windungzahl beträgt 20 und der Radius 190 mm (entsprechend des anderen äußeren Spulenpaares - siehe Abschnitt 4.6). Der Abstand zum Quadrupolminimum ist dabei für beide Spulen 110 mm. In Abb. 4.19 ist die Änderung der Atomposition bei Variation des Stroms in den jeweiligen Spulen zum Verschieben der Atomwolke in die  $\text{TEM}_{00}$ -Mode dargestellt.

## 4.10 Experimentzyklus

In Abb. 4.20 ist die zeitliche Abfolge der einzelnen Schritte eines Experimentierzyklus zusammenfassend dargestellt.



**Abbildung 4.20:** Experimentzyklus. Nach der MOT-Phase schließt sich eine nur wenige Millisekunden dauernde DMOT- und Melasse-Phase an. Anschließend werden die Atome durch Umpumpen in den Hyperfeinzustand  $|2, 2\rangle$  überführt. Nach dem magnetischen Fangen müssen die Atome für den Transfer in die zweite Quadrupolspule an die richtige Position gebracht werden. Dieser Prozess dauert 2 s. Danach werden die Atome transferiert, vorgekühlt und in die Ioffefalle geladen, wo weiter evaporativ gekühlt wird. Das Verschieben in die Mode des Resonators nimmt etwa 120 ms in Anspruch. Die eigentlichen Experimente dauern dagegen nur wenige Millisekunden.



# 5 Experimentelle Überprüfung mit kalten Atomen

Nach der Darstellung der zugrundeliegenden Theorie der Wechselwirkung zwischen ultrakalten Atomen mit Lichtfeldern, des experimentellen Aufbaus und der Beschreibung der Funktionsweise der Zweimodenstabilisierung, widmet sich dieses Kapitel den Experimenten und den dabei gemessenen Daten. Dabei werden zunächst die Messungen unter verschiedenen Bedingungen präsentiert und anschließend diskutiert. Dazu erfolgt ein Vergleich mit den in Kapitel 1 gemachten Vorhersagen über das Verhalten der Probmodenleistung.

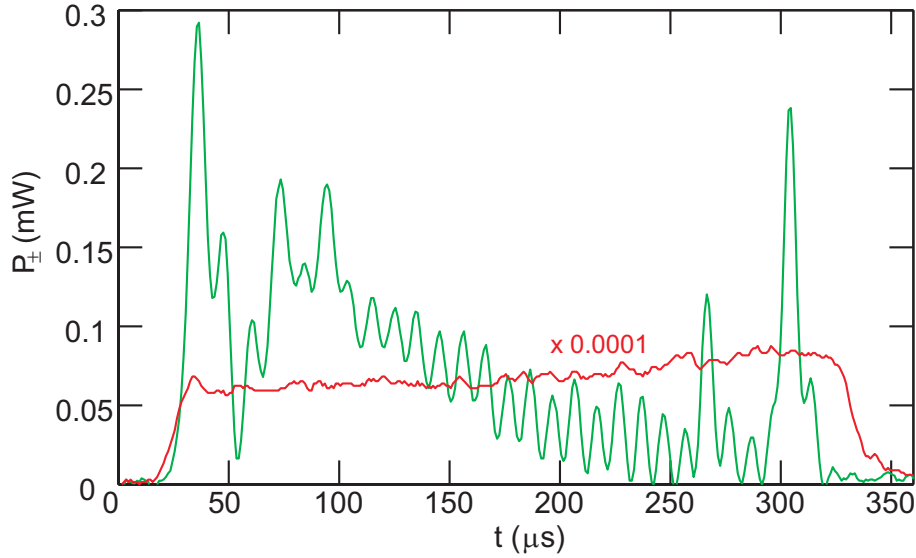
## 5.1 Resonante Stabilisierung

Mit einem in [Sla07c] beschriebenen Verfahren wurde die Funktionsfähigkeit der Versuchsanlage überprüft. Dazu wurde mit dem Piezoelement des TiSas, das normalerweise langsame Störungen ausregelt, eine Frequenzrampe über die Resonatorresonanz gefahren. Läuft der Laser in die Resonanz des Resonators, greift die schnelle Regelung der PDH über das AOM. Der Laser ist so lange auf dem Resonator stabilisiert, wie der schnelle Teil der PDH dem langsamen entgegen wirken kann. Läuft der Laser schließlich aus der Resonanz, sinkt die Leistung der Pumpmode abrupt. Anders als bei dem damaligen Experiment von [Sla07c], bei dem eine konstante Pumpdauer angestrebt wurde, variiert die Zeitdauer mit jedem Experimentdurchlauf auch um einige 100  $\mu\text{s}$ .

Eine der so durchgeführten Messungen ist in Abb. 5.1 zu sehen. Die rote Kurve stellt das Pumplicht dar, während die blaue die Probmode wiedergibt. Die Leistung in der Probmode ist um ein Vielfaches kleiner als die der Pumpmode, weshalb das Signal auch mit einem Transimpedanzverstärker um einen Faktor  $10^3$  verstärkt wird. Die hier verwendete Pumpleistung beträgt etwa 2 W. Die Einschaltdauer ist mit 300  $\mu\text{s}$  wesentlich länger als bei früheren Experimenten.

Die Leistung in der Pumpmode steigt nicht instantan auf den Maximalwert, sondern benötigt etwa 20  $\mu\text{s}$ , um diesen zu erreichen. Danach sinkt die Leistung wieder leicht, das auf Resonatordriften aufgrund thermischer Ausdehnung des Resonators zurückzuführen ist. Nach etwa 330  $\mu\text{s}$  bricht die Stabilisierung zusammen und das Lichtfeld zerfällt exponentiell innerhalb der Resonatorlebensdauer (7  $\mu\text{s}$ ).

Das Signal der Probmode ist charakteristisch für den CARL-Effekt (siehe Abb. 2.1). Die Leistung steigt sehr schnell exponentiell an, um dann plötzlich wieder einzubrechen. Maxima und Minima wechseln sich periodisch ab, während die Höhe der Maxima langsam abnimmt. Die Höhe des ersten Maximums ist von verschiedenen



**Abbildung 5.1:** Pumplicht (rot) und Problicht (grün) des einseitig gepumpten Resonators bei Anwesenheit von Atomen ( $N = 10^6$ ) mit einer Temperatur von  $3 \mu\text{K}$  ( $\lambda = 797.17 \text{ nm}$ ,  $P_+ = 0.6 \text{ W}$ )

Parametern ( $\lambda$ ,  $N$ ,  $P_+$ ) abhängig. Der exponentielle Anstieg ist direkt vom CARL-Gain (2.21) bestimmt.

## 5.2 Verstimmter Resonator

### 5.2.1 Konstante Verstimmung

Wie in dem vorangegangenen Kapitel 4 erläutert, werden die Atome oberhalb der Resonatormode gekühlt und anschließend in vertikaler Richtung in den Resonator durch Variation des Spulenstroms der unteren Quadrupolspule geschoben. In horizontaler Richtung wird der Strom in den Kompensationsspulen verändert. Während dieser Zeit wird der TiSa-Laser durch Anregung der  $\text{TEM}_{11}$ -Mode auf den Resonator stabilisiert. Bezüglich dieser Mode wird ein Teil des TiSa-Lichts frequenzverschoben, um als  $\text{TEM}_{00}$ -Pumpmode zu dienen. Die Radiofrequenz für den Betrieb des AOMs für die Frequenzverschiebung des Strahls, wird von einem Synthesizer zur Verfügung gestellt. Es ist derselbe, der auch die Mikrowellenfrequenzen an die Antenne zum evaporativen Kühlen liefert. Um zwischen äußerer Mikrowellenantenne und AOM schalten zu können, wird eine Frequenzweiche (MSP2TA-18, Mini-Circuits) verwendet. Das Umschalten, das während des Transfers in die Mode vorgenommen wird, dauert etwa 20 ms.

Bevor die Atome in den Resonator geschoben werden, muss zunächst eine Kalibrierung der AOM-Steuerspannung zur Resonatorfrequenz durchgeführt werden. Es

wurde festgestellt, dass sich diese im Laufe der Zeit um mehrere 10 kHz verschiebt. Die Ursache hierfür ist unbekannt, zumal die Drift nicht in eine Richtung läuft, sondern auch wieder zurückläuft. Wahrscheinlich sind minimale Spiegeländerungen aufgrund von Temperatureffekten die Ursache für die Verschiebung.

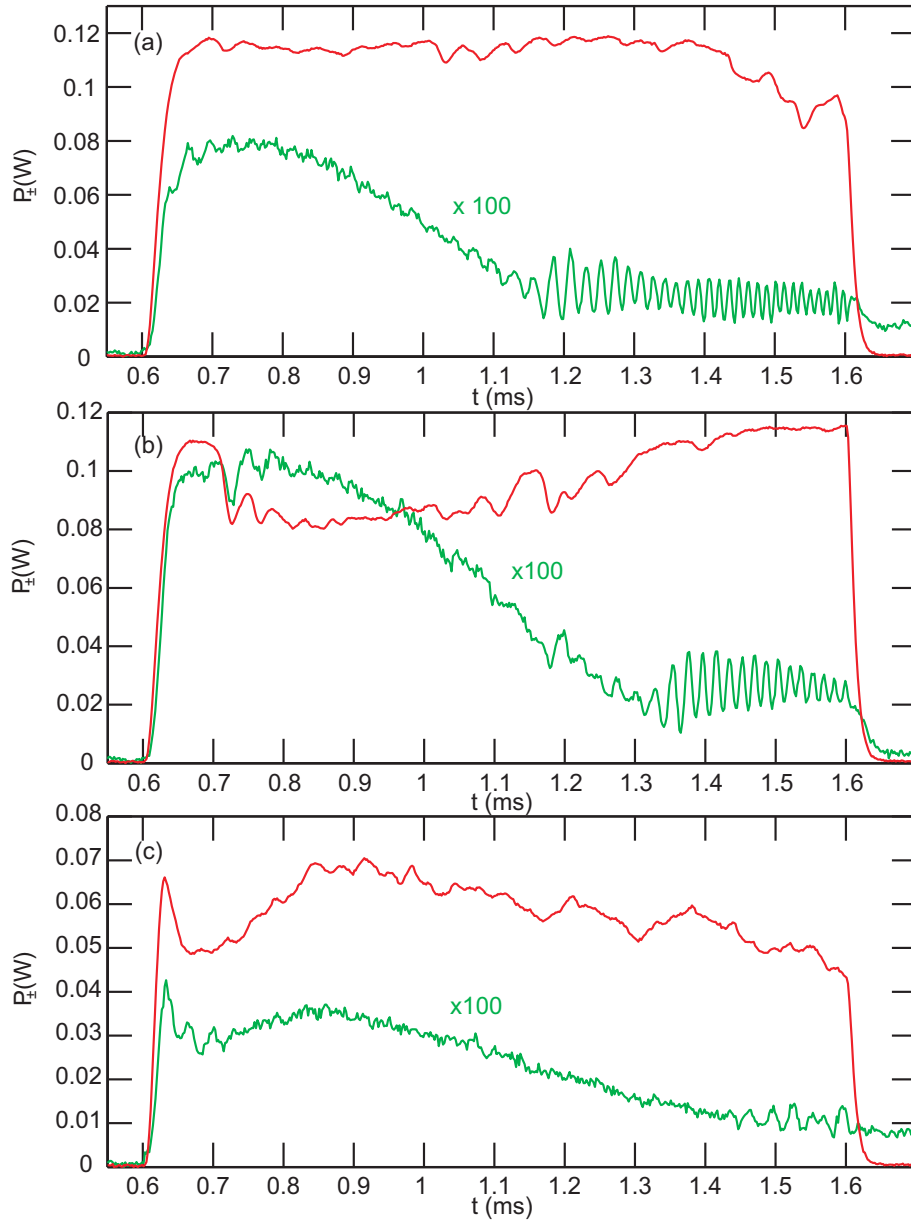
Um den Frequenzunterschied festzustellen, wird der Synthesizer um mehrere 100 kHz um eine vermutete Resonanzfrequenz der  $TEM_{00}$  durchgefahren. Mit der Pumpfotodiode wird dann die Transmissionskurve der  $TEM_{00}$  detektiert. Durch Einschränkung des Rampenbereichs lässt sich die genaue Resonanzfrequenz feststellen. Ist die Abweichung zu groß, als dass sie mit dem Frequenzrampe erreicht werden kann (der maximale Frequenzbereich beträgt 200 kHz bei einer Zentralfrequenz von ca. 80 MHz), muss zuerst die Resonanzfrequenz über die maximale Leistung der Pumpmode mit der CCD-Kamera ermittelt werden.

Der Strahl der  $TEM_{00}$ -Mode wird erst eingeschaltet, wenn die Atome in der Mitte der  $TEM_{11}$ -Mode positioniert sind, um Streuverluste durch die  $TEM_{00}$ -Mode zu minimieren (siehe Abschnitt 3.6). Die Einschaltzeit der Pumpmode ist begrenzt durch die interne Schaltdauer des Synthesizers. Sie beträgt mehrere Millisekunden. Um kürzere Einschaltzeiten zu gewährleisten, wurde ein Switch zwischen Weiche und AOM geschaltet. Dieser Switch (ZMSW-1211, Mini-Circuits) ermöglicht Einstrahlzeiten von unter 100  $\mu$ s.<sup>1</sup>

In Abb. 5.2 sind Messungen dargestellt, in denen der Resonator zum ersten Mal verstimmt zur Resonatorresonanz über einen Zeitraum von 1 ms gepumpt wird. Zeitliche Temperaturdriften führen dazu, dass die Pumpleistung nicht über die gesamte Zeit konstant ist. In allen Messungen steigt die Leistung in der Pumpmode in etwa 40  $\mu$ s auf ihren Maximalwert an, die Leistung der Probmode folgt etwas später. Beim Ausschalten beobachtet man das gleiche verzögerte Verhalten wie schon beim frei laufenden CARL (siehe Abb. 5.1). Das Probmodensignal steigt zunächst an, dann, jedoch sinkt die Leistung und später tritt die bekannte CARL-Oszillation auf. Man sieht hier, wie sich die beiden Rückstreumechanismen ( Spiegelstreuung und Rückstreuung durch die Atome) gegenseitig beeinflussen. Die Oszillation setzt bei dem verstimmtten Resonator (Abb. 5.2.b-c) später ein als beim resonanten Resonator (Abb. 5.2.a).

Die Erklärung für das hier beobachtete verzögerte Einsetzen der CARL-Oszillation könnte an der Größe der Kopplungsstärken  $U_s$  und an ihrem Einfluss auf die CARL-Dynamik liegen. Die Spiegelstreuung kann bei kleiner Kopplungsstärke  $U_s < NU_0$  den CARL-Effekt initialisieren [Sla07c, Cub04], indem sie die Atome durch die mit dem Pumplichtfeld erzeugte Stehwelle strukturiert. Der Ordnungsparameter  $b$  steigt demnach zunächst. Anschließend müssen die Atome, damit der CARL-Effekt beginnt, das ruhende Stehwellenpotential überwinden. Wenn die Spiegelstreuung sehr klein ist, stellt das für die Atome kein Problem dar und der CARL-Effekt kommt

<sup>1</sup>Die minimale Einstrahlzeit ist durch die Dauer des Füllens des Resonators begrenzt.



**Abbildung 5.2:** Verhalten von Pump (rot) - und Problicht (grün) beim einseitigen Pumpen des Resonators für eine Zeitdauer von 1 ms bei unterschiedlichen Resonatorverstimmungen  $\Delta_c$ . So ist für (a)  $\Delta_c = 0$ , für (b)  $\Delta_c = 2\pi \times 3$  kHz, für (c)  $\Delta_c = -2\pi \times 6$  kHz. Die Leistung in der Probmode wurde zur besseren Darstellung um einen Faktor 100 erhöht.

schnell in Gang. Ist die Spiegelstreuung so groß, dass  $U_s \approx NU_0$  ist, bewegen sich die Atome nur innerhalb der Potentialtöpfe. Schließlich wird eine weitere Bündelung immer wieder durch die Spiegelstreuung gestört. Dabei wird ihre Bewegung langsam durch die Dämpfung der atomaren Bewegung verringert (siehe Abschnitt 2.5). Die Bündelung und das von den Atomen rückgestreute Licht steigt daraufhin wieder an.

Das dabei von den Atomen rückgestreute Licht interferiert mit dem Licht der Spiegelstreuung destruktiv. Im Probsignal zeigt sich dies im Abfall der Leistung. Durch die Verringerung der Probeleistung nimmt auch die Höhe des Stehwellenpotentials ab und die Atome können das Potential überwinden. Die Ursache für die unterschiedliche Zeitverzögerung hängt mit der Resonatorverstimmung  $\Delta_c$  zusammen, die die Stärke der Dämpfung bestimmt. Für noch größere Verstimnungen im Blauen und im Roten konnte kein CARL-Effekt beobachtet werden.

### 5.2.2 Kontinuierlich variierte Verstimmung

Die indirekte Überprüfung des im Theorieteil behandelten Dämpfungsvorgangs der atomaren Bewegung über das Verhalten des Problichts bei verstimmttem Resonator ist der zentrale Versuch in dieser Arbeit. Das durch die ruhenden Atome entstandene Lichtfeld in der Probmode weist eine Charakteristik auf, die nun experimentell untersucht werden soll.

Bei konstanter Frequenzänderung zur Resonanzresonanz wird die Leistung der Pumpmode und der Probmode in Transmission mit Fotodioden detektiert. Die Leistung des eingekoppelten Lichts  $P_0$  bleibt dabei konstant, während sich die umlaufende Pumpleistung in Form eines Lorentzprofils ändert.

#### Lorentzprofil der Spiegelstreuung im Resonator

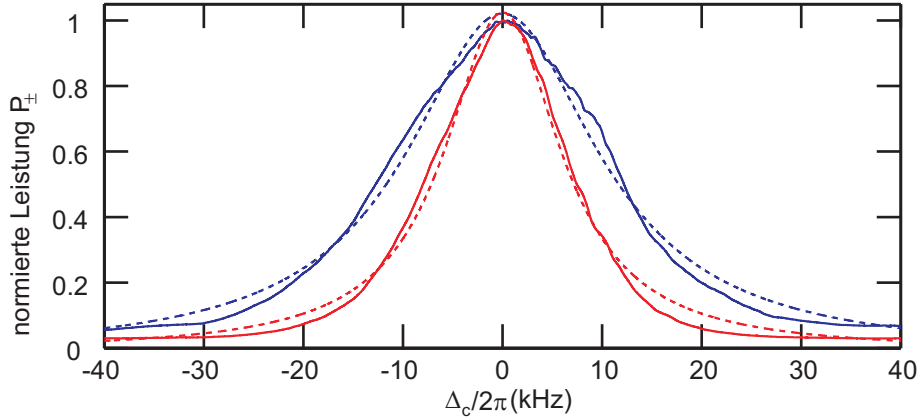
Zunächst werden Messungen des Lorentzprofils der Probmode ohne Spiegelstreuung durchgeführt, um dann diese mit den Lorentzprofilen, bei denen Atome im Resonator sind, vergleichen zu können (siehe Abb. 5.3). Die Pumpleistung beträgt auf Resonanz 300 mW. Die Spiegelstreuung gibt in der Probmode ein ähnliches Leistungsprofil wie die der Pumpmode wieder. Allerdings beträgt die maximale Leistung der Spiegelstreuung auf Resonanz nur wenige Hundertstel der Pumpleistung und die Linienbreite ist schmaler als die der Pumpmode. Tatsache ist, dass sich das Problicht aufgrund der Streuung in die zum Pumplicht entgegengesetzte Richtung verzögert aufbaut. Dies lässt sich direkt aus den CARL-Gleichungen ableiten.

Die CARL-Gleichungen für die Pump- und Probmode des einseitig gepumpten Resonators ohne Atome lauten

$$\dot{\alpha}_+ = -(\kappa - i\Delta_c + iU_s)\alpha_+ - iU_s\alpha_- + \eta_+ \quad (5.1)$$

$$\dot{\alpha}_- = -(\kappa - i\Delta_c + iU_s)\alpha_- - iU_s\alpha_+ \quad (5.2)$$

In (5.1) für das Pumplicht kann der vorletzte Term vernachlässigt werden, da das Problicht  $\alpha_-$  viel kleiner als das Pumplicht  $\alpha_+$  ist. Außerdem wird das Pumplicht als zeitlich konstant angesehen:  $\dot{\alpha}_+ = 0$ . Stellt man diese Gleichung nach  $\alpha_+$  um und quadriert sie, erhält man für die Leistung in Abhängigkeit von der Resonator-



**Abbildung 5.3:** Das Lorentzprofil des leeren Resonators mit Pumplicht (rot) und Problicht (blau). Die volle Linienbreite  $\delta_{FWHM}$  des Pumplichts beträgt in diesem Fall 11.6 kHz und für das Problicht 7.1 kHz. Beide Lorentzkurven (Leistung des Pumplichts viel größer als Problicht) wurden normiert um die Abhängigkeiten besser sichtbar zu machen.

verstimmung das Lorentzprofil

$$|\alpha_+|^2 = \frac{\eta^2}{\kappa^2} \frac{1}{1 + (\Delta_c - U_s)^2/\kappa^2}. \quad (5.3)$$

Das Maximum des Lorentzprofils ist um eine Frequenz  $\Delta_c = U_s$ , die durch die Kopplungsstärke der Spiegelstreuung  $U_s$  gegeben ist, verschoben. Da aber die Kalibrierung der Resonatorverstimmung nach der Position des Maximums der Pumpmode erfolgt, ist die Frequenzverschiebung durch die Spiegelstreuung in der effektiven Resonatorverstimmung  $\Delta'_c = \Delta_c - U_s$  enthalten.

Die Leistung in der Probmode erhält man als stationäre Lösung der Differentialgleichung von (5.2) ( $\dot{\alpha}_- = 0$ ) mit der entsprechenden Ersetzung  $\Delta_c - U_s \rightarrow \Delta'_c$

$$|\alpha_-|^2 = \left(\frac{U_s}{\kappa}\right)^2 \frac{|\alpha_+|^2}{1 + \Delta_c'^2/\kappa^2}. \quad (5.4)$$

Setzt man  $\alpha_+$  in (5.4) ein, erhält man

$$|\alpha_-|^2 = \frac{\eta^2}{\kappa^2} \left(\frac{U_s}{\kappa}\right)^2 \left(\frac{1}{1 + \Delta_c'^2/\kappa^2}\right)^2. \quad (5.5)$$

Dieses Lorentzprofil hat aufgrund des Quadrats eine schmalere Linienbreite als das Lorentzprofil des Pumplichts. Das gleiche Ergebnis erhält man auch aus den nach Real- und Imaginärteil zerlegten CARL-Gleichungen (2.61-2.64). Die daraus abgeleitete Beziehungen (2.77) und (2.76) ergeben im Gleichgewicht und für  $NU_0 = 0$

$$|\alpha_2|^2 = \frac{\eta_1^2}{\kappa^2} \left(\frac{U_s}{\kappa}\right)^2 \sin^2(-\pi/2 + \arctan(\Delta_c'/\kappa)) \frac{1}{1 + \Delta_c'^2/\kappa^2} \quad (5.6)$$

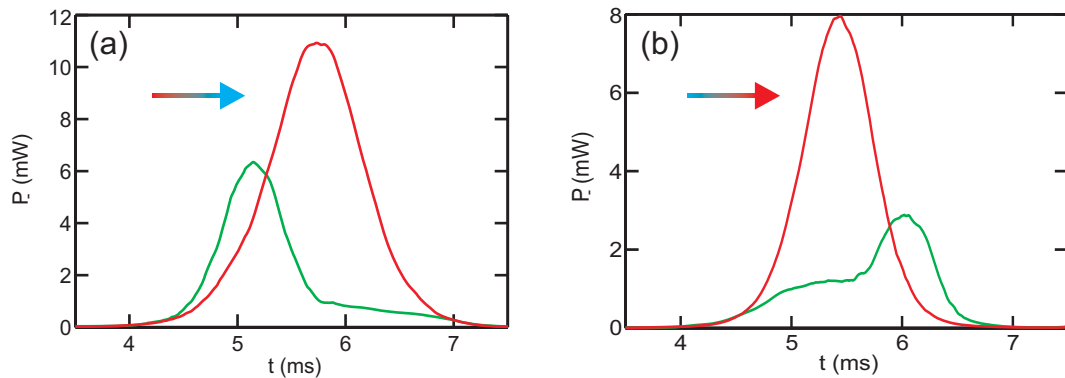
$$= |\alpha_-|^2 = \frac{\eta^2}{\kappa^2} \left(\frac{U_s}{\kappa}\right)^2 \left(\frac{1}{1 + \Delta_c'^2/\kappa^2}\right)^2 \quad (5.7)$$



Die Äquivalenz zeigt die Konsistenz der verwendeten Gleichungen. Im Folgenden wird auf die spezielle Kennzeichnung  $\Delta'_c$  der effektiven Verstimmung verzichtet und stattdessen die frühere Notation  $\Delta_c$  verwendet, in der die Verschiebung  $U_0$  enthalten ist.

### Lorentzprofil mit Atomen

Werden nun Atome in den Resonator geladen, verändert sich das Aussehen des rückgestreuten Lorentzprofils in Abhängigkeit von der Wellenlänge und der von den Spiegeln rückgestreuten Leistung ohne Atome. Nahe der atomaren Resonanz beobachtet man bei nicht zu starker Spiegelstreuung eine Unterdrückung der Spiegelstreuung (Problicht ohne Atome) bei positiver (blauer) Resonatorverstimmung. Es ist hier unerheblich, in welcher Richtung die Frequenz über die Resonatorresonanz geändert wird (Abb. 5.4). Dadurch wird deutlich, dass es sich bei dem Effekt nicht um ein Artefakt der linearen Frequenzverstimmung handelt. Die Unterdrückung der Probmode ist immer im Blauen zu beobachten.

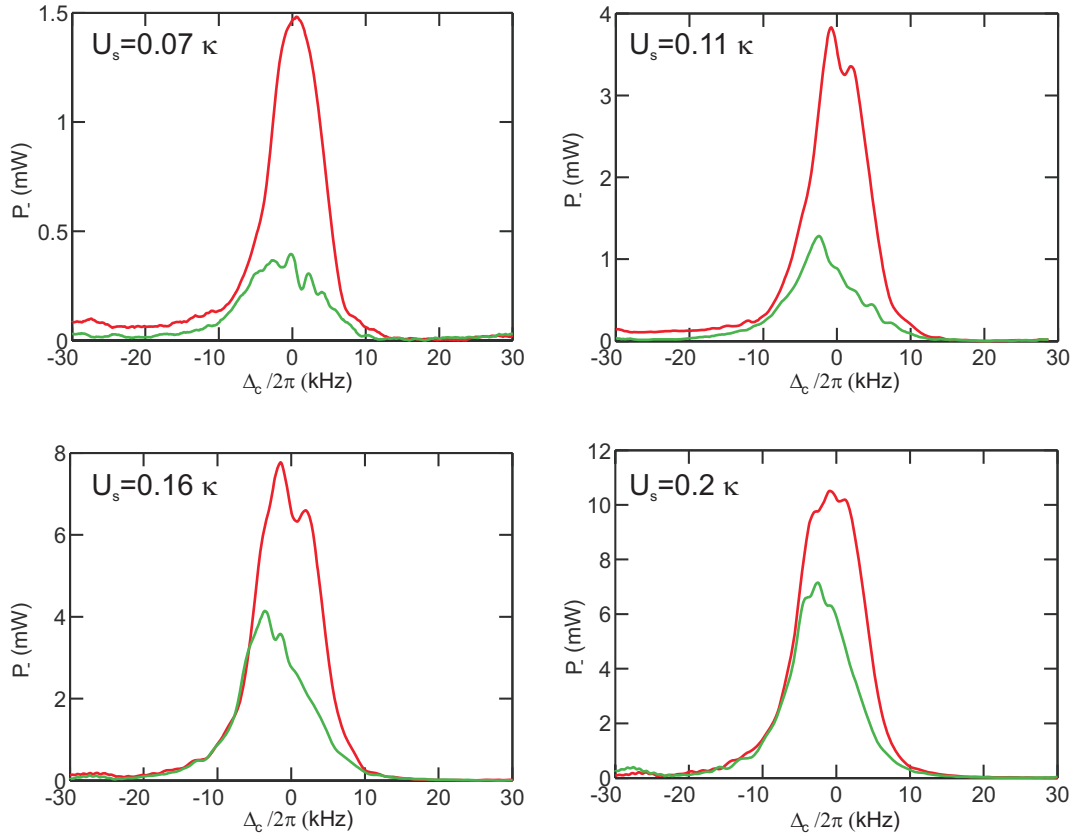


**Abbildung 5.4:** Frequenzrampe über die Resonanz innerhalb von 5 ms von roter nach blauer Resonatorverstimmung (a) und von blauer nach roter Resonatorverstimmung (b). Dargestellt ist das Lorentzprofil der Probmode ohne Atome (rot) und mit Atomen (grün)

Diese Messung bestätigt den in der Theorie vorhergesagten Effekt, dass die Atome einen starken Einfluss auf das Lorentzprofil des rückgestreuten Lichtfeldes der Probmode haben. Das gemessene Profil stimmt qualitativ mit dem theoretisch erwarteten der ruhenden Atome überein.

Die im Modell gezeigten Abhängigkeiten des Problichts von den Kopplungsstärken  $NU_0$  und  $U_s$  werden nun im Folgenden überprüft. Dazu wird die Pumpleistung und die atomare Verstimmung  $\Delta_a$  verändert.

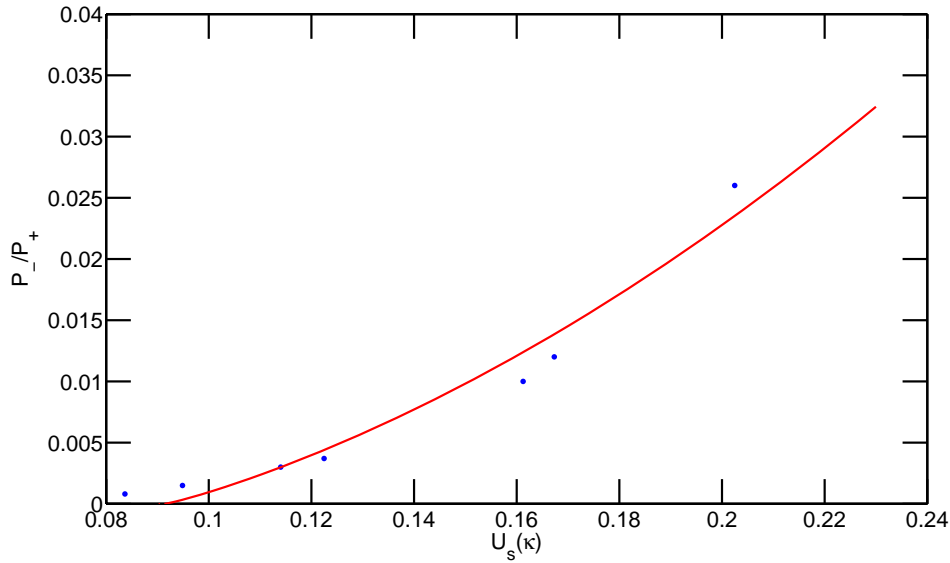
**Variation der Spiegelstreuung:** Die Leistungsabhängigkeit der Unterdrückung lässt sich über die unterschiedlichen Abhängigkeiten der Kopplung von Pumpmode



**Abbildung 5.5:** Relative Unterdrückung der Rückwärtsmode bei Änderung der Resonatorverstimmung  $\Delta_c$  mit (grün) und ohne Atomen (rot) bei konstanter atomarer Verstimmung ( $\Delta_a = -2\pi \times 1.22$  THz) und bei verschiedenen Spiegelstreuungsleistungen. Die außerhalb des Resonators gemessene Atomzahl beträgt  $N = 2 - 3 \cdot 10^5$ .

und Probmode durch die Spiegel  $U_s$  bzw. der Atome  $U_0$  erklären. Die Kopplungsstärke der Spiegelstreuung ist nach (2.56) bestimmt durch das Verhältnis aus Pumpleistung und rückgestreuter Leistung ohne Atome.

Dagegen ist die Kopplungsstärke des Umstreuungsprozesses durch die Atome unabhängig von der Pumpleistung. Sie ist im Wesentlichen durch Resonatorparameter, die atomare Verstimmung  $\Delta_a$  und die Atomzahl  $N$  bestimmt (siehe (2.24)). Bei konstanter atomarer Verstimmung,  $U_0$  ist demnach ebenfalls konstant, beobachtet man abhängig von der Pumpleistung verschieden starke Leistungsunterdrückungen in der Probmode. In Abb. 5.5 werden einige gemessene Probmodensignale mit und ohne Atome bei konstanter Pumpwellenlänge präsentiert. Für hohe Spiegelstreuung, große  $U_s$  ist keine Unterdrückung in der Probmodenleistung bei Anwesenheit von Atomen zu beobachten. Für den Punkt  $\Delta_c = 0$  kann das Verhältnis  $P_-/P_+$  zwischen unterdrückter Leistung und Pumpleistung in Abhängigkeit von  $U_s$  angegeben werden.



**Abbildung 5.6:** Darstellung des Verhältnisses von Probmodenleistung mit Atomen zu Pumpleistung an der Stelle  $\Delta_c = 0$  in Abhängigkeit zur Kopplungsstärke  $U_s$ . Die Fitfunktion  $y = ax^2 - c - 2c\sqrt{x^2 - c}$  wurde mit den Parametern  $a = 0.78$  und  $c = 0.0063$  angepasst.

Der Zusammenhang ergibt sich aus (2.76) und (2.72). Für  $\Delta_c = 0$  gilt dann

$$\Delta\phi_0 = \arccos\left(\frac{-NU_0/U_s}{\sqrt{1 + (-NU_0)^2/\kappa^2}}\right) + \arctan\left(\frac{-NU_0}{\kappa}\right). \quad (5.8)$$

Da  $NU_0$  sehr klein ist, kann der Nenner des Arkuskosinus vernachlässigt werden. Für den Arkustangens wird die Näherung  $\arctan\left(\frac{-NU_0}{\kappa}\right) \approx \frac{-NU_0}{\kappa}$  verwendet. Eingesetzt in (2.76) erhält man

$$\frac{P_-}{P_+} = \left|\frac{\alpha_2}{\alpha_1}\right|^2 = \left(\frac{U_s}{\kappa}\right)^2 \sin^2\left(\arccos\left(\frac{-NU_0}{U_s}\right) + \frac{NU_0}{\kappa}\right). \quad (5.9)$$

Daraus ergibt sich unter Verwendung von  $\sin\left(\frac{NU_0}{\kappa}\right) \approx \frac{NU_0}{\kappa}$  und  $\cos\left(\frac{NU_0}{\kappa}\right) \approx 1$

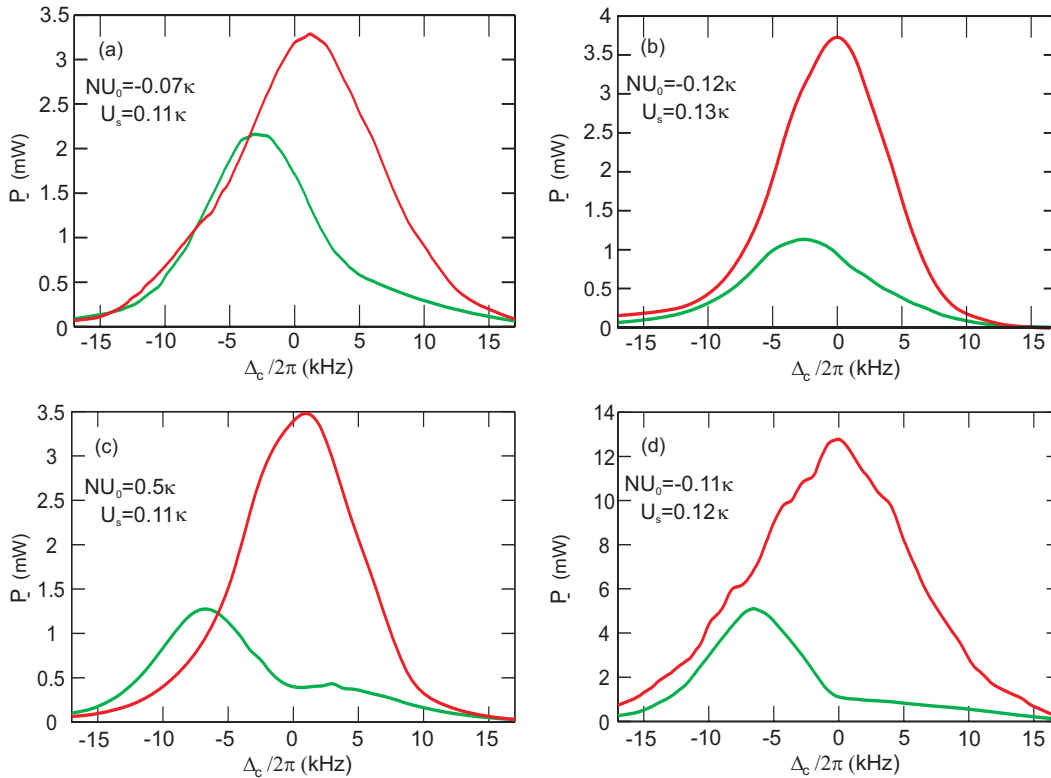
$$\frac{P_-}{P_+} = \left|\frac{\alpha_2}{\alpha_1}\right|^2 = \left(\frac{U_s}{\kappa}\right)^2 \left(\sqrt{1 - \left(\frac{-NU_0}{U_s}\right)^2} - \frac{NU_0}{\kappa} \frac{NU_0}{U_s}\right)^2. \quad (5.10)$$

Das Verhältnis der Leistungen in den beiden Moden lautet dann unter Vernachlässigung des quadratischen Anteils von  $\frac{NU_0}{\kappa} \frac{NU_0}{U_s}$ :

$$\frac{P_-}{P_+} = \left(\frac{U_s}{\kappa}\right)^2 - \left(\frac{NU_0}{\kappa}\right)^2 - 2\left(\frac{NU_0}{\kappa}\right)^2 \sqrt{\left(\frac{U_s}{\kappa}\right)^2 - \left(\frac{NU_0}{\kappa}\right)^2}. \quad (5.11)$$

Es besteht demnach ein quadratischer Zusammenhang zwischen  $P_-/P_+$  und  $U_s$ . Der Vergleich mit der graphischen Darstellung (siehe Abb. 5.6) offenbart einen Unterschied im Vorfaktor des quadratischen Terms. Im Experiment beträgt er 0.78, während er theoretisch 1 sein sollte. Als weiteren Fitparameter erhält man  $(NU_0/\kappa)^2 = 0.0063$ . Die Kopplungsstärke,  $NU_0 = 0.08 \kappa$ , stimmt mit dem erwarteten für  $N = 6 \cdot 10^4$  überein. Im Rahmen der experimentellen Schwankungen und der durchgeführten Näherungen bestätigt die theoretische Vorhersage die Experimente. Allerdings muss berücksichtigt werden, dass die verwendeten Gleichungen nur im Gleichgewicht gelten. Für Werte von  $NU_0$ , die größer als  $U_s$  sind, kann (5.8) nicht mehr verwendet werden.

**Variation der atomaren Verstimmung:** Des Weiteren beobachtet man eine Unterdrückung abhängig von der atomaren Verstimmung  $\Delta_a$ . In Abb. 5.7 sind meh-

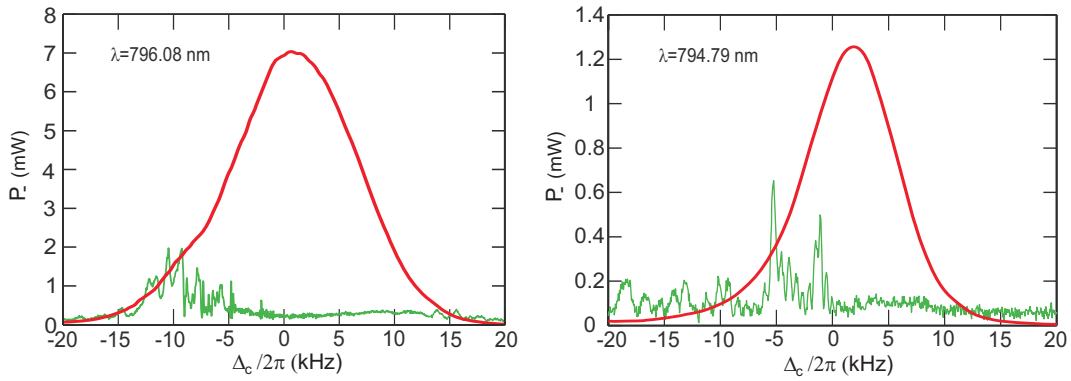


**Abbildung 5.7:** Gemessene Probmodensignale bei Änderung der Resonatorverstimmung  $\Delta_c$  mit (grün) und ohne Atome (rot) bei konstanter Spiegelstreuung unter Variation der atomaren Verstimmung  $\Delta_a$  für  $N = 10^5$  Atome.

rere Probmodensignale dargestellt, die bei unterschiedlichen atomaren Verstimmungen aufgenommen wurden. Da die Leistung der Spiegelstreuung abhängig von der Wellenlänge des eingestrahlten Lichts ist, ist es schwierig mehrere Probmoden mit

gleicher Spiegelstreuungsleistung zu finden. Der Unterschied in der Probmodenleistung in Abb. 5.7 ist nicht sehr groß, so dass der hauptsächliche Effekt der Probmodenunterdrückung bei Anwesenheit der Atome die von der atomaren Verstimmung  $\Delta_a$  abhängige Kopplungsstärke  $NU_0$  ist. Die Zahl der gebündelten Atome in der Mode kann nicht direkt bestimmt werden.

Außerhalb des Resonators beträgt die Atomzahl etwa  $2 - 5 \cdot 10^5$ . Es gibt experimentelle Gründe, die die Zahl der gebündelten Atome im Resonator kleiner sein lässt als die der Atome vor dem Transfer in die Mode. Während des Transfers durch die Intensitätsmaxima der  $TEM_{11}$ -Mode geht mindestens ein Anteil im einstelligen Prozentbereich an Atomen durch Photonenstreuung verloren (siehe Abschnitt 3.6). Dieser Anteil kann sich erhöhen, wenn der Transfer nicht optimal an die Geometrie der Mode angepasst ist. Die Temperatur der Atomwolke lag in allen Fällen in dem Bereich zwischen  $1 \mu\text{K}$  und  $5 \mu\text{K}$ . Dabei wurden keine Unterschiede in der Stärke der Unterdrückung festgestellt. Da die Wolke evaporativ gekühlt wird, ist die Zahl der Atome und die Ausdehnung der Wolke bei höheren Temperaturen auch größer. Dadurch ist der Überlapp zwischen Atomwolke und Intensitätsmaxima der  $TEM_{11}$  größer und die effektive Atomzahl sinkt, so dass für die verwendeten Temperaturen näherungsweise die gleiche Zahl an Atomen in die Pumpmode geladen werden. Für die in Abb. 5.7 gezeigten Messungen wird eine Atomzahl von  $10^5$  in der Mode angenommen. In einigen Fällen, wenn die atomare Verstimmung nahe der D1-Linie



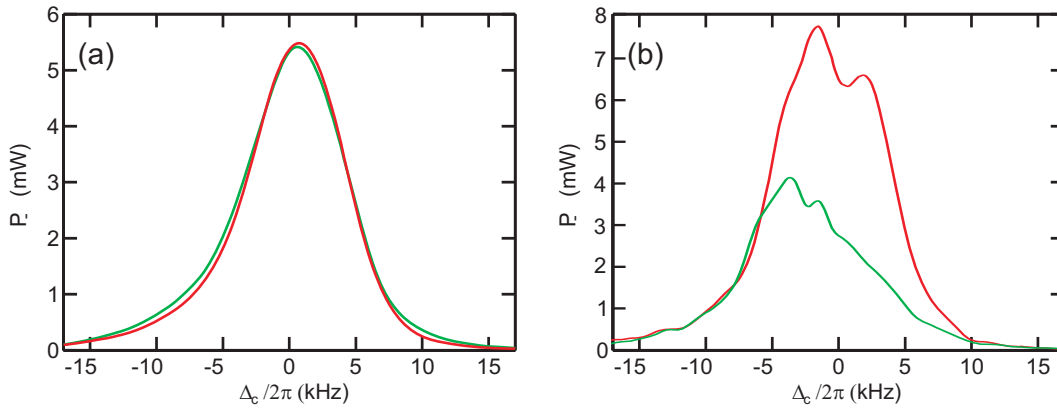
**Abbildung 5.8:** Gemessenes Probmodensignal bei Änderung der Resonatorverstimmung  $\Delta_c$ . Die atomare Verstimmung beträgt bei der linken Abbildung  $\Delta_a = 2\pi \times 90 \text{ GHz}$ , bei dem rechten  $\Delta_a = -2\pi \times 0.5 \text{ THz}$ . Bei diesen Verstimmungen ist die Spiegelstreuung fast vollständig ausgelöscht und der CARL-Effekt dominiert in diesem Fall.

( $794.98 \text{ nm}$ ) ist, können sogar die charakteristischen Peaks des CARL-Effekts ausgemacht werden (siehe Abb. 5.8), ein Zeichen, dass in diesen Fällen die Rückstreuung der Atome größer ist als die der Spiegel:  $NU_0 > U_s$ . Die Spiegelstreuung wird dabei fast komplett unterdrückt.

Die Abb. 5.8 zeigt die charakteristischen Peaks des CARL-Effekts beim Durchfahren der Verstimmung über die Resonatorresonanz. Interessanterweise scheint der

CARL nicht kontinuierlich abzulaufen. Er wird immer wieder kurz unterbrochen, um für größere positive Verstimmung komplett zum Erliegen zu kommen. Für  $\lambda = 794.79$  nm ist über die gesamte Linienbreite des Resonators vollständige Auslöschung/Unterdrückung zu sehen ( $NU_0 = 2\kappa$  mit  $N = 1 \cdot 10^5$  Atomen,  $U_s = 0.07\kappa$ ). Die Auslöschung der Probmodenleistung ist für  $\lambda = 796.08$  nm nicht so stark. Besonders am Anfang, für negative Resonatorverstimmung, befindet sich noch ein wenig Leistung aus der Spiegelstreuung in der Probmode. Für diese atomare Verstimmung ist  $NU_0$  ebenfalls größer als  $U_s$ , so dass der CARL-Effekt auftreten kann ( $NU_0 = 0.3\kappa$  mit  $N = 1 \cdot 10^5$  Atomen,  $U_s = 0.13\kappa$ ). Aber er dominiert noch nicht vollständig, so dass noch eine schwache Spiegelstreuung gemessen werden kann. In Abb. 5.7.c ist  $NU_0$  ebenfalls größer als die Kopplungsstärke  $U_s$ , doch ist hier noch kein CARL-Effekt zu beobachten. Aufgrund der ungenauen Kenntnis der Atomzahl  $N$  ist auch  $NU_0$  nicht genau bestimmt. Die angenommene Atomzahl von  $N = 10^5$  in der Mode ist für blaue atomare Verstimmung (Gründe hierfür, siehe nächsten Abschnitt) nicht gerechtfertigt und viel geringer, so dass das Produkt  $NU_0$  auch hier kleiner als  $U_s$  ist.

Ein weiterer Effekt ist die Asymmetrie der Unterdrückungsstärke um die atomare Resonanz. Die Unterdrückung nimmt bei gleichem Frequenzbetrag für positive Verstimmung viel stärker ab als für negative. Als Beispiel soll hier Abb. 5.9 dienen. Für



**Abbildung 5.9:** Vergleich blauer zu roter Verstimmung bezüglich der atomaren Resonanz  $\Delta_a$ : Probmodensignal bei gleicher Kopplungsstärke  $U_s = 0.16\kappa$ , aber unterschiedlichem  $NU_0$ : Für (a) ist  $\Delta_a = 2\pi \times 0.86$  THz, für (b) ist  $\Delta_a = -2\pi \times 1.37$  THz. Trotz des größeren Verstimmungsbetrages ist in (b) noch immer eine Unterdrückung des Probmodensignals bei Anwesenheit der Atome zu sehen, während in (a) für einen kleineren Verstimmungsbetrag die Leistung in der Probmode unbeeinflusst bleibt.

die abgebildeten Probmodenleistungen ist die Kopplungsstärke der Spiegelstreuung gleich groß. In (a) ist die Pumpfrequenz um 0.86 THz blau zur D1-Linie verschoben. Die Probmodenleistung wird durch die Anwesenheit der Atome nicht beeinflusst. Bei

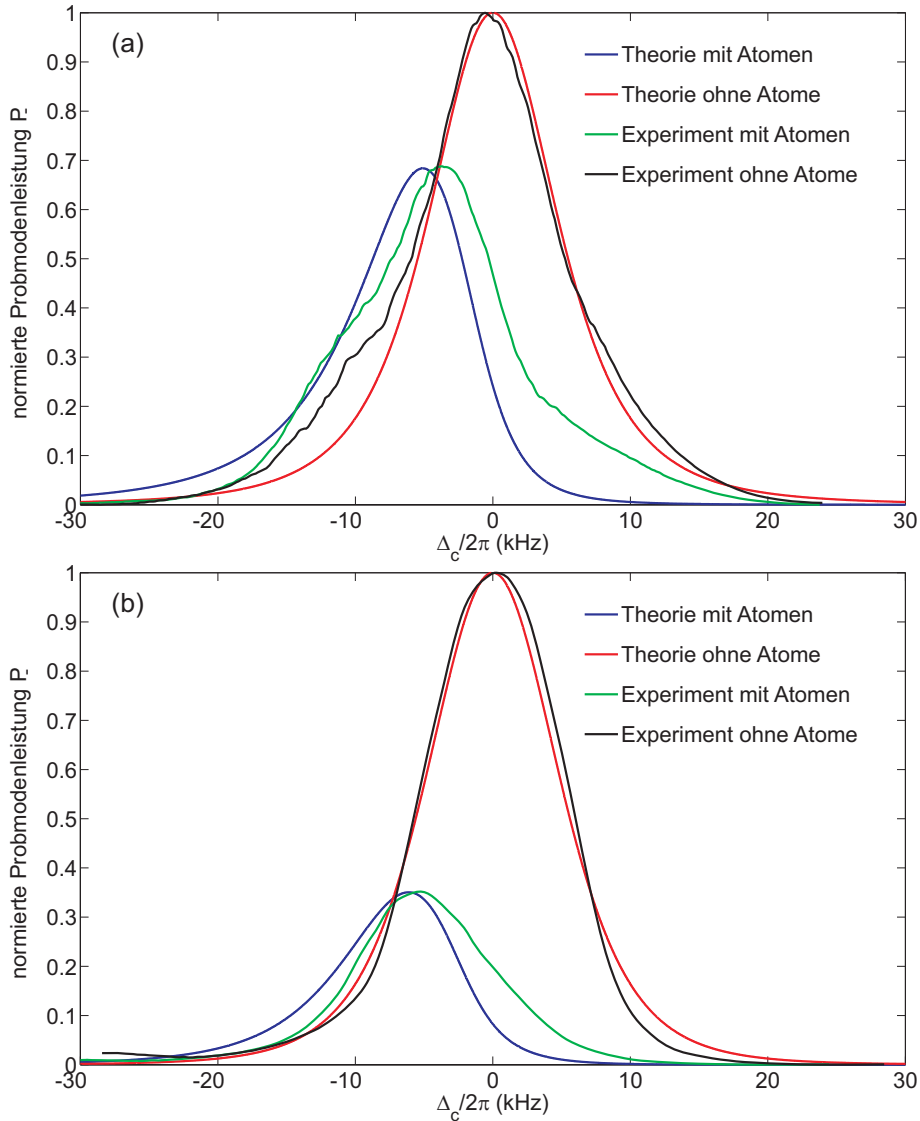
einem viel größeren Frequenzbetrag rot verstimmt zur D1-Linie lässt sich dagegen immer noch eine Unterdrückung feststellen. Ein möglicher Grund für das asymmetrische Verhalten ist die unterschiedlich starke Polarisierbarkeit der Atome bei roter und blauer atomarer Verstimmung gegenüber des D1-Übergangs. Diese entsteht durch den Einfluss von weiteren elektronischen Übergängen. Nur wenige Nanometer von der D1-Linie entfernt befindet sich die viel stärkere D2-Linie. Dadurch ist die Polarisierbarkeit und damit die Dipolkräfte sowie die atomare Rückstreuung bei blauer Verstimmung schwächer als bei gleichem Betrag rot verstimmt zur D1-Resonanz. Das Probsignal zeigt dann das beobachtete Verhalten. Die verwendeten Verstimmungen sind aber so gewählt, dass die Polarisierbarkeit fast gleich groß sind.

Eine andere Erklärung für die Beobachtung ist die variierende Atomzahl in der TEM<sub>00</sub>-Mode bei den verwendeten Pumpwellenlängen. Die Streuverluste sind proportional zum Kehrwert des Quadrats der Verstimmung und damit unabhängig vom Vorzeichen, jedoch sind die Kräfte, die auf die Atome wirken unterschiedlich. So wirkt auf die Atome bei blauer Verstimmung  $\Delta_a > 0$  eine abstoßende Kraft bezüglich der Lichtintensität, während eine anziehende Kraft auf die Atome bei roter Verstimmung  $\Delta_a > 0$  besteht. Beim Einschalten der TEM<sub>00</sub>-Mode werden bei blauer Verstimmung Atome aus der Mode herausgedrängt. Die geringere Atomzahl im Blauen könnte dafür sorgen, dass der Einfluss der Atomstreuung viel kleiner im Verhältnis zur Spiegelstreuung ist, so dass die Unterdrückung schwächer ist als im Roten.

### 5.3 Vergleich der experimentellen Daten mit dem Modell

In Abb. 5.10 ist das Verhalten der Probmodenleistung beim Durchfahren der Resonatorverstimmung dargestellt im Vergleich zu experimentell ermittelten Kurven. Die schwarze Kurve gibt jeweils die experimentelle Probmode ohne Atome, nur auf Spiegelstreuung basierend, die rote die theoretische, wieder. Die blaue Kurve gibt die theoretische Probmodenleistung bei Anwesenheit der ruhenden Atome an, während die grüne die tatsächlich gemessene darstellt. Die theoretischen Kurven wurden an die experimentell bestimmten angepasst. Dabei wurden die Kopplungsstärken  $NU_0$  und  $U_s$  variiert. Den für die Anpassung verwendeten Kopplungsstärken stehen die aus den experimentellen Parametern bestimmten gegenüber. Nach (2.56) lässt sich  $U_s$  aus dem Verhältnis von Pumpleistung zu maximaler Spiegelstreuungsleistung ermitteln. Die für die Anpassung verwendeten Werte für  $U_s$  sind mit  $0.10 \kappa$  bzw.  $0.05 \kappa$  kleiner als die experimentell ermittelten. Die Kopplungsstärke  $NU_0$  kann auch hier aufgrund der ungenügenden Kenntnis der genauen Atomzahl  $N$  im Resonator nur indirekt bestimmt werden.

Im Resonator erzeugen die Atome durch Änderung der optischen Weglänge eine Frequenzverschiebung, die durch die Verschiebung des Maximums des Pumplichts



**Abbildung 5.10:** Vergleich der Leistung in der Probmode in Abhängigkeit von der Resonatorverstimmung  $\Delta_c$  von ausgewählten experimentellen Daten mit dem Modell. Die gemessenen Kurven (schwarz - ohne Atome; grün - mit Atomen) und die berechneten (rot - ohne Atome; blau - mit Atomen) sind farblich kenntlich gemacht. Die verwendeten Kopplungsstärken sind für (a)  $U_s = 0.05 \kappa$  ( $U_s = 0.16 \kappa$ ),  $NU_0 = -0.04 \kappa$  ( $NU_0 = -0.12 \kappa$ ),  $NU_0/U_s = -0.80$ , ( $NU_0/U_s = -0.75$ ) und für (b)  $U_s = 0.10 \kappa$  ( $U_s = 0.18 \kappa$ ),  $NU_0 = -0.09 \kappa$  ( $NU_0 = -0.18 \kappa$ ),  $NU_0/U_s = -0.93$ , ( $NU_0/U_s = -1$ ). Dabei wurde in Klammern die aus den experimentellen Parameter bestimmten Kopplungsstärken mit angegeben. Für  $NU_0$  wurde eine Atomzahl von  $N = 1.5 \cdot 10^5$  angenommen.

messbar ist. Sie lässt sich über die Kopplungsstärke  $U_0$  und die Zahl  $N$  der Atome berechnen:  $\Delta_{\text{Atom}} = NU_0$ . Durch die Kenntnis von  $U_0$  kann im Prinzip die Zahl der beteiligten Atome ermittelt werden. Die gemessene Frequenzverschiebung von



1-2 kHz für die betrachteten Fälle entspricht mit den aus den experimentellen Parametern berechneten Kopplungsstärken  $U_0$  einer Atomzahl von  $N \sim 10^5$ . Allerdings ist diese Methode nur eingeschränkt anwendbar, da Frequenzschwankungen in der gleichen Größenordnung eine genaue Angabe der Frequenz nicht möglich machen. Über die Bedingung  $NU_0 < U_s$  kann aber die Zahl der Atome im Resonator bei Kenntnis von  $U_0$  und  $U_s$  abgeschätzt werden.

Der Vergleich zeigt eine qualitative Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment. Die Abhängigkeit der Unterdrückungsstärke von dem Verhältnis der beiden Kopplungsstärken ist signifikant (Vergleiche (a) und (b)). Die Probmodenleistung wird durch die Streuung der Atome stark abgeschwächt, dabei im Blauen stärker unterdrückt. Die Asymmetrie der Kurvenflanken kann durch die Theorie wiedergegeben werden.

Man sieht aber auch deutliche Abweichungen. Zum einen führen Frequenzschwankungen zwischen der  $TEM_{11}$  und  $TEM_{00}$  und leichte thermische Driften der Spiegel zu Abweichungen vom Lorentzprofil. Die theoretisch vorhergesagte starke Rotverschiebung des Problichtmaximums mit Atomen bestätigt sich nicht. Auch nimmt die Leistung in der rechten Flanke nicht so stark ab wie in der Theorie vorhergesagt. In einigen Probsignalen tritt eine starke abrupte Änderung der Lichtleistung in Form eines „Knicks“ auf (siehe Abb. 5.7.c-d).

## 5.4 Gültigkeitsbereich des Modells

Die Abweichungen zeigen, dass die Annahme, dass die Atome im Potentialminimum in Ruhe sind, nur begrenzt anwendbar ist. Nur wenn die Atome in den Gleichgewichtszustand kommen und dort bleiben, gibt das theoretische Modell das gemessene Probsignal für verschiedene Resonatorverstimmungen wieder. Die Analyse der atomaren Bewegung zeigt aber, dass das System ab einer Verstimmung  $\Delta_c = NU_0$  in den Bereich gelangt, in dem eine Verstärkung der atomaren Bewegung vorliegt. Die Atome werden aus ihrer Ruhelage getrieben und beginnen zu oszillieren. In diesem Fall ist das Modell nicht mehr gültig und die vorhergesagte Probmodenleistung unterscheidet sich von der gemessenen. Die Beobachtung, dass der Abfall der rechten Flanke des Lorentzprofils nicht so schnell abläuft wie theoretisch erwartet, ist ein Indiz für die nicht mehr gültige Annahme ruhender Atome.

Das Modell ist aus den CARL-Gleichungen im Gleichgewicht abgeleitet. Diese schließen die atomare Bewegung nicht aus, setzen aber voraus, dass keine Relativedynamik zwischen den Atomen und den Minima des von ihnen erzeugten Stehwellenpotentials besteht. Dazu muss die Änderung der Resonatorverstimmung adiabatisch geschehen. So muss sich zu jeder Zeit ein Gleichgewicht einstellen können. Außerdem sollen die atomare Schwerpunktsgeschwindigkeit konstant und die Atome perfekt gebündelt sein. Auch wurde der Strahlungsdruck nicht berücksichtigt.

Die Vernachlässigung des Strahlungsdrucks bleibt gerechtfertigt, da die gewählten atomaren Verstimmungen zu kleinen Streuraten  $\gamma_0$  führen, die die Atome in den Zeitdauern des Experiments nur wenig beeinflussen.

Die Annahme einer konstanten Geschwindigkeit ist für kleine Beschleunigungen der gebündelten Atome erfüllt. Das setzt voraus, dass die Dipolkraft  $F_a$ , die die Atome beschleunigt, ebenfalls klein ist. Dann können die Felder den Atomen folgen und einen Gleichgewichtszustand einnehmen, der der momentanen Geschwindigkeit entspricht. Die Geschwindigkeit hat wiederum Einfluss auf die Stärke der Dipolkraft [Kru04] und der Beschleunigung. Ist die Geschwindigkeit  $\dot{z}$  der Atome so groß, dass die Frequenz  $2k\dot{z}$  die Linienbreite/Zerfallsrate  $\kappa$  übersteigt, sinkt die Beschleunigung der Atome zwar, doch ist die Geschwindigkeit zu groß, als dass die Lichtfelder dann noch folgen könnten und die Gleichgewichtsbedingungen sind nicht mehr erfüllt.

Die perfekte Bündelung aller Atome stellt eine unsichere Annahme dar, deren Nichterfüllung die größten Ungenauigkeiten verursacht. Die Anzahl  $N$  der an dem Prozess beteiligten gebündelten Atome geht direkt ins Modell ein. Diese weicht mitunter von der außerhalb der Mode gemessenen Atomzahl um einen Faktor 2-3 ab, der sich in gleichem Maße in der Unsicherheit von  $NU_0$  widerspiegelt.

Die Atome, die schließlich die Position der Pumpmode erreichen, wechselwirken nicht alle zusammen mit dem Lichtfeld. Nur ein Teil der Atome bündelt sich anschließend. Nur die gebündelten Atome, bei denen die Spiegelstreuung eine entsprechende Dipolkraft entgegensetzen kann, werden in ihrer Bewegung gedämpft. Für diese ist auch die obige Bedingung konstanter Geschwindigkeit erfüllt.

Es ist anzunehmen, dass die Bündelung nicht so schnell abläuft wie für das Modell vorausgesetzt. Dadurch verzögert sich die Dämpfung der Atome und der Zeitpunkt, wann die Atome die Ruhelage erreicht haben. Da die Änderung der Resonatorverstimmung schnell abläuft, kann es sein, dass nur ein kleiner Teil der Atome in Ruhe ist. Auch ist eine Wechselwirkung mit den nichtgebündelten Atomen nicht auszuschliessen.

# 6 Zusammenfassung

Im Rahmen dieser Arbeit wurden Untersuchungen durchgeführt, die das Studium der Wechselwirkung von ultrakalten Atomen mit dem umlaufenden Lichtfeld eines Ringresonators hoher Güte zum Ziel hatten. Sie knüpft damit an frühere Experimente an, die in Tübingen seit mehreren Jahren erfolgreich durchgeführt werden.

Die Neuerung in dieser Arbeit besteht darin, dass mit einem modifizierten Aufbau und geänderter Durchführung auch Versuche mit Lichtfeldern verstimmt zur Resonatorresonanz realisiert wurden. Für die praktische Umsetzung wurde unter Ausnutzung verschiedener transversaler Resonatormoden eine so genannte Zweimodenstabilisierung entwickelt.

Die Zweimodenstabilisierung nutzt die Transversalmode  $TEM_{11}$  zur Stabilisierung eines Titan-Saphir-Lasers mittels Pound-Drever-Hall-Frequenzstabilisierung auf den Resonator. Ein Teil des Laserlichts wurde zuvor abgezweigt und mit einem Akustooptischen-Modulator (AOM) frequenzverschoben, um damit die Transversalmode  $TEM_{00}$  des Resonators anzuregen. Dieser Strahl wurde einseitig in den Resonator eingestrahlt. Um die Resonanzfrequenz der  $TEM_{00}$ -Mode herum konnte die Frequenz des Pumplichts verstimmt werden. Die Atome wurden in den Bereich minimaler Intensität der  $TEM_{11}$ -Mode geschoben, um anschließend mit dem Lichtfeld der  $TEM_{00}$ -Mode in Wechselwirkung treten zu können. Diese Methode hat sich als kostengünstige und praktische Alternative zu anderen Verfahren erwiesen, die ebenfalls das Ziel haben, Licht verstimmt zur Resonatorresonanz einzustrahlen (Frequenzkamm, Frequenzverdopplung, Transferresonator).

Mit diesem Aufbau konnte erstmals der CARL-Effekt (Collective-Atomic-Recoil-Laser) bei konstant verstimmtem Resonator beobachtet werden.

Die zentralen Versuche beschäftigten sich jedoch mit der Wechselwirkung zwischen Atomen und der Spiegelstreuung. Die Spiegelstreuung, die nur bei Ringresonatoren zu beobachten ist, entsteht durch kleine Partikel oder Unebenheiten auf den Spiegeln. Sie streuen Licht von der Pumpmode in die entgegengesetzte Richtung (Probmode) kohärent um. Ähnliches geschieht auch beim CARL-Effekt durch die Atome, nur bewirkt hier die Umstreuung der Photonen eine Dipolkraft, die die Atome beschleunigt.

Spiegelstreuung und Umstreuung durch die Atome beeinflussen sich gegenseitig. Als Maß für die Stärke der Wechselwirkung dient das Verhältnis der Kopplungsstärke  $NU_0$  des von den Atomen rückgestreuten Lichts und der Kopplungsstärke der Spiegelrückstreuung  $U_s$ . Für  $NU_0 < U_s$  ist das charakteristische Lorentzprofil der rückgestreuten Mode, das man durch kontinuierliche Änderung der Resonatorverstimmung  $\Delta_c$  erhält, bei Anwesenheit von Atomen im Resonator unterdrückt. Die

Probleistung ist dabei kleiner als die ohne Atome, zusätzlich jedoch bricht die Leistung an der rechten Flanke des Lorentzprofils ein.

Die Kopplungsstärken sind abhängig von der atomaren Verstimmung  $\Delta_a$ , der Atomzahl  $N$ , der Pumpleistung  $P_+$  und der Spiegelstreuungsleistung  $P_-$ , so dass durch Änderung dieser Größen die Stärke der Unterdrückung manipuliert werden kann. Der Effekt tritt nur auf, wenn  $NU_0 \leq U_s$  gilt. Je mehr sich das Verhältnis 1 nähert, desto ausgeprägter ist die Unterdrückung. Ist die Kopplungsstärke  $NU_0$  größer als die Kopplungsstärke der Spiegelstreuung  $U_s$  beobachtet man den CARL-Effekt.

Ein theoretisches Modell, das sich aus den CARL-Gleichungen ableiten lässt, trifft Aussagen über die Dynamik des Prozesses. Dabei kommt es zur Interferenz zwischen den Stehwellen, hervorgerufen durch Überlagerung des rückgestreuten Lichtfeldes der Atome und der Spiegelstreuung mit dem Pumplichtfeld.

Die durch die Atome verursachte Stehwelle bewegt sich mit diesen, während die Stehwelle der Spiegelstreuung ortsfest ist. Die Interferenz beider Stehwellen führt dazu, dass sich die Amplitude des hervorgerufenen Gesamtstehwellenpotentials mit der Bewegung der Atome ändert. Schließlich kann es zum Ausdämpfen der atomaren Bewegung kommen, wobei die Atome im Minimum des Potentials zur Ruhe kommen.

Eine Stabilitätsanalyse zeigt, dass die Dämpfung schnell abläuft ( $10^{-5}$  s) und die Atome das Licht aus ihrer erreichten Ruhelage so streuen, dass das beobachtete Lorentzprofil der Probmode auftritt. Die ermittelten Gleichgewichtslösungen sind gegeben durch den Ort des Potentialminimums  $z_0$  und durch die Ruhephasendifferenz  $\Delta\Phi_0$  (Phasendifferenz zwischen Pump- und Probmode), die eine Abhängigkeit von der Resonatorverstimmung besitzt. Die Stärke der Unterdrückung ist maßgeblich durch das Verhältnis von  $NU_0$  und  $U_s$  bestimmt.

Die Dämpfung der atomaren Bewegung ist von der Resonatorverstimmung  $\Delta_c$  abhängig und tritt bei  $\Delta_c < 0$  auf. Bei einer Resonatorverstimmung  $\Delta_c > 0$  schlägt sie in eine Verstärkung um, so dass sich die Atome nicht mehr im Gleichgewicht befinden.

# 7 Ausblick

Die durchgeführten Experimente konnten nur den indirekten Beweis einer Dämpfung der atomaren Bewegung bringen und können nur der Anfang gewesen sein, um diesen interessanten Effekt genauer zu untersuchen.

Für den direkten Nachweis ist es notwendig, das Ausdämpfen der atomaren Bewegung direkt mit einer Absorptionsabbildung sichtbar zu machen. Dazu müssten die Atome kurzzeitig mit der Magnetfalle ausgelenkt werden und ihre Bewegung mit der Abbildung beobachtet werden. Zudem sollte die Phasendifferenz zwischen beiden Modenrichtungen gemessen werden. Das theoretisch vorhergesagte Phasenverhalten sollte so bestimmt werden können.

Die in dieser Arbeit aufgebaute Zweimodenstabilisierung erlaubt es, zusammen mit anderen Verbesserungen und Erweiterungen, weitere vielversprechende Experimente durchzuführen.

So wurden zum einen Heizplatten zur Temperaturstabilisierung des Resonators eingebaut. Damit kann der Laser länger auf den Resonator stabilisiert werden, ohne dass Temperaturschwankungen beim Kühlen der Anlage eine Rolle spielen.

Außerdem wurde durch den Einbau eines Ioffedrahhalters der Effekt der thermischen Ausdehnung der Ioffedrähte minimiert und so Änderungen im Offsetfeld der Ioffefalle unterbunden werden. Damit ist es möglich, über beliebig viele Experimentierzyklen BECs zu erzeugen, was früher nur eingeschränkt möglich war.

Der Einbau einer Mikrowellenantenne in die Vakuumkammer schafft die Möglichkeit, größere Rabi-Frequenzen für die Kopplung der Hyperfeinstrukturzustände  $|2, 1\rangle$  und  $|1, -1\rangle$  zu erhalten, was insbesondere für Experimente zum Verschmelzen von BECs von Bedeutung ist (siehe unten).

Des Weiteren wurde ein Satz von vier Spiegeln in die Kammer eingebaut, die es erlauben, das im Resonator umlaufende Licht an allen drei Resonatorspiegeln in Transmission zu detektieren. Aus technischen Gründen war es bisher nur möglich, das transmittierte Licht beider Umlaufrichtungen an einem Spiegel zu beobachten. Der zusätzliche Spiegelsatz lenkt das an den anderen Resonatorspiegeln transmittierte Licht aus der Kammer, wo es dann ebenfalls analysiert werden kann, um z.B. Phasenübergänge von ultrakalten Atomen in optischen Gittern zu untersuchen [Mek07].

Der CARL-Effekt tritt in verschiedenen Regimen auf, die von mehreren Parametern abhängen. Die Regime unterscheiden sich in der Art und Weise der Kopplung zwischen Atomen und Photonen. Ein wichtiger Parameter ist dabei die Linienbreite des Resonators, die durch die Finesse bestimmt ist. Aufgrund der hohen Finesse des

Ringresonators, die durch den Einbau neuer Spiegel wesentlich erhöht wurde, sollte es möglich sein, den noch nicht beobachteten „Quanten-CARL“ im good-cavity regime (siehe Kap. 2.2) zu erreichen. Dabei werden nur zwei Impulszustände der Atome miteinander gekoppelt, da die hohe Finesse des Resonators alle weiteren unterdrückt. Von aktuellem Interesse wäre die daraus resultierende Verschränkung zwischen BEC und Photonen.

Theoretische Überlegungen von N. Piovella, die allerdings noch nicht veröffentlicht wurden, zeigen außerdem eine von der Resonatorverstimmung abhängige Verstärkung  $G$  des CARL-Effekts (2.21). Die Verstärkung kann direkt aus dem exponentiellen Anstieg des ersten Peaks des CARL-Signals ermittelt werden. Ein wichtiger Versuch wäre die Bestätigung dieses Effekts bei Verwendung eines BECs.

Ein weiteres interessantes Experiment ist die Realisierung des „Raman-CARLs“. Bisher beruhte der CARL-Effekt auf Rayleigh-Streuung. Durch Kopplung an einen weiteren optischen Übergang kann man von Raman-Streuung abhängige Effekte an BECs beobachten [Col04], wie sie bisher nur außerhalb eines Resonators gemessen wurden [Yos04, Sch04].

Schon kurz nach der ersten Realisierung eines BEC kamen Versuche mit Atomlasern auf [Blo99]. Diese haben ähnliche Eigenschaften wie herkömmliche Laser, nur arbeiten sie mit kohärenten Atomen, statt mit Photonen. Der Prozess bricht aber ab, wenn das Reservoir an kohärenten Atomen (BEC) erschöpft ist.

Das Ziel ist es, das Reservoir mit einem neuen BEC aufzufüllen, um einen kontinuierlich laufenden Atomlaser betreiben zu können. Das Problem ist, dass dieses neue BEC durch Atomzahlschwankungen und äußere Einflüsse eine andere Phase besitzt als das zuvor für den Atomlaser genutzte. Hinzu kommt, dass sich der Phasenunterschied zwischen den beiden BECs bei jedem Durchlauf des Experiments unbestimmt ändert. Normalerweise ist das Verschmelzen von zwei BECs aufgrund der fluktuierenden Phasendifferenz nicht möglich. Um die Phasendifferenz zwischen den BECs konstant zu halten, wurde ein Verfahren vorgeschlagen, mit dem man mit Hilfe eines rot verstimmten Resonators die unkontrollierten Phasenänderungen ausdämpfen kann [Jak01]. Mit der in dieser Arbeit weiterentwickelten Apparatur kann ein solches Experiment direkt versucht werden.

# A Invarianz der Spiegelstreuung gegenüber gleichmäßiger Ausdehnung

Eine gleichmäßige Änderung der drei Spiegelpositionen ändert die Stärke der Spiegelstreuung nicht. Dieses Verhalten lässt sich direkt aus (2.59) ableiten. Betrachtet wird eine Mode der Frequenz  $\nu$ , die eine definierte Spiegelstreuung besitzt:

$$\frac{P_-}{P_+} = \frac{|\sum_{n=1}^3 U_n e^{2ikz_n}|^2}{\kappa^2} = \frac{|\sum_{n=1}^3 U_n e^{4\pi i \nu z_n / c}|^2}{\kappa^2}. \quad (\text{A.1})$$

Der freie Spektralbereich ist gegeben durch:

$$\delta_{FSR} = \frac{c}{L}. \quad (\text{A.2})$$

Die Resonanzbedingung der Mode ergibt sich als Produkt aus der Modenzahl  $n$  und dem freien Spektralbereich:

$$\nu = n \frac{c}{L}. \quad (\text{A.3})$$

Die Länge  $L$  des Resonators soll nun um eine Strecke  $\delta$  vergrößert werden, so dass sich der freie Spektralbereich zu  $\hat{\delta}_{FSR} = \frac{c}{L+\delta}$  ändert. Die Resonanzbedingung transformiert sich entsprechend zu  $\nu = n \frac{c}{L} \rightarrow n \frac{c}{L+\delta}$ . Da sich die Gesamtlänge  $L$  als Summe der drei Strecken  $z_1 + z_2 + z_3 = L$  des Resonatordreiecks darstellt, gilt:

$$z_1 + \delta z_1 + z_2 + \delta z_2 + z_3 + \delta z_3 = L + \delta. \quad (\text{A.4})$$

Für  $\delta z_i$  lässt sich bei gleichmäßiger Ausdehnung schreiben:

$$\frac{\delta z_1}{z_1} = \frac{\delta z_2}{z_2} = \frac{\delta z_3}{z_3} = \frac{\delta}{L}. \quad (\text{A.5})$$

Damit (A.4) erfüllt ist, muss für die Ausdehnung jeder Strecke gelten:

$$z_i + \frac{\delta z_i}{L} = z_i \left(1 + \frac{\delta}{L}\right). \quad (\text{A.6})$$

Zusammen mit der Resonanzbedingung aus (A.3) gilt für den Exponenten von (A.1):

$$\nu z_i = n \frac{c}{L} z_i \longrightarrow n \frac{c}{L+\delta} z_i \left(1 + \frac{\delta}{L}\right) = n \frac{c}{L} z_i. \quad (\text{A.7})$$

Wie man sieht, ändert sich aufgrund der gleichmäßigen Ausdehnung, die Frequenz bestimmter Moden und die mit ihr verbundene Spiegelstreuungsleistung nicht.





# B Lineare Stabilitätsanalyse der CARL-Gleichungen

In Verbindung mit dem Stehwellenpotential der Spiegelstreuung ist es möglich innerhalb eines bestimmten Parameterbereichs die Dipolkraft, die die Atome durch das von ihnen erzeugte Potential erfahren, zu kompensieren und die Bewegung sogar auszudämpfen. In diesem Abschnitt wird eine lineare Stabilitätsanalyse der CARL-Gleichungen durchgeführt. Der Gleichgewichtszustand für die Phase und den Ort der Atome wurde bereits in Abschnitt 2.5 angegeben. Um den Gleichgewichtspunkt soll das Atom um eine Strecke  $\delta$  ausgelenkt werden:  $z = z_0 + \delta$ . Die Differenzphase ändert sich entsprechend um  $\Delta\phi = \Delta\phi_0 + \delta\phi$ . Der Gleichgewichtspunkt besitzt für  $\Delta_a > 0$  und  $NU_0 > 0$  eine relative Phase von  $\varphi = \pi$ , für  $\Delta_a < 0$  und  $NU_0 < 0$  eine relative Phase von  $\varphi = 0$ . Die Kosinus und Sinusfunktionen lassen sich für kleine Auslenkungen entwickeln:

$$\cos(2k(z_0 + \delta) - (\Delta\phi_0 + \delta\phi)) \approx 1 \quad NU_0 < 0 \quad (\text{B.1})$$

$$\cos(\pi + 2k(z_0 + \delta) - (\Delta\phi_0 + \delta\phi)) \approx -1 \quad NU_0 > 0 \quad (\text{B.2})$$

$$\sin(2k(z_0 + \delta) - (\Delta\phi_0 + \delta\phi)) \approx 2k\delta - \delta\phi \quad NU_0 < 0 \quad (\text{B.3})$$

$$\sin(\pi + 2k(z_0 + \delta) - (\Delta\phi_0 + \delta\phi)) \approx -2k\delta + \delta\phi \quad NU_0 > 0. \quad (\text{B.4})$$

Die Kraftgleichung lautet dann

$$m\ddot{\delta} = 4\hbar k U_0 \left(\frac{\eta_1}{\kappa}\right)^2 \frac{(NU_0(2k\delta - \delta\phi) - U_s \sin(\Delta\phi_0))(2k\delta - \delta\phi)}{\kappa \left(1 + \frac{(\Delta_c - NU_0 - U_s)^2}{\kappa^2}\right)}. \quad (\text{B.5})$$

Anschließend wird der ganze Ausdruck für kleine Auslenkungen  $\delta$  und  $\delta\phi$  Taylorentwickelt

$$\ddot{\delta} \approx \underbrace{4\hbar k U_0 \frac{1}{m} \left(\frac{\eta_1}{\kappa}\right)^2 \frac{U_s \sin(\Delta\phi_0)}{\kappa \left(1 + \frac{(\Delta_c - NU_0 - U_s)^2}{\kappa^2}\right)}}_c (\delta\phi - 2k\delta). \quad (\text{B.6})$$

Das gleiche Vorgehen für die Phasendifferenzbeziehung liefert

$$\delta\dot{\phi} = (\Delta_c - NU_0 - U_s) - (NU_0 + U_s \cos(\Delta\phi_0)) \cdot \frac{\kappa}{NU_0(2k\delta - \delta\phi) - U_s \sin(\Delta\phi)} \quad (\text{B.7})$$

$$\begin{aligned} &\approx \underbrace{(\Delta_c - NU_0 - U_s) + \frac{(NU_0 + U_s \cos(\Delta\phi_0))\kappa}{U_s \sin(\Delta\phi_0)}}_a \\ &+ \underbrace{-\frac{(NU_0 + U_s \cos(\Delta\phi_0))NU_0\kappa}{U_s^2 \sin^2(\Delta\phi_0)}}_b (\delta\phi - 2k\delta) \end{aligned} \quad (\text{B.8})$$

(B.5) und (B.7) sind gekoppelte lineare Differentialgleichungen und können recht einfach gelöst werden. Da (B.5) eine Differentialgleichung zweiter Ordnung und (B.7) eine erster Ordnung ist, wird zum Lösen des Differentialgleichungssystems die Ersetzung  $2k\delta = v$  gemacht und um diesen Ausdruck ergänzt

$$\begin{pmatrix} \delta\dot{\phi} \\ 2k\dot{\delta} \\ \dot{v} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b & -b & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ c & -c & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta\phi \\ 2k\delta \\ v \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (\text{B.9})$$

Für die Lösung der homogenen Differentialgleichung erhält man

$$\vec{t} = A \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} e^{0t} + B \begin{pmatrix} \frac{b}{2} \\ \frac{c}{b - \sqrt{b^2 - 4c}} \\ 1 \end{pmatrix} e^{\frac{1}{2}(b - \sqrt{b^2 - 4c})t} + C \begin{pmatrix} \frac{b}{2} \\ \frac{c}{b + \sqrt{b^2 - 4c}} \\ 1 \end{pmatrix} e^{\frac{1}{2}(b + \sqrt{b^2 - 4c})t}.$$

Die Koeffizienten  $A$ ,  $B$ ,  $C$  sind durch die Anfangsbedingungen wie Ort, Geschwindigkeit und Phase bestimmt. Für die Interpretation der Stabilitätsanalyse ist es ausreichend die Exponenten der Exponentialfunktion näher zu betrachten. Die Lösung für  $\delta$  und  $\delta\phi$  besitzt im Exponenten den Term  $\frac{1}{2}(b \pm \sqrt{b^2 - 4c})$ . Für  $4c > b^2$  schwingt das Atom mit der Kreisfrequenz  $\tilde{\omega} = 1/2\sqrt{4c - b^2}$  um seine Ruhelage

$$\tilde{\omega} = \frac{1}{2} \sqrt{16\hbar k^2 U_0 \left(\frac{\eta_1}{\kappa}\right)^2 \frac{1}{m} \frac{U_s \sin(\Delta\phi_0)}{\kappa \left(1 + \frac{(\Delta_c - NU_0 - U_s)^2}{\kappa^2}\right)} - \left(\frac{((NU_0)^2 + U_s NU_0 \cos(\Delta\phi_0))\kappa}{U_s^2 \sin^2(\Delta\phi_0)}\right)^2}, \quad (\text{B.10})$$

wobei  $k$  die Wellenzahl und  $m$  die Atommasse ist.

Der Ausdruck  $\frac{2}{(b \pm \sqrt{b^2 - 4c})}$  tritt als Vorfaktor der Exponentialfunktion auf. Dieser ist für  $4c > b^2$  ebenfalls imaginär. Er kann als konstante Phase der Atomoszillation betrachtet werden und ist nicht weiter von Belang.

Desweiteren sind noch weitere Fälle zu unterscheiden. Für  $4c = b^2$  tritt der sogenannte aperiodische Grenzfall ein. Es findet dann kein periodischer Nulldurchgang

mehr statt. Bei einer gegebenen Anfangsauslenkung reagiert das Schwingungssystem mit der schnellstmöglichen Annäherung an die Ruhelage.

Ist  $4c < b^2$  spricht man vom Kriechfall. Die Dämpfung ist dann so stark, dass keine Oszillation mehr auftritt. Die Atome gelangen nach einer Auslenkung exponentiell mit der Zeit in die Ruhelage zurück. Je größer dabei  $b$  ist, desto länger dauert die Rückkehr in die Ruhelage.

Die Dämpfung ist gegeben durch

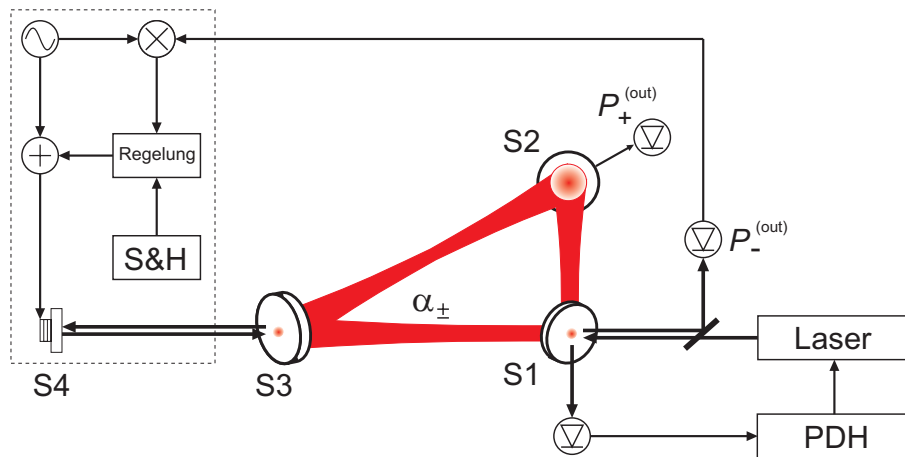
$$\gamma = b = -\frac{((NU_0)^2 + U_s NU_0 \cos(\Delta\phi_0))\kappa}{U_s^2 \sin^2(\Delta\phi_0)}. \quad (\text{B.11})$$

In allen Fällen tritt die Dämpfung nur auf, wenn  $\gamma < 0$  ist. Für  $\gamma > 0$  tritt eine Verstärkung der Bewegung auf und die Atome gelangen nicht mehr in die Ruhelage. Die Abhängigkeiten zeigen, dass durch Einstellen der Parameter  $NU_0$ ,  $U_s$ , der Verstimmung  $\Delta_c$  und der Pumprate die Dämpfung und die verschiedenen Regime eingestellt werden können.



# C Unterdrückung der Spiegelstreuung mit mechanischen Mitteln

Wie in Kap. 2 ausgeführt, resultiert die transmittierte Spiegelstreuung aus der Interferenz der Rückstreuung der einzelnen drei Spiegel. Durch die Einführung eines weiteren äußeren Spiegels, dessen Position durch ein Piezoelement variiert werden kann, ist es möglich, die Spiegelstreuung zu unterdrücken. Dieser vierte Spiegel wird hinter einem der Hochreflektoren außerhalb der Vakuumkammer aufgestellt, so dass das transmittierte Licht wieder in die Kammer zurückreflektiert wird (Abb. C.1). Durch Anpassen der Amplitude und Phase des reflektierten Lichts lässt sich die Spiegelstreuung auslöschen. Das am Einkoppelspiegel transmittierte Licht wird auf eine Fotodiode gelenkt, um das Signal in einen Lock-In-Verstärker zu geben. Mit Hilfe eines internen Oszillators wird hier ein Fehlersignal generiert, mit dem der Piezo angesteuert werden kann.



**Abbildung C.1:** Versuchsaufbau zur Unterdrückung der Spiegelstreuung durch Injektion eines zur Phase und Amplitude der Spiegelstreuung abgestimmten Strahls

Die Eigenschaften des in den Resonator gestreuten Lichts können ähnlich den anderen Spiegeln durch den Ausdruck  $U_0 e^{2ikz_0}$  beschrieben werden, wobei  $U_0$  die Amplitude des Lichts und  $z_0$  die Position des Spiegels darstellt. Die Phasenmodulation wird mit einer Oszillation um  $z_0$  mit der Amplitude  $\Delta z_0$  beschrieben. Für das Verhältnis Probmode zu Pumpmode lässt sich schreiben

$$\frac{P_-}{P_+} = \left| \frac{B - U_0 e^{2ik(z_0 + \Delta z_0 \cos(\Omega t))}}{\kappa^2} \right|^2. \quad (\text{C.1})$$

Dabei ist  $B$  gegeben durch (2.58). Für kleine Auslenkungsamplituden lässt sich die Exponentialfunktion entwickeln und man erhält

$$\frac{P_-}{P_+} = \frac{1}{\kappa^2} |B - U_0 e^{2ikz_0} (1 + 2ik\Delta z_0 \cos(\Omega t))|^2. \quad (\text{C.2})$$

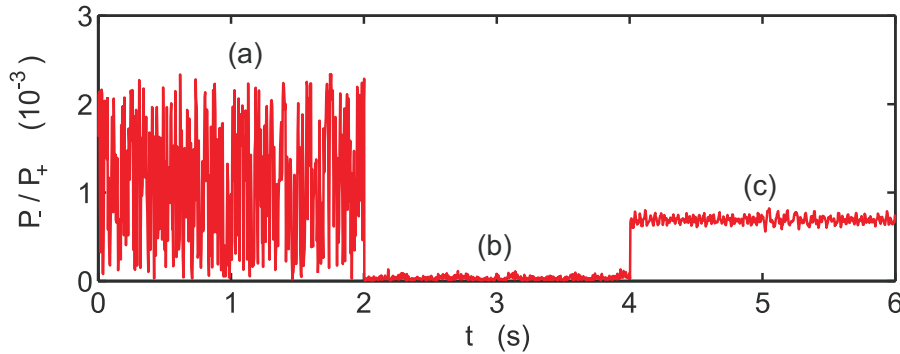
Das demodulierte Fotodiodensignal  $D \propto \text{Re} [P_- e^{i\Omega t + i\theta}]$  mit  $\theta$  als Phasenunterschied ist

$$D \propto \text{Re} \left[ e^{i\Omega t + i\theta} |B - U_0 e^{2ikz_0} (1 + 2ik\Delta z_0 \cos(\Omega t))|^2 \right]. \quad (\text{C.3})$$

Nun werden alle hohen Frequenzen mit einem Lowpass-Filter herausgefiltert. Mathematisch drückt sich dies durch Integration mit einer Zeitkonstanten  $\tau$  aus:  $\bar{D} = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau D dt$ . Setzt man außerdem  $B = |B| e^{2ikz_s}$  an, wobei  $2kz_s$  die Phase angibt, so erhält man

$$\bar{D} \propto 2k\Delta z_0 U_0 |B| \cos \theta \sin(2k(z_0 - z_s)). \quad (\text{C.4})$$

Für  $\theta = 0$  bekommt man ein Fehlersignal, das für  $z_0 = z_s$  einen Nullpunkt besitzt. Auf diesen Punkt lässt sich der injizierte Strahl locken.



**Abbildung C.2:** Gemessenes Probsignal mit injiziertem Licht (a) ohne Phasenanpassung, mit Phasenanpassung (b), nur Spiegelstreuung (c).

In Abb. C.2 ist das Probsignal, das sich aus der Leistung der Spiegelstreuung und der Leistung des injizierten Lichts zusammensetzt, zu sehen. In (a) sind starke Fluktuationen zwischen den beiden Lichtmoden zu beobachten, da die Phasen noch nicht aufeinander abgestimmt sind. Durch zufällige Schwankungen aufgrund akustischen Rauschens interferieren die beiden Moden destruktiv und konstruktiv. Die Leistung in der Probmode schwankt dabei innerhalb eines Bereichs von  $\kappa^{-2} P_+ (U_0 \pm |B|)^2$ . In (b) ist die Phase und Amplitude des injizierten Strahls so angepasst, dass die Spiegelstreuung fast komplett ausgelöscht wird. Die Stärke der Spiegelstreuung ist in (c) zu sehen. Dort wurde der injizierte Strahl geblockt, so dass nur das Licht, das von der Spiegelstreuung stammt, die Fotodiode trifft. Die Leistung der Spiegelstreuung wird dabei um einen Faktor 10 verringert. Um noch eine größere Unterdrückung zu

erreichen, muss das Lockverfahren verbessert werden. So bietet sich z.B. das Pound-Drever-Hall-Verfahren an, um noch bessere Ergebnisse zu erzielen. Das maximale Auslöschungsverhältnis ist durch das Schrotrauschen des Lasers begrenzt. Eine Abschätzung wie stark die Spiegelstreuung bis zu dieser Grenze abgesenkt werden könnte, liefert einen Wert von  $\Delta P_-/P_+ \simeq 3 \cdot 10^{-11}$  [Kre07].





## Literaturverzeichnis

- [And95] M. H. Anderson, J. R. Ensher, M. R. Matthews, C. E. Wieman and E. A. Cornell, *Observation of Bose-Einstein Condensation in a Dilute Atomic Vapor*, *Science* **269**, 198 (1995).
- [Ara66] F. Aranowitz and R. J. Collins, *Investigation of backscattering effects on the correlation properties of a He—Ne ring laser*, *Appl. Phys. Lett* **9** (1966).
- [Ber87] T. Bergeman, G. Erez and H. Metcalf, *Magnetostatic trapping fields for neutral atoms*, *Phys. Rev. A* **35**, 1535 (1987).
- [Bla03] A. T. Black, H. W. Chan and V. Vuletic, *Observation of Collective Friction Force due to Spatial Self-Organization of Atoms: From Rayleigh to Bragg Scattering*, *Phys. Rev. Lett* **91**, 203001 (2003).
- [Blo99] I. Bloch, T. W. Hänsch and T. Esslinger, *Atom Laser with a cw Output Coupler*, *Physical Review Letters* **82**, 3008 (1999).
- [Bon94a] R. Bonifacio and L. De Salvo, *Collective atomic recoil laser (CARL) optical gain without inversion by collective atomic recoil and self-bunching of two-level*, *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A* **341**, 360 (1994).
- [Bon94b] R. Bonifacio, L. De Salvo, L.M. Narducci and E. J. Dangelo, *Exponential gain and self-bunching in a collective atomic recoil laser*, *Phys. Rev. A* **50**, 1716 (1994).
- [Bon95] R. Bonifacio and L. De Salvo, *Analytical Theory of the Collective Atomic Recoil Laser in the FEL Limit*, *Appl. Phys. B* **60** (1995).
- [Bon96] R. Bonifacio and P. Verkerk, *Doppler broadening and collision effects in a collective atomic recoil laser*, *Opt. Comm.* **124** (1996).
- [Bon97a] R. Bonifacio, G. R. M. Robb and B. W. J. McNeil, *Propagation, cavity and Doppler-broadening effects in the collective atomic recoil laser*, *Phys. Rev. A* **56**, 912 (1997).
- [Bon97b] R. Bonifacio, L. De Salvo and W. A. Barletta, *Relativistic theorie of the collective atomic recoil laser*, *Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A* **384**, 337 (1997).
- [Bre08] F. Brennecke, S. Ritter, T. Donner and T. Esslinger, *Cavity Optomechanics with a Bose-Einstein Condensate*, *Science* **322**, 235 (2008).
- [Bux07a] S. Bux, G. Krenz, S. Slama, C. Zimmermann and Ph. W. Courteille, *Avoiding radiation pressure in an optical cavity interacting with ultra-cold atoms*, *Appl. Phys. B* **89**, 181 (2007).

- [Bux07b] Simone Bux, *Zweimodenstabilisierung auf einen optischen Ringresonator zur Vermeidung von Strahlungsdruck*, Master's thesis Eberhard-Karls-Universität Tübingen 2007.
- [Cha03] H. W. Chan, A. T. Black and V. Vuletic, *Observation of Collective-Emission-Induced Colling of Atoms in an Optical Cavity*, Phys. Rev. Lett **90**, 063003 (2003).
- [Cho85] W. W. Chow, J. Gea-Banacloche, L. M. Petrotti, V. E. Sanders, W. Schleich and M. O. Scully, *The ring laser gyro*, Rev. Mod. Phys. **57** (1985).
- [Chu85] S. Chu, L. Hollberg, J. E. Bjorkholm, A. Cable and A. Ashkin, *Three Dimensional Viscous Confinement and Cooling of Atoms by Resonance Radiation Pressure*, Phys. Rev. Lett **55**, 48 (1985).
- [Chu86] S. Chu, J. E. Bjorkholm, A. Ashkin and A. Cable, *Experimental Observation of Optically Trapped Atoms*, Phys. Rev. Lett **57**, 314 (1986).
- [Cir93] J. I. Cirac, A. S. Parkins, R. Blatt and P. Zoller, *Cooling of a trapped ion coupled strongly to a quantized cavity mode*, Opt. Comm. **97**, 353 (1993).
- [Col04] M. M. Cola and N. Piovella, *Theory of collective Raman scattering from a Bose-Einstein condensate*, Phys. Rev. A **70**, 045601 (2004).
- [Cub04] C. von Cube, S. Slama, D. Kruse, C. Zimmermann, N. Piovella Ph. W. Courteille, G. R. M. Robb and R. Bonifacio, *Selvsynchronisation and dissipation-induced threshold in collective atomic recoil lasing*, Phys. Rev. Lett. **93**, 083601 (2004).
- [Cub06] Christoph von Cube, *Untersuchungen zum kollektiven atomaren Rückstoßlaser*, PhD thesis Eberhard-Karls-Universität 2006.
- [Die98] K. Dieckmann, R. J. C. Spreeuw, M. Weidemüller and J. T. M. Walraven, *Two-Dimensional Magneto-Optical Trap as a Source of Slow Atoms*, Phys. Rev. A **58** (1998).
- [Die01] K. Dieckmann, *Bose-Einstein Condensation with High Atom Number in a Deep Magnetic Trap*, PhD thesis University of Amsterdam 2001.
- [Dom02] P. Domokos and H. Ritsch, *Collective Cooling and Self-Organization of Atoms in a Cavity*, Phys. Rev. Lett **89**, 253003 (2002).
- [Don04] Tobias Donner, *Erzeugung ultrakalter Gemische aus fermionischen und bosonischen Atomen*, Master's thesis Eberhard-Karls-Universität Tübingen 2004.
- [Dre83] R. W. P. Drever, J. L. Hall, F. V. Kowalski, J. Hough, G. M. Ford, A. J. Munley and H. W. Ward, *Laser Phase and Frequency Stabilization Using an Optical Resonator*, Appl. Phys. B **31** (1983).
- [Eli76] L. R. Elias, W. M. Fairbank, J. M. J. Madey, H. A. Schwettman and T. I. Smith, *Observation of Stimulated Emission of Radiation by Relativistic*

- Electrons in a Spatially Periodic Transverse Magnetic Field*, Phys. Rev. Lett **36**, 717 (1976).
- [Els03] Th. Elsasser, B. Nagorny and A. Hemmerich, *Collective sideband cooling in an optical ring cavity*, Phys. Rev. A **67**, 051401 (2003).
- [Els04] Th. Elsasser, B. Nagorny and A. Hemmerich, *Optical bistability and collective behavior of atoms trapped in a high-Q ring cavity*, Phys. Rev. A **69**, 033403 (2004).
- [Fau88] M. Faucheux, D. Fayoux and J. J. Roland, *The ring laser gyro*, J. Opt. (Paris) **19**, 101 (1988).
- [For98] J. Fortagh, A. Grossmann, T. W. Hänsch and C. Zimmermann, *Fast Loading of a Magneto-Optical Trap from a Pulsed Thermal Source*, J. Appl. Phys **84**, 6499 (1998).
- [Gan00] M. Gangl and H. Ritsch, *Cold Atoms in a High-Q Ring Cavity*, Phys. Rev. A **61** (2000).
- [Gig06] S. Gigan, H. R. Böhm, M. Paternostro, F. Blaser, G. Langer, J. B. Hertzberg, K. C. Schwab, D. Bäuerle, M. Aspelmeyer and A. Zeilinger, *Self-cooling of a micromirror by radiation pressure*, Nature **444**, 67 (2006).
- [Gün06] Sebastian Günther, *Wechselwirkung kalter Li-Rb-Gase im entarteten Regime*, PhD thesis Eberhard-Karls-Universität Tübingen 2006.
- [Got62] Y. V. Gott, M. S. Ioffe and V. G. Tel'kovskii, *Some new results on confinement in magnetic traps*, Nucl. Fusion, Suppl. **3**, 1045 (1962).
- [Gri00] R. Grimm, M. Weidemüller and Y.B. Ovchinnikov, *Optical Dipole Traps for Neutral Atoms*, Adv. At. Mol. Opt. Phys. **42** (2000).
- [Hel87] J. Helmcke, J. J. Snyder, A. Morinega, F. Mensing and M. Gläser, *New Ultra-High Resolution Dye Laser Spectrometer Utilizing a Non-Tunable Reference Resonator*, Appl. Phys. B **43**, 85 (1987).
- [Höh04] C. Höhberger-Metzger and K. Karrai, *Cavity cooling of a microlever*, Nature **432**, 1002 (2004).
- [Hol00] R. Holzwarth, Th. Udem, T. W. Hänsch, J. C. Knight, W. J. Wadsworth and P. St. J. Russell, *Optical Frequency Synthesizer for Precision Spectroscopy*, Phys. Rev. Lett. **85**, 2264 (2000).
- [Hor97] P. Horak, G. Hechenblaikner, K. M. Gheri H. Stecher and H. Ritch, *Cavity-Induced Atom Cooling in the Strong Coupling Regime*, Phys. Rev. Lett **79**, 4974 (1997).
- [Jak01] D. Jaksch, S. A. Gardinen, K. Schulze, J. I. Cirac and P. Zoller, *Uniting Bose-Einstein Condensates in Optical Resonators*, Physical Review Letters **86**, 4733 (2001).

- [Kog66] H. Kogelnik and T. Li., *Laser Beams and Resonators*, Applied Optics **5**, 1550 (1966).
- [Kog72] H. Kogelnik, E. Ippen, A. Dienes and C. Shank, *Astigmatically compensated cavities for CW dye lasers*, IEEE J. Quant. Electronics **8**, 373 (1972).
- [Kre07] G. Krenz, S. Bux, S. Slama, C. Zimmermann and P.W. Courteille, *Controlling mode locking in optical ring cavities*, Appl. Phys. B **87**, 643 (2007).
- [Kru03a] D. Kruse, M. Ruder, J. Benhelm, C. von Cube, C. Zimmermann, Ph. W. Courteille, Th. Elsässer, B. Nagorny and A. Hemmerich, *Cold atoms in a high-Q ring cavity*, Phys. Rev. A **67**, 051802 (2003).
- [Kru03b] D. Kruse, C. von Cube, C. Zimmermann and Ph. W. Courteille, *Observation of Lasing Mediated by Collective Atomic Recoil*, Phys. Rev. Lett. **91**, 183601 (2003).
- [Kru04] Dietmar Kruse, *Selbstorganisation und Laseremission in kalten atomaren Ensembles*, PhD thesis Eberhard-Karls-Universität Tübingen 2004.
- [Kur84] Y. Kuramoto, *Cooperative Dynamics of Oscillator Community*, Prog. Theor. Phys. **79**, 223 (1984).
- [Mad71] J. M. J. Madey, *Stimulated Emission of Bremsstrahlung in a Periodic Magnetic Field*, J. Appl. Phys. **42**, 1906 (1971).
- [Mar09] F. Marquardt and S. M. Girvin, *Optomechanics*, Physics **2**, 40 (2009).
- [Mau04] P. Maunz, T. Puppe, I. Schuster, N. Syassen, P. W. H. Pinsky and G. Rempe, *Cavity cooling of a single atom*, Nature **428**, 50 (2004).
- [McN98] B. W. J. McNeil and G. R. M. Robb, *Collective Rayleigh scattering from dielectric particles: a classical theory of the collective atomic recoil laser*, Opt. Commun. **148**, 54 (1998).
- [Mek07] I. B. Mekhov, C. Maschler and H. Ritsch, *Probing quantum phases of ultracold atoms in optical lattices by transmission spectra in cavity QED*, Nature physics **3** (2007).
- [Mes05] D. Meschede, *Optik, Licht und Laser*, (Teubner, , 2005) 2 edition.
- [Mur08] K. W. Murch, K. L. Moore, S. Gupta and D. M. Stamper-Kurn, *Observation of quantum-measurement backaction with an ultracold atomic gas*, Nature Physics **4**, 561 (2008).
- [Nag03a] B. Nagorny, Th. Elsässer and A. Hemmerich, *Collective Atomic Motion in an Optical Lattice formed inside a High Finesse Cavity*, Phys. Rev. Lett. **91**, 153003 (2003).
- [Nag03b] B. Nagorny, Th. Elsässer, H. Richter, A. Hemmerich, D. Kruse, C. Zimmermann and Ph. Courteille, *Optical Lattice in a High Finesse Ring Resonator*, Phys. Rev. A **67**, 031401 (2003).

- [Nag03c] Boris Nagorny, *Dynamik kalter Atome in der Stehwelldipolfalle eines Ringresonators hoher Güte*, PhD thesis Universität Hamburg 2003.
- [O’K88] A. O’Keefe and D.A.G. Deacon, *Cavity ring-down optical spectrometer for absorption measurements using pulsed laser sources*, Rv. Sci. Instrum. **59**, 2544 (1988).
- [Phi82] W. D. Phillips and H. Metcalf, *Laser Deceleration of an Atomic Beam*, Phys. Rev. Lett **48**, 596 (1982).
- [Pio01] N. Piovella, M. Gatelli and R. Bonifacio, *Quantum effects in the collective light scattering by coherent atomic recoil in a Bose-Einstein condensate*, Opt. Comm. **194**, 167 (2001).
- [Pou46] R. V. Pound, *Electronic Frequency Stabilization of Microwave Oscillators*, Rev. Sci. Instr. **17** (1946).
- [Pre95] M. Prevedelli, T. Freearge and T. W. Hänsch, *Frequency control of DBR diode lasers at 1.08 micrometer and precision spectroscopy of helium*, Appl. Phys. B **60**, 241 (1995).
- [Raa87] E. L. Raab, M. Prentiss, A. Cable, S. Chu and D. E. Prichard, *Trapping of Neutral Sodium Atoms with Radiation Pressure*, Phys. Rev. Lett. **59** (1987).
- [Ric95] L. Ricci, M. Weidemüller, T. Esslinger, A. Hemmerich, C. Zimmermann, V. Vuletic, W. König and T. W. Hänsch, *A compact grating-stabilized diode laser system for atomic physics*, Opt. Commun. **117** (1995).
- [Rob03] G. R. M. Robb and B. W. J. McNeil, *Superfluorescent Rayleigh Scattering from Suspensions of Dielectric Particles*, Phys. Rev. Lett. **90**, 123903 (2003).
- [Rob05] G. R. M. Robb, N. Piovella and R. Bonifacio, *The semiclassical and Quantum Regimes of Superradiant Light Scattering from a Bose-Einstein Condensate*, J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt. **7**, 93 (2005).
- [Sch04] D. Schneble, G. K. Campbell, E. W. Streed, M. Boyd, D. E. Pritchard and W. Ketterle, *Raman amplification of matter waves*, Phys. Rev. A **69**, 041601 (2004).
- [Sch06] A. Schliesser, P. Del’Haye, N. Nooshi, K. J. Vahala and T. J. Kippenberg, *Radiation Pressure Cooling of a Micromechanical Oscillator Using Dynamical Backaction*, Physical Review Letters **97**, 243905 (2006).
- [Scu86] M. O. Scully and J. Gea-Banacloche, *Gravity-wave detection via correlated-spontaneous-emission lasers*, Phys. Rev. A **34**, 4043 (1986).
- [Sil06] Christian Silber, *Sympapathetisches Kühlen von Litium mit Rubidium*, PhD thesis Eberhard-Karls-Universität Tübingen 2006.

- [Sla07a] S. Slama, G. Krenz, S. Bux, C. Zimmermann and P.W. Courteille, *Cavity-enhanced superradiant Rayleigh scattering with ultra-cold and Bose-Einstein condensed atoms*, Phys. Rev. A **75**, 06620 (2007).
- [Sla07b] S. Slama, G. Krenz, S. Bux, C. Zimmermann and P.W. Courteille, *Superradiant Rayleigh scattering and collective atomic recoil lasing in a ring cavity*, Phys. Rev. Lett **98**, 053603 (2007).
- [Sla07c] Sebastian Slama, *Ultrakalte Atome in einem optischen Ringresonator: vom kollektiven atomaren Rückstoß-Laser zu superradianter Rayleigh-Streuung*, PhD thesis Eberhard-Karls-Universität Tübingen 2007.
- [Tel90] H. R. Telle, D. Meschede and T. W. Hänsch, *Realization of a new concept for visible frequency division: phase locking of harmonic and sum frequencies*, Opt. Lett. **15**, 532 (1990).
- [Tho08] J. D. Thompson, B. M. Zwickl, A. M. Jayich, F. Marquardt, S. M. Girvin and J. G. E. Harris, *Strong dispersive coupling of a high-finesse cavity to a micromechanical membrane*, Physical Review Letters **452**, 72 (2008).
- [Vul00] V. Vuletic and S. Chu, *Laser Cooling of Atoms, Ions, or Molecules by Coherent Scattering*, Phys. Rev. Lett **84**, 3787 (2000).
- [Vul01] V. Vuletic, H. W. Chan and A. T. Black, *Three-dimensional cavity Doppler cooling and cavity sideband by coherent scattering*, Phys. Rev. A **64**, 033405 (2001).
- [Yos04] Y. Yoshikawa, T. Sugiura, Y. Torii and T. Kuga, *Observation of superradiant Raman scattering in a Bose-Einstein condensate*, Phys. Rev. A **69**, 041603 (2004).
- [Zim95] C. Zimmermann, V. Vuletic, A. Hemmerich, L. Ricci and T. W. Hänsch, *Design of a Compact Tunable Ti:Sapphire Laser*, Opt. Lett **20** (1995).

# Danksagung

Irgendwann muss auch mal Danke gesagt werden! Ein Danke für die viele Unterstützung technischer wie moralischer Natur, die ich während der Zeit meiner Promotion erfahren durfte. Ich habe es nie bereut, in diese Arbeitsgruppe gegangen zu sein. Ich konnte mir in den fast vier Jahren viel Wissen aneignen. Wissen, das weit über das rein fachliche hinausgeht.

Mein besonderer Dank gilt zuerst Claus Zimmermann, der mir die Möglichkeit gab, diese Arbeit zu verfassen. Ich danke ihm für die Chance, mich an diesem kniffligen Experiment zu beweisen, und für die große Unterstützung diese Arbeit zu vollenden. Durch sein enormes Fachwissen, die Art dieses erfolgreich zu vermitteln und die Neugier auf andere Wissensbereiche war er für mich immer ein geschätzter Gesprächspartner. Die Welt wäre eine bessere, wenn es mehr solche Vorgesetzte gäbe!

Als Nächstes möchte ich natürlich unserem Projektleiter Philippe Courteille danken. Mich beeindruckte immer Philippes Wissen und seine Fähigkeit, für fast jedes Problem eine Lösung in Form einer Simulation parat zu haben. Neue Experimente waren von ihm immer so gut durchdacht und geplant, dass alles so einfach aussah. Leider hielt sich die Praxis nicht immer daran. In besonderer Erinnerung bleiben mir die montäglichen Projektbesprechungen, wo der letzte Stand der Experimente besprochen wurde. So konnte man auch über den Tellerrand schauen und erkannte, dass man nicht allein mit seinen Problemen dastand. Viel Glück in Brasilien!

Alsdann möchte ich meiner hochgeschätzten Laborkollegin und „Leidensgenossin“ Simone Bux Dank sagen. Beide haben wir uns durch manches Problem gekämpft und versucht den Laborkobold zu zähmen. In Sachen „Spiegelputzen“ machte uns so schnell keiner was vor! Ich werde unsere gemeinsame Zeit im Labor vermissen, da wir doch viel mehr gemein haben, als zunächst gedacht.

Meinem ehemaligen Laborpartner und jetzigen Postdoc Sebastian Slama verdanke ich außerordentlich viel. Damals, vor Ewigkeiten, als ich zu seinem Experiment kam, war ich in Sachen Quantenoptik ein ziemlich unbeschriebenes Blatt. Mit seinem Fachwissen und seiner geduldigen Art war er genau der Mentor, den ich brauchte. Auch später stand er mir immer mit Rat und Tat zur Verfügung.

Ganz allgemein möchte ich mich natürlich auch bei den anderen Mitarbeitern des Stockwerks bedanken. In der herzlichen und freundschaftlichen Atmosphäre habe ich mich in den Jahren meiner Promotion sehr wohl gefühlt. Die tollen gemeinsamen Seminare in Rankweil, Oberjoch und der Bretagne werden mir lange in Erinnerung bleiben.

Herzlichen Dank auch an die Mitglieder des anderen von Philippe betreuten Experiments, den „Lithiums“. Carsten Marzok, Reinhardt Maier und Benjamin Deh, der leider nicht mehr unter uns weilt (da nun in Kanada), waren mehr als nur Arbeitskollegen. Die regelmäßigen Tee- und Kaffeepausen mit Sebastian, Carsten und Benny waren eine Institution, in der ein reger Gedankenaustausch fachlicher und humoristischer Art stattfand.

Besonderen Dank gilt Andreas Günther, der mir des Öfteren einen Teil meines weiten Weges nach Hause abgenommen hat und Helmar Bender, mit dem ich das Schicksal teile, weit weg von allem zu wohnen. Die gemeinsame Zeit mit anregenden Gesprächen in diversen Fastfoodrestaurants, wo wir unsere Gehälter durchgebracht haben, werde ich vermissen. An dieser Stelle darf ich auf keinen Fall meinen lieben ehemaligen Bürogenossen Alexander Stibor vergessen. Auch wenn höhere verbeamtete Mächte uns anderen Büros zuteilten, werde ich unsere gemeinsame Zeit u.a. mit Rezitationen aus dem noch zu schreibenden „Stibor“ nicht vergessen.

Dies alles wäre natürlich nicht möglich ohne die Unterstützung der Elektronikwerkstatt unter Leitung von Herrn Schreyer und der Mechanikwerkstatt unter Leitung von Herrn Brodbeck. Herr Schreyer stand immer sofort zur Verfügung, wenn Reparaturen durchgeführt und elektronische Bauteile angefertigt werden mussten. Auch die Zusammenarbeit mit der Mechanikwerkstatt war vorbildlich. Zwar war die Warteliste immer ziemlich lang, doch wurden bei kleineren Arbeiten Ausnahmen gemacht.

Außerdem danke ich den Sekretärinnen Frau Eiskant und Frau Walz für ihre Unterstützung bei verwaltungstechnischen Formalitäten. Herzlichen Dank auch an Frau Lossa, die viel Geduld bei meiner offenen Rechnung bei der Kaffeekasse bewiesen hat.

Man kann seine Gedanken und Ergebnisse irgendwie niederschreiben, aber ohne den Fleiß und Kompetenz von Orthographie- und Grammatikkundigen kommt es mitunter nur zu einem Wirrwarr von Buchstaben. Ein ganz großer Dank an Katharina Lauber und Carsten, die sich die Zeit genommen haben, Sinn in meine Arbeit zu bringen.

Zum Schluss danke ich noch meiner Familie. Ohne die moralische und finanzielle Unterstützung meiner Eltern und meiner Schwester wäre ich wohl nicht der, der ich bin und hätte den von mir gewählten Weg nicht einschlagen können.