

Rastersondenmikroskopie mit ultrakalten
Atomen

Dissertation

der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät
der Eberhard Karls Universität Tübingen
zur Erlangung des Grades eines
Doktors der Naturwissenschaften
(Dr. rer. nat.)

vorgelegt von
Michael Gierling
aus Friedrichshafen

Tübingen

2011

Tag der mündlichen Qualifikation: 19. Juli 2011
Dekan: Prof. Dr. Wolfgang Rosenstiel
1. Berichterstatter: Prof. Dr. József Fortágh
2. Berichterstatter: Prof. Dr. Claus Zimmermann

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Nanopositionierung von Atomen an Chipoberflächen	5
2.1	Prinzip des magnetischen Speicherns neutraler Atome	5
2.2	Nanopositionierung von Magnetfallen	7
2.2.1	Modelle für die Beschreibung der Fallenposition	9
2.2.2	Experimentelle Bestimmung der Fallenposition	17
2.3	Der Siliziumchip mit Strukturen aus Nanoröhren	19
3	Versuchsaufbau	23
3.1	Lasersystem und Vakuumapparatur	23
3.1.1	Lasersystem	23
3.1.2	Vakuumapparatur	25
3.2	Erzeugung entarteter Bose-Gase	28
3.2.1	Magneto-optische Falle	28
3.2.2	Polarisations-Gradienten-Kühlen	30
3.2.3	Magnetfallen	31
3.2.4	Verdampfungskühlen	31
3.2.5	Laden von Atomen an einen Mikrochip	32
3.2.6	Nachweis von Atomen	33
4	Positionsbestimmung einer Chipoberfläche	39
4.1	Das Energie-Abschneide-Modell	39
4.2	Experimentelle Bestimmung der Oberflächenposition	42
4.3	Numerische Berechnung der Teilchendynamik	44
5	Positions- und Höhenbestimmung von Nanostrukturen	47
5.1	Thermische Wolken als Sonde des Rastermikroskops	47
5.1.1	Das Fehlerfunktionsmodell	48
5.1.2	Position und Höhe eines Waldes aus Nanoröhren	51

5.1.3	Vermessung einer freistehenden Nanoröhre	56
5.2	Bose-Einstein-Kondensate als Sonde des Rastermikroskops	58
5.2.1	Bestimmung der Höhe einer freistehenden Nanoröhre	63
6	Oberflächentopographie mit Bose-Einstein-Kondensaten	67
6.1	Punktverwaschungsfunktion des Mikroskops	68
6.2	Abbildung von Oberflächen im contact mode	68
6.3	Messungen im non-contact mode	70
7	Zusammenfassung und Ausblick	75
A	Anhang	77
A.1	Herstellung von senkrecht stehenden Kohlenstoff-Nanoröhren	77
	Literatur	79

1 Einleitung

Mikroskope lassen sich in zwei grundsätzlich unterschiedliche Gruppen einteilen: optische Mikroskope und Rastersondenmikroskope (SPM für 'scanning probe microscope'). Zu der ersten Gruppe zählen beispielsweise das Lichtmikroskop und das Rasterelektronenmikroskop. Das zu untersuchende Objekt wird hierbei einem Licht- bzw. Elektronenstrahl ausgesetzt und dieser wird anschließend mit optischen beziehungsweise elektronenoptischen Linsen auf einen Detektor abgebildet.

Im Gegensatz zu diesen Verfahren, bei denen das Bild durch eine direkte Abbildung erzeugt wird, macht sich die Rastersondenmikroskopie die Wechselwirkung zwischen einer Sonde und der zu untersuchenden Oberfläche zunutze. Die Oberflächeninformation wird Punkt für Punkt durch ein Abrastern der Oberfläche gewonnen und anschließend zu einem Bild zusammengesetzt. Die Rastersondenmikroskopie lässt sich wiederum in zwei Untergruppen einteilen: bei der Rastertunnelmikroskopie (STM für 'scanning tunneling microscope') wird eine Spannung zwischen Sonde und Oberfläche angelegt und der Abstand zwischen diesen so weit verringert, bis ein messbarer Tunnelstrom fließt. Während des Abrasterns der Oberfläche wird die Höhe der Sonde nachgeregelt, so dass der Tunnelstrom konstant bleibt. Der Tunnelstrom ist exponentiell abhängig vom Abstand zwischen Sonde und Oberfläche, so dass mit diesem Verfahren ein sehr präzises Höhenprofil der Oberfläche erstellt werden kann. Während dieses Verfahren auf leitende Objekte beschränkt ist, basiert die Rasterkraftmikroskopie (AFM für 'atomic force microscope') auf der atomaren Wechselwirkung zwischen Sonde und Oberfläche, beispielsweise der van-der-Waals Kraft. Die Sonde ist an einem sogenannten cantilever befestigt, der sich durch die zwischen Sonde und Oberfläche auftretenden Kräfte verbiegt. Diese Auslenkung wird typischerweise mit optischen Sensoren gemessen. Je nach Art der Wechselwirkung lassen sich auch magnetische und elektrische Potentiale mit einer Auflösung im Subnanometerbereich messen. Zusätzlich lässt sich mit einer geeigneten Sonde die untersuchte Oberfläche auf atomarer Ebene manipulieren.

In der vorliegenden Arbeit wird vorgestellt, wie ultrakalte thermische Atomwolken und Bose-Einstein-Kondensate als Sonden eines neuartigen Rastermikroskops, eines 'Kaltatom-Rastersondenmikroskops', verwendet werden können, um die Topographie von Nanostrukturen abzubilden. Als Testobjekte werden Strukturen von Kohlenstoff-Nanoröhren verwendet.

Während es schwierig bis unmöglich ist, senkrecht stehende Nanoröhren mit einer im Vergleich zum untersuchten Objekt sehr großen und massiven Spitze, wie sie bei etablierten Verfahren zur Rastersondenmikroskopie verwendet werden, präzise und zerstörungsfrei darzustellen, ist dies bei der Verwendung ultrakalter Atomwolken als Sonden möglich. Bei ultrakalten Quantengasen handelt es sich um stark verdünnte Gase mit Dichten im Bereich von $10^{12} - 10^{14} \text{ cm}^{-3}$, im Gegensatz zu einem Festkörper mit Dichten von typischerweise 10^{23} cm^{-3} , sodass die mechanische Einwirkung auf das Nanoobjekt gering ist. Eine Schwierigkeit bei der Abbildung einer senkrechtstehenden Nanoröhre mit einem Rastersondenmikroskop stellt das extreme Aspektverhältnis von Kohlenstoff-Nanoröhren dar. Für die in dieser Arbeit beschriebenen Experimente wurden Nanoröhren mit Durchmessern im Bereich von 40 – 300 nm und einer Länge von bis zu $20 \mu\text{m}$ hergestellt. Hieraus errechnet sich ein Aspektverhältnis von bis zu 1 : 500. Ein 'klassisches' AFM kann solche extrem große Höhenänderungen nicht darstellen. Im Gegensatz zu ultrakalten Atomwolken, zerstört ein AFM lange senkrecht stehende Nanoröhren. Ein weiterer Vorteil des hier vorgestellten Verfahrens ist die genaue Positionierbarkeit der Atomwolke, die durch magnetische Potentiale erreicht wird. Im Gegensatz zu herkömmlichen Sonden, welche über Piezoaktuatoren bewegt werden, unterliegt die Positionierung von Atomwolken keiner Hysterese und der Rasterbereich ist prinzipiell nicht begrenzt. Die in dieser Arbeit zur Positionierung von Atomwolken verwendeten Magnetfallen können eine Fläche von 20 mm^2 abrastern und dabei Strukturen mit Höhen von bis zu $500 \mu\text{m}$ abtasten.

Dass ultrakalte Atomwolken dazu verwendet werden können, Informationen über die Struktur einer Chipoberfläche zu erhalten, konnte bereits in den Arbeiten von [Lin04] und [Hun10] gezeigt werden. Hierbei wurde die Ausdehnung einer Metallschicht über die Lebensdauer eines Bose-Einstein-Kondensats bestimmt, bzw. die Dicke eines mikromechanischen 'Cantilevers' durch Atomzahlverluste nahe der Oberfläche vermessen.

Neben dem Einsatz von Bose-Einstein-Kondensaten als Sonde eines Rastersondenmikroskops, können diese in aktuellen Experimenten auch selbst mikroskopisch untersucht werden. Mit einem entsprechenden Linsensystem können einzelne Atome eines Bose-Einstein-Kondensats in einer direkten Abbildung [Bak09] bzw. über die Detektion von Fluoreszenzlicht [She10] nachgewiesen werden. Auch die Untersuchung ultrakalter Quantengase mittels eines Rasterelektronenmikroskops konnte bereits realisiert werden [Ger08]. Diese Anordnungen stellen somit direkte Realisierungen eines Bose-Einstein-Kondensats 'Mikroskops' dar.

Seit den letzten Jahren sind Hybridsysteme, bestehend aus Bose-Einstein-Kondensaten und einzelnen Ionen, Gegenstand intensiver Forschung. Experimente wurden sowohl zur Wechselwirkung von Bose-Einstein-Kondensaten aus ^{87}Rb Atomen mit Yb^+ Ionen [Zip10], als auch mit Ba^+ und Rb^+ Ionen [Sch10a] durchgeführt. Indem die Position eines einzelnen Ions relativ zum Bose-Einstein-Kondensat variiert

wird, kann dessen atomare Dichteverteilung bestimmt werden. Dieses System stellt somit ebenfalls eine Art Mikroskop für ultrakalte Quantengase dar.

Bei Lichtmikroskopen ist die Auflösung prinzipiell durch die Wellenlänge des verwendeten Lichts begrenzt und erreicht Werte bis etwa 200 Nanometer [Hec09]. Die Auflösung von Rastersondenmikroskopen wird durch die Ausdehnung der verwendeten Sonde begrenzt. Routinemäßig werden Sonden verwendet, die an der Spitze aus einzelnen Atomen bestehen und somit lateral atomare Auflösungen ermöglichen [Gie03]. Die Auflösung des in dieser Arbeit vorgestellten 'Kaltatom-Rastersondenmikroskops' ist durch die Größe der verwendeten Atomwolke begrenzt. Für die im Rahmen dieser Arbeit beschriebenen Experimente wurden Wolken mit Durchmessern von wenigen Mikrometern präpariert. Die minimal erreichbare Größe einer Atomwolke in einem harmonischen Fallenpotential ist durch die Ausdehnung der Grundzustandswellenfunktion gegeben. Für herkömmliche steile Fallen mit Frequenzen im Kilohertzbereich ergeben sich Ausdehnungen des Grundzustands $a_0 = \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}}$ im Bereich von hundert Nanometer. \hbar bezeichnet das reduzierte Plancksche Wirkungsquantum, m die Masse der präparierten Atome und ω die Fallenfrequenz des harmonischen Potentials. Prinzipiell sind noch steilere Fallen bis in den 10 MHz-Bereich denkbar, die beispielsweise durch Einstrahlen von Licht an spitzen Objekten erzeugt werden könnten [Cha09], so dass die Ausdehnung des Grundzustandes bis auf wenige Nanometer schrumpfen sollte.

Nahezu zeitgleich mit der ersten Realisierung eines Bose-Einstein-Kondensats in ultrakalten Gasen [Cor02, Ket02] begann bereits die Miniaturisierung der verwendeten Fallen für Atome, wodurch insbesondere eine bessere Kontrolle, im Sinne einer genaueren Positionierbarkeit, der Kondensate erreicht wurde. Das Prinzip der magnetischen Mikrofallen nutzt aus, dass die magnetischen Feldgradienten nahe der Oberfläche eines stromführenden Leiters sehr hohe Werte annehmen [Wei95]. Durch einen adiabatischen Transfer können Atome aus einer makroskopischen Falle in diese miniaturisierten Fallen umgeladen werden [Vul98, For98]. Auf einem Substrat strukturierte Leiterbahnen ermöglichen sowohl das magnetische Speichern von Atomen, als auch deren Manipulation. Diese Technik ist unter dem Begriff Atomchip bzw. magnetische Mikrofalle bekannt [Fol00]. Die ersten Bose-Einstein-Kondensate in magnetischen Mikrofallen wurden 2001 erzeugt [Ott01, Hän01]. Diese Techniken bilden den Ausgangspunkt für die vorliegende Arbeit.

Ebenso wichtig für die vorliegende Dissertation sind Kohlenstoff-Nanoröhren, welche seit den 90er Jahren des 20. Jahrhunderts bekannt sind [Har09, Dre08]. Dabei handelt es sich im einfachsten Fall um eine Art Hohlzylinder aus einer einatomigen Lage aus Kohlenstoffatomen, den man sich als eine aufgerollte Graphenschicht [Gei10] vorstellen kann. Die ersten Strukturen, die man aus heutiger Sicht als Kohlenstoff-Nanoröhren bezeichnen würde, wurden 1889 von Hughes und Chambers entdeckt [Hug89]. Die sogenannten 'carbon filaments', die aus kohlenstoffhaltigem Gas abgeschieden wurden. 1991 untersuchte Iijima detailliert die Struktur von 'multiwall' Kohlenstoff-Nanoröhren [Iij91], bevor er zusammen mit Ichihashi 1993

von der ersten Herstellung von 'single wall' Nanoröhren berichtete [Iij93]. Aufgrund überragender Materialeigenschaften, wie beispielsweise extrem hohen elektrischen und thermischen Leitfähigkeiten, sowie mechanischer Steifigkeit, steigt seither das Interesse an Kohlenstoff-Nanoröhren in der gesamten Wissenschaft.

Seit 1998 können Kohlenstoff-Nanoröhren mit dem sogenannten 'chemical vapor deposition' Verfahren (CVD) gezielt auf einer strukturierten Chipoberfläche hergestellt werden [Kon98, Teo03]. Im selben Jahr erweiterten Ren et al. dieses Verfahren zum 'plasma enhanced' CVD [Ren98]. Hierbei wird durch Anlegen eines zusätzlichen Plasmas während des Wachstumsprozesses eine Ausrichtung der Nanoröhren erzielt. Eine mit dieser Methode hergestellte Chipstruktur mit senkrecht stehenden Kohlenstoff-Nanoröhren wird für die in dieser Arbeit beschriebenen Experimente verwendet.

Die Dissertation befasst sich mit der Nanopositionierung von Atomen an Chipoberflächen und der Charakterisierung des Kaltatom-Rastersondenmikroskops mithilfe von Kohlenstoff-Nanoröhren.

2 Nanopositionierung von Atomen an Chipoberflächen

Die experimentelle Anordnung zur topographischen Untersuchung einer nanostrukturierten Oberfläche mit ultrakalten Atomwolken ist schematisch in Abbildung 2.1 dargestellt: thermische Atomwolken, bzw. Bose-Einstein-Kondensate werden durch ein magnetisches Fallenpotential über der Chipoberfläche positioniert. Auf diesem Chip befinden sich Strukturen aus Kohlenstoff-Nanoröhren, die mit der Atomwolke als Sonde topographisch abgebildet werden sollen. Insbesondere können die Position und Höhe unterschiedlicher Strukturen aus Kohlenstoff-Nanoröhren bestimmt werden. Im Folgenden sollen die Techniken zur Nanopositionierung von Magnetfallen an Chipoberflächen zusammengefasst werden.

2.1 Prinzip des magnetischen Speicherns neutraler Atome

Das Fangen paramagnetischer Atome¹ in konservativen magnetischen Fallenpotentialen beruht auf der Wechselwirkung des magnetischen Moments $\vec{\mu}_F$ eines Atoms mit einem externen Magnetfeld² \vec{B} und der damit verbundenen potentiellen Energie:

$$U = -\vec{\mu}_F \cdot \vec{B}. \quad (2.1)$$

Dabei ist das magnetische Moment mit dem Gesamtdrehimpuls $\vec{F} = \vec{J} + \vec{I}$ verbunden, der sich aus der Kopplung des Gesamtelektronenspins³ \vec{J} und des Kernspins \vec{I}

¹Für die in dieser Arbeit beschriebenen Experimente werden ^{87}Rb Atome magnetisch gespeichert und präpariert.

²Der gängigen Notation folgend, wird die magnetische Induktion \vec{B} in dieser Arbeit als Magnetfeld bezeichnet. Zwischen der Induktion \vec{B} und dem Magnetfeld \vec{H} besteht die Beziehung $\vec{H} = \mu_0\mu_r\vec{B}$ mit der Vakuumpermeabilität μ_0 und der materialabhängigen Permeabilitätszahl μ_r .

³Im Allgemeinen gilt für den Gesamt-Elektronenspin $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$. Während der in dieser Arbeit beschriebenen Experimente befinden sich die ^{87}Rb -Atome im Grundzustand $5S_{1/2}$, der durch einen verschwindenden Bahndrehimpuls $L = 0$ und einen Elektronenspin $S = 1/2$ charakterisiert ist. Der Kernspin beträgt $I = 3/2$. In diesem speziellen Fall gilt: $\vec{J} = \vec{S}$.

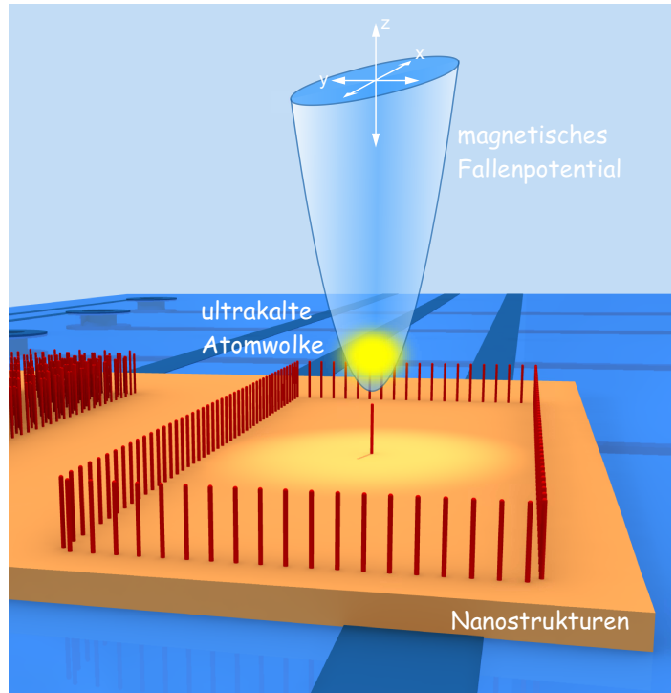


Abbildung 2.1 – Schematische Darstellung des Rastersondenmikroskops mit ultrakalten Atomen. Bose-Einstein-Kondensate oder ultrakalte thermische Atomwolken können in einer Magnetfalle präzise über der Chipoberfläche präpariert und positioniert werden. Mit den ultrakalten Atomen kann die Topographie von Nanostrukturen, hier einer Struktur mit Kohlenstoff-Nanoröhren, abgetastet werden.

eines Atoms ergibt⁴:

$$\vec{\mu}_F = -g_F \frac{\mu_B}{\hbar} \vec{F}. \quad (2.2)$$

g_F ist der gyromagnetische Faktor⁵ für den betrachteten Hyperfeinzustand, $\mu_B = \frac{\hbar e}{2 m_e}$ das Bohrsche Magneton, das sich aus der Elementarladung e , der Masse des Elektrons m_e und dem Planckschen Wirkungsquant \hbar ergibt. Wegen der Drehimpulserhaltung präzediert der Spin und damit das magnetische Moment eines Atoms um die Richtung des externen Magnetfeldes mit der Larmorfrequenz

$$\omega_L = \frac{g_F \mu_B}{\hbar} |\vec{B}|. \quad (2.3)$$

⁴Dies gilt für schwache externe Magnetfelder bis etwa 600 G. Bei stärkeren Feldern, die beim magnetischen Speichern der Atome jedoch nicht erreicht werden, ist der Gesamtspin F keine gute Quantenzahl mehr und Spin und Bahndrehimpuls des Atoms koppeln nicht mehr zu einem Gesamtdrehimpuls, sondern direkt an das externe Feld.

⁵auch Landé-Faktor genannt

Unter der Adiabazitätsbedingung, dass die Larmorfrequenz der Atome auf ihrer Flugbahn durch die Falle deutlich größer ist als ihre zeitliche Änderung [For07]:

$$\omega_L \gg \frac{1}{\omega_L} \frac{d\omega_L}{dt}, \quad (2.4)$$

kann das magnetische Moment der Atome adiabatisch der Richtung des Magnetfeldes folgen. Wird dieses Adiabazitätskriterium nicht erfüllt⁶, treten sogenannte Majoranaverluste auf, das heißt, die Atome können durch ein Umklappen der Spins in einen ungefangenen Zeemanzustand übergehen [Suk97]. Ist die Bedingung 2.4 erfüllt, so ist das für die Atome relevante magnetische Potential 2.1 direkt proportional zum Magnetfeld:

$$U = g_F m_F \mu_B \left| \vec{B} \right|. \quad (2.5)$$

m_F ist die Projektion des Gesamtdrehimpulses \vec{F} in Richtung des externen Magnetfeldes und sofern 2.4 erfüllt ist, ist m_F eine Erhaltungsgröße. In den in dieser Arbeit beschriebenen Experimenten werden ^{87}Rb -Atome im Zustand $5^2S_{1/2}$, $F = 2$, $m_F = 2$ in Magnetfallen präpariert. Für diesen Zustand gilt: $g_F = 1/2$. Allgemein kann das Produkt $g_F m_F$ eines Atoms sowohl positiv als auch negativ sein. Atome mit $g_F m_F > 0$ erfahren eine Kraft in Richtung des Magnetfeldminimums und werden 'low-field-seeker' genannt. Für $g_F m_F < 0$ spricht man von 'high-field-seekern', die folglich eine Kraft in Richtung des stärksten Magnetfeldes erfahren. Aufgrund der Quellenfreiheit des Magnetfeldes im freien Raum kann kein Maximum des Magnetfeldes erzeugt werden und somit sind 'high-field-seeker' nicht in statischen Magnetfallen speicherbar [Win83].

2.2 Nanopositionierung von Magnetfallen

Im Rahmen dieser Arbeit wird für die Positionierung von Magnetfallen, in der ultrakalte thermische Wolken und Bose-Einstein-Kondensate präpariert werden, ein von Andreas Günther⁷ entwickeltes Förderband für Atome verwendet [Gün03, Gün05]. Stromdurchflossene Leiterbahnen auf diesem Chip erzeugen zusammen mit einem im Chiphalter implementierten 'Kompressionsdraht' magnetische Fallenpotentiale. Für die hier beschriebenen Experimente wurden harmonische Fallen verwendet, welche entsprechend ihrer Geometrie durch eine radiale und eine axiale Fallenfrequenz (ω_r , ω_a) charakterisiert werden und mit einer Genauigkeit von unter einem Mikrometer positioniert werden können.

Das Förderband (siehe Abbildung 2.2 (a)) wird durch einen Chip aus Aluminiumoxid, der $15.7 \text{ mm} \times 55.7 \text{ mm}$ groß und $250 \mu\text{m}$ dick ist, realisiert. Auf beiden

⁶dies ist insbesondere der Fall für $\left| \vec{B} \right| = 0$, da hier $\omega_L = 0$ wird.

⁷Arbeitsgruppe Nano Atomoptics, Universität Tübingen

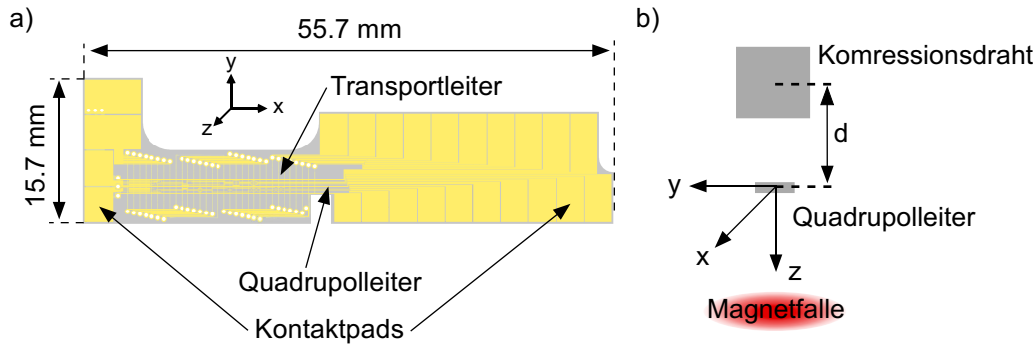


Abbildung 2.2 – (a) Schematische Darstellung des Förderbandes aus [Gün03]. Auf der Vorderseite sind links und rechts Kontaktpads zur elektrischen Kontaktierung, sowie mehrere 'Quadrupolleiter' zur Erzeugung einer Magnetfalle angebracht. Im Rahmen dieser Arbeit wurde nur einer dieser Leiter verwendet. Die 8 'Transportleiter' haben einen mäanderförmigen Verlauf, wobei sich die in y -Richtung verlaufenden Abschnitte auf der Rückseite des Chips befinden. Die Funktionsweise der einzelnen Leiter wird im Text beschrieben. (b) Das zur Beschreibung der Leiter verwendete Koordinatensystem. Die x -Achse verläuft entlang des Quadrupolleiters. Hierzu parallel verläuft der Kompressionsdraht bei $z = -d$. Die Transportleiter verlaufen parallel zur y -Achse bei $z = -250 \mu\text{m}$ und die z -Achse zeigt in Gravitationsrichtung. Das Förderband ist kopfüber in der Vakuumkammer montiert. Zur Verdeutlichung der Position der Magnetfalle, ist diese schematisch durch eine Atomwolke dargestellt.

Seiten sind Goldleiterbahnen mit einer Dicke von jeweils $6 \mu\text{m}$ aufgebracht. Neben dem auf der Vorderseite befindlichen $100 \mu\text{m}$ breiten 'Quadrupolleiter' befinden sich senkrecht hierzu acht 'Transportleiter' mit einer Breite von jeweils $100 \mu\text{m}$ und Abständen von $650 \mu\text{m}$ zueinander auf der Rückseite des Chips, die mäanderförmig angeordnet sind. Auf diese Weise wiederholen sich die Transportleiter periodisch auf einer Distanz von 20.15 mm (siehe Abbildung 2.2 (a)). Die Leiter enden auf Kontaktpads, auf denen mit einem leitfähigen Klebstoff kaptonisierte Kupferdrähte für die elektrische Kontaktierung angebracht sind.

Für die folgende Beschreibung der Nanopositionierung verwenden wir das in Abbildung 2.2 (b) angegebene Koordinatensystem: die x -Achse liegt parallel zum Quadrupolleiter, die y -Achse liegt parallel zu den Transportleitern und die z -Achse zeigt entlang der Gravitationsrichtung, also entlang des Normalenvektors der Chipebene. Der Kompressionsdraht liegt somit parallel zum Quadrupolleiter bei $z = -d$. Die Richtung entlang der x -Achse wird infolge der geringeren Fallenfrequenz ω_a auch als axiale Richtung bezeichnet, während die y - und z -Richtungen aufgrund der Radialsymmetrie der Magnetfallen und der größeren radialen Fallenfrequenz ω_r als radiale Richtung bezeichnet werden. Typische Verhältnisse der beiden Fallenfrequenzen $\frac{\omega_r}{\omega_a}$ liegen zwischen 5 und 8. Im Folgenden wird die Positionierung der Magnetfalle getrennt für die drei Raumrichtungen betrachtet. Der magnetische Einschluss in y -

und z-Richtung wird durch den Quadrupolleiter und den Kompressionsdraht erreicht, während der Einschluss in x-Richtung durch die Transportleiter gegeben ist.

2.2.1 Modelle für die Beschreibung der Fallenposition

Positionierung in z-Richtung

Werden der Quadrupolleiter und der Kompressionsdraht, die im Folgenden als unendlich dünn und unendlich lang angenommen werden⁸, von den entgegengesetzt gerichteten Strömen I_{QP} und I_K durchflossen, entsteht entlang der x-Achse bei $y=0$ eine Linie mit verschwindendem Magnetfeld. In y- und z-Richtung steigt der Magnetfeldbetrag linear mit der Steigung

$$\alpha_r = \left. \frac{d|\vec{B}|}{dz} \right|_{z=z_{min}} = \left. \frac{d|\vec{B}|}{dy} \right|_{y=0} \quad (2.6)$$

an. Diese Feldkonfiguration entspricht einem linearen Quadrupolfeld. Für die Bestimmung des Abstandes z_{min} , in dem dieser magnetische Wellenleiter verläuft, betrachten wir den Betrag des Magnetfeldes für Positionen entlang der z-Richtung:

$$B(z) = \frac{\mu_0 I_{QP}}{2\pi z} - \frac{\mu_0 I_K}{2\pi (z+d)}. \quad (2.7)$$

z_{min} errechnet sich aus Gleichung 2.7 und der Bedingung $B(z_{min}) = 0$ zu:

$$z_{min} = \frac{I_{QP}d}{I_K - I_{QP}} = \frac{d}{\frac{I_K}{I_{QP}} - 1}. \quad (2.8)$$

Zur Vermeidung von Majoranaverlusten (siehe Abschnitt 2.1) wird im Experiment mit Hilfe eines Spulenpaares, das an der Außenseite der Vakuumkammer montiert ist, ein Offsetfeld B_0 mit einer typischen Stärke von knapp einem Gauss⁹ angelegt¹⁰. Durch dieses Magnetfeld, das am Ort der Atome aufgrund der verglichen zum Spulenabstand geringen Ausdehnung der Atomwolke in guter Näherung als homogen betrachtet werden kann, ändert sich lediglich die Falltiefe, nicht aber der Ort des Magnetfeldminimums. Durch das Offsetfeld wird der lineare Feldverlauf in

⁸Streng genommen ist diese Annahme in dem vorliegenden Fall nicht gerechtfertigt, da der Abstand der Magnetfalle von der Leiteroberfläche nicht deutlich größer ist als deren Ausdehnung. Für kleine Auslenkungen der Magnetfalle ($y \approx 0$) ist die endliche Ausdehnung der Leiter jedoch vernachlässigbar, da die durch die Leiter erzeugten magnetischen Feldlinien in guter Näherung parallel zur y-Achse verlaufen.

⁹1 Gauss = 10^{-4} Tesla.

¹⁰Durch die Transportleiter, die senkrecht zu Quadrupolleiter und Kompressionsdraht verlaufen, ist bereits ein Offsetfeld am Ort des Fallenminimums vorhanden, das mit dem an der Kammer angebrachten Spulenpaar auf eine beliebige Stärke eingestellt werden kann.

z-Richtung parabolisch:

$$\left| \vec{B} \right| = \sqrt{B_0^2 + \alpha_r^2 z^2} = B_0 \sqrt{1 + \left(\frac{\alpha_r z}{B_0} \right)^2} \quad (2.9)$$

$$\approx B_0 + \frac{1}{2} \frac{\alpha_r^2}{B_0} z^2. \quad (2.10)$$

Diese Näherung gilt in der Nähe des Fallenzentrums und ist für die Beschreibung der in dieser Arbeit durchgeführten Experimente eine sehr gute Näherung¹¹. Das Potential hat somit die Form eines harmonischen Oszillatorpotentials:

$$U = \mu_B \left| \vec{B} \right| = \mu_B B_0 + \frac{1}{2} m \omega_r^2 z^2 \quad (2.11)$$

mit der radialen Fallenfrequenz

$$\omega_r = \sqrt{\frac{\mu}{m B_0}} \alpha_r = \sqrt{\frac{\mu}{m B_0}} \left. \frac{dB}{dz} \right|_{z=z_{min}}. \quad (2.12)$$

Der Fallengradient berechnet sich allgemein mit Gleichung 2.7 zu:

$$\frac{dB}{dz} = -\frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_{QP}}{z^2} + \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_K}{(z+d)^2}. \quad (2.13)$$

Am Ort des Magnetfeldminimums z_{min} ergibt das:

$$\alpha_r = \left. \frac{dB}{dz} \right|_{z=z_{min}} = -\frac{\mu_0}{2\pi} \frac{1}{d^2} \frac{(I_K - I_{QP})^3}{I_K I_{QP}}. \quad (2.14)$$

und die Fallenfrequenz 2.12 wird zu:

$$\omega_r = \sqrt{\frac{\mu}{m B_0}} \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{1}{d^2} \frac{(I_K - I_{QP})^3}{I_K I_{QP}}. \quad (2.15)$$

Im Fall eines verschwindenden Offsetfeldes ist die Falltiefe gerade gegeben durch den Betrag des Magnetfeldes an der Stelle z_1 , für die gilt: $\frac{dB}{dz} = 0$. Bei zusätzlichem Offsetfeld verringert sich dieser Wert um B_0 . Dies wird in Abbildung 2.3 verdeutlicht. z_1 ergibt sich aus 2.13 und der Bedingung $\left. \frac{dB}{dz} \right|_{z=z_{min}} = 0$ zu:

$$z_1 = \frac{\sqrt{I_{QP}}}{\sqrt{I_K} - \sqrt{I_{QP}}}. \quad (2.16)$$

Für die Falltiefe ΔB gilt somit nach Einsetzen von z_1 in Gleichung 2.7:

$$\Delta B = B(z_1) - B_0 = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{(\sqrt{I_K} - \sqrt{I_{QP}})^2}{d}. \quad (2.17)$$

¹¹Die Temperatur der magnetisch gespeicherten Atomwolken beträgt im Experiment typischerweise ein zehntel der Falltiefe. Somit befindet sich der Großteil der Atome in der Nähe des Fallenzentrums.

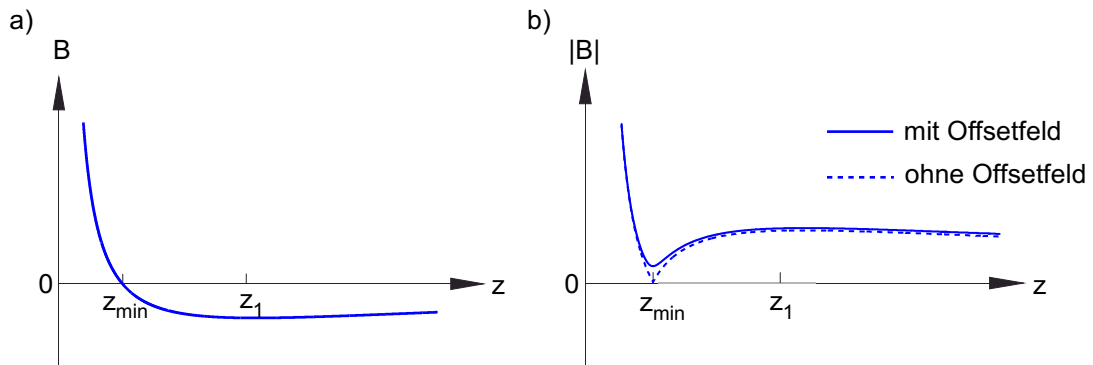


Abbildung 2.3 – (a) Verlauf des durch Quadrupolleiter und Kompressionsdraht erzeugten Magnetfeldes nach Gleichung 2.7 in radialer Richtung. (b) Betrag des Magnetfeldes ohne und mit angelegtem Offsetfeld B_0 .

Die Ströme I_{QP} und I_K werden über präzise Stromquellen¹² angesteuert und sind sehr genau (auf $\pm 10 \mu\text{A}$) bekannt. Der Abstand d zwischen Quadrupolleiter und Kompressionsdraht ist bestimmt durch die halbe Breite des rechteckigen Kompressionsdrahts mit einer Kantenlänge von 2 mm und der Dicke des Förderbandes von $250 \mu\text{m}$, auf dem der Quadrupolleiter aufgebracht ist, zuzüglich der Dicke der Kleberschicht zwischen Kompressionsdraht und Förderband. Diese Kleberschicht wurde so dünn wie möglich aufgetragen. Da sie neben der mechanischen Verbindung von Chip und Chiphalter, auf dem sich der Kompressionsdraht befindet, diesen vom Chip elektrisch isoliert, wurde sie so dick aufgebracht, dass sie auf jeden Fall den Kompressionsdraht vollständig bedeckt. Die Dicke der Klebstoffschicht lässt sich grob auf einen Wert zwischen 0.5 mm und 1 mm schätzen.

Abstand zwischen Quadrupolleiter und Kompressionsdraht

Sofern der Abstand d zwischen Quadrupolleiter und Kompressionsdraht bekannt ist, kann die Position der Magnetfalle in z -Richtung nach Gleichung 2.8 bestimmt werden. Dieser Abstand kann indirekt, auch ohne Kenntnis der exakten Dicke der Klebstoffschicht zwischen Kompressionsdraht und Förderband, bestimmt werden. Hierzu wird die radiale Fallenfrequenz für unterschiedliche Wertepaare von I_K und I_{QP} an zwei in x -Richtung um $650 \mu\text{m}$ verschobenen Positionen gemessen. Hierfür wird die Magnetfalle instantan um wenige μm in z -Richtung versetzt, wodurch eine Schwingung angeregt wird. Durch Positionsbestimmungen der Atome nach einer Expansionszeit [Ket99] von 15 ms und unterschiedlichen Haltezeiten nach Anregung der Schwingung, kann die Schwingung in der Falle rekonstruiert und die Fallenfrequenz bestimmt werden. Für kleine Amplituden ist die entstehende Schwingung eine rein harmonische. Nach einer Expansionszeit τ ist die Position der Atomwolke gegeben

¹²Firma High Finesse

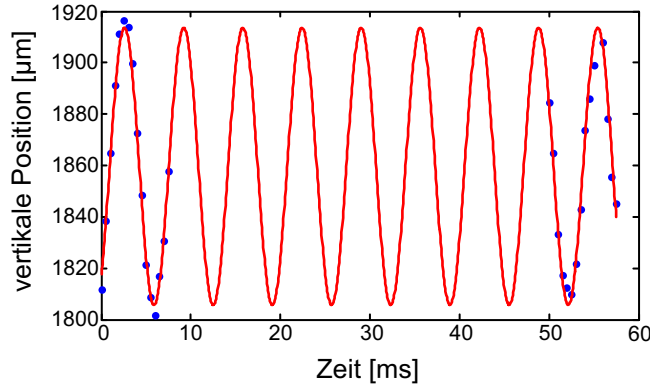


Abbildung 2.4 – Schwingung einer Atomwolke in radialer Richtung, aufgenommen nach einer Expansionszeit von 15 ms. Der Fit nach Gleichung 2.21 (rote Kurve) ergibt eine Fallenfrequenz von $\omega_r = 2\pi \times 151 \frac{1}{s}$.

durch:

$$X(t) = x(t) + \dot{x}(t) \tau = A \sin(\omega t + \phi) + A \omega \tau \cos(\omega t + \phi). \quad (2.18)$$

$X(t)$ bezeichnet die Position der Atomwolke nach der Expansionszeit τ , $x(t)$ ist die Position der Magnetfalle und $\dot{x}(t)$ die Schwerpunktschwindigkeit der Atome in der Falle. Mit

$$B = A \sqrt{1 + \omega^2 \tau^2} \quad (2.19)$$

und

$$\Phi = \arctan(\omega \tau) + \phi \quad (2.20)$$

lässt sich die Schwingung schreiben als:

$$X(t) = B \sin(\omega t + \Phi). \quad (2.21)$$

Abbildung 2.4 zeigt exemplarisch die gemessenen Punkte einer radialen Schwingung für $I_K = 5.4$ A und $I_{QP} = 0.8$ A, sowie die nach Gleichung 2.21 angefitzte Kurve.

Die radiale Fallenfrequenz ist nach 2.15 abhängig vom Offsetfeld B_0 . Da sich dieses Offsetfeld aufgrund der Zuleitungen zum Kompressionsdraht für die beiden axialen Positionen unterscheidet, ergeben sich unterschiedliche gemessene Fallenfrequenzen für diese beiden axialen Positionen, an denen ω_r bestimmt wurde. Um diesen Unterschied zu berücksichtigen, betrachten wir den Gradienten des Magnetfeldes 2.14 in radialer Richtung im Fallenminimum z_{min} . Dieser Gradient ist im Gegensatz zur Fallenfrequenz unabhängig vom Wert des Offsetfeldes und lässt sich nach Gleichung 2.12 aus der experimentell bestimmten Fallenfrequenz und dem ebenfalls experimentell bestimmten Offsetfeld errechnen. Die bestimmten Gradienten stimmen für beide axiale Positionen überein und hängen nur noch von den Strömen in

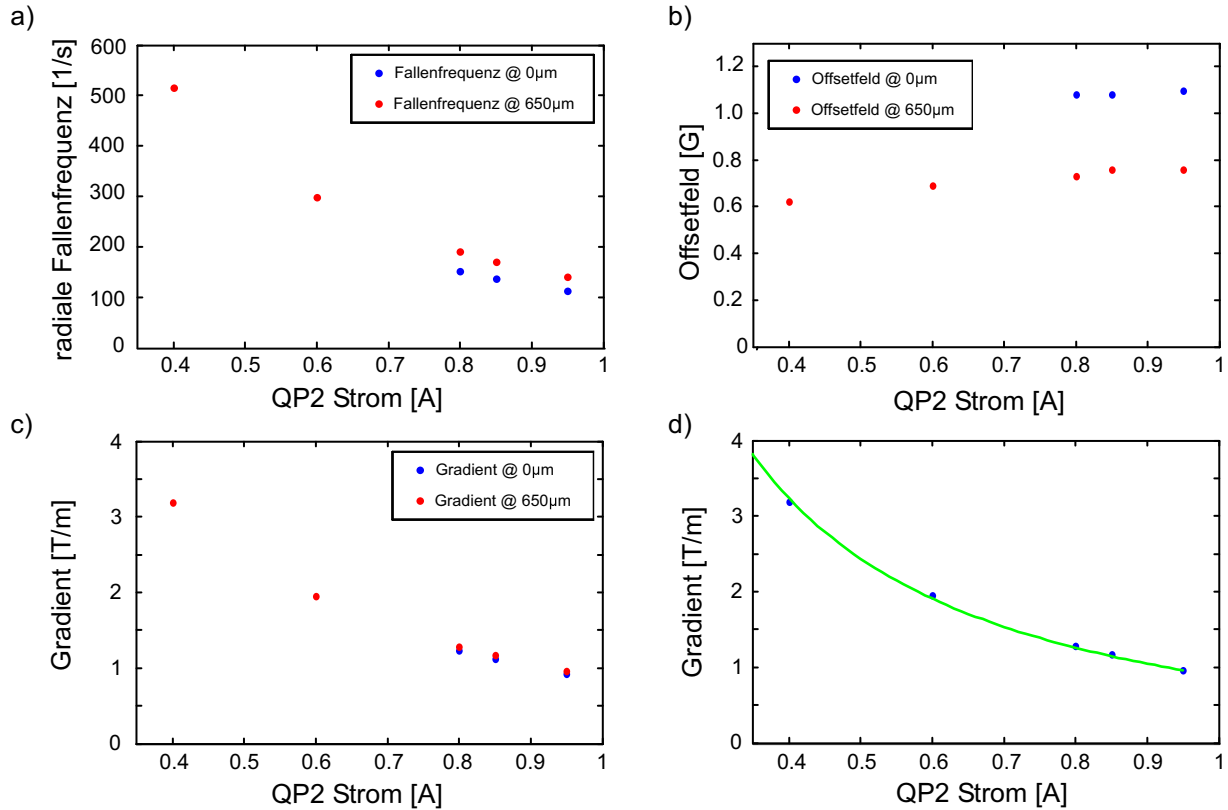


Abbildung 2.5 – Für unterschiedliche Ströme im Quadrupolleiter und an unterschiedlichen x -Positionen gemessene (a) radiale Fallenfrequenzen, (b) das an diesen Positionen bestimmte Offsetfeld und (c) die errechneten Gradienten des Magnetfeldes im Fallenminimum. (d) Fit von Gleichung 2.14 an die Magnetfeldgradienten. Der Abstand d zwischen Quadrupolleiter und Kompressionsdraht wurde hierbei als freier Fitparameter zugelassen und zu $d = 1.89$ mm bestimmt.

Quadrupolleiter und Kompressionsdraht, sowie dem zu bestimmenden Abstand d zwischen diesen beiden Leitern ab.

In Abbildung 2.5 sind die gemessenen Fallenfrequenzen und Offsetfelder, sowie die hieraus errechneten Gradienten und die nach Gleichung 2.14 angefitte Kurve dargestellt. Der beste Fit ergibt sich für einen Wert von $d = 1.89$ mm. Die Dicke der Klebstoffschicht ist somit auf einen Wert von 640 µm bestimmt.

Mit Kenntnis des Abstandes d zwischen Quadrupolleiter und Kompressionsdraht können nun die Ströme in Quadrupolleiter und Kompressionsdraht mit Gleichung 2.8 in absolute Höhen über dem Trägerchip umgerechnet werden.

Positionierung in x -Richtung

Entlang der x -Achse in dem gewählten Koordinatensystem aus Abbildung 2.2 (b), wird der magnetische Einschluss durch die Transportleiter erreicht [Gün03]. Für eine

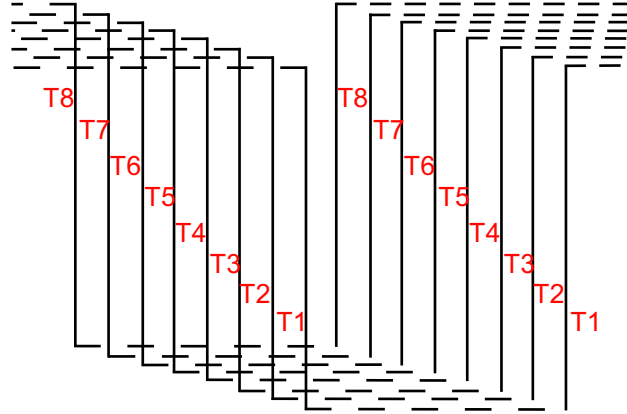


Abbildung 2.6 – Schematische Darstellung der Transportleiter nach [Gün03]. Die acht Transportleiter T1 bis T8 sind periodisch angeordnet und ermöglichen eine kontrollierte Positionierung der Magnetfalle über eine gesamte Strecke von 2 cm. Für den Transport in x -Richtung sind nur die als durchgezogene Linien dargestellten vertikalen Abschnitte der Leiterbahnen von Bedeutung, die auf der Rückseite des Förderbandes angebracht sind. Die gestrichelt dargestellten Abschnitte verlaufen auf der Vorderseite.

Positionierung genau über einem Transportleiter (beispielsweise über T5 in Abbildung 2.6), werden der übernächste linke (T7) und der übernächste rechte Nachbar (T3) mit dem Strom $I_{Transport} = 600$ mA betrieben. Die Magnetfalle kann nun beispielsweise um den Abstand zwischen zwei Transportleitern von $d = 650 \mu\text{m}$ nach links versetzt werden, indem die Ströme in den jeweils linken Nachbarn (T8 und T4) der beiden stromführenden Leiter (T7 und T3) von 0 auf $I_{Transport}$ erhöht werden. Gleichzeitig werden die Ströme in den beiden ersten Leitern von $I_{Transport}$ auf 0 erniedrigt. Diese Verschiebung kann nun periodisch fortgesetzt werden. Für die Beziehung zwischen dem Strom im Transportleiter und der Verschiebung der Magnetfalle $x(I)$ innerhalb einer Transporteinheit d gilt in erster Näherung ein linearer Zusammenhang:

$$x(I_1) = d \left(1 - \frac{I_1}{I_{Transport}} \right). \quad (2.22)$$

I_1 ist die Stromstärke im ersten Leiter, $d = 650 \mu\text{m}$ der Abstand zwischen zwei Transportleitern und $I_{Transport}$ der maximale Strom, der durch die Transportleiter fließt. Für die Stromstärke im zweiten Transportleiter (zwischen den zwei zueinander gehörenden Transportleitern liegt immer ein Abstand von $4d = 2.6$ mm) gilt dann folgender einfacher linearer Zusammenhang:

$$I_2 = I_{Transport} \left(1 - \frac{I_1}{I_{Transport}} \right). \quad (2.23)$$

Positionierung in y-Richtung

Eine Auslenkung in y-Richtung wird durch Anlegen eines homogenen Magnetfeldes in z-Richtung erreicht. Dieses Magnetfeld wird durch zwei Spulen in Helmholtz-Konfiguration, welche im Folgenden als Transferspulen bezeichnet werden (vergleiche Abschnitt 3.1.2), angelegt [Gün03]. Eine der Spulen befindet sich oberhalb, die andere unterhalb des Förderbandes. Die Magnetfalle bewegt sich dann auf einer Kreisbahn in der y-z Ebene. Eine quantitative Bestimmung der Verschiebung in dieser Richtung kann über einen Vergleich der mit Bose-Einstein-Kondensaten abgerasterten Mikrostrukturen mit Aufnahmen eines Rasterelektronenmikroskops der selben Strukturen, die vor dem Einbau der Mikrostrukturen in die Vakuumkammer aufgenommen wurden, erfolgen.

Bestimmung der Offsetfelder

Für die Berechnung der Verschiebung der Magnetfalle aus den Strömen in den fallenerzeugenden Leitern, wird ergänzend zu diesen einfachen Modellen eine Magnetfeldsimulation verwendet. Neben den in dieser Simulation berücksichtigten Leitern wird die reale Fallenposition durch das Erdmagnetfeld und Streumagnetfelder, die insbesondere durch die elektrischen Zuleitungen entstehen, beeinflusst. Diese zusätzlichen Felder können durch die Annahme homogener Magnetfelder in allen drei Raumrichtungen berücksichtigt und auf indirekte Weise experimentell bestimmt werden¹³.

Hierfür wurde die Position der Chipoberfläche an 22 Stellen entlang einer Geraden parallel zur y-Achse bestimmt¹⁴. Für diese Messung wurden Atomwolken mit einer Temperatur von 500 nK in einem Abstand von $50\ \mu\text{m}$ über der Oberfläche präpariert. Bei einer radialen Fallenfrequenz von $\omega_r = 2\pi \times 140\frac{1}{\text{s}}$ ergibt sich ein Radius der Dichteverteilung der Atome, die durch eine Boltzmannverteilung beschrieben wird, von $11\ \mu\text{m}$ (siehe Abschnitt 5.1) und der Überlapp zwischen Atomen und Oberfläche ist vernachlässigbar. Experimentell wird dies dadurch bestätigt, dass in diesem Abstand auch für lange Haltezeiten von einer Sekunde keine Atomzahlverluste auftreten. Für jede der 22 Positionen wurde die Lage der Chipoberfläche bestimmt, indem die Wolken in 300 ms bis auf einen Abstand zwischen $50\ \mu\text{m}$ und $0\ \mu\text{m}$ an die Chipoberfläche verfahren wurden. Direkt im Anschluss wurden die Fallen in 1ms auf die Ausgangsposition versetzt und die Atomzahlen mit einer Absorptionsabbildung (siehe Abschnitt 3.2.6) bestimmt.

Werden diese Messungen für immer kleinere Abstände durchgeführt, so sinkt die normierte Atomzahl von 1 auf 0 ab. In Übereinstimmung mit dem in Abschnitt 5.1.1 vorgestellten Modell nehmen wir an, dass die Position, bei der die Atom-

¹³Die Annahme homogener Magnetfelder ist gerechtfertigt, da die Ausdehnung der Magnetfalle klein ist im Vergleich zum Abstand zwischen Fallenposition und elektrischen Zuleitungen.

¹⁴Als Referenzoberfläche wird die Oberfläche eines Siliziumchips, welcher auf dem Förderband aufgeklebt ist (vergleiche Abschnitt 2.3), verwendet. Die 22 Messpunkte liegen auf der blauen Linie in Abbildung 5.6.

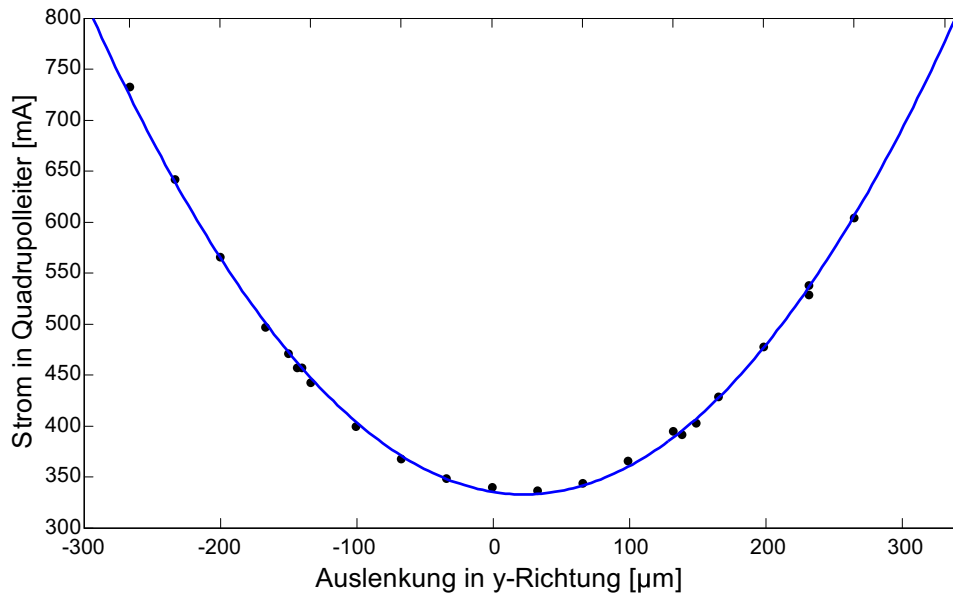


Abbildung 2.7 – Strom im Quadrupolleiter, der notwendig ist, um eine Magnetfalle in einem konstanten Abstand zur Chipoberfläche zu präparieren, als Funktion der Auslenkung der Magnetfalle in y -Richtung. Die Beziehung lässt sich sehr gut durch ein Polynom zweiter Ordnung beschreiben (blaue Linie).

zahl auf die Hälfte abgefallen ist, der Oberfläche entspricht¹⁵. Die Auslenkung der Magnetfalle in y -Richtung wird durch Anlegen eines homogenen Magnetfeldes in z -Richtung erreicht. Dieses Magnetfeld wird durch die in Helmholtz-Konfiguration angeordneten Transferspulen erzeugt, in deren Symmetrieebene sich der Mikrochip befindet. Dieses Magnetfeld bewirkt neben der Auslenkung in y -Richtung auch eine Verschiebung der Fallenposition in z -Richtung. Dieser Versatz kann durch ein entsprechendes Nachführen des Stroms im Quadrupolleiter kompensiert werden. Für die 22 Positionen wird nun der Strom im Quadrupolleiter bestimmt, der nötig ist um die Magnetfalle in dem Abstand zur Chipoberfläche zu präparieren, bei dem die Atomzahl auf die Hälfte des ursprünglichen Wertes abgefallen ist. Die Ergebnisse dieser Messung sind in Abbildung 2.7 dargestellt.

Unter der Annahme, dass der Trägerchip eben auf dem Halter angebracht ist, lassen sich nun die zusätzlichen Felder in der Simulation berücksichtigen¹⁶.

Hierzu wird in allen drei Raumrichtungen je ein zusätzliches homogenes Feld iterativ so angepasst, dass die Simulation für alle 22 gemessenen Punkte, bei den sich

¹⁵Die absolute Position der Oberfläche ist an dieser Stelle nicht von Bedeutung, da nur relative Abstände ausgewertet werden.

¹⁶Der Chip wurde von Hand auf den Chiphalter aufgeklebt. Eine mögliche Verkippung kann auf unter 1° abgeschätzt werden. Die beschriebenen Experimente zur Bestimmung der Offsetfelder wurden auf einer Strecke von unter $600\ \mu\text{m}$ durchgeführt. Dies führt zu einer maximalen Unsicherheit in der Bestimmung der Oberflächenposition von $10\ \mu\text{m}$ und hat einen vernachlässigbaren Einfluss auf die Bestimmung der Offsetfelder.

aus dem Experiment ergebenden Strömen in den felderzeugenden Leitern, die gleiche z -Position des Fallenzentrums der Magnetfalle ergibt. Die hierzu notwendigen Felder ergeben sich zu 0.15 Gauss in x -Richtung, 0.18 Gauss in y -Richtung und -0.52 Gauss in z -Richtung. Die zusätzlichen Felder haben ihre Ursache folglich hauptsächlich im Erdmagnetfeld, das in z -Richtung etwa eine Stärke von -0.44 Gauss besitzt und aufgrund der Ausrichtung der gewählten x -Achse in Nord-West Richtung in x - und y -Richtung jeweils eine Stärke von 0.14 Gauss besitzt¹⁷.

2.2.2 Experimentelle Bestimmung der Fallenposition

Im Experiment integriert ist eine Absorptionsabbildung (siehe Abschnitt 3.2.6), bestehend aus einem Abbildungslaser, der entlang der y -Achse eingestrahlt wird, einem aus 4 Linsen bestehenden Abbildungssystem und einer CCD-Kamera. Verschiebungen der Fallenposition in der x - z -Ebene können mit dieser Kamera folglich beobachtet werden. Für Verschiebungen der Fallenposition zwischen $d = 0 \dots 650 \mu\text{m}$ entlang der x -Achse, was dem Abstand zwischen zwei Transportleitern entspricht, ist in Abbildung 2.8 (a) die Fallenposition als Funktion der Ströme in den Transportleitern dargestellt. Verglichen werden die nach Gleichung 2.22 erzielten Verschiebungen (schwarze Linie) mit den Ergebnissen der Magnetfeldsimulation (rote Linie) und den gemessenen Verschiebungen (blaue Linie). Zu erkennen ist eine systematische Abweichung zwischen den gemessenen Verschiebungen und den nach Gleichung 2.22 erwarteten Verschiebungen von maximal 25%. Die Verschiebungen, die sich aus der Simulation ergeben, liegen zwischen den experimentell bestimmten und den entsprechend der Theorie erwarteten Werten.

In Abbildung 2.8 (b) ist die z -Position der Magnetfalle als Funktion des im Quadrupolleiter fließenden Stroms dargestellt. Die Position $z = 0$ entspricht hierbei der Oberfläche des Trägerchips. Wie in Teilbild (a) sind neben den mit der Absorptionsabbildung bestimmten Fallenpositionen (blaue Linie) auch die Positionen eingezeichnet, die nach Gleichung 2.8 bestimmt wurden (schwarze Linie) und die Positionen, die sich aus der Magnetfeldsimulation ergeben (rote Linie). Die experimentell bestimmten Verschiebungen zeigen eine sehr gute Übereinstimmung mit den Verschiebungen, die sich aus der Simulation ergeben. Die nach Gleichung 2.8 erwarteten Verschiebungen weichen auch in diesem Fall systematisch von den gemessenen Werten ab.

Die nach der Magnetfeldsimulation erwartete Verschiebung der Magnetfalle in y -Richtung als Funktion des Stroms in den Transferspulen kann experimentell überprüft werden, indem die topographische Vermessung von Nanostrukturen (siehe Abschnitt 5.1.3) mit Rasterelektronenmikroskopbildern dieser Strukturen verglichen wird. Für die Verschiebung der Magnetfalle in y -Richtung ergibt sich auf diese Wei-

¹⁷In Mitteleuropa beträgt die Stärke des Erdmagnetfeldes in Nord-Süd Richtung etwa 0.2 Gauss und somit beträgt die Feldstärke in x - und y -Richtung des gewählten Koordinatensystems jeweils $\sin 45^\circ \cdot 0.2$ Gauss.

se eine Abweichung zwischen den gemessenen Werten und der Simulation von etwa 10%.

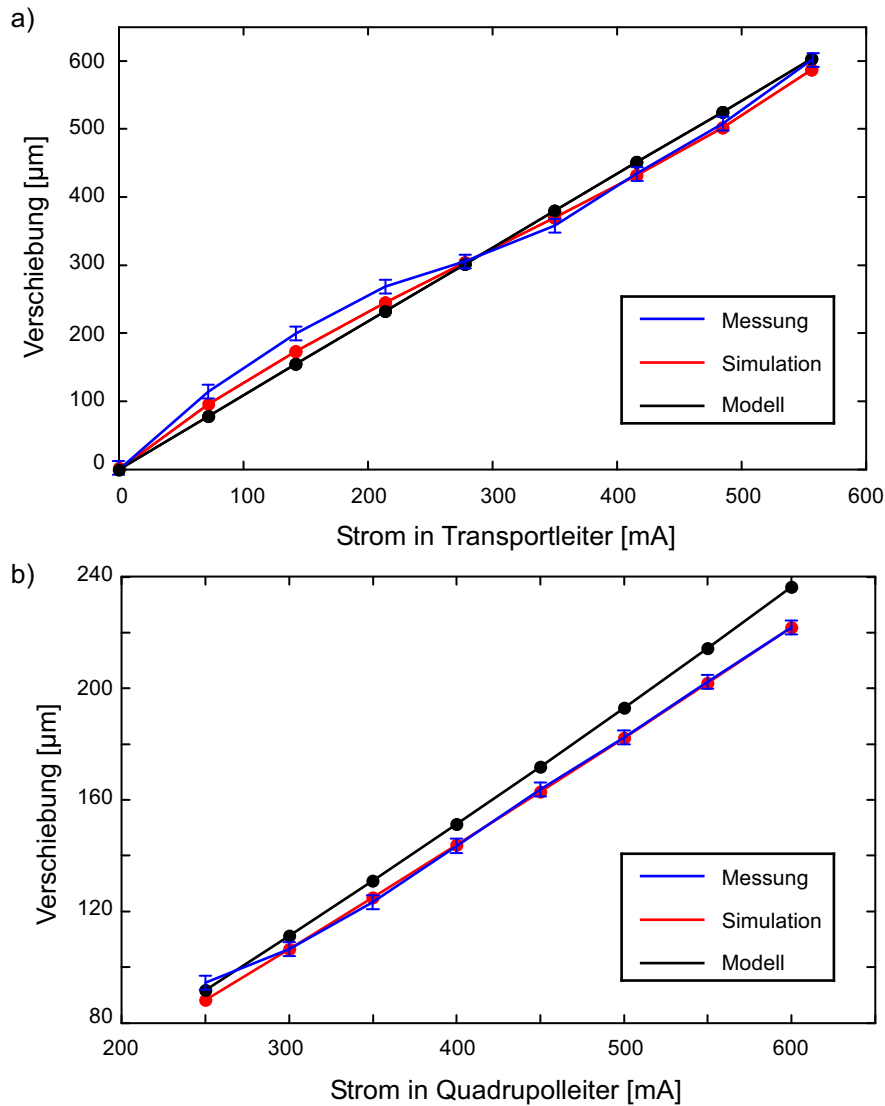


Abbildung 2.8 – (a) Vergleich der mit der Abbildungskamera gemessenen axialen Verschiebung der Magnetfalle (blau) entlang der x -Achse mit den Werten, die sich aus einer Magnetfeldsimulation ergeben (rot), sowie der nach Gleichung 2.22 errechneten Verschiebung (schwarz). Auf der Abszisse sind die Stromstärken in den Transportleitern T3 und T7 angegeben. Die entsprechenden Ströme in den Leitern T4 und T8 errechnen sich nach Gleichung 2.23. Die Verschiebung kann periodisch fortgesetzt werden. (b) Gemessener Abstand der Magnetfalle zur Chipoberfläche (blau) im Vergleich zum Abstand, der sich aus Gleichung 2.8 ergibt (schwarz) und den Werten aus der Simulation (rot), hier als Funktion des Stroms im Quadrupolleiter.

Die zum Teil starken Abweichungen der gemessenen Verschiebungen von den nach den Modellen erwarteten Verschiebungen, lassen sich dadurch erklären, dass in den verwendeten Modellen weder der Einfluss von Streumagnetfeldern, noch die Auswirkungen der elektrischen Zuleitungen auf die Fallenposition berücksichtigt werden. Die Abweichungen der gemessenen Verschiebungen der Atomwolke von den Werten der Simulation liegen für alle drei Raumrichtungen im niedrigen Prozentbereich und lassen sich durch Toleranzen der Position des Mikrochips in der Vakuumkammer erklären, die beim Einbau entstanden sind und in der Simulation nicht berücksichtigt werden.

2.3 Der Siliziumchip mit Strukturen aus Nanoröhren

Auf dem Förderband mit den stromführenden Elementen zur Erzeugung einer Magnetfalle ist ein mit Kohlenstoff-Nanoröhren strukturierter Siliziumchip angebracht (siehe Abbildung 2.9).

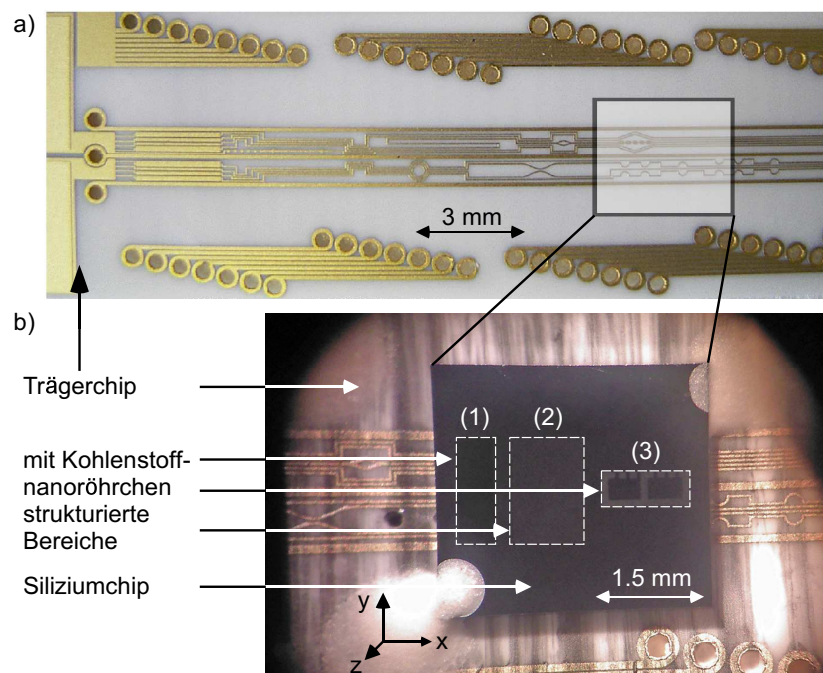


Abbildung 2.9 – Lichtmikroskopbild des verwendeten Mikrochips. (a) Förderband mit integrierten Leiterstrukturen für die Präparation und Positionierung von ultrakalten Atomen und Bose-Einstein-Kondensaten. (b) Der strukturierte Siliziumchip mit Kohlenstoff-Nanoröhren als Teststruktur für das 'Kaltatom-Rastersondenmikroskop' ist auf das Förderband aufgeklebt und besteht aus drei Gebieten mit aufgewachsenen Nanoröhren: (1) Wald aus Nanoröhren, (2) Linien aus Nanoröhren, (3) einzelne, freistehende Nanoröhren.

Dieser Siliziumchip wird im Rahmen dieser Arbeit als Teststruktur für das 'Kaltatom-Rastersondenmikroskop' verwendet und wurde von Gabriela Visanescu¹⁸ hergestellt und mit einem Rasterelektronenmikroskop charakterisiert. Die Herstellung strukturierter Siliziumchips wird im Rahmen ihrer Doktorarbeit beschrieben [Vis11].

Der Siliziumchip hat eine Größe von $5\text{ mm} \times 5\text{ mm}$, ist $250\text{ }\mu\text{m}$ dick und besteht aus Silizium mit einer etwa 20 nm dicken Siliziumoxidschicht.

Der Chip ist in drei Bereiche unterteilt (siehe Abbildung 2.10). Der erste Bereich bedeckt eine Fläche von $1.5\text{ mm} \times 0.5\text{ mm}$ und besteht aus einer waldähnlichen Struktur aus Kohlenstoff-Nanoröhren. Diese wurde erzeugt, indem auf einem regelmäßigen Gitter mit Abständen von $250\text{ nm} \times 250\text{ nm}$, einzelne Nanoröhren mit einer durchschnittlichen Länge von $20\text{ }\mu\text{m}$ aufgewachsen wurden. Durch die verglichen zum Abstand der Nanoröhren große durchschnittliche Länge entsteht aus der ursprünglich gleichmäßigen Anordnung eine ungeordnete Potentialstruktur mit einem mittleren Abstand von 250 nm .

Der zweite Bereich besteht aus Linien, die wiederum aus einzelnen aneinandergereihten Kohlenstoff-Nanoröhren bestehen, die ebenfalls einen Abstand von 250 nm zueinander haben. Die einzelnen Linien haben einen Abstand von $4\text{ }\mu\text{m}$ zueinander und bilden somit eine eindimensionale periodische Struktur.

Der dritte Bereich besteht aus freistehenden, einzelnen Kohlenstoff-Nanoröhren, die jeweils in der Mitte einer rechteckig angeordneten Linie aus Kohlenstoff-Nanoröhren mit Kantenlängen von $50\text{ }\mu\text{m} \times 150\text{ }\mu\text{m}$ stehen. Diese Rechtecke sind wiederum von einem Wald aus Nanoröhren, mit einer durchschnittlichen Länge der einzelnen Nanoröhren von $10\text{ }\mu\text{m}$, umgeben. Diese zusätzlichen Strukturen um die einzelnen Kohlenstoff-Nanoröhren sind notwendig, um Atomwolken gezielt an eine einzelne Röhre heranführen zu können.

Die Verwendung einer 'Doppelstruktur' bestehend aus einem Förderband zur Erzeugung der magnetischen Fallenpotentiale und einem hierauf angebrachten strukturierten Siliziumchip, auf dem sich die zu untersuchenden Strukturen befinden, hat zwei Vorteile. Erstens wird der Abstand zwischen den felderzeugenden Leitern und den Atomen im Vergleich zu einem einzigen Chip, auf dem neben den Leitern auch die Nanostrukturen integriert sind, vergrößert. Hierdurch wird sowohl eine Fragmentierung der Atomwolke [For02, Lea02], als auch eine Reduktion der Lebensdauer durch thermische Fluktuationen des Magnetfeldes [Jon03, Hen99], verhindert. Zweitens ist es prozesstechnisch einfacher, jeweils einen Chip mit Leiterbahnen und einen mit Nanoröhren herzustellen, als beide Strukturen auf dem selben Chip zu vereinen.

¹⁸Arbeitsgruppe Nano Atomoptics, Universität Tübingen

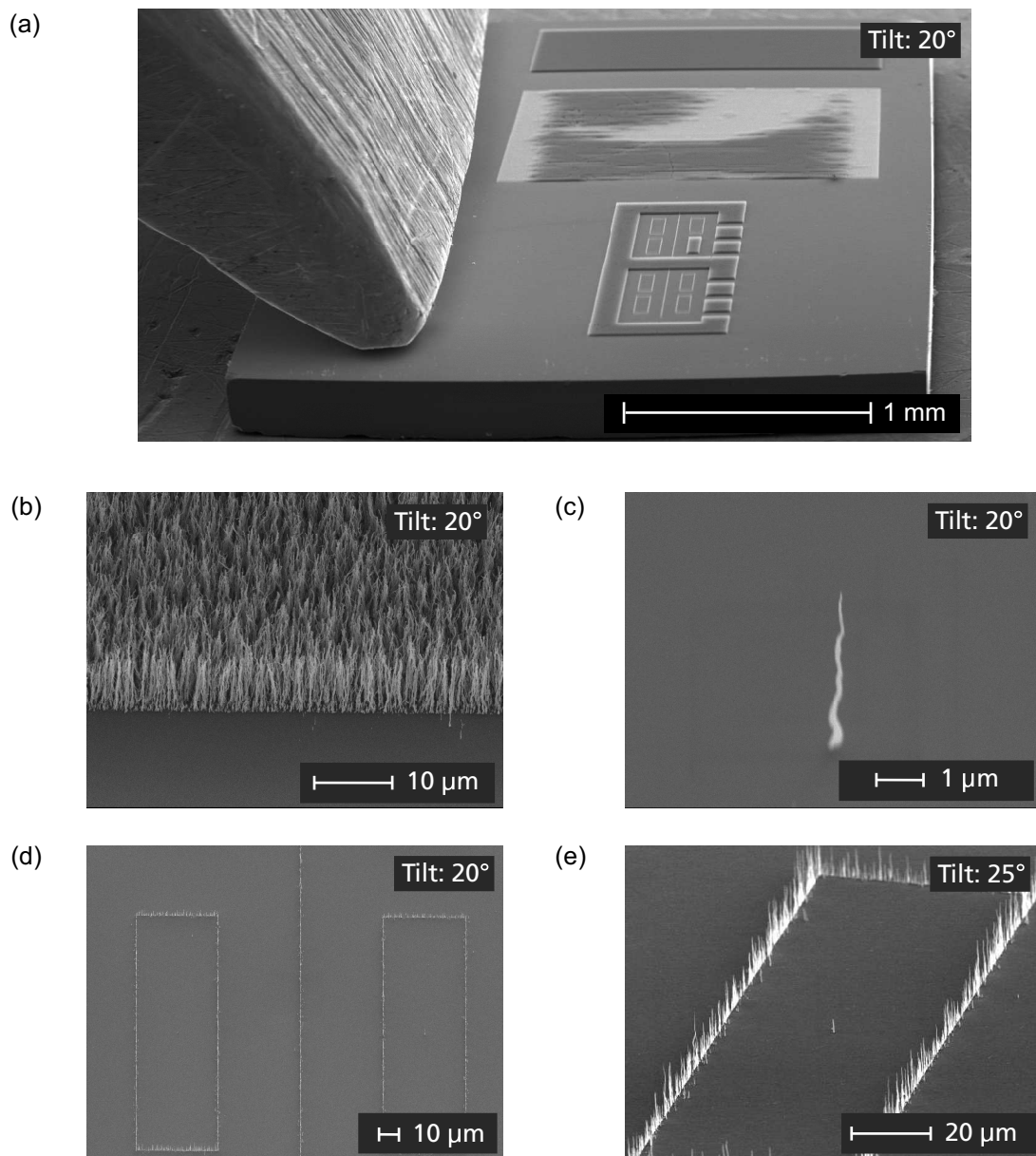


Abbildung 2.10 – (a) Rasterelektronenmikroskopbild eines strukturierten Mikrochips, bestehend aus Bereichen mit einzelnen, freistehenden Nanoröhren, periodisch angeordneten Linien und einem quasi ungeordneten Wald (von vorn nach hinten). Nanoröhren mit einer Länge zwischen $10\ \mu\text{m}$ und $20\ \mu\text{m}$ und einem Durchmesser an der Spitze von etwa $40\ \text{nm}$ stehen senkrecht auf der Chipoberfläche. (b) Waldähnliche Struktur aus einzelnen Nanoröhren (in dieser Arbeit auch als Nanowald bezeichnet), (c) einzelne, freistehende Nanoröhre. (d)+(e) Die einzelnen Nanoröhren sind von einem Rechteck aus Nanoröhren umgeben, um die Atomwolken im Experiment besser positionieren zu können.

3 Versuchsaufbau

3.1 Lasersystem und Vakuumapparatur

Im Folgenden werden das zur Erzeugung ultrakalter Atomwolken und Bose-Einstein-Kondensate notwendige Lasersystem, sowie die Vakuumapparatur beschrieben. Das Lasersystem orientiert sich an Aufbauten, die für ähnliche Experimente bereits mehrfach beschrieben wurden [Ott03, Don04, Kru05, Sla07] und wurde im Rahmen der vorliegenden Dissertation zusammen mit Philipp Schneeweiß neu aufgebaut. Die Vakuumkammer wurde von dem in [For03] beschriebenen Experiment übernommen und der Kammerinnenaufbau, ebenfalls zusammen mit Philipp Schneeweiß, modifiziert.

3.1.1 Lasersystem

In Abbildung 3.1 sind die Hyperfeinaufspaltung des ^{87}Rb $5S_{1/2}$ Grundzustands, sowie des angeregten Zustands $5P_{3/2}$ angegeben. Eingezeichnet sind außerdem die im Experiment verwendeten Laserfrequenzen. Das Lasersystem ist auf einem optischen Tisch neben der Vakuumkammer aufgebaut und besteht im wesentlichen aus drei gitterstabilisierten Diodenlasern¹. Der sogenannte Referenzlaser wird mit einer Polarisationspektroskopie [Dem95] auf den atomaren Übergang $5S_{1/2}, F = 2 \rightarrow 5P_{3/2}, F' = 3$ bei einer Wellenlänge von 780,246021 nm stabilisiert. Ein Teil dieses Lichts wird für die Absorptionsabbildung [Ket99] verwendet. Ein weiterer Teil wird mit einem akusto-optischen Modulator² (AOM) um 266 MHz rotverstimmt und dient zum Ende der MOT-Phase³ als Umpumplicht, um die Atome in den Zustand $F = 2, m_F = 2$ zu pumpen, in dem die Atome magnetisch gespeichert werden können (siehe Abschnitt 2.1). Das Licht des Kühllasers wird mittels einer Schwebungsstabilisierung auf den Referenzlaser stabilisiert. Hierzu wird ein Teil des um 266 MHz rotverstimmtten Lichts des Referenzlasers mit dem Licht des Kühllasers überlagert und von einer schnellen Photodiode detektiert. Die entstehende und gemessene Schwebungsfrequenz entspricht der Differenz der beiden Laserfrequenzen.

¹zwei selbst gebaute gitterstabilisierte Diodenlaser [Ric95] mit Hitachi-HL7851G Dioden und ein DL Pro der Firma Toptica

²Firma Pegasus Optik

³MOT = 'magneto optical trap'

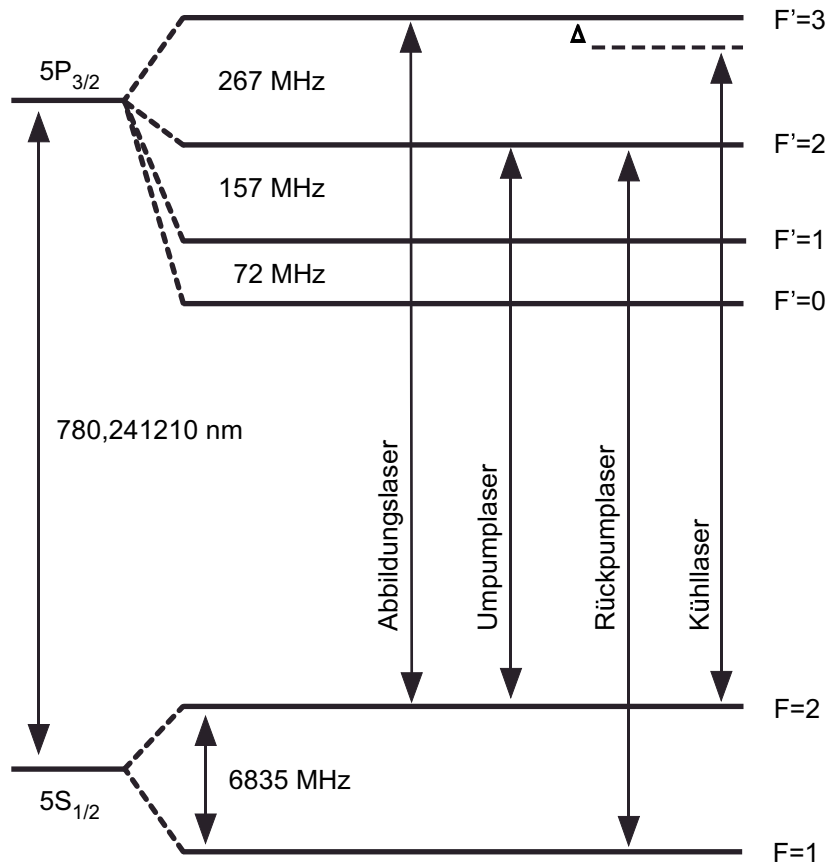


Abbildung 3.1 – Hyperfeinstrukturaufspaltung der $5S_{1/2}$ und $5P_{3/2}$ Zustände von ^{87}Rb . Eingezeichnet sind die im Experiment verwendeten Laserfrequenzen. Neben den Lasern für den Betrieb der magneto-optischen Falle (Kühl- und Rückpumplaser) werden Laser zum Abbilden der Atome und zum Umpumpen der Atome in einen spinpolarisierten Zustand verwendet.

Während der MOT-Phase ist das Licht des Kühllasers gegenüber dem Übergang $5S_{1/2}, F = 2 \rightarrow 5P_{3/2}, F' = 3$ um 23 MHz rotverstimmt. Am Ende der MOT-Phase wird der Kühllaser für das Polarisations-Gradienten-Kühlen (siehe Abschnitt 3.2.2) für wenige μs um 60 MHz rotverstimmt. Um genügend Leistung zum Kühlen der Atome in der MOT zu erhalten, wird das Licht des Kühllasers mit einer Trapezverstärkerdiode⁴ verstärkt.

Neben der gewollten Anregung vom Zustand $5S_{1/2}, F = 2$ in den Zustand $5P_{3/2}, F' = 3$ durch den Kühllaser, wird ein Teil der Atome durch nicht resonante Anregung in den Zustand $5P_{3/2}, F' = 2$ überführt. Von hier kann das angeregte Atom in den Zustand $5S_{1/2}, F = 1$ zerfallen. Von dort wird das Atom durch den dritten Laser, den sogenannten Rückpumplaser, der auf die Frequenz des Übergangs $5S_{1/2}, F = 1 \rightarrow 5P_{3/2}, F' = 2$ stabilisiert ist, wieder dem Kühlzyklus zugeführt. Der

⁴TA Pro der Firma Toptica

Rückpumplaser wird ebenfalls mit Hilfe einer Schwebungsstabilisierung auf den Referenzlaser stabilisiert und liefert Licht bei 780,23268 nm. Dieser Laserstrahl wird verstärkt, indem hiermit eine Laserdiode injiziert wird⁵.

Sämtliche Laserstrahlen werden über optische Fasern⁶ zur Vakuumkammer geführt. Einerseits werden die Laserstrahlen auf diese Weise räumlich gefiltert, so dass eine reine TEM₀₀-Mode entsteht, andererseits können die Laser auf diese Weise ausgetauscht werden, ohne den Strahlengang in die Kammer neu zu justieren. Zum schnellen Schalten des Abbildungsstrahls und des Umpumplichts werden akustooptische Modulatoren verwendet. Im Fall des Umpumplichts ist die hierdurch entstehende Frequenzverschiebung wünschenswert. Für die Abbildung hingegen sind zwei AOMs so hintereinander angeordnet, dass sich die Frequenzverschiebung gerade aufhebt. Für das Schalten der Strahlen wird die Radiofrequenz des Treibers an- bzw. abgeschaltet. Da auch bei abgeschaltetem Treiber das AOM nie vollständig von der Radiofrequenzquelle getrennt wird, werden zusätzlich mechanische Verschlüsse verwendet. Diese sind mit Schaltzeiten von einigen zehn Mikrosekunden langsam im Vergleich zu den Schaltzeiten von wenigen Nanosekunden der verwendeten AOMs, blockieren dafür den Laserstrahl vollständig. Diese Verschlüsse werden etwa 100 μ s vor und nach dem Schalten der AOMs geöffnet bzw. geschlossen. Durch diese Kombination werden die Schaltzeiten klein gehalten und gleichzeitig wird das Streulicht so weit wie möglich reduziert. Für das Schalten von Kühl- und Umpumplicht werden rein mechanische Verschlüsse verwendet.

3.1.2 Vakuumapparatur

Die in dieser Arbeit beschriebenen Experimente können nur im Ultrahochvakuum durchgeführt werden. Das Vakuum dient einerseits der thermischen Isolierung der ultrakalten Gase von der Umgebung und andererseits können nur so Stöße der gefangenen Atome mit anderen Teilchen aus dem Restgas hinreichend reduziert werden um hohe Lebensdauern der Atomwolken im Bereich von Minuten zu erreichen.

An der Vakuumkammer sind eine Ionengetterpumpe sowie eine Titansublimationspumpe angebracht (siehe Abbildung 3.2 a). Mit diesen beiden Pumpen wird ein Arbeitsdruck von 1×10^{-11} mbar erreicht. Ein möglichst kompakter Aufbau des Experiments wird dadurch erreicht, dass alle felderzeugenden Elemente (Spulen, Drähte und Mikroleiter) in die Vakuumkammer integriert sind [For03]. Der Aufbau, bestehend aus zwei Dispensoren⁷ als Rubidiumquelle, zwei Spulenpaaren (MOT-Spulen und Transferspulen), einem senkrecht zu den Transferspulen verlaufenden Draht, dem sogenannten Joffedraht, sowie dem Mikrochip mit Halterung, ist an ei-

⁵Während sich Laserdioden des Typs Hitachi-HL7851G sehr gut durch die Verwendung eines optischen Gitters stabilisieren lassen, haben sie mit typischerweise 40 mW nur eine geringe Ausgangsleistung. Für die Injektion mit einem Masterlaser eignen sich Dioden des Typs Sharp-GH0781JA2C. Diese erreichen hohe optische Leistungen von bis zu 120 mW.

⁶polarisationserhaltende Fasern der Firma Schäfer & Kirchhoff

⁷Firma SAES Getters

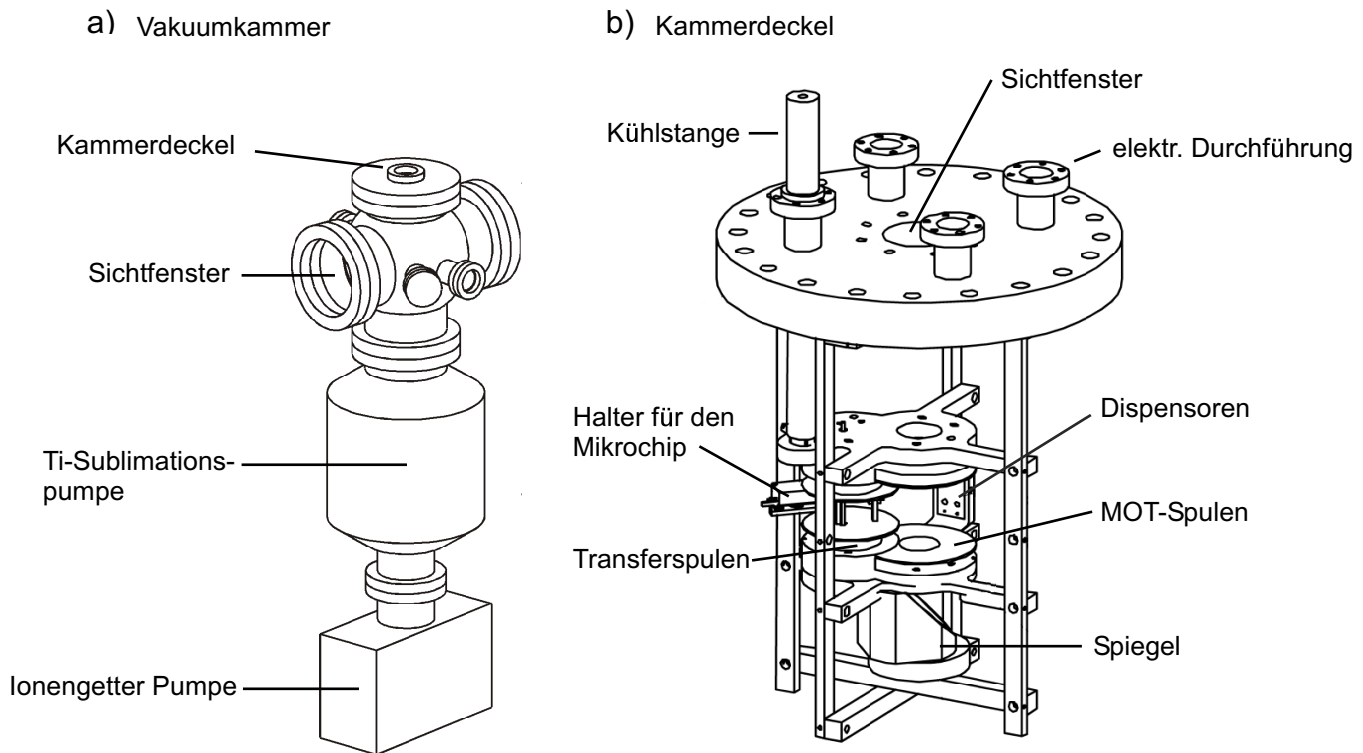


Abbildung 3.2 – Abbildung aus [For03]. (a) Vakuummutter mit Sichtfenstern, dem am Kammerdeckel befestigten Vakuumeinsatz und der Titansublimations-, sowie Ionengetterpumpe. (b) Der gesamte Vakuumeinsatz ist am Kammerdeckel montiert. Neben der Halterung für den Mikrochip und den felderzeugenden Elementen sind die Dispensoren als Rubidiumquellen vorhanden. Ein Spiegel an der Unterseite dient zur Umlenkung des von der Seite eingestrahlteten MOT Lasers. Eine Kühlstange föhrt die beim Experiment erzeugte Wärme ab.

nem Kammerdeckel befestigt und wird über eine Kupferstange von außen mit einem Peltierelement geköhlt (siehe Abbildung 3.2 b). Im Betrieb werden durch die Spulen und Leiter Wärme erzeugt, so dass sich bei einer Temperatur von -20 C auf der Außenseite der Kühlstange eine Gleichgewichtstemperatur von etwa 70 C auf der Innenseite einstellt⁸. In Abbildung 3.3 ist neben der schematischen Darstellung des Spulenaufbaus in der Vakuummutter auch ein Bild des Kammerinneren zu sehen. Der Kammerdeckel ist über einen CF160 Flansch an der Kammeroberseite montiert. Für den optischen Zugang sind an der Kammer zwei weitere CF160 Flansche und zwei CF40 Flansche mit für 780nm antireflexbeschichteten Fenstern angebracht.

⁸Die Temperatur des Kammerinnenaufbaus wurde indirekt über die Widerstandsänderung der Spulen gemessen.

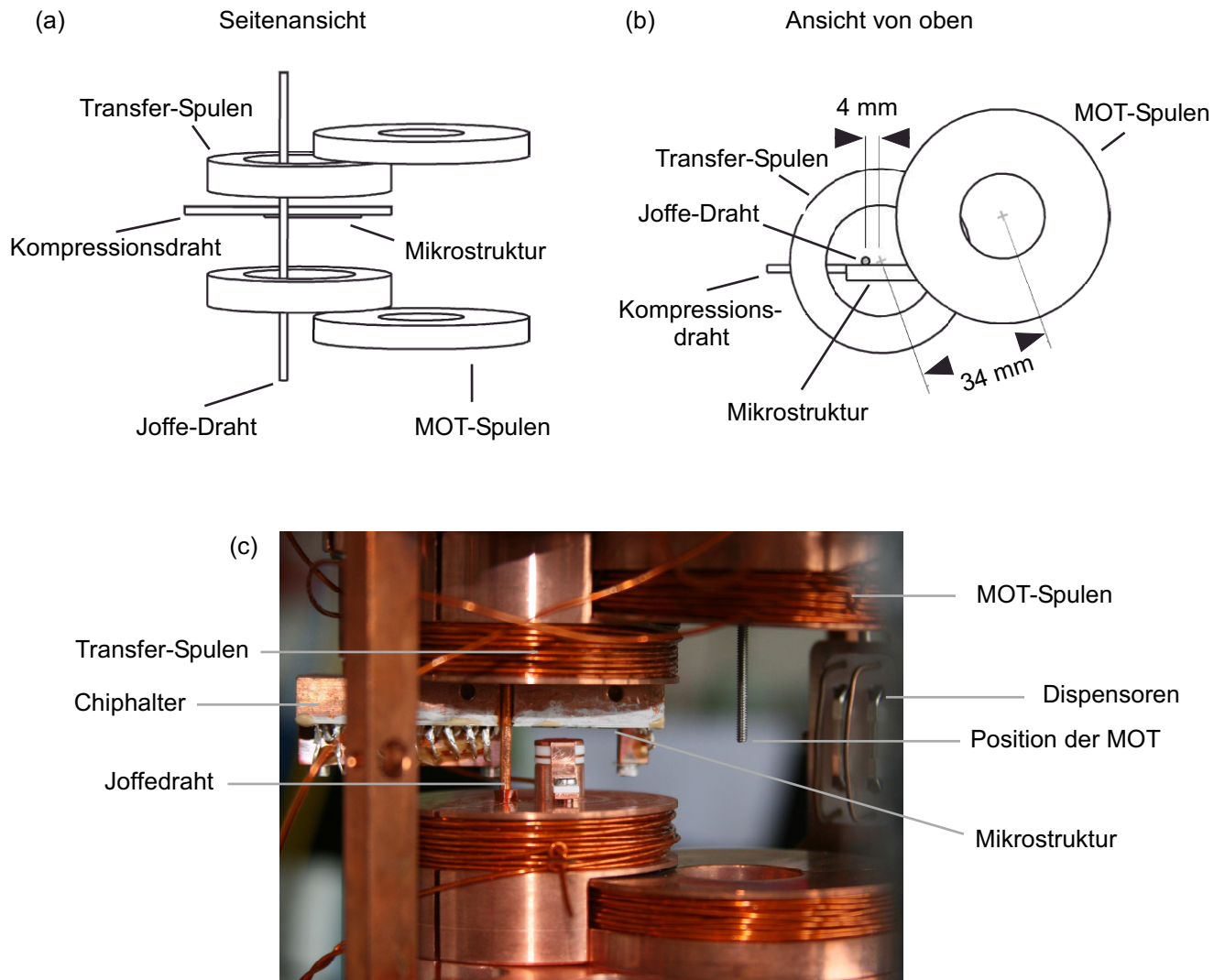


Abbildung 3.3 – (a)+(b) (aus [For03]) Schematische Darstellung der felderzeugenden Elemente (Spulenpaare, Joffe- und Kompressionsdraht), sowie der Mikrostruktur in der Vakuumkammer. (c) Fertiger Aufbau des Vakuumeinsetzes direkt vor dem Einbau in die Kammer. Dargestellt sind von rechts: die Dispensoren mit Abschirmdrähten, das MOT-Spulenpaar mit einer Markierung der MOT-Position durch eine Schraube, das Transferspulenpaar mit Joffedraht und Chiphalter. Auf dem Chiphalter ist der Mikrochip kopfüber aufgeklebt.

Ein weiterer CF40 Flansch mit Fenster befindet sich in der Mitte des Kammerdeckels. Für die elektrische Kontaktierung sind am Kammerdeckel spezielle Vakuumdurchführungen angebracht.

3.2 Erzeugung entarteter Bose-Gase

Im Folgenden wird zusammengefasst dargestellt, welche Schritte notwendig sind, um ultrakalte Rubidiumwolken und Bose-Einstein-Kondensate zu erzeugen. Für eine vollständige Beschreibung sei auf die einschlägige Literatur verwiesen [Cor02, Ket99].

Für einen Überblick des experimentellen Ablaufs ist in Abbildung 3.4 ein typischer experimenteller Zyklus schematisch dargestellt.

Zu Beginn eines jeden experimentellen Zyklus werden in der magneto-optischen Falle ^{87}Rb Atome gefangen und gekühlt. Nach einer Molassephase werden die Atome zuerst in eine magnetische Quadrupolfalle und anschließend in eine Joffefalle transferiert. Nach dem evaporativen Kühlen werden die Atome in die Mikrofalle des Chips umgeladen. Am Chip selbst kann die Atomwolke präzise über den Strukturen aus Kohlenstoff-Nanoröhren positioniert, weiter gekühlt und kondensiert werden. Nach jedem Experiment werden die Atome mit resonantem Abbildungslicht angestrahlt und das resultierende Absorptionbild wird mit einer CCD Kamera aufgenommen.

Die gesamte Steuerung des experimentellen Ablaufs erfolgt über einen eigenen Prozessrechner⁹ mit 64 digitalen und 40 analogen Ausgängen, die jeweils eine Zeitauflösung von $1\ \mu\text{s}$ und eine absolute Genauigkeit von 25 ns besitzen.

3.2.1 Magneto-optische Falle

In einer magneto-optischen Falle (MOT) werden Atome gefangen und gleichzeitig gekühlt. Das Grundprinzip beruht auf dem Dopplereffekt. Bewegt sich ein Atom entgegen der Ausbreitungsrichtung eines rotverstimmten Laserstrahls, so wird die Resonanzfrequenz des Atoms verstimmt und es können Photonen aus dem Laserlicht absorbiert werden. Bei der Absorption eines Photons übernimmt das Atom dessen Impuls und erfährt dadurch eine Kraft in Richtung des Laserstrahls. Bei der darauf folgenden spontanen Emission wird das Photon in eine zufällige Raumrichtung emittiert. Nach mehreren Absorptions- und Emissionszyklen bleibt im Mittel nur die Kraft aufgrund der Absorption der Photonen aus dem Laserlicht übrig. Damit dieses Verfahren funktioniert, benötigt man einen geschlossenen Kühlzyklus innerhalb der möglichen atomaren Übergänge. Im Fall von Rubidium (^{87}Rb) verwendet man den Übergang $5S_{1/2}, F = 2 \rightarrow 5P_{3/2}, F' = 3$. Durch nichtresonante Anregung geht ein Teil der Atome jedoch in den Zustand $5P_{3/2}, F' = 2$ über, von dem aus auch Zerfälle in den Zustand $5S_{1/2}, F = 1$ möglich sind. Auf diesem Weg geht ein Teil der Atome dem Kühlzyklus verloren. Durch einen zusätzlichen Laser werden diese Atome in den Kühlzyklus zurückgeführt. Hierfür verwendet man den Übergang $5S_{1/2}, F = 1 \rightarrow 5P_{3/2}, F' = 2$.

⁹Keithley AD-Prozessrechner

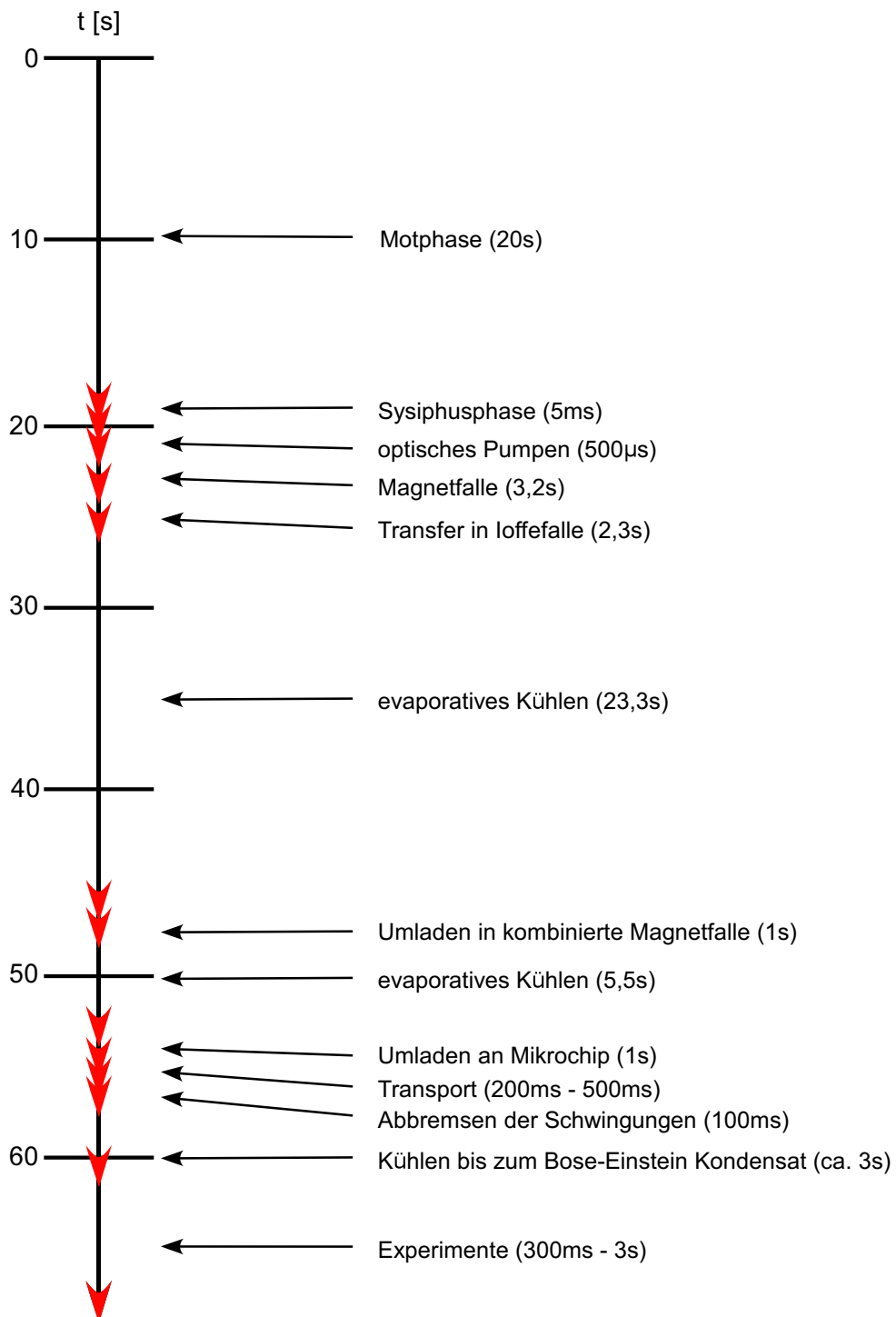


Abbildung 3.4 – Typischer experimenteller Zyklus zur Erzeugung eines Bose-Einstein-Kondensats. Der gesamte Zyklus dauert 80 s. Nach der Motphase, in der Rubidiumatome eingefangen und von Raumtemperatur auf Temperaturen im Bereich von 10^{-4} Kelvin gekühlt werden, werden die Atome rein magnetisch gefangen und sukzessive an den Mikrochip transportiert und weiter gekühlt. Direkt vor dem eigentlichen Experiment kann die Atomwolke bis zur Bose-Einstein-Kondensation gekühlt werden.

Um die Atome fangen zu können, muss die auf die Atome wirkende Lichtkraft ortsabhängig gemacht werden. Hierzu wird ein Spulenpaar in Anti-Helmholtz Konfiguration verwendet, wodurch ein magnetisches Quadrupolfeld erzeugt wird. Genau in der Mitte der Spulen verschwindet das Magnetfeld und steigt in alle Raumrichtungen an. Ein ruhendes Atom erfährt in der MOT keine Kraft, solange kein Magnetfeld anliegt, weil die Laserstrahlen alle rotverstimmt sind. Befindet sich das Atom nicht in der Fallenmitte, so wird die Resonanzfrequenz des Atoms durch den Zeemaneffekt derart verstimmt, dass genau derjenige Laserstrahl resonant wird, der das Atom zurück zur Fallenmitte treibt [Raa87].

Um die Atome zu kühlen, wird das stabilisierte und verstärkte Laserlicht (siehe Abschnitt 3.1.1) des Kühllasers mit dem Licht des Rückpumpasers überlagert und auf einen $1/e$ Durchmesser von 35 mm aufgeweitet. An einer Blende wird der Strahl auf einen Durchmesser von 25 mm begrenzt. Auf diese Weise erhält man ein nahezu homogenes Strahlprofil. Anschließend wird das Laserlicht mit Hilfe von $\lambda/2$ -Platten und Polarisationsstrahlteilern auf sechs Strahlen aufgeteilt. Nach dem Durchgang durch $\lambda/4$ -Platten ist das Licht zirkular polarisiert und wird von allen Raumrichtungen in die Mitte der MOT-Spulen eingestrahlt.

Zu Beginn der MOT-Phase werden der Kühl- und der Rückpumpaser eingestrahlt, sowie die MOT-Spulen mit einem Strom von 1.07 A betrieben. Während der ersten 16 s der MOT-Phase werden die beiden Dispensoren mit einem Strom von 7 A geheizt, wodurch Rubidium in die Vakuumkammer verdampft wird. Nach weiteren 4 s, in denen die MOT aus dem Hintergrundgas geladen wird, befinden sich typischerweise 6×10^8 Atome bei einer Temperatur von $120 \mu\text{K}$ in der MOT.

3.2.2 Polarisations-Gradienten-Kühlen

Für das Polarisations-Gradienten-Kühlen wird im Anschluss an die MOT-Phase das Magnetfeld der MOT-Spulen abgeschaltet und das Kühllicht für 5 ms um 60 MHz gegenüber dem Übergang $5S_{1/2}, F = 2 \rightarrow 5P_{3/2}, F' = 3$ rotverstimmt.

Die gegenläufigen zirkular polarisierten Strahlen des Kühllasers erzeugen eine linear polarisierte Stehwelle. Das elektrische Feld dieser Stehwelle hat an jedem Ort den selben Betrag, die Polarisationsrichtung dreht sich jedoch innerhalb einer optischen Wellenlänge um einen Winkel von 2π . Die Atome wechselwirken mit dem Lichtfeld auf nicht adiabatische Weise, so dass die Geschwindigkeit der Atome gedämpft wird [Dal89]. Prinzipiell ist die mit dieser Technik erreichbare Temperatur auf die Rückstoßtemperatur von rund 300 nK für ^{87}Rb begrenzt. Diese Temperatur entspricht der Energie eines absorbierten bzw. emittierten Photons. Zusätzlich zu dieser prinzipiellen Begrenzung nimmt bei kleineren Temperaturen die Dichte der Atomwolke zu, wodurch die von einem Atom beim optischen Kühlen emittierten Photonen von den umgebenden Atomen mit großer Wahrscheinlichkeit absorbiert werden. Hiermit ist ein Heizen verbunden und die unter realistischen Bedingungen experimentell erreichbare Temperatur ist deutlich größer als die theoretisch

bestimmte. In den durchgeführten Experimenten werden nach dem Polarisations-Gradienten-Kühlen typischerweise $50 \mu\text{K}$ erreicht.

3.2.3 Magnetfallen

Im Anschluss an das Polarisations-Gradienten-Kühlen wird mit den MOT-Spulen ein schwaches homogenes Magnetfeld angelegt und für $500 \mu\text{s}$ das zum Übergang $5S_{1/2}, F = 2 \rightarrow 5P_{3/2}, F' = 2$ resonante und σ^+ -polarisierte¹⁰ Laserlicht eingestrahlt. Hierdurch werden die Atome in den magnetisch speicherbaren Zustand $5S_{1/2}, F = 2, m_F = 2$ gepumpt. Im Anschluss an dieses optische Pumpen wird mit den MOT-Spulen ein magnetisches Quadrupolfeld angelegt, um die Atome rein magnetisch zu speichern. Auf diese Weise werden etwa 70% der Atome in die Magnetfalle umgeladen.

Joffefalle

Um die Atome in die Joffefalle, bestehend aus den Transferspulen und dem hierzu senkrecht verlaufenden Joffedraht (siehe Abbildung 3.3), umzuladen, wird der Strom in den MOT-Spulen linear von 3 A heruntergefahren und gleichzeitig der Strom in den Transferspulen, ebenfalls linear, auf 2.5 A erhöht. Hierbei verschiebt sich die Falle adiabatisch aus dem Zentrum der MOT-Spulen zum Zentrum der Transferspulen. Für den nun folgenden Transfer in die Joffefalle wird der Strom im Joffedraht in 600 ms auf 13.4 A eingestellt. Die Joffefalle zeichnet sich dadurch aus, dass das Magnetfeld im Fallenzentrum einen endlichen Wert hat und somit keine Majoranaverluste¹¹ auftreten.

3.2.4 Verdampfungskühlen

Die Joffefalle ist charakterisiert durch Fallenfrequenzen von $w_r = 2\pi \times 120 \frac{1}{\text{s}}$ und $w_a = 2\pi \times 14 \frac{1}{\text{s}}$ sowie durch ein Offsetfeld im Fallenzentrum von 0.5 G. Das nicht verschwindende Magnetfeld im Fallenminimum, sowie die hohen Fallenfrequenzen ermöglichen ein effizientes evaporatives Kühlen. Dieses Kühlverfahren nutzt aus, dass der Betrag des Magnetfeldes, ausgehend vom Fallenminimum, in allen Richtungen zunimmt. Somit ist auch die Aufspaltung der Zeemanzustände ortsabhängig. In Abbildung 3.5 ist diese Aufspaltung schematisch dargestellt. Durch Einstrahlen eines magnetischen Wechselfeldes mit der Frequenz ω_{rf} , das die Bedingung

$$\hbar\omega_{rf} = g_F\mu_B B(\vec{r}) \quad (3.1)$$

erfüllt, werden alle m_F Zustände untereinander gekoppelt, wodurch Atome in den magnetisch gespeicherten Zuständen $5S_{1/2}, F = 2, m_F = 2$ und $5S_{1/2}, F = 2, m_F = 1$

¹⁰die Quantisierungsachse wird durch das homogene Magnetfeld der MOT-Spulen vorgegeben.

¹¹siehe Abschnitt 2.1

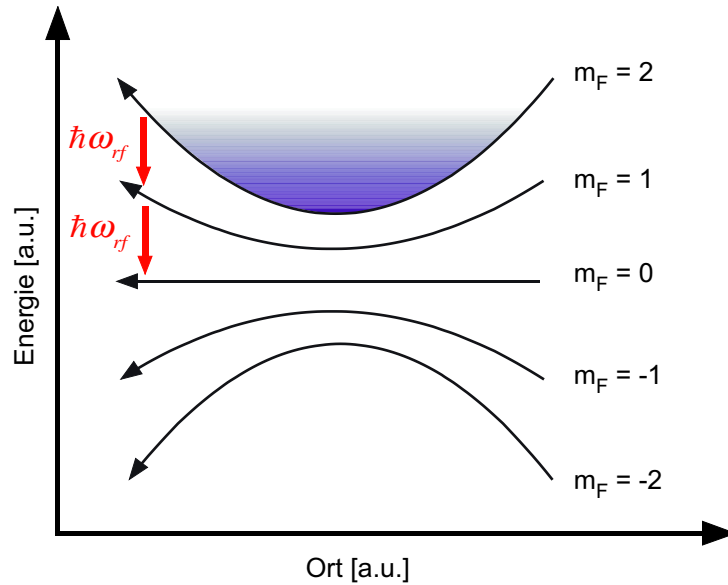


Abbildung 3.5 – Prinzip des evaporativen Radiofrequenzkühlens. Dargestellt ist die potentielle Energie der Atome in der Magnetfalle für die verschiedenen Zeemanzustände $5S_{1/2}, F = 2, m_F = -2..2$ als Funktion der Position. Magnetisch gefangen sind nur die Zustände $m_F = 2$ and $m_F = 1$.

ortsabhängig in die ungefangenen Unterzustände überführt werden und aus der Magnetfalle verloren gehen. Wird die Frequenz der eingestrahlten Radiofrequenz kontinuierlich erniedrigt, werden jeweils die heißesten Atome aus der Falle entfernt und nach einer kurzen Rethermalisierungszeit stellt sich eine niedrigere mittlere Temperatur der Atomwolke ein. Für ein effizientes Kühlen wird die eingestrahlte Radiofrequenz ω_{rf} in mehreren linearen Rampen von 7 MHz auf 1.3 MHz in 21.5 Sekunden erniedrigt. Die Rampen wurden in ihrer Länge, Start- und Endfrequenz jeweils auf das beste erreichbare Verhältnis von Atomzahl zu Temperatur angepasst. Am Ende der Joffefalle befinden sich typischerweise 11×10^6 Atome bei einer Temperatur von $7 \mu\text{K}$ in der Falle.

3.2.5 Laden von Atomen an einen Mikrochip

Der Transfer an den Mikrochip erfolgt in zwei Schritten. Zuerst werden in 300 ms der Strom im Quadrupolleiter auf 1.05 A und der Strom im Kompressionsdraht auf -5 A angeschaltet. Gleichzeitig wird der Strom im Joffedraht von 13.4 A auf 12 A erniedrigt. Durch die negative Polung des Kompressionsdrahts wird eine Kompression der Falle erreicht. Durch ein Verringern des Stroms in der oberen Transferspule von 3 A auf 2.45 A innerhalb der nächsten 300 ms wird die Magnetfalle nun in einen Abstand von wenigen hundert Mikrometern unterhalb des Chips verschoben. In weiteren 900 ms wird der Strom im Kompressionsdraht auf 2 A umgepolt. Hierdurch entsteht eine kombinierte Falle aus makroskopischen und mikroskopischen Leitern. In den

nächsten 5 Sekunden erfolgt ein weiterer Kühlschritt, in dem die Radiofrequenz von 2.8 MHz auf 1 MHz erniedrigt wird. Prinzipiell kann die Atomwolke bereits an dieser Stelle im Experiment bis zur Erzeugung eines Bose-Einstein-Kondensats gekühlt werden. Aufgrund der weiteren Transportschritte hin zum Mikrochip mit den Nanoröhren und einem damit verbundenen Heizen der Atome, sowie entstehenden Schwerpunktsschwingungen ist es jedoch sinnvoller, so spät wie möglich zu kondensieren.

In einem zweiten Schritt wird innerhalb der nächsten Sekunde die thermische Wolke vollständig in die Mikrofalle überführt. Hierzu werden innerhalb von 500 ms die Ströme in zwei Transportleitern auf 600 mA angeschaltet, der Strom im Kompressionsdraht von 2 A auf 5 A erhöht und gleichzeitig werden die Ströme im Joffedraht und den Transferspulen abgeschaltet. Um eine unnötige Belastung des Quadrupolleiters durch einen zu hohen Strom zu vermeiden, wird dieser Strom auf 800 mA erniedrigt. Jetzt ist der Transfer an die Mikrostruktur abgeschlossen. Der Abstand der Magnetfalle zur Chipoberfläche wird durch die Ströme im Quadrupolleiter und im Kompressionsdraht bestimmt und wird so gewählt, dass keine Atomzahlverluste aufgrund einer Wechselwirkung der Atome mit der Oberfläche auftreten. Die Transportleiter sind periodisch in einem Abstand von $650\ \mu\text{m}$ angeordnet und jeweils zwei Leiter in einem Abstand von 2.6 mm bilden zusammen mit dem Quadrupolleiter und dem Kompressiondraht eine Magnetfalle (siehe Abschnitt 2.2). Nach der Positionierung der Falle über der gewünschten Chipstruktur werden die Atome in einem dritten Kühlschritt gekühlt und kondensiert. Hierfür wird anstelle der Radiofrequenz eine Mikrowelle eingestrahlt. Prinzipiell funktioniert diese Kühlmethode genauso wie das Einstrahlen einer Radiofrequenz. Hierbei werden lediglich andere Zustände der Atome miteinander gekoppelt (siehe Abbildung 3.6). Der Vorteil dieser Methode gegenüber der Radiofrequenzkühlung liegt darin, dass die Frequenz der Mikrowelle technisch präziser eingestellt werden kann und das 'Frequenzmesser' dadurch schmaler ist. Somit reduziert sich die Ungenauigkeit der Endfrequenz, bis zu der in jedem Experimentierzyklus gekühlt wird und die Schwankung in der Atomzahl wird minimiert.

3.2.6 Nachweis von Atomen

Am Ende eines jeden Experimentierzyklus wird die Dichteverteilung der Atome über eine Absorptionsabbildung bestimmt [Ket99]. Aus dieser Dichteverteilung lassen sich neben der Position der Atomwolke auch Rückschlüsse auf physikalische Eigenschaften, wie Atomzahl und Temperatur, ziehen. Da es sich bei dieser Detektionsmethode um ein destruktives Nachweisverfahren handelt, müssen die Experimente oft unter identischen Bedingungen wiederholt werden, wobei ein Parameter, beispielsweise die Abbildungszeit, variiert wird. Auf diese Weise erhält man auch Informationen über die Dynamik der Atomwolke.

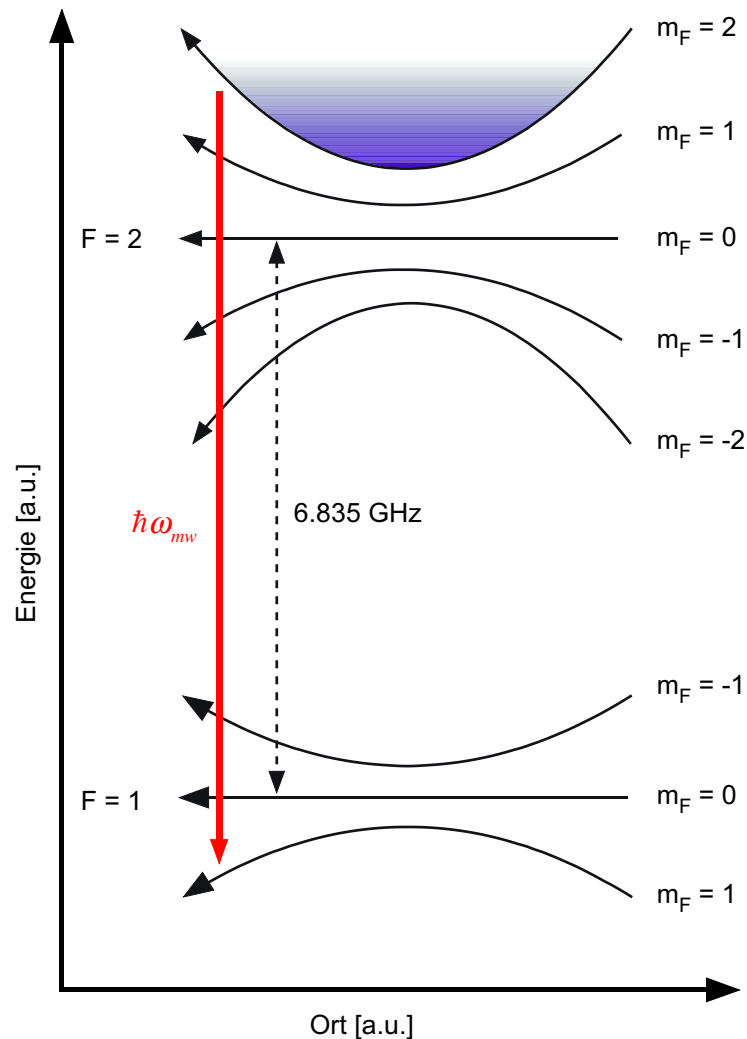


Abbildung 3.6 – Prinzip des Kühlens mit einer Mikrowelle. Dargestellt ist die potentielle Energie der Atome in der Magnetfalle für die verschiedenen Zeemanzustände $5S_{1/2}, F = 2, m_F = -2..2$ und $5S_{1/2}, F = 1, m_F = -1..1$ als Funktion der Position. Die eingestrahlte Mikrowelle koppelt den in der Magnetfalle gefangenen Zustand $|F = 2, m_F = 2\rangle$ mit dem magnetisch nicht gespeicherten Zustand $|F = 1, m_F = 1\rangle$.

Für die Abbildung werden die Atome für $80 \mu\text{s}$ mit einem zum Übergang $5S_{1/2}, F = 2 \rightarrow 5P_{3/2}, F' = 3$ resonanten Laserstrahl beleuchtet. Dieser Abbildungsstrahl wird zuvor an einer optischen Faser gefiltert und auf einen $1/e$ -Durchmesser von 11 mm aufgeweitet. Nach dem Durchgang durch die Vakuumkammer wird das Licht mittels eines Linsensystems auf einer CCD-Kamera¹² abgebildet. Das Linsensystem besteht aus 4 Linsen (gegenstandseitig ist zuerst eine Meniscuslinse mit einer Brennweite von $f = +300 \text{ mm}$ angebracht. Es folgen ein Achromat mit einer Brennweite

¹²Theta System SIS1-s285

$f = +300$ mm, eine Meniscuslinse mit $f = -400$ mm und wieder ein Achromat mit $f = +300$ mm.) [Wei10]. Dieses Abbildungssystem ist charakterisiert durch einen Abbildungsmaßstab von 1.77, eine effektive Brennweite von $f_{eff} = +150$ mm und eine maximale Auflösung von $7 \mu\text{m}$. Der CCD Chip hat 1392×1040 Pixel und eine Bittiefe von $n = 14$. Die maximale optische Dichte $\ln(2^n)$, die sich ohne Informationsverlust abbilden lässt, ist durch die Bittiefe n beschränkt. Bei einer in situ Abbildung und typischen Atomzahlen von mehreren tausend Atomen wird diese Dichte schnell überschritten. Deshalb werden immer sogenannte time-of-flight Bilder aufgenommen. Nach dem Ausschalten der Magnetfalle lässt man die Wolke typischerweise 7–15 ms frei expandieren, wodurch die Dichte für die Abbildung weit genug reduziert wird.

Die Wechselwirkung der Atome mit dem Abbildungslicht wird durch den für ^{87}Rb spezifischen Wechselwirkungsquerschnitt $\sigma = 1.36 \times 10^{-9} \text{ cm}^2$ [Ste09] beschrieben. Die Verteilung des transmittierten Lichts nach der Wechselwirkung mit den Atomen beträgt nach dem Lambert-Beerschen Gesetz:

$$I(x, y) = I_0(x, y)e^{-D(x, y)} \quad (3.2)$$

mit I_0 der Intensitätsverteilung des Laserstrahls vor der Wechselwirkung mit den Atomen und der optischen Dichte

$$D(x, y) = \sigma \int n(x, y, z) dz. \quad (3.3)$$

$n(x, y, z)$ ist die Dichteverteilung der Atome. Zusätzlich zu dem Absorptionsbild $I_{Bild}(x, y)$ der Atomwolke werden noch ein beleuchtetes Bild ohne Atome $I_{Referenz}(x, y)$ und ein unbeleuchtetes Bild $I_{Dunkel}(x, y)$ aufgenommen. Durch ein Verrechnen dieser Bilder erhält man eine ausschließlich von der Absorption abhängige Transmissionsverteilung:

$$T(x, y) = \frac{I(x, y)}{I_0(x, y)} = \frac{I_{Bild}(x, y) - I_{Dunkel}(x, y)}{I_{Referenz}(x, y) - I_{Dunkel}(x, y)}. \quad (3.4)$$

Die Dichteverteilung des Absorptionsbildes kann nun über

$$N(x, y) = \int n(x, y, z) dz = -\frac{1}{\sigma} \ln \left(\frac{I(x, y)}{I_0(x, y)} \right) \quad (3.5)$$

berechnet werden.

Durch das Expandieren der Wolke vor der Abbildung enthält diese Informationen über die Impulsverteilung der Atome in der Falle. Aus der Breite der Dichteverteilung lässt sich somit die Temperatur der Atome bestimmen [Müt05]. Für ein parabolisches Fallenpotential entspricht die Dichteverteilung in der Falle einer Gaußverteilung. Nach der Expansionszeit τ erhält man in der Absorptionsabbildung

eine zweidimensionale Gaußverteilung. Zur Bestimmung der Temperatur der Wolke betrachten wir die Dichteverteilung in vertikaler Richtung z :

$$n(z) = N \sqrt{\frac{\alpha}{\pi}} e^{-\alpha z^2} \quad \text{mit} \quad \alpha = \frac{m\omega_r^2}{2k_B T}. \quad (3.6)$$

m ist hier die Masse von ^{87}Rb , k_B die Boltzmannkonstante, ω_r die radiale Fallenfrequenz und T die Temperatur der Wolke. Die Standardabweichung σ einer normierten Gaußverteilung ist definiert durch:

$$\sigma_0 = \sqrt{\frac{1}{2\alpha}} = \sqrt{\frac{k_B T}{m\omega^2}}. \quad (3.7)$$

Die volle Halbwertsbreite ergibt sich hiermit zu:

$$FWHM = \sqrt{8 \ln(2)} \sigma. \quad (3.8)$$

Aus der Breite der Verteilung in der Falle lässt sich bei bekannter Fallenfrequenz die Temperatur der Wolke bestimmen. Nach einer Expansionszeit τ wird die Breite $\sigma(\tau)$ der gaußförmigen Dichteverteilung beschrieben durch [Ket99]:

$$\sigma(\tau) = \sqrt{\sigma_0^2 + \frac{k_B T}{m} \tau^2} = \sqrt{\frac{k_B T (1 + \omega^2 \tau^2)}{m\omega^2}}. \quad (3.9)$$

Aus der anfänglichen Breite der Wolke σ_0 und der Breite $\sigma(\tau)$ nach der Expansionszeit τ lässt sich auch ohne Kenntnis der Fallefrequenz die Temperatur bestimmen:

$$T = \frac{m}{k_B} \frac{\sigma(\tau)^2 - \sigma_0^2}{\tau^2}. \quad (3.10)$$

Unter typischen Bedingungen ($T = 1\mu\text{K}$, $\omega_r = 2\pi \times 150 \frac{1}{\text{s}}$) kann ab einer Expansionszeit $\tau \geq 7$ ms die Anfangsausdehnung der Wolke in radialer Richtung vernachlässigt werden (siehe Abbildung 3.7(a))¹³. Somit ergibt sich die Temperatur aus der Breite der vertikalen Dichteverteilung zu:

$$T = \frac{m}{k_B} \frac{\sigma(\tau)^2}{\tau^2}. \quad (3.11)$$

Das Verhältnis der Breiten der Dichteverteilungen in horizontaler und vertikaler Richtung¹⁴ errechnet sich zu:

$$\frac{\sigma_a^2}{\sigma_r^2} = \frac{1 + \omega_a^2 \tau^2}{1 + \omega_r^2 \tau^2} \frac{\omega_r^2}{\omega_a^2}. \quad (3.12)$$

¹³In dem hier beschriebenen Experiment ist die radiale Fallenfrequenz typischerweise um einen Faktor 10 größer als die axiale Fallenfrequenz. Insofern ist es praktisch, die vertikale Dichteverteilung für die Bestimmung der Temperatur zu verwenden.

¹⁴Für die Dichteverteilung in horizontaler Richtung gilt eine analoge Betrachtung, wie für die hier gezeigte Verteilung in vertikaler Richtung.

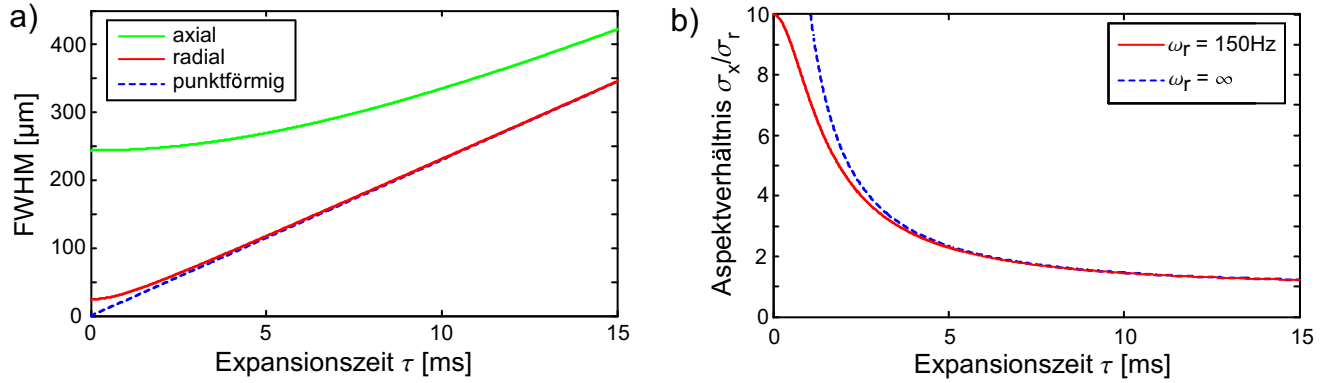


Abbildung 3.7 – (a) Die Breite der Dichteverteilung nach der Expansionszeit τ nach Gleichung 3.9 für eine Wolke der Temperatur $T = 1\mu\text{K}$ und Fallenfrequenzen von $\omega_r = 2\pi \times 150 \frac{1}{\text{s}}$ und $\omega_a = 2\pi \times 15 \frac{1}{\text{s}}$. Die grüne Kurve entspricht der Ausdehnung in axialer Richtung und die rote Kurve der Ausdehnung in radialer Richtung. Zum Vergleich ist die zeitliche Entwicklung der Dichteverteilung für eine zu Beginn punktförmige Dichteverteilung ($\omega \rightarrow \infty$) eingezeichnet (blau gestrichelte Kurve). Ab einer Expansionszeit von etwa 7ms ist in radialer Richtung die Anfangsausdehnung vernachlässigbar. (b) Aspektverhältnis der Wolke als Funktion der Expansionszeit für $\omega_a = 2\pi \times 15 \frac{1}{\text{s}}$ und $\omega_r = 2\pi \times 150 \frac{1}{\text{s}}$ (rote Kurve) und $\omega_r = \infty$ (blau gestrichelte Linie).

Dieses Verhältnis ist unabhängig von der Temperatur der Wolke und kann verwendet werden, um bei einer Expansionszeit $\tau < \frac{1}{\omega_{a,r}}$ und Kenntnis einer Fallenfrequenz die zweite Fallenfrequenz auszurechnen. Aufgrund der im Experiment typischen Fallenfrequenzen ist es sinnvoll, die radiale Fallenfrequenz durch Anregung einer Schwingung zu messen und für eine Expansionszeit von $\frac{1}{\omega_r} < \tau < \frac{1}{\omega_a}$ das Aspektverhältnis der Wolke zu bestimmen. Gleichung 3.12 ergibt dann näherungsweise:

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_r} = \sqrt{\frac{1 + \omega_a^2 \tau^2 \omega_r^2}{1 + \omega_r^2 \tau^2 \omega_a^2}} = \sqrt{\frac{\frac{1}{\omega_a^2} + \tau^2}{\frac{1}{\omega_r^2} + \tau^2}} \stackrel{\tau \gg \frac{1}{\omega_r}}{=} \sqrt{\frac{\frac{1}{\omega_a^2} + \tau^2}{\tau^2}} = \sqrt{1 + \frac{1}{\omega_a^2 \tau^2}}. \quad (3.13)$$

Die axiale Fallenfrequenz bestimmt sich somit zu:

$$\omega_a = \frac{1}{\tau \sqrt{\frac{\sigma_a^2}{\sigma_r^2} - 1}}. \quad (3.14)$$

4 Positionsbestimmung einer Chipoberfläche

Für alle Experimente mit ultrakalten Atomen in Mikrofallen ist es von Interesse, die Position der Chipoberfläche absolut bestimmen zu können. In diesem Abschnitt wird gezeigt, dass sich die absolute Position der Oberfläche auf einfache Weise experimentell durch das Heranfahen thermischer Wolken bestimmen lässt. Gemessen und ausgewertet wird hierfür, wie die Atomzahl als Funktion des Abstandes zur Oberfläche abnimmt.

4.1 Das Energie-Abschneide-Modell

Das im Folgenden vorgestellte Modell wurde bereits in den Arbeiten [Lin04] und [Hun10] verwendet. Berücksichtigt wird hierbei das für die Atome relevante Gesamtpotential in der Nähe der Chipoberfläche¹, bestehend aus dem Potential der Magnetfalle in z-Richtung

$$U_{mag}(r) = \frac{1}{2}m_{Rb}\omega_r^2(r-d)^2 \quad (4.1)$$

in einem variablen Abstand d zur Oberfläche, die sich o.B.d.A bei $r = 0$ befindet und dem Casimir-Polder Potential

$$U_{CP}(r) = -\frac{C_4}{r^4}, \quad (4.2)$$

das im retardierten Bereich mit $U_{CP} \sim 1/r^4$ skaliert [Cas48, Suk93]. Hier ist m_{Rb} die Masse von Rubidium, ω_r die radiale Fallenfrequenz der Magnetfalle und r der Abstand zur Oberfläche.

Der C_4 Koeffizient für ein Rubidiumatom vor einem perfekten Leiter berechnet sich nach [Yan97] zu:

$$C_4 = \frac{3\hbar c\alpha}{32\pi^2\epsilon_0} = 1.78 \times 10^{-55} Jm^4 \quad (4.3)$$

¹Die lange Achse der Atomwolken ist parallel zur Chipoberfläche orientiert.

mit $\alpha = 5.26 \times 10^{-39} \text{Fm}^2$ der Polarisierbarkeit des Grundzustands von ^{87}Rb , der Dielektrizitätskonstanten für Vakuum ϵ_0 , der Lichtgeschwindigkeit c und dem reduzierten Wirkungsquant \hbar . Für ein Dielektrikum mit der Dielektrizitätskonstanten ϵ erhält man hingegen [Yan97]:

$$C_{4,d} = \frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 1} \Phi(\epsilon) C_4. \quad (4.4)$$

Φ ist ein numerischer Faktor und hat für Silizium mit $\epsilon_{Si} = 11.7$ den Wert: $\Phi_{Si} \approx 0.8$ [Yan97]. Somit ergibt sich ein C_4 Koeffizient für Silizium von $C_{4,Si} = 1.2 \times 10^{-55} \text{Jm}^4$. Der Siliziumchip ist von einer etwa 20nm dicken Schicht aus Siliziumoxid bedeckt. Aufgrund der sehr geringen Dicke dieser Schicht verwenden wir für die folgende Betrachtung den Koeffizienten für Silizium.

Prinzipiell können sich während der Experimente Rubidiumatome an der Oberfläche des Mikrochips anlagern. Diese adsorbierten Atome werden durch die Wechselwirkung mit der Oberfläche polarisiert, wodurch im Abstand r zur Oberfläche ein elektrisches Feld $E(r)$ entsteht. Für magnetisch gespeicherte Atome nahe dieser Oberfläche entsteht hierdurch ein zusätzliches attraktives Potential:

$$U_{ad} = -\frac{\alpha}{2} |E(r)|^2. \quad (4.5)$$

Die Abstandsabhängigkeit des elektrischen Feldes der adsorbierten Atome hängt von deren räumlicher Verteilung ab. Für ein einzelnes Atom ergibt sich eine Abhängigkeit $E \propto r^{-3}$, für eine Linie adsorbierter Atome ist $E \propto r^{-2}$ und für eine zweidimensionale Verteilung $E \propto r^{-1}$ [For07]. Während der Durchführung der in dieser Arbeit beschriebenen Experimente wurde die Anlage zur Erzeugung ultrakalter Atomwolken kontinuierlich über mehrere Tage hinweg betrieben. Aus diesem Grund nehmen wir einen Gleichgewichtszustand an, bei dem die Chipoberfläche homogen mit Rubidium beschichtet ist. Der Einfluss von an der Oberfläche adsorbierten Atomen kann dann als ein zusätzliches r^{-2} -Potential betrachtet werden²:

$$U_{ad} = -\frac{\alpha}{2} |E|^2 = -\frac{C_{ad}}{r^2} \quad (4.6)$$

In Abschnitt 5.2.1 wird die Stärke dieses zusätzlichen Potentials auf $C_{ad} < 11.0 \times 10^{-44} \text{Jm}^2$ abgeschätzt, was nach dem hier vorgestellten Modell zu einer Verschiebung der gemessenen Oberflächenposition von $0.5 \mu\text{m}$ führt. Im Folgenden wollen wir diesen Effekt vernachlässigen.

Für eine Fallenfrequenz von $\omega_r = 2\pi \times 80 \frac{1}{s}$ und einen Abstand der Magnetfalle von der Oberfläche $d = 5 \mu\text{m}$ ist das Gesamtpotential in Abbildung 4.1 (a) gezeigt.

Wie in dieser Abbildung dargestellt, reduziert sich die Falltiefe beim Heranfahren der Magnetfalle an die Oberfläche durch den Einfluss des Casimir-Polder Potentials.

²Die einzelnen beschriebenen Experimente wurden jeweils innerhalb von maximal wenigen Stunden durchgeführt. In diesem Zeitraum nehmen wir eine konstante Verteilung der an der Oberfläche adsorbierten Atome an.

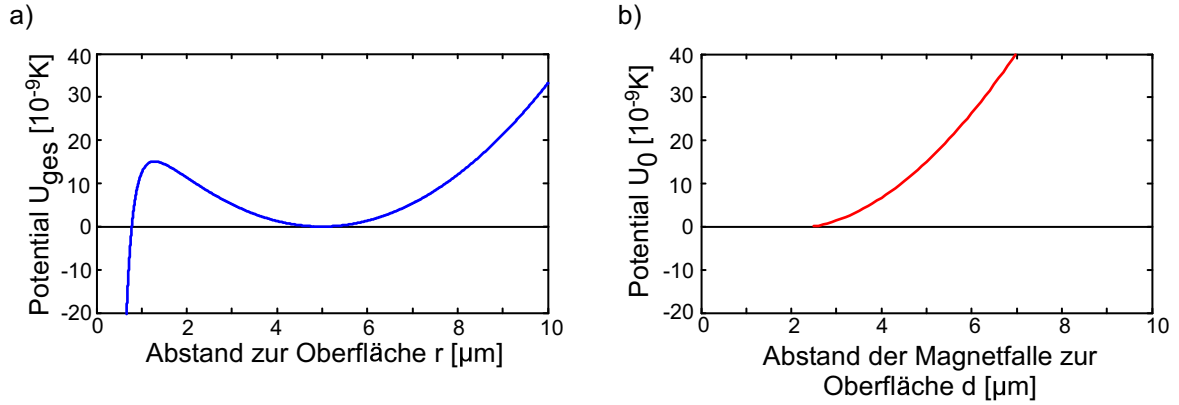


Abbildung 4.1 – (a) Gesamtpotential bestehend aus dem Potential der Magnetfalle 4.1 in einer Höhe von $5 \mu\text{m}$ über der Oberfläche und dem Casimir-Polder Potential 4.2. Die Fallentiefe wird durch das Casimir-Polder Potential reduziert. (b) Wird die Magnetfalle bis auf einen Abstand $d = 2.4 \mu\text{m}$ an die Oberfläche herangeführt, so verschwindet das Fallenminimum und die Magnetfalle öffnet sich vollständig.

Von dem Gesamtpotential berechnen wir nun numerisch die reduzierte Fallentiefe U_0 (Differenz der Beträge des Potentials am Wendepunkt und dem Fallenminimum) als Funktion des Abstandes d der Magnetfalle von der Chipoberfläche³ (siehe Abbildung 4.1 (b)).

Durch den Einfluss des Casimir-Polder Potentials öffnet sich die Magnetfalle bereits $2.4 \mu\text{m}$ vor der 'harten' Oberfläche vollständig.

Um den Fehler abzuschätzen, der durch die Vernachlässigung der Siliziumoxidschicht entsteht, führen wir eine analoge Rechnung unter der Annahme einer Oberfläche aus reinem Siliziumoxid durch. Die Dielektrizitätskonstante von Siliziumoxid hat einen Wert von $\epsilon_{\text{SiO}_2} = 3.9$. Mit $\Phi_{\text{SiO}_2} \approx 0.77$ [Yan97] errechnet sich der C_4 Koeffizient nach Gleichung 4.4 zu $C_{4,\text{SiO}_2} = 8.1 \times 10^{-56} \text{Jm}^4$. Mit diesem Wert öffnet sich die Falle $2.3 \mu\text{m}$ vor Erreichen der 'harten' Oberfläche. Die Differenz von 100 nm liegt innerhalb der Genauigkeit der experimentellen Bestimmung der Oberfläche und kann somit vernachlässigt werden.

Die Verteilungsfunktion einer thermischen Wolke als Funktion der Energie ist gegeben durch die Boltzmann-Verteilung:

$$n(E) = \frac{N}{k_B T} e^{-\frac{E}{k_B T}} \quad \text{mit} \quad \int_0^{\infty} n(E) dE = N. \quad (4.7)$$

k_B ist die Boltzmannkonstante, T die Temperatur und E die Energie der Wolke. Der Vorfaktor $\frac{N}{k_B T}$ wird durch die Normierungsbedingung festgelegt. Wir nehmen

³Die radiale Fallenfrequenz ω_r nimmt linear mit $\frac{\Delta\omega}{\Delta x} = 0.7 \text{s}^{-1} \mu\text{m}^{-1}$ für sinkende Abstände zwischen Magnetfalle und Chipoberfläche zu. Dieser Effekt wird bei der Berechnung berücksichtigt.

an, dass alle Atome mit einer Energie größer als U_0 instantan aus der Falle verloren gehen. Der Teil der Atome mit einer Energie kleiner U_0 verbleibt in der Falle und ergibt sich zu:

$$N_{\text{reduziert}} = \int_0^{U_0} n(E) dE = N(1 - e^{-\eta}) \quad (4.8)$$

mit dem Abschneideparameter $\eta = \frac{U_0}{k_B T}$. Die Anzahl der noch gefangenen Atome ist über $U_0(d)$ nun abhängig von der Position der Magnetfalle über der Oberfläche.

4.2 Experimentelle Bestimmung der Oberflächenposition

Für die Experimente wurden thermische Wolken mit Temperaturen zwischen 40 und 220 nK in einer Höhe von $65 \mu\text{m}$ über der Chipoberfläche präpariert und anschließend adiabatisch mit einer konstanten Geschwindigkeit von $150 \mu\text{m/s}$ bis auf einen Abstand $0 < d < 65 \mu\text{m}$ zur Oberfläche herangefahren. Direkt im Anschluss wurde die Falle in 1ms auf die Ausgangsposition zurückversetzt und die Atomzahl mit einer Absorptionsabbildung (siehe Abschnitt 3.2.6) in time-of-flight⁴ bestimmt. Diese Messung wurde für Abstände zur Oberfläche im Raster von $1 \mu\text{m}$ wiederholt, bis sich die Atomwolke so nahe an der Oberfläche befand, dass keine Atome mehr nachgewiesen werden konnten. Für 4 Temperaturen sind die Messkurven, sowie die nach Gleichung 4.8 erwarteten Kurven in Abbildung 4.2 dargestellt.

Das verwendete Modell 4.8 berücksichtigt dabei kein evaporatives Kühlen beim Heranfahren der Falle an die Oberfläche. Werden sowohl die Position der Oberfläche, als auch die Temperatur der Wolke als freie Parameter in diesem Modell betrachtet, wird die Temperatur im Vergleich zu der aus time-of-flight Messungen bestimmten Temperatur systematisch zu niedrig bestimmt, wenn das Modell numerisch an die Daten angepasst wird. Für die Messung mit einer Wolke bei 40nK weicht die aus dem Fit bestimmte Temperatur nur um etwa 15% ab. Diese Abweichung nimmt mit der Temperatur zu und wächst bis auf 30% für die Messung mit einer Wolke bei 220 nK. Wird in diesem Modell die Temperatur fest vorgegeben und stattdessen das evaporative Kühlen an der Oberfläche durch eine konstante Kühlrate während des Verfahrens der Atomwolken an die Oberfläche berücksichtigt, so ergeben sich aus dem Fit Raten von 68, 178, 279 und 566 nK/s für die Messungen bei 40, 90, 130 und 220nK.

⁴Als 'time-of-flight' wird die experimentelle Methode bezeichnet, bei der unmittelbar vor der Absorptionsabbildung sämtliche Fallenpotentiale ausgeschaltet werden, wodurch die abzubildende Atomwolke unter dem Einfluss der Erdanziehung frei expandiert. Typische Expansionszeiten liegen im Bereich zwischen 7 und 15 Millisekunden. Während der 'time-of-flight' wird die Impulsverteilung der Atomwolke in eine räumliche Verteilung überführt und führt zu einer Expansion gegenüber der ursprünglichen Atomverteilung.

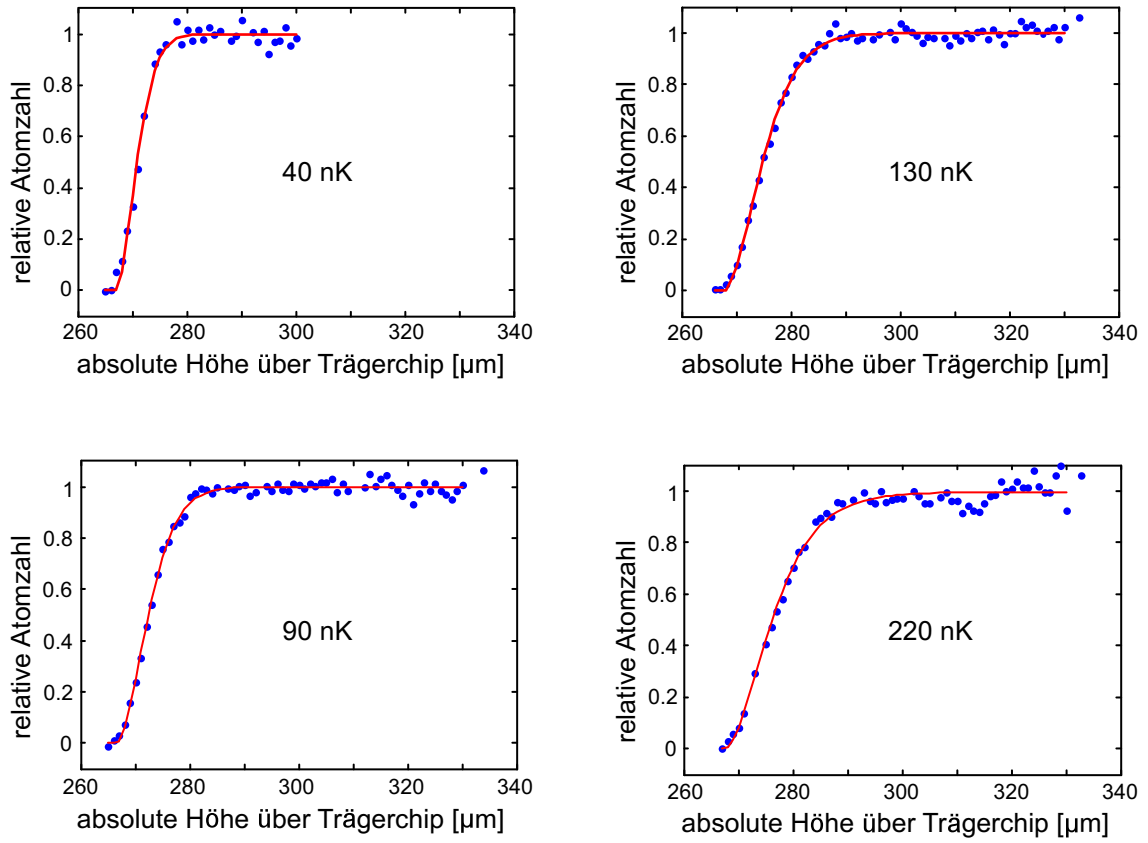


Abbildung 4.2 – Abnahme der Atomzahl beim Heranfahren einer Magnetfalle an die Chipoberfläche für Temperaturen der präparierten Wolken von $T = 40, 90, 130$ und 220 nK. Die blauen Punkte entsprechen den gemessenen Werten, die roten Linien sind die nach Gleichung 4.8 an die Daten angepassten Theorieturven mit der Oberflächenposition und einer konstanten Kühlrate als freie Parameter.

Die Position der Oberfläche ergibt sich mit dem verwendeten Modell aus Gleichung 4.8 zu $(265,0 \pm 0.5) \mu\text{m}$. Dieser Wert ist weitgehend unabhängig vom expliziten Wert der Temperatur der Wolke im Modell. Die angenommenen Kühlraten, die notwendig sind, um die Messkurven zu beschreiben, haben die selbe Größenordnung, die auch bei gezielten Versuchen zu evaporativem Kühlen an Oberflächen erzielt wurden. Die Kühlrate nimmt mit der Temperatur der Atomwolke zu, da mit der Temperatur der Atomwolke auch deren Ausdehnung zunimmt und somit bereits früher ein evaporatives Kühlen an der Oberfläche einsetzt. Da in diesem Modell während der gesamten Messung eine konstante Kühlrate angenommen wird, steigt diese hierdurch folglich an.

Durch die Bestimmung der Position der Chipoberfläche an einer zweiten Position, die in x-Richtung 3.1 mm versetzt ist, kann die Verkipfung des strukturierten Siliziumchips relativ zum Förderband in dieser Richtung bestimmt werden. An dieser

Stelle ergibt sich die Position der Chipoberfläche zu $(276.9 \pm 0.4) \mu\text{m}$. Somit errechnet sich eine Verkippung des Siliziumchips entlang der x-Achse von $\alpha = (0.2 \pm 0.1)^\circ$. Diese geringe Verkippung ist plausibel, da der Siliziumchip von Hand auf das Förderband aufgeklebt wurde⁵ (siehe Abbildung 2.9).

4.3 Numerische Berechnung der Teilchendynamik

Die Messergebnisse und das einfache Energie-Abschneide-Modell wurden mit einer von Thomas Judd⁶ durchgeführten numerischen Partikelsimulation verglichen. Die Ergebnisse dieser Berechnung sind in Abbildung 4.3 dargestellt. Für diese Berechnung wird ein thermisches Gas von Rubidiumatomen bei der Temperatur T in einer Magnetfalle simuliert, die sich zu Beginn in einem Abstand von $40 \mu\text{m}$ über der Oberfläche befindet. Nun wird die Falle mit der konstanten Geschwindigkeit $v = 0.15 \text{ mm/s}$ bis auf unterschiedliche Abstände an die Oberfläche herangeführt und die verbleibende Atomzahl in der Falle bestimmt. Berücksichtigt wird in dieser Berechnung sowohl das Casimir-Polder Potential U_{CP} , als auch die adiabatische Kompression aufgrund der steigenden Fallenfrequenzen bei geringerem Abstand zur Chipoberfläche. Vernachlässigt wird hingegen jede Wechselwirkung zwischen den Atomen und somit auch ein evaporatives Kühlen. Die Ergebnisse dieser Berechnung stimmen sehr gut mit dem Energie-Abschneide-Modell überein und liefern ebenfalls geringere Temperaturen, als durch die Temperaturbestimmung in time-of-flight zu erwarten wäre. Dies bestätigt die Annahme, dass die Differenz in der experimentell bestimmten Temperatur und der theoretisch bestimmten auf das evaporative Kühlen beim Heranfahen der Atome an die Oberfläche zurückzuführen ist.

⁵Zwischen den beiden Messungen zur Bestimmung der Oberflächenpositionen lagen mehrere Wochen. Über diesen langen Zeitraum sind die experimentell bestimmten Oberflächenpositionen nicht konstant. Durch Messungen, die im Abstand von etwa einem Monat aufgenommen wurden, konnte gezeigt werden, dass die Bestimmung der Oberflächenposition in diesem Zeitraum auf etwa $\pm 2 \mu\text{m}$ genau ist. Dieser Umstand führt zu dem relativ großen angegebenen Fehler bei der Bestimmung des Verkippungswinkels α .

⁶Arbeitsgruppe Computational Quantumphysics, Universität Tübingen

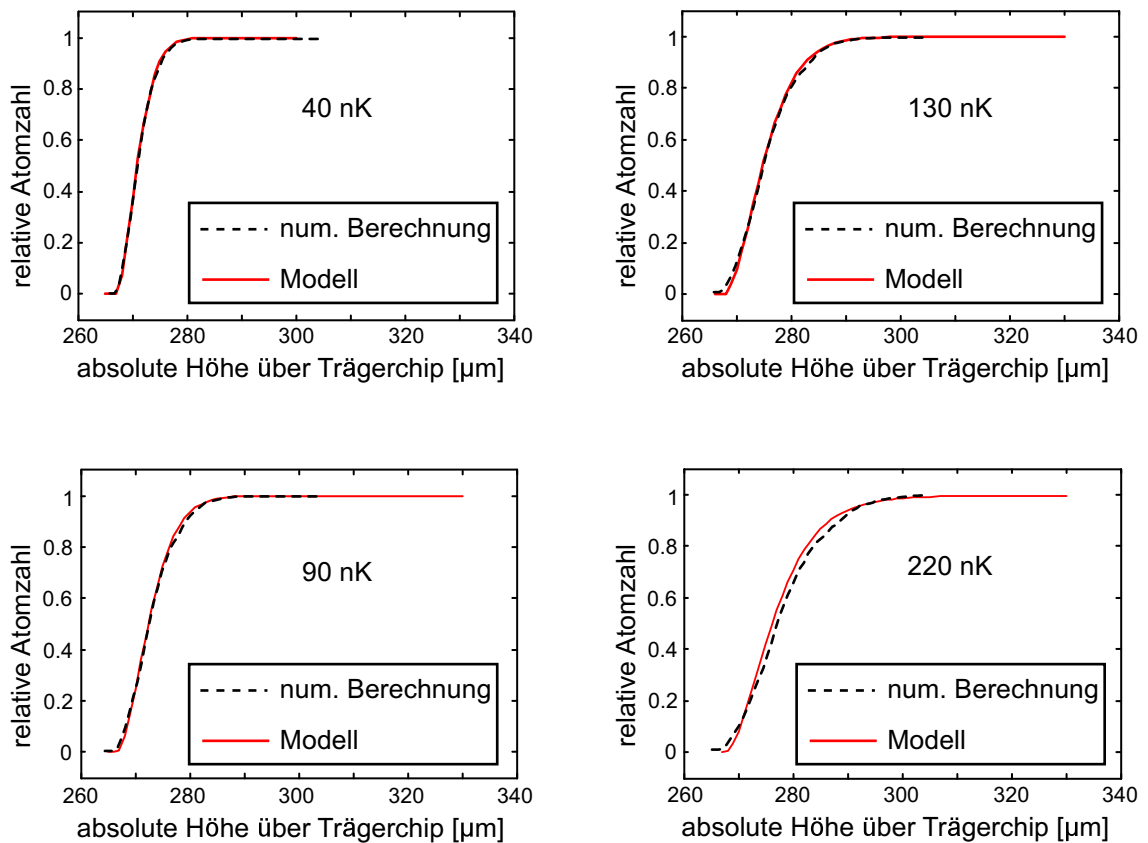


Abbildung 4.3 – Vergleich der Ergebnisse einer numerischen Berechnung mit den an die Messdaten angepassten Modellfunktionen aus Abbildung 4.2. Dargestellt ist die Abnahme der Atomzahl beim Heranfahren der Magnetfalle an die Chipoberfläche für thermische Wolken mit Temperaturen von $T = 40, 90, 130$ und 220 nK.

5 Positions- und Höhenbestimmung von Nanostrukturen

In diesem Kapitel wird die Verwendung von ultrakalten Atomwolken als Sonde eines Rastersondenmikroskops, dem 'Kaltatom-Rastersondenmikroskop', vorgestellt. Hierzu werden Messungen zur Bestimmung der Position und Höhe unterschiedlicher Strukturen aus Kohlenstoff-Nanoröhren beschrieben. Vermessen wurden sowohl die Position und Höhe eines Waldes aus Nanoröhren, als auch einer einzelnen, freistehenden Nanoröhre. Hierfür wurden neben thermischen Atomwolken mit einer gaußförmigen Dichteverteilung auch Bose-Einstein-Kondensate mit einem parabelförmigen Dichteprofil verwendet.

Sowohl für den Einsatz von thermischen Wolken, als auch für den Einsatz von Bose-Einstein-Kondensaten als Sonde, werden im Folgenden unterschiedliche Messverfahren vorgestellt, mit denen sich die Nanostrukturen abbilden lassen. Allen vorgestellten Methoden ist gemeinsam, dass aus den verbleibenden Atomzahlen nach einer Wechselwirkungszeit, in der Atome durch Stöße mit den Nanostrukturen aus der Magnetfalle entfernt werden, auf die Topographie dieser Strukturen geschlossen wird.

5.1 Thermische Wolken als Sonde des Rastermikroskops

Die Dichte einer thermischen Atomwolke mit der Temperatur T in einem Potential $U(\vec{r})$ wird über die Boltzmann-Verteilung

$$n(\vec{r}) = n_0 e^{-\frac{U(\vec{r})}{k_B T}} \quad (5.1)$$

mit der zentralen Dichte [Dal99]

$$n_0 = \lambda^{-3} g_{3/2}(1) \quad (5.2)$$

beschrieben. $\lambda = \sqrt{\frac{2\pi\hbar^2}{mk_B T}}$ ist die thermische Wellenlänge der Atome und $g_{3/2}(1) = 2.61238$ ein numerischer Faktor¹.

In einer harmonischen Falle mit den Fallenfrequenzen ω_a und ω_r ist das Potential $U(\vec{r})$ gegeben durch:

$$U(\vec{r}) = \frac{1}{2}m\omega_a^2 x^2 + \frac{1}{2}m\omega_r^2 (y^2 + z^2). \quad (5.3)$$

Die Dichteverteilung der Atome 5.1 ergibt sich dann zu:

$$n(\vec{r}) = n_0 e^{-\frac{U(\vec{r})}{k_B T}} = n_0 e^{-\frac{m\omega_a^2 x^2}{2k_B T}} e^{-\frac{m\omega_r^2 y^2}{2k_B T}} e^{-\frac{m\omega_r^2 z^2}{2k_B T}} \quad (5.4)$$

und entspricht somit in allen Raumrichtungen einer Gaußverteilung mit den zugehörigen $1/e$ Radien:

$$\sigma_{a,r} = \sqrt{\frac{2k_B T}{m\omega_{a,r}^2}} \quad (5.5)$$

in axialer und radialer Richtung.

Die Dichteverteilung einer thermischen Atomwolke mit einer Temperatur von 150 nK in einem harmonischen Fallenpotential der Form 5.3 mit Fallenfrequenzen $\omega_a = 2\pi \times 16 \frac{1}{s}$ und $\omega_r = 2\pi \times 80 \frac{1}{s}$, wie sie typischerweise für die Vermessung einer Nanostruktur verwendet wurde, ist in Abbildung 5.1 dargestellt. Nach Gleichung 5.5 ergeben sich für die Ausdehnung dieser Atomwolke $1/e$ Radien von $53 \mu\text{m}$ in axialer und $11 \mu\text{m}$ in radialer Richtung.

5.1.1 Das Fehlerfunktionsmodell

Für die in diesem Kapitel beschriebenen Experimente zur Positions- und Höhenbestimmung der Nanostrukturen auf einer Chipoberfläche, kann auf eine absolute Abstandsbestimmung zwischen Magnetfalle und Oberfläche verzichtet werden. Nimmt man die Chipoberfläche, auf der die zu vermessenden Nanostrukturen aufgebracht sind, als Referenz, ist für die Positions- und Höhenbestimmung von Nanostrukturen ein einfaches Modell ausreichend. In diesem Modell lässt sich die verbleibende Atomzahl als Funktion des Abstandes z_0 , bis auf den die Falle an die Oberfläche herangefahren wird, analytisch beschreiben.

Die Dichteverteilung 5.4 wird in z -Richtung so Nahe an die Oberfläche verfahren, dass es einen signifikanten Überlapp zwischen Atomwolke und Oberfläche gibt. Wir nehmen an, dass alle Atome, die mit der Oberfläche überlappen, aus der Falle verloren gehen (siehe Abbildung 5.2).

¹ $g_{3/2}(x)$ gehört zur Klasse der Bose-Funktionen $g_\alpha(x) = \sum_{n=1}^{\infty} x^n/n^\alpha$.

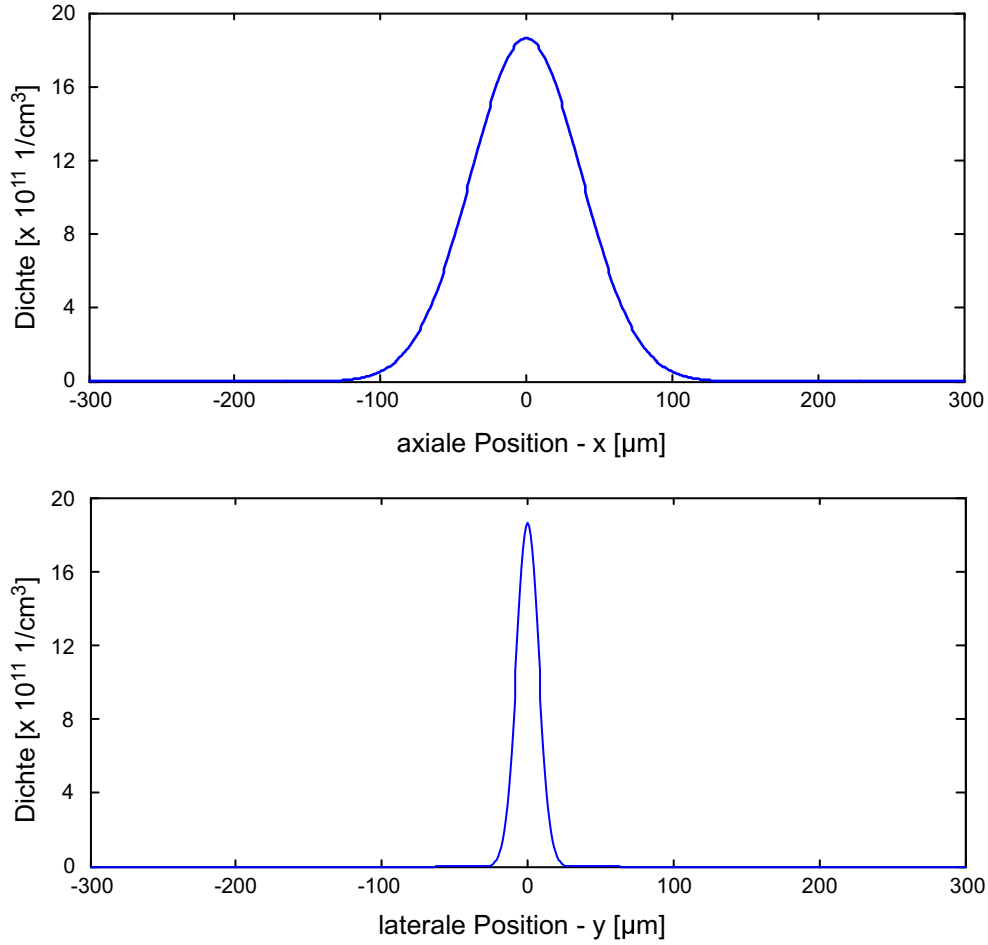


Abbildung 5.1 – Dichteverteilung 5.4 einer thermischen Wolke mit 6×10^4 Atomen bei einer Temperatur von 150 nK in einem harmonischen Fallenpotential der Form 5.3 mit Fallenfrequenzen $\omega_a = 2\pi \times 16 \frac{1}{s}$ und $\omega_r = 2\pi \times 80 \frac{1}{s}$. (a) Querschnitt in x -Richtung. (b) Querschnitt in y - bzw. z -Richtung.

Die verbleibende Atomzahl in der Falle als Funktion der Endposition z_0 über der Chipoberfläche, die sich o.B.d.A. bei $z = 0$ befindet, ist:

$$N(z_0) = \int_{-\infty}^{\infty} dx \int_{-\infty}^{\infty} dy \int_0^{\infty} dz n_0 e^{-\frac{m\omega_a^2 x^2}{2k_B T}} e^{-\frac{m\omega_r^2 y^2}{2k_B T}} e^{-\frac{m\omega_r^2 (z-z_0)^2}{2k_B T}}. \quad (5.6)$$

Hierbei handelt es sich effektiv um ein eindimensionales Problem und nach Integration über x und y erhält man:

$$\begin{aligned} N(z_0) &= n_0 \int_0^{\infty} dz e^{-\frac{m\omega_r^2 (z-z_0)^2}{2k_B T}} \sqrt{\frac{2\pi k_B T}{m\omega_a^2}} \sqrt{\frac{2\pi k_B T}{m\omega_r^2}} \\ &= \frac{2\pi k_B T}{m\omega_a \omega_r} n_0 \int_0^{\infty} dz e^{-\frac{m\omega_r^2 (z-z_0)^2}{2k_B T}} \end{aligned} \quad (5.7)$$

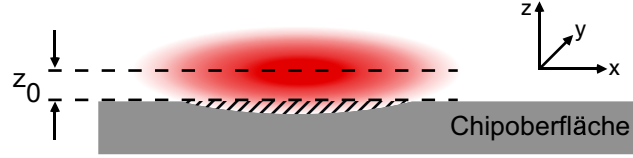


Abbildung 5.2 – Wird die Atomwolke in z -Richtung so nahe an die Chipoberfläche herangefahren, dass der gestrichelte Teil der Wolke mit der Oberfläche überlappt, so geht dieser Teil aus der Falle verloren.

Nach Lösen des verbleibenden Integrals erhält man:

$$N(z_0) = \left(\frac{2\pi k_B T}{m}\right)^{\frac{3}{2}} \frac{n_0}{\omega_a \omega_r^2} \left[1 - \frac{1}{2} \operatorname{erfc}(\sqrt{\alpha} z_0)\right] \quad (5.8)$$

mit $\alpha = \frac{m\omega_r^2}{2k_B T}$.

Die Gesamtatomzahl N_{ges} ergibt sich durch Integration von 5.4 zu:

$$N_{ges} = \left(\frac{2\pi k_B T}{m}\right)^{\frac{3}{2}} \frac{n_0}{\omega_a \omega_r^2}. \quad (5.9)$$

Das Verhältnis der verbleibenden Atome zur ursprünglichen Gesamtatomzahl wird somit im Fall des Heranfahrens der Atomwolke an das reine Substrat durch eine einfache komplementäre Fehlerfunktion beschrieben:

$$\frac{N(z_0)}{N_{ges}} = 1 - \frac{1}{2} \operatorname{erfc}(\sqrt{\alpha} z_0). \quad (5.10)$$

Die Waldstruktur aus Nanoröhren besteht aus vielen einzelnen, dicht stehenden Nanoröhren und wird in dem hier verwendeten Modell als feste Oberfläche betrachtet. Wird die Atomwolke vollständig über diesem Wald präpariert, so führt eine analoge Rechnung zu folgendem Verhältnis der verbleibenden Atomzahl zur Gesamtatomzahl:

$$\frac{N(z_0)}{N_{ges}} = 1 - \frac{1}{2} \operatorname{erfc}(\sqrt{\alpha}(z_0 + L)). \quad (5.11)$$

L ist hier die Höhe des Nanowaldes. Damit lässt sich also die relative Höhendifferenz zwischen zwei Oberflächen, hier die Höhe L des Waldes aus Nanoröhren, bestimmen. Wird die Atomwolke teilweise über dem Nanowald und teilweise über dem Substrat

präpariert, so lässt sich die verbleibende Atomzahl als eine gewichtete Fehlerfunktion mit dem Überlappparameter p beschreiben. Dieser Parameter gibt an, welcher prozentuale Anteil der Wolke sich über dem Nanowald befindet:

$$\frac{N(z_0)}{N_{ges}} = \frac{1-p}{2} \operatorname{erfc}(\sqrt{\alpha}z_0) + \frac{p}{2} \operatorname{erfc}(\sqrt{\alpha}(z_0 + L)). \quad (5.12)$$

Damit lässt sich also die Position einer Kante, in unserem Fall die Kante des Waldes aus Nanoröhren, bestimmen.

5.1.2 Position und Höhe eines Waldes aus Nanoröhren

Im Folgenden werden zwei unterschiedliche Messesequenzen zur Bestimmung der Position und Höhe von Nanostrukturen vorgestellt. Diese Messungen wurden exemplarisch jeweils an einer waldähnlichen Struktur aus Nanoröhren durchgeführt.

Messverfahren 1

Für die Messungen zur Positions- und Höhenbestimmung eines Waldes aus Nanoröhren wurden Atomwolken mit typischerweise 5×10^5 Atomen und Temperaturen von 500 nK in einem Abstand von $50 \mu\text{m}$ zur Chipoberfläche präpariert. In diesem Abstand treten noch keine Atomzahlverluste aufgrund einer Wechselwirkung der Atome mit den Nanostrukturen bzw. der Oberfläche auf. Die Magnetfallen, in denen die Atome präpariert wurden, sind durch ein harmonisches Fallenpotential der Form 5.3 mit der axialen Fallenfrequenz $\omega_a = 2\pi \times 16 \frac{1}{s}$ in axialer Richtung x und der radialen Fallenfrequenz $\omega_r = 2\pi \times 140 \frac{1}{s}$ in den radialen Richtungen y und z bei einem Offsetfeld von 0.8 Gauss, charakterisiert. Die Messungen zur Positionsbestimmung des Waldes aus Nanoröhren wurden auf einen Bereich entlang der x -Achse begrenzt. Die Ausdehnung in y -Richtung wurde an dieser Stelle nicht weiter untersucht.

Die experimentelle Sequenz zur topographischen Abbildung der Oberfläche ist wie folgt: Nach der Präparation einer Atomwolke wird diese durch eine Verschiebung des magnetischen Fallenpotentials in 300 ms adiabatisch bis auf einen Abstand $0 < d < 50 \mu\text{m}$ an die Chipoberfläche herangeführt. Für die durchgeführten Messungen zur Bestimmung der Topographie des Waldes aus Nanoröhren wird die Magnetfalle direkt im Anschluss in weiteren 300 ms auf den ursprünglichen Abstand von $50 \mu\text{m}$ zur Chipoberfläche verschoben und die verbleibende Atomzahl mit einer Absorptionsabbildung detektiert (vergleiche Abbildung 5.3).

Für große Abstände zwischen Atomwolke und Oberfläche werden am Ende der Messung keine Verluste in der ursprünglichen Atomzahl festgestellt. Mit dem Abstand zur Oberfläche reduziert sich gleichfalls die detektierte Atomzahl. Der Verlauf der Atomzahl als Funktion des Abstandes zwischen Atomwolke und Oberfläche wird nun für mehrere Positionen über der zu untersuchenden Nanostruktur be-

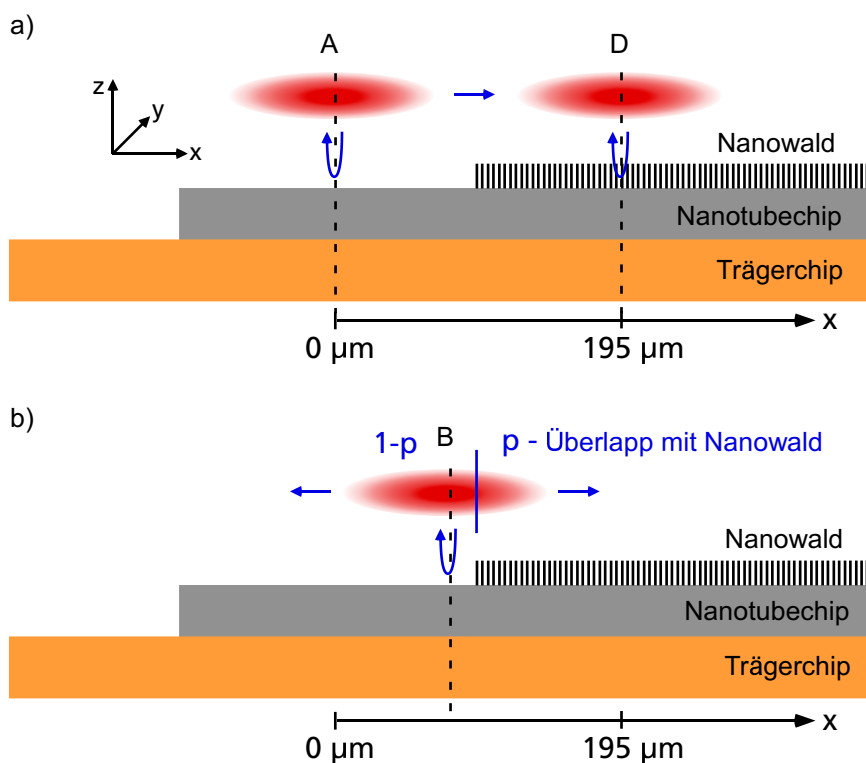


Abbildung 5.3 – Schematische Darstellung des experimentellen Ablaufs zur Bestimmung der Topographie einer Nanostruktur. (a) Ultrakalte Atomwolken werden in einem Abstand von $50 \mu\text{m}$ über der reinen Chipoberfläche (A) bzw. über einem Wald aus Nanoröhren (D) präpariert. In je 300 ms werden die Wolken an die Oberfläche herangeführt und anschließend auf die Ausgangsposition zurückversetzt und die Atomzahlen mit einer Absorptionsabbildung detektiert. (b) Die Ausdehnung des Nanowaldes entlang der x-Achse kann bestimmt werden, indem thermische Wolken derart präpariert werden, dass sie sich teilweise über dem Wald aus Nanoröhren befinden.

stimmt. Durch Auswertung dieser Atomzahlverläufe, erhält man ein örtlich aufgelöstes Höhenprofil. In Abbildung 5.4 sind die Ergebnisse von vier typischen Messungen dieser Art mit thermischen Atomwolken über einem Wald aus Nanoröhren dargestellt.

Aufgetragen ist die bestimmte Atomzahl in Abhängigkeit des Abstandes der Magnetfalle zur Chipoberfläche. Befindet sich die Atomwolke entweder vollständig über dem Nanowald oder über dem reinen Substrat, so werden die Atomzahlverluste nach Gleichung 5.10 bzw. 5.11 durch eine komplementäre Fehlerfunktion sehr gut beschrieben. Aus dem Versatz der beiden Kurven lässt sich die Höhe des Nanowaldes zu $L = (19 \pm 0.8) \mu\text{m}$ bestimmen. Dieser Wert stimmt sehr gut mit der im Rasterelektronenmikroskop gemessenen mittleren Höhe des Nanowaldes von $(20 \pm 2) \mu\text{m}$ überein. Wird die Wolke zwischen den beiden Extrempositionen präpariert (Fall

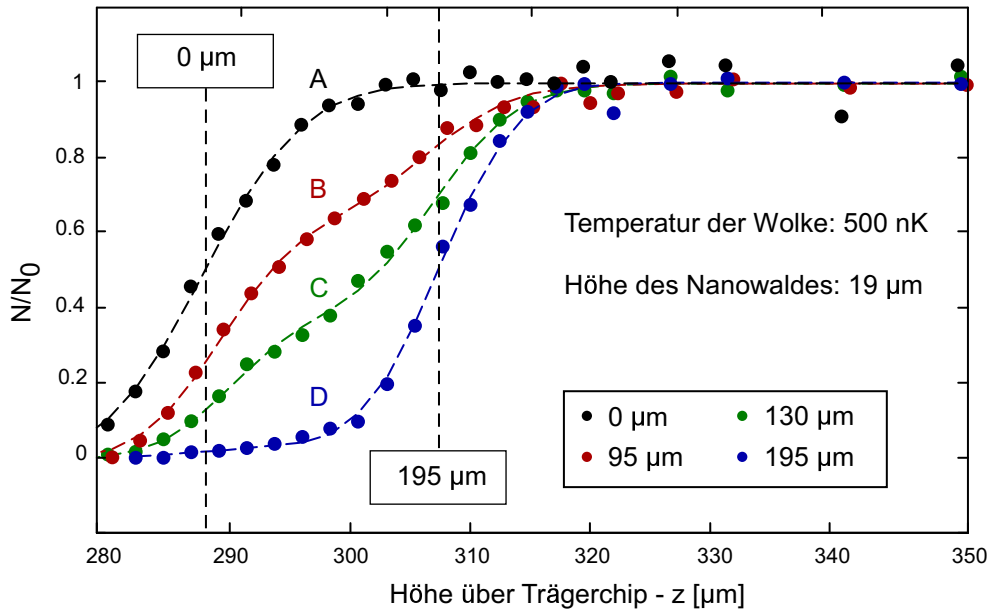


Abbildung 5.4 – Bestimmung der Höhe des Waldes aus Nanoröhren mit ultrakalten Atomen. Der Ablauf der Messungen ist im Text beschrieben. Aufgetragen ist die normierte Atomzahl als Funktion des Abstandes zwischen Atomwolke und Oberfläche. A und D entsprechen den Messungen ultrakalter Atomwolken, die vollständig über dem reinen Siliziumsubstrat, bzw. über dem Wald aus Nanoröhren präpariert wurden. B und C repräsentieren Messungen, bei denen sich die Wolken teilweise über dem Wald aus Nanoröhren und teilweise über dem reinen Substrat befanden. Die gestrichelten Linien entsprechen Gleichung 5.12, wobei der Überlappparameter p numerisch an die Daten angepasst wurde.

B in Abbildung 5.3), kann die Abnahme der Atomzahl durch eine Summe zweier Fehlerfunktionen entsprechend Gleichung 5.12 beschrieben werden. Aus der Breite der gemessenen Kurven kann nach Gleichung 5.8 die Temperatur der Atomwolke zu (500 ± 100) nK bestimmt werden. Aufgrund evaporativen Kühlens an der Chipoberfläche und der Annahme einer konstanten Fallenfrequenz² während der Messung, ist die auf diese Weise bestimmte Temperatur der Wolke etwas geringer, als die durch die time-of-flight-Methode bestimmte Temperatur der Wolke, die zu 800 nK bestimmt wurde.

In axialer Richtung entspricht die Dichteverteilung in der Falle genau wie in radialer Richtung einer Gaußverteilung und somit kann der für 12 unterschiedliche Positionen entlang der x-Achse bestimmte und in Abbildung 5.5 dargestellte Überlappparameter p ebenfalls mit Gleichung 5.10 beschrieben werden, wobei im Faktor $\alpha = \frac{m\omega_a^2}{2k_B T}$ die radiale durch die axiale Fallenfrequenz ersetzt wurde. Ana-

²Wie in Abschnitt 4.1 angegeben, nimmt die radiale Fallenfrequenz ω_r für sinkende Abstände zwischen Magnetfalle und Chipoberfläche zu. Dieser Effekt wird in diesem hier verwendeten Modell vernachlässigt, da er keinen Einfluss auf die Positionsbestimmung der Nanostrukturen hat.

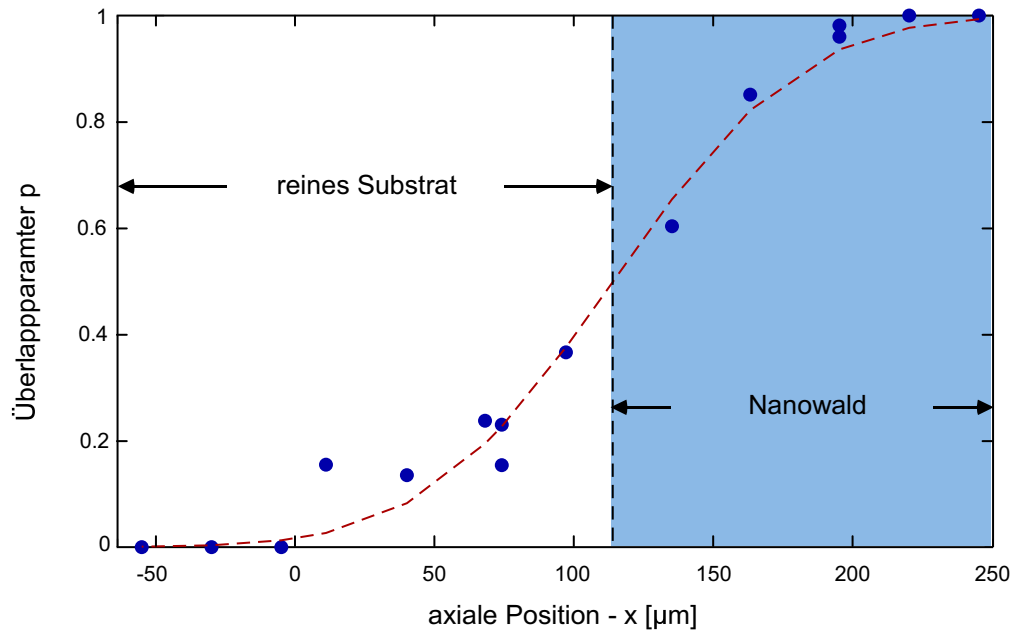


Abbildung 5.5 – Überlappparameter p der Atomwolke mit dem Nanowald. Dieser wurde für 12 unterschiedliche Positionen der Atomwolke entlang der x -Achse bestimmt. Aus einem Fit an die Datenpunkte nach Gleichung 5.10 wird die Position der Kante des Nanowaldes zu $x = (114 \pm 7) \mu\text{m}$ relativ zum Transportleiter T5 bestimmt. Hierbei wird angenommen, dass sich die Kante an der Stelle befindet, an der der Überlappparameter den Wert $p = 0.5$ hat.

log zur Bestimmung der Höhe des Nanowaldes nehmen wir an, dass sich die Kante des Nanowaldes an der Stelle befindet, an der der Überlappparameter einen Wert von $p = 0.5$ erreicht³. Dieser Wert ergibt sich zu $x = (114 \pm 7) \mu\text{m}$ relativ zum Transportleiter T5.

Messverfahren 2

Für die Bestimmung der Position und Höhe einer ausgedehnten Nanostruktur wird im Folgenden ein alternatives Messverfahren benutzt. Dieses wurde zur topographischen Bestimmung einer komplexen Nanostruktur, bestehend aus einem Wald aus Nanoröhren, der Nanostrukturen aus einzelnen, freistehenden Nanoröhren und Linien aus Nanoröhren umschließt, eingesetzt (vergleiche Abbildung 5.6).

Dies erfolgt analog zu den in Abschnitt 2.2.1 beschriebenen Messungen. Zunächst wird die Position der Substratoberfläche als Referenzfläche entlang der y -Richtung bestimmt. Dies erfolgt entlang der blauen Linie in Abbildung 5.6. Im Anschluss daran wird die Topographie der Nanostrukturen entlang der roten Linie bestimmt:

³Dies gilt für zwei ebene Flächen, die parallel zueinander verlaufen und durch eine Stufe getrennt sind. In diesem Sinne betrachten wir den Wald aus Nanoröhren als ebene Fläche.

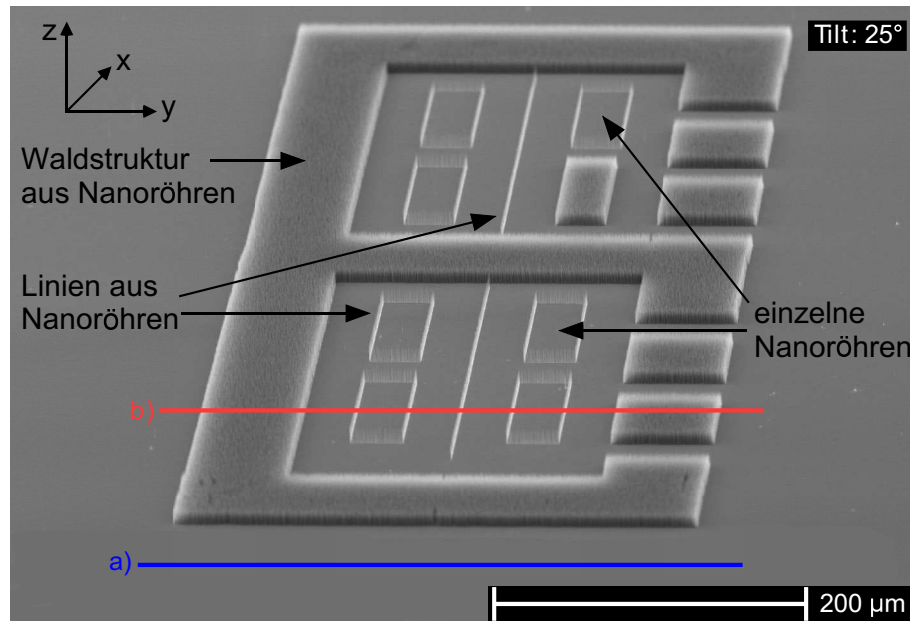


Abbildung 5.6 – Rasterelektronenmikroskopbild der Strukturen aus Kohlenstoff-Nanoröhren, die die einzelnen, freistehenden Nanoröhren umgeben. Sichtbar sind Waldstrukturen aus Nanoröhren, welche Rechtecke, bestehend aus linienförmig angeordneten Nanoröhren, umgeben. In sieben der acht Rechtecke befindet sich genau in der Mitte eine einzelne, freistehende Nanoröhre. Das achte Rechteck ist mit einem Wald aus Nanoröhren ausgefüllt. Die Messungen zur Oberflächenabtastung entlang einer Linie ohne Strukturen (blaue Linie) und einer Linie mit Strukturen aus Nanowald, Linien und einzelnen Nanoröhren (rote Linie) sind in Abbildung 5.7 dargestellt.

Nach der Präparation einer Atomwolke in einem Abstand von $50\ \mu\text{m}$ zur Chipoberfläche, wurde diese durch eine Reduzierung des Stromes im Quadrupolleiter in 300 ms bis auf einen solchen Abstand zur Oberfläche verschoben, dass sich nach einem Zurückversetzen der Magnetfalle in weiteren 300 ms auf die Ausgangsposition, noch genau die Hälfte der im Abstand von $50\ \mu\text{m}$ präparierten Atome in der Falle befanden. Bestimmt wurde der hierfür notwendige Strom im Quadrupolleiter und somit der Abstand zwischen Magnetfalle und Chipoberfläche (vergleiche Abschnitt 2.2). Diese Messung wurde für 22 unterschiedliche Positionen der Magnetfalle entlang der y-Richtung durchgeführt. In Abbildung 5.7 (a) ist der Strom im Quadrupolleiter als Funktion der Auslenkung in y-Richtung dargestellt. Zum Vergleich sind die Ergebnisse der analogen Messung über dem reinen Substrat entlang der blauen Linie in Abbildung 5.6 aus Abschnitt 2.2.1 eingezeichnet. Für den Strom im Quadrupolleiter als Funktion der Auslenkung in y-Richtung ergibt sich wie in Abbildung 2.7 eine parabelförmige Abhängigkeit, diesmal mit zwei Bereichen, in denen der Strom im Quadrupolleiter, der nötig ist um die Magnetfalle im jeweils gleichen Abstand zur Oberfläche zu präparieren, erhöht ist. Um die geringe Abweichung der beiden Messungen

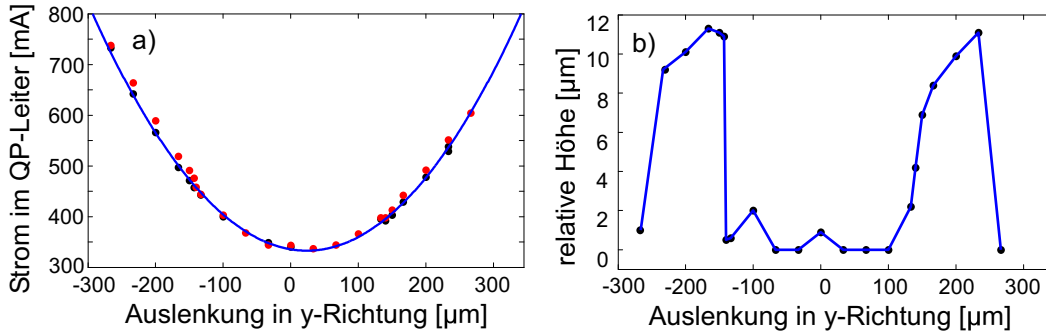


Abbildung 5.7 – (a) Beziehung zwischen Strom im Quadrupolleiter und der Auslenkung der Magnetfalle in y -Richtung für einen konstanten Abstand zwischen Magnetfalle und Chipoberfläche. Die schwarzen Punkte sind entlang der blauen Linie in Abbildung 5.6 aufgenommen, die roten Punkte entsprechen der Messung entlang der roten Linie in Abbildung 5.6. (b) Differenz der beiden Kurven aus (a). Die Höhe des Waldes aus Nanoröhren ergibt sich zu $L \approx 10 \mu\text{m}$.

voneinander deutlicher darzustellen, ist in Abbildung 5.7 (b) die Differenz der jeweils 22 Messungen entlang der blauen und roten Linie aus Abbildung 5.6 dargestellt. Die Ströme im Quadrupolleiter wurden hierfür in Abstände zwischen der Magnetfalle und der Chipoberfläche umgerechnet. Die beiden gegenüber der Chipoberfläche als Referenzfläche erhöhten Bereiche stimmen in ihrer Höhe und Position sehr gut mit den aus Bildern eines Rasterelektronenmikroskops bestimmten Höhe und Position der Waldstruktur aus Nanoröhren überein. Die Höhe dieses Waldes ergibt sich aus der Messung mit ultrakalten Atomen zu $L_{\text{Messung}} \approx 10 \mu\text{m}$. Die mit Hilfe eines Rasterelektronenmikroskops bestimmte Höhe ergibt sich zu $(L_{\text{REM}} = 10 \pm 1) \mu\text{m}$. Aus der Messung mit ultrakalten Atomen ergibt sich eine Ausdehnung der beiden Strukturen in y -Richtung von jeweils etwa $100 \mu\text{m}$ und ein Abstand zwischen diesen beiden Abschnitten von etwa $300 \mu\text{m}$. Identische Werte wurden aus den Rasterelektronenmikroskopbildern bestimmt. Damit sind zunächst die Positionen der beiden Wälder aus Nanoröhren, welche die Linien und einzelnen Nanoröhren umgeben, vermessen. Um Linien und insbesondere einzelne Röhren zu detektieren, wird das Messverfahren folgendermaßen modifiziert:

5.1.3 Vermessung einer freistehenden Nanoröhre

Die Positions- und Höhenbestimmung einer einzelnen, freistehenden Nanoröhre, wurde auf eine Gerade entlang der y -Achse beschränkt (siehe Abbildung 5.8 (a)). Um einen gleichzeitigen Überlapp mit unterschiedlichen Nanostrukturen in x -Richtung zu vermeiden, werden für die im Folgenden beschriebenen Messungen Atomwolken mit typischerweise 6×10^4 Atomen bei Temperaturen von 150 nK verwendet. Für die Präparation dieser, im Vergleich zu den bisher beschriebenen Experimenten,

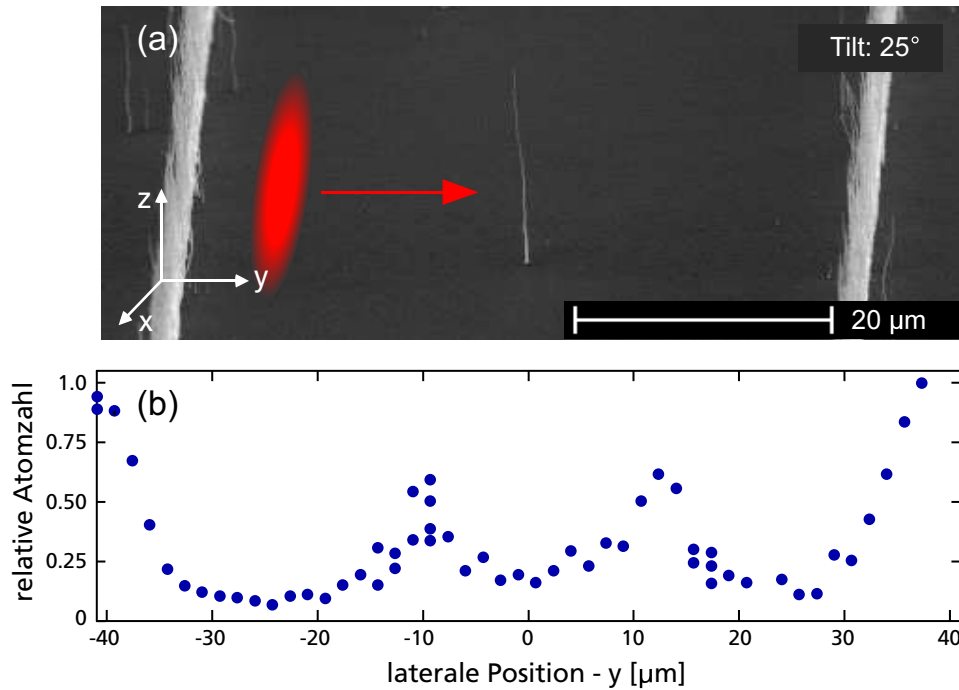


Abbildung 5.8 – (a) Rasterelektronenmikroskopbild der vermessenen Struktur mit einzelner Nanoröhre und umgebenden Linien aus Nanoröhren. Schematisch sind die verwendete Atomwolke und die Richtung der Messung dargestellt. (b) Verbleibende Atomzahlen, nachdem thermische Wolken für 2s in einer Höhe von $10\ \mu\text{m}$ über der Oberfläche gehalten wurden. Der Ablauf der Messungen wird im Text beschrieben.

kälteren Wolken wird die Dauer des evaporativen Kühlens verlängert, wodurch die felderzeugenden Leiterbahnen durch die entstehende ohmsche Wärme stärker beansprucht werden. Um eine Schädigung dieser Leiterbahnen zu verhindern, wird der Strom in diesen reduziert, was zu einer Reduzierung der radialen Fallenfrequenz von $\omega_r = 2\pi \times 140\ \frac{1}{\text{s}}$ auf $\omega_r = 2\pi \times 80\ \frac{1}{\text{s}}$ führt. Die Ausdehnung der thermischen Wolken wird entsprechend Gleichung 5.5 durch $1/e$ Radien von $53\ \mu\text{m}$ in axialer und $11\ \mu\text{m}$ in radialer Richtung charakterisiert. Die entsprechende Dichteverteilung nach Gleichung 5.4 ist in Abbildung 5.1 dargestellt.

Die durchgeführten Messungen erstrecken sich insgesamt über $80\ \mu\text{m}$. Hierfür wurden thermische Atomwolken im Raster von $1.5\ \mu\text{m}$ entlang der y-Achse des verwendeten Koordinatensystems in einem Abstand von $50\ \mu\text{m}$ zur Chipoberfläche präpariert. Im Anschluss an die Präparation wurden die Atomwolken jeweils in 300 ms bis auf einen Abstand von $10\ \mu\text{m}$ an die Chipoberfläche herangefahren. Nachdem die Atomwolken an diesen Positionen für zwei Sekunden gehalten wurden, wurden sie in 1 ms wieder zur Ausgangsposition zurückversetzt und die Atomzahlen be-

stimmt⁴. Auf diese Weise lässt sich die Chipoberfläche Punkt für Punkt abtasten. Der Abstand von $10\ \mu\text{m}$ zur Chipoberfläche ergab sich experimentell aus der Bedingung, dass die verbleibende Atomzahl für keine gemessene Position vollständig auf Null abfällt.

In Abbildung 5.8 (b) sind die nach dieser Messsequenz in der Magnetfalle verbliebenen Atomzahlen dargestellt. Verglichen wird das Ergebnis mit dem Rasterelektronenmikroskopbild. Im Zwischenbereich zwischen den Linien und der einzelnen Nanoröhre steigt die Atomzahl aufgrund der Ausdehnung der thermischen Wolke und einem somit stets vorhandenen teilweisen Überlapp der Atomwolke in y -Richtung mit den Nanostrukturen nicht mehr auf den Ausgangswert an⁵. Für eine quantitative Auswertung der Positions- und Höhenbestimmung der einzelnen Nanoröhre wird im nächsten Abschnitt anstelle der thermischen Wolke ein Bose-Einstein-Kondensat als Sonde des 'Kaltatom-Rastersondenmikroskops' verwendet.

5.2 Bose-Einstein-Kondensate als Sonde des Rasterelektronenmikroskops

Die Auflösung des Mikroskops kann gesteigert werden, indem die in der Magnetfalle präparierten Atomwolken durch evaporatives Kühlen mit einer Mikrowelle bis auf $30\ \text{nK}$ gekühlt werden. Hierdurch sinken die $1/e$ Radien der Dichteverteilung dieser Wolken entsprechend Gleichung 5.5 auf $24\ \mu\text{m}$ in axialer und $5\ \mu\text{m}$ in radialer Richtung. Wird die Atomwolke weiter gekühlt, entsteht ein Bose-Einstein-Kondensat. In der Thomas-Fermi-Näherung⁶ lässt sich die Dichteverteilung des Kondensats in einem harmonischen Fallenpotential der Form 5.3 schreiben als [Dal99]:

$$n(x) = \frac{\mu}{g} \text{Max} \left\{ 0, 1 - \sum_i \frac{x_i^2}{R_i^2} \right\}. \quad (5.13)$$

μ ist das chemische Potential und ist über die Normierung der Dichteverteilung auf die Gesamtatomzahl N bestimmt:

$$\mu = \frac{\hbar\bar{\omega}}{2} \left(\frac{15Na_0}{\bar{a}} \right)^{\frac{5}{2}}. \quad (5.14)$$

⁴Eine zusätzliche Haltezeit von 2 Sekunden bei den Messungen an einer einzelnen Nanoröhre und an Linien aus Nanoröhren ist notwendig, um einen signifikanten Einbruch in der Atomzahl zu beobachten. Im Gegensatz dazu ist die vermessene Struktur des Waldes aus Nanoröhren 'dicht' genug, dass während der 600 ms, in denen die Magnetfalle verschoben wird, nahezu alle Atome aufgrund von Stößen mit den Nanoröhren aus der Magnetfalle verloren gehen, sofern der räumliche Überlapp zwischen beiden Objekten groß genug ist.

⁵Auch in x -Richtung überlappt ein Teil der Atome in der Magnetfalle mit den Nanostrukturen. Dieser Überlapp ist jedoch für alle Messungen, bei denen lediglich die y -Position der Magnetfalle variiert wurde, identisch und führt somit nur zu einem konstanten Atomzahlverlust für alle gemessenen Positionen.

⁶Für diese Näherung wird angenommen, dass die kinetische Energie gegenüber der Wechselwirkungsenergie der Kondensatteilchen vernachlässigt werden kann.

$\bar{\omega} = (\omega_a \omega_r^2)^{\frac{1}{3}}$ ist die gemittelte Fallenfrequenz, a_0 ist die s-Wellen-Streulänge⁷ und $\bar{a} = (\hbar/m\bar{\omega})^{1/2}$ ist die Oszillatorlänge. Die Kopplungskonstante

$$g = \frac{4\pi\hbar^2 a_0}{m} \quad (5.15)$$

ist durch die s-Wellen-Streulänge bestimmt. Die Thomas-Fermi Radien

$$R_{a,r} = \sqrt{\frac{2\mu}{m\omega_{a,r}^2}} \quad (5.16)$$

bestimmen die Ausdehnung der Dichteverteilung 5.13, die für den Fall eines harmonischen Potentials die Form einer invertierten Parabel annimmt⁸.

Mit den genannten Fallenparametern errechnen sich Radien von $18 \mu\text{m}$ in axialer und $4 \mu\text{m}$ in radialer Richtung. Somit ist die Ausdehnung des Kondensats nur geringfügig kleiner als die der thermischen Wolke mit einer Temperatur knapp oberhalb der kritischen Temperatur, bei der die Bose-Einstein-Kondensation einsetzt. Für ein ideales Gas in einem harmonischen Fallenpotential nimmt die kritische Temperatur folgenden einfachen Ausdruck an [Ket99]:

$$T_C = \frac{1}{g_3(1)} \frac{\hbar\bar{\omega}}{k_B} N^{1/3} \quad (5.17)$$

mit $g_3(1) = 2.612$. Oberhalb dieser Temperatur existiert eine rein thermische Wolke und für die Temperatur $T = 0$ existiert ein reines Bose-Einstein-Kondensat. Für eine endliche Temperatur $0 < T < T_C$ ist nur ein Teil der Atome kondensiert und dieser ist von einer thermischen Wolke umgeben. Das Verhältnis der Atome im Grundzustand zur Gesamtatomzahl ist gegeben durch [Ket99]:

$$\frac{N_0}{N} = 1 - \left(\frac{T}{T_C}\right)^3. \quad (5.18)$$

Der Einfluss atomarer Wechselwirkung verschiebt die kritische Temperatur T_C um weniger als 5% [Ket99] und kann somit vernachlässigt werden. Die für diese Messungen präparierten Kondensate bestehen typischerweise aus 2×10^4 Atomen bei Fallenfrequenzen von $\omega_r = 2\pi \times 80 \frac{1}{\text{s}}$ radial und $\omega_a = 2\pi \times 16 \frac{1}{\text{s}}$ axial. Somit ergibt sich nach Gleichung 5.17 eine kritische Temperatur von 23 nK, was in guter Übereinstimmung mit der experimentellen Beobachtung ist, dass unterhalb einer Temperatur von 30 nK die thermische Wolke zu kondensieren beginnt.

⁷für ^{87}Rb ist die s-Wellen-Streulänge $a_0 = 5.77 \text{ nm}$.

⁸An den Rändern des Kondensats kommt es zu Abweichungen vom Thomas-Fermi Profil, da die kinetische Energie gegenüber der Wechselwirkungsenergie bei geringen Teilchendichten nicht mehr vernachlässigt werden kann und somit die Thomas-Fermi Näherung nicht mehr gültig ist. Abweichungen von diesem Profil treten auf der Längenskala der sogenannten 'healing' Länge auf, die typischerweise wenige hundert Nanometer beträgt und somit vernachlässigbar sind [Dal99].

Auf den Absorptionsabbildungen der präparierten Kondensate ist kein thermischer 'Untergrund' nicht kondensierter Atome erkennbar, weshalb die Temperatur auf unter 20 nK abgeschätzt wird. Mit dieser oberen Grenze der Temperatur ergibt sich nach Gleichung 5.18 ein Kondensatsanteil von 0.36. Die resultierende Dichteverteilung der Atome in der Falle wird durch eine Überlagerung der Dichteverteilung eines Kondensats mit der Verteilung für eine thermische Wolke beschrieben und ist in Abbildung 5.9 dargestellt.

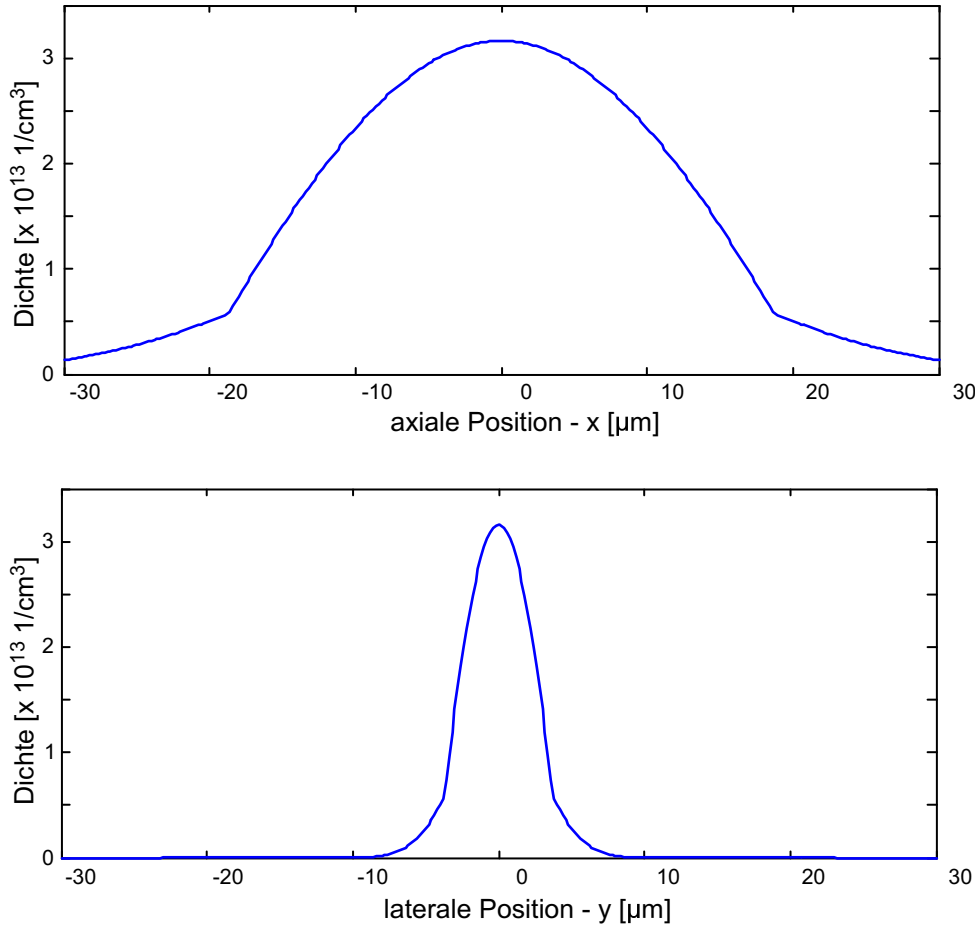


Abbildung 5.9 – Dichteverteilung einer Atomwolke mit 2×10^4 Atomen bei einer Temperatur von 20 nK in einem harmonischen Fallenpotential der Form $U = \sum \frac{1}{2} m \omega_i^2 x_i^2$ mit Fallenfrequenzen $\omega_a = 2\pi \times 16 \frac{1}{s}$ und $\omega_r = 2\pi \times 80 \frac{1}{s}$. (a) Querschnitt in x -Richtung. (b) Querschnitt in y - bzw. z -Richtung. 36% der Atome sind kondensiert, die restlichen Atome bilden einen thermischen 'Untergrund'.

Die das Kondensat umgebende thermische Wolke kann aus zwei Gründen vernachlässigt werden: erstens ist die Temperatur der Wolke von 20 nK eine obere Abschätzung und der Kondensatsanteil nimmt aufgrund der T^3 -Abhängigkeit für ge-

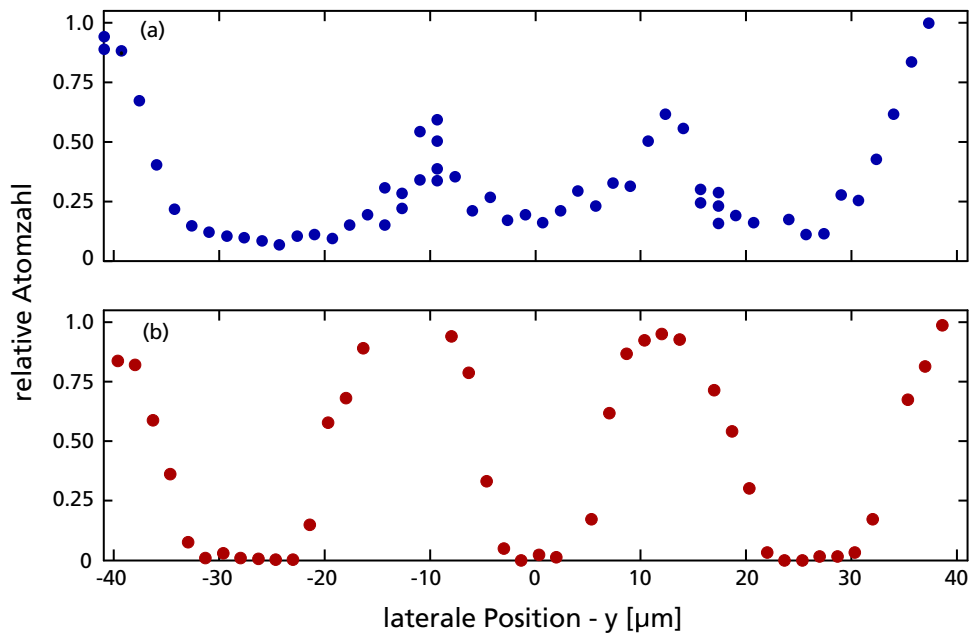


Abbildung 5.10 – (a) Verbleibende Atomzahlen, nachdem thermische Wolken für 2s in einer Höhe von $10\mu\text{m}$ über der Oberfläche gehalten wurden. (b) Selbe Messung mit Bose-Einstein-Kondensaten. Die Flanken sind in diesem Fall deutlich steiler und zwischen den vermessenen Linien und der einzelnen Nanoröhre steigt die normierte Atomzahl wieder vollständig auf Eins an.

ringere Temperaturen stark zu. Zweitens ist die Ausdehnung der thermischen Wolke bei diesen Temperaturen nur geringfügig größer, als die des Kondensats.

In Abbildung 5.10 sind Messungen mit Bose-Einstein-Kondensaten dargestellt, die wie im vorherigen Abschnitt für thermische Wolken beschrieben, durchgeführt wurden. Für einen direkten Vergleich sind die Messungen mit thermischen Wolken aus Abbildung 5.8 ebenfalls dargestellt. Im Gegensatz zu den Messungen mit thermischen Wolken, steigt die normierte Atomzahl auch in den Bereichen zwischen einzelner Nanoröhre und den Linien aus Nanoröhren, die sich bei den Positionen $y = \pm 25\mu\text{m}$ befinden (siehe Abbildung 5.8 (a)), wieder auf Eins an. Wie aufgrund der verglichen zur Ausdehnung der thermischen Wolken geringeren Ausdehnung der Kondensate erwartet, sind die Bereiche, in denen Atomzahlverluste auftreten, schmaler.

Die Ergebnisse der mit Bose-Einstein-Kondensaten durchgeführten Messungen an einer einzelnen Kohlenstoff-Nanoröhre werden in Abbildung 5.11 mit einer von Thomas Judd⁹ durchgeführten numerischen Berechnung verglichen¹⁰. Berechnet wurden hierfür die Atomzahlverluste eines idealen, kondensierten Bose-Gases auf der

⁹Arbeitsgruppe Computational Quantumphysics, Universität Tübingen

¹⁰Numerisch berechnet wurden die nach einer Wechselwirkung zwischen Kondensat und Nanoröhre verbleibenden Atomzahlen in der Magnetfalle. Diese Berechnung wurde für 6 diskrete

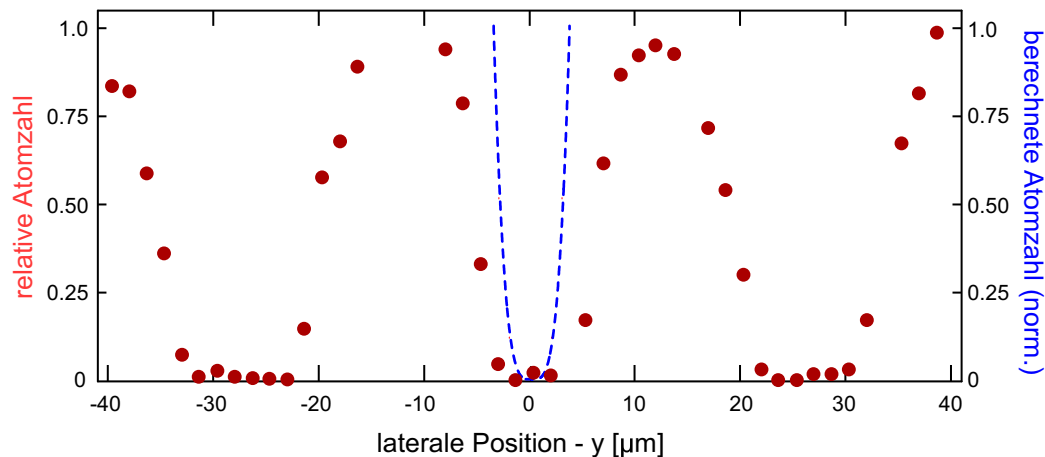


Abbildung 5.11 – Vergleich der gemessenen Atomzahlverluste nach Wechselwirkung zwischen Kondensaten und der in Abbildung 5.8 (a) gezeigten Struktur, bestehend aus einer Nanoröhre und zwei Linien aus Nanoröhren (rote Punkte), mit den Ergebnissen einer numerischen Berechnung (blau gestrichelte Linie).

Grundlage einer eindimensionalen Gross-Pitaevskii Gleichung in Gegenwart einer Kohlenstoff-Nanoröhre. Werden Bose-Einstein-Kondensate derart präpariert, dass sie 'zentral' mit einer Kohlenstoff-Nanoröhre überlappen ($y \approx 0$), stimmt der Einbruch in der gemessenen Atomzahl gut mit den Ergebnissen der numerischen Berechnung überein. Für einen Versatz zwischen präparierten Kondensaten und Nanoröhre von $y > 3 \mu\text{m}$ weichen die Ergebnisse der Messungen dagegen deutlich von denen der Berechnung ab. Eine Ursache hierfür könnte der beschriebene thermische 'Untergrund', der die Sonde des 'Kaltatom-Rastersondenmikroskops' verbreitert und bei der numerischen Berechnung nicht berücksichtigt wird, sein.

In der folgenden Messserie wird nun die Abhängigkeit der bestimmten Atomzahlen vom Abstand zwischen Magnetfalle und Chipoberfläche dargestellt. Abbildung 5.12 zeigt Ergebnisse von Messungen mit Bose-Einstein-Kondensaten an der in Abbildung 5.8 gezeigten Struktur aus Kohlenstoff-Nanoröhren, bei denen die Kondensate nach der Präparation in einer Höhe von $50 \mu\text{m}$ über der Oberfläche bis auf Abstände von $10 \mu\text{m}$, $15 \mu\text{m}$ und $25 \mu\text{m}$ zur Chipoberfläche verschoben wurden. Für einen Abstand der Kondensate von $25 \mu\text{m}$ zur Chipoberfläche werden die gemessenen Atomzahlen nicht von den Nanostrukturen beeinflusst, während für Abstände von $15 \mu\text{m}$ die Linien aus Nanoröhren als Einbrüche in der Atomzahl bei $y = \pm 25 \mu\text{m}$ aufgelöst werden. Für Abstände von $10 \mu\text{m}$ bricht die Atomzahl auch an der Position der einzelnen Nanoröhre ($y = 0$) ein.

Die Stärke des Einbruchs in der Atomzahl hängt ab von der Menge an Material, an dem die Atome in der Falle streuen können und ist somit ein Maß für die Höhe der Nanoröhren und wie dicht diese nebeneinander stehen. Erwartungsgemäß fällt

Abstände der Nanoröhre von der Fallenmitte durchgeführt. Die auf diese Weise erhaltenen Punkte wurden durch ein Polynom zweiter Ordnung angenähert.

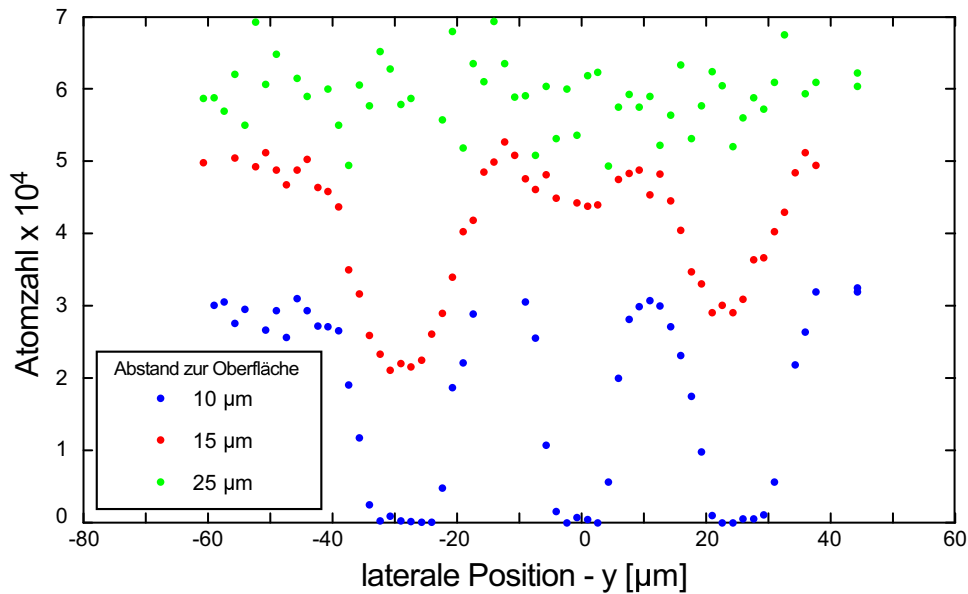


Abbildung 5.12 – Atomzahlen präparierter Bose-Einstein-Kondensate als Funktion der horizontalen Auslenkung in y -Richtung nach einer Haltezeit von $2s$ für unterschiedliche Höhen über der Nanostruktur aus Abbildung 5.8, bestehend aus einer einzelnen Nanoröhre, die auf beiden Seiten von einer Linie aus Nanoröhren umgeben ist. In einer Höhe von $25\ \mu\text{m}$ (grün) ist keine Struktur zu erkennen, ab einer Höhe von $15\ \mu\text{m}$ (rot) sind drei Einbrüche sichtbar, die der einzelnen Nanoröhre und den umgebenden Linien zugeordnet werden können. In einem Abstand von $10\ \mu\text{m}$ zur Oberfläche (blau) bricht die Atomzahl für alle drei Bereiche vollständig ein.

der Einbruch für die einzelne Nanoröhre geringer aus als für die Linien. Der stärkere Einbruch über der in Abbildung 5.12 linken Linie lässt sich entweder durch ein oder mehrere Nanoröhren erklären, die höher sind als in der rechten Linie oder in der rechten Linie sind einzelne Plätze in der periodischen Linienstruktur nicht mit Nanoröhren besetzt. Zwischen beiden Fällen kann mit dieser Messmethode nicht unterschieden werden.

5.2.1 Bestimmung der Höhe einer freistehenden Nanoröhre

Analog zur Bestimmung der Höhe des Nanowaldes in Abschnitt 5.1.2 kann die Höhe einer einzelnen Nanoröhre bestimmt werden, indem Bose-Einstein-Kondensate sowohl direkt über der Nanoröhre, als auch über dem reinen Substrat präpariert werden. Die Kondensate werden dann jeweils schrittweise näher an die Oberfläche herangefahren und die normierten Atomzahlen als Funktion des Abstandes zwischen Atomwolke und Oberfläche ausgewertet. Im Gegensatz zur Messung der Höhe des Nanowaldes, werden die Kondensate bei dieser Messung nach dem Heranfahren an

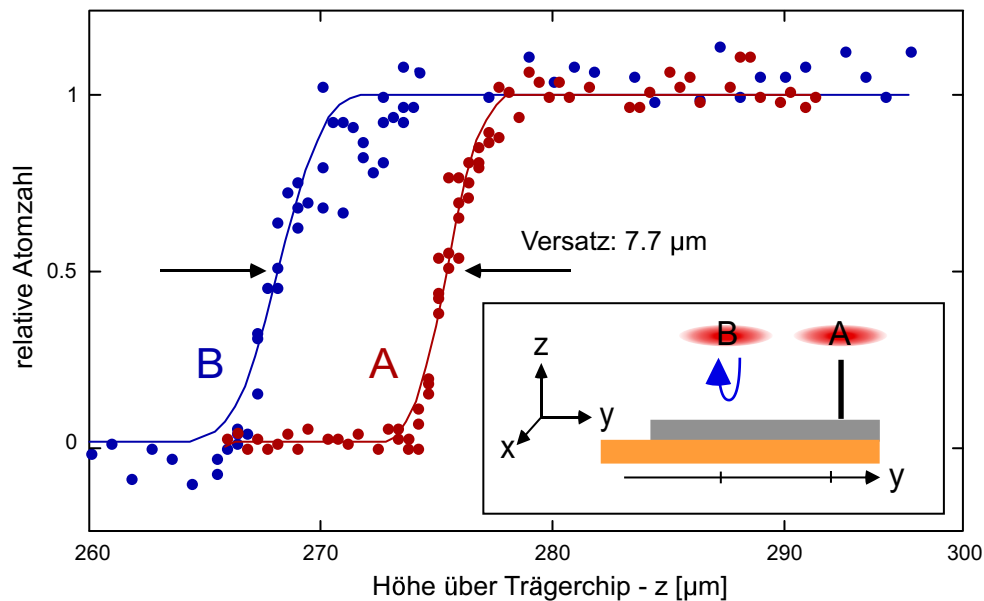


Abbildung 5.13 – Um die Höhe der einzelnen Nanoröhre zu bestimmen, werden die Atomzahlen von Bose-Einstein-Kondensaten als Funktion des Abstandes zur Chipoberfläche gemessen. A entspricht der Messung über der einzelnen Nanoröhre, B der Messung über dem Substrat. Aus dem Abstand der beiden Kurven kann die Höhe der Nanoröhre bestimmt werden.

die Oberfläche für zwei Sekunden gehalten. Ohne dieses zusätzliche Halten ist die Wechselwirkungszeit zwischen der einzelnen Nanoröhre und den Kondensaten zu kurz, um einen signifikanten Einbruch in der Atomzahl zu bewirken. Die gemessenen Atomzahlen als Funktion des Abstandes zwischen Atomwolke und Oberfläche werden für die beiden Fälle, dass die Kondensate über dem reinen Substrat, bzw. über der Kohlenstoff-Nanoröhre präpariert werden, sehr gut durch die Gleichungen 5.10 und 5.11 beschrieben¹¹. Die beiden Messkurven mit einer jeweils nach Gleichung 5.10 bzw. 5.11 numerisch angepassten Fehlerfunktion sind in Abbildung 5.13 dargestellt. Die beiden Kurven sind um $(7.7 \pm 0.3) \mu\text{m}$ verschoben.

Diskussion von Dispersionskräften

Für eine Bestimmung der Höhe der einzelnen Nanoröhre muss berücksichtigt werden, dass sich die Magnetfalle aufgrund der Einflüsse des Casimir-Polder Potentials (Gleichung 4.2) und eines zusätzlichen Potentials aufgrund an der Oberfläche adsorbierter Atome (Gleichung 4.6) bereits vor Erreichen der 'harten' Oberfläche öffnet (siehe Abschnitt 4). Allein die Berücksichtigung des Casimir-Polder Potentials führt zu einem

¹¹Entsprechend der Herleitung gelten diese Gleichungen für thermische Atomwolken mit einer gaußförmigen Dichteverteilung. An dieser Stelle soll die Höhe der Kohlenstoff-Nanoröhre bestimmt werden, wofür lediglich der relative Abstand der beiden Messkurven zueinander ausgewertet wird. Die verwendeten Gleichungen beschreiben die experimentellen Daten hierfür hinreichend genau.

Öffnen der Magnetfalle $2.5 \mu\text{m}$ vor Erreichen der Chipoberfläche und somit zu einer experimentell bestimmten Länge der Nanoröhre von $L_{CNT} = (10.2 \pm 0.3) \mu\text{m}$. Für die Abschätzung des Einflusses von an der Oberfläche adsorbierten Atomen vergleichen wir diesen Wert mit dem aus dem Rasterelektronenmikroskopbild bestimmten Wert von $(10.2 \pm 0.2) \mu\text{m}$. Berücksichtigen wir die maximal möglichen Fehler bei der Bestimmung der Höhe der Nanoröhre mit Bose-Einstein-Kondensaten und der mit dem Rasterelektronenmikroskop gemessenen Höhe, so unterschätzt die vorgestellte Messung die Höhe der Nanoröhre maximal um $0.5 \mu\text{m}$. Somit öffnet sich die Magnetfalle maximal $3.0 \mu\text{m}$ vor Erreichen der 'harten' Oberfläche. Diese Verschiebung kann durch ein Potential der Form 4.6 mit $C_{ad} = 11.0 \times 10^{-44} \text{Jm}^2$ beschrieben werden und ist gleichzeitig eine Abschätzung der oberen Grenze von C_{ad} . Die gute Übereinstimmung der aus dem Rasterelektronenmikroskop bestimmten Höhe der einzelnen Nanoröhre mit der unter Berücksichtigung des Casimir-Polder Potentials experimentell bestimmten Höhe legt die Vermutung nahe, dass der Einfluss von Adatomen auf der Chipoberfläche vernachlässigbar ist.

Sowohl für die einzelne Nanoröhre, als auch für den Wald aus Nanoröhren vernachlässigen wir Einflüsse aufgrund von Casimir-Polder Potentialen in z-Richtung aus folgenden Gründen:

An der Spitze der einzelnen Nanoröhre ist das Casimir-Polder Potential der Nanoröhre in z-Richtung aufgrund des geringen Durchmessers von etwa 40 nm an der Spitze sehr gering. Für die Höhenmessung des Nanowaldes in Abschnitt 5.1.2 kann der Einfluss des Casimir-Polder Potentials aufgrund der folgenden Abschätzung vernachlässigt werden: Aufgrund des geringen mittleren Abstandes der Kohlenstoff-Nanoröhren in dieser Struktur von 250 nm , betrachten wir den Wald aus Nanoröhren bei der Abschätzung des Casimir-Polder Potentials in erster Näherung als massive Oberfläche¹². Für die Bestimmung der Höhe des Waldes aus Nanoröhren wurde in Abschnitt 5.1.2 die Differenz zweier Messungen gebildet, die über dem reinen Siliziumsubstrat und über dem Wald aus Nanoröhren gemessen wurden. Für jede der beiden Messungen wurden Atomzahlen als Funktion des Abstandes zwischen Magnetfalle und Oberfläche bestimmt. Unterscheiden sich die C_4 Koeffizienten für die beiden Messungen, ergeben sich unterschiedliche Abstände zur Oberfläche, bei denen sich die Magnetfalle vollständig öffnet (vergleiche Abschnitt 4.1). Für eine Abschätzung dieses Effektes überlegen wir wie folgt: Nach [Bla05] kann für die Bestimmung der elektrischen Eigenschaften einer multiwall¹³ Nanoröhre in erster Näherung eine Graphitschicht betrachtet werden. In dem für Rubidium relevan-

¹²In [Sch10b] wird die Stärke des Casimir-Polder Potentials senkrecht zu einer Nanoröhre angegeben. Für die hier durchgeführte Abschätzung ist das Potential in Längsrichtung der Nanoröhren relevant. Da die einzelnen Nanoröhren sehr dicht stehen, erscheint die Annahme einer massiven Oberfläche als geeignet.

¹³Im Gegensatz zu singlewall Nanoröhren, die nur aus einer einzigen Atomlage bestehen, kann man sich mutiwall Nanoröhren als aus einer Graphitschicht aufgerollte Zylinder mit zwei oder mehreren Atomlagen vorstellen. Die in diesem Experiment beschriebenen Nanoröhren sind ausschließlich solche multiwall Nanoröhren.

ten Frequenzbereich hat die Dielektrizitätskonstante einen Wert von $\epsilon_{Graphit} \approx 100$ [Bla05]. Der hieraus berechnete C_4 Koeffizient $C_{4,Graphit} = 1.57 \times 10^{-55} \text{ Jm}^4$ unterscheidet sich nur geringfügig von dem für Silizium berechneten Wert. Dies führt dazu, dass sich die Falle beim Heranfahren an die Oberfläche 100 nm später, als im Fall von Silizium, öffnet. Dieser Wert liegt innerhalb der Messunsicherheiten und kann vernachlässigt werden.

6 Oberflächentopographie mit Bose-Einstein-Kondensaten

Mit den bisher vorgestellten Messungen wurde demonstriert, wie ultrakalte thermische Atomwolken und Bose-Einstein-Kondensate dazu verwendet werden können, Informationen über die Topographie einer Chipoberfläche zu erhalten. In diesem Kapitel wird vorgestellt, wie anstelle etablierter Verfahren, beispielsweise der Rasterkraftmikroskopie und der Rastertunnelmikroskopie, ein Bose-Einstein-Kondensat als Sonde verwendet wird, um dreidimensionale Informationen über den mit Kohlenstoff-Nanoröhren strukturierten Mikrochip zu erhalten.

Rastersondenmikroskope können generell in zwei unterschiedlichen Betriebsmodi betrieben werden: einem 'contact mode', bei dem die Sonde direkt mit der Oberfläche in Kontakt tritt und einem 'non contact mode', bei dem die Sonde in geringem Abstand zur Probe bewegt wird. Der Übergang zwischen beiden Bereichen ist fließend und lässt sich für die hier demonstrierte Anwendung dadurch definieren, dass im einen Fall die Atomzahl während der Messung abnimmt und im anderen Fall keine Verluste in der Atomzahl auftreten. Die Verwendung eines Bose-Einstein-Kondensats als Sonde für die Rastersondenmikroskopie hat zwei entscheidende Vorteile: erstens ist aufgrund der geringen Atomzahlen und geringen Dichten eines Kondensats eine absolut zerstörungsfreie Messung möglich und zweitens kann das Kondensat durch die Verwendung magnetischer Potentiale in weiten Bereichen frei über der zu untersuchenden Oberfläche positioniert werden. Eine Einschränkung durch eine Mechanik, an der die Sonde beispielsweise für ein Rasterkraftmikroskop befestigt ist, entfällt bei dieser Methode vollständig. Mit dem für diese Experimente verwendeten Förderband für Atome kann eine Atomwolke über einer Fläche von etwa 20 mm^2 und in einer Höhe von 0 bis $500 \mu\text{m}$ über der Chipoberfläche präpariert werden. Somit können auch Objekte mit einem sehr großen Aspektverhältnis untersucht werden. Eine senkrecht stehende Kohlenstoff-Nanoröhre wird beispielsweise von einer Rasterkraftmikroskopspitze einfach abgeknickt, wohingegen diese mit der hier vorgestellten Messmethode untersucht werden kann.

Als erstes wird in diesem Kapitel eine Messung vorgestellt, bei der eine einzelne, freistehende Kohlenstoff-Nanoröhre mit einem Kondensat abgetastet wurde. Anschließend werden je eine Messung im 'contact' und im 'non contact mode' am

Beispiel einer Struktur, bestehend aus einer freistehenden Nanoröhre und den diese Röhre umgebenden Linien, vorgestellt.

6.1 Punktverwaschungsfunktion des Mikroskops

Nachdem die Position der einzelnen, freistehenden Nanoröhre bestimmt wurde (siehe Abschnitt 5.2), wurden Kondensate mit etwa 2×10^4 Atomen in der jeweils gleichen Höhe von $50 \mu\text{m}$ über der Chipoberfläche präpariert, bis auf $10 \mu\text{m}$ an die Oberfläche herangefahren und die nach einer Haltezeit von zwei Sekunden in der Falle verbleibenden Atome detektiert. Diese Messungen wurden entlang von sechs Linien in einem Abstand von je $20 \mu\text{m}$ wiederholt. Die Kondensate wurden in y -Richtung, entlang der kurzen Achse der Kondensate, verschoben und die Schrittweite entlang der einzelnen Linien betrug $1.5 \mu\text{m}$. Auf diese Weise wurde eine Fläche von $180 \mu\text{m}^2$ abgetastet. In Abbildung 6.1 (a) ist das Ergebnis dieser Messungen dargestellt. Die Zwischenpunkte wurden hier zu Gunsten einer besseren Anschaulichkeit interpoliert. Abbildung 6.1 (b) zeigt die selbe Messung in einer dreidimensionalen Darstellung.

Während das Kondensat in der Thomas-Fermi Näherung entsprechend Gleichung 5.16 eine typische Ausdehnung mit Radien von $4 \mu\text{m}$ in radialer und $18 \mu\text{m}$ in axialer Richtung besitzt, hat die Nanoröhre einen Durchmesser von etwa 800 nm^1 . Die Nanoröhre kann bei dieser Messung folglich sehr gut als Deltafunktion approximiert werden. Somit ist Abbildung 6.1 das Analogon zur Punktverwaschungsfunktion, die die Abbildung eines Punktes durch ein Mikroskop beschreibt und ein Maß für die Güte der Abbildung ist.

6.2 Abbildung von Oberflächen im contact mode

Im Folgenden soll die topographische Abbildung einer größeren (0.02 mm^2) Fläche vorgestellt werden. Der untersuchte Bereich besteht aus einer einzelnen, freistehenden Nanoröhre und einem Rechteck aus Nanoröhren, das diese umgibt. Wie in der im vorigen Abschnitt beschriebenen Messung wurden für diese Messung Kondensate mit 2×10^4 Atomen an verschiedenen Positionen über dem Mikrochip $50 \mu\text{m}$ über der Oberfläche präpariert. Nach einem adiabatischen Heranfahren bis auf $10 \mu\text{m}$ an die Oberfläche, wurden die Kondensate für 2 Sekunden in dieser Höhe gehalten, anschließend in 1 ms auf die Ausgangsposition versetzt und die Atomzahlen bestimmt. Mit diesen Messungen wurde eine Fläche von $80 \mu\text{m} \times 250 \mu\text{m}$ abgerastert. Für eine Linie entlang der y -Richtung wurden hierzu Punkte im Abstand von $1.5 \mu\text{m}$ aufgenommen. Anschließend wurde diese Messreihe für eine um $20 \mu\text{m}$ entlang der x -Achse

¹Die Nanoröhre hat eine kegelförmige Struktur, mit geometrischen Durchmessern von 40 nm an der Spitze und 275 nm direkt an der Chipoberfläche. Zusätzlich zu diesem geometrischen Durchmesser muss das Casimir-Polder Potential der Nanoröhre berücksichtigt werden. Der gesamte effektive Radius der einzelnen Nanoröhre wurde zu etwa 400 nm bestimmt [Sch10b].

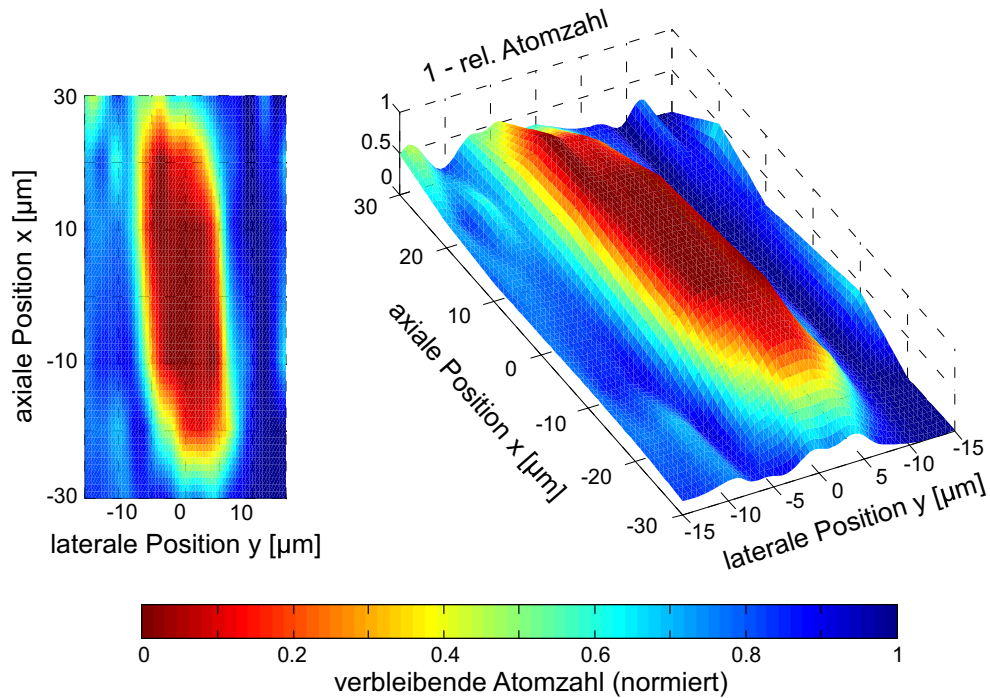


Abbildung 6.1 – Ergebnis der Abrasterung einer Kohlenstoff-Nanoröhre mit Bose-Einstein-Kondensaten. (a) Für jeden Punkt wurde folgende Messung durchgeführt: Ein Kondensat wurde $50\ \mu\text{m}$ über der Oberfläche präpariert und in $300\ \text{ms}$ bis auf $10\ \mu\text{m}$ an die Oberfläche verfahren. Nach einer Haltezeit von $2\ \text{s}$ wurde die Magnetfalle in $1\ \text{ms}$ auf die Ausgangsposition versetzt und die Atomzahl in time-of-flight bestimmt. Diese Messung wurde für mehrere Positionen in x - und y -Richtung wiederholt. Zu Gunsten einer besseren Anschaulichkeit wurden die Messpunkte interpoliert. (b) Dreidimensionale Darstellung.

verschobene Position wiederholt. Aus diesen Messpunkten wurde das in Abbildung 6.2 dargestellte Bild zusammengesetzt. Diese Messung wurde auf den Bereich einer einzelnen Nanoröhre und der umgebenden Linien beschränkt. Schematisch wurden die Position der einzelnen Nanoröhre als Punkt und die Positionen der Linien aus Nanoröhren als gestrichelte Linie eingezeichnet. Am linken Bildrand für Positionen größer $x = 100\ \mu\text{m}$ fallen die bestimmten Atomzahlen, aufgrund einer weiteren Linie aus Kohlenstoff-Nanoröhren bei einer axialen Position von $x = 150\ \mu\text{m}$, wieder ab.

Die Auflösung dieser Messung ist prinzipiell begrenzt durch die Größe der verwendeten Kondensate und lässt sich dementsprechend durch steilere Magnetfallen und geringere Atomzahlen steigern. In unserem Experiment ist der magnetische Einschluss der Atome durch den maximalen Strom, mit dem die Chipleiter betrieben werden können, begrenzt. Eine weitere Kompression der Atome ist somit nicht möglich. Die Verwendung kleinerer Kondensate ist durch das verwendete Nachweisverfahren der Absorptionsabbildung der Atome begrenzt.

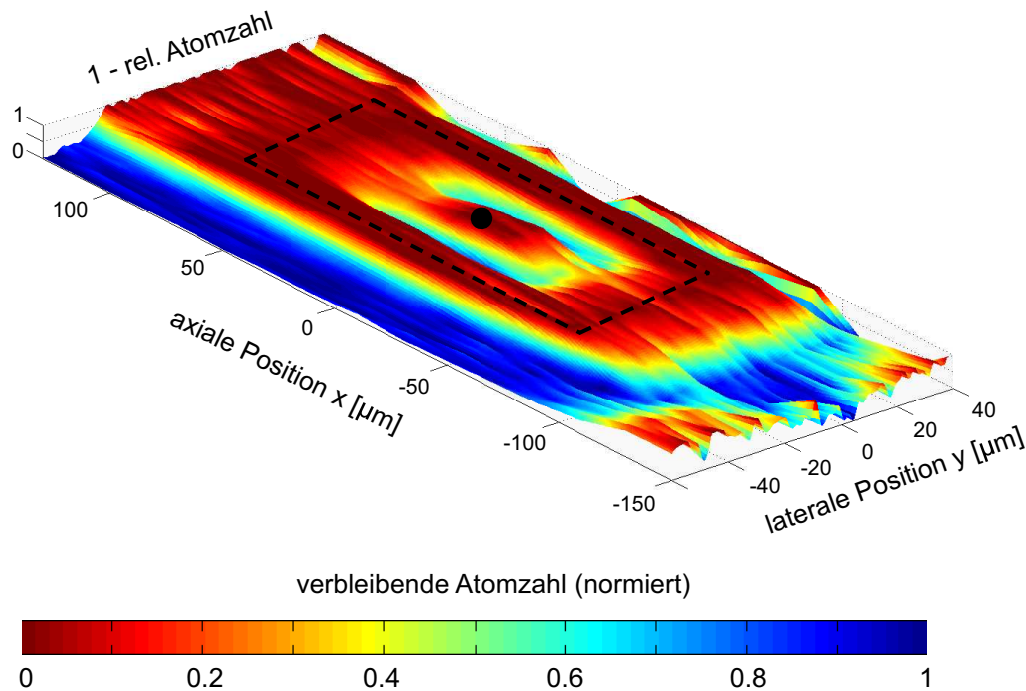


Abbildung 6.2 – Das aus mehreren Einzelmessungen zusammengesetzte Bild einer Kohlenstoff-Nanoröhre, das von einem $50 \times 150 \mu\text{m}$ großen Rechteck aus Nanoröhren umgeben ist. Für jeden Messpunkt wurde die Atomzahl in der Falle nach einer Haltezeit von 2 s in einem Abstand von $10 \mu\text{m}$ zur Oberfläche bestimmt.

6.3 Messungen im non-contact mode

Der dynamische Modus des 'Kaltatom-Rastersondenmikroskops' wird durch die Bestimmung der Frequenz- und Amplitudenverschiebung der radialen Dipol-Oszillation eines Bose-Einstein-Kondensats in der Falle in der Nähe einer einzelnen Kohlenstoff-Nanoröhre demonstriert. Hierfür wurde der Messbereich auf eine Linie entlang der y-Achse, auf der die einzelne Nanoröhre überstrichen wird, eingeschränkt. Für diese Messung, bei der die Kondensate nicht in direkten Kontakt mit der Oberfläche gebracht werden, wurden diese in einer Höhe von $30 \mu\text{m}$ über der Oberfläche präpariert. Anschließend wurde die Magnetfalle in 5 ms auf einen Abstand von $20 \mu\text{m}$ über der Oberfläche versetzt, so dass eine Schwingung entlang der z-Achse angeregt wurde. Eine typische Schwingungsmessung mit einer nach Gleichung 2.21 angefitteten Kurve ist in Abbildung 6.3 dargestellt. Die Frequenz der Schwingung ergibt sich für diese Messung zu $\omega = 2\pi \times (67.51 \pm 0.04) \frac{1}{\text{s}}$ und die volle Amplitude der Schwingung in der Falle zu $A = (14.5 \pm 0.4) \mu\text{m}$. Die gemessene Amplitude nach einer Fallzeit von 15 ms in Abbildung 6.3 ist entsprechend Gleichung 2.19 größer. Eine Dämpfung der Schwingung konnte experimentell nicht beobachtet werden.

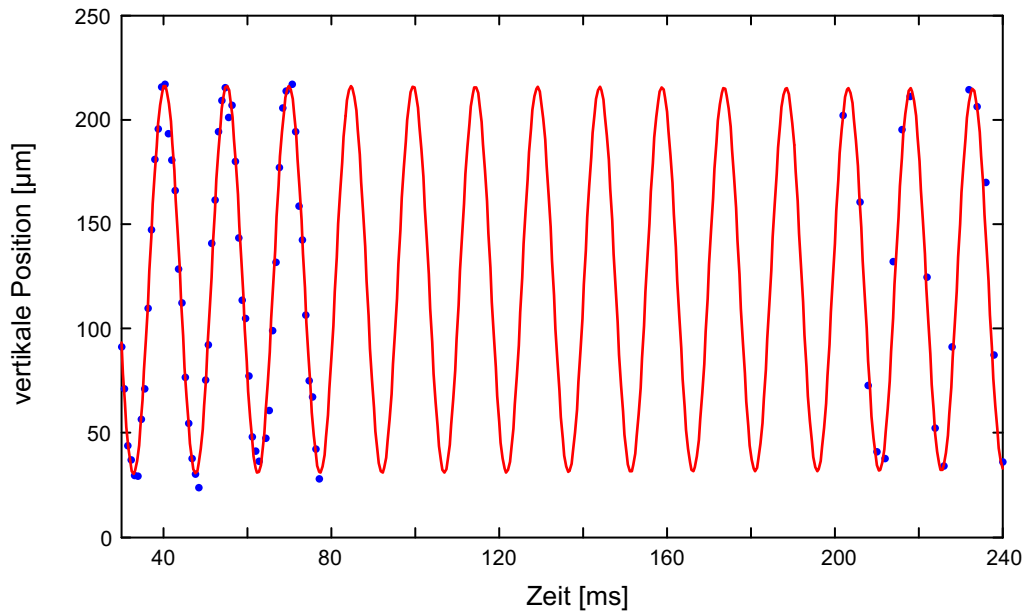


Abbildung 6.3 – Bestimmung der radialen Fallenfrequenz des Magnetpotentials in einem Abstand von $20\ \mu\text{m}$ über der Oberfläche. Für eine Reduzierung der Messdauer wurden in einem ersten Intervall von $48\ \text{ms}$ 40 Messpunkte und in einem zweiten Intervall von $40\ \text{ms}$ 20 Messpunkte aufgenommen. An die Messdaten wurde eine Schwingung nach Gleichung 2.21 numerisch angepasst.

Die Bestimmung der Fallenfrequenz und der zugehörigen Amplitude wurde nun für 14 Punkte in Abständen von je $2\ \mu\text{m}$ entlang der y-Achse wiederholt. In Abbildung 6.4 sind die aus diesen Messungen bestimmte Änderung der Fallenfrequenz, sowie die zugehörigen Schwingungsamplituden dargestellt. Sowohl der Einbruch in der Frequenz an der Position der Nanoröhre, als auch der Anstieg in der Amplitude lassen sich sehr gut durch eine einfache Gaußfunktion annähern. Für die Messungen direkt über der Position der einzelnen Nanoröhre wurden Atomzahlverluste von maximal 10% gemessen. Während der Messungen weit entfernt von der einzelnen Nanoröhre traten im Rahmen der Genauigkeit der Atomzahlbestimmung von $\pm 5\%$ keine Atomzahlverluste auf, so dass es sich hierbei um einen überwiegend verlustfreien, dynamischen Betriebsmodus handelt.

Eine Reduzierung der Oszillationsfrequenz um 0.8% bei gleichzeitiger Erhöhung der Schwingungsamplitude um 25% an der Position der Nanoröhre weist auf ein anharmonisches Fallenpotential hin, da für ein harmonisches Potential das Produkt aus Fallenfrequenz und Amplitude konstant sein muss. Dem ursprünglich parabelförmigen Fallenpotential der Magnetfalle wird das Casimir-Polder Potential der Nanoröhre, das sich am Umkehrpunkt der Schwingung des Kondensats befindet, überlagert. Folglich ist das Fallenpotential entlang der Schwingungsrichtung des Kondensats nicht mehr symmetrisch und es entsteht eine anharmonische Schwin-

gung. Im Prinzip ließe sich mit dieser Methode das Casimir-Polder Potential in der Nähe der Nanoröhrenspitze experimentell bestimmen.

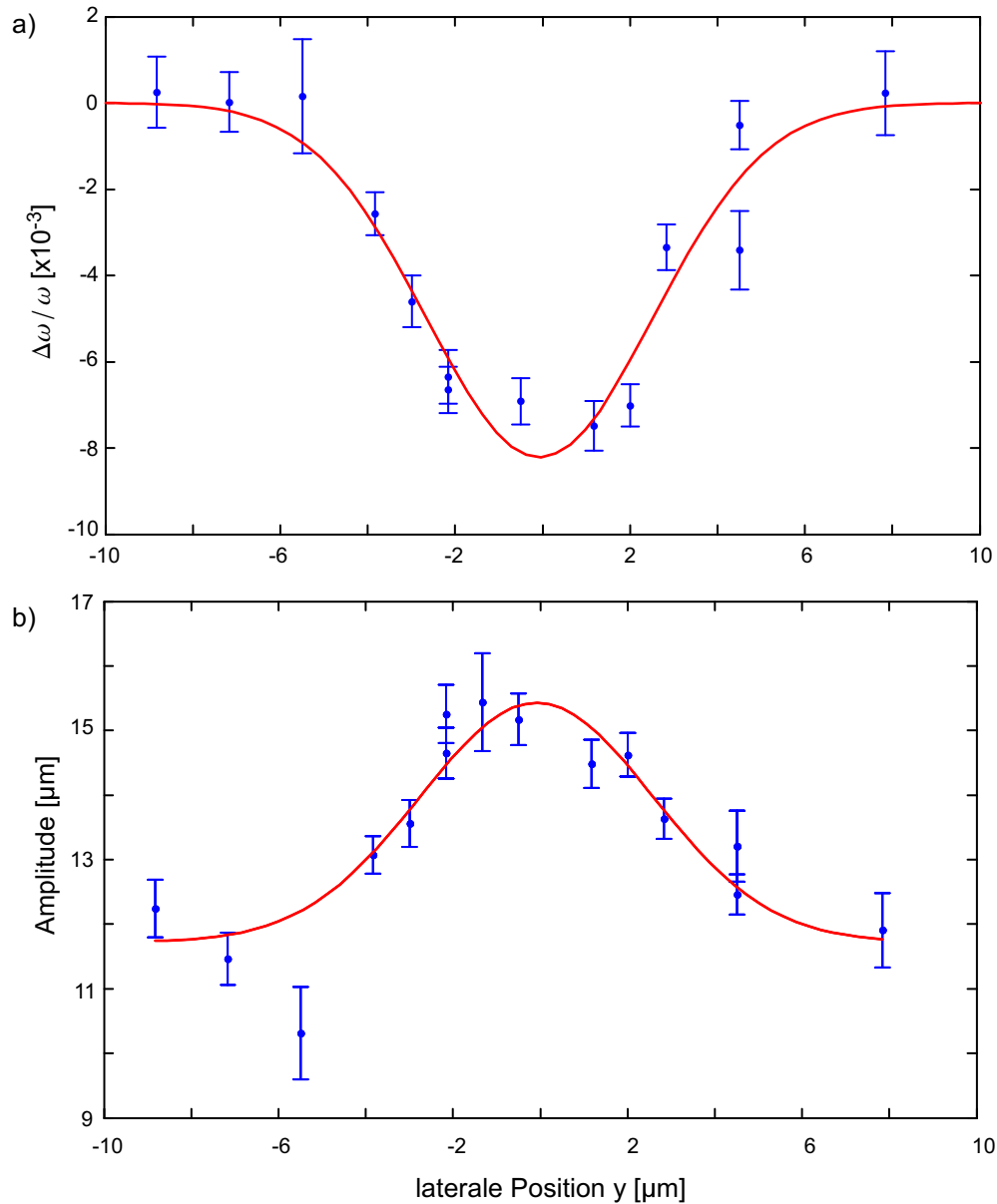


Abbildung 6.4 – Die Änderung der radialen Fallenfrequenz (a), sowie die Schwingungsamplituden (b) für die radiale Schwingung von Kondensaten, die an mehreren Positionen über einer einzelnen Nanoröhre, die sich bei $y = 0$ befindet, angeregt wurden. Der mittlere Abstand zwischen den Kondensaten und der Oberfläche betrug bei diesen Messungen $20 \mu\text{m}$. Der Einbruch in der Frequenz und der Anstieg der Schwingungsamplitude lassen sich jeweils durch einen gaußförmigen Verlauf annähern (rote Linien).

Ähnliche, wie die hier vorgestellten Messungen wurden bereits in verschiedenen Arbeiten an flachen Oberflächen beschrieben: Durch Auswertung der Frequenzverschiebung der Schwerpunktsschwingung eines Kondensats, die in geringem Abstand (einige Mikrometer) zu einer Oberfläche angeregt wird, konnte das Casimir-Polder Potential dieser Oberfläche vermessen werden [Har05]. Darüber hinaus wurde mit einer ähnlichen Methode auch eine Temperaturabhängigkeit des Casimir-Polder Potentials bestimmt [Obr07a]. Aufgrund der Sensitivität eines Bose-Einstein-Kondensats gegenüber elektrischen und magnetischen Feldern, können auch elektrische und magnetische Potentiale vermessen werden. So lässt sich beispielsweise der Einfluss der Polarisation von an Oberflächen aufgebrachtten Atomen, seien es 'Verunreinigungen' auf einer 'reinen' Oberfläche oder gezielt aufgebrachte Atome, über eine Vermessung der entstehenden elektrischen Felder bestimmen. Messungen wurden zu an unterschiedlichen Oberflächen (metallisch, halbleitend und isolierend) adsorbierten Rubidiumatomen [McG04], sowie zu gezielt auf Oberflächen angebrachten Atomen und den hierdurch entstehenden elektrischen Feldern [Obr07b] durchgeführt. Auf diese Weise kann auch die Dynamik einer Adsorption und Desorption, beispielsweise durch Erhitzen der Oberfläche, beobachtet werden.

Bisher wurden diese Messungen nur an flachen Oberflächen durchgeführt. Durch eine Anwendung auf strukturierte Oberflächen, wie hier am Beispiel der Strukturen aus Nanoröhren gezeigt, stehen in Zukunft wesentlich komplexere Systeme für eine systematische Untersuchung zur Verfügung.

7 Zusammenfassung und Ausblick

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit konnte der Einsatz ultrakalter Atome als Sonde eines Rastersondenmikroskops demonstriert werden. Hierfür wurde in dieser Arbeit vorgestellt, wie mit Bose-Einstein-Kondensaten und thermischen Rubidiumwolken eine Chipoberfläche topographisch abgetastet und charakterisiert werden kann. Die ultrakalten Atome wurden hierbei als Sonde verwendet, mit der Strukturen aus Kohlenstoff-Nanoröhren vermessen wurden, die senkrecht auf einem Siliziumchip aufgebracht sind. Neben der Bestimmung der Position und Höhe der Nanostrukturen, die den Kontaktmodus des Rastersondenmikroskops mit einem Kondensat demonstriert, wurden für die Messung im dynamischen Modus Verschiebungen der Frequenz und der Amplitude einer radialen Schwingung von Bose-Einstein-Kondensaten in der Nähe einer Nanoröhre beobachtet. Vorteile bei dieser Art der Abrasterung einer Oberfläche gegenüber etablierten Verfahren, wie dem Rasterkraftmikroskop, ergeben sich vor allem durch die geringe Atomzahl der Probe aufgrund der geringen Dichte der verwendeten Quantengase. Somit ist auch bei kleinen Strukturen, wie den hier untersuchten Kohlenstoff-Nanoröhren mit Durchmessern im Bereich von 100 nm, eine absolut zerstörungsfreie Untersuchung möglich. Darüber hinaus stellen auch große Aspektverhältnisse der zu untersuchenden Objekte kein Problem dar.

Bei einem Bose-Einstein-Kondensat handelt es sich um die 'reinsten' Spitze eines Mikroskops, die überhaupt möglich ist. Es besteht nicht nur aus Atomen eines einzigen Isotops, die Atome befinden sich darüber hinaus alle im selben Quantenzustand. Das hier vorgestellte Verfahren kann prinzipiell dazu verwendet werden, unterschiedliche physikalische Eigenschaften von Objekten im Nanometerbereich zu untersuchen. Insbesondere können Objekte untersucht werden, die etablierten Verfahren der Rastersondenmikroskopie aufgrund ihrer Empfindlichkeit nicht zugänglich sind. Beispielsweise kann eine einzelne Kohlenstoff-Nanoröhre nicht mit einem Rasterkraftmikroskop vermessen werden, da die verglichen mit dem untersuchten Objekt massive Spitze die Nanoröhre einfach 'abknickt'. Aufgrund der Sensitivität eines Bose-Einstein-Kondensats gegenüber elektrischen und magnetischen Potentialen können mit diesem Verfahren neben der Topographie einer Oberfläche, auch nahezu beliebige elektrische und magnetische Potentiallandschaften untersucht werden.

Für weiterführende Messungen an dem hier vorgestellten System aus ultrakalten Atomen und Kohlenstoff-Nanoröhren bilden die Ergebnisse dieser Arbeit die

Grundlage. Mit dem Wissen um die präzise Positionierung von Bose-Einstein-Kondensaten über einem strukturierten Mikrochip mit Kohlenstoff-Nanoröhren, können weitere Experimente zur Untersuchung der Eigenschaften von Kohlenstoff-Nanoröhren, beispielsweise dem Casimir-Polder Potential durchgeführt werden.

Hierzu kann eine zeitlich aufgelöste Verlustmessung der Atome an einer einzelnen Nanoröhre ausgewertet werden. Aus dem zeitlichen Verlauf der Abnahme der Atomzahlen und dem Verlauf der Temperatur der Atomwolke kann auf die effektive Querschnittsfläche und somit die Stärke und Reichweite des Casimir-Polder Potentials geschlossen werden [Sch10b].

Von großem Interesse für die Forschung an ultrakalten Quantengasen ist die Entwicklung von Einzelatomdetektoren, mit denen es möglich ist, Quantengase direkt und in Echtzeit zu beobachten und Korrelationsfunktionen aufzunehmen [Kra07, Sti07, Hei10]. Für diese Art des Nachweises neutraler Atome, werden diese beispielsweise mit Laserstrahlen ionisiert und anschließend detektiert. Für die Ionisation müssen sehr hohe Feldstärken erreicht werden und für eine gute räumliche Auflösung muss das Ionisationsvolumen gering sein, was durch eine starke Fokussierung des Lichts erreicht werden kann. Diese Art des Aufbaus erfordert einen großen apparativen Aufwand und eine sehr präzise und stabile Justage. Eine mögliche Alternative zur Ionisation neutraler Atome mit einem Laserstrahl, bietet die Feldionisation. Kohlenstoff-Nanoröhren eignen sich hierzu aufgrund ihres extremen Aspektverhältnisses in besonderem Maße. Bereits durch Anlegen einer moderaten Spannung von wenigen Kilovolt werden an der Spitze Feldstärken von $10^9 \frac{V}{m}$ erreicht, mit denen neutrale Atome ionisiert und anschließend mit einem Channeltron oder auf einer Multichannelplate detektiert werden können [Grü09]. Für künftige Experimente könnten einzelne Nanoröhren dazu verwendet werden, eine hohe räumliche und zeitliche Auflösung beim Nachweis ultrakalter Quantengase zu erreichen. Strukturen von einzeln kontaktierten Nanoröhren könnten dazu dienen, Gasflüsse sehr genau zu charakterisieren.

Im Gegensatz zu einer Absorptionsabbildung, könnte mit einem auf Kohlenstoff-Nanoröhren basierenden Einzelatomdetektor die Auflösungsgrenze bei der Atomzahlbestimmung gesteigert werden. Somit ließe sich die Auflösung des hier vorgestellten Rastermikroskops verbessern, indem die Atomzahl und damit die Ausdehnung der verwendeten Kondensate reduziert wird.

Das in dieser Arbeit vorgestellte System aus Bose-Einstein-Kondensaten und Kohlenstoff-Nanoröhren stellt eine neue Schnittstelle zwischen ultrakalten Quantengasen und nanostrukturierten Objekten dar. An diesem System können in Zukunft unterschiedliche Fragestellungen untersucht werden. Beispielsweise könnten sich Nanoröhren mit ultrakalten Quantengasen durch ein Ausfrieren der mechanischen Vibrationszustände bis in den Grundzustand kühlen lassen. Möglich scheint auch eine Verwendung von nanostrukturierten Mikrochips für den Einsatz in der Atomoptik.

A Anhang

A.1 Herstellung von senkrecht stehenden Kohlenstoff-Nanoröhren

Senkrecht stehende Kohlenstoff-Nanoröhren können mit dem sogenannten 'plasma enhanced chemical vapor deposition' Verfahren, abgekürzt PECVD, auf einer Siliziumoberfläche aufgebracht werden [Vis11, Häf10, Teo03, Chh01]. Für diesen Wachstumsprozess wird das Siliziumsubstrat vorbereitet, indem an den Stellen, an denen die Nanoröhren wachsen sollen, ein Katalysator, in diesem Fall Nickel, aufgebracht wird (siehe Abbildung A.1).

Hierzu wird zuerst auf einem Siliziumwafer, auf dem als Diffusionsbarriere¹ eine wenige nm dicke Schicht aus Siliziumoxid aufgebracht ist, ein spezieller Lack aufgeschleudert. Nach der Belichtung mit einem Elektronenstrahl und der Entwicklung der Lackschicht bleiben nur die unbelichteten Bereiche der Lackschicht übrig. Im Anschluss wird auf den gesamten Wafer Nickel aufgesputtert, das im Folgenden Wachstumsprozess als Katalysator für das Wachstum der Kohlenstoff-Nanoröhren dient. Nun wird der restliche Lack beim sogenannten 'lift-off' entfernt. Übrig bleiben strukturierte Bereiche mit einer Nickelschicht definierter Dicke.

Nach dem Einbringen des Chips in eine Prozesskammer wird der Druck auf etwa 4 mbar reduziert und die Probe auf 800° C aufgeheizt, wodurch die Nickelinseln auf dem Chip schmelzen und kleine Kügelchen formen. Als Prozessgase werden Ammoniak und Acetylen im Verhältnis 5 : 1 in die Kammer geleitet. An den Stellen auf dem Siliziumwafer, auf denen sich Nickel befindet, wird Kohlenstoff aus der Gasphase abgeschieden und Kohlenstoff-Nanoröhren entstehen. Während dieses Prozesses verbraucht sich der Katalysator, der sich immer an der Spitze der sich bildenden Nanoröhren befindet. Nickel wird aus diesem Grund als 'tip growth' bezeichnet². Um eine Ausrichtung der Nanoröhren zu erreichen, wird ein AC Plasma zwischen

¹Eine Diffusionsbarriere ist notwendig, um bei den während des Wachstums der Nanoröhren auftretenden Temperaturen ein Diffundieren des Katalysators in das Silizium zu verhindern.

²Im Gegensatz zu Eisen und Kobalt, die ebenfalls als Katalysator für das Wachstum von Kohlenstoff-Nanoröhren verwendet werden und zu den 'bottom growth' gehören, also während des Wachstumsprozesses direkt am Substrat verbleiben.

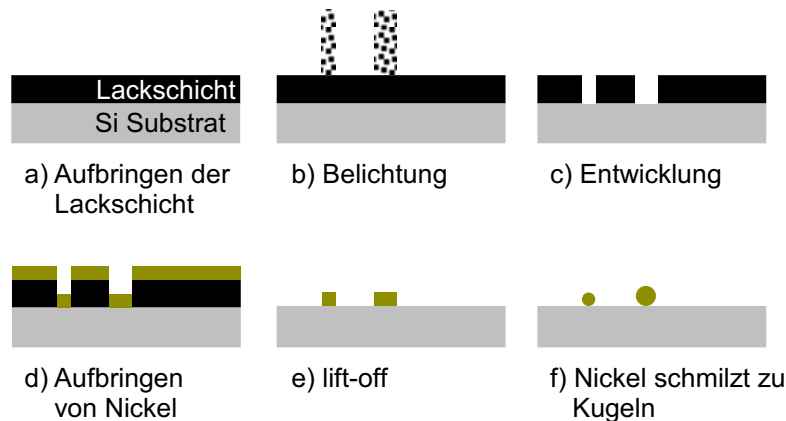


Abbildung A.1 – Schematische Darstellung des Prozesses zur Aufbringung von Nickel auf den Siliziumwafer. (a) Zuerst wird eine Lackschicht aufgebracht. (b) Nach der Belichtung der Lackschicht mit einem Elektronenstrahl wird diese entwickelt (c). Anschließend wird Nickel als Katalysator für den späteren Wachstumsprozess aufgebracht (d) und die Lackschicht entfernt (e). Beim Aufheizen des Wafers in der Prozesskammer schmilzt das Nickel und bildet kleine Kugeln (f).

dem Chip und einem darüber befindlichen Gitter mit einer Leistung von 20 Watt und einer Frequenz von 15 kHz gezündet.

Je nach Größe der einzelnen Nickelkugelchen wachsen mehrere Nanoröhren nebeneinander oder es entsteht eine einzelne Röhre. Auf dem Chip, der für die im Rahmen dieser Arbeit beschriebenen Experimente verwendet wurde, wurden ausschließlich einzelne Nanoröhren aufgebracht. Sowohl für die waldartigen Strukturen, als auch für die Linien aus Nanoröhren, wurden hierzu Nickelpunkte mit Durchmessern von etwa 200 nm in Abständen von 250 nm zueinander auf dem Chip aufgebracht.

Die Herstellung des mit Nanoröhren strukturierten Siliziumchips wird ausführlich im Rahmen der Doktorarbeit von Gabriela Visanescu [Vis11] beschrieben.

Literatur

- [Bak09] W. S. BAKR, J. I. GILLEN, A. PENG, S. FOLLING und M. GREINER, *A quantum gas microscope for detecting single atoms in a Hubbard-regime optical lattice*, Nature **462**, 74 (2009).
- [Bla05] E. V. BLAGOV, G. L. KLIMCHITSKAYA und V. M. MOSTEPANENKO, *Van der Waals interaction between microparticle and uniaxial crystal with application to hydrogen atoms and multiwall carbon nanotubes*, Phys. Rev. B **71**, 235401 (2005).
- [Cas48] H. B. G. CASIMIR und D. POLDER, *The Influence of Retardation on the London-van der Waals Forces*, Phys. Rev. **73**, 360 (1948).
- [Cha09] D. E. CHANG, J. D. THOMPSON, H. PARK, V. VULETIĆ, A. S. ZIBROV, P. ZOLLER und M. D. LUKIN, *Trapping and Manipulation of Isolated Atoms Using Nanoscale Plasmonic Structures*, Phys. Rev. Lett. **103**, 123004 (2009).
- [Chh01] M. CHHOWALLA, K. TEO, C. DUCATI, N. RUPESINGHE, G. AMARATUNGA, A. FERRARI, D. ROY, J. ROBERTSON und W. MILNE, *Growth process conditions of vertically aligned carbon nanotubes using plasma enhanced chemical vapor deposition*, Journal of Applied Physics **90**, 5308 (2001).
- [Cor02] E. A. CORNELL und C. E. WIEMAN, *Nobel Lecture: Bose-Einstein condensation in a dilute gas, the first 70 years and some recent experiments*, Rev. Mod. Phys. **74**, 875 (2002).
- [Dal89] J. DALIBARD und C. COHEN-TANNOUDJI, *Laser cooling below the Doppler limit by polarization gradients: simple theoretical models*, J. Opt. Soc. Am. B **6**, 2023 (1989).
- [Dal99] F. DALFOVO, S. GIORGINI, L. PITAEVSKII und S. STRINGARI, *Theory of Bose-Einstein condensation in trapped gases*, Rev. Mod. Phys. **71**, 463 (1999).
- [Dem95] W. DEMTRÖDER, *Laser Spectroscopy, zweite erweiterte Ausgabe* (Springer New York, 1995).

- [Don04] T. DONNER, *Erzeugung ultrakalter Gemische aus fermionischen und bosonischen Atomen*, Diplomarbeit, Universität Tübingen (2004).
- [Dre08] D. G. J. A. DRESSELHAUS, M. S. (Hg.), *Carbon Nanotubes - Advanced Topics in the Synthesis, Structure, Properties and Applications* (Springer, 2008).
- [Fol00] R. FOLMAN, P. KRÜGER, D. CASSETTARI, B. HESSMO, T. MAIER und J. SCHMIEDMAYER, *Controlling Cold Atoms Using Nanofabricated Surfaces: Atom Chips*, Phys. Rev. Lett. **84**, 4749 (2000).
- [For98] J. FORTÁGH, A. GROSSMANN, C. ZIMMERMANN und T. HÄNSCH, *Miniaturized wire trap for neutral atoms*, Phys. Rev. Lett. **81**, 5310 (1998).
- [For02] J. FORTÁGH, H. OTT, S. KRAFT, A. GÜNTHER und C. ZIMMERMANN, *Surface effects in magnetic microtraps*, Phys. Rev. A **66**, 041604 (2002).
- [For03] J. FORTÁGH, *Bose-Einstein-Kondensate in magnetischen Mikrofallen*, Dissertation, Universität Tübingen (2003).
- [For07] J. FORTÁGH und C. ZIMMERMANN, *Magnetic microtraps for ultracold atoms*, Rev. Mod. Phys. **79**, 235 (2007).
- [Gei10] A. GEIM und K. NOVOSELOV, *Nobelpreis für Physik 'für grundlegende Experimente mit dem zweidimensionalen Material Graphen'* (2010).
- [Ger08] T. GERICKE, P. WÜRTZ, D. REITZ, T. LANGEN und H. OTT, *High-resolution scanning electron microscopy of an ultracold quantum gas*, Nature Physics **4**, 949 (2008).
- [Gie03] F. J. GIESSIBL, *Advances in atomic force microscopy*, Rev. Mod. Phys. **75**, 949 (2003).
- [Gün03] A. GÜNTHER, *Integrierter Atom-Chip für ultrakalte Atome*, Diplomarbeit, Universität Tübingen (2003).
- [Grü09] B. GRÜNER, M. JAG, A. STIBOR, G. VISANESCU, M. HÄFFNER, D. KERN, A. GÜNTHER und J. FORTÁGH, *Integrated atom detector based on field ionization near carbon nanotubes*, Phys. Rev. A **80**, 063422 (2009).
- [Gün05] A. GÜNTHER, M. KEMMLER, S. KRAFT, C. J. VALE, C. ZIMMERMANN und J. FORTÁGH, *Combined chips for atom optics*, Phys. Rev. A **71**, 063619 (2005).
- [Häf10] M. HÄFFNER, *Controlled CVD growth of Carbon Nanotubes: Catalyst patterning, alignment and applications*, Dissertation (2010).

- [Hän01] W. HÄNSEL, P. HOMMELHOFF, T. W. HÄNSCH und J. REICHEL, *Bose-Einstein condensation on a microelectronic chip*, Nature **413**, 498 (2001).
- [Har05] D. M. HARBER, J. M. OBRECHT, J. M. MCGUIRK und E. A. CORNELL, *Measurement of the Casimir-Polder force through center-of-mass oscillations of a Bose-Einstein condensate*, Phys. Rev. A **72**, 033610 (2005).
- [Har09] P. J. F. HARRIS, *Carbon Nanotube Science - Synthesis, Properties and Applications* (Cambridge University Press, 2009).
- [Hec09] E. HECHT, *Optik*, 5. auflage Aufl. (Oldenburg Verlag München, 2009).
- [Hei10] D. HEINE, W. ROHRINGER, D. FISCHER, M. WILZBACH, T. RAUB, S. LOZICZKY, X. LIU, S. GROTH, B. HESSMO und J. SCHMIEDMAYER, *A single-atom detector integrated on an atom chip: fabrication, characterization and application*, New Journal of Physics **12**, 095005 (2010).
- [Hen99] C. HENKEL und M. WILKENS, *Heating of trapped atoms near thermal surfaces*, Europhys. Lett. **47**, 414 (1999).
- [Hug89] T. HUGHES und C. CHAMBERS, US Patent No. 405 , 480 (1889).
- [Hun10] D. HUNGER, S. CAMERER, T. W. HÄNSCH, D. KÖNIG, J. P. KOTTHAUS, J. REICHEL und P. TREUTLEIN, *Resonant Coupling of a Bose-Einstein Condensate to a Micromechanical Oscillator*, Phys. Rev. Lett. **104**, 143002 (2010).
- [Iij91] S. IIJIMA, *Helical microtubules of graphitic carbon*, Nature **354**, 56 (1991).
- [Iij93] S. IIJIMA und T. ICHIHASHI, *Single-shell carbon nanotubes of 1-nm diameter*, Nature **363**, 603 (1993).
- [Jon03] M. JONES, C. VALE, D. SAHAGUN, B. HALL und E. HINDS, *Spin coupling between cold atoms and the thermal fluctuations of a metal surface*, Phys. Rev. Lett. **91**, 080401 (2003).
- [Ket99] W. KETTERLE, D. DURFEE und D. STAMPER-KURN, *Making, probing and understanding Bose-Einstein condensates*, in *Proceedings of the International School of Physics - Enrico Fermi*, herausgegeben von M. Inguscio, S. Stringari, C. E. Wieman (IOS Press, 1999), S. 67–176.
- [Ket02] W. KETTERLE, *Nobel lecture: When atoms behave as waves: Bose-Einstein condensation and the atom laser*, Rev. Mod. Phys. **74**, 1131 (2002).
- [Kon98] J. KONG, H. T. SOH, A. M. CASSELL, C. F. QUATE und H. DAI, *Synthesis of individual single-walled carbon nanotubes on patterned silicon wafers*, Nature **395**, 878 (1998).

- [Kra07] S. KRAFT, A. GÜNTHER, J. FORTÁGH und C. ZIMMERMANN, *Spatially resolved photoionization of ultracold atoms on an atom chip*, Phys. Rev. A **75**, 063605 (2007).
- [Kru05] D. KRUSE, *Selbstorganisation und Laseremission in kalten atomaren Ensembles*, Dissertation, Universität Tübingen (2005).
- [Lea02] A. E. LEANHARDT, A. P. CHIKKATUR, D. KIELPINSKI, Y. SHIN, T. L. GUSTAVSON, W. KETTERLE und D. E. PRITCHARD, *Propagation of Bose-Einstein Condensates in a Magnetic Waveguide*, Phys. Rev. Lett. **89**, 040401 (2002).
- [Lin04] Y. LIN, I. TEPER, C. CHIN und V. VULETIĆ, *Impact of the Casimir-Polder potential and Johnson noise on Bose-Einstein condensate stability near surfaces*, Phys. Rev. Lett. **92**, 050404 (2004).
- [McG04] J. M. MCGUIRK, D. M. HARBER, J. M. OBRECHT und E. A. CORNELL, *Alkali-metal adsorbate polarization on conducting and insulating surfaces probed with Bose-Einstein condensates*, Phys. Rev. A **69**, 062905 (2004).
- [Obr07a] J. M. OBRECHT, R. J. WILD, M. ANTEZZA, L. P. PITAEVSKII, S. STRINGARI und E. A. CORNELL, *Measurement of the Temperature Dependence of the Casimir-Polder Force*, Phys. Rev. Lett. **98**, 063201 (2007).
- [Obr07b] J. M. OBRECHT, R. J. WILD und E. A. CORNELL, *Measuring electric fields from surface contaminants with neutral atoms*, Phys. Rev. A **75**, 062903 (2007).
- [Ott01] H. OTT, J. FORTÁGH, G. SCHLOTTERBECK, A. GROSSMANN und C. ZIMMERMANN, *Bose-Einstein Condensation in a Surface Microtrap*, Phys. Rev. Lett. **87**, 230401 (2001).
- [Ott03] H. OTT, *Dynamik von Bose-Einstein-Kondensaten in anharmonischen Wellenleitern*, Dissertation, Universität Tübingen (2003).
- [Raa87] E. L. RAAB, M. PRENTISS, A. CABLE, S. CHU und D. E. PRITCHARD, *Trapping of Neutral Sodium Atoms with Radiation Pressure*, Phys. Rev. Lett. **59**, 2631 (1987).
- [Ren98] Z. REN, Z. HUANG, J. XU, J. WANG, P. BUSH, M. SIEGAL und P. PROVENCIO, *Synthesis of large arrays of well-aligned carbon nanotubes on glass*, Science **282**, 1105 (1998).
- [Ric95] L. RICCI, M. WEIDEMÜLLER, T. ESSLINGER, A. HEMMERICH, C. ZIMMERMANN, V. VULETIC, W. KÖNIG und T. W. HÄNSCH, *A Compact Grating-Stabilized Diode Laser System for Atomic Physics*, Opt. Comm. **117**, 541 (1995).

- [Sch10a] S. SCHMID, A. HÄRTER und J. H. DENSCHLAG, *Dynamics of a Cold Trapped Ion in a Bose-Einstein Condensate*, Phys. Rev. Lett. **105**, 133202 (2010).
- [Sch10b] P. SCHNEEWEISS, *Ultracold Thermal Atoms and Bose-Einstein Condensates Interacting with a Single Carbon Nanofiber*, Dissertation, Universität Tübingen (2010).
- [She10] J. F. SHERSON, C. WEITENBERG, M. ENDRES, M. CHENEAU, I. BLOCH und S. KUHR, *Single-atom-resolved fluorescence imaging of an atomic Mott insulator*, Nature **467**, 68 (2010).
- [Sla07] S. SLAMA, *Ultrakalte Atome in einem optischen Ringresonator: vom kollektiven atomaren Rückstoß-Laser zu superradianter Rayleigh-Streuung*, Dissertation, Universität Tübingen (2007).
- [Ste09] D. A. STECK, *Rubidium 87 D Line Data*, Available online (2009).
- [Sti07] A. STIBOR, S. KRAFT, T. CAMPEY, D. KOMMA, A. GÜNTHER, J. FORTÁGH, C. J. VALE, H. RUBINSZTEIN-DUNLOP und C. ZIMMERMANN, *Calibration of a single-atom detector for atomic microchips*, Phys. Rev. A **76**, 033614 (2007).
- [Suk93] C. I. SUKENIK, M. G. BOSHIER, D. CHO, V. SANDOGHDAR und E. A. HINDS, *Measurement of the Casimir-Polder force*, Phys. Rev. Lett. **70**, 560 (1993).
- [Suk97] C. V. SUKUMAR und D. M. BRINK, *Spin-flip transitions in a magnetic trap*, Phys. Rev. A **56**, 2451 (1997).
- [Teo03] K. TEO, C. SINGH und M. MILNE, *Catalytic synthesis of carbon nanotubes and nanofibers*, Encyclopedia of Nanoscience and Nanotechnology **10**, 1 (2003).
- [Vis11] G. VISANESCU, *Arbeitstitel: Fabrication and Characterization of Vertically-Aligned Carbon Nanotubes*, Dissertation, Universität Tübingen (2011).
- [Vul98] V. VULETIĆ, T. FISCHER, M. PRAEGER, T. HÄNSCH und C. ZIMMERMANN, *Microscopic magnetic quadrupole trap for neutral atoms with extreme adiabatic compression*, Phys. Rev. Lett. **80**, 1634 (1998).
- [Wei95] J. D. WEINSTEIN und K. G. LIBBRECHT, *Microscopic Magnetic Traps for Neutral Atoms*, Phys. Rev. A **52**, 4004 (1995).
- [Wei10] P. WEISS, *Hochauflösende Abbildung ultrakalter Quantengase und Berechnung einer Magnetfalle für Erbium-Atome*, Diplomarbeit, Uni Tübingen (2010).

-
- [Win83] W. H. WING, *Laser Cooled and Trapped Atoms*, in *Proceedings of the Workshop on Spectroscopic Applications of Slow Atomic Beams*, herausgegeben von W. D. Phillips (U. S. GPO, Washington, D.C., 1983), S. 265.
- [Yan97] Z.-C. YAN, A. DALGARNO und J. F. BABB, *Long-range interactions of lithium atoms*, Phys. Rev. A **55**, 2882 (1997).
- [Zip10] C. ZIPKES, S. PALZER, C. SIAS und M. KOHL, *A trapped single ion inside a Bose-Einstein condensate*, Nature **464**, 388 (2010).