
Quantensensorik mit kalten Atomen

Dissertation

der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät
der Eberhard Karls Universität Tübingen
zur Erlangung des Grades eines
Doktors der Naturwissenschaften
(Dr. rer. nat.)

vorgelegt von
Klaus Peter Federsel
aus Tübingen

Tübingen
2016

Gedruckt mit Genehmigung der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät
der Eberhard Karls Universität Tübingen.

Tag der mündlichen Qualifikation:	01.07.2016
Dekan:	Prof. Dr. Wolfgang Rosenstiel
1. Berichterstatter:	Prof. Dr. József Fortágh
2. Berichterstatter:	Prof. Dr. Claus Zimmermann

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
1.1	Zielsetzung	4
1.2	Präparation der Atomwolken und ^{87}Rb -Levelschema	4
1.3	Experimenteller Aufbau	7
2	Liste der Veröffentlichungen und Eigenanteil	9
3	Atome als Oberflächensensoren	11
3.1	Atom-Festkörper-Wechselwirkungen - Dispersionskräfte	11
3.2	Kaltatommikroskopie - Messprinzip	13
3.3	Kaltatommikroskopie - Realisierung und Messungen [Publikation 1]	16
3.3.1	Kontaktmodus	18
3.3.2	Dynamischer Modus	22
3.4	Erweiterte Modelle zum Kontaktmodus [Publikation 2]	24
3.5	Limitierungen im dynamischen Modus	27
3.6	Kaltatommikroskopie - Resümees	30
4	Quantensensorik elektromagnetischer Felder	31
4.1	Messprinzip	31
4.2	Messaufbau	33
4.3	Spektrale Antwortfunktion - Modell [Publikation 3]	36
4.4	Spektrale Antwortfunktion - Messung	41
4.5	Auskopplung mit Mikrowellenspektren - Modell [Publikation 4]	44
4.5.1	Spektrometer-Modus	45
4.5.2	Korrelations-Modus	45
4.5.3	Dekohärenz / Zeitauflösung des Detektionssystems	46
4.6	Auskopplung mit Mikrowellenspektren - Messungen	47
4.6.1	Spektrometer-Modus	47
4.6.2	Dekohärenz / Zeitauflösung des Detektionssystems	49
4.6.3	Korrelations-Modus	51
4.7	Echtzeitmessung von Schwerpunktsoszillationen [Publikation in Vorbereitung]	54
4.8	Quantensensorik elektromagnetischer Felder - Resümees	56

5	Ausblick	57
A	Eigenschaften der spektralen Antwortfunktion	59
A.1	Maximum der spektralen Antwortfunktion - Bose-Einstein-Kondensat	59
A.2	Maximum der spektralen Antwortfunktion - thermische Wolke	61
	Angehängte Publikationen	63

Zusammenfassung

Diese Arbeit präsentiert eine neue Technik und deren mathematische Beschreibung zur lokalen Messung von elektromagnetischen Feldfluktuationen mithilfe ultrakalter ^{87}Rb Atomwolken, welche auf der Detektion der Spin-Flips einzelner Atome dieses Ensembles beruht. Die Technik wird experimentell demonstriert und ein entwickeltes Modell wird mit den durchgeführten Experimenten verglichen. Im Gegensatz zu konventionellen Techniken, basierend auf Untersuchung der Dichte- und Impulsverteilung der Atomwolken, wird hier nur ein kleiner Teil des atomaren Ensembles detektiert. Dies erlaubt die Detektion elektromagnetischer Fluktuationen in Echtzeit, da die Methode das Gesamtensemble nicht zerstört. Die Möglichkeit der Detektion einzelner Atome erlaubt zudem statistische Analysen, welche mit konventionellen Absorptionsabbildungsverfahren nicht zugänglich sind. Im Experiment wurde das Verfahren an Spin-Flips zwischen den beiden Hyperfeinstrukturgrundzuständen von ^{87}Rb untersucht. Es ergibt sich hierbei eine erreichbare Sensitivität auf monochromatische magnetische Fluktuationen im Bereich einiger zehn $\text{pT}/\sqrt{\text{Hz}}$.

Die Technik soll in Zukunft zur Messung von elektromagnetischen Fluktuationen in der Nähe von Festkörpersystemen genutzt werden. Deshalb wurde die Dynamik von ultrakalten Atomwolken bei Wechselwirkung mit Festkörpersystemen experimentell untersucht und mit Simulationen verglichen. Die Atomwolken eignen sich hierbei als Oberflächensonde ähnlich wie eine Rasterkraftmikroskopspitze und ermöglichen die Messung von Wechselwirkungskräften im Bereich von 10^{-24} N, was experimentell an einer Struktur aus Kohlenstoffnanoröhren gezeigt wurde.

Neben der Detektion elektromagnetischer Felder ermöglicht die entwickelte Technik die Detektion der Dynamik ultrakalter Ensembles in Echtzeit durch lokale Analyse der Dichtefluktuationen. Zur Untersuchung dieser Möglichkeit wurden Schwerpunktsschwingungen von ultrakalten Atomwolken mithilfe dieser Technik vermessen und analysiert.

Summary

This thesis presents a novel technique for the local measurement of electromagnetic field fluctuations by means of ultracold ^{87}Rb atom clouds and a corresponding mathematical description. The technique relies on the detection of spin flips of individual atoms in the ensemble.

The technique is experimentally demonstrated and the model description is compared to the performed experiments. In contrast to conventional techniques, which are based on the analysis of density and momentum distributions of the atom clouds, only a small part of the atomic ensemble is investigated. This allows the detection of electromagnetic fluctuations in real-time, since the method does not destroy the whole ensemble. The possibility of detecting individual atoms additionally allows for statistical analyses, which are not accessible with conventional absorption imaging techniques. In the experiment, the method was studied by investigating spin flips between the two hyperfine ground states of ^{87}Rb . For monochromatic magnetic fluctuations a sensitivity of few tens of $\text{pT}/\sqrt{\text{Hz}}$ can be reached.

The technique shall be used for the measurement of electromagnetic fluctuations in the proximity of solid state systems. Therefore, the dynamics of ultracold atom clouds interacting with solid state systems was studied experimentally and was compared to simulations. The atom clouds show the possibility to be used as surface sensors. The principle is similar to scanning probe microscopes and allows for the measurement of interaction forces in the range of 10^{-24} N, which was demonstrated experimentally on a structure of carbon nanotubes.

Additional to the detection of electromagnetic fields, the developed technique allows for the detection of the dynamics of ultracold ensembles in real-time by local analysis of density fluctuations. For the investigation of this possibility, center of mass oscillations of ultracold atom clouds are measured and analysed with this technique.

1 Einleitung

Die in einem System auftretenden Fluktuationen tragen Informationen über den Zustand des Systems. So ändern sich in der Nähe von Phasenübergängen sowohl die Längenskalen als auch die Zeitskalen, auf denen die Fluktuationen stattfinden. Im Falle eines magnetischen Phasenübergangs zum Ferromagneten steigt beispielsweise die Korrelationslänge, auf der die magnetischen Momente geordnet ausgerichtet sind, bis sich diese über das gesamte System erstreckt. Die Divergenz der Korrelationslänge ist hierbei mit einem Anstieg der Zeitskala, auf der die Magnetisierung fluktuiert, verbunden [Sondhi et al., 1997]. Zur Untersuchung dieser Effekte bietet somit die orts- und zeitaufgelöste Analyse der Fluktuationen eine hilfreiche Methode, um den Zustand eines Systems zu charakterisieren. In dieser Arbeit liegt der Fokus auf den auftretenden elektromagnetischen Fluktuationen.

Die spektrale Verteilung der elektromagnetischen Fluktuationen in Festkörpern besitzt hierbei unterschiedliche Komponenten: Im thermischen Gleichgewicht sind aufgrund des Fluktuations-Dissipations-Theorems [Nyquist, 1928, Callen and Welton, 1951] die auftretenden elektromagnetischen Fluktuationen in der Nähe von Festkörpern mit der Leitfähigkeit und den Suszeptibilitäten dieser Systeme verbunden [Scheel and Buhmann, 2008]. Beim Ladungstransport ergeben sich zusätzliche Fluktuationen aufgrund des Schrotrauschens der Elektronen [Schottky, 1918]. Speziell im Bereich der niederdimensionalen Systeme können hierbei neue Phänomene wie der Quanten-Hall-Effekt [von Klitzing, 1986], der veränderte Transport aufgrund der Wechselwirkungen zwischen den Elektronen durch Einzelelektronentransistoren [Kastner, 1992], sowie der ballistische Transport in eindimensionalen Systemen [Landauer, 1989], die auftretenden elektromagnetischen Fluktuationen beeinflussen. Die Analyse der elektromagnetischen Fluktuationen in der Nähe solcher Systeme ermöglicht es somit, Transportphänomene zu untersuchen.

Mithilfe von Rastersondenverfahren wie dem Rasterkraftmikroskop können mit hervorragender Auflösung und Kraftsensitivität sogar aus einzelnen Atomen bestehende Strukturen aufgrund der auftretenden Wechselwirkungskräfte zwischen Sonde und Struktur abgebildet werden [Giessibl, 2003]. Das durch die untersuchten Strukturen verursachte Spektrum der elektromagnetischen Fluktuationen kann hierbei das Wechselwirkungspotential zwischen Struktur und Festkörpersonde stark beeinflussen. Bei einer Messung des Wechselwirkungspotentials ist die gesamte spektrale Verteilung der elektromagnetischen Fluktuationen relevant, die Information über die genaue Form der spektralen Verteilung geht jedoch verloren.

Zur zeit- und ortsaufgelösten Messung der Fluktuationen kann beispielsweise ein Squid-Mikroskop verwendet werden, welches Magnetfelder mit einer sehr hohen Empfindlichkeit

im Bereich von $< \mu\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$ und einer Ortsauflösung im Bereich von 200 nm detektieren kann [Finkler et al., 2012]. Aufgrund ihrer hohen Sensitivität auf elektromagnetische Fluktuationen [Kitching et al., 2011] bieten hierbei auch Atome die Möglichkeit, als Sensor verwendet zu werden. So können beispielsweise mit optischen Verfahren Magnetfelder innerhalb des untersuchten Volumens mit einer Sensitivität von $\text{fT}/\sqrt{\text{Hz}}$ detektiert werden, jedoch liegt deren Auflösung typischerweise im mm-Bereich [Budker and Romalis, 2007].

Die Untersuchung nichtklassischer Effekte in den elektromagnetischen Fluktuationen erfordert die Verwendung eines Quantensensors, um die elektromagnetischen Felder auf Basis der einzelnen Photonen analysieren zu können. Hierzu eignen sich einzelne Atome als Quantensysteme, da ihre internen Freiheitsgrade sehr gut kontrolliert werden können und sie aufgrund ihrer geringen Ankopplung an die Umgebung eine geringe Dekohärenz aufweisen. Mit der Entwicklung der Techniken zum Laserkühlen, Fangen von Atomen [Phillips, 1998, Chu, 1998] und evaporativen Kühlen eröffnete sich in den letzten Jahrzehnten die Möglichkeit, auch die externen Freiheitsgrade zu kontrollieren. Dies wurde eindrucksvoll durch die Erzeugung von Bose-Einstein-Kondensaten [Anderson et al., 1995, Davis et al., 1995] auf die Spitze getrieben, bei denen sich alle Atome in einem makroskopischen Quantenzustand befinden. Mit dieser Kontrolle über alle Freiheitsgrade eröffnete sich somit die Möglichkeit, Bose-Einstein-Kondensate als Sensoren für die elektromagnetischen Fluktuationen zu untersuchen und hierbei deren Quantennatur auszunutzen. So gibt es beispielsweise Vorschläge, ultrakalte Atomwolken als lokale Quantensensoren für nichtklassische Stromfluktuationen in Festkörpersystemen zu verwenden [Kálmán et al., 2012]. Hierbei soll die Eigenschaft des Quantensensors ausgenutzt werden, dass zwischen Absorption und Emission eines Photons aus dem elektromagnetischen Feld unterschieden werden kann. Für nichtklassische Zustände des elektromagnetischen Feldes ergibt sich hier eine Asymmetrie zwischen Absorption und Emission eines Photons durch den Quantensensor. Ein einfaches Beispiel hierfür sind die Vakuumfluktuationen, welche einen spontanen Zerfall eines angeregten Quantensystems ermöglichen, jedoch keine spontane Anregung.

Zur Charakterisierung elektromagnetischer Fluktuationen ist es jedoch nicht ausreichend, nur die spektrale Verteilung zu untersuchen, sondern ebenfalls deren Statistik [Glauber, 1963, Mandel and Wolf, 1965]. Diese kann mithilfe von Korrelationsfunktionen bezüglich ihrer Eigenschaften analysiert werden. Unter Verwendung eines festen Detektionpunktes lässt sich beispielsweise die zeitliche Korrelationsfunktion zweiter Ordnung

$$g^{(2)}(\tau) = \frac{\langle I(t) I(t + \tau) \rangle}{\langle I(t) \rangle \langle I(t + \tau) \rangle} \quad (1.1)$$

messen, welche die Fluktuationen der Intensität $I(t)$ der elektromagnetischen Felder widerspiegelt. Durch Messung der Korrelationsfunktion zweiter Ordnung lassen sich unterschiedliche Zustände elektromagnetischer Fluktuationen unterscheiden. Eine Messung der Korrelationsfunktion kann mithilfe eines Einzelphotonendetektors erfolgen, der die Analyse

der Statistik der absorbierten Photonen erlaubt. Für den Fall einer einzelnen Mode ergibt sich die Korrelationsfunktion zweiter Ordnung dann zu

$$g^{(2)}(\tau) = \frac{\langle \hat{a}^\dagger(t) \hat{a}^\dagger(t+\tau) \hat{a}(t+\tau) \hat{a}(t) \rangle}{\langle \hat{a}^\dagger(t) \hat{a}(t) \rangle \langle \hat{a}^\dagger(t+\tau) \hat{a}(t+\tau) \rangle} \quad (1.2)$$

mit dem Photonenerzeuger \hat{a}^\dagger und dem Photonenvernichter \hat{a} und stellt die normierte bedingte Wahrscheinlichkeit dar, nach der Vernichtung eines Photons in einem Zeitabstand τ ein zweites Photon zu vernichten. Die Korrelationsfunktion zweiter Ordnung ist hierbei so normiert, dass sie für einen kohärenten Zustand $|\alpha\rangle$, welcher als Eigenzustand des Vernichters $\hat{a}|\alpha\rangle = \alpha|\alpha\rangle$ definiert ist, $g^{(2)}(\tau) = 1$ ergibt. Die Absorption von Photonen aus einem kohärenten Zustand folgt einem Poisson-Prozess und ist somit für alle Zeitabstände τ unkorreliert. Im Falle von chaotischem Licht mit der Kohärenzzeit τ_c zeigt die Korrelationsfunktion für kleine Zeiten τ einen Anstieg der bedingten Wahrscheinlichkeit, was als Bunching bezeichnet wird. In diesem Fall sind die Fluktuationen in der Intensität höher als von einem Poisson-Prozess zu erwarten, weshalb dies als Super-Poisson-Rauschen bezeichnet wird. Im Falle nichtklassischer Fluktuationen kann ebenfalls Sub-Poisson-Rauschen beziehungsweise Antibunching auftreten, welches durch Werte $g^{(2)}(\tau) < 1$ bestimmt werden kann. Dies kann für amplitudengequetschtes Licht auftreten [Loudon and Knight, 1987] wie beispielsweise im Falle einer Einzelphotonenquelle [Yuan et al., 2002] auftreten. Der Wert für $\tau = 0$ kann hierbei mit der Varianz und der mittleren Photonenzahl in der Mode in Verbindung gebracht werden. Es ergibt sich

$$g^{(2)}(0) = 1 + \frac{\langle (\Delta n)^2 \rangle - \langle \hat{n} \rangle}{\langle \hat{n} \rangle^2} \quad (1.3)$$

mit dem Photonenzahloperator $\hat{n} = \hat{a}^\dagger \hat{a}$ und der Varianz $(\Delta n)^2 = \langle (\hat{n} - \langle \hat{n} \rangle)^2 \rangle$. Mithilfe eines Einzelphotonendetektors lassen sich somit klassische und nichtklassische Fluktuationen untersuchen.

An diesem Punkt knüpft die vorliegende Arbeit an: Der Hauptteil der Arbeit in Kapitel 4 beschäftigt sich mit dem Transfer des elektromagnetischen Feldrauschens und dessen Korrelationen auf einen Atomlaser [Mewes et al., 1997, Bloch et al., 1999], welcher durch magnetische Fluktuationen aus einem magnetisch gefangenen Bose-Einstein-Kondensat ausgekoppelt wird. Die experimentelle Analyse wird hierbei mithilfe eines auf Photoionisation basierenden Detektionssystems auf Einzelatombasis durchgeführt. Ähnliche Arbeiten zur Analyse von Atomlasern auf Einzelatombasis wurden in [Öttl et al., 2005, Öttl et al., 2006, Bourdel et al., 2006] durchgeführt. Neben der Analyse von Bose-Einstein-Kondensaten wird in dieser Arbeit ein Modell dargestellt, welches sowohl die Beschreibung der Auskopplung aus thermischen Ensembles als auch aus Bose-Einstein-Kondensaten erlaubt. Mithilfe des Modells lassen sich Rückschlüsse auf die spektrale Verteilung sowie auf die Intensitätsfluktuationen der magnetischen Fluktuationen ziehen.

1.1 Zielsetzung

Ziel dieser Arbeit war die Entwicklung neuartiger Methoden zur Verwendung von ultrakalten gefangenen Atomwolken aus ^{87}Rb (Bose-Einstein-Kondensate oder Bose-Gase) als lokale Sensoren für elektromagnetische Fluktuationen. Die Motivation hierfür war der Ansatz, Festkörpersysteme und Nanostrukturen mithilfe von ultrakalten Atomwolken zu charakterisieren.

Zur Bearbeitung dieses Ziels sollte eine vorhandene Apparatur verwendet und erneuert werden, welche das kontrollierte Positionieren von ultrakalten Atomwolken in der Nähe von Oberflächen ermöglicht und die Möglichkeit zur Detektion einzelner Atome bietet. Dies beinhaltete den Neuaufbau des Lasersystems für die Präparation der ultrakalten Atomwolken sowie eine Erneuerung der Experimentsteuerung. Desweiteren sollte die experimentelle Anlage um eine neue Strahlquelle für die ^{87}Rb -Atome erweitert werden - eine sogenannte 2D-MOT. Aufbauend auf den von Michael Gierling [Gierling, 2011] und Philipp Schneeweiss [Schneeweiss, 2011] in der Arbeitsgruppe gezeigten Verfahren zur Verwendung von ultrakalten Atomwolken als Rastersonden für Nanostrukturen (im Folgenden auch Kaltatommikroskopie genannt und in [Publikation 1] beschrieben) sollten weitere Experimente durchgeführt werden:

Durch Johannes Märkle [Märkle et al., 2014] in der Arbeitsgruppe von Prof. Judd entwickelte verfeinerte Modelle zur Beschreibung der Dynamik der ultrakalten Atomwolken bei Wechselwirkung mit Oberflächen sollten durch Durchführung zugehöriger Experimente unterstützt werden (in [Publikation 2] beschrieben).

Aufgrund der aktuell verwendeten Technik zur Detektion der ultrakalten Atomwolken mittels Absorptionsabbildung bestand die Fragestellung ob schnellere Echtzeit-Messverfahren zur Detektion verwendet werden können. Hierbei sollte ein existierender Aufbau zur Einzelatomdetektion verwendet werden. Das vorhandene Einzelatomdetektionsschema sollte hierbei abgeändert werden, sodass zusätzlich zur Echtzeitmessung der ultrakalten Atomwolken elektromagnetische Felder aufgrund ihrer Wechselwirkung mit Atomen untersucht werden können (Modelle und Messungen sind in [Publikation 3] und [Publikation 4] beschrieben).

1.2 Präparation der Atomwolken und ^{87}Rb -Levelschema

Die ultrakalten Atomwolken bestehen aus ^{87}Rb -Atomen im Grundzustand, welche mithilfe einer Magnetfalle gefangen werden. Ein Schema der Energieniveaus ist in Abbildung 1.1 dargestellt. Das magnetische Moment der Atome ergibt sich aus dem Gesamtspin \vec{F} und ist durch

$$\vec{\mu}_F = -g_F \frac{\mu_B}{\hbar} \vec{F} \quad (1.4)$$

mit dem Landé-Faktor g_F , dem reduzierten Planckschen Wirkungsquantum $\hbar = h/(2\pi)$ und dem Bohrschen Magneton μ_B gegeben. Bei Anwesenheit eines Magnetfeldes \vec{B} ist die

Wechselwirkungsenergie des Atoms mit dem Feld durch

$$U_{mag} = -\vec{\mu}_F \cdot \vec{B} \quad (1.5)$$

gegeben. Die Energien der Eigenzustände im Magnetfeld ergeben sich mithilfe der Gesamtdrehimpulsquantenzahl F und der magnetischen Quantenzahl m_F zu

$$U_{mag} = g_F \mu_B m_F |\vec{B}| \quad (1.6)$$

Im freien Raum ist lediglich die Erzeugung eines Minimums des Magnetfeldbetrages möglich [Wing, 1984], weshalb nur magnetische Unterzustände mit $g_F m_F > 0$ gefangen werden können (diese werden "low field seeker" genannt). Damit sich bewegende Atome ihren Zustand nicht wechseln können, muss zudem das Adiabazitätskriterium [Fortágh and Zimmermann, 2007]

$$\omega_L \ll \frac{1}{\omega_L} \frac{d\omega_L}{dt} \quad , \quad \omega_L = \frac{g_F \mu_B |\vec{B}|}{\hbar} \quad (1.7)$$

erfüllt sein, wobei ω_L die Larmorfrequenz angibt. Dies kann dadurch erreicht werden, dass auch im Potentialminimum ein endliches Magnetfeld, das sogenannte Offsetfeld \vec{B}_{off} anliegt. Um das Potentialminimum ergibt sich in erster Näherung ein harmonisches Potential, in dem die Atome gefangen werden können. Für die Experimente werden zur Erzeugung der magnetischen Potentiale Elektromagnete (Spulen und Leiterbahnen) verwendet. Die eigentlichen Experimente finden an einem Trägerchip [Günther et al., 2005] statt, der mikrostrukturierte Leiterbahnen enthält.

^{87}Rb ($J=1/2, I=3/2$)

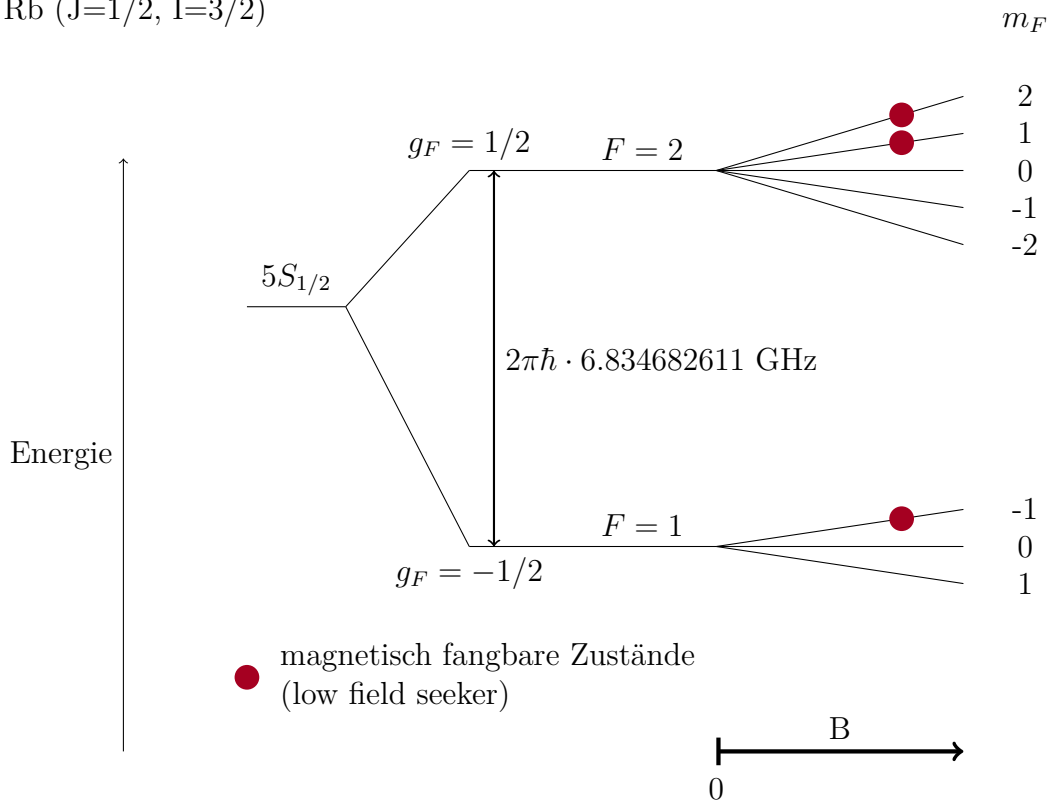


Abbildung 1.1: Schema der Energieniveaus des AussenElektrons von ^{87}Rb im elektronischen Grundzustand: Das Energieniveau $5S_{1/2}$ ($n = 5, L = 0, J = 1/2$) spaltet aufgrund der Kopplung von Hüllendrehimpuls $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$ und Kernspin \vec{I} in zwei Energieniveaus mit den Gesamtdrehimpulsquantenzahlen $F = 1$ und $F = 2$ auf. Durch Anlegen eines Magnetfeldes der Stärke B erfolgt eine Zeeman-Aufspaltung in Zeeman-Zustände mit den magnetischen Quantenzahlen m_F . Die roten Kreise markieren Zustände, welche mithilfe von statischen Magnetfallen gefangen werden können (auch als low field seeker bezeichnet, da ihre Energie im Minimum eines Magnetfeldes minimiert wird).

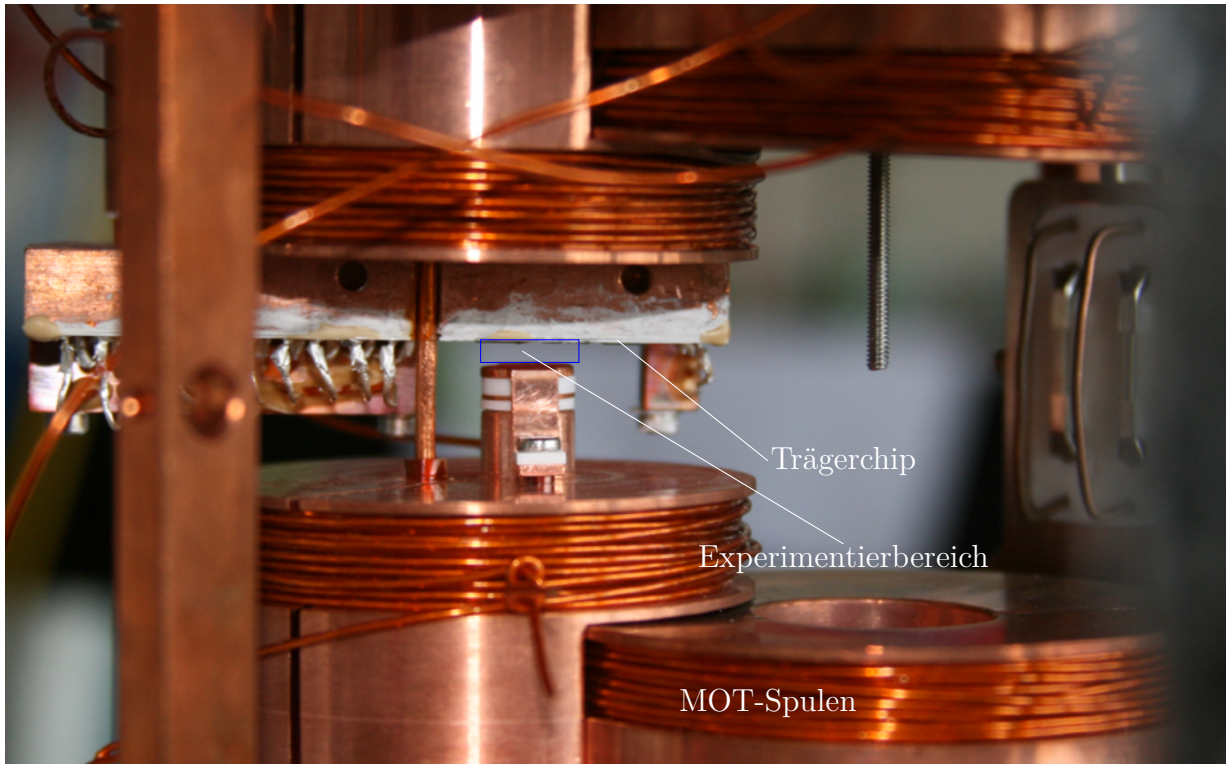


Abbildung 1.2: Experimenteller Aufbau für die Präparation der ultrakalten Atomwolken

1.3 Experimenteller Aufbau

Die Präparation der ultrakalten Atomwolken findet unter Ultrahochvakuumbedingungen statt (Druck $< 10^{-11}$ mbar). Die Experimente finden hierbei zyklusweise statt, sodass mit einer vom jeweiligen Experiment abhängigen Zykluszeit von 40 – 50 s eine neue Atomwolke präpariert werden kann. Abbildung 1.2 zeigt den in der Vakuumkammer verwendeten Aufbau zur Erzeugung der ultrakalten Atomwolken. Der experimentelle Zyklus beginnt mit der magnetoopischen Falle (MOT) welche zwischen dem rechten Spulenpaar (MOT-Spulen) erzeugt wird. Als Rubidiumquelle dient in diesem Fall ein Strahl kalter Rubidiumatome aus einer 2D-MOT. Nach der magnetooptischen Falle wird die gekühlte Atomwolke in die erste Magnetfalle zwischen dem rechten Spulenpaar geladen und zwischen das linke Spulenpaar transportiert. Nach Transfer in eine Ioffe-Falle und evaporativem Kühlen findet der Transfer an den Trägerchip statt. Auf dem Trägerchip, welcher kopfüber in der Apparatur eingebaut ist, wird die Wolke in den Experimentierbereich verfahren und positioniert.

2 Liste der Veröffentlichungen und Eigenanteil

Diese Dissertation ist kumulativ und basiert auf den nachfolgend in chronologischer Reihenfolge aufgeführten Veröffentlichungen. In Anhang A.2 befinden sich die Publikationen in voller Länge.

Veröffentlichte Manuskripte

Publikation 1 ([Gierling et al., 2011])

Cold atom scanning probe microscopy

M. Gierling, P. Schneeweiss, G. Visanescu, **P. Federsel**, M. Häffner, D. P. Kern, T. E. Judd, A. Günther & J. Fortágh
Nature Nanotechnology **6**, 446-451 (2011).

Publikation 2 ([Märkle et al., 2014])

Evaporative cooling of cold atoms at surfaces

J. Märkle, A. J. Allen, **P. Federsel**, B. Jetter, A. Günther, J. Fortágh, N. P. Proukakis, and T. E. Judd
Physical Review A **90**, 023614 (2014).

Publikation 3 ([Federsel et al., 2015])

Spectral response of magnetically trapped Bose gases to weak microwave fields

P. Federsel, C. Rogulj, T. Menold, J. Fortágh, and A. Günther
Physical Review A, **92**, 033601 (2015).

Eingereichte Manuskripte

Publikation 4

Noise spectroscopy with quantum gases

P. Federsel, C. Rogulj, T. Menold, Z. Darázs, P. Domokos, A. Günther and and J. Fortágh
bei Physical Review Letters eingereicht

Eigenanteil

Publikation 1

Ich beteiligte mich bei der Durchführung von Messungen und Analyse der Messdaten

Publikation 2

Ich übernahm die experimentelle Vorbereitungsarbeit zur Durchführung der Messungen, die Durchführung der Messungen sowie die Analyse der erfassten Messdaten. Zudem beteiligte ich mich bei der Diskussion des Vergleichs von Messdaten mit Simulationen sowie der Analyse mit den analytischen Modellen.

Publikation 3

Ich beteiligte mich an der Konzeption der Experimente und führte die dafür notwendigen Modifikationen an der experimentellen Anlage größtenteils alleine durch. Die Messungen wurden zum Hauptteil von mir durchgeführt. Bei der Entwicklung des mathematischen Modells lieferte ich unterstützenden Beitrag.

Publikation 4

Bei dieser Publikation beteiligte ich mich an der Konzeption der Messungen, führte den Hauptteil der Messungen durch und lieferte wesentliche Hauptbeiträge zur Analyse der Messdaten und zur Entwicklung des dargestellten Modells. Ein Erstentwurf der Veröffentlichung wurde ebenfalls von mir verfasst.

3 Atome als Oberflächensensoren

In diesem Teil der Arbeit wird dargestellt, wie mithilfe von ultrakalten atomaren Ensembles Oberflächenstrukturen detektiert werden können. Die Grundlage hierfür ist die elektromagnetische Wechselwirkung zwischen Atomen und Festkörpersystemen, welche ein von deren Abstand abhängiges Potential hervorruft. Die unterschiedlichen Messverfahren, die durch die Rastersondenmikroskopie inspiriert sind, werden dargestellt. Das atomare Ensemble dient in diesem Fall als Sonde für die untersuchten Strukturen. Die vorgestellten Methoden werden im Bezug auf Kraftsensitivität und Ortsauflösung für thermische Atomwolken sowie für Bose-Einstein-Kondensate diskutiert.

Zu einer möglichen Verbesserung der Analyse der Messdaten werden Simulationen mit einer erweiterten Beschreibung der Dynamik des atomaren Ensembles gezeigt und mit experimentellen Daten verglichen.

3.1 Atom-Festkörper-Wechselwirkungen - Dispersionskräfte

Bei der Wechselwirkung von Festkörpersystemen mit Atomen ergeben sich je nach Festkörpersystem unterschiedliche Effekte. Atome haben sowohl elektronische, als auch magnetische Struktur, was es ermöglicht, die elektrischen und magnetischen Eigenschaften der Festkörpersysteme aufgrund der auftretenden Felder am Ort der Atome zu untersuchen.

Die magnetische und elektrische Dipolwechselwirkung zwischen Feld und Atom sorgt für die Beimischung anderer Zustände im atomaren System, was sowohl das statische Wechselwirkungspotential Atom-Festkörper, als auch die Übergänge zwischen den atomaren Zuständen beeinflusst. In diesem Kapitel werden die Effekte auf die atomaren Systeme aufgrund des statischen Wechselwirkungspotentials beziehungsweise die zum Wechselwirkungspotential zugehörigen Dispersionskräfte diskutiert.

Die resultierenden Effekte ergeben sich durch die spektrale Verteilung der vorhandenen magnetischen und elektrischen Fluktuationen, die zur Besetzung unterschiedlicher Moden des elektromagnetischen Feldes führen. Zu unterscheiden sind hier Effekte aufgrund von thermisch besetzten Moden, Vakuumfluktuationen und gezielte Nichtgleichgewichtszustände aufgrund von äußerer Energiezufuhr.

Allgemein können Dispersionskräfte zwischen unterschiedlichen Formen von Materie auftreten: Die zwischen zwei einzelnen Atomen auftretenden Dispersionskräfte werden van-der-

Waals-Kräfte genannt, die Kräfte zwischen zwei makroskopischen Objekten Casimir-Kräfte. Im Falle der Wechselwirkung von Atomen mit einem makroskopischen Festkörper spricht man von Casimir-Polder-Kräften beziehungsweise -Potentialen¹. Die Casimir-Polder-Potentiale können für bestimmte Modellgeometrien explizit analytisch berechnet werden [Scheel and Buhmann, 2008, Dzyaloshinskii et al., 1961, Milonni, 1994]. Die folgende Darstellung orientiert sich an den Arbeiten von [Antezza et al., 2004] und [Druzhinina et al., 2010]. Für die Casimir-Polder-Kräfte mit Festkörpersystemen im Gleichgewicht mit der Umgebung spielen zwei Längenskalen eine Rolle [Antezza et al., 2004]:

Die erste Längenskala ist die thermische Photonenwellenlänge $\lambda_T = \hbar c / (k_B T)$. Da die gezeigten Experimente bei Raumtemperatur durchgeführt wurden, beträgt die thermische Photonenwellenlänge in diesem Fall $7.6 \mu\text{m}$ ($T = 300 \text{ K}$). Für Abstände $d \ll \lambda_T$ spielen die Vakuumfluktuationen eine entscheidende Rolle, da die relevanten Moden des elektromagnetischen Feldes nahezu nicht thermisch besetzt sind (Dies ergibt sich aus der Bose-Einstein-Verteilung). Für $d \gg \lambda_T$ hingegen sind die Casimir-Polder-Kräfte durch thermische Anregungen dominiert.

Die zweite Längenskala λ_{opt} ergibt sich aus den optischen Eigenschaften von Festkörper und Atom. Sie ist meist ein Bruchteil der atomaren Übergangswellenlänge (Für ^{87}Rb und Silizium ist beispielsweise $\lambda_{opt} \approx 73 \text{ nm}$ [Druzhinina et al., 2010]). Für Abstände $d \gg \lambda_{opt}$ Retardierungseffekte aufgrund der endlichen Ausbreitungsgeschwindigkeit des elektromagnetischen Feldes miteinbezogen werden (diese wurden erstmals von Casimir und Polder beschrieben [Casimir and Polder, 1948]). Diese Effekte haben Einfluss auf die Potentialform. So ändert sich beispielsweise die Abstandsabhängigkeit des Casimir-Polder-Potentials zwischen einem Atom und einer Wand von $1/x^3$ im Bereich $d \ll \lambda_{opt}$ zu $1/x^4$ im retardierten Bereich $d \gg \lambda_{opt}$.

Für die in dieser Arbeit diskutierten Effekte ist jedoch der Abstandsbereich $\lambda_{opt} \ll d < \lambda_T$ interessant, weshalb thermische Effekte vernachlässigt werden und Retardierung miteinbezogen wird.

¹In der Literatur existieren zwei unterschiedliche Namensgebungen. In dieser Arbeit wird die Nomenklatur aus [Scheel and Buhmann, 2008] verwendet, weshalb die Potentiale durchgehend als Casimir-Polder-Potentiale bezeichnet werden

3.2 Kaltatommikroskopie - Messprinzip

Der Effekt der Casimir-Polder-Potentiale auf die gefangenen atomaren Ensembles wird im Folgenden für einen eindimensionalen Fall dargestellt um das Messprinzip zu verdeutlichen: Als Beispielsystem wird die Wechselwirkung eines Siliziumsubstrats mit einem ^{87}Rb -Atom verwendet. Das Gesamtpotential eines Rubidiumatoms der Masse m , welches in einem magnetischen harmonischen Oszillatorpotential mit Oszillatorfrequenz ω gefangen ist, ergibt sich in der Nähe eines Dielektrikums, welches sich im Halbraum $x \leq 0$ befindet, zu

$$U_{tot}(x) = U_{int}(x) + \frac{1}{2}m\omega^2(x - x_0)^2 + U_{ads}(x) \quad (3.1)$$

Hier ist $U_{int}(x)$ das Atom-Oberflächen-Wechselwirkungspotential welches in den in dieser Arbeit relevanten Abstandsbereichen im thermischen Gleichgewicht der Oberfläche mit der Umgebung genähert werden kann als [Druzhinina et al., 2010]

$$U_{int}(x) = -\frac{C_4}{x^3(x + \lambda_{opt})} \approx -\frac{C_4}{x^4} \quad (3.2)$$

Für Rubidiumatome im Grundzustand (mit Polarisierbarkeit $\alpha_0 = 47.3 \text{ \AA}^3$) und Silizium (mit statischer Dielektrizitätszahl $\varepsilon(0) = 11.7$) beträgt der Koeffizient $C_4 = 1.22 \cdot 10^{-55} \text{ J m}^4$ [Druzhinina et al., 2010] und die Wellenlänge $\lambda_{opt} \approx 73 \text{ nm}$ [Druzhinina et al., 2010]². Ein weiteres auftretendes Potential $U_{ads}(x)$ kann sich durch das Anlagern von Atomen an die Festkörperoberfläche ergeben: Die angelagerten Atome bilden eine permanente elektrische Dipolschicht aus welche für eine gewisse elektrostatische Feldverteilung sorgt. Diese Adsorbatpotentiale wurden für unterschiedliche Materialien durch [McGuirk et al., 2004] vermessen, werden jedoch in dieser Arbeit nicht weiter diskutiert.

Abbildung 3.1a) zeigt den Effekt des Casimir-Polder-Potentials auf das Gesamtpotential.

Das Gesamtpotential wird zum Festkörper hin geöffnet und daher anharmonisch, was es ermöglicht das Casimir-Polder-Potential beispielsweise aufgrund der Veränderung der Oszillationsfrequenz für unterschiedliche Oberflächenabstände zu bestimmen [Antezza et al., 2004, Harber et al., 2005] oder über auftretende Atomzahlverluste Rückschlüsse auf die verbleibende Potentialtiefe zu ziehen. Um Atomzahlverluste zu analysieren, sollte die geometrische Oberflächenposition des Festkörpers (in diesem Fall gegeben durch $x = 0 \text{ \mu m}$) von der *effektiven Oberflächenposition* des Festkörper unterschieden werden. Für kleinere Abstände x_0 nimmt die Falltiefe ΔU ab, bis keine Falle mehr existiert. Der Punkt x_0 , an dem keine Falle mehr existiert, definiert in dieser Arbeit die effektive Oberflächenposition des Festkörpersystems, welche auch vom magnetischen Potential abhängt. Die maximale Falltiefe in Abhängigkeit des Abstandes x_0 von der Oberfläche ist in Abbildung 3.1b)

²Der Koeffizient berechnet sich mit $C_4 = 3\alpha_0\hbar c(\varepsilon(0) - 1)\Phi(\varepsilon(0)) / (8\pi(\varepsilon(0) + 1))$ und $\Phi(\varepsilon) = \frac{\varepsilon+1}{\varepsilon-1} \left(\frac{1}{3} + \varepsilon + \frac{4-(\varepsilon+1)\sqrt{\varepsilon}}{2(\varepsilon-1)} - \frac{\sinh^{-1}(\sqrt{\varepsilon-1})(1+\varepsilon+2\varepsilon(\varepsilon-1)^2)}{2(\varepsilon-1)^{3/2}} + \frac{\varepsilon^2(\sinh^{-1}(\sqrt{\varepsilon})-\sinh^{-1}(1/\sqrt{\varepsilon}))}{\sqrt{\varepsilon+1}} \right)$ [Antezza et al., 2004].

dargestellt. Die effektive Oberflächenposition befindet sich für die gängigen Fallenfrequenzen ω im μm -Bereich.

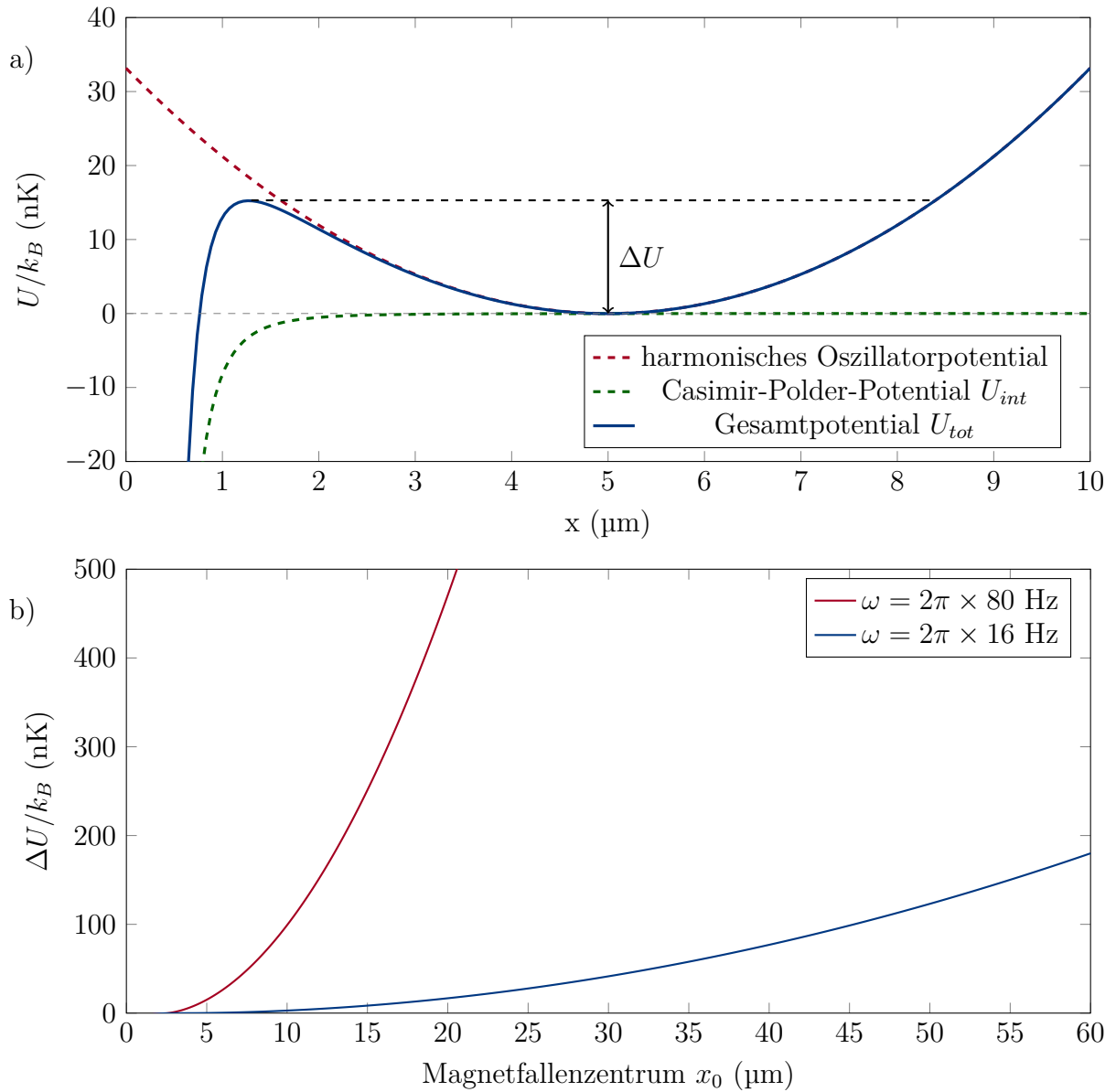


Abbildung 3.1: **a)** Darstellung des atomaren Potentials in der Nähe einer planaren Oberfläche bei $x = 0$: Das magnetische Potential $U_{mag} = \frac{1}{2}m\omega^2(x - x_0)^2$ (rote Kurve) wurde mit einer Fallenfrequenz von $\omega = 2\pi \times 80$ Hz berechnet und hat sein Minimum bei $x_0 = 5$ μm . Für das Casimir-Polder-Potential (rote Kurve) wurde das Modellpotential $U_{int} = -\frac{C_4}{x^4}$ mit $C_4 = 1.22 \cdot 10^{-55}$ J m $^{-4}$ verwendet. Das Gesamtpotential $U_{mag} + U_{int}$ (blaue Kurve) öffnet sich zum Festkörper hin und begrenzt somit die maximale Falltiefe ΔU . **b)** Darstellung der maximalen Falltiefe ΔU in Abhängigkeit des Magnetfallenzentrums x_0 für zwei Fallenfrequenzen ω . Die Falle verschwindet bei $x_0 = 2.6$ μm ($\omega = 2\pi \times 80$ Hz) beziehungsweise $x_0 = 4.45$ μm ($\omega = 2\pi \times 16$ Hz)

3.3 Kaltatommikroskopie - Realisierung und Messungen

[Publikation 1]

Eine Abbildung von Nanostrukturen mittels ultrakalter Systeme wurde im Rahmen der Dissertationen von Michael Gierling [Gierling, 2011] und Philipp Schneeweiss [Schneeweiss, 2011] mit unterschiedlichen Messverfahren realisiert und in [Publikation 1] veröffentlicht. Die Messverfahren werden im Folgenden erläutert, um die Arbeit in den passenden Kontext zu setzen.

Im *Kontakmodus* werden die aufgrund der verringerten Falltiefe auftretenden Atomzahlverluste für unterschiedliche Abstände gemessen [Hunger et al., 2010, Lin et al., 2004]. Im *dynamischen Modus* wirkt die Veränderung der Fallenfrequenz $\Delta\omega_x$ aufgrund des Oberflächenpotentials bestimmt. Zusätzlich zu diesen beiden Verfahren ist es möglich die gefangenen atomaren Ensembles in vollen Überlapp mit den Festkörpersystemen zu bringen, was es ermöglicht mit streutheoretischen Ansätzen im *Streumodus* das Wechselwirkungspotential zu bestimmen [Schneeweiss et al., 2012]³.

Zur Kaltatommikroskopie wird der Trägerchip [Günther et al., 2005] verwendet, welcher in Abbildung 3.2a dargestellt ist: Mithilfe der Leiterbahnen A1-A8 und R1-R3 können durch passende Ströme Magnetfallenpotentiale erzeugt werden und durch zeitliches Verändern der Ströme die gefangenen atomaren Ensembles transportiert werden. Das magnetische Förderband erlaubt das Positionieren der Atome in einem Bereich von $20 \text{ mm}^2 \times 500 \text{ }\mu\text{m}$. Auf dem magnetischen Förderband aufgebrachte Nanochips können mit diesem System untersucht werden. Die Stromkonfigurationen zur Positionierung in der Nähe der Nanochips sind in [Gierling, 2011] dokumentiert.

Die erwähnten Modi zur Kaltatommikroskopie wurden auf die in Abbildung 3.2 gezeigten Strukturen aus senkrecht auf einem Siliziumsubstrat stehenden Kohlenstoffnanoröhren angewendet. Die Nanostrukturen wurden in der Arbeitsgruppe von Professor Kern an der Universität Tübingen hergestellt [Löffler et al., 2011]. Experimente wurden hier an Wäldern von Kohlenstoffnanoröhren (Abbildung 3.2b), sowie an einer einzelnen Kohlenstoffnanoröhre, welche von einem Zaun aus Kohlenstoffnanoröhren umrandet ist (Abbildung 3.2c), durchgeführt.

³Der Streumodus wird in dieser Arbeit nicht behandelt

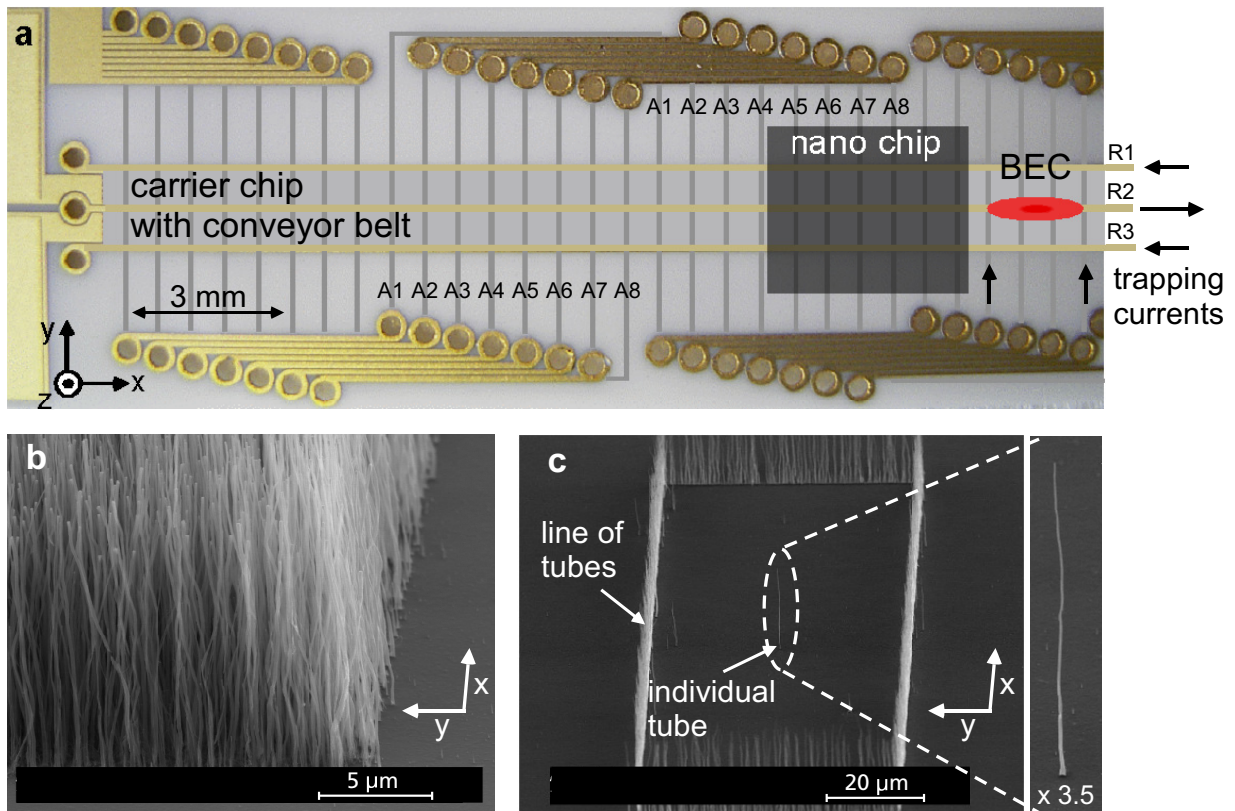


Abbildung 3.2: Übersicht des Messaufbaus für die Kaltatommikroskopie an Nanostrukturen: (a) Mit dem Trägerchip (*carrier chip*) wird ein Bose-Einstein-Kondensat (BEC) präpariert, welches über das magnetische Förderband (*conveyor belt*) an unterschiedliche Positionen relativ zu den Nanostrukturen positioniert werden kann. Die Nanostrukturen befinden sich auf einem Siliziumsubstrat (*nano chip*), welches auf den Trägerchip geklebt ist. (b) Rasterelektronenaufnahmen der Nanostrukturen auf dem *nano chip*: Der Rand eines Waldes von senkrecht auf einem Siliziumsubstrat stehenden Kohlenstoffnanoröhren mit einer Höhe von $20 \pm 2 \mu\text{m}$. (c) Linkes Bild: Ein Kohlenstoffnanoröhrenzaun, der ein rechteckiges Feld von $150 \times 50 \mu\text{m}$ umrandet. In der Mitte des Feldes steht eine einzelne Kohlenstoffnanoröhre. Rechts: Großaufnahme der in der Mitte stehenden, einzelnen Kohlenstoffnanoröhre. Die Röhre hat eine Länge von $10.25 \mu\text{m}$. Alle Bilder wurden unter einem Winkel aufgenommen, was die Verzerrungen erklärt. Die Abbildung wurde aus [Publikation 1] entnommen.

3.3.1 Kontaktmodus

Im Kontaktmodus wird die ultrakalte Atomwolke analog zur Rasterkraftmikroskopie in Kontakt mit dem Festkörper gebracht. Zur Analyse können je nach Messsituation unterschiedliche Modelle angewendet werden (im Abschnitt 3.4 werden weitere Modelle diskutiert, ein einfaches Modell, welches eine analytische Berechnung erlaubt, soll hier dargestellt werden). Unter der Annahme, dass während der Wechselwirkungszeit die atomare Dichte stationär ist, kann der Atomzahlverlust über den Überlapp der Dichteverteilung mit der Nanostruktur berechnet werden. Für eine Anfangsatomzahl N_0 ergibt sich hiermit die verbleibende Atomzahl zu

$$N = N_0 - \int_{V_{FK}} n(\vec{r}) dV \quad (3.3)$$

wobei $n(\vec{r})$ die atomare Dichteverteilung und V_{FK} das Volumen des Festkörpers ist. Für thermische Ensembles, die der Boltzmann-Verteilung folgen, und einen im negativen x-Halbraum ausgedehnten Festkörper ergibt sich die verbleibende Atomzahl zu

$$N_{therm} = N_0 \cdot \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(-\frac{x_0}{\sqrt{2}\sigma_x} \right) \quad (3.4)$$

mit $\sigma_x = \sqrt{k_B T / (m_{Rb} \omega_x^2)}$. Aufgrund der auftretenden Fehlerfunktion wird dieses Modell im Folgenden als Fehlerfunktionsmodell bezeichnet.

Das Modell ist in dieser Form anwendbar, solange die Wechselwirkungszeiten deutlich kürzer sind als die Oszillationsperiode der einzelnen Atome in der Magnetfalle. Mit diesem Modell konnte die Höhe des Kohlenstoffnanoröhrenwaldes bei kurzer Wechselwirkungszeit bestimmt werden. Abstandsabhängige Verlustkurven können jedoch auch im Falle längerer Wechselwirkungszeiten durch eine Fehlerfunktion angenähert werden, wie beispielsweise die Messungen in Abbildung 3.3 zeigen, welche einmal über dem blanken Siliziumsubstrat und einmal über der Kohlenstoffnanoröhre erfolgten. Für die verwendete Wechselwirkungszeit von 2 s ist die Näherung der stationären Dichteverteilung nicht gerechtfertigt, die Breite und Position der Fehlerfunktion sind somit nicht mehr den in Gleichung 3.4 beschriebenen Parametern zuzuordnen. Aus dem relativen Versatz $\Delta = 7.9 \mu\text{m}$ zwischen den beiden Verlustkurven können jedoch Höheninformationen über die Nanostrukturen gewonnen werden.

Wird die effektive Oberflächenposition des Siliziumsubstrats (welches $2.3 \mu\text{m}$ höher liegt als das Substrat) hinzugezogen, so zeigt sich eine gute Übereinstimmung zwischen der mit dem Rasterelektronenmikroskop bestimmten Länge der Kohlenstoffnanoröhre ($10.25 \mu\text{m}$) und der mittels Kaltatommikroskopie bestimmten Länge ($10.2 \pm 0.3 \mu\text{m}$).

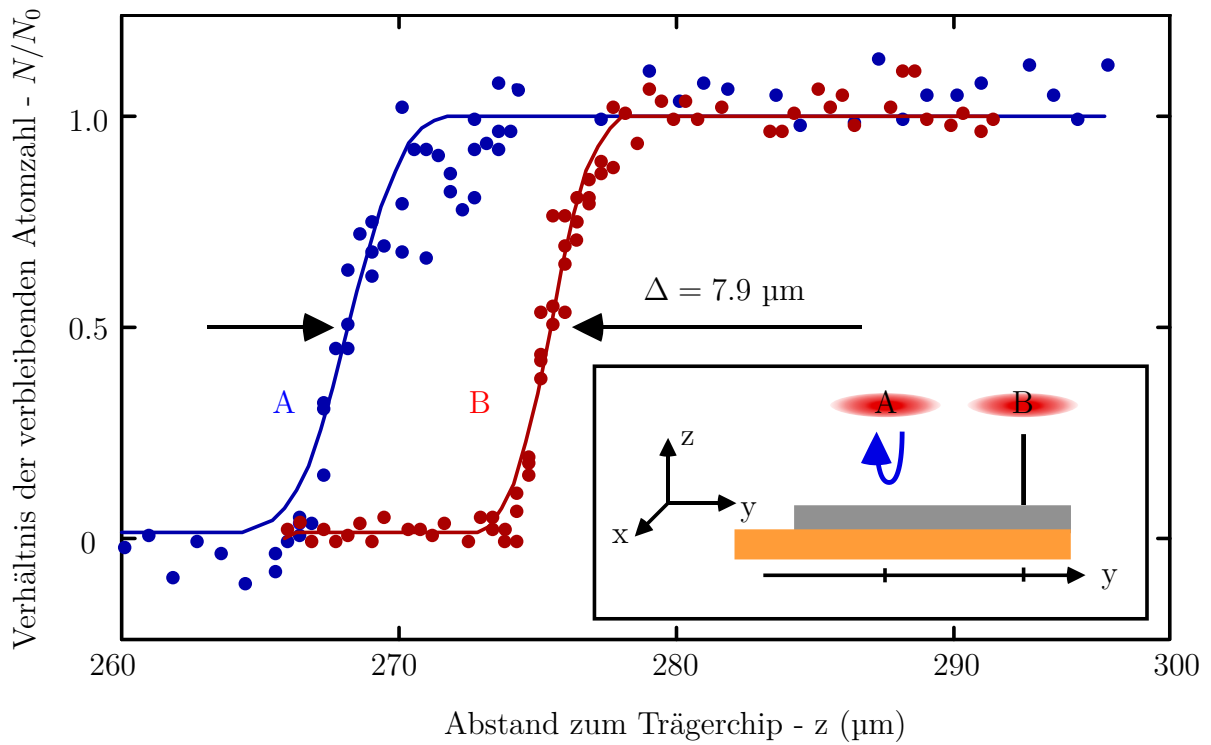


Abbildung 3.3: Messung der verbleibenden Atomzahlen in einem Bose-Einstein-Kondensat für unterschiedliche Substratabstände: Eine Messung wurde über dem blanken Siliziumsubstrat durchgeführt (A, blau), die zweite Messung (B, rot) am Ort der einzelnen Nanoröhre aus Abbildung 3.2c. Der Abstand zum Trägerchip ergibt sich durch das Siliziumsubstrat. Die Abbildung wurde aus [Publikation 1] entnommen und angepasst.

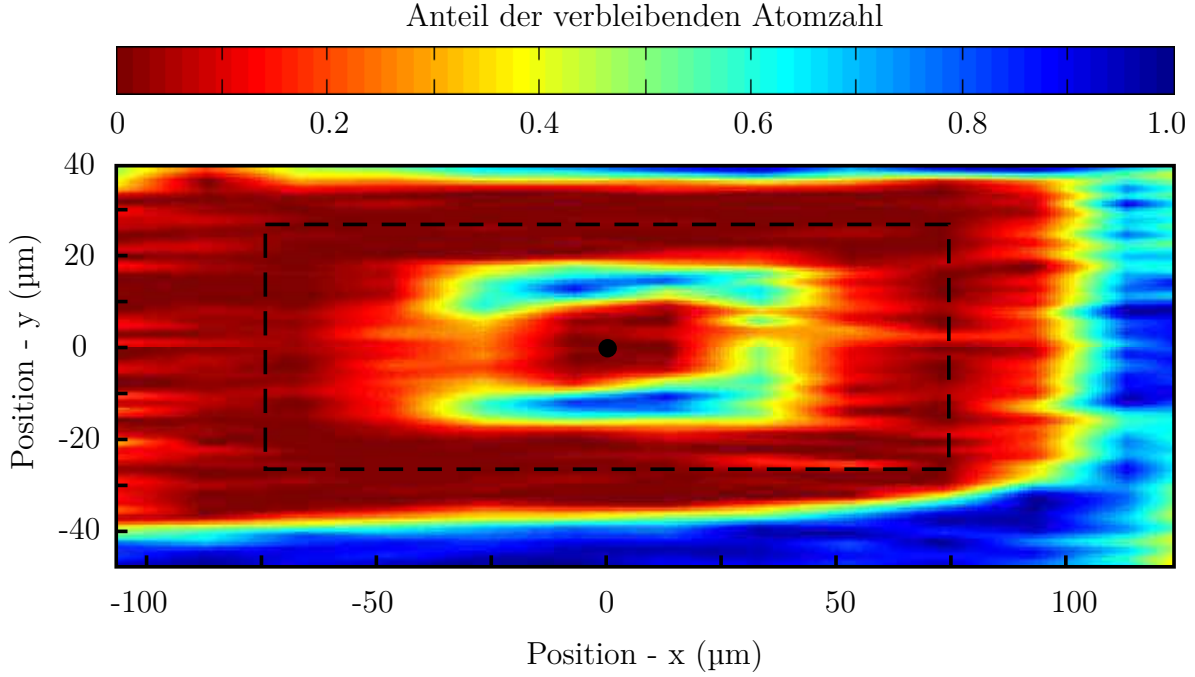


Abbildung 3.4: 2D-Rasterscan der Struktur aus Abbildung 3.2c bei konstanter Höhe (10 µm) über dem Siliziumsubstrat: Die verbleibende Atomzahl nach fester Wechselwirkungszeit von 2 s verringert sich bis auf 0 an den Stellen, an denen sich Kohlenstoffnanoröhren befinden. Zur Messung wurde ein BEC mit 2×10^4 Atomen verwendet. Die Verbreiterung der einzelnen Kohlenstoffnanoröhre kommt aufgrund der endlichen Ausdehnung des BECs in der Magnetfalle zustande. Die Abbildung wurde aus [Publikation 1] entnommen und angepasst.

Auch die Topographie der in Abbildung 3.2b gezeigten Struktur kann mithilfe von Atomzahlverlusten abgebildet werden (siehe Abbildung 3.4). Hierfür wurden mit Bose-Einstein-Kondensaten die Atomzahlverluste an unterschiedliche x-y-Positionen in einer Höhe von 10 µm über der Siliziumoberfläche gemessen. An den Stellen des Kohlenstoffnanoröhrenzauns und der einzelnen Kohlenstoffnanoröhre (bei $x = y = 0$) treten erhöhte Verluste auf, die eine Abbildung der Topographie erlauben.

Die Ortsauflösung des Kaltatommikroskops ist in dieser Messung durch die Ausdehnungen der atomaren Sonde in x/y-Richtung gegeben: Diese Ausdehnung ist für ein Bose-Einstein-Kondensat über den Thomas-Fermi-Radius $R_i = \sqrt{2\mu/(m\omega_i^2)}$ mit dem chemischen Potential $\mu = \hbar\omega_{HO}/2 \cdot (15Na/a_{HO})^{2/5}$, der mittleren harmonischen Oszillatorfrequenz $\omega_{HO} = (\omega_x\omega_y\omega_z)^{1/3}$, der Oszillatorlänge $a_{HO} = \sqrt{\hbar/(m\omega_{HO})}$ und der ^{87}Rb -Streulänge $a = 5.77$ nm gegeben. Für die Magnetfallenparameter $\omega_{(x/y/z)} = 2\pi \cdot (16/80/80)$ Hz ergeben sich die Thomas-Fermi-Radien für ein Bose-Einstein-Kondensat mit $N = 2 \times 10^4$ Atomen zu $R_{(x/y/z)} = (18.7/3.7/3.7)$ µm. Der größere Thomas-Fermi-Radius in x-Richtung erklärt somit das anisotrope Verschmieren der einzelnen Kohlenstoffnanoröhre sowie des Kohlenstoffnanoröhrenzauns (gestrichelte Linie) in Abbildung 3.4.

Das beste erreichbare Auflösungsvermögen im Falle verschwindender interatomarer Wechselwirkung (was beispielsweise mittels einer Feshbach-Resonanz erreicht werden könnte [Inouye

et al., 1998]) ist durch die harmonische Oszillatorlänge a_{HO} gegeben und kann für hinreichend hohe Fallenfrequenzen von einigen zehn bis 100 kHz Werte im Bereich von einigen zehn Nanometern erreichen.

Eine weitere Möglichkeit zur Verringerung der Wechselwirkung könnte das in Abschnitt 4 verwendete Schema der Einzelatomdetektion sein, da hiermit auch geringe Teilchenzahlen detektiert werden können. Für thermische Wolken ist die Auflösung durch die räumlichen Breiten $\sigma_i = \sqrt{k_B T / (m \omega_i^2)}$ bestimmt.

3.3.2 Dynamischer Modus

Statt der Abbildung von Atomzahlverlusten können die aufgrund des Casimir-Polder-Potentials veränderten Fallenfrequenzen und Schwingungsamplituden (im Stile eines *dynamischen Modus* beim Rasterkraftmikroskop [Giessibl, 2003]) bestimmt werden, ohne das atomare Ensemble in Überlapp mit dem Festkörper zu bringen.

Diese Technik wurde schon in einigen Experimenten mit kalten Atomen und unstrukturierten Oberflächen verwendet um beispielsweise den Effekt von adsorbierten Atomen [McGuirk et al., 2004], das Casimir-Polder-Potential [Harber et al., 2005] und dessen Temperaturabhängigkeit [Obrecht et al., 2007] zu untersuchen.

In [Publikation 1] wurde dieser dynamische Modus durch Messung der Eigenschwingungsfrequenz und -amplitude eines Bose-Einstein-Kondensats in der Nähe der einzelnen Kohlenstoffnanoröhre demonstriert. Hierzu wurde ein Bose-Einstein-Kondensat durch Verfahren des Magnetfallenzentrums in Eigenschwingungen versetzt⁴. Mithilfe von Absorptionsabbildungen wurde an unterschiedlichen y-Positionen Schwingungsamplitude und -frequenz bestimmt. Bei den Messungen konnten die Atomzahlverluste kleiner als 10% der Gesamtatomzahl gehalten werden. Abbildung 3.5 zeigt die Änderung der gemessenen Schwingungsfrequenzen sowie die resultierenden Schwingungsamplituden. In der Nähe der Kohlenstoffnanoröhre zeigt sich ein geringes Absinken der Schwingungsfrequenz und eine deutlich erhöhte Schwingungsamplitude bei gleichem Versatz der Magnetfalle zur Anregung der Schwerpunktsoszillation. Aus dieser Veränderung kann die gemessene Kraft aufgrund des Casimir-Polder-Potentials abgeschätzt werden, welche sich zu $0.2 \text{ yN} = 0.2 \cdot 10^{-24} \text{ N}$ ergibt.

Die Messung dieser extrem kleinen Kräfte ist aufgrund der geringen Fallenfrequenzen der Magnetfallen möglich. Ein Nachteil der bisherigen Methode ist die Geschwindigkeit, mit der die Schwerpunktschwingungen erfasst werden. Mit der konventionellen Abbildung der atomaren Ensembles durch Absorption nach Flugzeitexpansion [Ketterle et al., 1999] wird die Wolke bei der Abbildung zerstört, was eine Rekonstruktion einer Dynamik nur durch wiederholte Präparation vergleichbarer atomarer Ensembles und zeitversetztes Abbilden erlaubt. Dies resultierte bei der in Abbildung 3.5 gezeigten Messung in einer Messdauer von mehreren Stunden. Ansätze zur Verringerung der Messdauer werden im Abschnitt 4 vorgestellt.

⁴Das Magnetfallenzentrum wurde in 5ms von einem Abstand von $20\mu\text{m}$ zur Oberfläche des Nanochips auf einen Abstand von $10\mu\text{m}$ verfahren. Da diese Verfahrzeit kürzer ist als die Oszillationsperiode eines Teilchens in der Magnetfalle (12.5 ms), wird hierdurch eine Schwingung angeregt.

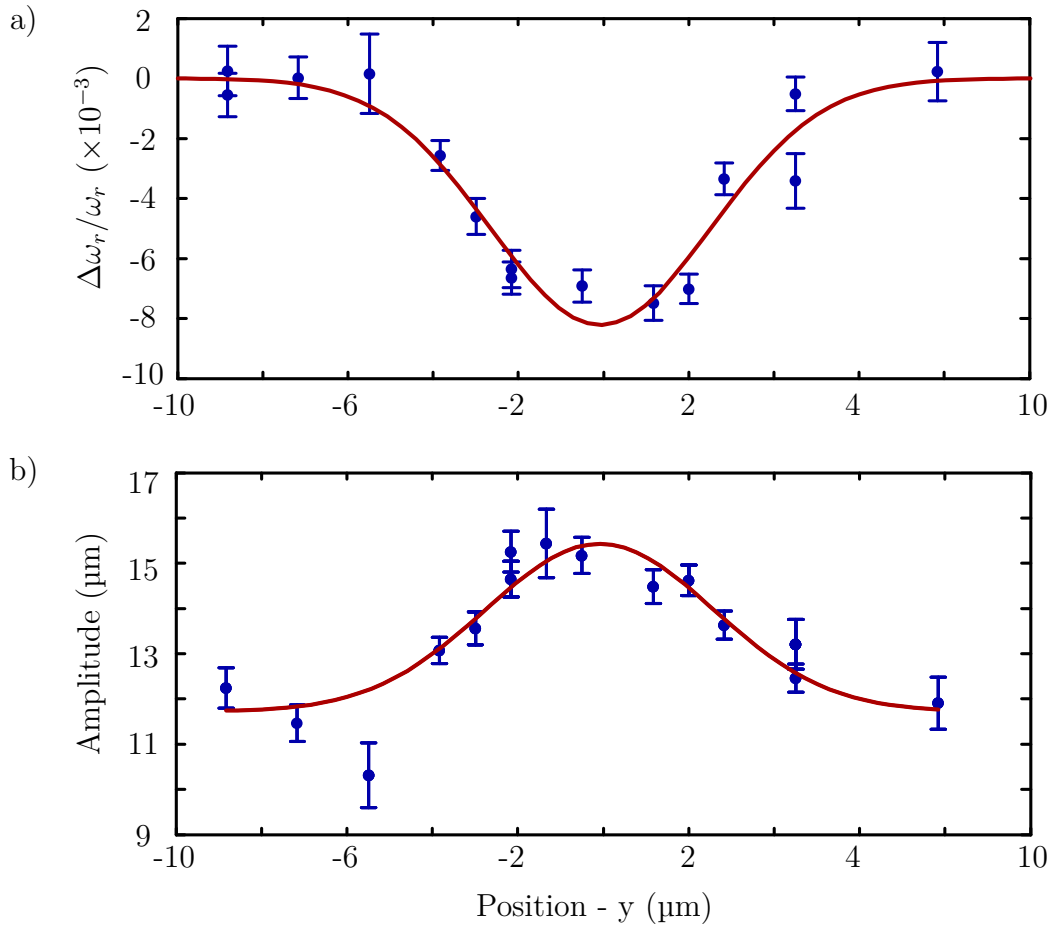


Abbildung 3.5: Messungen im dynamischen Modus des Kaltatommikroskops: (a) Änderung der Schwingungsfrequenz der Schwerpunktsbewegung des BECs in der Nähe der einzelnen Kohlenstoffnanoröhre: In der Nähe der Kohlenstoffnanoröhre verringert sich die Schwingungsfrequenz, da das attraktive Casimir-Polder-Potential die Falle aufbiegt. (b) Schwingungsamplitude in der Nähe der einzelnen Kohlenstoffnanoröhre: Aufgrund des Versatz des Magnetfallenpotentials zur Anregung der Schwingung ergibt sich durch das Casimir-Polder-Potential in der Nähe der Kohlenstoffnanoröhre eine erhöhte Schwingungsamplitude. Die Abbildung wurde aus [Publikation 1] entnommen und angepasst.

3.4 Erweiterte Modelle zum Kontaktmodus

[Publikation 2]

Das bei der Analyse des Kontaktmodus beschriebene Fehlerfunktionsmodell durch Berechnung des Überlapps der atomaren Gleichgewichtsverteilung mit dem Volumen des Festkörpers stellt eine Vereinfachung dar. So werden beispielsweise Effekte wie Thermalisierung des atomaren Ensembles [Reichel et al., 1999, Harber et al., 2003] sowie die Dynamik während der Wechselwirkung vernachlässigt. Zur Analyse weiterer Effekte wurden durch Johannes Märkle (Arbeitsgruppe Prof. Thomas Judd an der Universität Tübingen) Simulationen mit dem Zaremba-Nikuni-Griffin (ZNG) Modell entwickelt [Zaremba et al., 1999, Griffin et al., 2009], welche die Beschreibung der Dynamik für kalte Ensembles bei endlichen Temperaturen ermöglichen.

Um die Übereinstimmung dieser Simulationen mit dem Experiment zu überprüfen, wurden in [Publikation 2] experimentell bestimmte Atomzahlen nach Wechselwirkung mit einem Siliziumsubstrat mit dem ZNG-Modell verglichen. Im Experiment wurde hierzu eine Atomwolke mit Teilchenzahl N_0 und einer Temperatur T in einer Magnetfalle (Fallenfrequenzen $\omega_{x/y/z} = 2\pi \cdot (16/85/85)$ Hz) im Abstand $x_0 \approx 135 \mu\text{m}$ von der Siliziumoberfläche präpariert. Die Atomwolke wurde innerhalb einer Sekunde an die Position x_s verfahren. Nach einer Haltezeit t wurde die Atomwolke innerhalb von 300 ms zurückgefahren und mittels Flugzeitexpansion die verbleibende Atomzahl gemessen. In Abbildung 3.6 sind die verbleibenden Atomzahlen für unterschiedliche Haltezeiten t bei festem x_s und für unterschiedliche Positionen x_s bei fester Haltezeit $t = 600$ ms dargestellt. Die Experimente sind in guter Übereinstimmung mit den Simulationen. Bei Präparation von Ensembles knapp über der kritischen Temperatur kann sowohl in den Messungen als auch in den Simulationen ein Wachstum des Kondensatsanteils beobachtet werden - ein Zeichen, dass Thermalisierungseffekte eine signifikante Rolle einnehmen.

In Abbildung 3.6 werden unterschiedliche Modelle mit der vollen ZNG-Simulation und den Messungen verglichen: Die volle Simulation beschreibt die Messdaten gut. Mithilfe der anderen Modelle lässt sich jedoch noch etwas über das Regime lernen, in dem das evaporative Kühlen aufgrund des Teilchenzahlverlustes stattfindet. Hierzu soll kurz eine Erweiterung eines von [Lin et al., 2004] verwendeten Modells diskutiert werden, welches die verbleibende Atomzahl $N(\Delta U)$ aus der Atomwolke nicht im Ortsraum, sondern im Energieraum aufgrund der endlichen Falltiefe ΔU berechnet:

$$\frac{N(\Delta U)}{N_0} = \frac{\int_0^{\Delta U} D(E) e^{-E/(k_B T)} dE}{\int_0^{\infty} D(E) e^{-E/(k_B T)} dE} \quad (3.5)$$

Hierbei ist $D(E)$ die Zustandsdichte, welche für ein harmonisches Oszillatorpotential proportional zu E^{d-1} mit der Dimensionalität des Verlustvorgangs d ist. Interessant sind bei

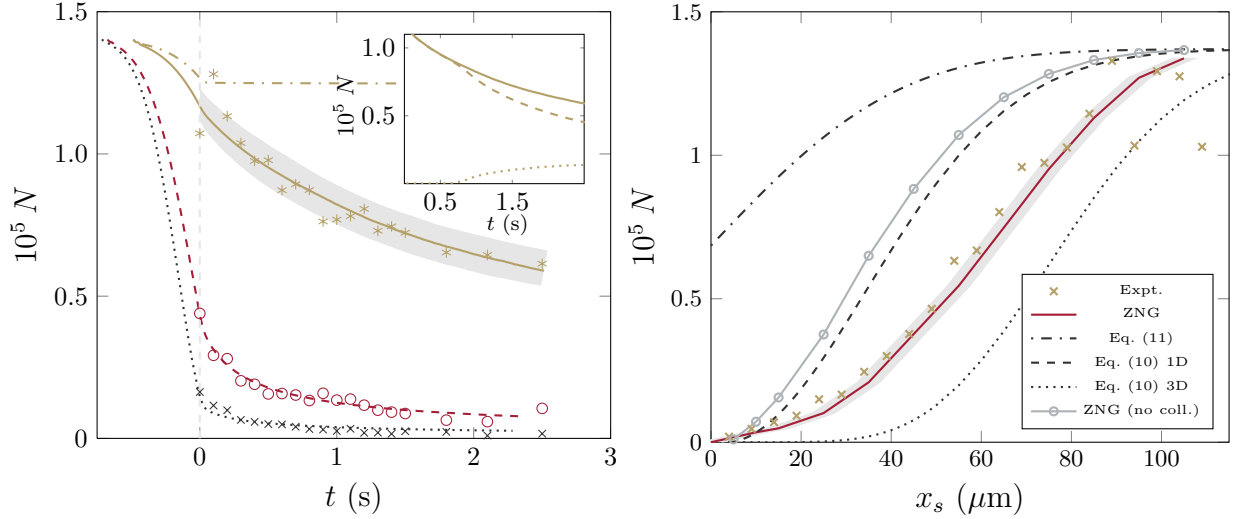


Abbildung 3.6: links: Messungen (Kreuze/Kreise/Sterne) und Simulationen (Linien) der verbleibenden Atomzahl eines atomaren Ensembles mit Anfangsatomzahl $N_0 = 1.4 \times 10^5$ und Anfangstemperatur T , welches auf unterschiedliche Abstände x_s (gold: $x_s = 68 \mu\text{m}$, $T = 140 \text{ nK}$; rot: $x_s = 30 \mu\text{m}$, $T = 130 \text{ nK}$; schwarz: $x_s = 15 \mu\text{m}$, $T = 130 \text{ nK}$) gefahren wurde. Die goldene Linie mit Strich-Punkt zeigt eine Simulation für einen Abstand von $68 \mu\text{m}$ ohne Kollisionen der Teilchen innerhalb der Wolke, wodurch sich die Verluste verringern. Inset: Gezeigt sind Gesamtatomzahl (durchgezogene Linie), Kondensatsatomzahl (gepunktete Linie) und Anzahl der Atome im thermischen Anteil (gestrichelt) aus der Simulation nach Erreichen des Haltepunkts am Substrat für einen Abstand von $68 \mu\text{m}$. rechts: Messungen (Kreuze) und Simulationen/Modelle (Linien) der verbleibenden Atomzahl für unterschiedliche Oberflächenabstände bei fixer Haltezeit $t = 600 \text{ ms}$ mit einer Anfangsatomzahl $N_0 = 1.37 \times 10^5$ und einer Anfangstemperatur von 115 nK . Die volle Simulation mit ZNG (rot) liegt zwischen dem 1D-Energieabschneidemodell (gestrichelt) und 3D-Energieabschneidemodell (gepunktet) und beschreibt die experimentellen Daten gut. Eine Simulation ohne Kollisionen (graue Linie mit Punkten) liefert zu hohe Atomzahlen. Wie zu erwarten, zeigt das Fehlerfunktionsmodell mit Oberflächenposition bei $x = 0 \mu\text{m}$ deutlich zu hohe Atomzahlen. Die Abbildung wurde aus [Publikation 2] entnommen.

diesem Modell die Fälle $d = 1$ und $d = 3$. Im Falle von $d = 1$ sind die Teilchenverluste durch die Teilchen gegeben, deren Energiekomponente E_x in Richtung des Festkörpers größer als die Falltiefe ΔU ist. Die Falltiefe ist lediglich in diese Richtung reduziert, die anderen Richtungen senkrecht dazu bleiben unverändert. Man geht in diesem Fall davon aus, dass die Teilchen ihre Energie nicht in Form von Stößen in andere Richtungen umverteilen können. Die charakteristische Zeitkonstante τ_{el} für elastische Stöße im Fallenzentrum einer thermischen Atomwolke mit $N = 1.37 \times 10^5$ Atomen bei einer Temperatur von $T = 115$ nK beträgt⁵ $\tau_{el} = 23$ ms [Ketterle and van Druten, 1996]. Für die verwendeten Wechselwirkungszeiten ist somit auch eine Umverteilung der Energie aus den anderen Dimensionen möglich.

Im Falle $d = 3$ ergeben sich die Teilchenverluste durch alle Teilchen der Energie $E = E_x + E_y + E_z$, die größer als ΔU ist, es wird davon ausgegangen, dass die Teilchen oft stoßen und somit ihre komplette Energie zur Verfügung haben, um den Potentialwall der Höhe ΔU in Richtung des Festkörpers zu überwinden. Integration von Gleichung (3.5) in diesen beiden Fällen liefert mit dem dimensionslosen Parameter $\eta = \Delta U / (k_B T)$:

$$N(\eta) = N_0 \begin{cases} 1 - e^{-\eta} & : d = 1 \\ 1 - (1 + \eta + \frac{1}{2}\eta^2)e^{-\eta} & : d = 3 \end{cases} \quad (3.6)$$

Eine Simulation ohne Kollisionen (graue Kurve mit Punkten) zeigt hier, dass bei den gegebenen Wechselwirkungszeiten die simulierten Atomzahlverluste gut durch $d = 1$ beschrieben werden können (wie auch zu erwarten, da ohne Kollisionen keine Umverteilung der Energie aus den Richtungen stattfindet). Der Fall $d = 3$ liefert deutlich höhere Verluste und repräsentiert eine Untergrenze für den Fall, dass keine Heizeffekte auftreten. Durch Thermalisierung tritt beim Atomzahlverlust ein Kühleffekt auf, der die Atomzahlverluste verringert. Es ist daher zu erwarten, dass die Verlustkurven sich meist zwischen dem Fall $d = 1$ und $d = 3$ befinden - wie auch in diesem Fall.

Die reduzierte Dimensionalität im Kühlvorgang im Vergleich zu anderen gängigen Verfahren wie dem Radiofrequenzkühlen, bei dem die Falltiefe in allen Richtungen reduziert wird (entspricht $d=3$) macht den Kühlvorgang an der Oberfläche weniger effizient, da in diesem Fall mehr inelastische Stöße und Stöße mit dem Hintergrundgas stattfinden [Ketterle and van Druten, 1996]. Es bieten sich jedoch auch Vorteile: So wurde dieses Kühlen durch Anfahren einer Festkörperoberfläche beispielsweise in [Colombe et al., 2007] verwendet, um eine stabile Atomzahl in der Präparation von Bose-Einstein-Kondensaten mit geringer Teilchenzahl zu erreichen.

⁵Diese ergibt sich durch $\tau_{el} = (n_0 \sigma \bar{v} \sqrt{2})^{-1}$ mit der zentralen Dichte $n_0 = \frac{Nm^{3/2} \omega_x \omega_y \omega_z}{(2\pi k_B T)^{3/2}}$, dem Stosswirkungsquerschnitt $\sigma = 8\pi a^2$ mit s-Wellen-Streulänge $a = 5.77$ nm und der mittleren thermischen Geschwindigkeit $\bar{v} = \sqrt{\frac{8k_B T}{\pi m}}$

3.5 Limitierungen im dynamischen Modus

Im Bereich der Rasterkraftmikroskopie ist eine gängiges Verfahren zur Rekonstruktion des Wechselwirkungspotentials die dynamische Kraftspektroskopie [Hölscher et al., 2002]. Hierbei kann durch Analyse der Schwingungsfrequenzen des Cantilevers in unterschiedlichen Abständen zur Oberfläche das Wechselwirkungspotential zwischen Probe und Spitze berechnet werden. Diese dynamische Kraftspektroskopie bei Rasterkraftmikroskopen zeigt Gemeinsamkeiten mit der Analyse der Schwerpunktbewegungen im dynamischen Modus der Kaltatommikroskopie.

Es sei jedoch erwähnt, dass trotz dieser Gemeinsamkeiten die Rasterkraftmikroskopie und die Kaltatommikroskopie aufgrund der Struktur der Sonde unterschiedliche Effekte zeigen können. Zum Einen wird bei Rasterkraftmikroskopen als Sonde ein starrer Körper verwendet, wohingegen bei der Kaltatommikroskopie entweder ein atomares Gas (thermische Atomwolke) oder ein fluid-ähnliches Objekt (Bose-Einstein-Kondensat) verwendet wird. Für harmonische Potentiale kann gezeigt werden, dass dieser Unterschied auf die Schwerpunktbewegung (Dipolmode) keinen Effekt hat - auch bei Anwesenheit von Teilchenwechselwirkung [Dobson, 1994, Japha and Band, 2002]. Auch die atomare Dichte ist in diesem Fall nach Transformation ins Schwerpunktssystem statisch. Im Falle von anharmonischen Potentialen werden jedoch Unterschiede deutlich: Während beim starren Körper die relative Position der einzelnen Atome in erster Näherung fest ist, vollführen die Atome in einer thermischen Wolke voneinander unabhängig ihre Bewegung (wenn man zunächst die interatomaren Stöße vernachlässigt). Da im anharmonischen Oszillatorpotential die Eigenfrequenz von der Amplitude der Schwingung abhängt, verlieren die Teilchen unterschiedlicher Energie ihre feste Phasenbeziehung.

Dieser Effekt ist in Abbildung 3.7 für den Fall zweier Teilchen dargestellt. Es ist zu erkennen, dass im anharmonischen Potential sowohl der zeitlich gemittelte Schwerpunkt nicht mehr die Lage des Potentialminimums wiedergibt als auch, dass die Schwerpunktsoszillation aufgrund dieser Dephasierung keine harmonische Schwingung mehr vollführt (im Falle zweier Teilchen können in diesem Fall Revivals in der Schwerpunktsoszillation auftreten, was für eine kontinuierliche atomare Verteilungsfunktion nicht mehr der Fall ist). Diese Dephasierung im Falle thermischer Wolken ist ein begrenzender Faktor in der Detektion des dynamischen Modus, da die Dephasierung sich ähnlich wie eine Dämpfung der Schwerpunktsoszillation äußert und somit die Frequenzauflösung eingeschränkt wird.

Im Falle eines Bose-Einstein-Kondensats sorgt das anharmonische Potential bei kleinen Störungen zunächst für eine Kopplung des externen Schwingungsfreiheitsgrades (Schwerpunkt) an die internen Schwingungsfreiheitsgrade (kollektive Oszillationen) [Ott et al., 2003b, Stringari, 1996].

Messungen bezüglich der Lebensdauer von Schwingungen und Regime, in denen das System beginnt, chaotisches Verhalten zu zeigen, wurden beispielsweise in [Ott et al., 2003a] durchgeführt. Um den Effekt der Dephasierung bei thermischen Wolken in anharmonischen

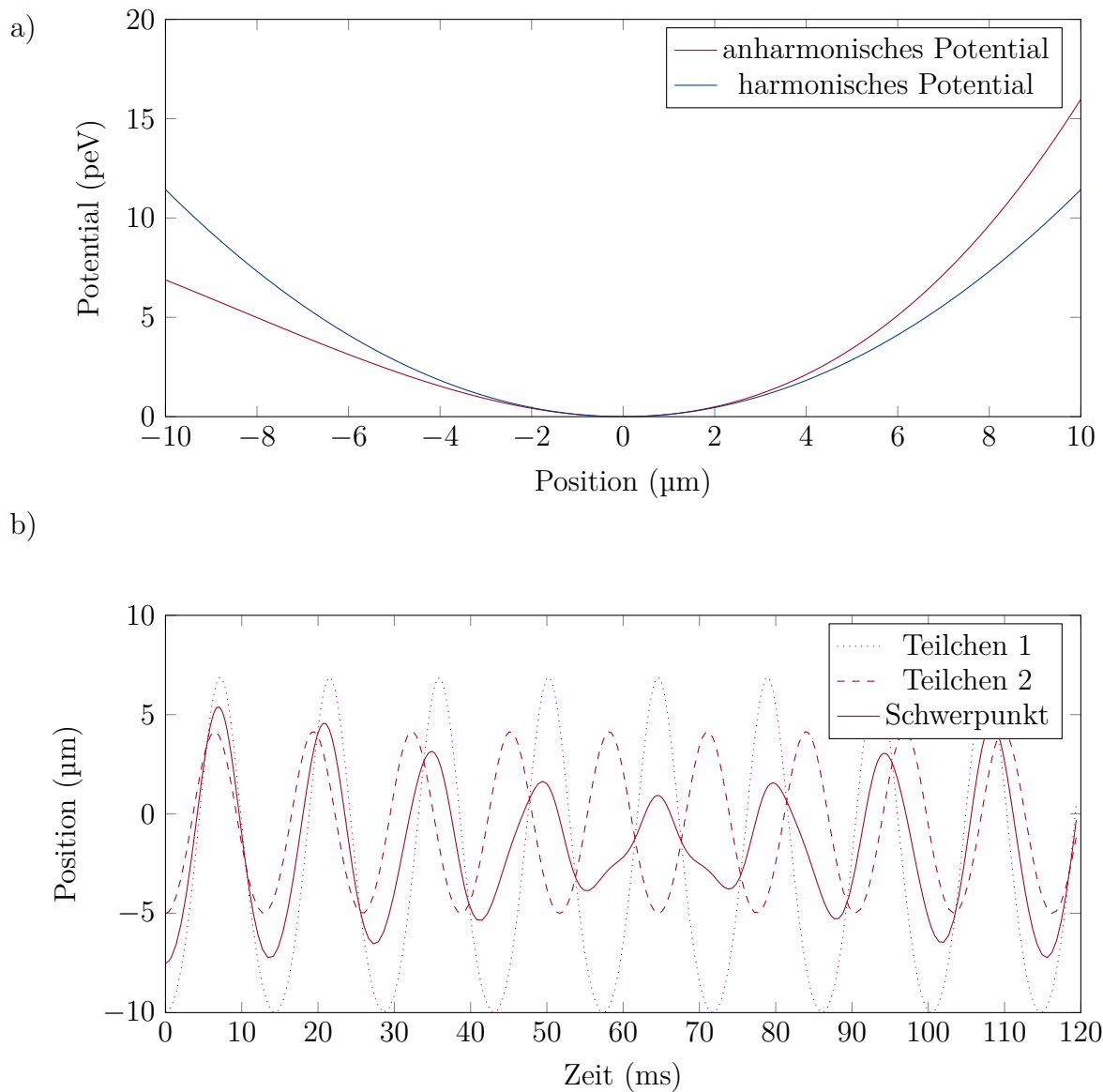


Abbildung 3.7: Dynamik zweier ^{87}Rb -Atome in einem anharmonischen Potential: a) Darstellung eines harmonischen Potentials $\frac{1}{2}m\omega^2x^2$ (blau) und eines anharmonischen Potentials $\frac{1}{2}m\omega^2x^2 + \alpha mx^3$ (rot) mit $\omega = 2\pi \times 80$ Hz und $\alpha = \omega \cdot 10^7$ Hz m^{-1} . b) zeitlicher Verlauf der Teilchenpositionen für Teilchen 1 mit Startpunkt $x = -10\mu\text{m}$ (Punkte), Teilchen 2 mit Startpunkt $x = -5\mu\text{m}$ (gestrichelte Linie) sowie deren Schwerpunkt (durchgezogene rote Linie) im dargestellten anharmonischen Potential. Die Schwerpunktsbewegung dämpft aufgrund der Dephasierung aus.

Potentialen und das Verhalten von Bose-Einstein-Kondensaten zu untersuchen, kann das Einzelatomdetektionssystem verwendet werden, welches im zweiten Teil dieser Arbeit dargestellt wird.

3.6 Kaltatommikroskopie - Resümee

Die durchgeführten Experimente zur Kaltatommikroskopie haben gezeigt, dass es möglich ist, kalte Atomwolken als Oberflächensensoren zu nutzen. Mithilfe einfacher Modelle und Messungen ist es möglich, topographische Abbildungen sowie Höhenmessungen durchzuführen, was anhand von Nanostrukturen aus Kohlenstoffnanoröhren gezeigt wurde. Die Modelle und Messungen zeigen hierbei Analogien zu in der Rastersondenmikroskopie verwendeten Techniken, wobei ein verdünntes atomares Gas kaum Einfluss auf die untersuchten Strukturen hat. So ist es beispielsweise möglich, stehende Kohlenstoffnanoröhren abzubilden, was mithilfe eines Rasterkraftmikroskops schwer realisierbar ist, da die makroskopische Spitze Kräfte auf die Kohlenstoffnanoröhre ausübt, welche diese verformen oder zerstören kann. Die Ortsauflösung eines solchen Kaltatommikroskops ist hierbei durch die Ausdehnung der kalten Atomwolken definiert. Die detektierbaren Kräfte sind mit einigen zehn $yN = 10^{-24} N$ um mehrere Größenordnungen kleiner als bei anderen Rastersondenverfahren.

Zur Erweiterung der schon vorhandenen Techniken bieten sich diverse Möglichkeiten: So kann beispielsweise eine genauere Methode zur Bestimmung des Abstands zwischen Sonde und Festkörperoberfläche bessere Ergebnisse bei Höhenmessungen und abstandsabhängigen Kraftmessungen bieten. Numerische Simulationen der atomaren Sonde bei endlichen Temperaturen wie in Abschnitt 3.4 beschrieben können hierbei ein besseres Verständnis für die ablaufenden Prozesse liefern. Unterschiede der Sondenstruktur relativ zur Rasterkraftmikroskopie könnten weitere Möglichkeiten zur Analyse von Atom-Festkörper-Wechselwirkungen bieten, wie beispielsweise die Analyse der kollektiven Oszillationen [Antezza et al., 2004]. Mit den vorhandenen Messtechniken ergibt sich ebenfalls die Möglichkeit, die Casimir-Polder-Potentiale von beliebigen Strukturen ortsaufgelöst zu bestimmen.

Aufgrund der langen Messdauer zur Abbildung von Strukturen erscheint jedoch die Entwicklung neuartiger Messverfahren, die eine Verkürzung der Messdauer ermöglichen, sinnvoll. In den verwendeten Modell wurden lediglich die Casimir-Polder-Potentiale als Ursache für Atomzahlverluste berücksichtigt. Besonders in der Nähe von leitfähigen Strukturen können jedoch auch atomare Übergänge getrieben werden [Lin et al., 2004, Kasch et al., 2010]. Das im nächsten Abschnitt beschriebene System zur zustandsselektiven Detektion könnte die Unterscheidung dieser beiden Verlustkanäle ermöglichen.

4 Quantensensorik elektromagnetischer Felder

Dieser Abschnitt beschäftigt sich mit der Messung von elektromagnetischen Feldern aufgrund der Absorption/Emission von Photonen des Strahlungsfeldes durch Atome. Als Messsonde dient in diesem Fall ein thermisches Ensemble ultrakalter Atome oder ein Bose-Einstein-Kondensat, welches in einer Magnetfalle gefangen ist. Durch einen experimentellen Aufbau, der die Möglichkeit zur zustandsselektiven, lokalen Detektion der einzelnen Atome erlaubt, kann das Strahlungsfeld hierbei mit Einzelphotonenauflösung untersucht werden. Ein erarbeitetes Modell zur Beschreibung der Wechselwirkung von klassischen Feldern mit den magnetisch gefangenen atomaren Ensembles wird dargestellt. Ähnlich wie ein Spektrum-Analysator für elektronische Signale können die atomaren Ensembles als atomares Spektrometer zur spektralen Analyse von elektromagnetischen Feldern verwendet werden, was durch Beispielmessungen mit bekannten, künstlich erzeugten Feldern gezeigt wird.

4.1 Messprinzip

Das Messprinzip soll anhand von Abbildung 4.1 dargestellt werden und basiert auf einer Variante der Quantensprungdetektion [Plenio and Knight, 1998]. Für ein einzelnes Atom, welches durch ein Zwei-Niveau-System angenähert wird, ist ein Zustandswechsel des Atoms mit der Absorption beziehungsweise Emission eines Photons verbunden. Hat man nun die Möglichkeit, mithilfe eines Einzelatomdetektors diesen Quantensprung zu detektieren, so lässt sich der Zeitpunkt der Absorption/Emission bestimmen. Die Detektion eines Quantensprungs erfolgt durch Ankopplung eines der Zustände an ein drittes Energieniveau, was eine zustandsselektive Detektion ermöglicht. Im Falle einer kalten Atomwolke sind viele dieser Zwei-Niveau-Systeme realisiert, was es ermöglicht, mittlere Absorptions-/Emissionsraten zu bestimmen. Verwendet man zur Detektion einen Einzelatomdetektor, können auch sehr kleine Raten gemessen werden. Durch Analyse der zeitlichen Statistik der Quantensprünge lässt sich weitere Information über den Zustand des elektromagnetischen Feldes gewinnen. Für magnetische Übergänge können somit Magnetfeldfluktuationen und für elektrische Übergänge elektrische Feldfluktuationen untersucht werden. Im Falle dieser Arbeit wurden magnetische Fluktuationen anhand der beiden Zustände $|F = 2, m_F = 2\rangle$ und $|F = 1, m_F = 1\rangle$ untersucht.

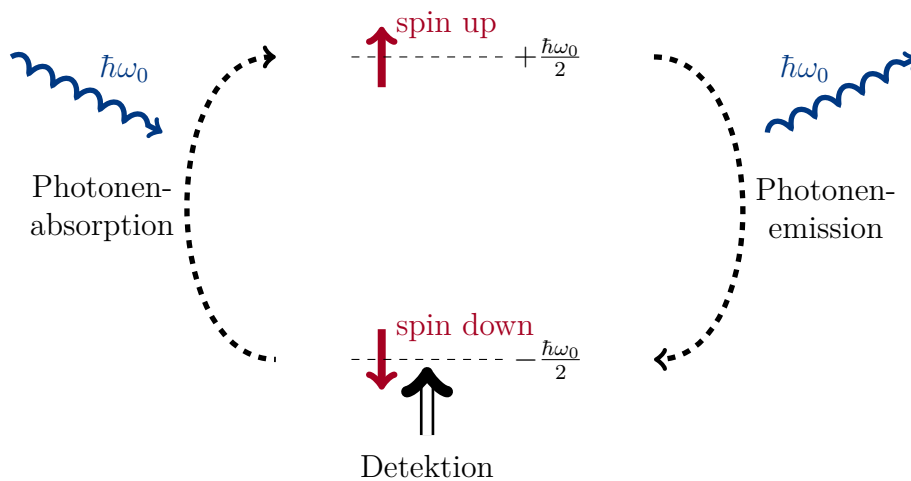


Abbildung 4.1: Schematische Darstellung der in dieser Arbeit vorgestellten Methode zur Quantensensorik elektromagnetischer Felder: Betrachtet wird ein atomares Zwei-Niveau-System (in dieser Abbildung realisiert durch ein Spin-System) mit einer Energiedifferenz $\hbar\omega_0$ zwischen den beiden Niveaus. Präpariert man das System ursprünglich im Spin-up-Zustand, so kann das System unter Emission eines Photons in den Spin-down-Zustand übergehen. Detektiert man nun diesen Zustandswechsel durch Detektion des Grundzustands mithilfe eines Einzelatomdetektors, so erhält man Information über den Zeitpunkt der Photonenemission. Der umgekehrte Prozess (Präparation im Spin-Down-Zustand, Detektion des Spin-Up-Zustands) gibt Informationen über den Zeitpunkt einer Photonenabsorption.

4.2 Messaufbau

Zur Detektion der Quantensprünge wurde ein in der Arbeitsgruppe realisiertes System [Kraft et al., 2007, Stibor et al., 2007, Günther et al., 2009, Stibor et al., 2010], welches die Ionisation einzelner Atome und die darauffolgende Detektion der einzelnen Ionen nutzt, auf die Möglichkeiten zur Charakterisierung elektromagnetischer Felder untersucht. Für die Experimente zur Quantensensorik wurde ein leicht veränderter Aufbau verwendet (siehe Abbildung 4.2): Eine Atomwolke (oder ein Bose-Einstein-Kondensat) wurde hierzu in einer durch den Trägerchip erzeugten Magnetfalle im Zustand $|5S_{1/2}, F = 2, m_F = 2\rangle$ präpariert. In einem Abstand von 300 μm unterhalb der Magnetfalle sind zwei sich überlappende Laserstrahlen bei den Wellenlängen 778 nm und 1064 nm mit einem Waist von 50 μm positioniert, welche zur Ionisation von Atomen verwendet werden. Die Ionenoptik - bestehend aus Extraktionselektrode, Rohrelektrode und Umlenkelektrode - beschleunigt und führt entstehende Ionen auf den Kanalelektronenvervielfacher (Channeltron), wo ein einzelnes auftreffendes Ion als elektrischer Puls detektiert werden kann. Die Pulse werden mit einer Auflösung von 8 ns detektiert und digitalisiert, sodass der Detektionszeitpunkt jedes einzelnen Ions abgespeichert wird. Zur Berechnung von Auskoppelraten wird ein Binning der Daten vorgenommen (die Binbreite beträgt meist 1 ms). Das Detektionssystem hat eine Dunkelzählrate von etwa 1 Hz.

Das Auskoppel- und Ionisationsschema ist in Abbildung 4.3 dargestellt. Die gefangenen Atome im Zustand $|5S_{1/2}, F = 2, m_F = 2\rangle$ werden mit einer Mikrowelle bestrahlt. Die Mikrowelle induziert Spinflips in den $|5S_{1/2}, F = 1, m_F = 1\rangle$ Zustand, welcher ein magnetisch nichtgefangener Zustand ist. Die Atome fallen in Gravitationsrichtung nach unten und kreuzen die zwei Ionisationslaser. Der erste Ionisationslaser bei 778 nm mit 15 mW Leistung treibt einen Zweiphotonenübergang von $|5S_{1/2}, F = 1\rangle$ nach $|5D_{5/2}, F' = 3\rangle$ (siehe Abbildung 4.3b). Der zweite Ionisationslaser bei 1064 nm mit einer Leistung von 4 W ionisiert schliesslich das Atom. Die Detektionseffizienz des Gesamtsystems beträgt in dieser Realisierung $\approx 24\%$ (diese wurde durch Vergleich der Anzahl an detektierten Ionen mit den durch Absorptionsabbildung gemessenen Atomzahlverlusten aus der präparierten Wolke bestimmt). Die Detektionseffizienz ist momentan durch die Laserleistungen der Ionisationslaser limitiert, was durch stärkeres Fokussieren in Gravitationsrichtung in zukünftigen Aufbauten verbessert werden könnte.

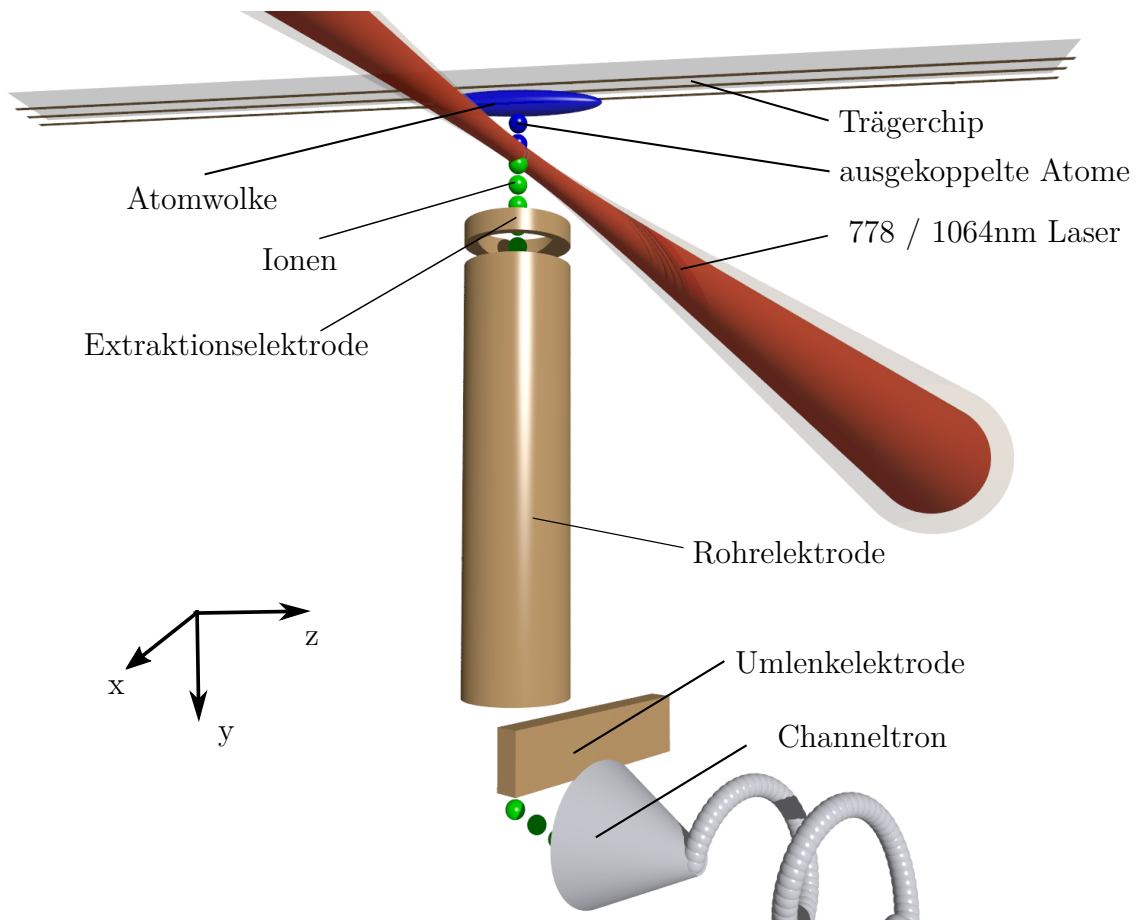


Abbildung 4.2: Schematische Darstellung des Messaufbaus zur Quantensensorik elektromagnetischer Felder (nicht maßstabsgetreu): Eine Atomwolke wird in einer durch den Trägerchip generierten Magnetfalle präpariert. Unterhalb der Atomwolke sind ein Laser bei einer Wellenlänge von 778 nm und ein Laser bei einer Wellenlänge von 1064 nm positioniert. Mithilfe dieser Laser werden durch einen Mehrphotonenprozess [Stibor et al., 2010] den Laserstrahl kreuzende Atome ionisiert. Die Ionen werden mithilfe eines elektrischen Feldes abgesaugt, welches durch ein elektrisches Potential an der Extraktionselektrode angelegt wird. Das System Extraktionselektrode-Rohrelektrode dient zum Führen und Fokussieren der abgesaugten Ionen. Eine Umlenkelektrode lenkt schlussendlich die Ionen auf einen Kanalelektronenvervielfacher (Channeltron) mithilfe dessen sie einzeln als elektrische Pulse detektiert werden können.

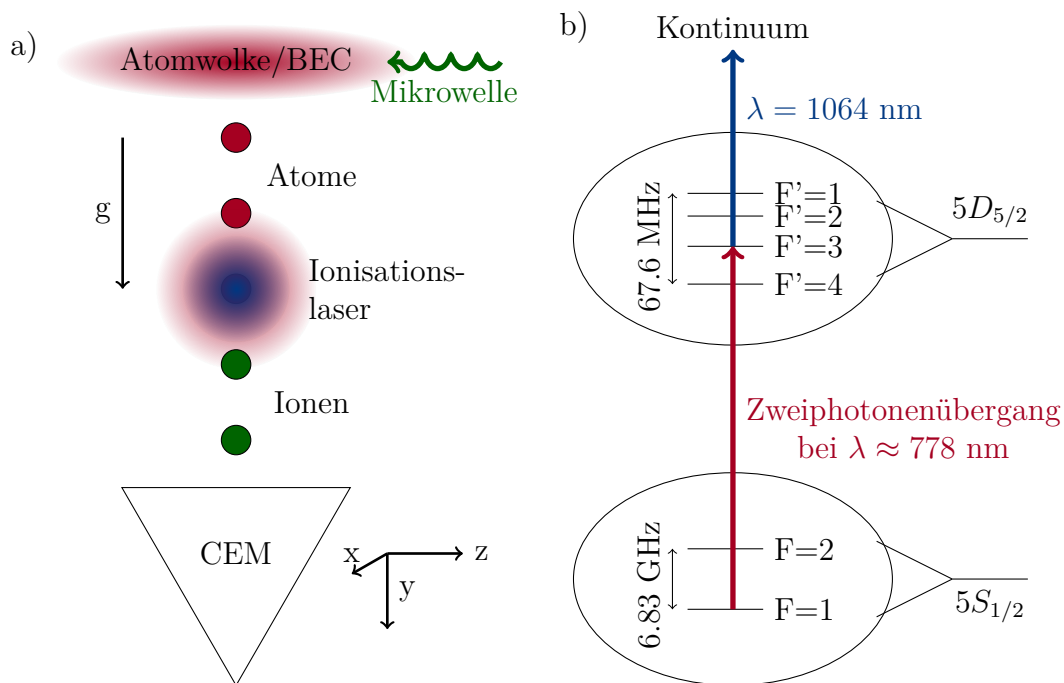


Abbildung 4.3: (a) Vereinfachte Darstellung von Auskoppelprozess und Detektion: Aus einer Atomwolke oder einem BEC werden mithilfe von Mikrowellenstrahlung einzelne Atome ausgekoppelt. Die Atome fallen aufgrund der Erdbeschleunigung g und magnetischer Kräfte nach unten. Unterhalb der Atomwolke sind die beiden Ionisationslaser (778 nm und 1064 nm) in kollinearer Konfiguration positioniert. Die Atome werden photoionisiert und mit dem Channeltron detektiert. Das auftreffende Ion erzeugt einen Strompuls, der mithilfe einer Messelektronik in ein TTL-Signal umgewandelt wird. Der Zeitpunkt der TTL-Pulse wird in digitaler Form mit einer Auflösung von 8 ns abgespeichert. (b) Darstellung des Photoionisationsprozesses: Die ausgekoppelten Rubidiumatome befinden sich im Zustand $|5S_{1/2}, F=1\rangle$ und werden mithilfe eines 778 nm Lasers in den $|5D_{5/2}, F'=3\rangle$ Zustand angeregt (Dieser Zustand wurde verwendet, da er in der aktuellen Konfiguration die maximale Anregungswahrscheinlichkeit lieferte). Die angeregten Atome werden mit einem Laser mit einer Wellenlänge von 1064 nm ionisiert.

4.3 Spektrale Antwortfunktion - Modell [Publikation 3]

Für die Beschreibung der monochromatischen, kontinuierlichen Auskopplung aus magnetisch gefangenen Bose-Einstein Kondensaten mithilfe von magnetischen Übergängen werden gängigerweise zwei unterschiedliche Verfahrensweisen angewendet. Der erste Ansatz beinhaltet die numerische Lösung gekoppelter Gross-Pitaevskii-Gleichungen, wie unter anderem von [Schneider and Schenzle, 1999] für Radiofrequenzübergänge durchgeführt und mit den Experimenten von [Bloch et al., 1999] verglichen. Eine weitere Herangehensweise ist die Ableitung innerhalb eines Ratenmodells, welche durch [Steck et al., 1998] ohne Gravitation und durch [Gerbier et al., 2001] mit Gravitation beschrieben wurde.

Das hier verwendete Modell erlaubt über die Beschreibung von Bose-Einstein-Kondensaten hinaus ebenfalls die Beschreibung für thermische Atomwolken. Das in Abschnitt 4.1 eingeführte Konzept zur Messung von Magnetfeldfluktuationen wurde in [Publikation 3] für magnetisch gefangene atomare Ensembles und Bose-Einstein-Kondensate innerhalb eines Ratenmodells beschrieben und mit Messungen verglichen. Zudem wurden im Rahmen einer Diplomarbeit von Caroline Arnold (Arbeitsgruppe Prof. Dr. Daniel Braun an der Universität Tübingen) [Arnold, 2015] Simulationen mit gekoppelten Gross-Pitaevskii-Gleichungen für den experimentell untersuchten Hyperfeinstrukturübergang durchgeführt. Die Simulationen wurden sowohl mit den Messdaten als auch dem Ratenmodell verglichen und zeigen im untersuchten Feldstärkebereich gute Übereinstimmung.

Für ein klassisches, monochromatisches magnetisches Wechselfeld $\vec{B}(t)$ der Frequenz ω_{MW} mit der Amplitude B_0 und zum Übergang passender Polarisation ergibt sich im Ratenmodell die anfängliche Rate für einen Zustandswechsel

$$\Gamma(\omega_{MW}) = \gamma(\omega_{MW}) \cdot B_0^2 \quad (4.1)$$

wobei $\gamma(\omega_{MW})$ die spektrale Antwortfunktion des atomaren Ensembles darstellt.

Für ein atomares Spektrometer sind Kenngrößen wie Frequenzauflösung und Sensitivität interessant, welche sich beide aus der spektralen Antwortfunktion der atomaren Ensembles ergeben. Diese wurde aus Analyse der Wechselwirkung mit monochromatischen klassischen Feldern in der Näherung eines Zwei-Niveau-Systems mit schwacher Kopplung berechnet. Allgemein werden zwei Zustände $|i\rangle$ und $|f\rangle$ mit einer Kopplung $\langle f | -\vec{\mu}\vec{B}(t) | i \rangle$ beschrieben, wobei sich das System zu Beginn in Zustand $|i\rangle = |F = 2, m_F = 2\rangle$ befindet und an den Zustand $|f\rangle = |F = 1, m_F = 1\rangle$ koppelt (das Modell erlaubt jedoch allgemein die Berechnung der spektralen Antwortfunktion für beliebige magnetische Zustände, sodass sowohl Zeemann- als auch Hyperfeinstrukturübergänge beschrieben werden können). Da Atome im Zustand $|f\rangle$ den örtlichen Bereich, an dem die Kopplung stattfindet, verlassen, kann im Falle schwacher Kopplung der Effekt der Rückkopplung in den Startzustand vernachlässigt werden. Die eingestrahlte Mikrowelle koppelt aufgrund der Zeemann-Verschiebungen in Magnetfallen nur an gewissen Stellen resonant an die Atome, was in Abbildung 4.4a) in einer Dimension dargestellt ist. Dies führt zu einer ortsabhängigen Verstimmung $\delta(\vec{r})$ der Mikrowelle zur

atomaren Resonanz. Im dressed states Bild ergeben sich die Eigenenergien in der Form wie Abbildung 4.4b), wobei die Kopplungsstärke Ω für eine Aufspaltung (avoided crossing) am Punkt der resonanten Kopplung sorgt. Die resonante Rabifrequenz Ω ist für die untersuchten Zustände durch

$$\Omega = \frac{\sqrt{6} \mu_B B_0}{2 \hbar} \quad (4.2)$$

gegeben.

Im Falle thermischer Atome kann die Auskoppelrate mithilfe von Landau-Zener-Übergängen [Akulin and Schleich, 1992] beschrieben werden. Für Bose-Einstein-Kondensate wird der Beginn der ortsabhängigen Rabioszillationen

$$n_f(\vec{r}, t) = \frac{\Omega}{\sqrt{\Omega^2 + \delta(\vec{r})^2}} \sin^2\left(\frac{1}{2}\sqrt{\Omega^2 + \delta(\vec{r})^2}t\right) n_i(\vec{r}, 0) \quad (4.3)$$

in einer kleinen Umgebung um die resonante Kopplungsfläche ausgewertet. Hierbei ist $n_f(\vec{r}, t)$ die atomare Dichte im Zustand $|f\rangle$ und $n_i(\vec{r}, 0)$ die atomare Dichte im Startzustand $|i\rangle$ zu Beginn der Kopplung. Abbildung 4.4(c+d) zeigen die atomare Dichteverteilung für eine thermische Wolke/ein Bose-Einstein-Kondensat und einen Querschnitt der resonanten Auskoppelflächen (im Querschnitt ergeben sich für eine harmonische Magnetfalle Ellipsen in zwei Dimensionen, Ellipsoide in 3 Dimensionen).

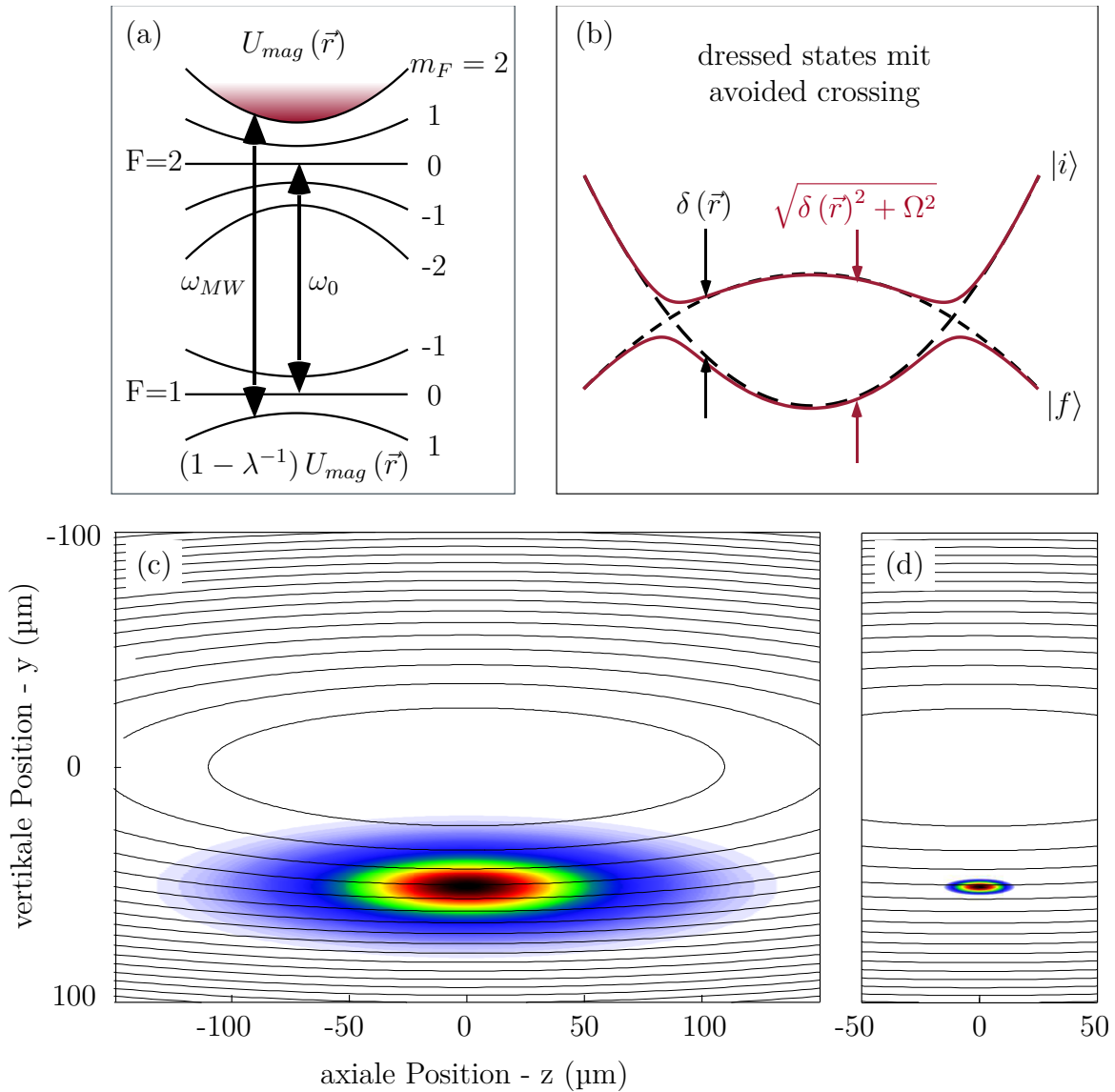


Abbildung 4.4: (a) Auskoppelschema: Darstellung der magnetischen Potentiale für Atome im Zustand $|F, m_F\rangle$ entlang einer der Hauptachsen der Magnetfalle. Im Falle dieser Arbeit wird der Startzustand $|i\rangle = |F = 2, m_F = 2\rangle$ mit der Mikrowellenfrequenz ω_{MW} an den Zustand $|f\rangle = |F = 1, m_F = 1\rangle$ gekoppelt. (b) Darstellung der Potentiale im dressed states Bild: Die Potentiale kreuzen sich bei verschwindender Kopplung an den Punkten, wo die Mikrowelle resonant ist. Durch die Kopplung tritt ein avoided crossing auf. (c)+(d) Schematische Darstellung der Dichterverteilung für eine thermische Wolke ($T = 190$ nK) und ein Bose-Einstein-Kondensat ($N = 8000$) in einer harmonischen Falle mit Fallenfrequenzen $\omega_{x/y/z} = 2\pi \times 85/70/16$ Hz: Die Dichteverteilung ist bezüglich des Magnetfallenzentrums um den gravitationsal sag $y_0 = 50.7$ μm in Graviationsrichtung verschoben. Die Ellipsen stellen einen Querschnitt der resonanten Auskoppelflächen $A(\omega)$ für unterschiedliche Frequenzen ω (im Abstand von $2\pi \times 20$ kHz) dar, in 3 Dimensionen ergeben sich Ellipsoide. Hierbei gibt ω die Verstimmung zur Resonanzfrequenz im Magnetfallenzentrum an. Die Abbildung wurde aus [Publikation 3] entnommen und angepasst.

Die Auskoppelrate aus dem Startzustand lässt sich in diesen Näherungen sowohl für die thermische Wolke als auch das Bose-Einstein-Kondensat schreiben als [Publikation 3]

$$\Gamma(\omega) = \frac{\pi\Omega^2\lambda\hbar}{2} \oint_{A(\omega)} \frac{n(\vec{r})}{|\vec{\nabla}U_{mag}|} dA \quad (4.4)$$

Hierbei ist U_{mag} das magnetische Potential des Startzustands $|i\rangle$, $n(\vec{r})$ die atomare Dichteverteilung im Startzustand, ω die Verstimmung zur Resonanz im Minimum des magnetischen Potentials und $A(\omega)$ die resonante Kopplungsfläche, welche im Querschnitt in Abbildung 4.4c für unterschiedliche Kopplungsfrequenzen ω beispielhaft dargestellt ist. Der Parameter $\lambda = (1 - (g_{F,f}m_{F,f}) / (g_{F,i}m_{F,i}))^{-1}$ ist abhängig vom untersuchten Übergang und hier $\lambda = 2/3$. Aufgrund des Gravitationspotentials ist die atomare Dichteverteilung relativ zum Zentrum der Magnetfalle verschoben. Diese Verschiebung wird als gravitational sag bezeichnet und ist für eine harmonische Falle gegeben durch $y_0 = g/\omega_y^2$. Gleichung 4.4 ermöglicht es prinzipiell, die spektrale Antwortfunktion für beliebige Fallenkonfigurationen zu berechnen. Eine analytische Lösung lässt sich für den Fall einer harmonischen Magnetfalle unter Anwesenheit der Gravitation für thermische Wolken und für Bose-Einstein-Kondensate finden ¹:

$$\Gamma_{therm}(\omega) = \frac{\pi\Omega^2\lambda\hbar}{2} \frac{N}{\sqrt{\pi U_0 k_B T}} \exp\left(-\frac{U_0 + \lambda\hbar\omega}{k_B T}\right) \sinh\left(2\sqrt{\frac{U_0}{k_B T} \frac{\lambda\hbar\omega}{k_B T}}\right) \quad (4.5)$$

$$\Gamma_{BEC} \approx \frac{\pi\Omega^2}{2} \sqrt{\frac{\lambda\hbar}{2m\omega_y^2} \frac{n_{BEC,1D}(y(\omega))}{\sqrt{\omega}}} \quad (4.6)$$

U_0 beschreibt hier den Wert des magnetischen Potentials im Gesamtpotentialminimum. Die atomare Dichteverteilung kann in Thomas-Fermi-Näherung [Dalfovo et al., 1999] beschrieben werden durch

$$n_{BEC,1D}(y) = \int \int n_{BEC,3D}(x, y, z) dx dz = \frac{\mu\pi R_x R_z}{2g_{Rb}} \max\left(0, 1 - \left(\frac{y - y_0}{R_y}\right)^2\right)^2 \quad (4.7)$$

wobei μ das chemische Potential, $g_{Rb} = 4\pi a_{Rb}\hbar^2/m$ die Wechselwirkungsstärke mit der s-Wellen-Streulänge $a_{Rb} = 5.77$ nm und $R_i = \sqrt{(2\mu)/(m\omega_i^2)}$ die Thomas-Fermi Radien sind. Für die harmonische Falle ist der Zusammenhang von resonantem Kopplungspunkt und ω in y-Richtung gegeben durch $y(\omega) = \sqrt{2\lambda\hbar\omega/(m\omega_y^2)}$.

In Abbildung 4.5 sind Beispiele für die spektrale Antwortfunktionen mit der realisierten Mikrowellenauskopplung dargestellt. Je heißer die thermischen Wolken, desto breiter und asymmetrischer wird die spektrale Antwortfunktion. Es lassen sich hier zwei Bereiche

¹Für den Fall des Bose-Einstein-Kondensats muss allerdings eine Näherung angewendet werden: die resonante Kopplungsfläche muss an den Orten endlicher atomarer Dichte durch ebene Flächen genähert werden können - für die durchgeführten Experimente mit Fallenfrequenzen von $\omega_{(x/y/z)} = 2\pi \times (85/70/16)$ Hz ist dies gegeben, da der gravitational sag mit $y_0 = 50.7$ μ m deutlich größer ist als die Ausdehnungen des Bose-Einstein-Kondensats (siehe Abbildung 4.4d)).

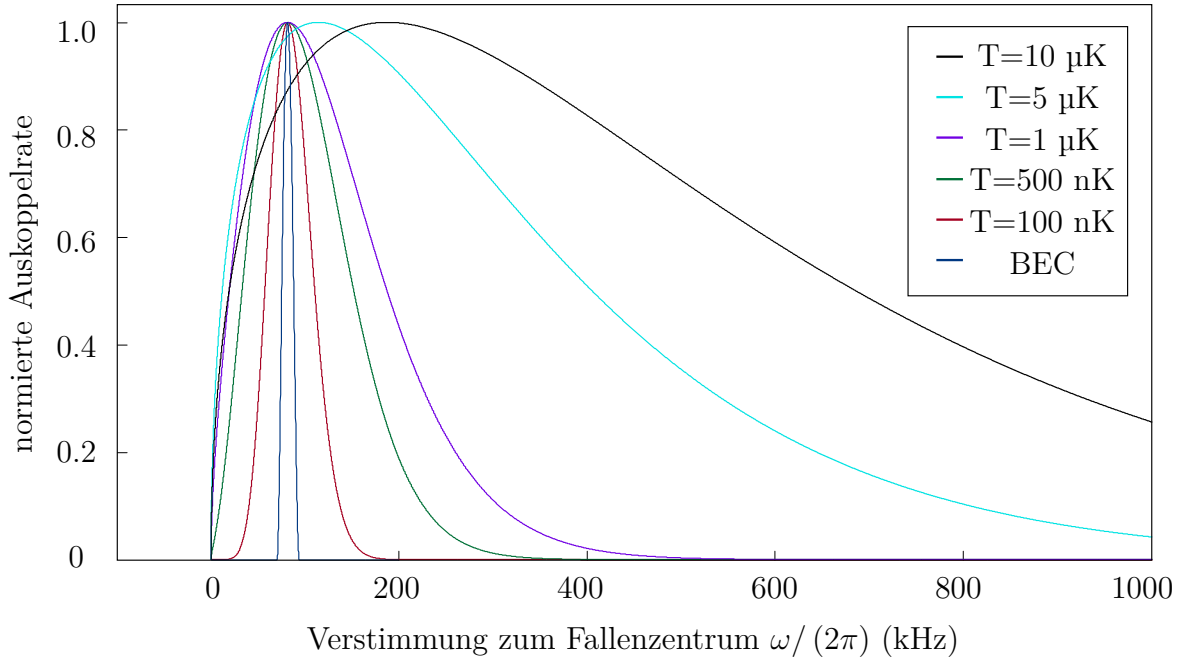


Abbildung 4.5: Spektrale Antwortfunktionen für thermische Wolken mit unterschiedlichen Temperaturen und ein BEC mit 10000 Atomen. Als Fallenfrequenzen wurde $\omega_{x/y/z} = 2\pi \times 85/70/16$ Hz verwendet. Die Antwortfunktionen wurden jeweils auf ihr Maximum normiert. Die Abbildung wurde aus [Publikation 3] entnommen und angepasst.

unterscheiden: Ist die Wolkenausdehnung Δy deutlich kleiner als der gravitational sag y_0 , so erhält man, wie für den Fall des Bose-Einstein-Kondensats

$$\Gamma(\omega) \sim \frac{n_{1D}[y(\omega)]}{\sqrt{\omega}} \quad (4.8)$$

und hat somit eine Möglichkeit, die eindimensionale atomare Dichteverteilung zu vermessen. Für den entgegengesetzten Fall $\Delta y \gg y_0$ ergibt sich die Auskoppelrate zu

$$\Gamma(\omega) \sim \sqrt{\omega} \exp\left(-\frac{\lambda \hbar \omega}{k_B T}\right) \quad (4.9)$$

und ist unabhängig von den Magnetfallenparametern. Man erhält für diesen Fall Informationen über die sich aus der Temperatur ergebenden Energieverteilung der Atome im thermischen Gleichgewicht. In Anhang A wird die Sensitivität des Bose-Einstein-Kondensats und der thermischen Atomwolke bezüglich monochromatischer Magnetfeldfluktuationen diskutiert. Bei den in den Experimenten verwendeten Parametern zeigt sich eine erreichbare Sensitivität auf Magnetfeldamplituden der Mikrowelle von $45 \text{ pT}/\sqrt{\text{Hz}}$ für das Bose-Einstein-Kondensat und $12 \text{ pT}/\sqrt{\text{Hz}}$ für die thermische Wolke. Thermische Wolken sind somit aufgrund ihrer größeren Teilchenzahl empfindlicher auf die Magnetfelder. Eine Abschätzung des messbaren magnetischen Flusses zeigt einen minimalen Wert von $3.2 \mu\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$ für das Bose-Einstein-Kondensat und $4.9 \mu\Phi_0/\sqrt{\text{Hz}}$ für die thermische Wolke.

4.4 Spektrale Antwortfunktion - Messung

Zum Vergleich der Kurvenform zwischen Experiment und Modell wurde eine atomare Wolke bzw. ein BEC präpariert und die Kopplungsfrequenz ω (Verstimmung zum Magnetfallenminimum) von etwa 500 kHz mit einer Rate von 1.3 kHz/s in Richtung Resonanz fürs Magnetfallenminimum verfahren. Das Ergebnis ist in Abbildung 4.6 für eine thermische Wolke und ein BEC dargestellt, wobei die Messungen auf ihr Maximum normiert wurden, um die Kurvenform zu vergleichen. Es besteht eine gute Übereinstimmung zwischen Experiment

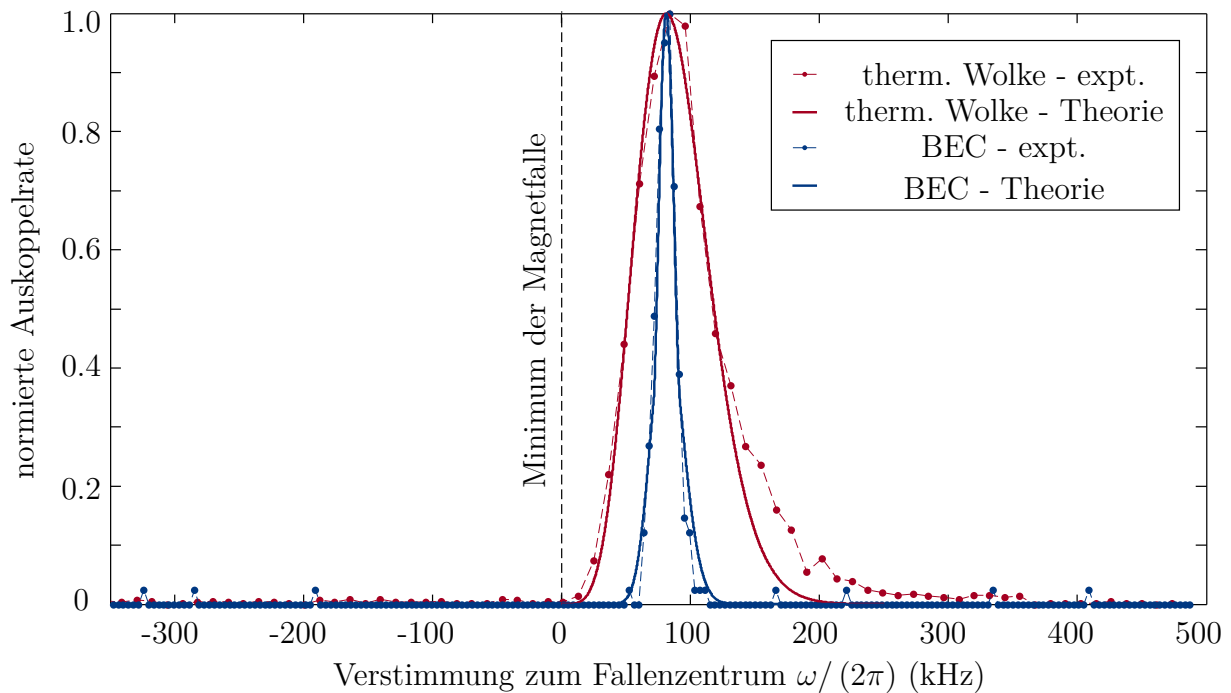


Abbildung 4.6: Messung der spektralen Antwortfunktion für eine thermische Wolke (rote Punkte) mit einer Temperatur von 190 nK und für ein Bose-Einstein Kondensat (blaue Punkte) mit einer Temperatur von 30 nK und einer Gesamtatomzahl von $N = 8200$ Atomen. Die Verstimmung zum Magnetfallenzentrum wurde mit einer linearen Frequenzrampe mit einer Geschwindigkeit von von 1.3 kHz/ms verfahren. Die durchgezogenen Linien entsprechen dem Modell aus Abschnitt 4.3. Für das BEC wurde der Anteil der thermischen Atome mitberücksichtigt, indem die Antwortfunktionen (4.5) für den thermischen Anteil und (4.6) für den BEC Anteil entsprechend der Atomzahlen aufsummiert wurde. Die thermische Atomzahl wurde mithilfe der Beziehung $N_{therm} = N - N_{BEC} = \zeta(3) \left(\frac{k_B T}{\hbar \omega_{HO}} \right)^3$ mit $\omega_{HO} = (\omega_x \omega_y \omega_z)^{(1/3)}$ berechnet [Dalfovo et al., 1999]. Die Abbildung wurde aus [Publikation 3] entnommen und angepasst.

und Ratenmodell. Für die thermische Wolke ergibt sich für hohe Verstimmungen ω eine Abweichung der experimentellen Daten von der Theorie. Diese ist auf Anharmonizitäten der Magnetfalle zurückzuführen.

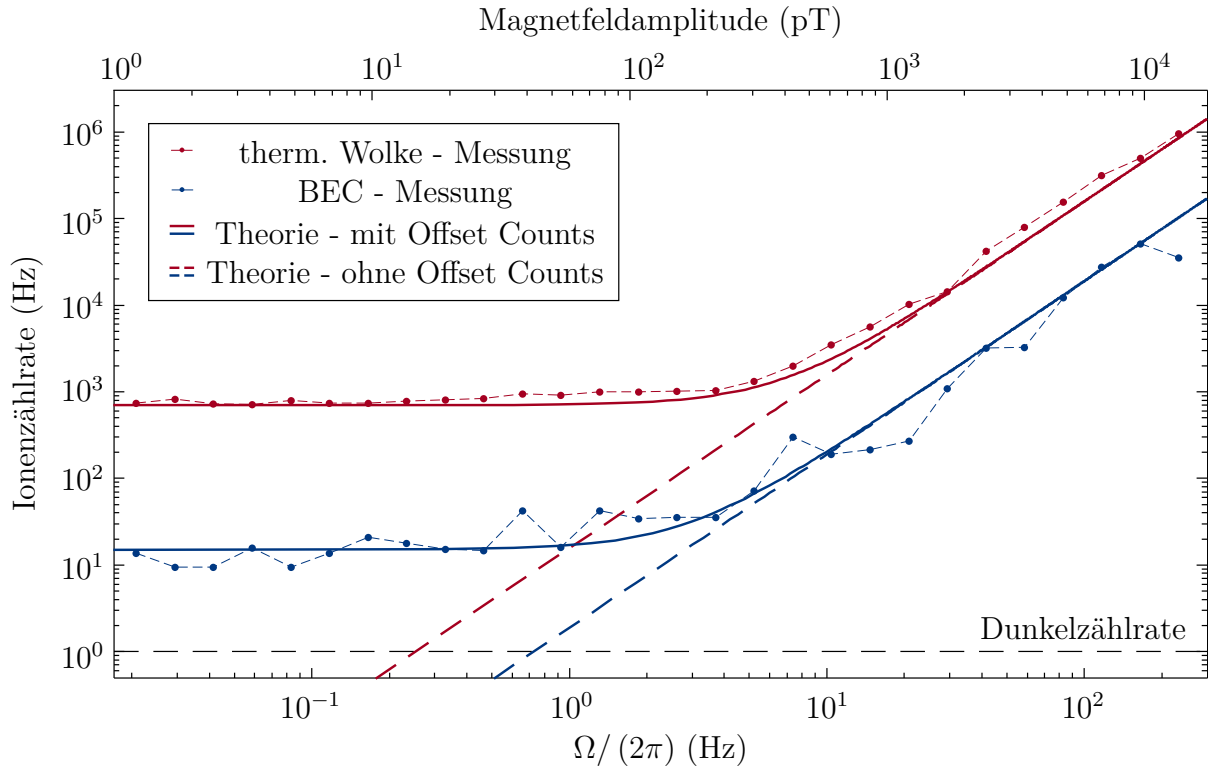


Abbildung 4.7: Messung der Abhängigkeit der anfänglichen Auskoppelrate von der Leistung der Mikrowelle (doppelt-logarithmische Abbildung). Die Messung wurde für eine thermische Wolke ($N = 5.8 \times 10^5$, $T = 240$ nK, rote Punkte) und ein BEC ($N = 10 \times 10^3$, blaue Punkte) durchgeführt. Das Ratenmodell (gestrichelte Linie) stellt sich im doppelt-logarithmischen Plot als Gerade mit Steigung 2 dar. Das Ratenmodell kann um einen konstanten Wert einer Hintergrunddetektionsrate (Offset Counts) erweitert werden (durchgezogene Linie) und liefert hiermit gute Übereinstimmung mit den experimentellen Daten. Die Abbildung wurde aus [Publikation 3] entnommen und angepasst.

Eine zweite Messung wurde durchgeführt, um die Absolutwerte der Auskoppelrate zu untersuchen: Hier wurde für eine feste Auskoppelfrequenz die Rabifrequenz (Leistung der Mikrowelle) variiert, um die Leistungsabhängigkeit und Sensitivität des Messaufbaus zu bestimmen. Das Ergebnis ist in Abbildung 4.7 in doppelt-logarithmischer Form dargestellt. Für große Rabifrequenzen ergibt sich eine quadratische Abhängigkeit wie für ein Ratenmodell erwartet (siehe Gleichung (4.4)). Im Falle kleiner Rabifrequenzen unterscheidet sich das Ratenmodell von den Messungen. Die Messung zeigt eine von der Rabifrequenz unabhängige Hintergrundzählrate. Diese Hintergrundzählrate ist ein Offset aufgrund der Ionisationslaser und vorkommender inelastischer Streuprozesse:

Zum Einen findet aufgrund des 778nm-Lasers eine offresonante Anregung über die D1/D2-Linie ein optisches Umpumpen vom Zustand $|i\rangle$ in Zustand $|f\rangle$ statt (dies kann überprüft werden, indem die Hintergrundzählrate in Abhängigkeit der Leistung des 778nm-Lasers gemessen wird: Da der 778nm-Laser für die Ionisation einen Zweiphotonenübergang treibt, würde man eine quadratische Abhängigkeit von der Intensität erwarten, gemessen wurde

jedoch eine kubische Leistungsabhängigkeit für die Hintergrundzählrate - es wird ein weiterer Übergang getrieben).

Zum Anderen können inelastische Streuprozesse einen Zustandswechsel von Zustand $|i\rangle$ nach $|f\rangle$ verursachen [Julienne et al., 1997, Söding et al., 1999] (diese skalieren mit höheren Potenzen der Dichte - je nachdem wieviele Teilchen im Streuprozess involviert sind). Im Experiment konnte als dominanter Effekt das optische Umpumpen gezeigt werden. Dies verschlechtert die momentane Sensitivität der Messmethode und es können mit dem aktuellen Aufbau Magnetfeldamplituden von einigen 100 pT gemessen werden.

4.5 Auskopplung mit Mikrowellenspektren - Modell

[Publikation 4]

Nach Untersuchung der spektralen Antwortfunktion von atomaren Ensembles wurde ein erweitertes Modell für die Beschreibung der Auskopplung mit Mikrowellenspektren untersucht. Im Falle von Mikrowellenspektren und einem Bose-Einstein-Kondensat wird nun bei vielen Frequenzen jeweils ein Atomlaser ausgekoppelt. Die bei unterschiedlichen Frequenzen ausgekoppelten Atomlaser können nun miteinander interferieren. Unter der Annahme, dass die Phase der Mikrowelle fest mit der Phase des Atomlasers verbunden ist, lässt sich mit einem Materiewellenbild die nun zeitlich abhängige Auskoppelrate

$$\Gamma(t) = \left| \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \tilde{B}(\omega) \sqrt{\gamma(\omega)} e^{i\omega t} d\omega \right|^2 * V(t) \quad (4.10)$$

berechnen. Hierbei ist $\tilde{B}(\omega)$ die Fouriertransformierte des Magnetfeldes $B(t)$. Um Dekohärenzeffekte und ein limitiertes zeitliches Auflösungsvermögen des Detektionssystems zu beschreiben wird zusätzlich noch die Funktion $V(t)$ benötigt. Unter der Annahme voller Kohärenz und unendlich breiter spektraler Antwortfunktion reduziert sich die zeitlich abhängige Auskoppelrate auf ein Signal, welches proportional zur Intensität des Strahlungsfeldes ist. Bildlich würde in diesem Fall der Atomlaser entsprechend der aktuellen Intensität ein- und wieder ausgeschaltet. Die Funktion $\sqrt{\gamma(\omega)}$ dient in diesem Fall als Bandpassfilter für das Magnetfeldsignal $B(t)$. Im Folgenden sollen zwei Modi beschrieben werden, die verwendet werden können, um Magnetfeldfluktuationen zu untersuchen.

4.5.1 Spektrometer-Modus

Ähnlich wie bei einem Spektrumanalysator können atomare Ensembles aufgrund ihrer Wirkung als Bandpassfilter verwendet werden, um Magnetfeldfluktuationen spektral zu untersuchen. Zur spektralen Analyse kann entweder der Bandpass ($\gamma(\omega)$) oder das Magnetfeldspektrum verschoben werden. Die Analyse der zeitlich gemittelten Auskoppelrate

$$\langle \Gamma(t) \rangle (\delta\omega) = \frac{1}{\pi^2} \int_0^\infty S_{BB}(\omega + \delta\omega) \gamma(\omega) d\omega \quad (4.11)$$

eröffnet somit die Möglichkeit, die spektrale Leistungsdichte $S_{BB} = |\tilde{B}(\omega)|^2$ der Magnetfeldfluktuationen zu vermessen. Die Größe $\delta\omega$ gibt hierbei die spektrale Verschiebung der Leistungsdichte relativ zur spektralen Antwortfunktion an. Die Frequenzauflösung im Spektrometer-Modus ist hierbei durch die Breite der spektralen Antwortfunktion gegeben. Für klassische Signale reduziert sich Gleichung 4.11 zu einer Faltung

$$\langle \Gamma(t) \rangle (\delta\omega) = \frac{1}{2\pi^2} (S_{BB}(\omega) * \gamma(\omega)) (\delta\omega) \quad (4.12)$$

. Eine Verschiebung der spektralen Antwortfunktion kann beispielsweise durch Verändern des magnetischen Offsetfeldes erreicht werden. Im Falle dieser Arbeit wurde für Beispielmessungen stattdessen die spektrale Leistungsdichte verschoben (wie dies realisiert wurde, wird in Abschnitt 4.6 erläutert).

4.5.2 Korrelations-Modus

Durch die Analyse der zeitlich abhängigen Auskoppelrate lassen sich weitere Informationen über das Strahlungsfeld gewinnen. Da das atomare Ensemble als Bandpassfilter wirkt, können die Intensitätsfluktuationen innerhalb des Passbandes untersucht werden. Für voll kohärente Auskopplung lässt sich Gleichung 4.10 umformen zu

$$\Gamma(t) \sim env \left(B(t) * \mathcal{F}^{-1} \left(\sqrt{\gamma(\omega)} \right) \right)^2 \sim I_{fil}(t) \quad (4.13)$$

wobei env die Amplitudeneinhüllende und $I_{fil}(t)$ die durch die spektrale Antwortfunktion gefilterte Intensität ist. Die Intensitätsfluktuationen des Atomlasers und somit der gefilterten Intensität können mithilfe der Korrelationsfunktion zweiter Ordnung analysiert werden, welche in diesem Fall als

$$g^{(2)}(\tau) = \frac{\langle \Gamma(t) \Gamma(t + \tau) \rangle}{\langle \Gamma(t) \rangle \langle \Gamma(t + \tau) \rangle} \quad (4.14)$$

dargestellt werden kann. Die Korrelationsfunktion zweiter Ordnung lässt sich auf Basis der einzelnen Detektionszeitpunkte mit einem darauffolgenden Binning der Zeit Δt_{bin} berechnen. Die zeitliche Verschiebung $\tau = n \cdot \Delta t_{bin}$ liefert für den Mittelwert im Zähler von Gleichung (4.14) nur einen endlichen Wert, wenn Detektionszeitpunkte existieren, deren Abstand

zwischen τ und $\tau + \Delta t_{bin}$ liegt. Die Anzahl der Zeitdifferenzen $N_{\Delta}(\tau, \Delta t_{bin})$ kann aus den Einzelzeitpunkten bestimmt werden (hierbei sind jedoch nicht nur die Zeitabstände zwischen nächsten Nachbarn, sondern alle vorkommenden Zeitabstände zu berücksichtigen). Bei N Detektionsereignissen in der Gesamtmesszeit T ergibt sich dann die Korrelationsfunktion unter der Annahme von $\langle \Gamma(t) \rangle \approx \langle \Gamma(t + \tau) \rangle = N/T$

$$g^{(2)}(\tau) = \frac{N_{\Delta}(\tau, \Delta t_{bin}) / (\Delta t_{bin} \cdot T)}{N^2/T^2} \quad (4.15)$$

Für eine endliche Messzeit ist das Vorkommen größerer Zeitabstände unwahrscheinlicher. Dies wird durch einen Faktor $T/(T - \tau)$ korrigiert, sodass die korrigierte Korrelationsfunktion

$$g_{corr}^{(2)}(\tau) = \frac{N_{\Delta}(\tau, \Delta t_{bin}) / (\Delta t_{bin} \cdot T)}{N^2/T^2} \cdot \frac{T}{T - \tau} \quad (4.16)$$

lautet. Die in dieser Arbeit dargestellten Korrelationsfunktionen wurden mithilfe von Gleichung (4.16) berechnet.

4.5.3 Dekohärenz / Zeitauflösung des Detektionssystems

Dekohärenz äußert sich in der detektierten Auskoppelrate als ein zeitliches Verschmieren. Dieses Verschmieren wurde durch die Funktion $V(t)$ in die Modellgleichung 4.10 integriert. Im beschriebenen Messaufbau kann ein zeitliches Verschmieren an unterschiedlichen Stellen auftreten: Verwendet man beispielsweise als atomares System anstatt eines Bose-Einstein-Kondensats eine thermische Wolke, so ist deren Kohärenzlänge auf die Größenordnung der thermischen deBroglie-Wellenlänge $\lambda_{dB} = \sqrt{2\pi\hbar^2/(mk_B T)}$ limitiert [Bloch et al., 2000].

Doch auch der beschriebene Messprozess der einzelnen Atome mittels Photoionisation und darauffolgender Ionendetektion kann ein zeitliches Verschmieren hervorrufen. Die Dekohärenz- und Detektionseffekte können experimentell quantifiziert werden, was im folgenden Abschnitt beschrieben wird. Aus Gleichung 4.11 ist ersichtlich, dass für den Spektrometer-Modus das zeitliche Verschmieren keine Rolle spielt, da in der gemittelten Auskoppelrate die Funktion $V(t)$ nicht vorkommt.

Für den Spektrometer-Modus sind somit sowohl Bose-Einstein-Kondensate als auch thermische Ensembles geeignet und unterscheiden sich lediglich durch ihre unterschiedliche spektrale Antwortfunktion und deren Breite.

Für die Interpretation der Messungen im Korrelations-Modus hingegen spielt die Zeitauflösung eine wichtige Rolle, da das zeitliche Verschmieren die maximal detektierbaren Frequenzen in der fluktuierenden Auskoppelrate limitiert. Hier eignen sich besonders Bose-Einstein-Kondensate, da sie als kohärente Objekte zumindest keine Dekohärenz im atomaren System hervorrufen.

4.6 Auskopplung mit Mikrowellenspektren - Messungen

Als Test des zuvor beschriebenen Modells wurden Beispielmessungen mit bekannten, künstlich erzeugten Mikrowellenspektren durchgeführt. Experimentell wurde hierbei die für die Messung der spektralen Antwortfunktion verwendete Mikrowelle amplitudenmoduliert. Bei Amplitudenmodulation einer monochromatischen Mikrowelle der Frequenz ω_{MW} ergibt sich ein Signal der Form $|B(t)| = A(t) \cdot B_0 \cos(\omega_{MW}t)$. Für eine cosinusförmige Modulation $A(t) = \cos(\omega_M t + \varphi_M)$ ergeben sich hieraus zwei Frequenzkomponenten

$$|B(t)| = \frac{B_0}{2} (\cos((\omega_{MW} - \omega_M)t - \varphi_M) + \cos((\omega_{MW} + \omega_M)t + \varphi_M)) \quad (4.17)$$

wobei die höhere Frequenz als rechtes Seitenband und die niedrigere als linkes Seitenband bezeichnet wird. Bei Amplitudenmodulation mit Modulationssignalen endlicher spektraler Breite lassen sich somit symmetrische Spektren um die Mikrowellenfrequenz ω_{MW} erzeugen.

4.6.1 Spektrometer-Modus

Zur Demonstration des Spektrometer-Modus wurde die Amplitudenmodulation mit einem Rauschgenerator, der einen Tiefpass bei 200 kHz besitzt, durchgeführt. Die im Inset der Abbildung 4.8 dargestellte Kurve zeigt die mit einem Spektrumanalysator aufgezeichnete spektrale Verteilung der Mikrowellenstrahlung. Durch Verstimmen der Frequenz ω_{MW} kann nun innerhalb einer experimentellen Realisierung die Faltung entsprechend Gleichung 4.12 vermessen werden. Es zeigt sich für das gegebene Spektrum eine gute Übereinstimmung zwischen Messdaten und dem Modell.

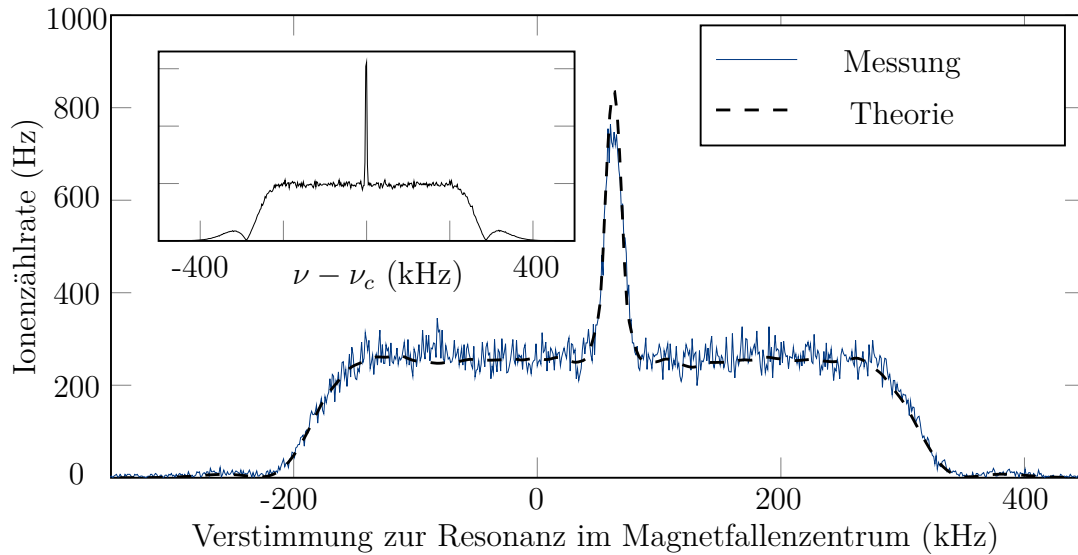


Abbildung 4.8: Beispielmessung für den Spektrometer-Modus: Im Inset ist die mit einem Spektrumanalysator gemessene spektrale Verteilung der Mikrowellenstrahlung dargestellt. Die Hauptabbildung zeigt in blau die detektierte Ionen-zählrate, die sich beim zeitlichen Verstimmen der Frequenz ω_{MW} mit einer Rate von 1.4 kHz/ms ergibt. Die Kurve wurde aus einer Mittelung von 1500 Einzelmessungen erstellt, wobei die mittlere Ionen-zahl pro Messung 50 betrug. Die schwarze, gestrichelte Kurve stellt die mit dem Multifrequenz-Modell zu erwartende Ionen-zählrate mit einer Detektionseffizienz von 19% für ein kondensiertes Ensemble mit 8900 Atomen und einer Temperatur von 33.75 nK dar, wobei die Form der spektralen Antwortfunktion experimentell bestimmt wurde. Lediglich die Maximalamplitude wurde aus der Theorie der spektralen Antwortfunktion bestimmt. Die Abbildung wurde aus [Publikation 4] entnommen und angepasst.

4.6.2 Dekohärenz / Zeitauflösung des Detektionssystems

Zur Charakterisierung der Dekohärenzeffekte können zwei unterschiedliche Verfahrensweisen angewendet werden: Verwendet man eine cosinus-förmige Amplitudenmodulation mit Frequenz $\Delta\omega/2$, so lässt sich dies spektral durch zwei Frequenzen $\omega + \Delta\omega/2$ und $\omega - \Delta\omega/2$ darstellen. Diese beiden Frequenzen generieren nun zwei Atomlaser, die miteinander interferieren, wie durch [Bloch et al., 2000] gezeigt wurde. Ist die Modulationsfrequenz klein im Vergleich zur Breite der spektralen Antwortfunktion, so ergibt sich für die Auskoppelrate

$$\Gamma(t) \sim \left(1 + \tilde{V}(|\Delta\omega|) \cos(\Delta\omega t + \Delta\varphi)\right) \quad (4.18)$$

, wobei $\tilde{V}(\Delta\omega)$ die Fouriertransformierte der Funktion $V(t)$ ist. Die Phase $\Delta\varphi$ ergibt sich aus einer eventuellen Phase in der Amplitudenmodulation. Durch Korrelationsanalyse erhält man

$$g^{(2)}(\tau) = 1 + \frac{\tilde{V}(|\Delta\omega|)^2}{2} \cos(\Delta\omega\tau) \quad (4.19)$$

und das Signal wird somit unabhängig von der Phase $\Delta\phi$. Die Funktion $\tilde{V}(|\Delta\omega|)$ kann somit durch Analyse des Kontrastes der $g^{(2)}$ -Funktion bestimmt werden. Abbildung 4.9a) zeigt die Auskoppelrate sowie die Korrelationsfunktion für $\Delta\omega = 20$ Hz. Die Korrelationsfunktion zeigt hierbei ein deutlich besseres Signal-Rausch-Verhältnis, da sie auf Basis der einzelnen Detektionsereignisse berechnet werden kann. Abbildung 4.9b) zeigt die extrahierten Werte für die Funktion $\tilde{V}(|\Delta\omega|)$ für unterschiedliche Modulationsfrequenzen für unterschiedliche atomare Ensembles. Neben der erwarteten Temperaturabhängigkeit aufgrund der unterschiedlichen de-Broglie-Wellenlängen ist auch bei einem Bose-Einstein-Kondensat mit 40×10^3 Atomen ein Abfall von $\tilde{V}(|\Delta\omega|)$ zu erkennen. Dies hat zwei Ursachen: Aufgrund der endlichen Temperatur T befinden sich nicht alle Atome des atomaren Systems im Bose-Einstein-Kondensat, sondern es existiert immer ein gewisser Anteil an thermischen Atomen, welche eine endliche de-Broglie-Wellenlänge haben. Dies kann für partielle Dekohärenz sorgen. Der zweite Verschmierungseffekt ergibt sich aufgrund der Detektionsmethode der ausgekoppelten Atome. Die Ionisationslaser haben eine endliche Ausdehnung von $\sim 50 \mu\text{m}$. Fällt ein Atom durch den Laserstrahl, so ist der Prozess der Zweiphotonen-Anregung örtlich nicht scharf definiert. Die Anregungswahrscheinlichkeit steigt auf der Größenordnung von ms an, was den Abfall der Funktion $\tilde{V}(|\Delta\omega|)$ für steigende $\Delta\omega$ dominiert. Eine alternative Methode zur Bestimmung von Dekohärenzeffekten ist eine Messung mittels gepulster Auskopplung, welche in Abbildung 4.9c) dargestellt ist. Die Abbildung zeigt sowohl den Modulationspuls, sowie die jeweiligen normierten Detektionsraten für unterschiedliche atomare Systeme. Der zu erwartende Auskoppelpuls unter Berücksichtigung der spektralen Antwortfunktion ohne Dekohärenz ist in grau dargestellt und wird nur unwesentlich verbreitert. Die Messungen zeigen eine deutliche Verbreiterung und beschreiben daher ungefähr die Funktion $V(t)$ für die unterschiedlichen atomaren Systeme.

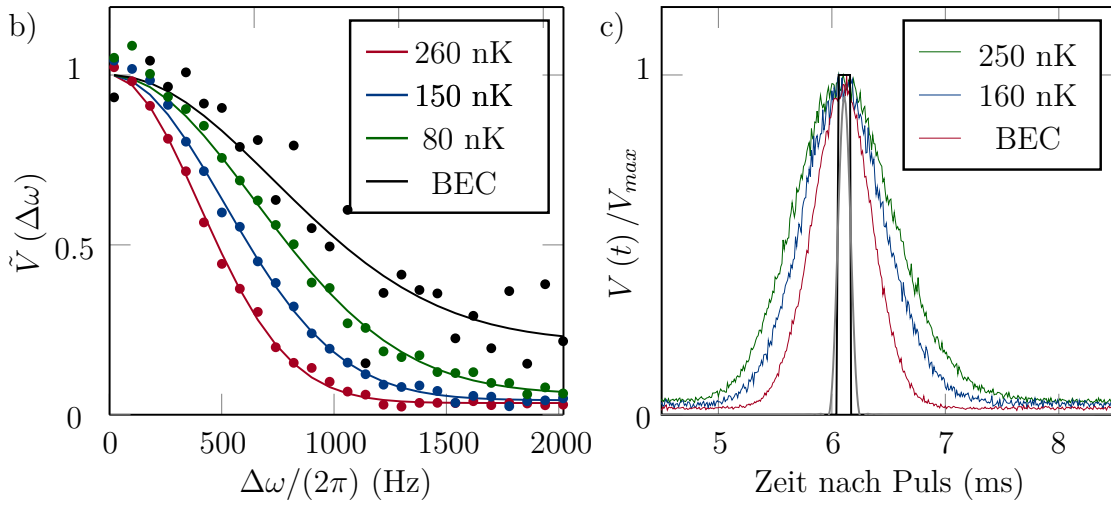
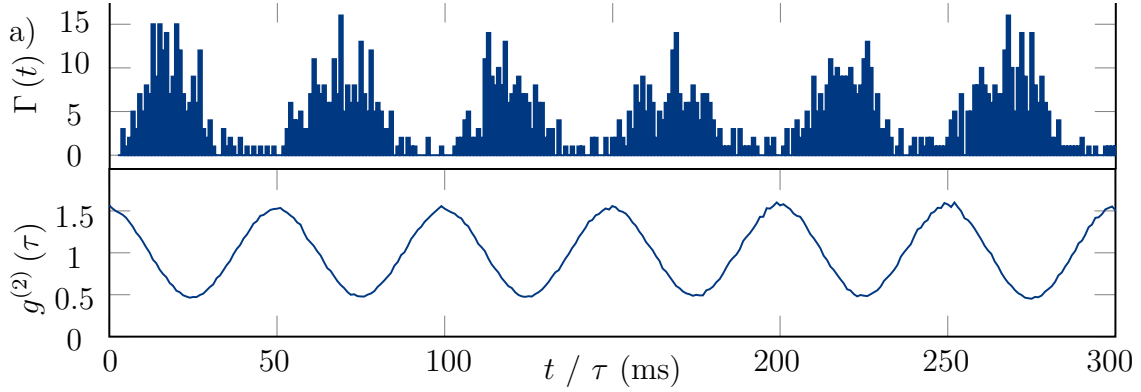


Abbildung 4.9: Bestimmung der Dekohärenzeffekte: a) Beispieldatensatz der Auskoppelrate $\Gamma(t)$ (oben) und $g^{(2)}(\tau)$ (unten) für eine sinusförmige Modulation der Mikrowelle mit $\Delta\omega = 20$ Hz. b) Aus der sinusförmigen Auskopplung für unterschiedliche Frequenzen extrahierte Funktion $V(\Delta\omega)$. c) Messungen von $V(t)$ für unterschiedliche atomare Systeme mit einem Modulationspuls mit einer Breite von $120 \mu\text{s}$ (zeitlich verschoben, in schwarz dargestellt) sowie der aufgrund der spektralen Antwortfunktion zu erwartende Auskoppelpuls (in grau dargestellt). Die Abbildung wurde aus [Publikation 4] entnommen und angepasst.

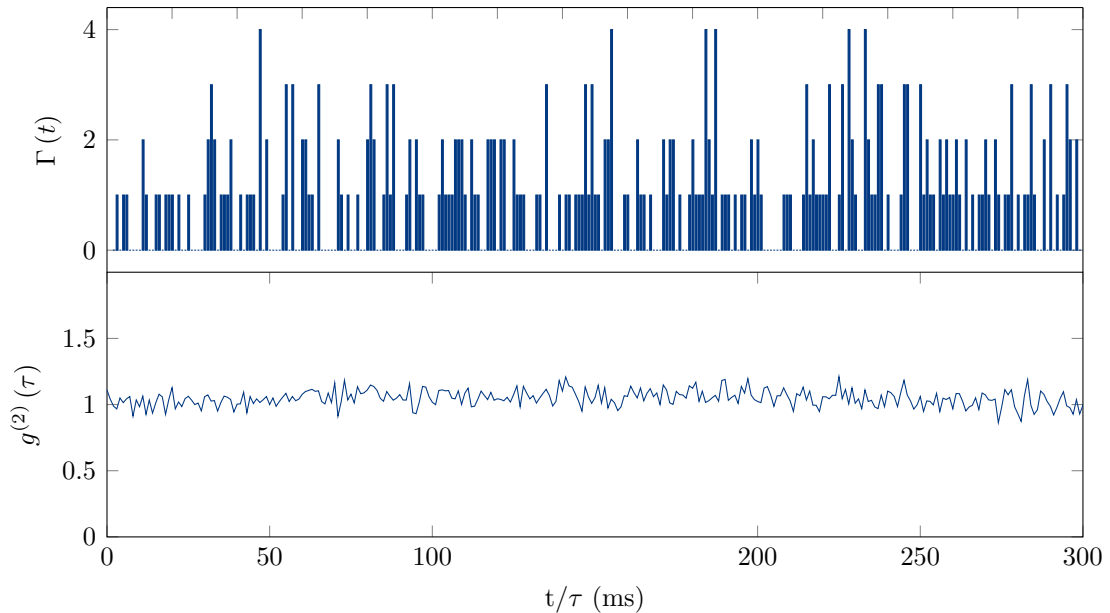


Abbildung 4.10: zeitabhängige Zählrate einer Einzelmessung (oben) sowie $g^{(2)}$ -Korrelationsfunktion von einigen hundert Messungen (unten) für monochromatische Auskopplung. Die Ereignisse sind in diesem Fall poissonverteilt.

4.6.3 Korrelations-Modus

Für den Korrelationsmodus ist in Abbildung 4.10 zunächst die Zählrate bei monochromatischer, kontinuierlicher Auskopplung sowie die Analyse der Zählstatistik mittels Berechnung der $g^{(2)}$ -Funktion auf Basis der einzelnen Teilchen dargestellt. Die Korrelationsfunktion zeigt für das untersuchte Zeitintervall $g^{(2)}(\tau) \approx 1$, die Ereignisse sind somit poissonverteilt. Diese Beobachtung wurde ebenfalls mit einem resonatorbasierten Einzelatomdetektionssystem gemacht [Öttl et al., 2005]. Auf kurzen Zeitskalen $< 100 \mu\text{s}$ findet ein Anstieg auf $g^{(2)}(0) \approx 1.1$ statt, welcher nicht vom Atomlaser stammt, sondern ein Effekt des Ionisationsprozesses ist. Die Intensität des Lasers mit der Wellenlänge von 1064 nm fluktuiert auf diesen Zeitskalen und sorgt somit für verstärkte Fluktuationen. Ein Bunching-Effekt aufgrund der bosonischen Natur von ^{87}Rb , der eine Temperaturabhängigkeit in der Korrelationsfunktion [Guarrera et al., 2011, Naraschewski and Glauber, 1999] ergeben würde, konnte nicht beobachtet werden.

Zur Charakterisierung des Korrelationsmodus für Mikrowellenspektren wurde eine Modulation der Form $A(t) = A_0 \cdot \sum_{\nu_i \in [\nu_1, \nu_2]} \sin(2\pi\nu_i t + \varphi_i)$ verwendet. Die Phasen φ_i wurden hierbei zufällig generiert und die Frequenzen besitzen einen Abstand von 1 Hz. Es findet also eine Auskopplung bei vielen Frequenzen statt.

Wird die spektrale Antwortfunktion nun lediglich mit einem der Seitenbänder überlagert, so ergibt sich eine pseudo-thermische Verteilung in der resultierenden Auskoppelrate [Öttl et al., 2005]. In diesem Fall existiert keine Phasenkorrelation zwischen den unterschiedlichen Frequenzanteilen und bei voller Kohärenz wird deshalb $g^{(2)}(0) = 2$ erwartet (Abweichungen von diesem Wert haben ihren Ursprung in der konkreten Wahl der Phasen). In Abbildung 4.11 ist zu erkennen, dass für ein Signal mit 200 Hz Bandbreite das Modell gut mit der Messung übereinstimmt und $g^{(2)}(0)$ ungefähr den Wert 2 erreicht.

Bei Auskopplung mit höheren Bandbreiten treten zwei Effekte auf: Da aufgrund der endlichen Zeitauflösung des Detektionssystems schnelle Modulationen in der gefilterten Intensität nicht mehr detektiert werden, verringern sich die Fluktuationen im Vergleich zur mittleren Auskoppelrate. Dies sorgt für einen verringerten Wert von $g^{(2)}(0)$ für größer werdende Bandbreiten (da $g^{(2)}(0)$ laut Gleichung (1.3) mit den Fluktuationen verknüpft ist). Desweiteren nähert sich für größer werdende Bandbreiten die charakteristische Abfallzeit einem Grenzwert an, wie für die Messungen mit Bandbreite > 1 kHz zu erkennen ist. Dies hat ebenfalls seine Ursache in den Dekohärenzeffekten und der zeitlichen Auflösung des Detektionssystems, da im aktuellen Aufbau die maximal detektierbare Bandbreite limitiert ist.

Eine phasenkorrelierte Auskopplung lässt sich dadurch erzeugen, dass die spektrale Antwortfunktion gleichzeitig mit beiden Seitenbändern überlagert wird (aus Gleichung (4.17) zu erkennen). In diesem Fall existiert aufgrund der Erzeugung mittels Amplitudenmodulation eine Korrelation zwischen den Phasen im linken und rechten Seitenband. In diesem Fall werden verstärkte Fluktuationen in der Auskoppelrate erwartet, was am Wert von $g^{(2)}(0)$ zu erkennen ist. Es zeigt sich hier eine Abweichung von der theoretisch zu erwartenden Kurve. Für alle Messungen wurde die Modulationsamplitude so eingestellt, dass die detektierte Ionenzahl pro Messung etwa 1000 betrug. Die Abweichung hat ihren Ursprung somit nicht in einer unterschiedlichen Gesamtanzahl der ausgekoppelten Atome. Auch eventuelle technische Störungen, beispielsweise durch 50 Hz-Rauschen durch das Stromnetz, müssten in allen Messungen für eine Abweichung sorgen.

Der Grund für die Abweichung liegt somit in der phasenkorrelierten statt unkorrelierten Auskopplung. Da für die Messungen die Phasen φ_i des Modulationssignals bei einer Bandbreite für alle Einzelmessungen gleich gewählt wurde, lässt sich ebenfalls die Auskoppelrate $\Gamma(t)$ direkt betrachten: Abbildung 4.12 zeigt in blau einen Zeitausschnitt der Auskoppelrate für den phasenunkorrelierten Fall und den phasenkorrelierten Fall mit gleicher Bandbreite. Es ist zu erkennen, dass im unkorrelierten Fall die maximale Auskoppelrate etwa einen Faktor 3 kleiner ist, als im phasenkorrelierten Fall. In rot ist die dem Modell zu erwartende Kurvenform der Auskoppelrate dargestellt. Im phasenkorrelierten Fall ist zu erkennen, dass im Abstand von $\sim 60 - 70$ ms eine wiederkehrende Abweichung von den Messdaten besteht.

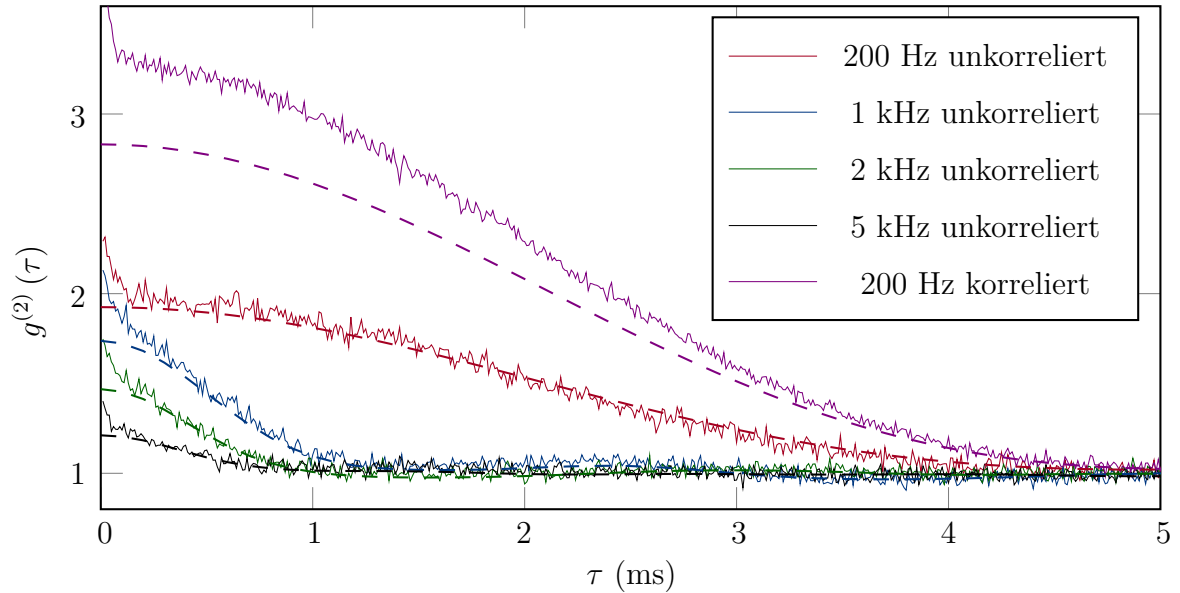


Abbildung 4.11: $g^{(2)}$ -Korrelationsfunktion der Zählrate bei Auskopplung mit unterschiedlichen Mikrowellenspektren. Die Linien zeigen die aus den Messungen extrahierten Korrelationsfunktionen, die gestrichelte Linie die vom Modell zu erwartende Korrelationsfunktion. Die Messung erfolgte mit einem Bose-Einstein-Kondensat mit 40×10^3 Atomen. Für jede Messkurve erfolgte eine Mittelung über mehrere hundert Einzelmessungen. Der Anstieg der $g^{(2)}$ -Funktion auf Zeitskalen $< 100 \mu\text{s}$ hat eine technische Ursache: Die Intensität des 1064 nm-Lasers fluktuiert auf diesen Zeitskalen, was sich auf das Messsignal überträgt. Die Abbildung wurde aus [Publikation 4] entnommen und angepasst.

Dies ist die Zeitskala der longitudinalen Fallenfrequenzen der Magnetfalle ($\omega_z = 2\pi \cdot 16 \text{ Hz}$). Dies legt die Vermutung nahe, dass während der Auskopplung Schwerpunktsoszillationen und weitere Schwingungsmoden bei höheren Frequenzen im Bose-Einstein-Kondensat angeregt werden. Dies könnte aufgrund der verstärkten Fluktuationen im phasenkorrelierten Fall der Grund für die Abweichungen vom Modell sein. Ein weiterer Effekt, der im Modell nicht implementiert ist, ist die Pulsverbreiterung, welche sich durch die endliche Wechselwirkungszeit der Atome mit der Mikrowellenstrahlung ergibt, und ebenfalls für Abweichungen sorgen kann.

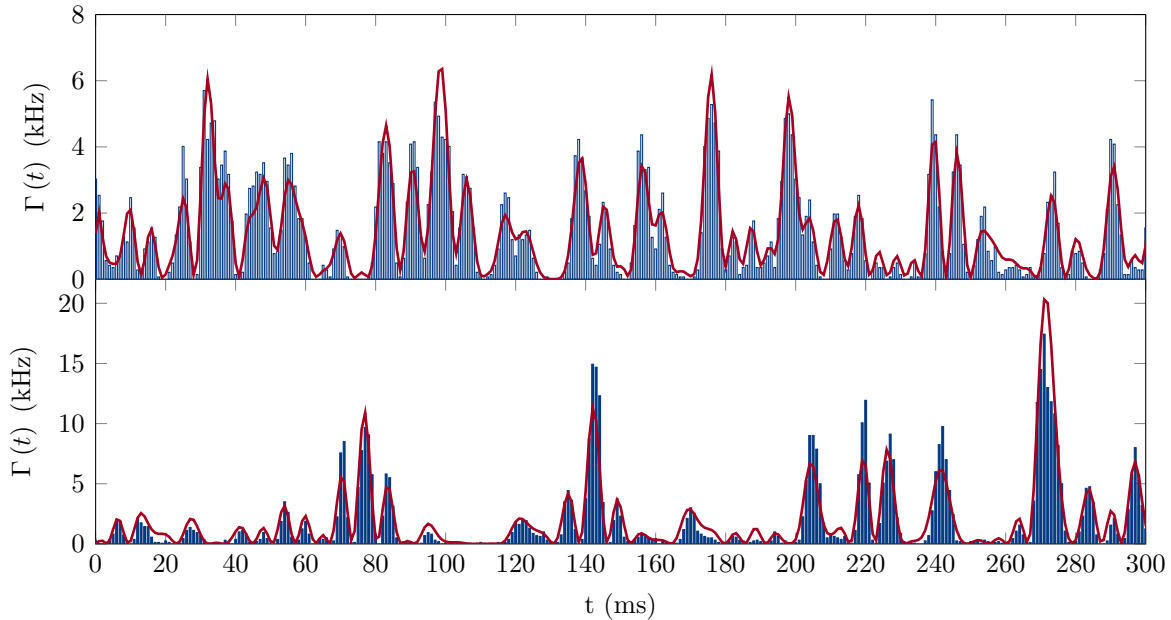


Abbildung 4.12: Zeitabhängige Auskoppelrate $\Gamma(t)$ für den phasenunkorrelierten Fall (oben) und den phasenkorrelierten Fall (unten) bei einer Bandbreite von 200 Hz. In blau sind die Messungen dargestellt und in rot die aufgrund des Modulationssignals zu erwartende Kurvenform (auf die Messdaten skaliert).

4.7 Echtzeitmessung von Schwerpunktsoszillationen [Publikation in Vorbereitung]

Im Zuge einer Masterarbeit von Tobias Menold [Menold, 2015] wurden schwingende ultrakalte Atomwolken mit dem Einzelatomdetektionsschema untersucht. Hierzu wurde eine thermische Wolke mit 300 nK und einer Atomzahl von 600×10^3 präpariert und zu einer Schwingung im anharmonischen Potential angeregt. Abbildung 4.13 zeigt einen Beispieldatensatz der Ionenzählrate für eine schwingende Atomwolke mit 16 μm Anregungsamplitude. Die Ionenzählrate zeigt zu Beginn deutliche Oszillationen mit der Fallenfrequenz, welche in ~ 300 ms ausdämpfen. Der Grund im oszillierenden Ionensignal ist die zeitlich variierende Dichte am Auskoppelpunkt. In der Arbeit wurde durch Vergleich mit Teilchensimulationen gezeigt, dass Dephasierungseffekte wie in Abschnitt 3.5 erläutert ebenso wie Stöße zwischen den Teilchen nötig sind, um die Messsignale zu reproduzieren.

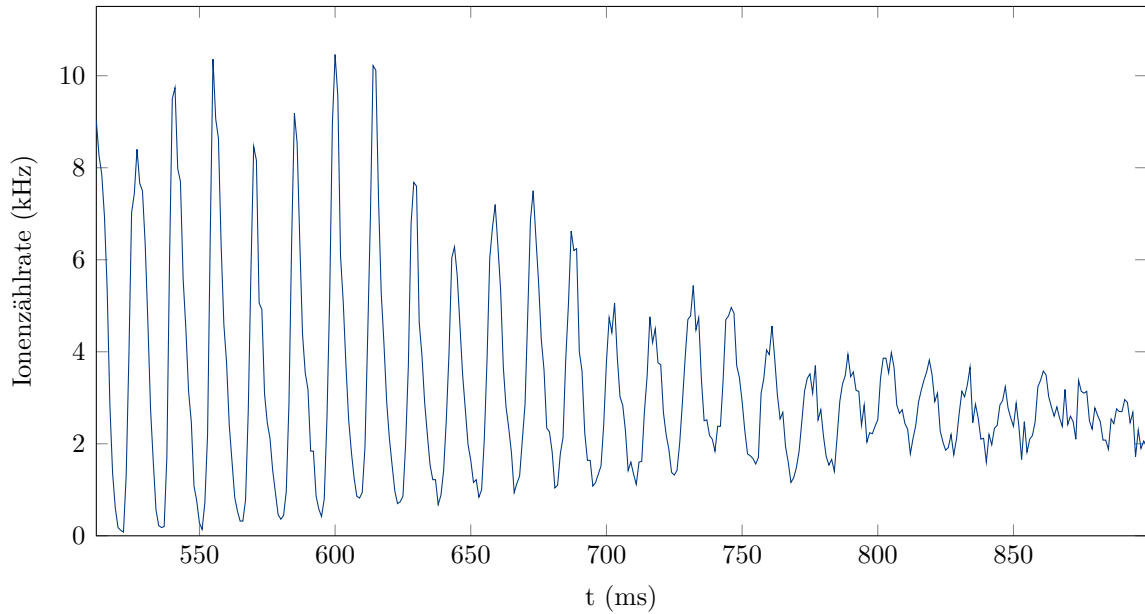


Abbildung 4.13: Darstellung der Ionenzählrate für Auskopplung aus einer ultrakalten Atomwolke, die zum Zeitpunkt $t = 500$ ms zu Schwerpunktsoszillationen angeregt wurde. Es wurde eine thermische Wolke mit einer Atomzahl von 600×10^3 und einer Temperatur von 300 nK verwendet. Die Auskoppelmikrowelle wurde hierbei fix bei einer Verstimmung zum Fallenboden von 2 MHz eingestrahlt. Der Zeitraum $t < 500$ ms beinhaltet den Auslenkprozess sowie das langsame Anschalten der Mikrowellenauskopplung und der Ionisationslaser, um weitere Dynamik zu vermeiden. Die Ionenzählrate wurde durch Mittelung von 50 Einzelrealisierungen berechnet.

4.8 Quantensensorik elektromagnetischer Felder - Resümees

Die beschriebenen Messungen haben gezeigt, dass es möglich ist, mithilfe von atomaren Ensembles elektromagnetische Fluktuationen spektral zu vermessen, sowie mit dem dargestellten Modell quantitativ zu analysieren.

Mit einer Sensitivität auf Magnetfelder von einigen $\text{pT}/\sqrt{\text{Hz}}$ für Rubidium-Grundzustandsatome können hierbei monochromatische magnetische Fluktuationen mithilfe der atomaren Ensembles untersucht werden.

Der Vorteil dieser Methode gegenüber konventionellen optischen Magnetfeldsensoren liegt hierbei in der Lokalität, welche durch die Ausdehnung der atomaren Wolke gegeben ist. Im Gegensatz zu anderen Magnetfeldsensoren, die auch statische Felder messen können, bietet dieses System die Möglichkeit die elektromagnetischen Fluktuationen im Frequenzbereich der Zeeman-Übergänge (im Bereich von MHz) und Hyperfeinstrukturübergänge (im Bereich von GHz) der Rubidiumgrundzustandsatome zu untersuchen. Die Übergangsfrequenzen sind hierbei über extern anlegbare magnetische Felder verstimmbar.

Aufgrund der reichhaltigen Struktur von hochangeregten Rydbergzuständen [Grimmel et al., 2015] eröffnet sich ebenfalls die Möglichkeit, den Frequenzbereich dieser Technik zu erweitern. Ein Vorteil gegenüber anderen Methoden liegt wie bei der Kaltatommikroskopie in der Verwendung von verdünnten atomaren Gasen:

Diese können im Gegensatz zu Festkörpersystemen wie einem SQUID-Mikroskop [Vasyukov et al., 2013] sogar in Überlapp mit der zu untersuchenden Struktur gebracht werden. Desweiteren ist die Größe der Sonde über die Magnetfallenparameter und der Möglichkeit zur Veränderung der Wechselwirkung mittels einer Feshbach-Resonanz einstellbar.

Das System bietet mit der Einzelphotonenauflösung die Möglichkeit, die Korrelationen von elektromagnetischen Feldern zu untersuchen, was anhand von künstlich erzeugten Spektren gezeigt wurde.

5 Ausblick

Mit den in dieser Arbeit dargestellten Methoden eröffnen sich neue Möglichkeiten zur Analyse von elektromagnetischen Fluktuationen im freien Raum sowie in der Nähe von Festkörpersystemen.

So lässt sich beispielsweise mithilfe von gequetschtem Licht über eine Auskopplung der Atome mittels Raman-Übergängen ein Atom-Laser generieren, der verringerte Teilchenfluktuationen aufweisen soll [Jing et al., 2000, Jing et al., 2001, Haine and Hope, 2005]. Das in dieser Arbeit beschriebene Einzelatomdetektionssystem bietet hierbei die Möglichkeit, diese Fluktuationen zu analysieren. Die Untersuchung eines solchen Systems wäre hilfreich, um die Anwendbarkeit des Korrelationsmodus für nicht-klassische Felder sowie die zugänglichen Feldamplituden zu demonstrieren. So ist für sehr schwache Auskopplung aufgrund der kurzen resonanten Wechselwirkungszeit mit den elektromagnetischen Feldern keine Übertragung der Korrelationen auf den Atomlaser zu erwarten. Für hohe Feldamplituden sind Rabi-oscillationen zwischen den Zuständen zu erwarten, welche die Auskoppelrate des Atomlasers gegen Null gehen lassen. Eine Anwendbarkeit des Korrelationsmodus ist somit nur in einem eingeschränkten Kopplungsstärkebereich zu erwarten.

Zur Untersuchung von elektromagnetischen Fluktuationen in der Nähe von Festkörpersystemen bietet das entwickelte Kaltatommikroskop die Möglichkeit, die ultrakalten Atomwolken kontrolliert in der Nähe von Festkörpersystemen zu positionieren. Durch die auftretenden Casimir-Polder-Kräfte ist hierbei eine Veränderung der spektralen Antwortfunktion bei der Auskopplung zu erwarten. Die Untersuchung der abstandsabhängigen spektralen Antwortfunktion könnte hierbei die Rekonstruktion des Casimir-Polder-Potentials erlauben.

Zum Einen wird sich die Gleichgewichtsverteilung aufgrund der Casimir-Polder-Potentiale verändern. Zum Anderen ist eine verringerte, frequenzabhängige Detektionseffizienz zu erwarten, da das momentane Detektionsprinzip auf dem Fallen der Atome aufgrund von Gravitation und magnetischen Kräften basiert. Werden die Casimir-Polder-Kräfte zu stark, so ist zu erwarten, dass die Teilchen in Richtung der Oberfläche gezogen werden und nicht detektiert werden können. Im Falle von ^{87}Rb und Silizium lässt sich dieser minimale Abstand für Messungen durch Gleichsetzen von Gravitationskraft und Casimir-Polder-Kraft zu 790 nm abschätzen. Eine weitere Anwendungsmöglichkeit ist die Detektion von Johnson-Rauschen in der Nähe von leitfähigen Materialien, welche sich mit der Einzelatomsensitivität auf deutlich weitere Abstandsbereiche erweitern lässt. So ließe sich beispielsweise mit einer Atomwolke von mehreren 10^5 Atomen das Johnson-Rauschen über einer Kupferoberfläche im mm-Abstandsbereich detektieren [Henkel et al., 1999].

Auf dem Weg zur Detektion von Quantenrauschen in der Nähe von Nanosystemen soll in der Arbeitsgruppe zunächst eine magnetomechanische Kopplung der Atomwolken an einen stromdurchflossenen, mechanischen Nanoresonator realisiert werden. Hierzu sollen goldbeschichtete Siliziumnitrid-Resonatoren [Seitner et al., 2014] verwendet werden. Die Resonanzfrequenzen dieser Strukturen liegen hierbei im MHz-Bereich und die magnetischen Fluktuationen sollten in diesem Fall eine Kopplung der unterschiedlichen m_F -Zustände ermöglichen für typische magnetische Offsetfelder im Bereich einiger 10^{-4} T. Die erreichbare Sensitivität des beschriebenen Einzelatomdetektionssystem auf Magnetfelder sollte es hierbei ermöglichen, die getriebene Schwingung dieser Nanoresonatoren zu detektieren. Ein weiterer Schritt, für den allerdings kryogene Temperaturen erforderlich sind, könnte dann eine parametrische Anregung der Schwingungen des Nanoresonators durch Energietransfer von der atomaren Wolke [Darázs et al., 2014] sowie die Detektion des Stromrauschens und dessen Quanteneigenschaften [Kálmán et al., 2012] sein. Die mechanische Oszillation des Nanoresonators sorgt hierbei dafür, dass niederfrequentes Stromrauschen (mit einer deutlich kleineren Frequenz als der Frequenz der mechanischen Oszillation) durch Amplitudenmodulation Seitenbänder um die mechanische Oszillationsfrequenz erzeugt. Diese Seitenbänder können durch Verändern des magnetischen Offsetfeldes in Überlapp mit der spektralen Antwortfunktion gebracht werden. Es könnte somit zwischen Emission beziehungsweise Absorption von Energie aus den Stromfluktuationen unterschieden werden.

Bei Raumtemperatur auftretende Quantenphänomene [Beugeling et al., 2015, Novoselov et al., 2007] könnten ebenfalls mithilfe des dargestellten Detektionssystems untersucht werden.

Die dargestellten Techniken bieten somit in Ergänzung zu bisherigen Verfahren viele Möglichkeiten zur Untersuchung von Materialeigenschaften sowie der Detektion von Quanteneffekten.

Anhang A

Eigenschaften der spektralen Antwortfunktion

Zur Berechnung der Sensitivität auf Magnetfelder muss das Maximum der spektralen Antwortfunktion gefunden werden. Die Kurvendiskussion ist im Folgenden für ein Bose-Einstein-Kondensat und eine thermische Wolke dargestellt.

A.1 Maximum der spektralen Antwortfunktion - Bose-Einstein-Kondensat

Für ein Bose-Einstein-Kondensat mit der Teilchenzahl N und Fallenfrequenzen von $\omega_{(x/y/z)} = 2\pi \times (85/70/16)$ Hz ergibt sich das Maximum der spektralen Antwortfunktion im Ortsraum zu

$$y_{BEC,max} = \frac{1}{3} \sqrt{5y_0^2 + \sqrt{2}y_0 \sqrt{8y_0^2 - 6R_y^2} - 3R_y^2} = 50.6 \text{ } \mu\text{m} \approx y_0 \quad (\text{A.1})$$

und im Frequenzraum zu

$$\omega_{BEC,max} = \frac{1}{2} \frac{m_{Rb} \omega_y^2 y_{BEC,max}^2}{\lambda \hbar} = 2\pi \cdot 81.4 \text{ kHz} \approx \frac{m_{Rb} g^2}{2\lambda \hbar \omega_y^2} \quad (\text{A.2})$$

und entspricht somit für die gegebenen Fallenparameter näherungsweise dem Maximum der eindimensionalen Dichteverteilung. Die Auskoppelrate am Maximum ist

$$\Gamma_{BEC,max} = \Gamma_{BEC}(\omega_{BEC,max}) \approx \frac{\mu^2 \pi^2 \Omega^2 \lambda \hbar}{2g_{Rb} m_{Rb}^2 g \omega_x \omega_z} \quad (\text{A.3})$$

$$= \frac{\pi \Omega^2 \lambda a_{HO} \omega_y}{32g} \cdot \left(\frac{a_{HO}}{a_{Rb}}\right)^{\frac{1}{5}} \cdot (15N)^{\frac{4}{5}} \quad (\text{A.4})$$

mit dem chemischen Potential $\mu = \hbar \bar{\omega} / 2 \cdot (15N a_{Rb} / a_{HO})^{(2/5)}$, der mittleren Fallenfrequenz $\bar{\omega} = (\omega_x \omega_y \omega_z)^{1/3}$ und der mittleren harmonischen Oszillatorlänge $a_{HO} = \sqrt{\hbar / (m_{Rb} \bar{\omega})}$. Nimmt man eine Detektionseffizienz η an, so ergibt sich die in der Zeit T minimal messbare

Rabifrequenz durch die Bedingung

$$\eta\Gamma_{BEC,max} \stackrel{!}{=} \frac{1}{T_m} \text{Hz}$$

zu

$$\Omega_{min} = \left(\frac{a_{Rb}}{a_{HO}}\right)^{\frac{1}{10}} (15N)^{-\frac{2}{5}} \sqrt{\frac{32g}{\pi\lambda a_{HO}\omega_y\eta T_m}} \quad (\text{A.5})$$

,was bei einer Atomzahl $N = 10 \times 10^3$, einer Messdauer $T_m = 1$ s, Detektionseffizienz $\eta = 25$ % und den gegebenen Fallenparametern $\Omega_{min} = 2\pi \cdot 714$ mHz ergibt. Über den Zusammenhang $\hbar\Omega_{min} = \mu_B B_{min} \sqrt{6}/2$ lässt sich dies in eine minimal messbare Amplitude eines rein zirkular polarisierten Mikrowellenfeldes von $B_{min} = 42$ pT umrechnen. Berücksichtigt man die Ausdehnung des Bose-Einstein-Kondensat mit den Thomas-Fermi-Radien $R_{x/y/z} = (3/3.7/16)$ μm , so lässt sich dies in einen magnetischen Fluss von $\Phi_{min} = \pi R_x R_z B_{min} = 3.1 \mu\Phi_0$ mit dem magnetischen Flussquant $\Phi_0 = h/(2e)$ umrechnen.

A.2 Maximum der spektralen Antwortfunktion - thermische Wolke

Das Maximum für die thermische Wolke ist durch die Bestimmungsgleichung

$$\tanh \left(2\sqrt{\frac{U_0 \lambda \hbar \omega}{k_B T k_B T}} \right)^2 = \sqrt{\frac{U_0}{\lambda \hbar \omega}} \quad (\text{A.6})$$

mit $x(\omega) = \sqrt{\lambda \hbar \omega / U_0}$ gegeben. Für $U_0 \gg k_B T$ ist der Term $\tanh(2x(\omega)U_0/(k_B T)) \approx 1$ und somit das Maximum der spektralen Antwortfunktion gegeben zu

$$\Gamma_{therm} \left(\omega_{max} \approx \frac{U_0}{\lambda \hbar} \right) = \frac{\pi \Omega^2 \lambda \hbar}{2} \frac{N}{\sqrt{\pi U_0 k_B T}} \exp \left(-2 \frac{U_0}{k_B T} \right) \sinh \left(2 \frac{U_0}{k_B T} \right) \quad (\text{A.7})$$

$$\approx \frac{\pi \Omega^2 \lambda \hbar}{4} \frac{N}{\sqrt{\pi U_0 k_B T}} \quad (\text{A.8})$$

. Auch hier kann eine minimal messbare Rabifrequenz

$$\Omega_{min} = \sqrt{\frac{4\sqrt{\pi U_0 k_B T}}{N \pi \lambda \hbar \eta T_m}} \quad (\text{A.9})$$

definiert werden, was bei einer Atomzahl $N = 7.3 \cdot 10^5$ und Temperatur von $T = 160$ nK mit Messdauer $T_m = 1$ s einer Rabifrequenz von $\Omega_{min} = 2\pi \cdot 0.2$ Hz entspricht. Umgerechnet auf das Magnetfeld ergibt sich $B_{min} = 12$ pT und der magnetische Fluss ergibt sich unter Verwendung der Ausdehnungen $\sigma_{x/y/z} = \sqrt{(k_B T)/(m_{Rb} \omega_{x/y/z}^2)} = (7.8/8.9/39) \mu\text{m}$ zu $\Phi_{min} \approx \pi(2\sigma_x)(2\sigma_z)B_{min} = 4.9 \mu\Phi_0$.

Angehängte Publikationen

Veröffentlichung 1

M. Gierling, P. Schneeweiss, G. Visanescu, P. Federsel, M. Häffner, D.P. Kern, T.E. Judd,
A. Günther and J. Fortágh

Cold-atom scanning probe microscopy,

Nature Nanotechnology **6**, 446-451 ©(2011)

Der Nachdruck erfolgt mit Genehmigung von Maxmillan Publishers Ltd.

Cold-atom scanning probe microscopy

M. Gierling,¹ P. Schneeweiss,¹ G. Visanescu,¹ P. Federsel,¹ M. Häffner,¹ D. P. Kern,¹ T. E. Judd,¹ A. Günther,^{1,*} and J. Fortágh^{1,†}

¹*CQ Center for Collective Quantum Phenomena and their Applications, Eberhard-Karls-Universität Tübingen, Auf der Morgenstelle 14, D-72076 Tübingen, Germany*
(Dated: April 21, 2011)

Scanning probe microscopes are widely used to study surfaces with atomic resolution in many areas of nanoscience. Ultracold atomic gases trapped in electromagnetic potentials can be used to study electromagnetic interactions between the atoms and nearby surfaces in chip-based systems. Here we demonstrate a new type of scanning probe microscope that combines these two areas of research by employing an ultracold gas as the tip in a scanning probe microscope. This cold-atom scanning probe microscope offers a large scanning volume, an ultrasoft tip of well-defined shape and high purity, and sensitivity to electromagnetic forces (including dispersion forces near nanostructured surfaces). We use the cold-atom scanning probe microscope to non-destructively measure the position and height of carbon nanotube structures and individual free-standing nanotubes. Cooling the atoms in the gas to form a Bose-Einstein condensate increases the resolution of the device.

PACS numbers: 03.75.Be, 68.37.-d, 81.07.De

I. INTRODUCTION

Scanning probe microscopy has established itself as one of the key techniques in modern nanoscience [1]. The atomic-scale topography of surfaces is routinely measured with atomic force microscopes (AFM) [2, 3] and scanning tunnelling microscopes [4, 5]. Other types of scanning probe microscopes (SPMs) are used for high resolution imaging of the electronic [6], magnetic [7], thermal [8] and chemical [9, 10] properties of nanostructures, and for mechanical manipulation of nanoscale objects [11]. The AFM forms an image by scanning a sharp tip on a flexible cantilever across the surface of interest and measuring the deflection of the cantilever caused by the interaction between the tip and the surface: AFMs can operate in either contact or dynamic mode [3].

In a cold-atom SPM the solid tip of a conventional AFM is replaced by a gas of ultracold rubidium atoms (density $10^{12} - 10^{14}\text{cm}^{-3}$) that is confined in a magnetic trap (Fig. 1). This tip is then scanned in a three-dimensional volume above the surface of interest by a magnetic "conveyor belt" [12]. Ultrahigh vacuum conditions ($< 10^{-9}\text{mbar}$) are needed to keep the atoms confined in the trap at low temperatures ($< 1\mu\text{K}$) although the apparatus itself and the surfaces under study are at room temperature. In contact mode we measure the loss of atoms from the gas to determine the position and height of individual free-standing nanotubes. In dynamic mode we measure changes in the centre-of-mass oscillations of the gas caused by the weak attractive force between the gas and the structure being imaged.

Neutral atoms are sensitive quantum probes of electromagnetic fields. Cold-atom sensors have reached a

magnetostatic sensitivity of 10^{-10}T [13, 14], and electrostatic forces close to surfaces have been measured down to the $0.1\text{V}/\text{cm}$ level [15, 16]. Superior force sensitivity, $< 500\text{yN Hz}^{-1/2}$, has been demonstrated using trapped ions [17]. Ultracold atoms have been used to measure magnetic field fluctuations induced by Johnson-noise near metallic surfaces [18] and also to prove the absence of Johnson-noise in superconductors [19]. An important consequence of the dynamic polarisability of atoms are dispersion forces that arise between atoms (van der Waals forces) or between an atom and a solid object (Casimir-Polder forces) [20]. In particular, extremely weak dispersion forces in the retarded limit (object-probe separation $d > \mu\text{m}$) are measurable with atoms [21, 22], which complements the typical measurement range of AFMs ($d < 100\text{nm}$) [2, 3].

Promising UHV-applications of cold-atom SPMs include topographical imaging of nanostructured surfaces, dispersion force imaging near nano-objects or macromolecules, and control of interactions between atoms and nanostructures. The technique could also image impurities, current paths, as well as electromagnetic fluctuations in nano-electronic circuits.

II. MICROSCOPE SETUP

To demonstrate the cold-atom SPM, we prepare thermal atom clouds and Bose-Einstein condensates [23, 24] with several tens of thousands of ^{87}Rb atoms in a cigar-shaped harmonic trapping potential with the long axis along the x -coordinate and rotational symmetry in the $y - z$ plane [cf. Fig. 2(a)]. The magnetic trapping potential [25] is characterized by axial and radial oscillation frequencies, ω_a and ω_r , and a magnetic offset field B_{off} in the trap centre. For a typical temperature of 500nK , the density of the atoms follows a Gaussian distribution and the $1/e$ -radius of a thermal cloud is $97\mu\text{m}$ in

*Electronic address: a.guenther@uni-tuebingen.de

†Electronic address: fortagh@uni-tuebingen.de

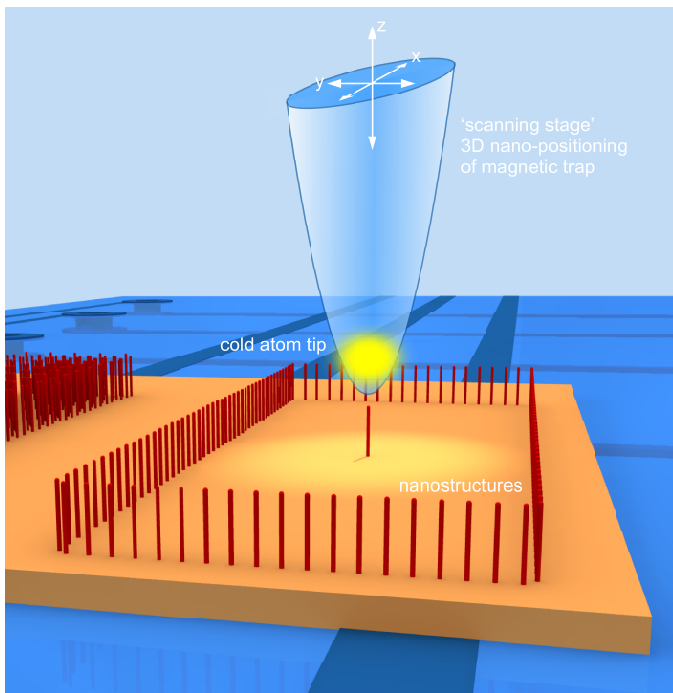


FIG. 1: Cold-atom scanning probe microscope. An ultracold atom cloud (elliptically shaped) is confined in a magnetic trap and scanned above a surface in a three-dimensional volume. By measuring atom losses (contact mode) or changes in the centre-of-mass oscillation of the cloud (dynamic mode), the topography is determined.

the axial direction, $11\mu\text{m}$ in the radial direction, with $\omega_a = 2\pi \times 16\text{s}^{-1}$, $\omega_r = 2\pi \times 140\text{s}^{-1}$, and $B_{\text{off}} = 0.8\text{G}$ (See equation 3 in methods). For a Bose-Einstein condensate the density of the atoms follows a parabolic distribution and the dimensions of the gas are much smaller than for a thermal cloud containing the same number of atoms [26]. A condensate of $\sim 2 \times 10^4$ atoms measures $\sim 19\mu\text{m}$ in the axial direction and $3.7\mu\text{m}$ in the radial direction for trapping parameters of $\omega_a = 2\pi \times 16\text{s}^{-1}$, $\omega_r = 2\pi \times 80\text{s}^{-1}$, and $B_{\text{off}} = 0.8\text{G}$.

The operation of the microscope takes place under ultrahigh vacuum conditions (10^{-11}mbar), where ultracold atom clouds are prepared using standard techniques of magneto-optical cooling and magnetic trapping [27]. Three-dimensional nano-positioning of atom clouds is achieved by means of precise magnetic field control above an integrated “carrier chip” (Fig. 2(a)). Three current-driven conductors on the top of the substrate (labeled with R1, R2, R3) form a radially (y and z) confining potential. The harmonic axial confinement (x) is given by the B field of a conductor pair on the rear side of the substrate (conductors labeled with A). The y - and z -position of the atom cloud is controlled through the currents in the conductors on the top. x -positioning is achieved by changing the currents in the rear-side conductors. A suitable algorithm for temporal current control ensures smooth translation of the atom cloud by the

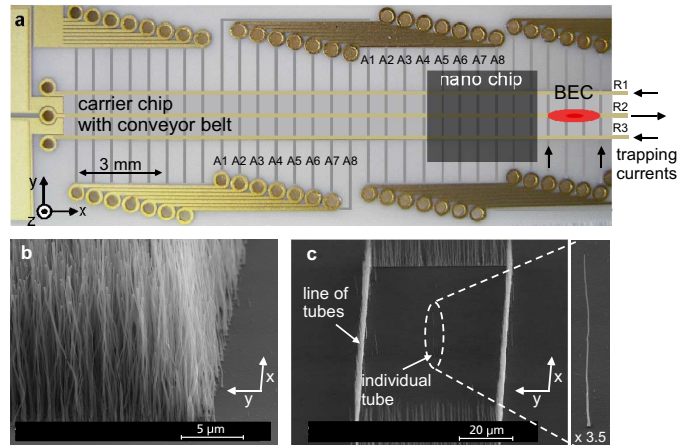


FIG. 2: Magnetic conveyor belt for nanopositioning the cold-atom probe tips near nanostructures. (a) The carrier chip contains a full set of miniaturized electromagnets - defined by microfabricated wire patterns - for trapping and excitation-free transport of atom clouds over a surface area of 20mm^2 and a variable height up to $500\mu\text{m}$ above the carrier chip surface. Current-driven conductors on the front (R1, R2, R3) and rear side (A1-A8) of a sapphire substrate generate magnetic traps for ultracold atoms. The position of the magnetic trap is scanned by changing the current in the conductors [12]. Nanostructures under study are implemented on the nano chip, which is attached to the surface of the conveyor belt. (b) and (c) SEM images of vertically grown carbon nanotube test structures: a carpet of nanotubes and a free standing nanotube surrounded by lines of nanotubes, respectively.

conveyor belt as described in [12]. The centre-of-mass position of the atom cloud with respect to the carrier chip surface is calibrated by comparing magnetic field simulations with experimentally measured, position-dependent trap parameters (oscillation frequencies, offset fields).

The nanostructures which we probe with the atom cloud are integrated on a separate “nano chip” (here with height $\sim 270\mu\text{m}$) fixed to the surface of the carrier chip. The carrier chip and the nano chip are at room temperature. The large scanning area of the carrier chip allows, in principle, for several nano chips to be mounted at the same time.

In the following, we image the topography of carbon nanotube structures on a silicon nano chip surface using the cold-atom probe tip. The multiwall carbon nanotubes have been grown vertically on the nano chip by plasma enhanced chemical vapor deposition (PECVD) similar to [28, 29]. Scanning electron microscope (SEM) images of the nanostructures shown in Fig. 2(b) and (c) are used for comparison.

III. CONTACT MODE

The first task of the scanning probe microscope is to calibrate the position of the nano chip surface. This may

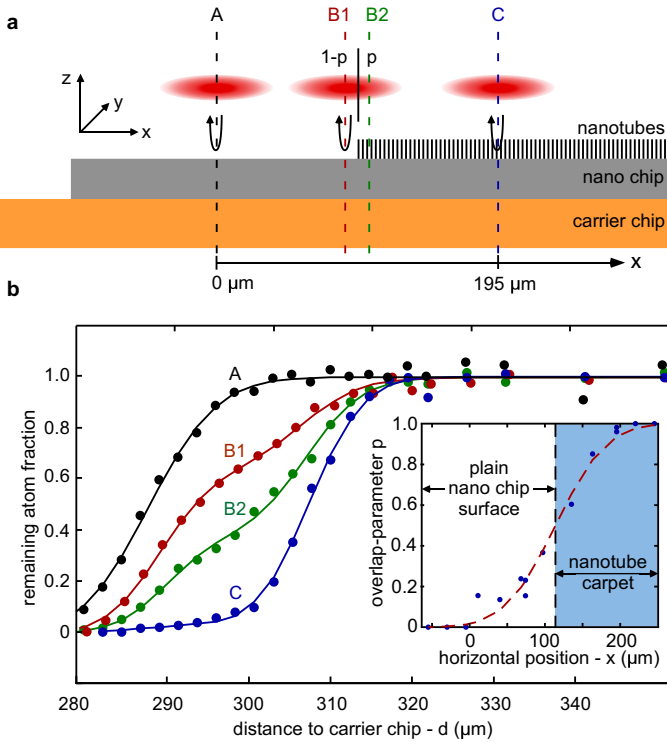


FIG. 3: Contact mode. (a) The cold-atom tip is shifted bidirectionally along z to a variable turning point at the nano chip surface. The atom number remaining in the trap is recorded as a function of the turning point's z -coordinate. The figure illustrates measurements for various x -positions: calibration of the nano chip surface (position A), measurement of the edge (area B) and height of a nanotube carpet (position C). (b) The remaining fraction of atoms is plotted against the distance d from the carrier chip surface for positions A, B1, B2, and C. At the nanotube carpet's edge, only a fraction p of the atom cloud overlaps with the nanotube carpet. The remaining atom fraction is modeled with Eq. 2, yielding p . The inset shows the x -position-dependent overlap parameter p . The edge of the nanotube carpet is at the position where p drops to 0.5.

vary from sample to sample since the nano chips are mechanically attached or glued to the carrier chip. The calibration is done by measuring atom losses from the magnetic trap as a function of cloud-surface separation at three lateral positions over the nano chip. Atom loss is observed when the atomic density distribution has a significant overlap with this surface (contact mode). This three-point measurement allows us to correctly characterize the plane of the nano chip surface.

The experimental situation is illustrated in Fig. 3(a). In the first step, we prepare an atom cloud at a relatively large distance from the surface ($40\mu\text{m}$) with no observable atom loss (position A). From this position, the cloud is moved adiabatically (within 300ms) towards the nano chip surface to a variable turning point, and is then shifted back non-adiabatically to the start position. Subsequently, all magnetic fields are turned off

and the remaining atom fraction $N(d)/N_0$ is observed by standard absorption imaging [30]. The measured data is plotted as a function of the cloud's turning point d with respect to the carrier chip surface (Fig. 3(b), data set A).

If the turning point of the cloud is not closer than $320\mu\text{m}$ from the carrier chip surface, all atoms are retained. However, if the cloud is brought closer to the surface, the number of atoms rapidly decreases and is zero for distances below $280\mu\text{m}$. Assuming a short interaction time, the loss of atoms can be modeled by the spatial overlap of the cloud and the surface, which in the case of a thermal distribution is given by an integrated truncated Gaussian distribution also known as the error function. With the nano chip surface position at $d = d_0$, the remaining fraction of thermal atoms is given by:

$$\frac{N}{N_0} = \int_{d_0}^{\infty} \sqrt{\frac{\alpha}{\pi}} e^{-\alpha(z-d)^2} dz = \frac{1}{2} \text{erfc}(\sqrt{\alpha}(d_0 - d)). \quad (1)$$

Here, $\alpha = m_{Rb}\omega_r^2 / 2k_B T$ denotes the Boltzmann factor of the corresponding density distribution, given by the atomic mass of Rubidium m_{Rb} , the radial trap frequency ω_r , Boltzmann's constant k_B and the cloud's temperature T . Curve A in Fig. 3(b) shows a fit of the theory function to the measured data. From the width of this function we deduce the temperature of the atoms to be $(500 \pm 100)\text{nK}$. Due to surface evaporation this temperature is slightly lower than the cloud's initial temperature of 800nK determined by time of flight measurements [30]. The fit additionally reveals the relative position of the nano chip surface to be at $d_0 = (288 \pm 0.6)\mu\text{m}$ from the reference plane of the carrier chip, which is, according to Eq. 1, the position where the remaining atom number drops to half its initial value [see vertical dashed lines in Fig. 3(b)]. Now, the cold-atom scanning probe microscope is ready for characterising surface topographies.

We measure the edge position and height of a carpet of carbon nanotubes [cf. Fig. 2(b)], by repeating the previous experimental sequence for different axial positions x [cf. Fig. 3(a)]. Data sets B1, B2, and C in Fig. 3(b) illustrate the observations.

Like the results above the plain surface of the nano chip, data set C is well fitted by Eq. 1, but shows a surface position shifted to a larger distance d . At this position, the atom cloud is fully positioned above the carpet of nanotubes. The fit yields a relative surface position of $d = (307 \pm 0.5)\mu\text{m}$. Compared with the position of the nano chip surface (data set A), we deduce the height of the carpet, and hence the average length of the vertically aligned carbon nanotubes, to be $L = (19 \pm 0.8)\mu\text{m}$. This value is in good agreement with the averaged height of $(20 \pm 2)\mu\text{m}$ taken from scanning electron microscope images. The Casimir-Polder interaction [20] has been neglected for the determination of the nano carpet height. This is justified as the Casimir-Polder force above the silicon nano chip causes approximately the same shift of the atom loss curve as above the nano carpet. Therefore, the relative position measurement is not affected.

Data sets B1 and B2 show a substructure that cannot be explained by a simple error function. This indicates that the atom cloud is partially overlapping with the nanotube carpet. In this regime, the drop of the atom number can be described by a model incorporating the weighted sum of two error functions - one for the atom loss above the plain surface and another above the carpet:

$$\frac{N}{N_0} = \frac{1-p}{2} \operatorname{erfc}(\sqrt{\alpha}(d_0-d)) + \frac{p}{2} \operatorname{erfc}(\sqrt{\alpha}(d_0+L-d)). \quad (2)$$

Compared with Eq. 1, this function adds the overlap parameter p and the length of the nanotubes L as additional fitting parameters. Figure 3(b) shows the corresponding fitted curves. Each single fit yields a value for the height L of the nanotube carpet, $19\mu\text{m}$, in agreement with the previous measurement.

To localize the edge position of the nanotube carpet, we repeat the measurement for 12 different x -positions covering the whole overlap area between $p = 0 \dots 1$. From each individual data set we deduce the overlap parameter p by fitting Eq. 2 to the data points. The inset in Fig. 3(b) summarizes the resulting overlap parameters as a function of the axial position. The position-dependent overlap parameter can again be modeled by a truncated gaussian according to Eq. 1, but α is now set by the axial trap frequency $\alpha = m_{Rb}\omega_a^2 / 2k_B T$. The edge position of the nanotube carpet, $x = (114 \pm 7)\mu\text{m}$, is extracted from the fit as the position where the overlap parameter p drops to 0.5.

IV. TOPOGRAPHICAL IMAGING OF NANOTUBES

The resolution of scanning probe microscopes is crucially determined by the ‘sharpness’ of the probe tip, which is given here by the size of the atom cloud. The ultracold gas of atoms represents a probe tip of highest possible purity since all atoms are of the same isotope and are also in the same internal quantum state. In a Bose-Einstein condensate the motional quantum states of the atoms are also identical. The size and shape of the probe tip is uniquely determined by the confining magnetic potential and the thermodynamic properties of the atom cloud (cf. Methods).

Here, we demonstrate three-dimensional topographical scanning probe imaging of a single free-standing nanotube with a Bose-Einstein condensate in the Thomas-Fermi limit. The single vertically aligned carbon nanotube used for this measurement is surrounded by a closed line of nanotubes as seen in Fig. 2(c). The line is rectangularly shaped with edge lengths of $150\mu\text{m}$ and $50\mu\text{m}$ in the x - and y -direction, respectively. The single nanotube is located at the centre of this pattern.

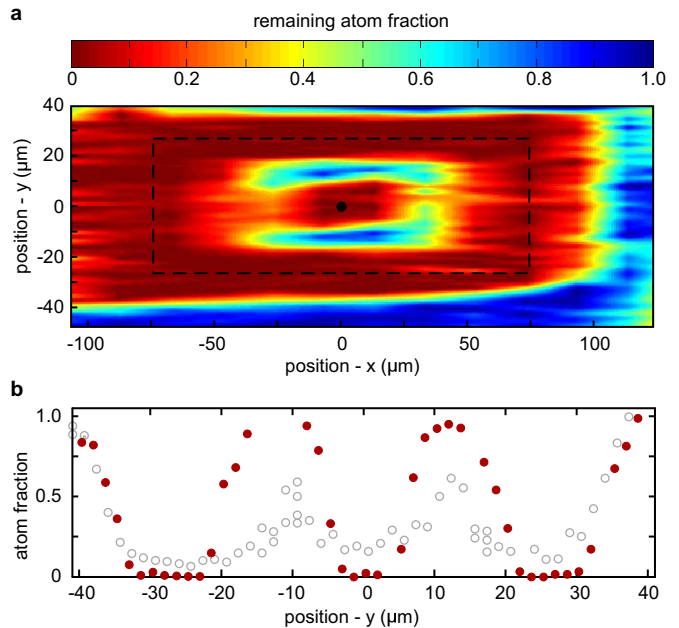


FIG. 4: Cold-atom scanning probe microscope image of nanostructures. (a) Image of a single carbon nanotube surrounded by lines of nanotubes taken with a Bose-Einstein condensate [cf. SEM image 2(c)]. (b) Lateral scan in the y -direction across the position of the nanotube, comparing the resolution of the Bose-Einstein condensate (red dots) and the thermal cloud (grey circles) probe tips.

We first perform a two-dimensional scan sequence in contact mode to find the position of the nanotube lines and the individual nanotube. Bose-Einstein condensates are prepared at different lateral positions (x, y), at heights of $50\mu\text{m}$ above the nano chip surface. At each lateral position, the BEC is moved down within 300ms to $\sim 10\mu\text{m}$ above the surface and held there for a probe time of two seconds. Subsequently, the cloud is moved back and the remaining number of atoms is measured by absorption imaging. Figure 4(a) shows the two-dimensional image of the atom loss, clearly revealing the position of the nanotube lines and the single nanotube. The scan covers a surface area of $100\mu\text{m} \times 250\mu\text{m}$.

We now restrict our analysis to a scan along a single line (vertical line in Fig. 4(a) at $x = 0$) across the position of the single nanotube. Figure 4(b) shows the remaining atom fraction of the Bose-Einstein condensate as a function of lateral position (red dots). We identify three areas, in which the atom number is dramatically reduced. We attribute the outer dips at $y = \pm 25\mu\text{m}$ to the nanotube lines and the central dip at $y = 0$ to the single carbon nanotube. This is in agreement with the SEM image.

For comparison, the measurement has been repeated with a thermal probe tip (grey circles). As the $1/e$ -size and the resolution of the thermal cloud is on the order of $22\mu\text{m}$, the contrast in Fig. 4(b) is reduced and does not rise to unity for positions between the nanostructures.

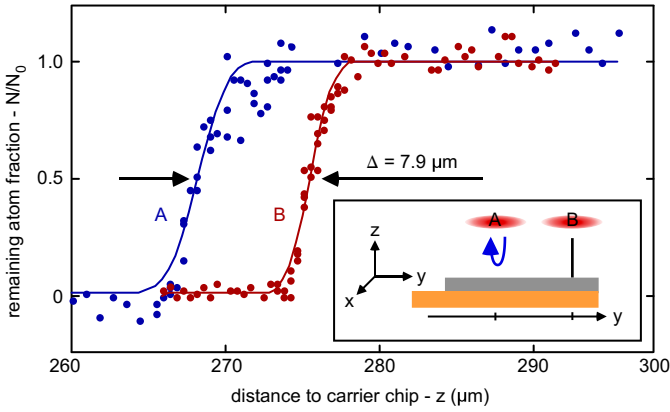


FIG. 5: Contact measurement of the length of a single nanotube. The length is derived from the shift Δ of the loss curve induced by the nanotube (B) as compared with the planar surface (A).

In contrast, all atoms of the BEC can be retained in this region. Due to the smaller cloud size, the BEC measurement gives a higher resolution ($\sim 8\mu\text{m}$) limited mainly by the radial Thomas-Fermi diameter of the condensate. In future realizations of the cold-atom SPM, the resolution could, in theory, be enhanced by up to three orders of magnitude, by using non-interacting atoms in a tight trap (cf. Methods).

The height of a single free-standing nanotube is measured by repeating the previous experimental sequence with a BEC centred above the nanotube and scanning the vertical probe position. Figure 5 shows the atom loss as a function of vertical probe position (curve B). Displayed is also a reference measurement of the position of the nano chip surface (curve A). The loss behaviour is similar near the plain surface and the nanotube due to the long interaction time of 2s. Comparing both data sets A and B, the displacement Δ is $(7.9 \pm 0.3)\mu\text{m}$, thus shorter than the length of the nanotube, $10.25\mu\text{m}$, as derived from the SEM images. To obtain the real length of the nanotube, we take into account the impact of the Casimir-Polder interaction between the atoms and the nano chip surface [31, 32]. In the retarded regime the attractive interaction potential can be described by $U = -C_4/z^4$, with the C_4 coefficient for ground state rubidium atoms at a silicon surface given by $C_4 = 1.22 \times 10^{-55} \text{ J m}^4$ [33]. The superposition of the magnetic trapping potential ($\omega_r = 2\pi \times 80\text{Hz}$) and the attractive Casimir-Polder potential cause the trap to open completely at a distance of $2.3\mu\text{m}$ from the nano chip surface. The measured surface position of the nano chip is thus underestimated by this distance. Correcting for the Casimir-Polder attraction, the nanotube height is measured to be $(10.2 \pm 0.3)\mu\text{m}$, which is again in agreement with the SEM images. For this evaluation we neglected Casimir-Polder interaction induced losses near the nanotube tip, as the effective length of the interaction in z -direction is limited by the small width ($\sim 40\text{nm}$) of the nanotube.

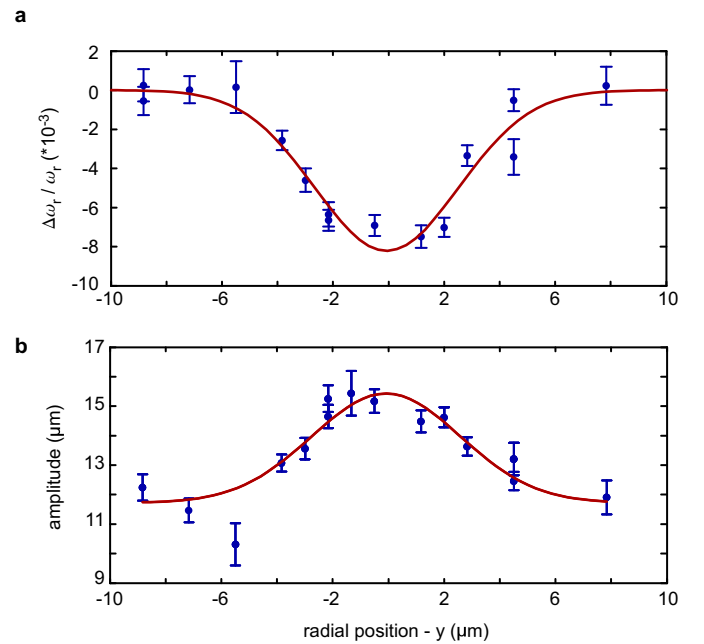


FIG. 6: Dynamic mode. A Bose-Einstein condensate excited to a centre-of-mass oscillation in the magnetic trap is scanned above the nanostructure. The change of the oscillation frequency (a) and amplitude (b) indicates the lateral position of the carbon nanotube at $y = 0$.

V. DYNAMIC MODE

The dynamic mode of the scanning probe microscope is demonstrated by measuring the frequency and amplitude shift of the radial dipole oscillation mode of the Bose-Einstein condensate [34] near the tip of the nanotube. The Bose-Einstein condensate is prepared at a constant height of $20\mu\text{m}$ above the nano chip and is scanned along the y -coordinate, crossing the position of the nanotube. At each y -position of the scan, the magnetic trap is displaced non-adiabatically towards the nano chip surface, which excites a radial centre-of-mass oscillation of the condensate perpendicular to the nano chip surface. The amplitude and frequency of the oscillation are measured in a time sequence of absorption images (after 15 ms time of flight). Figure 5 summarizes the results. A reduction of the oscillation frequency and increase in amplitude indicates the position of the nanotube. While the relative frequency change at the tube's position is below 1%, the amplitude changes by more than 30%, indicating an anharmonic potential induced by the carbon nanotube. At the same time, the number of remaining atoms stays almost constant, with only 10% losses at the tube position. The probe tip in the dynamic mode thus sensitively detects the attractive potential from the nanotube tip before significant atom losses due to contact interaction can be observed. The change of oscillation amplitude corresponds to a force of 0.2 yN ($2 \times 10^{-25}\text{N}$) acting on each atom.

The dynamic mode is preferable if the electric fields produced by adsorbed and polarized atoms [15, 16] may influence a measurement. However, for probed objects with closed surfaces such as nanospheres or nanotubes, and a homogeneous dipole distribution at the surface, the dipole field cancels [35]. In this case, the contact mode is also suitable for high resolution topographical imaging, even if polarized adsorbed atoms are present, since the nanotube surface is approximately closed. Localized field sources, on the other hand, are sensitively probed in the non-invasive dynamic mode.

VI. CONCLUSION AND OUTLOOK

We used a Bose-Einstein condensate as an ultrasoft scanning probe tip to locate the position and to measure the height of a single free-standing carbon nanotube. The probe tip is about a billion times softer than AFM tips used in other techniques and is well suited to measuring the topography of nanostructures in the contact mode. We also demonstrated the dynamic mode of the microscope by observing amplitude and frequency shifts of the radial dipole oscillation of a Bose-Einstein condensate near a nanotube tip.

In future, the extreme purity of the probe tip and the quantum control over the atomic states in a Bose-Einstein condensate open up new possibilities of scanning probe microscopy with non-classical probe tips. Besides imaging electromagnetic and dispersion forces, the cold-atom SPM establishes a new interface between ultracold quantum gases and nanodevices. The SPM is a useful platform for solving the problem of nanopositioning atoms near a nanoscaled object and aids the development of quantum sensors based on cold atoms and solid state nano-devices [36]. Our current studies focus on characterising the Casimir-Polder interaction between atoms and nanotubes, cooling mechanical vibrations of nanotubes by cold-atom scattering, and the construction of coupled cold-atom - carbon nanotube hybrid quantum systems.

Acknowledgements The authors would like to thank S. Scheel, R. Walser, and H. Hölscher for helpful discussions. The project has been funded by the BMBF (NanoFutur 03X5506). M.G. acknowledges financial support from the Evangelisches Studienwerk e.V. Villigst, P.S. from the Studienstiftung des Deutschen Volkes, and A.G. and T.E.J. from the Baden-Württemberg RiSC program.

Author Contributions A.G. and J.F. contributed to the experimental idea and supervised the project. M.G., P.S., A.G. and J.F. designed and set-up the experiment. G.V., M.H. and D.K. fabricated the nano-structures. M.G., P.S. and P.F. performed the experiments. M.G., P.S., T.E.J., A.G. and J.F. analyzed the data and all authors discussed the results.

VII. METHODS

Tip size and shape Unlike conventional atomic force microscopes, the size and shape of the cold-atom scanning probe microscope tip can be freely adjusted by changing the magnetic trapping potential and the thermodynamic properties of the atom cloud. However, for harmonic potentials the tip geometry is limited to Gaussian and parabolic shapes for ultracold thermal gases and Bose-Einstein condensates, respectively. The Gaussian tip shape is realized by the density distribution of a thermal gas in a harmonic oscillator potential

$$n(\vec{r}) \sim \prod_{i=1}^3 e^{-\frac{x_i^2}{2\sigma_i^2}}, \quad \sigma_i = \sqrt{\frac{k_B T}{m\omega_i^2}}, \quad i = 1 \dots 3 \quad (3)$$

with trap frequencies ω_i , Boltzmann's constant k_B , atomic mass m and cloud temperature T . By adjusting the temperature and the trap frequencies, the size of the microscope tip can thus be changed. In principle trap frequencies of several tens and hundreds of kHz can be achieved in magnetic microtraps [37, 38], giving a fundamental tip size limit defined by the harmonic oscillator length $a_{\text{ho}} = \sqrt{\hbar/m\omega_i}$. By contrast, a Bose-Einstein condensate with inter-atomic repulsion, yields a tip with a parabolic shape [26]

$$n \sim \max \left\{ 0, 1 - \sum_{i=1}^3 \frac{x_i^2}{R_i^2} \right\}, \quad R_i = \sqrt{\frac{2\mu}{m\omega_i^2}}. \quad (4)$$

The tip radii R_i are given by the condensate's chemical potential μ

$$\mu = \frac{\hbar\omega_{\text{ho}}}{2} \left(\frac{15Na}{a_{\text{ho}}} \right)^{2/5}, \quad (5)$$

where N and a denote the number of atoms in the condensate and the s -wave scattering length, respectively. Thus, adjusting the total number of atoms and the trap frequencies allows the microscope tip size to be varied. Using magnetic Feshbach resonances [39], also the scattering length can be changed, allowing for additional adjustment of the microscope tip. As in the case of a thermal cloud, the fundamental limit for the tip size is, again, given by the harmonic oscillator length a_{ho} , which characterizes the extension of the atomic wavefunction in the ground state of the harmonic trap.

Positioning accuracy and resolution The quality of the scanning probe technique is characterized by the precision with which one can locate an object, and the resolution, which quantifies the ability to distinguish between two spatially separated objects. For the cold-atom SPM, the precision is given by the positioning accuracy of the atom cloud. Using low-noise high precision current sources [40] for controlling the current in the conductors of the carrier chip (cf. Fig. 2(a)), position accuracies of 2nm can be achieved [41].

Veröffentlichung 2

J. Märkle, A.J. Allen, P. Federsel, B. Jetter, A. Günther, J. Fortágh, N.P. Proukakis, and T.E. Judd

Evaporative cooling of cold atoms at surfaces

Physical Review A **90**, 023614 (2014), ©American Physical Society

Der Nachdruck auf den folgenden Seiten erfolgen mit Genehmigung der American Physical Society.

Evaporative cooling of cold atoms at surfaces

J. Märkle,¹ A. J. Allen,² P. Federsel,¹ B. Jetter,¹ A. Günther,¹ J. Fortágh,¹ N. P. Proukakis,² and T. E. Judd¹

¹*CQ Center for Collective Quantum Phenomena and their Applications in LISA+, Physikalisches Institut der Universität Tübingen, Auf der Morgenstelle 14, D-72076 Tübingen, Germany*

²*Joint Quantum Centre (JQC) Durham-Newcastle, School of Mathematics and Statistics, Newcastle University, Newcastle upon Tyne NE1 7RU, United Kingdom*

(Received 15 May 2014; published 11 August 2014)

We theoretically investigate the evaporative cooling of cold rubidium atoms that are brought close to a solid surface. The dynamics of the atom cloud are described by coupling a dissipative Gross-Pitaevskii equation for the condensate with a quantum Boltzmann description of the thermal cloud (the Zaremba-Nikuni-Griffin method). We have also performed experiments to allow for a detailed comparison with this model and find that it can capture the key physics of this system provided the full collisional dynamics of the thermal cloud are included. In addition, we suggest how to optimize surface cooling to obtain the purest and largest condensates.

DOI: [10.1103/PhysRevA.90.023614](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.90.023614)

PACS number(s): 67.85.De, 02.70.Ns, 34.35.+a

I. INTRODUCTION

Since the advent of microchip traps for cold atoms [1–12], interest in developing quantum hybrid systems, which exploit the long coherence times of Bose-Einstein condensates with the flexibility of modern micro- and nanoelectronics, continues to grow. There is potential to use such systems as quantum memory devices [13–15], precision measurement devices [16–19], and even rewritable electronic systems [20]. More recently, there have been proposals to use cold atoms to cool nanoscaled solid objects [21,22]; ion cooling using neutral atoms has already been demonstrated [23,24].

As a result of these experimental advances, a need has grown to develop theoretical tools that can describe hybrid devices at finite temperatures. A range of methods has been previously developed for describing finite-temperature cold gases in isolation [25–45], but none has been used in the context of hybrid devices.

A challenging test of a finite-temperature method is the problem of evaporative cooling when atoms are brought close to a solid surface. This is, in fact, a rather common experiment in the atom chip community, where surface losses are frequently used to calibrate the position of the surface. Such experiments lead to nontrivial loss curves [46,47] and are known to be an efficient route to Bose-Einstein condensation [48]. Previous work on free-space evaporative cooling (see, e.g., Ref. [49] for an early review) has typically been based on the classical ergodic Boltzmann equation [50–52], extended to include rate equations for the losses [53], or on phase-space methods [54]. Condensate growth has also been studied by sudden truncation of the thermal distribution in the ergodic approximation [37,38,55,56] or through a dynamical quench [39,57–61]. However, the surface cooling problem, which requires a detailed description of the atomic collisional processes for both the condensate and the thermal cloud, has not yet been theoretically studied, either qualitatively or quantitatively. In addition, further experimental work is required to provide benchmarks for such theories.

The aim of this paper is to show that the key physics of surface evaporative cooling may be captured using the Zaremba-Nikuni-Griffin (ZNG) model [27,35] in its full dynamical nonequilibrium implementation, extending beyond ergodicity [62]. The ZNG kinetic model accounts for full

collisional redistribution between the condensate and the thermal cloud, taking Bose enhancement and Bose-Einstein condensation (BEC) growth into account. It has been previously applied successfully to a diverse range of problems [63–68]. To demonstrate the applicability of this model to the problem of surface evaporative cooling, we also present experimental results based on ⁸⁷Rb and a silicon surface, revealing consistency between theory and experiment. In spite of neglecting fluctuations around the phase transition, this method appears to be able to describe condensate growth and the nontrivial atom loss curves observed in experiments. At the end of this study, we show how to optimize the surface cooling of a cold cloud to obtain the purest or largest condensates.

II. METHODS

We begin by briefly reviewing the ZNG formalism [27,35] for describing a cold cloud of N atoms at finite temperature. In this model, thermal excitations are treated semiclassically within the Hartree-Fock and Popov approximations [29]. This leads to a generalized Gross-Pitaevskii equation (GPE) for atoms of mass m , describing the time evolution of the condensate wave function $\Psi(\mathbf{r}, t)$ in an external potential $V(\mathbf{r})$,

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = \left(-\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m} + V + gn_c + 2g\tilde{n} - iR \right) \Psi, \quad (1)$$

which is coupled to a quantum Boltzmann equation for the thermal atoms,

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\mathbf{p}}{m} \cdot \nabla f - \nabla U \cdot \nabla_{\mathbf{p}} f = C_{12}[f, \Psi] + C_{22}[f]. \quad (2)$$

Here, $f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$ is the phase-space density of the thermal cloud, $n_c(\mathbf{r}, t) = |\Psi(\mathbf{r}, t)|^2$ is the condensate spatial density, $\tilde{n}(\mathbf{r}, t) = \int (d\mathbf{p}/h^3) f(\mathbf{p}, \mathbf{r}, t)$ is the thermal cloud spatial density, iR is a source term that leads to loss or gain of condensate atoms, \mathbf{p} is the atomic momentum vector, $U(\mathbf{r}, t) = V(\mathbf{r}) + 2g[n_c(\mathbf{r}, t) + \tilde{n}(\mathbf{r}, t)]$ is the effective potential experienced by the thermal atoms, combining the external and interaction potentials, and C_{12} and C_{22} are the collision integrals. The strength of the atomic interactions in the condensate is given by the coupling constant $g = 4\pi\hbar^2 a/m$, where a is the s -wave scattering length (≈ 5.4 nm for ⁸⁷Rb). The other symbols have their

usual meaning, with $\nabla, \nabla_{\mathbf{p}}$ representing the three-dimensional derivatives with respect to space and momentum.

The condensate density is normalized to the current number of condensate atoms, N_c , and the thermal cloud density $\tilde{n}(\mathbf{r}, t)$ is obtained by integrating $f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$ over momentum space. The two densities appear not only in Eq. (1) for the condensate, but also in the expression for the effective potential $U(\mathbf{r}, t)$. This leads to a mean-field coupling between the condensate and the thermal cloud. In addition to this mean-field coupling, atoms in the thermal cloud can scatter from one another (C_{22} collisions), and atoms can scatter into or out of the condensate (C_{12} collisions). These collisions are calculated via the collision integrals

$$C_{22}[f] = \frac{2g^2}{(2\pi)^5 h^7} \int d\mathbf{p}_2 d\mathbf{p}_3 d\mathbf{p}_4 \delta(\mathbf{p} + \mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_3 - \mathbf{p}_4) \times \delta(e + e_2 - e_3 - e_4) \times [(1 + f)(1 + f_2)f_3f_4 - ff_2(1 + f_3)(1 + f_4)], \quad (3)$$

$$C_{12}[f, \Psi] = \frac{2g^2 n_c}{(2\pi)^2 h^4} \int d\mathbf{p}_2 d\mathbf{p}_3 d\mathbf{p}_4 \delta(m\mathbf{v}_c + \mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_3 - \mathbf{p}_4) \times \delta(e_c + e_2 - e_3 - e_4) \times [\delta(\mathbf{p} - \mathbf{p}_2) - \delta(\mathbf{p} - \mathbf{p}_3) - \delta(\mathbf{p} - \mathbf{p}_4)] \times [(1 + f_2)f_3f_4 - f_2(1 + f_3)(1 + f_4)], \quad (4)$$

where $f_i \equiv f(\mathbf{p}_i, \mathbf{r}, t)$ and $e_i = \mathbf{p}_i^2/2m + U(\mathbf{r}, t)$. They consider all two-body scattering events; δ functions ensure momentum and energy conservation. To accurately describe the energies involved in a C_{12} collision, it is necessary to include the local condensate energy $e_c = m\mathbf{v}_c(\mathbf{r})^2/2 + \mu_c(\mathbf{r})$, where $\mu_c(\mathbf{r})$ is the chemical potential and $\mathbf{v}_c(\mathbf{r})$ is the local condensate velocity [69]. If an atom leaves the condensate or goes into the condensate because of a scattering event, the normalization of the GPE needs to be changed accordingly using the non-Hermitian source term $-iR(\mathbf{r}, t)$ in the GPE, which is defined with the C_{12} collision integral as

$$R(\mathbf{r}, t) = \frac{\hbar}{2n_c} \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi\hbar)^3} C_{12}[f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t), \Psi(\mathbf{r}, t)]. \quad (5)$$

We now discuss the specifics of applying the ZNG theory to the problem of surface evaporative cooling.

III. IMPLEMENTATION

In our system, the external potential is given by a combination of the trapping potential and the potential due to the surface, and takes the form

$$V(\mathbf{r}) = \frac{1}{2}m\omega_x^2(x - x_s)^2 + \frac{1}{2}m\omega_y^2y^2 + \frac{1}{2}m\omega_z^2z^2 + V_{\text{CP}}(x). \quad (6)$$

The first three terms represent a harmonic trapping potential, centered at $x = x_s$, where x_s is the distance of the trap center (Fig. 1) from the surface, defined as the $x = 0$ plane. Trap frequencies are $\omega_{i=x,y,z}$ in the x , y , and z directions, respectively. The Casimir-Polder potential $V_{\text{CP}}(x)$ describes the interaction between an atom and the surface, approximated

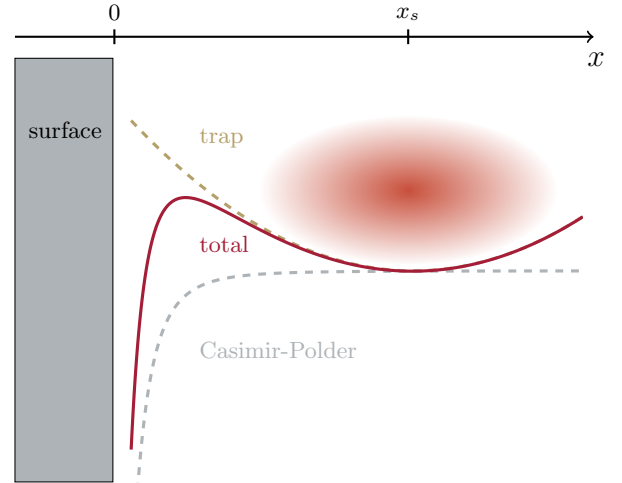


FIG. 1. (Color online) Schematic diagram (not to scale) of the system showing the total potential $V(x, y = 0, z = 0)$ (red solid curve) for atoms in a harmonic trap in the vicinity of a surface. For short distances, the Casimir-Polder potential (gray dashed curve) dominates. Far away from the surface, the atoms only see the trapping potential (gold dashed curve). In between, the Casimir-Polder potential leads to an opening of the trap (solid red curve) and atoms are lost to the surface. The solid rectangle indicates the surface and the colored oval indicates the atom cloud. The black arrow shows the x axis, with x_s the distance between the trap center and the surface.

using a single-correction function [70],

$$V_{\text{CP}}(x) = -\frac{C_4}{x^3 \left(x + \frac{3\lambda}{2\pi^2}\right)}. \quad (7)$$

Here, $\lambda = 780$ nm is the effective atomic transition wavelength for ^{87}Rb , and C_4 is a material constant of the form

$$C_4 = \frac{3\hbar c \alpha}{32\pi^2 \epsilon_0} \left(\frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 1}\right) \Phi(\epsilon), \quad (8)$$

with ϵ the relative permittivity of the surface, α the static polarizability of the atom, and $\Phi(\epsilon)$ a dimensionless constant for the surface [71]. The other symbols have their usual meaning. For a silicon surface and ^{87}Rb , $C_4 = 1.22 \times 10^{-55} \text{ Jm}^4$ [72].

The potentials are sketched in Fig. 1. Far away from the surface, the atoms only see the trapping potential, whereas close to the surface, the attractive Casimir-Polder potential dominates. In the intermediate regime, the Casimir-Polder potential leads to an opening of the trap (solid red curve) and atoms are lost to the surface.

The generalized Gross-Pitaevskii equation [Eq. (1)] can be solved using a split-step method [73], as outlined in Ref. [27]. This can be parallelized using the FFTW package [74] combined with the message-passing interface (MPI) [75].

In the full ZNG numerical implementation [62], the quantum Boltzmann equation [Eq. (2)] is iterated in time by a direct-simulation Monte Carlo (DSMC) [76] approach, in which a swarm of test particles models the distribution function $f(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)$. The collision integrals in Eqs. (3) and (4) are then replaced by collision probabilities for each test particle. The test particles are binned into collision cells to determine

possible collision partners. Because the density of the atom cloud can vary considerably, we use an adaptive Cartesian grid in real space as outlined in [77], while keeping a global time step.

Our initial state is a thermal cloud in equilibrium with a temperature T . This state is calculated using self-consistent Hartree-Fock as outlined in [78]. In addition to the thermal cloud, the initial state requires a small condensate “seed” to allow for C_{12} collisions, and hence condensate growth; the number of atoms in the seed is obtained using the Bose-Einstein distribution, assuming $\mu_c = 0$ [38].

Interactions between the surface and the atoms are modeled by calculating the single-correction function [Eq. (7)] for the generalized Gross-Pitaevskii equation [Eq. (1)] and combining it with a linear imaginary potential to remove condensate atoms, effective from the position where the trap opens [79]. In addition, we annihilate test particles that are beyond this opening point, resulting in an atom loss for the thermal cloud. These two processes lead to a reduction in the total atom number in the system.

IV. RESULTS

Having set up our computational model, we now employ it to study surface evaporative cooling. We show the results of simulations for two different geometries. In Sec. IV A, we directly compare theory with experiment to examine the extent to which the model captures the important physical processes. We then go on to consider a simpler model system in Sec. IV B, with a view to optimizing parameters to create the purest or largest condensates.

The experiments were performed using the apparatus described in [17]. Clouds of ^{87}Rb atoms were loaded into an atom chip trap with frequencies $\omega_x = 2\pi \times 16 \text{ rad s}^{-1}$ in the axial direction and $\omega_y = \omega_z = 2\pi \times 85 \text{ rad s}^{-1}$ in the radial direction. The cloud was initially prepared with the trap center at a distance $x_s \approx 135 \mu\text{m}$ from a silicon surface, defined as the $x = 0$ plane. At this point, there was negligible overlap between the cloud and the surface. The cloud was then transported along the x axis at a variable speed to a variable distance, x_s , from the surface and held for a variable hold time. In order to measure the remaining atom number N , the cloud was swiftly brought back to its initial position, after which we performed time-of-flight measurements and CCD imaging.

A. Loss curves

1. Time series

We begin by considering atom loss curves as a function of time when the cloud is brought into overlap with the surface. In the experiments, the cloud was transported to the surface in 1 s and held stationary at a final hold point for up to 2.5 s. Three hold points were considered: $x_s \approx 14, 29, \text{ and } 72 \mu\text{m}$. These were estimated from the point where the trap completely opened and all of the atoms were lost to the surface. Reference measurements revealed that temperature-related drifts could shift the position of the surface by up to $10 \mu\text{m}$, hence the given values for x_s are approximate; this is the dominant source of error. The initial cloud temperatures were 130 nK for $x_s \approx 14 \mu\text{m}$ and $x_s \approx 29 \mu\text{m}$, and 140 nK for $x_s \approx 72 \mu\text{m}$. These

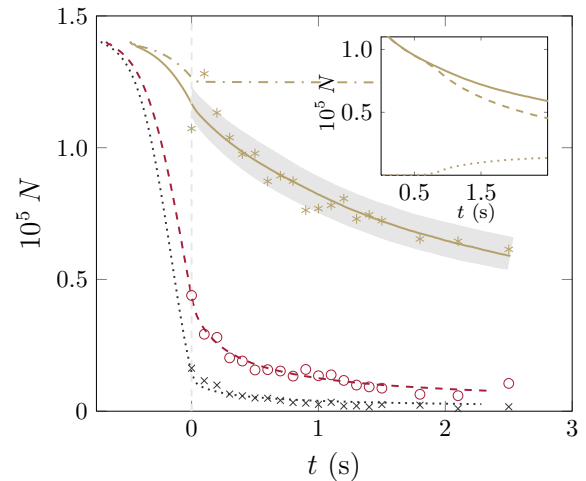


FIG. 2. (Color online) Total atom number N against time t for three different trap-surface separations: $x_s = 68 \mu\text{m}$ (gold solid curve), $30 \mu\text{m}$ (red dashed curve), and $15 \mu\text{m}$ (black dotted curve). Points correspond to experimental data and the curves correspond to simulations. The dot-dashed gold curve shows a simulation for $x_s = 68 \mu\text{m}$ without collisions, i.e., $C_{12} = C_{22} = 0$. The gray vertical dashed line marks the point when the atom cloud reaches its final hold position at $t = 0$. The gray hashed area shows the shift of the curve when the surface position is varied by $\pm 2.5 \mu\text{m}$. The inset shows a breakdown of the cloud atom numbers against time for $x_s = 68 \mu\text{m}$ from the point when the cloud reaches its holding position. The solid curve shows the total atom number, the dashed curve corresponds to thermal atoms, and the dotted curve corresponds to the condensate atom number.

temperatures are slightly above the critical temperature for condensation, T_c , for an ideal gas [80].

We performed the simulations using these experimental parameters [81]. We plot the theoretical and experimental atom numbers against time in Fig. 2 (a “time series”). We consider the time $t = 0$ to be the point when the cloud reaches its final hold position, indicated by the gray vertical dashed line. Since the absolute surface position may vary due to drifts, we performed a range of simulations with varying x_s to obtain the best fit. In this sense, the simulations served as a calibration tool: for the $x_s \approx 14, 29, \text{ and } 72 \mu\text{m}$ curves, the best fits were obtained with a simulated cloud-surface separation of $15, 30, \text{ and } 68 \mu\text{m}$, respectively, well within the experimental uncertainties. Figure 2 shows the evolution of the total number of atoms, N , remaining in the cloud during the course of the simulation, with curves corresponding to numerical results and points corresponding to experimental data.

The gold solid curve and gold star points are for the $x_s = 68 \mu\text{m}$ hold point, the red dashed curve and red open circles are for the $x_s = 30 \mu\text{m}$ hold point, and the black dotted curve and black crosses are for the $x_s = 15 \mu\text{m}$ hold point. To give an idea of how the surface position affects the remaining atom number, we vary the surface position by $\pm 2.5 \mu\text{m}$ for the $68 \mu\text{m}$ curve, shown as the gray hashed area in Fig. 2.

For all values of x_s , we observe a nontrivial loss curve; the loss rates increase to a maximum as the cloud is brought to the surface. Once the cloud reaches its final position, the losses swiftly reduce. The transfer between these regimes is

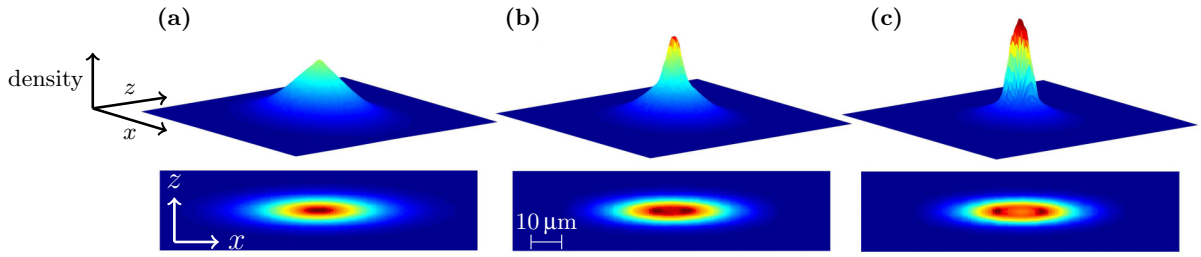


FIG. 3. (Color online) Density profiles of a cooling ZNG gas at (a) the beginning of the simulation before transport, (b) time $t = 0.6$ s hold time, and (c) $t = 2.25$ s hold time. The upper panels show the full cloud density integrated along the y direction, and the lower panels show cross sections of the thermal cloud density through the $y = 0$ plane. Arrows indicate axes and bars indicate scale. In the upper panels, the z direction has been stretched by a factor of 4 to improve clarity.

especially pronounced for the red dashed and black dotted curves, where most of the atoms are lost, and a sharp “elbow” is observed.

The initial fast losses occur because atoms are forced over the trap edge during transport. On reaching the final position, the atoms with sufficient kinetic energy in the x direction (see Fig. 1) are lost within one trap period. After this, a slow loss of atoms still continues because the gas rethermalizes due to the collisions. The importance of describing the rethermalization correctly is shown by the gold dot-dashed curve in Fig. 2, which repeats the simulation for $x_s = 68 \mu\text{m}$ without any collisions, i.e., setting $C_{12} = C_{22} = 0$ in the solution of Eq. (2) so $iR = 0$ in Eq. (1). We see that once all the losses due to transport have occurred, no further losses take place and the deviation of this curve from the collisional simulation and experimental data points is stark. The overlap between theory and experiment suggests that losses due to three-body recombination of atoms should be small. Calculations using Refs. [82] and [83] and the initial thermal density return three-body loss rates of no more than 500 atoms per second, confirming that this is the case.

Surface evaporative cooling has already been experimentally demonstrated [48] as an effective route to Bose-Einstein condensation, with condensate formation clearly observed in those experiments. Our theoretical scheme also predicts the gradual formation of a condensate; this is shown in the inset of Fig. 2 for the $x_s = 68 \mu\text{m}$ simulation, depicting the characteristic growth curve [37,38,56,58,61,84,85]. The surface removes the hottest atoms from the edge of the cloud, which, in combination with rethermalization, reduces the temperature of the cloud and leads to condensate formation.

We investigate condensate formation further by plotting gas density profile snapshots in Fig. 3 at three different times during the simulation with $x_s = 68 \mu\text{m}$. The lower panels show cross sections of the thermal cloud density through the $y = 0$ plane, whereas the upper panels show the full density, including any condensate, integrated along the y direction. At the start of the simulation [Fig. 3(a)], we see the thermal distribution expected of a gas above T_c . However, by $t = 0.6$ s [Fig. 3(b)], a bimodal distribution has formed, suggesting the presence of a condensate, and a temperature below T_c . In the lower panels, a small dip in the central thermal density emerges, as the condensate mean-field potential forces thermal atoms from the center of the trap. By $t = 2.25$ s

[Fig. 3(c)], the condensate has grown and the thermal cloud has shrunk. The central dip in the thermal cloud has become more pronounced, giving rise to two density “shoulders.” It should be noted that there is no rescaling of the vertical density scale in the upper panels, revealing that the process does more than simply remove thermal atoms; C_{12} collisions ensure that significant numbers of atoms are transferred to the condensate through rethermalization. The ZNG method provides access to the condensate number through integration of the condensate wave function and returns $N_c \approx 11\,000$ for the $x_s = 68 \mu\text{m}$ simulation and $N_c \approx 2540$ for the $x_s = 30 \mu\text{m}$ case [86]. Determination of experimental condensate fractions at such low atom numbers is extremely error prone, but may be estimated using absorption imaging and bimodal fitting. Obtained values of $N_c \approx 9000$ and $N_c \approx 3000$ for $x_s = 68 \mu\text{m}$ and $x_s = 30 \mu\text{m}$, respectively, at least reveal no serious inconsistencies.

2. Distance series

In addition to the time-series results plotted in Fig. 2, plots of atom number as a function of distance from the surface, x_s , are of particular interest to experiments, revealing estimates of the cloud temperature and approximate surface position. Figure 4 shows the remaining atom number against x_s , with each point corresponding to a single time-series simulation. These results were done at a slightly different temperature of 115 nK with an initial atom number of 1.37×10^5 and a shorter hold time of 0.6 s. Trap parameters are the same as for Fig. 2.

The red curve in Fig. 4 is for a ZNG simulation with collisions and the gold cross points are from experiment. The gray curve with open circles is the same as for the ZNG simulation but without collisions ($C_{12} = C_{22} = 0$). We see again that collisions make an important contribution to the atom losses, causing greater losses further away from the surface and influencing the functional form of the curve. The collisionless simulations deviate strongly from the experimental data, as observed in our time-series simulations.

To further analyze these results, we present simplified atom loss calculations employing a classical model [72], which neglects Bose enhancement, rethermalization, and other dynamical effects within the cloud. It is based on the total-energy distribution $n(E) \sim D(E) \exp(-E/k_B T)$ of thermal atoms, which is given by the density of energy states $D(E)$ and the corresponding Boltzmann factor, with k_B the Boltzmann

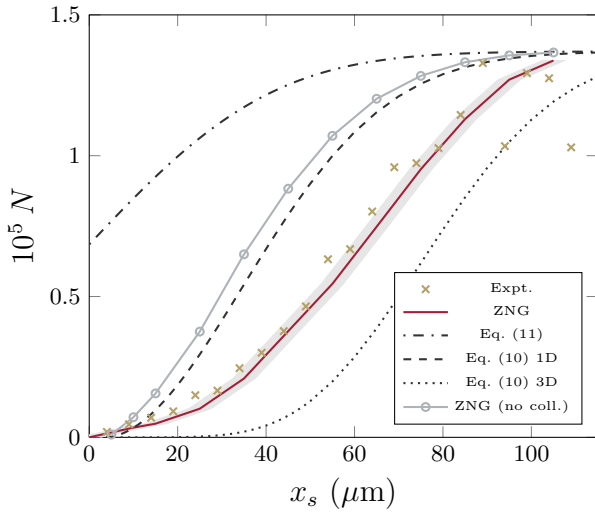


FIG. 4. (Color online) Total atom number N for a cloud held for 600 ms at a surface for varying trap-surface separations as measured experimentally (crosses) or simulated (solid curves). The main red solid curve corresponds to a ZNG simulation with collisions; the gray solid curve with open circles corresponds to a ZNG simulation without collisions ($C_{12} = C_{22} = 0$). The gray area around the red solid curve represents the error bounds assuming the surface position is shifted by $\pm 2.5 \mu\text{m}$. The black dashed and dotted curves come from the classical model of Eq. (10) applied respectively in 1D and 3D (see text). The black dot-dashed curve is an error function [Eq. (11)] corresponding to the limit of very rapid transport.

constant and T the temperature. For traps of limited depths, ΔV , the fraction of atoms remaining in the trap can then be approximated by

$$\frac{N(\Delta V)}{N_0} = \frac{\int_0^{\Delta V} D(E)e^{-E/k_B T} dE}{\int_0^{\infty} D(E)e^{-E/k_B T} dE}. \quad (9)$$

For a harmonic trap of dimensionality d , $D(E) \sim E^{d-1}$. Introducing the dimensionless parameter $\eta = \Delta V/k_B T$, Eq. (9) becomes

$$\frac{N(\eta)}{N_0} = \begin{cases} 1 - e^{-\eta} & \text{for } d = 1 \\ 1 - (1 + \eta)e^{-\eta} & \text{for } d = 2 \\ 1 - (1 + \eta + \frac{1}{2}\eta^2)e^{-\eta} & \text{for } d = 3. \end{cases} \quad (10)$$

Starting from Eq. (6), we can now calculate the trap depth $\eta(x_s)$ as a function of the trap-surface separation, which, together with Eq. (10), allows us to model the number of remaining atoms $N(\eta(x_s))$ in a trap close to the surface.

The black dashed curve and black dotted curve in Fig. 4 show the simple classical model results for $d = 1$ and $d = 3$, respectively. As this model neglects collisions, we compare it with the ZNG simulation without collisions (gray solid curve with open circles) and find approximate agreement with the $d = 1$ curve. This is expected as the process of collisionless surface evaporation corresponds to a one-dimensional (1D) loss channel; the small shift between the two curves is most likely due to the Casimir-Polder-induced change in the density of states and the Bose enhancement in the initial state, which are both neglected in the classical model. Compared

with the noncollisional curves, the full ZNG simulations show much larger loss rates, which are consistent with the experiments. This is due to atomic collisions, which cause an energy redistribution between different directions. Atoms with large kinetic energy perpendicular to the surface normal can thus be scattered towards the surface and out of the trap. This redistribution can be mimicked in the classical model by increasing the dimensionality of the loss channel. In the limit of $d = 3$, the trap depth is effectively reduced in all directions, similar to radio-frequency (RF) evaporation, assuming negligible gravitational sag. The corresponding curve (black dotted curve), however, has to be seen as an upper limit for the expected losses, as it lacks a proper description of rethermalization effects; rethermalization causes the cloud to shrink, thereby reducing the loss rates. The inclusion of collisions in the nonergodic ZNG implementation simulated here thus leads to a more efficient loss mechanism than the simple 1D classical model; nonetheless, the geometry of the problem implies that this rate is still necessarily smaller than that of full 3D evaporation, as also confirmed experimentally.

If the cloud is brought to and from the surface very rapidly, such that the period in which losses may be observed, t_{overlap} , is much shorter than the relevant trap period and thermalization time [87], it is possible to fit the loss curves with a complementary error function, where the remaining atom number N is given by an integral over a truncated Gaussian function,

$$N = N_0 \int_0^{\infty} \sqrt{\frac{\alpha}{\pi}} e^{-\alpha(x-x_s)^2} dx. \quad (11)$$

Here, N_0 is the initial atom number and $\alpha = m\omega_x^2/2k_B T$. With the help of this error function, the cloud temperature and surface position can be estimated, as has been done in previous studies [17,88]. This limiting case, corresponding to $t_{\text{overlap}} = 0$, is plotted for the experimental parameters ($T = 115$ nK) in Fig. 4 (black dot-dashed curve). We note that this curve deviates significantly from all other models (which account for $t_{\text{overlap}} > 0$) as the error function describes the case of swift transport that does not induce in-trap sloshing. The curve of Eq. (11) thus sets an upper limit on the number of atoms left at any distance.

Figure 4 indicates that in contrast to 3D radio-frequency evaporative cooling, there are additional atom loss regimes when a surface is involved. At one end, there is a “fast limit”: if the cloud transport to and from the surface is very rapid, then the surface acts as a pure spatial cutoff and the atom losses may be described with the error function (black dot-dashed curve). In this regime, collisions and rethermalization play no role. At the other end, there is a “slow limit” when t_{overlap} is much greater than the thermalization time; in this case, the surface acts much like a pure energy cutoff, albeit one with a directional dependency. In between these limits, there is a further regime in which the rethermalization is negligible (no collisions), but t_{overlap} is greater than the trap period. In this case, we have a 1D energy cutoff and the results may be described by collisionless models, such as Eq. (10) [black dashed curve] (we note that the ZNG simulations with no collisions agree well with such results [gray curve with open circles]). However, comparison of the

collisionless ZNG results (gray curve with open circles) with both the experimental results (gold crosses) and the full ZNG simulation (red solid curve) shows the importance of including the full collisional dynamics of the system if thermalization is significant, but the system is not yet in the slow limit.

It is important to remember that in spite of the 3D energy cutoff in the slow limit, we still have 1D evaporation; only a small spatial area surrounding the cloud has a reduced trap height. This means that not all atoms that achieve a high energy from a collision will necessarily be lost, thereby lowering the evaporation efficiency [89]. It is therefore necessary that high-energy atoms are lost at a rate that is high compared with any technical losses (these are negligible on the time scales considered in our experiments here).

B. Optimizing condensate formation

In this section, we discuss how to improve condensate formation using surface evaporative cooling. Because the condensate atom number is influenced by many factors, such as trap frequencies, transport velocity of the cloud, distance to the surface, initial atom number, and initial temperature, a full exploration of the parameter space is not possible, given that the simulations can last on the order of tens of hours, even in parallel. We therefore focus our analysis here on a simplified system of an isotropic trap and a constant transport velocity, which should at least provide some basic guidance on how to obtain large condensate fractions and condensate numbers.

We consider a trap with 10^5 ^{87}Rb atoms and investigate the formation of a condensate for four different isotropic trap frequencies: $\omega_1 = 2\pi \times 40$, $\omega_2 = 2\pi \times 80$, $\omega_3 = 2\pi \times 120$, and $\omega_4 = 2\pi \times 160$ rads s^{-1} . The temperature of the initial equilibrium states is equal to the critical temperature $T = T_c$ and the cloud is prepared at $2.2 W_l$ away from the surface, where $W_l = \sqrt{2k_b T/m\omega_n^2}$ is the initial thermal width of the cloud; this leads to different starting positions for each trap frequency. Fixing the total evolution time at 0.75 s while keeping the same transport speed 0.1 mm s^{-1} yields a variable hold time in each case. These hold times always exceed 0.4 s, which allows for sufficient equilibration.

Figure 5 shows condensate fraction [Fig. 5(a)] and condensate number [Fig. 5(b)] plotted against hold position x_s , which is defined here in terms of the harmonic oscillator length $a_{\text{ho}} = \sqrt{\hbar/m\omega_n}$ to aid comparison. Gold diamond-shaped points show the condensate fraction for ω_1 , gray triangles for ω_2 , open red circles for ω_3 , and black stars for ω_4 . In all four cases, the condensate fraction is highest between 4 and $7.5 a_{\text{ho}}$. Although we observe condensate fractions of up to 90% in that region, the corresponding condensate atom numbers are relatively small, as shown in Fig. 5(b). This is due to the fact that the condensate is already in contact with the surface at these distances, leading to the loss of ground-state atoms. Higher condensate atom numbers are achieved further away from the surface, with the optimal distance between around 10 and $15 a_{\text{ho}}$ for the parameters considered here. In order to maximize the condensate fraction and minimize the remaining thermal atoms at the same time, a holding distance $x_s \sim 10 a_{\text{ho}}$ appears to be a good compromise. As expected, higher trap frequencies increase the atom density and

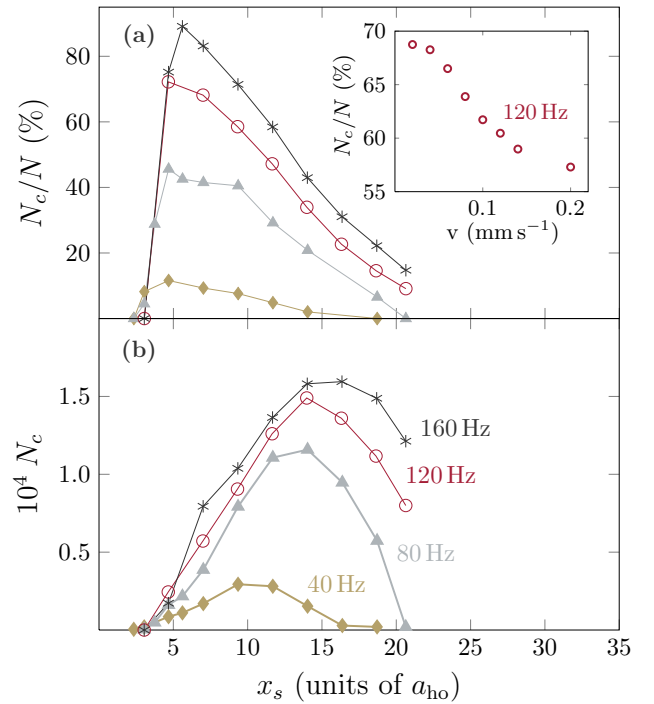


FIG. 5. (Color online) (a) Condensate fraction N/N_c and (b) condensate atom number for different hold points, x_s , in the case of an isotropic trap, in units of the harmonic oscillator length a_{ho} . We show the results for four different trap frequencies: $\omega_1 = 2\pi \times 40$ rads s^{-1} (gold diamond points), $\omega_2 = 2\pi \times 80$ rads s^{-1} (gray triangles), $\omega_3 = 2\pi \times 120$ rads s^{-1} (open red circles), and $\omega_4 = 2\pi \times 160$ rads s^{-1} (black stars). Condensate fractions are highest for these parameters between 4 and $7.5 a_{\text{ho}}$, whereas the condensate atom number has a maximum between 10 and $15 a_{\text{ho}}$. The inset in (a) shows condensate fractions plotted against transport velocity for a trap with frequency $\omega_3 = 2\pi \times 120$ rads s^{-1} .

hence improve rethermalization properties, leading to faster formation of larger condensates.

We now briefly consider the influence of the transport velocity v , at which the cloud is brought to the surface, on condensate formation [Fig. 5(a), inset]. We see that if the transport velocity is reduced below 0.1 mm s^{-1} for the case with $\omega_3 = 120$ Hz and hold position $1 W_l$ ($9.3 a_{\text{ho}}$), the condensate fraction increases from $\sim 60\%$ to $\sim 70\%$. However, it saturates when going to velocities $\lesssim 20 \mu\text{m s}^{-1}$. In terms of the condensate fraction, there is, therefore, little to be gained through lower approach speeds. We have checked that for faster transport speeds of 1 mm s^{-1} , the best hold position is roughly in the same place.

The results in Fig. 5 are for a very cold cloud at T_c . In order to mimic a more realistic starting state when atoms are loaded into a chip trap, we have performed further simulations for $\omega_4 = 2\pi \times 160$ rads s^{-1} , but with a starting temperature of $2 \mu\text{K}$ and 2×10^6 atoms. We use the hold position of $10 a_{\text{ho}}$, as suggested by the results in Fig. 5. Due to the higher atom number, condensates of $\sim 90\%$ purity and $\sim 100\,000$ atoms were observed. It is interesting to note that our ZNG method remains at least qualitatively correct even for this unusually warm starting state. It suggests that the primary limitations

of the method are the simulation run time and the s -wave scattering approximation, which is valid up to approximately $100 \mu\text{K}$ [77].

V. CONCLUSIONS

In conclusion, we have studied the evaporative cooling of cold atom clouds at surfaces, finding that the ZNG method provides a satisfactory description of the physics provided a full numerical implementation of the collisions is included. We have seen that there are multiple atom loss regimes; only very fast transport of the atom cloud permits an analytic description of atom losses under normal circumstances, a fact which has important implications for surface calibration in experiments. Finally, we suggest that at least for cold starting temperatures, the purest condensates are achieved by bringing the cloud to a separation from the surface of around 5 harmonic oscillator units. The biggest condensates, however, were achieved for separations of 10–15 oscillator units.

For a complete cooling scheme of ^{87}Rb atoms in a chip trap, we suggest starting by bringing the cloud rapidly to a hold position, $x_s \approx 3.0 W_l$, while avoiding in-trap sloshing. At this point, there is negligible overlap between the cloud and the surface. The trap should then be moved with a velocity $v \lesssim 0.1 \text{ mm s}^{-1}$ to a final hold position at about $10 a_{\text{ho}}$. In this way, a large and relatively pure condensate can be achieved

even for low trap frequencies in a time which is comparable with that for conventional RF cooling.

We end with a few general remarks and a discussion of how surface cooling compares with traditional radio-frequency cooling. The geometry of the surface cooling process implies that this mechanism cannot reach the efficiency of 3D cooling as the trap height is not reduced at all points around the cloud. However, condensate formation times do not appear to compare poorly with those reported for RF cooling, at least for ^{87}Rb samples [48]. This is possibly due to gravitational sag, which may make RF cooling a 1D effect for cold clouds in loose traps. In addition, surface cooling may convey certain advantages: the Casimir-Polder potential leads to a sharper energy “knife” and the positioning accuracy limits of atom chips ($<2 \text{ nm}$ [17]) might allow competitive control of the energy barrier height, without the need for a signal generator. Furthermore, the ability to use a long cloud axis for cooling might offer greater control with respect to in-trap oscillations.

ACKNOWLEDGMENTS

We gratefully acknowledge financial support from the Carl-Zeiss Foundation, the BW-Stiftung “Kompetenznetz funktionelle Nanostrukturen,” the Deutsche Forschungsgemeinschaft through SFB TRR21 and the UK EPSRC (Grant No. EP/I019413/1). We also thank Eugene Zaremba for helpful discussions and BW-Grid computing resources.

-
- [1] J. Fortágh, A. Grossman, C. Zimmermann, and T. W. Hänsch, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 5310 (1998).
- [2] J. Denschlag, D. Cassettari, and J. Schmiedmayer, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 2014 (1999).
- [3] E. Hinds and I. Hughes, *J. Phys. D* **32**, R119 (1999).
- [4] R. Folman, P. Krüger, D. Cassettari, B. Hessmo, T. Maier, and J. Schmiedmayer, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 4749 (2000).
- [5] H. Ott, J. Fortágh, G. Schlotterbeck, A. Grossmann, and C. Zimmermann, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 230401 (2001).
- [6] W. Hansel, P. Hommelhoff, T. W. Hänsch, and J. Reichel, *Nature (London)* **413**, 498 (2001).
- [7] J. Fortágh, H. Ott, S. Kraft, A. Günther, and C. Zimmermann, *Phys. Rev. A* **66**, 041604 (2002).
- [8] A. Günther, M. Kemmler, S. Kraft, C. J. Vale, C. Zimmermann, and J. Fortágh, *Phys. Rev. A* **71**, 063619 (2005).
- [9] M. Hammes, D. Rychtarik, H.-C. Nägerl, and R. Grimm, *Phys. Rev. A* **66**, 051401 (2002).
- [10] C. D. J. Sinclair, E. A. Curtis, I. L. Garcia, J. A. Retter, B. V. Hall, S. Eriksson, B. E. Sauer, and E. A. Hinds, *Phys. Rev. A* **72**, 031603 (2005).
- [11] J. Fortágh and C. Zimmermann, *Rev. Mod. Phys.* **79**, 235 (2007).
- [12] J. J. P. van Es, S. Whitlock, T. Fernholz, A. H. van Amerongen, and N. J. van Druten, *Phys. Rev. A* **77**, 063623 (2008).
- [13] A. Blais, R.-S. Huang, A. Wallraff, S. M. Girvin, and R. J. Schoelkopf, *Phys. Rev. A* **69**, 062320 (2004).
- [14] P. Treutlein, D. Hunger, S. Camerer, T. W. Hänsch, and J. Reichel, *Phys. Rev. Lett.* **99**, 140403 (2007).
- [15] D. Hunger, S. Camerer, T. W. Hänsch, D. König, J. P. Kotthaus, J. Reichel, and P. Treutlein, *Phys. Rev. Lett.* **104**, 143002 (2010).
- [16] Y.-J. Wang, M. Eardley, S. Knappe, J. Moreland, L. Hollberg, and J. Kitching, *Phys. Rev. Lett.* **97**, 227602 (2006).
- [17] M. Gierling, P. Schneeweiss, G. Visanescu, P. Federsel, M. Häffner, D. P. Kern, T. E. Judd, A. Günther, and J. Fortágh, *Nat. Nanotechnol.* **6**, 446 (2011).
- [18] P. Schneeweiss, M. Gierling, G. Visanescu, D. P. Kern, T. E. Judd, A. Günther, and J. Fortágh, *Nat. Nanotechnol.* **7**, 515 (2012).
- [19] B. Jetter, J. Märkle, P. Schneeweiss, M. Gierling, S. Scheel, A. Günther, J. Fortágh, and T. E. Judd, *New J. Phys.* **15**, 073009 (2013).
- [20] T. E. Judd, R. G. Scott, G. Sinuco, T. W. A. Montgomery, A. M. Martin, P. Krüger, and T. M. Fromhold, *New J. Phys.* **12**, 063033 (2010).
- [21] D. E. Chang, C. A. Regal, S. B. Papp, D. J. Wilson, J. Ye, O. Painter, H. J. Kimble, and P. Zoller, *Proc. Natl. Acad. Sci. USA* **107**, 1005 (2010).
- [22] C. T. Weiß, P. V. Mironova, J. Fortágh, W. P. Schleich, and R. Walser, *Phys. Rev. A* **88**, 043623 (2013).
- [23] C. Zipkes, S. Palzer, C. Sias, and M. Köhl, *Nature (London)* **464**, 388 (2010).
- [24] S. Schmid, A. Härter, and J. H. Denschlag, *Phys. Rev. Lett.* **105**, 133202 (2010).
- [25] N. P. Proukakis and B. Jackson, *J. Phys. B* **41**, 203002 (2008).
- [26] N. P. Proukakis, S. A. Gardiner, M. J. Davis, and M. H. Szymanska, *Quantum Gases: Finite Temperatures and Non-Equilibrium Dynamics* (Imperial College Press, London, 2013).

- [27] E. Zaremba, T. Nikuni, and A. Griffin, *Bose-Condensed Gases at Finite Temperatures* (Cambridge University Press, Cambridge, 2009).
- [28] P. B. Blakie, A. S. Bradley, M. J. Davis, R. J. Ballagh, and C. W. Gardiner, *Adv. Phys.* **57**, 363 (2008).
- [29] A. Griffin, *Phys. Rev. B* **53**, 9341 (1996).
- [30] Y. Kagan and B. V. Svistunov, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 3331 (1997).
- [31] H. T. C. Stoof, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 768 (1997).
- [32] C. W. Gardiner and P. Zoller, *Phys. Rev. A* **58**, 536 (1998).
- [33] N. P. Proukakis, K. Burnett, and H. T. C. Stoof, *Phys. Rev. A* **57**, 1230 (1998).
- [34] H. T. C. Stoof, *J. Low Temp. Phys.* **114**, 11 (1999).
- [35] E. Zaremba, T. Nikuni, and A. Griffin, *J. Low Temp. Phys.* **116**, 277 (1999).
- [36] R. Walser, J. Williams, J. Cooper, and M. Holland, *Phys. Rev. A* **59**, 3878 (1999).
- [37] M. J. Davis, C. W. Gardiner, and R. J. Ballagh, *Phys. Rev. A* **62**, 063608 (2000).
- [38] M. J. Bijlsma, E. Zaremba, and H. T. C. Stoof, *Phys. Rev. A* **62**, 063609 (2000).
- [39] H. T. C. Stoof and M. J. Bijlsma, *J. Low Temp. Phys.* **124**, 431 (2001).
- [40] M. J. Davis, S. A. Morgan, and K. Burnett, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 160402 (2001).
- [41] C. W. Gardiner, J. R. Anglin, and T. I. A. Fudge, *J. Phys. B* **35**, 1555 (2002).
- [42] P. B. Blakie and M. J. Davis, *Phys. Rev. A* **72**, 063608 (2005).
- [43] S. Cockburn and N. Proukakis, *Laser Phys.* **19**, 558 (2009).
- [44] T. Gasenzer, *Eur. Phys. J. Spec. Top.* **168**, 89 (2009).
- [45] B. Zhu, G. Quémérer, A. M. Rey, and M. J. Holland, *Phys. Rev. A* **88**, 063405 (2013).
- [46] M. P. A. Jones, C. J. Vale, D. Sahagun, B. V. Hall, and E. A. Hinds, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 080401 (2003).
- [47] B. Kasch, H. Hattermann, D. Cano, T. E. Judd, S. Scheel, C. Zimmermann, R. Kleiner, D. Koelle, and J. Fortágh, *New J. Phys.* **12**, 065024 (2010).
- [48] D. Harber, J. McGuirk, J. Obrecht, and E. Cornell, *J. Low Temp. Phys.* **133**, 229 (2003).
- [49] W. Ketterle and N. van Druten, in *Advances In Atomic, Molecular, and Optical Physics*, edited by B. Bederson and H. Walther (Academic, New York, 1996), Vol. 37, pp. 181–236.
- [50] O. J. Luiten, M. W. Reynolds, and J. T. M. Walraven, *Phys. Rev. A* **53**, 381 (1996).
- [51] H. Wu and C. J. Foot, *J. Phys. B* **29**, L321 (1996).
- [52] M. Holland, J. Williams, and J. Cooper, *Phys. Rev. A* **55**, 3670 (1997).
- [53] M. Yamashita, M. Koashi, T. Mukai, M. Mitsunaga, N. Imoto, and T. Mukai, *Phys. Rev. A* **67**, 023601 (2003).
- [54] P. D. Drummond and J. F. Corney, *Phys. Rev. A* **60**, R2661 (1999).
- [55] M. J. Davis and C. W. Gardiner, *J. Phys. B: At. Mol. Opt.* **35**, 733 (2002).
- [56] M. Hugbart, J. A. Retter, A. F. Varón, P. Bouyer, A. Aspect, and M. J. Davis, *Phys. Rev. A* **75**, 011602 (2007).
- [57] R. A. Duine and H. T. C. Stoof, *Phys. Rev. A* **65**, 013603 (2001).
- [58] N. P. Proukakis, J. Schmiedmayer, and H. T. C. Stoof, *Phys. Rev. A* **73**, 053603 (2006).
- [59] C. N. Weiler, T. W. Neely, D. R. Scherer, A. S. Bradley, M. J. Davis, and B. P. Anderson, *Nature (London)* **455**, 948 (2008).
- [60] B. Damski and W. H. Zurek, *Phys. Rev. Lett.* **104**, 160404 (2010).
- [61] M. C. Garrett, A. Ratnapala, E. D. van Ooijen, C. J. Vale, K. Weegink, S. K. Schnelle, O. Vainio, N. R. Heckenberg, H. Rubinsztein-Dunlop, and M. J. Davis, *Phys. Rev. A* **83**, 013630 (2011).
- [62] B. Jackson and E. Zaremba, *Phys. Rev. A* **66**, 033606 (2002).
- [63] B. Jackson and E. Zaremba, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 100404 (2001).
- [64] B. Jackson and E. Zaremba, *New J. Phys.* **5**, 88 (2003).
- [65] B. Jackson and E. Zaremba, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 180402 (2002).
- [66] B. Jackson, N. P. Proukakis, and C. F. Barenghi, *Phys. Rev. A* **75**, 051601 (2007).
- [67] B. Jackson, N. P. Proukakis, C. F. Barenghi, and E. Zaremba, *Phys. Rev. A* **79**, 053615 (2009).
- [68] A. J. Allen, E. Zaremba, C. F. Barenghi, and N. P. Proukakis, *Phys. Rev. A* **87**, 013630 (2013).
- [69] C. J. Pethick and H. Smith, *Bose-Einstein Condensation in Dilute Gases* (Cambridge University Press, Cambridge, 2002).
- [70] F. Shimizu, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 987 (2001).
- [71] Z.-C. Yan, A. Dalgarno, and J. F. Babb, *Phys. Rev. A* **55**, 2882 (1997).
- [72] Y.-J. Lin, I. Teper, C. Chin, and V. Vuletić, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 050404 (2004).
- [73] S. Kühn and T. E. Judd, *Phys. Rev. A* **87**, 023608 (2013).
- [74] M. Frigo and S. G. Johnson, *Proc. IEEE* **93**, 216 (2005).
- [75] E. Gabriel, G. E. Fagg, G. Bosilca, T. Angskun, J. J. Dongarra, J. M. Squyres, V. Sahay, P. Kambadur, B. Barrett, A. Lumsdaine, R. H. Castain, D. J. Daniel, R. L. Graham, and T. S. Woodall, in *Proceedings of the 11th European PVM/MPI Users' Group Meeting* (Budapest, Hungary, 2004), pp. 97–104.
- [76] M. Gallis, J. Torczynski, D. Rader, and G. Bird, *J. Comput. Phys.* **228**, 4532 (2009).
- [77] A. C. J. Wade, D. Baillie, and P. B. Blakie, *Phys. Rev. A* **84**, 023612 (2011).
- [78] J. E. Williams and A. Griffin, *Phys. Rev. A* **64**, 013606 (2001).
- [79] T. E. Judd, R. G. Scott, and T. M. Fromhold, *Phys. Rev. A* **78**, 053623 (2008).
- [80] The critical temperature may be estimated with $T_c = 0.94\hbar(\omega_x\omega_y\omega_z)^{1/3}N^{1/3}$ [69].
- [81] We used a slightly different start position in the simulation of $x = 100 \mu\text{m}$ as a numerical convenience. There was still very little atom-surface overlap at this point so this modification does not affect the results beyond shifting the absolute times.
- [82] E. A. Burt, R. W. Ghrist, C. J. Myatt, M. J. Holland, E. A. Cornell, and C. E. Wieman, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 337 (1997).
- [83] B. D. Esry, C. H. Greene, and J. P. Burke, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 1751 (1999).
- [84] H.-J. Miesner, D. M. Stamper-Kurn, M. R. Andrews, D. S. Durfee, S. Inouye, and W. Ketterle, *Science* **279**, 1005 (1998).
- [85] M. Köhl, M. J. Davis, C. W. Gardiner, T. W. Hänsch, and T. Esslinger, *Phys. Rev. Lett.* **88**, 080402 (2002).
- [86] The condensate number was obtained by averaging N_c between 1 and 2.5 s.
- [87] Note that t_{overlap} is always larger than the hold time since it includes losses during transport.
- [88] A. L. Marchant, S. Händel, T. P. Wiles, S. A. Hopkins, and S. L. Cornish, *New J. Phys.* **13**, 125003 (2011).
- [89] E. L. Surkov, J. T. M. Walraven, and G. V. Shlyapnikov, *Phys. Rev. A* **53**, 3403 (1996).

Veröffentlichung 3

P. Federsel, C. Rogulj, T. Menold, J. Fortágh, and A. Günther

Spectral response of magnetically trapped Bose gases to weak microwave fields

Physical Review A **92**, 033601 (2015), ©American Physical Society

Der Nachdruck auf den folgenden Seiten erfolgen mit Genehmigung der American Physical Society.

Spectral response of magnetically trapped Bose gases to weak microwave fields

P. Federsel, C. Rogulj, T. Menold, J. Fortágh, and A. Günther*

Physikalisches Institut der Universität Tübingen, Auf der Morgenstelle 14, D-72076 Tübingen, Germany

(Received 29 May 2015; published 1 September 2015)

Microwave fields can be used to drive local spin transitions in quantum gases and for outcoupling of cold atomic beams from magnetic traps. In this paper, we derive an analytic theory for the outcoupling rate as a response to weak microwave fields of varying frequency and power. The theory holds for thermal clouds and Bose-Einstein condensates. It allows for calculating transition rates in arbitrary magnetic trap geometries and includes the effect of gravity. We verify our theory by measuring the flux of outcoupled atoms at the single-particle level. The derived spectral response is important for magnetic noise spectroscopy with quantum gases, and for probing quantum gas dynamics with single atom detectors in real time.

DOI: [10.1103/PhysRevA.92.033601](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.92.033601)

PACS number(s): 03.75.Pp, 07.77.-n, 67.85.-d

I. INTRODUCTION

Radio-frequency and microwave fields driving atomic spin and hyperfine transitions are commonly used for extracting ultracold atoms from magnetic traps. Coherent atom laser beams are obtained from Bose-Einstein condensates (BECs) by applying weak radio-frequency and microwave radiation [1–6], magnetic field noise is measured through atom loss from magnetic traps [7–10], and the dynamics of magnetized cantilevers [11] or current driven beams [12] may be measured through the detection of spin flipped atoms. For the modeling and analysis of such systems, the knowledge of the spectral response of the magnetically trapped gas is necessary, which has been calculated so far only for Bose-Einstein condensates in harmonic trap geometries [13–18]. Here we elaborate the model of the spectral response of thermal and condensed Bose gases trapped in arbitrary magnetic potentials in the presence of gravity.

In particular, we investigate the response of magnetically trapped Bose gases to microwave radiation resonant with atomic spin or hyperfine transitions. Our study focuses on the weak-coupling regime, where the number of outcoupled atoms is small and typically not detectable by standard imaging methods but by single atom counting [19–22]. Using a quasiclassical approach, we derive an analytic expression for the outcoupling rate and its frequency dependence and find that outcoupling from thermal clouds and Bose-Einstein condensates follows the same integral equation. We validate our model by measuring the spectral response of thermal atomic clouds and Bose-Einstein condensates.

II. QUASICLASSICAL THEORY OF THE SPECTRAL RESPONSE

The interaction of a magnetically trapped gas of atoms with a microwave field is illustrated in Fig. 1(a). We take the example of thermal and Bose-condensed clouds of ^{87}Rb atoms corresponding to our experiments described in this paper. Initially the atoms are magnetically trapped in a low-field seeking spin state. The microwave radiation drives a transition to a nontrapped spin state. Spin-flipped atoms leave the

trap. We calculate the outcoupling rate as a function of the microwave frequency, i.e., the spectral response of the atomic cloud.

A. Resonance condition and resonance surface

In general, the microwave field couples two hyperfine states $|F, m_F\rangle \leftrightarrow |F', m_{F'}\rangle$ with energies directly connected to the magnetic trapping potential,

$$U_{F, m_F} = g_F \mu_B m_F |\vec{B}| =: U_{\text{mag}}, \quad (1)$$

$$U_{F', m_{F'}} = g_{F'} \mu_B m_{F'} |\vec{B}| = \frac{g_{F'} m_{F'}}{g_F m_F} U_{\text{mag}}. \quad (2)$$

Here we assume the atoms to be initially prepared in the trapped $|F, m_F\rangle$ state. The resonance condition then requires

$$\hbar\omega_{\text{res}} \stackrel{!}{=} \Delta U = U_{\text{mag}} \left(1 - \frac{g_{F'} m_{F'}}{g_F m_F} \right) \quad (3)$$

with $\omega_{\text{res}} = \omega_{mw} - \omega_0$ being the magnetic-field oscillation frequency with respect to the zero-field transition frequency ω_0 [see Fig. 1(a)]. Defining the dimensionless parameter λ ,

$$\lambda = \left(1 - \frac{g_{F'} m_{F'}}{g_F m_F} \right)^{-1}, \quad (4)$$

which amounts to $\lambda = 2/3$ in the case of Fig. 1, the resonance condition reads

$$U_{\text{mag}}(\vec{r}_{\text{res}}) = \lambda \hbar \omega_{\text{res}}. \quad (5)$$

The manifold of points $\{\vec{r}_{\text{res}}\}$ for which Eq. (5) is fulfilled defines the resonance surface, which for a given microwave frequency is given by the equipotential surface of the magnetic potential. Outside this surface atoms are detuned from the resonance by

$$\delta(\vec{r}) = \omega(\vec{r}) - \omega_{\text{res}} = \frac{U_{\text{mag}}(\vec{r})}{\lambda \hbar} - \omega_{\text{res}} \quad (6)$$

with $\omega(\vec{r}) = U_{\text{mag}}(\vec{r})/\lambda \hbar$ being the position dependent frequency at which \vec{r} is coupled resonantly [cf. Fig. 1(b)].

B. Outcoupling from thermal clouds

We calculate the outcoupling rate of thermal atoms, which are steadily moving in the trap, using a Landau-Zener model

* a.guenther@uni-tuebingen.de

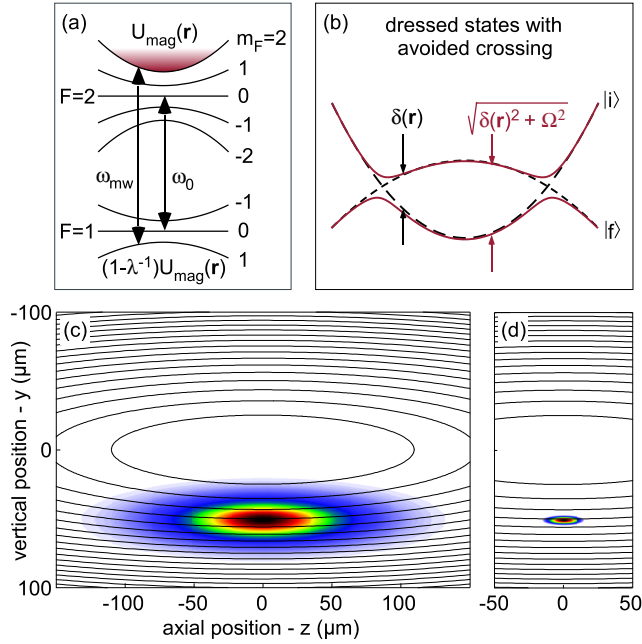


FIG. 1. (Color online) Microwave outcoupling of ^{87}Rb atoms. (a) Outcoupling scheme: Atoms are initially prepared in the $5S_{1/2}$, $|F=2, m_F=2\rangle$ state ($g_F=1/2$), where they are trapped in a magnetic potential $U_{\text{mag}}(\vec{r})$. Energy selective outcoupling is achieved by microwave (mw) coupling to the nontrapped $|F=1, m_F=1\rangle$ state ($g_F=-1/2$). The coupling rate depends strongly on the intensity and frequency of the applied microwave and allows for tomographic investigation of quantum gases. (b) Dressed state picture for mw coupling of the initial and final bare states, $|i\rangle$ and $|f\rangle$. The microwave coupling causes degeneracy at the resonance positions and a spatial dependent detuning (black dashed line). Due to the coupling strength the dressed state energies change slightly (red line), resulting in avoided crossings at the resonance positions. (c), (d) Microwave resonance surfaces and density distributions for a thermal cloud of 190 nK (c) and a BEC of 8000 atoms (d) in a harmonic trap with $\omega_{x/y/z} = 2\pi \times 85, 70, 16$ Hz. Resonance surfaces are shown for microwave frequency spacings of $2\pi \times 20$ kHz. They are elliptically shaped and centered around the magnetic field minimum. Both density distributions are displaced by the gravitational sag, amounting to $y_0 \approx 50 \mu\text{m}$. For small cloud extensions (BEC), the resonance surfaces can be approximated as flat.

for the spin transitions. For particles crossing the resonance surface the probability of a state transfer is given by [23]

$$P_0 = 1 - \exp\left(-\frac{\pi\Omega^2}{2|\alpha|}\right) \approx \frac{\pi\Omega^2}{2|\alpha|} \quad (7)$$

with α being the change of detuning over time,

$$\alpha = \frac{d\delta(\vec{r})}{dt} = \frac{d\omega(\vec{r})}{dt} = \frac{\vec{\nabla}U_{\text{mag}} \cdot \vec{v}}{\partial U_{\text{mag}}/\partial\omega} = \frac{\vec{\nabla}U_{\text{mag}} \cdot \vec{v}}{\lambda\hbar}, \quad (8)$$

and Ω being the resonant Rabi frequency, which we assume to be constant across the cloud. This assumption holds for typical experimental conditions [24]. The local crossing rate of particles with velocity \vec{v} through a resonance surface element dA amounts to

$$\gamma_v = n(\vec{r}) \vec{v} \cdot d\vec{A} \quad (9)$$

with $d\vec{A} \parallel \vec{\nabla}U_{\text{mag}}$ oriented normal to the resonance surface. The local outcoupling rate $d\Gamma_v = P_0 \times \gamma_v$ is thus velocity independent and the total rate becomes

$$\Gamma = \int d\Gamma_v = \frac{\pi\Omega^2\lambda\hbar}{2} \oint \frac{n(\vec{r}) dA}{|\vec{\nabla}U_{\text{mag}}|}, \quad (10)$$

where the integral has to be evaluated on the resonance surface.

C. Outcoupling from Bose-Einstein condensates

For condensates we use a different approach, where the microwave coupling induces local Rabi oscillations, resulting in an outcoupled atomic density [14]

$$n_{\text{out}}(\vec{r}, t) = \frac{\Omega^2 \sin^2\left(\frac{1}{2}\sqrt{\delta(\vec{r})^2 + \Omega^2}t\right)}{\delta(\vec{r})^2 + \Omega^2} n(\vec{r}). \quad (11)$$

The outcoupling rate then amounts to

$$\Gamma(t) = \frac{d}{dt} \int n_{\text{out}}(\vec{r}, t) dV \quad (12)$$

$$= \frac{\Omega^2}{2} \int \frac{\sin(\sqrt{\delta^2 + \Omega^2}t)}{\sqrt{\delta^2 + \Omega^2}} n(\vec{r}) dV. \quad (13)$$

Changing the base to curvilinear coordinates, with one base vector given by $d\vec{r}/d\omega$ and the others spanning the resonance surface element dA , results in a transformation

$$dV = \frac{dU_{\text{mag}}/d\omega}{|\vec{\nabla}U_{\text{mag}}|} d\omega dA = \frac{\lambda\hbar}{|\vec{\nabla}U_{\text{mag}}|} d\omega dA. \quad (14)$$

After substituting $\tilde{\omega} = \omega - \omega_{\text{res}}$, the outcoupling rate becomes

$$\Gamma(t) = \frac{\Omega^2\lambda\hbar}{2} \underbrace{\int_{-\infty}^{\infty} d\omega \frac{\sin(\sqrt{\tilde{\omega}^2 + \Omega^2}t)}{\sqrt{\tilde{\omega}^2 + \Omega^2}}}_{\pi J_0(\Omega t)} \oint dA \frac{n(\vec{r})}{|\vec{\nabla}U_{\text{mag}}|}. \quad (15)$$

Here we have used that the main contribution to the transition rate comes from the resonance shell of width $\delta\omega \approx \Omega \ll \omega_{\text{res}}$, corresponding to a spatial width δy much smaller than the BEC extension, such that the ω integral can be extended to $-\infty$ and $n(\vec{r})/|\vec{\nabla}U_{\text{mag}}|$ approximated by its resonance value. The ω integral can then be solved by means of Bessel functions [14].

The remaining time dependence in the outcoupling rate of Eq. (15) is due to resonant backcoupling of outcoupled atoms, which, at least for low Rabi frequencies, is strongly suppressed by the outcoupled atoms falling out of the resonance shell. The dynamics of Eq. (15) is thus only valid at $t=0$, where all atoms remain trapped. The total loss rate then becomes

$$\Gamma = \frac{\pi\Omega^2\lambda\hbar}{2} \oint \frac{n(\vec{r}) dA}{|\vec{\nabla}U_{\text{mag}}|}, \quad (16)$$

which is identical to the expression found for thermal clouds.

D. Numeric and analytic solutions

Evaluating the resonance surface integral in Eq. (16) is typically nontrivial, especially if a proper surface parametrization is missing. However, using the vector identity $dA = (d\vec{A} \cdot \vec{\nabla}U_{\text{mag}})/|\vec{\nabla}U_{\text{mag}}|$ and the divergence theorem,

the surface integral can be rewritten as a volume integral

$$\oint \frac{n(\vec{r})}{|\vec{\nabla}U_{\text{mag}}|} dA = \int \text{div} \left(\frac{n(\vec{r})}{|\vec{\nabla}U_{\text{mag}}|^2} \vec{\nabla}U_{\text{mag}} \right) dV, \quad (17)$$

which is easily solved numerically. Here, the integral has to be evaluated in the volume enclosed by the resonance surface.

Nevertheless, certain trap geometries allow for a proper parametrization of the resonance surface. This especially holds for harmonic potentials with trap frequencies $\omega_x, \omega_y, \omega_z$, as found in almost all Ioffe-type field configurations close to the trap center. Figures 1(c) and 1(d) show the ellipsoidal resonance surfaces in such a situation, alongside density distributions for a typical thermal cloud and a BEC. Using scaled spherical coordinates ($a \geq 0, \theta \in [0, \pi], \varphi \in [0, 2\pi]$), with transformation rules

$$\begin{aligned} x &= a/\omega_x \sin \theta \cos \varphi, \\ y &= a/\omega_y \sin \theta \sin \varphi, \\ z &= a/\omega_z \cos \theta, \end{aligned} \quad (18)$$

the magnetic potential reads

$$U_{\text{mag}} = \sum_{i=1}^3 \frac{1}{2} m \omega_i^2 x_i^2 = \frac{1}{2} m a^2 \equiv \lambda \hbar \omega \quad (19)$$

and solely depends on the coordinate a . The resonance surfaces, given by the equipotential surface of U_{mag} , are thus well parametrized by φ and θ and Eq. (16) transforms to

$$\Gamma = \frac{\pi \Omega^2 \lambda \hbar}{2} \frac{a}{m \omega_x \omega_y \omega_z} \iint n(\vec{r}) \sin \theta d\theta d\varphi. \quad (20)$$

Taking gravity into account, the density distribution of thermal clouds and BECs both depend on the total atomic potential $U = U_{\text{mag}} - mgy$. While still being harmonic, the total potential minimum is shifted to $y_0 = g/\omega_y^2$, known as gravitational sag, and energetically lowered by $U_0 = mg^2/(2\omega_y^2)$ [see Figs. 1(c) and 1(d)]. Following Boltzmann distribution, the density of a thermal cloud reads

$$n_{th}(\vec{r}) = n_0 \exp\left(-\frac{\lambda \hbar \omega}{k_B T}\right) \exp\left(\frac{mga \sin \theta \sin \varphi}{\omega_y k_B T}\right) \quad (21)$$

with n_0 given by normalization to the total atom number N . Using this density distribution Eq. (20) can be solved analytically yielding

$$\begin{aligned} \Gamma_{th}(\omega) &= \frac{\pi \Omega^2 \lambda \hbar}{2} \frac{N}{\sqrt{\pi U_0 k_B T}} \exp\left(-\frac{U_0 + \lambda \hbar \omega}{k_B T}\right) \\ &\times \sinh\left(2\sqrt{\frac{U_0}{k_B T} \frac{\lambda \hbar \omega}{k_B T}}\right). \end{aligned} \quad (22)$$

For sufficient small cloud extensions as in the case of BECs, the outcoupling surface can be approximated by a plane surface [see Fig. 1(d)], yielding the resonance condition

$$\frac{1}{2} m \omega_y^2 y^2 = \lambda \hbar \omega \quad \rightarrow \quad y(\omega) = \sqrt{\frac{2\lambda \hbar \omega}{m \omega_y^2}}. \quad (23)$$

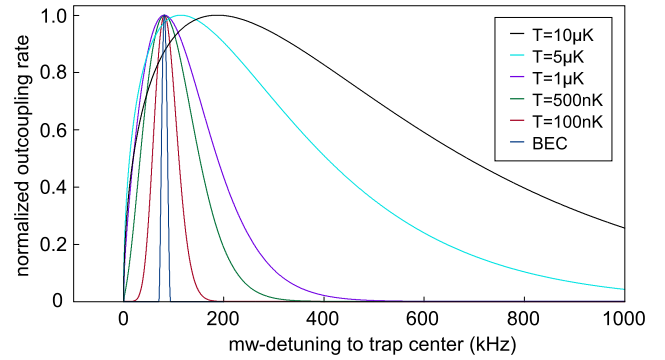


FIG. 2. (Color online) Spectral response of thermal clouds and a BEC with 10 000 atoms in a harmonic trap with trapping frequencies $\omega_{x/y/z} = 2\pi \times 85, 70, 16$ Hz, as calculated from Eqs. (22) and (24). For $T > 1 \mu\text{K}$ the spectral shape is dominated by the cloud temperature, giving access to the particles' energy distribution. For $T < 1 \mu\text{K}$ the spectral response depends directly on the cloud's density profile and the gravitational acceleration, allowing for spatial tomography of quantum gases.

With $|\vec{\nabla}U_{\text{mag}}| \approx m\omega_y^2 y$ the integral in Eq. (16) can be solved in Cartesian coordinates yielding

$$\Gamma(\omega) = \frac{\pi \Omega^2}{2} \sqrt{\frac{\lambda \hbar}{2m\omega_y^2}} \frac{n[y(\omega)]}{\sqrt{\omega}} \quad (24)$$

with $n(y) = \iint n dx dz$ being the integrated line density. For a BEC in the Thomas-Fermi limit, this line density is given by

$$n_{\text{bec}}(y) = \frac{\mu \pi R_x R_z}{2g} \max\left[0, 1 - \frac{(y - y_0)^2}{R_y^2}\right]^2 \quad (25)$$

with the coupling strength $g = 4\pi \hbar^2 a/m$, the scattering length a , the Thomas Fermi radii $R_i = \sqrt{2\mu/(m\omega_i^2)}$ and the chemical potential μ given via normalization.

E. Discussion

Following Eq. (16), the total outcoupling rate scales quadratically with the Rabi frequency and thus linearly with the microwave power density. This is expected in the weak-coupling regime, where saturation effects and Rabi oscillations are negligible. Figure 2 shows the spectral response, as calculated from Eqs. (22) and (24), for thermal clouds of different temperatures and Bose-Einstein condensates. For the calculations we used a harmonic trap geometry with trapping frequencies $\omega_{x/y/z} = 2\pi \times 85, 70, 16$ Hz, as in the experimental section of this paper.

For large cloud extensions, $\Delta y \gg y_0$, the gravitational sag is negligible and the outcoupling rate from Eq. (22) becomes

$$\Gamma \sim \sqrt{\omega} \exp\left(-\frac{\lambda \hbar \omega}{k_B T}\right). \quad (26)$$

The maximum ω_0 and width $\Delta\omega$ (full width at half maximum) of the spectral response are then given by the cloud temperature only:

$$\omega_0 \approx k_B T / 2\lambda \hbar, \quad \Delta\omega \approx 1.8 k_B T / \lambda \hbar, \quad (27)$$

as illustrated by the $T > 1 \mu\text{K}$ curves in Fig. 2. In this regime, the spectral response yields mainly information about the particles' energy distribution.

For small cloud extensions, $\Delta y \ll y_0$, the gravitational sag becomes dominant and the outcoupling rate can be approximated by Eq. (24), yielding

$$\Gamma \sim \frac{n[y(\omega)]}{\sqrt{\omega}}. \quad (28)$$

In this regime, the maximum of the spectral response is shifted with respect to the magnetic-field minimum, to a value independent from the cloud temperature,

$$\lambda \hbar \omega_0 \approx \frac{1}{2} m \omega_y^2 y_0^2 \quad \rightarrow \quad \omega_0 \approx \frac{m g^2}{2 \lambda \hbar \omega_y^2}, \quad (29)$$

amounting $\omega_0 = 2\pi \times 81.6 \text{ kHz}$ in Fig. 2. With the gradient of the magnetic potential being compensated by the gravitational force at the trap center, the spectral width of the response function is now directly connected to the spatial width Δy and the gravitational acceleration g ,

$$\frac{dU_{\text{mag}}}{dy} = \lambda \hbar \frac{d\omega}{dy} \approx m g \quad \rightarrow \quad \Delta \omega = \frac{m g}{\lambda \hbar} \Delta y. \quad (30)$$

We note that only in this regime does the spectral response follow directly from the spatial distribution of the atomic cloud. According to Eq. (28), the frequency-dependent outcoupling rate is then a direct measure for the cloud's spatial density profile. This gives an interesting opportunity of tomographic measurements on the quantum gas, e.g., the measurement of density variations of a spin component between resonance shells or collective oscillations of the quantum gas.

The frequency resolution $\delta\omega$ of such a mw tomography will be typically given by the width of the resonance shell, $\delta\omega \approx \Omega$, which might be additionally broadened due to the atoms' dwell time in the resonance region. This translates according to Eq. (30) to a spatial resolution $\delta y = \lambda \hbar \delta\omega / m g$, given by the thickness of the resonance sheet, which is typically in the submicrometer regime and thus much smaller than the spatial extension of the quantum gas. The ultimate resolution limit is given by the sensitivity of the detection process, which sets a lower limit to the detectable Rabi frequency. Using a sensitive single atom detection scheme, as presented in the following section, high spatial resolutions may be feasible.

We note that for small cloud extensions the spectral width of the response function is largely increased due to gravity, as the cloud is shifted from the center of the magnetic trap to stronger magnetic-field gradients (cf. Fig. 2). Especially for Bose-Einstein condensates, this results in spectral widths much larger than the chemical potential, which is the main reason for the high resolution in microwave tomography.

III. EXPERIMENT

For the experimental verification of the spectral response we prepare clouds of ^{87}Rb atoms in the $5S_{1/2}, |F = 2, m_F = 2\rangle$ state in a magnetic trap [cf. Fig. 1(a) and Ref. [25]]. The confinement at the trap center is nearly harmonic with oscillation frequencies $\omega_{x/y/z} = 2\pi \times 85, 70, 16 \text{ Hz}$. Gravity is acting along the y direction. A microwave field of $\sim 6.8 \text{ GHz}$ frequency, driving transitions from the trapped $|F = 2, m_F = 2\rangle$

to the nontrapped $|F = 1, m_F = 1\rangle$ state, is irradiated with a helix antenna. Atoms undergoing the spin-flip transition are no longer trapped and fall under gravity. We detect these outcoupled atoms with a single atom counting scheme.

The detection process is based on state selective photoionization and subsequent ion counting [26,27]. Atoms falling out of the trap enter the photoionization volume, defined by a pair of laser beams, $\sim 300 \mu\text{m}$ below the atomic cloud. Starting from $5S_{1/2}, F = 1$ the atoms are first excited to the $5D_{5/2}, F = 3$ state via a resonant two-photon transition at 778 nm . The transition is resonantly enhanced via the $5P_{3/2}$ state, allowing saturation at few 10-mW laser power. A fiber laser at 1064 nm is then used to ionize the atoms. To compete against the natural decay of the $5D_{5/2}$ state, we use about 4-W fiber laser power, which is not yet sufficient to saturate the transition, thus limiting the ionization efficiency [20,28]. Both lasers are positioned about $300 \mu\text{m}$ below the atomic cloud with beam waists of about $50 \mu\text{m}$. Besides driving the ionization process, the high power fiber laser creates a strong attractive dipole potential, which focuses the falling atoms to regions of high intensity. The repulsive dipole potential of the 778-nm laser is negligible. Following the photoionization, the rubidium ions are collected with an ion optics and guided to a channel electron multiplier [27]. Ions are counted with 8-ns temporal resolution. The detection efficiency, 24%, has been calibrated by comparing the number of ions counted with the loss of atoms from the trap observed through absorption imaging. The detector's background count rate, measured without atoms but all ionization lasers and readout electronics turned on, amounts to about 1 Hz.

To verify the theoretical results found in Sec. II, we experimentally measure the response of ultracold atoms to microwave fields of varying power and frequency. After preparing a thermal cloud or Bose-Einstein condensate, we irradiate the microwave at constant or time-varying frequency for about 1 s, while monitoring the outcoupled atoms with the state selective single atom detector. Counting the atoms in 1-ms bins allows for extracting time resolved outcoupling rates, which we then compare to our theory. Trap frequencies, temperatures, and atom numbers of the atomic clouds have been derived from standard absorption imaging. The Rabi frequency has been calibrated by sweeping the microwave at a constant rate of 1.6 MHz/s through the cloud and monitoring the remaining atom fraction via absorption imaging. Comparing the result to the Landau-Zener theory from Eq. (7) allows for extracting the Rabi frequency.

A. Spectral response

In a first experiment we measure the shape of the spectral response function. We sweep the mw frequency at a constant rate of 1.3 kHz/ms , starting with a positive detuning of $\sim 500 \text{ kHz}$ with respect to the magnetic-field minimum. The mw power is tuned to $\Omega = 2\pi \times 84 \text{ Hz}$, such that the total outcoupling losses stay below 10%. Due to the single atom sensitivity of the detector, this is sufficient to measure the full spectral response function within a single sweep. Figure 3 shows the measured response for a thermal cloud of 160 nK and a BEC at 30 nK with 8200 atoms.

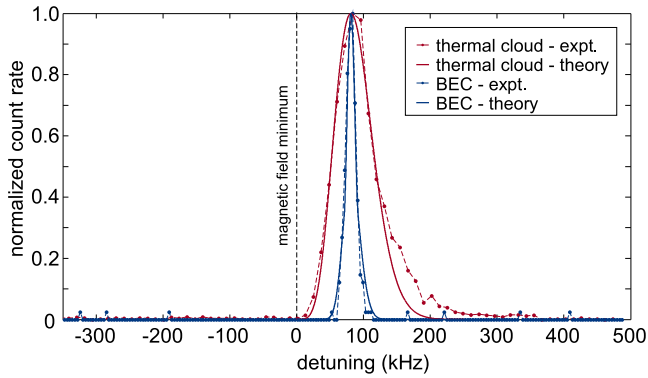


FIG. 3. (Color online) Spectral response of a thermal cloud (red points) and a BEC (blue points), measured by sweeping the mw frequency through the cloud, while detecting the ion count rate. For a single sweep through the thermal cloud ($N = 730 \times 10^3$, $T = 160$ nK) and the BEC ($N = 8200$, $T \approx 30$ nK), the total number of detected ion amounts are 4000 and 50, respectively. To reduce noise, the BEC measurement is shown as average of four sweeps. Microwave frequencies are shown relative to the magnetic trap center (black dashed line), located at 876 and 873 mG for the thermal cloud and BEC. From the measurements we deduce the FWHM (full width half maximum) of the spectral response to be 69 kHz for the thermal cloud and 18 kHz for the BEC. The results from the theoretical *ab initio* calculations following Eqs. (22) and (24) are shown as solid lines.

The measurements are shown together with the *ab initio* calculations from Eqs. (22) and (24). Here, the finite temperature BEC is described by superimposing the response functions of a pure BEC and the corresponding thermal component. Both measurements show good agreement with the theory, with only small deviations in the high-frequency region of the thermal cloud. These deviations are due to the onset of trap anharmonicities, which could in principle be extracted from such measurements.

B. Sensitivity

In a second experiment we keep the mw frequency fixed at the maximum of the spectral response and measure the ion signal for different mw amplitudes. We stepwise increase the mw amplitude (Rabi frequency) in consecutive experimental runs ranging from $\Omega = 2\pi \times 17$ mHz up to $2\pi \times 170$ Hz. Within a single run the Rabi frequency is then fixed during the 800-ms measurement time. As for large mw powers the ion count rate may change during the measurement time; we extract the initial ionization rate by fitting an exponential function to the time resolved ionization rates. Figure 4 shows the results for a thermal cloud at 240 nK and a BEC with 10 000 atoms alongside the *ab initio* calculations from Eq. (16). For large microwave powers, we find perfect agreement and the outcoupling rate increases quadratically with the Rabi frequency. In the low power regime, however, the measured count rate saturates at values larger than the detector's background count rate. A detailed analysis shows that this offset is due to an imperfect separation of the 778-nm laser mode from the trapped atoms, causing weak optical pumping to the nontrapped $F = 1$ state. This is a purely technical effect

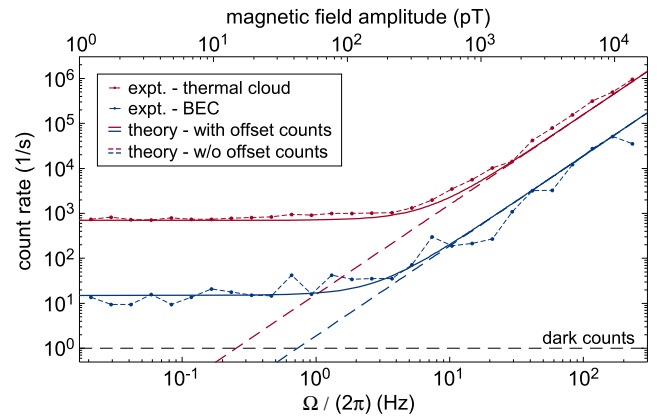


FIG. 4. (Color online) Response of a thermal cloud (red points) and a BEC (blue points) to different mw amplitudes and Rabi frequencies. At each amplitude the ion count rate is measured for 800 ms on individual clouds. Data points show the initial ionization rate as extracted from an exponential fit to the measurement time. The *ab initio* theory from Eqs. (22) and (24) is shown with zero (dashed lines) and finite (solid lines) offset count rates. The offset values for the thermal cloud ($N = 5.8 \times 10^5$, $T = 240$ nK) and the BEC ($N = 10 \times 10^3$) have been set to 700 and 15 Hz, respectively. The offset is purely technical and describes atomic spin flips driven by an off-resonant excitation from the 778-nm laser. In general (without offset) the sensitivity limit is reached at the dark count level amounting to $14.7 pT/\sqrt{\text{Hz}}$ for the thermal cloud.

and shall be overcome in future realizations by using a light sheet for the ionization lasers.

Using Eq. (16) and accounting for the measured 1-Hz background ion count rate we can estimate the sensitivity of magnetically trapped atomic clouds to resonant microwave radiation to be in the range $15 pT/\sqrt{\text{Hz}}$ or in terms of the Rabi frequency $2\pi \times 0.25 \text{ Hz}/\sqrt{\text{Hz}}$.

IV. OUTLOOK

In this paper we have presented and experimentally verified a quasiclassical description for microwave outcoupling from thermal clouds and Bose-Einstein condensates in arbitrary magnetic-field configurations. Knowing the spectral response of quantum gases to radio-frequency and microwave fields will open up new perspectives for spectroscopic measurements. In future experiments weak microwave outcoupling might be used to investigate dynamical effects in quantum gases such as center of mass oscillations, collective excitations, density waves or even spin-wave dynamics. Using a sensitive single atom detector such measurements can be done at rather low Rabi frequencies, maximizing the spatial tomographic resolution. At the same time, small outcoupling rates will allow for fast data acquisition and real-time observation. Vice versa, the quantum gas might be used to characterize unknown radio-frequency or microwave fields. Besides measuring magnetic-field amplitudes down to the pT regime, such atomic quantum probes may allow local measurements of classical and quantum noise spectra close to solid-state devices.

ACKNOWLEDGMENTS

We gratefully acknowledge financial support from the DFG through SFB TRR21, the “Kompetenznetz Funktionelle

Nanostrukturen” and the FET-Open Xtrack Project HAIRS. We also thank C. Zimmermann, P. Domokos, T. Kiss, and C. Vale for helpful discussions.

-
- [1] M.-O. Mewes, M. R. Andrews, D. M. Kurn, D. S. Durfee, C. G. Townsend, and W. Ketterle, Output Coupler for Bose-Einstein Condensed Atoms, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 582 (1997).
- [2] I. Bloch, T. W. Hänsch, and T. Esslinger, Atom Laser with a cw Output Coupler, *Phys. Rev. Lett.* **82**, 3008 (1999).
- [3] J. L. Martin, C. R. McKenzie, N. R. Thomas, J. C. Sharpe, D. M. Warrington, P. J. Manson, W. J. Sandle, and A. C. Wilson, Output coupling of a Bose-Einstein condensate formed in a TOP trap, *J. Phys. B* **32**, 3065 (1999).
- [4] Y. Le Coq, J. H. Thywissen, S. A. Rangwala, F. Gerbier, S. Richard, G. Delannoy, P. Bouyer, and A. Aspect, Atom Laser Divergence, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 170403 (2001).
- [5] A. Öttl, S. Ritter, M. Köhl, and T. Esslinger, Hybrid apparatus for Bose-Einstein condensation and cavity quantum electrodynamics: Single atom detection in quantum degenerate gases, *Rev. Sci. Instrum.* **77**, 063118 (2006).
- [6] N. P. Robins, P. A. Altin, J. E. Debs, and J. D. Close, Atom lasers: Production, properties and prospects for precision inertial measurement, *Phys. Rep.* **529**, 265 (2013).
- [7] M. P. A. Jones, C. J. Vale, D. Sahagun, B. V. Hall, and E. A. Hinds, Spin Coupling between Cold Atoms and the Thermal Fluctuations of a Metal Surface, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 080401 (2003).
- [8] Yu-ju Lin, Igor Teper, Cheng Chin, and Vladan Vuletić, Impact of the Casimir-Polder Potential and Johnson Noise on Bose-Einstein Condensate Stability Near Surfaces, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 050404 (2004).
- [9] A. Emmert, A. Lupaşcu, G. Nogues, M. Brune, J.-M. Raimond, and S. Haroche, Measurement of the trapping lifetime close to a cold metallic surface on a cryogenic atom-chip, *Eur. Phys. J. D* **51**, 173 (2009).
- [10] B. Kasch, H. Hattermann, D. Cano, T. E. Judd, S. Scheel, C. Zimmermann, R. Kleiner, D. Koelle, and J. Fortágh, Cold atoms near superconductors: Atomic spin coherence beyond the Johnson noise limit, *New J. Phys.* **12**, 065024 (2010).
- [11] Philipp Treutlein, David Hunger, Stephan Camerer, Theodor W. Hänsch, and Jakob Reichel, Bose-Einstein Condensate Coupled to a Nanomechanical Resonator on an Atom Chip, *Phys. Rev. Lett.* **99**, 140403 (2007).
- [12] O. Kálmán, T. Kiss, J. Fortágh, and P. Domokos, Quantum galvanometer by interfacing a vibrating nanowire and cold atoms, *Nano Lett.* **12**, 435 (2012).
- [13] M. Holland, K. Burnett, C. Gardiner, J. I. Cirac, and P. Zoller, Theory of an atom laser, *Phys. Rev. A* **54**, R1757 (1996).
- [14] H. Steck, M. Naraschewski, and H. Wallis, Output of a Pulsed Atom Laser, *Phys. Rev. Lett.* **80**, 1 (1998).
- [15] J. Schneider and A. Schenzle, Output from an atom laser: Theory vs. experiment, *Appl. Phys. B* **69**, 353 (1999).
- [16] Y. B. Band, P. S. Julienne, and M. Trippenbach, Radio-frequency output coupling of the Bose-Einstein condensate for atom lasers, *Phys. Rev. A* **59**, 3823 (1999).
- [17] F. Gerbier, P. Bouyer, and A. Aspect, Quasicontinuous Atom Laser in the Presence of Gravity, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 4729 (2001).
- [18] T. Kramer and M. Rodriguez, Quantum theory of an atom laser originating from a Bose-Einstein condensate or a Fermi gas in the presence of gravity, *Phys. Rev. A* **74**, 013611 (2006).
- [19] A. Öttl, S. Ritter, M. Köhl, and T. Esslinger, Correlations and Counting Statistics of an Atom Laser, *Phys. Rev. Lett.* **95**, 090404 (2005).
- [20] A. Günther, H. Bender, A. Stibor, J. Fortágh, and C. Zimmermann, Observing quantum gases in real time: Single-atom detection on a chip, *Phys. Rev. A* **80**, 011604 (2009).
- [21] R. Bücke, A. Perrin, S. Manz, T. Betz, Ch. Koller, T. Plisson, J. Rottmann, T. Schumm, and J. Schmiedmayer, Single-particle-sensitive imaging of freely propagating ultracold atoms, *New J. Phys.* **11**, 103039 (2009).
- [22] W. S. Bakr, J. I. Gillen, A. Peng, S. Fölling, and M. Greiner, A quantum gas microscope for detecting single atoms in a Hubbard-regime optical lattice, *Nature (London)* **462**, 74 (2009).
- [23] C. Zener, Non-adiabatic crossing of energy levels, *Proc. R. Soc. London, Ser. A* **137**, 696 (1932).
- [24] Considering the transition illustrated in Fig. 1(a), a cloud of $10\text{-}\mu\text{K}$ temperature, and a circular polarized microwave radiated along the direction of a 1-G offset field, the Rabi frequency varies less than 7% across the cloud. The variation stays within this boundary even in the limit of large trap frequencies. In the case of Fig. 1(c) ($T = 190\text{ nK}$), the variation is less than 1.1%.
- [25] A. Günther, M. Kemmler, S. Kraft, C. J. Vale, C. Zimmermann, and J. Fortágh, Combined chips for atom optics, *Phys. Rev. A* **71**, 063619 (2005).
- [26] S. Kraft, A. Günther, J. Fortágh, and C. Zimmermann, Spatially resolved photoionization of ultracold atoms on an atom chip, *Phys. Rev. A* **75**, 063605 (2007).
- [27] A. Stibor, H. Bender, S. Kühnhold, J. Fortágh, C. Zimmermann, and A. Günther, Single-atom detection on a chip: From realization to application, *New J. Phys.* **12**, 065034 (2010).
- [28] A. Stibor, S. Kraft, T. Campey, D. Komma, A. Günther, J. Fortágh, C. J. Vale, H. Rubinsztein-Dunlop, and C. Zimmermann, Calibration of a single-atom detector for atomic microchips, *Phys. Rev. A* **76**, 033614 (2007).

Veröffentlichung 4

P. Federsel, C. Rogulj, T. Menold, Z. Darázs, P. Domokos, J. Fortágh, and A. Günther

Noise Spectroscopy with a Quantum Gas

Eingereicht bei Physical Review Letters

Noise Spectroscopy with a Quantum Gas

P. Federsel,¹ C. Rogulj,¹ T. Menold,¹ Z. Darázs,² P. Domokos,² A. Günther,^{1,*} and J. Fortágh¹

¹*Physikalisches Institut, Eberhard-Karls-Universität Tübingen, D-72076 Tübingen, Germany*

²*Institute for Solid State Physics and Optics, Wigner Research Centre for Physics, Hungarian Academy of Sciences, P.O. Box 49, H-1525 Budapest, Hungary*

(Dated: October 21, 2015)

We report on the spectral analysis and the local measurement of intensity correlations of microwave fields using ultra cold quantum gases. The fluctuations of the electromagnetic field induce spin flips in a magnetically trapped quantum gas and generate a multi-mode atom laser. The output of the atom laser is measured with high temporal resolution on the single atom level, from which the spectrum and intensity correlations of the generating microwave field are reconstructed. We give a theoretical description of the atom laser output and its correlations in response to resonant microwave fields and verify the model with measurements on an atom chip. The measurement technique is applicable for the local analysis of classical and quantum noise of electromagnetic fields, for example on chips, in the vicinity of quantum electronic circuits.

PACS numbers: 03.75.Pp, 07.77.-n, 67.85.-d

INTRODUCTION

Fluctuations and noise play an important role in our fundamental understanding of classical and quantum systems. In the famous Hanbury-Brown and Twiss experiment intensity fluctuations have been used to determine coherence properties of chaotic light [1]. Similar effects have been observed for massive particles, such as bosons and fermions, showing bunching [2] and anti-bunching [3] in the particle correlations. Transport phenomena in solid-state quantum devices, such as single electron transport through quantum dots [4] or ballistic transport in graphene [5], are well characterized by the electrons counting statistics and the corresponding field noise. This becomes especially important, as novel materials such as artificial honeycomb crystals [6] predict quantum effects in the electron transport even at room temperature, due to the formation of topological protected states [7]. Such quantum transport phenomena might be measured by means of a quantum galvanometer [8]. Here, we demonstrate the basic operation of the quantum galvanometer and extend it to quantum correlation measurements. Using a Bose-Einstein condensate, we coherently probe local magnetic field fluctuations, in the microwave (mw) regime. These fluctuations, generate a multi-mode atom laser, with an output directly connected to the field fluctuations. Using a sensitive detector, we analyze this output on the single atom level and show, how the power spectral density and the intensity correlations of the microwave field can be reconstructed. Therefore, we evaluate time-averaged countrates and temporal correlations between the single particle events, respectively. We give a theoretical description for the output of the multi-mode atom laser, including decoherence effects. This allows for calculating the expected countrates and their correlations, which we compare to the experiments.

EXPERIMENTAL SETUP

The schematics of the experiment is shown in Fig. 1a. Using an atom-chip based cold atom apparatus [9], we prepare Bose-Einstein condensates and thermal ensembles of ⁸⁷Rb atoms in the $|5S_{1/2}, F = 2, m_F = 2\rangle$ ground state. The atoms are magnetically trapped in a harmonic configuration with trap frequencies $\omega_{(x,y,z)} = 2\pi \times (85, 70, 16)\text{Hz}$ and offset field $B_{z,\text{off}} \approx 0.93\text{G}$. If this cloud is exposed to resonant microwave radiation, spin flips to the anti-trapped $|5S_{1/2}, F = 1, m_F = 1\rangle$ state occur. Here, we irradiate microwaves of various spectra to demonstrate the measurement of noise spectra and correlations. In particular, we apply amplitude modulation to a microwave carrier at $\omega_c \approx 2\pi \times 6.834\text{GHz}$ with a variable function $A(t)$ in the $k\text{Hz}$ regime. The magnetic coupling field at the position of the atoms is then given by $|\vec{B}(t)| = A(t) \cdot B_0 \cdot \cos(\omega_c t + \phi)$ with B_0 and ϕ being amplitude and phase of the microwave carrier. The amplitude modulation produces sidebands to the carrier frequency ω_c . Each frequency component of the microwave addresses atoms at different resonance surfaces of the trap (see Fig. 1b). Adjusting ω_c and $A(t)$, individual or multiple regions of the BEC can be addressed at the same time. Spin flipped atoms leave the trap and are detected with single atom resolution and $\sim 19\%$ efficiency, using a multi-photon ionization process and subsequent ion counting [10].

ATOMIC RESPONSE

Starting with a monochromatic microwave of amplitude B_0 and frequency ω , a coherent atomic beam (atom laser) is outcoupled from a BEC, with a total outcoupling rate $\Gamma(\omega) = \gamma(\omega) \cdot B_0^2$ with $\gamma(\omega)$ being the spectral response of the BEC. It can be measured by outcoupling

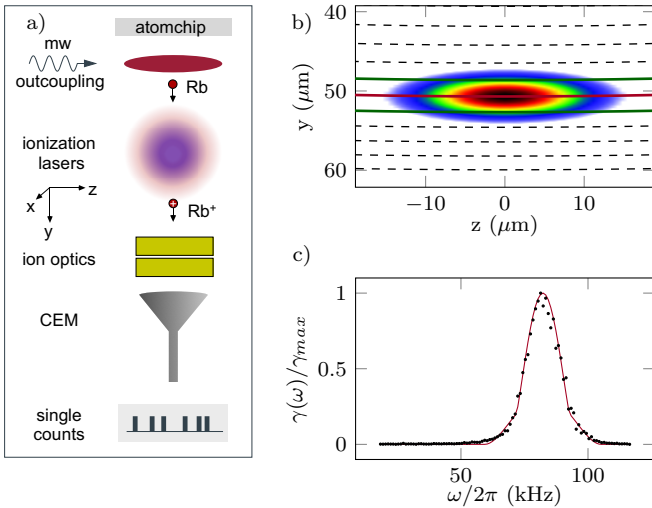


FIG. 1. (color online) (a) Cold atom spectrometer (not to scale) consisting of a magnetically trapped Bose-Einstein condensate and an ionization based single atom detector. (b) The mw couples atoms at a resonance surface, given by an equipotential surfaces of the magnetic potential (dashed lines). Due to gravity, the BEC is displaced from the magnetic trap center and the resonance surfaces become nearly plane. Without amplitude modulation, the mw-carrier couples atoms from a single resonance surface (red line) with a position given via ω_c . Amplitude modulation at a single frequency generates sidebands to the carrier, and outcoupling from two resonance surfaces (green lines) (c) Normalised spectral response $\gamma(\omega)/\gamma_{max}$ of a BEC to a single mw-frequency (black dots) and model function (red line).

with a monochromatic field (see Fig. 1c) [11].

Using a wavelike approach, where the phase of the atom laser is locked to the microwave field [12, 13] and different atom-lasers may interfere with each other [14, 15], the outcoupling rate can be extended to arbitrary fields $B(t)$

$$\Gamma(t) = \left| \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \tilde{B}(\omega) \sqrt{\gamma(\omega)} e^{i\omega t} d\omega \right|^2 * V(t) \quad (1)$$

$$= \frac{1}{\pi^2} \int_{-\infty}^\infty e^{i\Delta\omega t} R_{\xi\xi}(\Delta\omega) \tilde{V}(\Delta\omega) d\Delta\omega \quad (2)$$

with $*$ being the convolution, $\tilde{B}(\omega)$ the Fourier transform¹ of $B(t)$ and $R_{\xi\xi}$ the autocorrelation of $\xi(\omega) = \tilde{\Theta}(\omega) \tilde{B}(\omega) \sqrt{\gamma(\omega)}$ with the Heaviside function $\tilde{\Theta}(\omega)$. The visibility function $\tilde{V}(\Delta\omega) = \mathcal{F}(V(t))$ has been included to account for decoherence effects, which may

arise from the atoms' finite coherence length or decoherence in the detection system. \tilde{V} is expected to be symmetric with $\tilde{V}(|\Delta\omega|) \leq 1$ and $\tilde{V}(0) = 1$. The time-averaged countrate $\langle \Gamma(t) \rangle$ can be found from Eq. 1 in the limit $V(t) \rightarrow const$. This corresponds to the incoherent case with $V(\Delta\omega \neq 0) = 0$, for which the outcoupling rate becomes time independent and Eq. 2 yields

$$\langle \Gamma(t) \rangle = \frac{1}{\pi^2} R_{\xi\xi}(0) = \frac{1}{\pi^2} \int_0^\infty S_{BB}(\omega) \gamma(\omega) d\omega \quad (3)$$

with the power spectral density $S_{BB}(\omega) = |\tilde{B}(\omega)|^2$.

NOISE ANALYSIS

Spectroscopic information about the local magnetic field at the atomic position can be gained from analyzing either the time dependent outcoupling $\Gamma(t)$ or its time-average $\langle \Gamma \rangle$. This defines two possible measurement modes:

The *spectrometer mode* concentrates on measuring time-averaged countrates, which are according to Eq. 3 independent from the visibility function \tilde{V} . In this mode, information about the power spectral density can be gained, by making the BEC sensitive to different parts of the spectrum, thus measuring $\langle \Gamma \rangle$ while tuning the difference $\delta\omega$ between the center of the spectral response and the microwave spectrum. This can be reached by either shifting γ via the magnetic offset field or by shifting S_{BB} via the carrier frequency. The mean outcoupling rate from Eq. (3) then reads

$$\langle \Gamma(t) \rangle(\delta\omega) = \frac{1}{\pi^2} \int_0^\infty S_{BB}(\omega + \delta\omega) \gamma(\omega) d\omega \quad (4)$$

$$= \frac{1}{2\pi^2} (S_{BB}(\omega) * \gamma(\omega))(\delta\omega) \quad (5)$$

Here we used $\gamma(-\omega) = \gamma(\omega)$ and $S_{BB}(-\omega) = S_{BB}(\omega)$ which is valid for classical fields. If the spectral response function is known, the power spectral density can be reconstructed via a deconvolution.

The *correlator mode* concentrates on analyzing the time dependent signals $\Gamma(t)$ and the corresponding second-order correlation function $g^{(2)}(\tau) = \langle \Gamma(t)\Gamma(t+\tau) \rangle / (\langle \Gamma(t) \rangle \langle \Gamma(t+\tau) \rangle)$ reads

$$g^{(2)}(\tau) = \frac{4\pi^2}{R_{\xi\xi}(0)} \mathcal{F}^{-1} \left(\left| R_{\xi\xi}(\Delta\omega) \tilde{V}(\Delta\omega) \right|^2 \right) \quad (6)$$

$$= ACF \left(|\xi(t)|^2 \right) * V(t) * V(t) \quad (7)$$

with $\xi(t) = \mathcal{F}^{-1}(\tilde{\xi}(\omega))(t)$ and ACF being the autocorrelation function. Using a Hilbert transform

$$|\xi(t)|^2 = env \left(B(t) * \mathcal{F}^{-1} \left(\sqrt{\gamma(\omega)} \right) \right)^2 = I_{fil}(t) \quad (8)$$

¹ The Fourier transform \mathcal{F} is defined by $\mathcal{F}(B(t)) = \int_{-\infty}^\infty B(t) e^{-i\omega t} dt = \tilde{B}(\omega)$

with env being the amplitude envelope and $I_{fil}(t)$ the spectrally filtered microwave intensity. Measuring $g^{(2)}$ will thus directly unveil intensity correlations of the microwave radiation within the bandwidth of the quantum gas.

The correlator mode requires knowledge of either $\tilde{V}(\Delta\omega)$ or $V(t)$. The former is most easily measured by outcoupling with two frequencies, $B = B_0(\cos(\omega_1 t + \varphi_1) + \cos(\omega_2 t + \varphi_2))$. Choosing the frequencies such that $\gamma(\omega_1) = \gamma(\omega_2)$ Eq. 2 becomes

$$\Gamma(t) \sim \left(1 + \tilde{V}(|\Delta\omega|) \cos(\Delta\omega t + \Delta\phi)\right) \quad (9)$$

and

$$g^{(2)}(\tau) = 1 + \frac{\tilde{V}(|\Delta\omega|)^2}{2} \cos(\Delta\omega\tau) \quad (10)$$

with $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$ and $\Delta\phi = \phi_2 - \phi_1$. The visibility function is thus directly connected to the interference contrast of the two beating atom lasers and can be measured by varying $\Delta\omega$. $V(t)$ on the other hand can be measured in the limit of short mw-pulses and spectral response functions much broader than the bandwidth of $\tilde{V}(\Delta\omega)$. In this case $\tilde{B}(\omega), \gamma(\omega) \rightarrow \text{const}$ and Eq. 1 becomes

$$\Gamma_{\square}(t) \sim \delta(t) * V(t) = V(t) \quad (11)$$

For spectral response functions of finite width and mw-pulses of finite length, however, Eq. 1 reads

$$\Gamma_{\square}(t) \sim \left| \mathcal{F}^{-1} \left(\tilde{\theta}(\omega) \tilde{B}(\omega) \sqrt{\gamma(\omega)} \right) (t) \right|^2 * V(t) \quad (12)$$

causing a slight broadening of the measured pulse response $\Gamma_{\square}(t)$ with respect to $V(t)$.

Using our single atom detector, both $\langle \Gamma(\delta\omega) \rangle$ and $\Gamma(t)$ can be measured in-situ and in real-time. In practise $\langle \Gamma(\delta\omega) \rangle$ is best used for measuring broad-band power spectral densities with a resolution limited by the atoms' spectral response. Spectral information below this resolution limit is best obtained by measuring $\Gamma(t)$ or $g^{(2)}(\tau)$ for a fully coherent object like a BEC.

MEASUREMENTS

To demonstrate the spectrometer mode, we generate a broad-band mw-spectrum via amplitude modulation of a microwave carrier. As source for the amplitude modulation $A(t)$ we use a low-pass filtered noise diode with cutoff at around 200kHz. The resulting power spectral density is shown in the inset of Fig. 2. As atomic probe we use a BEC with 8900 atoms and expose it to the mw-spectrum which is shifted within 700ms by sweeping the carrier frequency with 1.4kHz/ms. Outcoupled atoms are photoionized by two overlapping laser beams

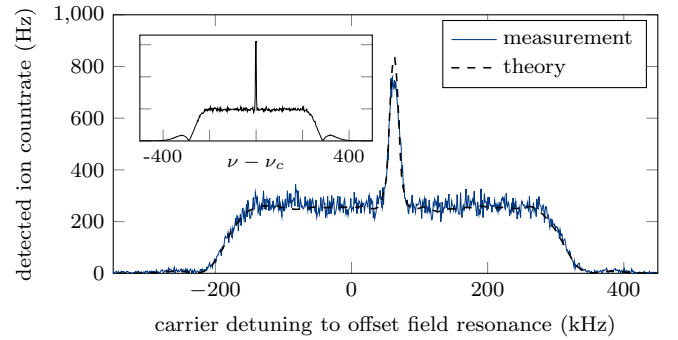


FIG. 2. (color online) Static mode. Mean ion count rate for different microwave carrier detunings $\delta\omega$. Inset: Power spectrum of the original microwave as measured with a spectrum analyzer. Experimental data (blue lines) are shown together with the theory form Eq. 5 (dashed line). The form of the model function from 1c) was used to calculate the convolution. The amplitude was calculated from the theory of [11] with $N = 8900$ and $T = 33.75\text{nK}$.

[10] of about $50\mu\text{m}$ waist, which are positioned $370\mu\text{m}$ below the atomic cloud (see Fig. 1a). The number of detected ions per sweep is about 50 and their arrival times can be mapped to the carrier detuning. Repeating the measurement 1500 times, a histogram of the ions in frequency bins of 1kHz can be generated, as shown in Fig. 2. The measured data is in agreement with the theory from Eq. 5, which has been derived by convolving the microwave spectrum with the spectral response function $\gamma(\omega)$. The spectral response itself has been measured by a frequency sweep without amplitude modulation of the microwave carrier [11] and is shown in Fig. 1c.

To interpret time-dependent outcoupling rates, the visibility function $\tilde{V}(\Delta\omega)$ has to be determined. This can be done by using $A(t) = A_0 \cdot \sin(\Delta\omega t/2 + \phi)$ as amplitude modulation, generating two frequencies at $\omega_{1/2} = \omega_c \pm \Delta\omega/2$. Setting ω_c to the center of the spectral response assures $\gamma(\omega_1) \approx \gamma(\omega_2)$ and thus according to Eq. 9 and 10 a direct measure of $V(|\Delta\omega|)$. Figure 3a shows the resulting count rate and the corresponding correlation function for a thermal cloud of 260nK and $\Delta\omega = 2\pi \times 20\text{Hz}$. Both signals show a clear oscillation at frequency $\Delta\omega$, with the signal-to-noise ratio being much higher in the $g^{(2)}$ -analysis [16]. For the data shown in Fig. 3a, the visibility function \tilde{V} amounts 1. The two atom-lasers are thus fully coherent, because the separation between the two outcoupling surfaces $\Delta z = \lambda\hbar/(mg)\Delta\omega$ amounts only 6.2nm [11], which is well below the atoms' thermal de-Broglie wavelength. Increasing $\Delta\omega$ and thus Δz , will lead to a reduced visibility. Fig. 3b shows the measured visibilities for different $\Delta\omega$ and clouds of different temperatures. Within each data set, the visibility drops on a characteristic frequency scale σ , which we deduce by fitting a gaussian model function $V(\Delta\omega) = \exp(-\Delta\omega^2/2\sigma^2)$ to the data. As expected, thermal clouds of reduced temper-

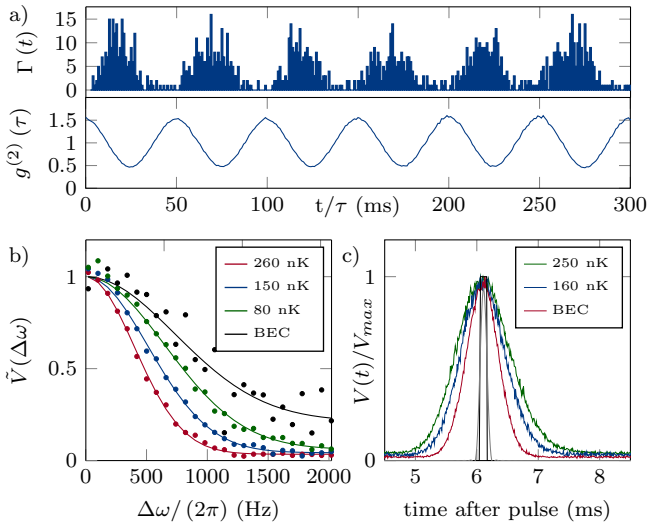


FIG. 3. (color online) a) Ion count rate (upper panel) and $g^{(2)}$ -correlation function (lower panel) of two interfering atom lasers with $\Delta\omega = 20\text{Hz}$. $\Gamma(t)$ is shown in 1ms bins. $g^{(2)}(\tau)$ is derived by the histogram of the time differences of all ion events to each other and proper normalization. A fit of the theory from Eq. 9 and 10 allows for extracting the visibility $\tilde{V}(\Delta\omega)$. b) Visibility functions of thermal clouds and BECs, as derived from two interfering atom laser with variable $\Delta\omega$. Gaussian model functions have been fitted, to deduce the coherence frequency σ . The fits yield $\sigma = 2\pi \times 420, 540, 700, 960\text{Hz}$ for 260nK, 150nK, partially condensed and fully condensed clouds, respectively. c) Temporal ion distribution for pulsed outcoupling from thermal clouds and a BEC with 40×10^3 atoms. Ion distributions are peaked at around 6ms, which is the mean delay between outcoupling and detection. The solid black line shows the initial pulse of $120\mu\text{s}$ width. The gray line shows $|\mathcal{F}^{-1}(\tilde{\theta}(\omega)\tilde{B}(\omega)\sqrt{\gamma(\omega)})(t)|^2$, which is according to Eq. 12 the expected count rate in the limit of full coherence, calculated for a spectral response of 20kHz width.

ature show increased values of σ , which correspond to larger de Broglie wavelengths. However, the visibility is not influenced from the atoms' spatial coherence only, but also from decoherence in the detection system. This is best seen in the BEC data, where we would expect full coherence within the spectral response. The measurement, however, shows a reduced visibility of $\sigma \approx 1\text{kHz}$, which we attribute to the temporally delocalized ionization process. Due to the rather large beam profile of the ionization lasers, ionization occurs in a time window of $\sim 0.6\text{ms}$. Instead $\tilde{V}(\Delta\omega)$, we can measure $V(t)$ via pulsed outcoupling with $A(t) = A_0 \sum_n \Pi(t - nT, \Delta t)$ and $\Pi(t, \Delta t) = \tilde{\Theta}(t + \Delta t/2) - \tilde{\Theta}(t - \Delta t/2)$. This corresponds to a microwave pulse sequence, with periodicity $T = 12\text{ms}$ and pulse width $\Delta t = 120\mu\text{s}$. Figure 3c shows the resulting ion distributions for different cloud temperatures, alongside the (shifted) initial pulse and the spectral response broadened pulse, resulting from Eq. 12 in the limit of full coherence $\tilde{V} = 1$. Both pulses are sufficiently

short, such that the measured ion distributions give the approximate form of $V(t)$. As expected, $V(t)$ shows a clear temperature dependence, with decreasing temporal width for decreasing cloud temperatures. However, the spatially full coherent BEC, does not approach the spectral response broadened pulse, but shows a pulse width of $\sim 0.6\text{ms}$, which is mainly given by the time uncertainty of ionization.

Having the visibility function at hand, we use Bose-Einstein condensates to demonstrate the correlator mode. Therefore, we investigate narrow-band microwave noise spectra with adjustable bandwidths, generated via a modulation $A(t) = A_0 \sum_{\nu_i \in [\nu_1, \nu_2]} \sin(2\pi\nu_i t + \phi_i)$, in which the frequencies are chosen in 1Hz steps and the angles ϕ_i are chosen randomly. The outcoupling was adjusted such that the atomic cloud is sensitive to the right sideband only, by choosing ν_1 much bigger than the bandwidth of the condensate. Using this artificial spectrum, we measure the time-dependent outcoupling rate from which we deduce the $g^{(2)}$ correlations. Figure 4 shows $g^{(2)}(\tau)$, as measured with a BEC of 40×10^3 atoms, for bandwidths $\Delta\nu = \nu_2 - \nu_1$ ranging from 200Hz up to 5kHz. On short timescales all measurements show clear correlations with $g^{(2)} > 1$. These correlations decay on timescales on the order of the inverse mw-bandwidth, until the system becomes fully uncorrelated. According to Eq. 7, $g^{(2)}$ is directly connected to the mw intensity correlations, which are due to the finite bandwidth of the mw noise. Within this bandwidth, all atom lasers interfere mutually, resulting in multiple overlapping two-beam interferences. As the phase information is lost in the correlation analysis (see Eq. 10), overlapping $g^{(2)}$ -functions of different frequencies will peak at $\tau = 0$ and become uncorrelated on a timescale proportional to the inverse bandwidth. The dashed lines in Fig. 4 show the theoretically expected correlation functions as derived from Eq. (6). They show very good agreement with the experiment once $V(t)$ is included. In the case of randomly chosen phases ϕ_i , the maximum correlation value amounts $g^{(2)}(0) = 2$, similar to chaotic light in the Hanbury-Brown and Twiss experiment. The multi-frequency outcoupling with random phases thus generates a pseudothermal atom distribution [17], which is expected to show bunching for bosons at $\tau = 0$. Using phase-correlated noise arbitrary correlation values can be generated. The purple dataset in Fig. 4 shows the particle correlations for phase-correlated noise with $\nu_1 = 1\text{Hz}$, $\nu_2 = 100\text{Hz}$ and the carrier frequency set to the center of the cloud. This way, the condensate becomes sensitive to both sidebands, which have a fixed phase relation to each other. The measurement shows a maximum correlation value of $g^{(2)}(0) > 2$, as expected from theory. The deviation of experiment from theory in the phase-correlated case might be due to additionally induced dynamics within the BEC.

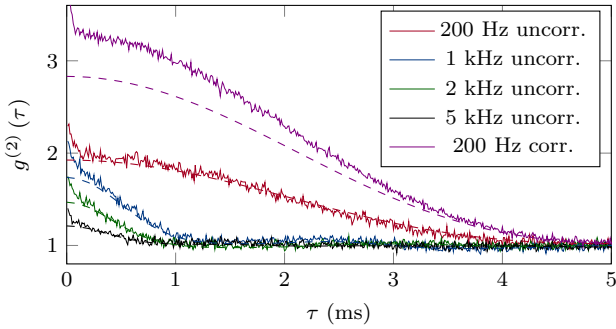


FIG. 4. Correlation mode. Second order correlations of the ion arrival times, as measured for a BEC with 40×10^3 atoms while irradiating a phase correlated (corr.) or phase uncorrelated(uncorr.) microwave noise of variable bandwidth (200Hz, 1kHz, 2kHz and 5kHz). The dashed lines show the theory from Eq. 7.

OUTLOOK

In conclusion, we demonstrated the local measurement of the spectrum and correlations of a microwave field using ultracold atomic quantum gases. The fluctuations of the field have been transferred onto an atom-laser, whose output is measured with single atom resolution. Analyzing the statistics of the atom-laser we reconstructed the power spectral density and the intensity correlations of the fluctuating electromagnetic field. In the future such a scheme might be applicable to study non-classical noise either via Raman induced outcoupling with squeezed light or by measuring field noise emitted from quantum electronic circuits. A quantum galvanometer [8] comes thus in direct reach, allowing to investigate quantum transport phenomena. Due to the μm -size of the quantum gas such field noise could be measured in the near-field, i.e. on length-scales much smaller than the wavelength of the radiation field.

Acknowledgements

We gratefully acknowledge financial support from the DFG through SFB TRR21, the 'Kompetenznetz Funktionelle Nanostrukturen', FET-Open Xtrack Project HAIRS, the Hungarian Academy of Sciences (Lendület Program, LP2011-016), and the National Research De-

velopment and Innovation Office (K 115624). We also thank O. Kalman and T. Kiss for helpful discussions.

* corresponding author: a.guenther@uni-tuebingen.de

- [1] R. H. Brown and R. Twiss, *Nature (London)* **178**, 1046 (1956) .
- [2] M. Schellekens, R. Hoppeler, A. Perrin, J. V. Gomes, D. Boiron, A. Aspect, and C. I. Westbrook, *Science* **310**, 648 (2005) .
- [3] H. Kiesel, A. Renz, and F. Hasselbach, *Nature (London)* **418**, 392 (2002) .
- [4] S. Andergassen, V. Meden, H. Schoeller, J. Splettstoesser, and M. Wegewijs, *Nanotechnology* **21**, 272001 (2010) .
- [5] K. Novoselov, A. K. Geim, S. Morozov, D. Jiang, M. Katsnelson, I. Grigorieva, S. Dubonos, and A. Firsov, *Nature (London)* **438**, 197 (2005) .
- [6] W. Beugeling, E. Kalesaki, C. Delerue, Y.-M. Niquet, D. Vanmaekelbergh, and C. M. Smith, *Nat. Commun.* **6** (2015).
- [7] E. Kalesaki, C. Delerue, C. Morais Smith, W. Beugeling, G. Allan, and D. Vanmaekelbergh, *Phys. Rev. X* **4**, 011010 (2014) .
- [8] O. Kálmán, T. Kiss, J. Fortágh, and P. Domokos, *Nano Lett.* **12**, 435 (2012).
- [9] A. Günther, M. Kemmler, S. Kraft, C. J. Vale, C. Zimmermann, and J. Fortágh, *Phys. Rev. A* **71**, 063619 (2005) .
- [10] A. Stibor, H. Bender, S. Kühnhold, J. Fortágh, C. Zimmermann, and A. Günther, *New J. Phys.* **12**, 065034 (2010).
- [11] P. Federsel, C. Rogulj, T. Menold, J. Fortágh, and A. Günther, *Phys. Rev. A* **92**, 033601 (2015) .
- [12] O. Vainio, C. J. Vale, M. J. Davis, N. R. Heckenberg, and H. Rubinsztein-Dunlop, *Phys. Rev. A* **73**, 063613 (2006).
- [13] T. Esslinger, I. Bloch, and T. W. Hänsch, *J. Mod. Opt.* **47**, 2725 (2000) .
- [14] I. Bloch, T. W. Hänsch, and T. Esslinger, *Nature (London)* **403**, 166 (2000) .
- [15] T. Bourdel, T. Donner, S. Ritter, A. Öttl, M. Köhl, and T. Esslinger, *Phys. Rev. A* **73**, 043602 (2006) .
- [16] This is because the correlation function has been calculated on the arrival times of the individual counts, and not from the temporally binned detector signal. The correlation function is thus much better suited for extracting the visibility.
- [17] A. Öttl, S. Ritter, M. Köhl, and T. Esslinger, *Phys. Rev. Lett.* **95**, 090404 (2005) .

Literaturverzeichnis

- [Akulin and Schleich, 1992] Akulin, V. M. and Schleich, W. P. (1992). Landau-zener transition to a decaying level. *Phys. Rev. A*, 46:4110–4113.
- [Anderson et al., 1995] Anderson, M. H., Ensher, J. R., Matthews, M. R., Wieman, C. E., and Cornell, E. A. (1995). Observation of Bose-Einstein Condensation in a Dilute Atomic Vapor. *Science*, 269(5221):198.
- [Antezza et al., 2004] Antezza, M., Pitaevskii, L. P., and Stringari, S. (2004). Effect of the casimir-polder force on the collective oscillations of a trapped bose-einstein condensate. *Phys. Rev. A*, 70:053619.
- [Arnold, 2015] Arnold, C. (2015). *Interaction of cold quantum gases with electro-magnetic radiation = Wechselwirkung kalter Quantengase mit elektromagnetischer Strahlung*. Text engl. - Mit dt. Zusammenfsg. Tübingen, Univ., Diplomarb., 2015.
- [Balandin, 2013] Balandin, A. A. (2013). Low-frequency $1/f$ noise in graphene devices. *Nat Nano*, 8(8):549–555.
- [Beugeling et al., 2015] Beugeling, W., Kalesaki, E., Delerue, C., Niquet, Y.-M., Vanmaekelbergh, D., and Smith, C. M. (2015). Topological states in multi-orbital hgte honeycomb lattices. *Nat Commun*, 6:–.
- [Bloch et al., 1999] Bloch, I., Hänsch, T. W., and Esslinger, T. (1999). Atom laser with a cw output coupler. *Phys. Rev. Lett.*, 82:3008–3011.
- [Bloch et al., 2000] Bloch, I., Hansch, T. W., and Esslinger, T. (2000). Measurement of the spatial coherence of a trapped bose gas at the phase transition. *Nature*, 403(6766):166–170.
- [Bourdel et al., 2006] Bourdel, T., Donner, T., Ritter, S., Öttl, A., Köhl, M., and Esslinger, T. (2006). Cavity qed detection of interfering matter waves. *Phys. Rev. A*, 73:043602.
- [Budker and Romalis, 2007] Budker, D. and Romalis, M. (2007). Optical magnetometry. *Nat Phys*, 3(4):227–234.
- [Callen and Welton, 1951] Callen, H. B. and Welton, T. A. (1951). Irreversibility and generalized noise. *Phys. Rev.*, 83:34–40.
- [Casimir and Polder, 1948] Casimir, H. B. G. and Polder, D. (1948). The Influence of Retardation on the London-van der Waals Forces. *Phys. Rev.*, 73:360–372.

- [Chu, 1998] Chu, S. (1998). Nobel Lecture: The manipulation of neutral particles. *Rev. Mod. Phys.*, 70(3):685–706.
- [Colombe et al., 2007] Colombe, Y., Steinmetz, T., Dubois, G., Linke, F., Hunger, D., and Reichel, J. (2007). Strong atom-field coupling for bose-einstein condensates in an optical cavity on a chip. *Nature*, 450:272.
- [Dalfovo et al., 1999] Dalfovo, F., Giorgini, S., Pitaevskii, L., and Stringari, S. (1999). Theory of Bose-Einstein condensation in trapped gases. *Rev. Mod. Phys.*, 71(3):463–512.
- [Darázs et al., 2014] Darázs, Z., Kurucz, Z., Kálmán, O., Kiss, T., Fortágh, J., and Domokos, P. (2014). Parametric amplification of the mechanical vibrations of a suspended nanowire by magnetic coupling to a bose-einstein condensate. *Phys. Rev. Lett.*, 112:133603.
- [Davis et al., 1995] Davis, K. B., Mewes, M. O., Andrews, M. R., van Druten, N. J., Durfee, D. S., Kurn, D. M., and Ketterle, W. (1995). Bose-Einstein Condensation in a Gas of Sodium Atoms. *Phys. Rev. Lett.*, 75(22):3969–3973.
- [Dobson, 1994] Dobson, J. F. (1994). Harmonic-potential theorem: Implications for approximate many-body theories. *Phys. Rev. Lett.*, 73:2244–2247.
- [Druzhinina et al., 2010] Druzhinina, V., Mudrich, M., Arnecke, F., Madroñero, J., and Buchleitner, A. (2010). Thermal disequilibrium effects in quantum reflection. *Phys. Rev. A*, 82:032714.
- [Du et al., 2008] Du, X., Skachko, I., Barker, A., and Andrei, E. Y. (2008). Approaching ballistic transport in suspended graphene. *Nat Nano*, 3(8):491–495.
- [Dutta and Horn, 1981] Dutta, P. and Horn, P. M. (1981). Low-frequency fluctuations in solids: $\frac{1}{f}$ noise. *Rev. Mod. Phys.*, 53:497–516.
- [Dzyaloshinskii et al., 1961] Dzyaloshinskii, I. E., Lifshitz, E. M., and Pitaevskii, L. P. (1961). General theory of van der waals' forces. *Soviet Physics Uspekhi*, 4(2):153.
- [Federsel et al., 2015] Federsel, P., Rogulj, C., Menold, T., Fortágh, J., and Günther, A. (2015). Spectral response of magnetically trapped bose gases to weak microwave fields. *Phys. Rev. A*, 92:033601.
- [Finkler et al., 2012] Finkler, A., Vasyukov, D., Segev, Y., Neeman, L., Lachman, E. O., Rappaport, M. L., Myasoedov, Y., Zeldov, E., and Huber, M. E. (2012). Scanning superconducting quantum interference device on a tip for magnetic imaging of nanoscale phenomena. *Review of Scientific Instruments*, 83(7):—.
- [Fortágh and Zimmermann, 2007] Fortágh, J. and Zimmermann, C. (2007). Magnetic microtraps for ultracold atoms. *Rev. Mod. Phys.*, 79:235.

- [Gerbier et al., 2001] Gerbier, F., Bouyer, P., and Aspect, A. (2001). Quasicontinuous atom laser in the presence of gravity. *Phys. Rev. Lett.*, 86:4729–4732.
- [Gierling, 2011] Gierling, M. (2011). Rastersondenmikroskopie mit ultrakalten atomen. Hochschulschrift.
- [Gierling et al., 2011] Gierling, M., Schneeweiss, P., Visanescu, G., Federsel, P., Häffner, M., Kern, D., Judd, T., Günther, A., and Fortágh, J. (2011). Cold-atom scanning probe microscopy. *Nature nanotechnology*, 6(7):446–451.
- [Giessibl, 2003] Giessibl, F. J. (2003). Advances in atomic force microscopy. *Rev. Mod. Phys.*, 75:949–983.
- [Glauber, 1963] Glauber, R. J. (1963). The quantum theory of optical coherence. *Phys. Rev.*, 130:2529–2539.
- [Griffin et al., 2009] Griffin, A., Nikuni, T., and Zaremba, E. (2009). *Bose-condensed gases at finite temperatures*. Cambridge University Press.
- [Grimmel et al., 2015] Grimmel, J., Mack, M., Karlewski, F., Jessen, F., Reinschmidt, M., Sándor, N., and Fortágh, J. (2015). Measurement and numerical calculation of rubidium rydberg stark spectra. *New Journal of Physics*, 17(5):053005.
- [Guarrera et al., 2011] Guarrera, V., Würtz, P., Ewerbeck, A., Vogler, A., Barontini, G., and Ott, H. (2011). Observation of local temporal correlations in trapped quantum gases. *Phys. Rev. Lett.*, 107:160403.
- [Günther et al., 2009] Günther, A., Bender, H., Stibor, A., Fortágh, J., and Zimmermann, C. (2009). Observing quantum gases in real time: Single-atom detection on a chip. *Phys. Rev. A*, 80:011604.
- [Günther et al., 2005] Günther, A., Kemmler, M., Kraft, S., Vale, C. J., Zimmermann, C., and Fortágh, J. (2005). Combined chips for atom optics. *Phys. Rev. A*, 71:063619.
- [Haine and Hope, 2005] Haine, S. A. and Hope, J. J. (2005). Outcoupling from a bose-einstein condensate with squeezed light to produce entangled-atom laser beams. *Phys. Rev. A*, 72:033601.
- [Harber et al., 2003] Harber, D., McGuirk, J., Obrecht, J., and Cornell, E. (2003). Thermally induced losses in ultra-cold atoms magnetically trapped near room-temperature surfaces. *Journal of Low Temperature Physics*, 133(3-4):229–238.
- [Harber et al., 2005] Harber, D. M., Obrecht, J. M., McGuirk, J. M., and Cornell, E. A. (2005). Measurement of the casimir-polder force through center-of-mass oscillations of a bose-einstein condensate. *Phys. Rev. A*, 72:033610.

- [Henkel et al., 1999] Henkel, C., Potting, S., and Wilkens, M. (1999). Loss and heating of particles in small and noisy traps. *Appl. Phys. B*, 69(5-6):379–387.
- [Hölscher et al., 2002] Hölscher, H., Langkat, S. M., Schwarz, A., and Wiesendanger, R. (2002). Measurement of three-dimensional force fields with atomic resolution using dynamic force spectroscopy. *Applied Physics Letters*, 81(23):4428–4430.
- [Hunger et al., 2010] Hunger, D., Camerer, S., Hänsch, T. W., König, D., Kotthaus, J. P., Reichel, J., and Treutlein, P. (2010). Resonant coupling of a bose-einstein condensate to a micromechanical oscillator. *Phys. Rev. Lett.*, 104(14):143002.
- [Inouye et al., 1998] Inouye, S., Andrews, M., Stenger, J., Miesner, H., Stamper-Kurn, D., and Ketterle, W. (1998). Observation of feshbach resonances in a bose-einstein condensate. *Nature*, 392(6672):151–154.
- [Jalabert et al., 1994] Jalabert, R. A., Pichard, J.-L., and Beenakker, C. W. J. (1994). Universal quantum signatures of chaos in ballistic transport. *EPL (Europhysics Letters)*, 27(4):255.
- [Japha and Band, 2002] Japha, Y. and Band, Y. B. (2002). Motion of a condensate in a shaken and vibrating harmonic trap. *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*, 35(10):2383.
- [Jing et al., 2000] Jing, H., Chen, J.-L., and Ge, M.-L. (2000). Quantum-dynamical theory for squeezing the output of a bose-einstein condensate. *Phys. Rev. A*, 63:015601.
- [Jing et al., 2001] Jing, H., Chen, J.-L., and Ge, M.-L. (2001). Squeezing effects of an atom laser: Beyond the linear model. *Phys. Rev. A*, 65:015601.
- [Julienne et al., 1997] Julienne, P. S., Mies, F. H., Tiesinga, E., and Williams, C. J. (1997). Collisional stability of double bose condensates. *Phys. Rev. Lett.*, 78:1880–1883.
- [Kálmán et al., 2012] Kálmán, O., Kiss, T., Fortágh, J., and Domokos, P. (2012). Quantum galvanometer by interfacing a vibrating nanowire and cold atoms. *Nano letters*, 12(1):435–439.
- [Kasch et al., 2010] Kasch, B., Hattermann, H., Cano, D., Judd, T., Scheel, S., Zimmermann, C., Kleiner, R., Koelle, D., and Fortágh, J. (2010). Cold atoms near superconductors: atomic spin coherence beyond the johnson noise limit. *New Journal of Physics*, 12:065024.
- [Kastner, 1992] Kastner, M. A. (1992). The single-electron transistor. *Rev. Mod. Phys.*, 64:849–858.
- [Ketterle et al., 1999] Ketterle, W., Durfee, D., and Stamper-Kurn, D. (1999). Making, probing and understanding Bose-Einstein condensates. In Inguscio, M., Stringari, S., and

- Wieman, C. E., editors, *Proceedings of the International School of Physics - Enrico Fermi*, pages 67–176. IOS Press.
- [Ketterle and van Druten, 1996] Ketterle, W. and van Druten, N. J. (1996). Evaporative cooling of trapped atoms. *Adv. At. Mol. Opt. Phys.*, 37:181.
- [Kitching et al., 2011] Kitching, J., Knappe, S., and Donley, E. (2011). Atomic sensors - a review. *Sensors Journal, IEEE*, 11(9):1749–1758.
- [Kraft et al., 2007] Kraft, S., Günther, A., Fortágh, J., and Zimmermann, C. (2007). Spatially resolved photoionization of ultracold atoms on an atom chip. *Phys. Rev. A*, 75(6):063605.
- [Landauer, 1989] Landauer, R. (1989). Conductance determined by transmission: probes and quantised constriction resistance. *Journal of Physics: Condensed Matter*, 1(43):8099.
- [Lin et al., 2004] Lin, Y., Teper, I., Chin, C., and Vuletić, V. (2004). Impact of the Casimir-Polder potential and Johnson noise on Bose-Einstein condensate stability near surfaces. *Phys. Rev. Lett.*, 92(5):050404.
- [Löffler et al., 2011] Löffler, R., Häffner, M., Visanescu, G., Weigand, H., Wang, X., Zhang, D., Fleischer, M., Meixner, A., Fortágh, J., and Kern, D. (2011). Optimization of plasma-enhanced chemical vapor deposition parameters for the growth of individual vertical carbon nanotubes as field emitters. *Carbon*, 49(13):4197–4203.
- [Loudon and Knight, 1987] Loudon, R. and Knight, P. (1987). Squeezed light. *Journal of Modern Optics*, 34(6-7):709–759.
- [Mandel and Wolf, 1965] Mandel, L. and Wolf, E. (1965). Coherence Properties of Optical Fields. *Rev. Mod. Phys.*, 37(2):231–287.
- [Märkle et al., 2014] Märkle, J., Allen, A. J., Federsel, P., Jetter, B., Günther, A., Fortágh, J., Proukakis, N. P., and Judd, T. E. (2014). Evaporative cooling of cold atoms at surfaces. *Phys. Rev. A*, 90:023614.
- [McGuirk et al., 2004] McGuirk, J. M., Harber, D. M., Obrecht, J. M., and Cornell, E. A. (2004). Alkali-metal adsorbate polarization on conducting and insulating surfaces probed with bose-einstein condensates. *Phys. Rev. A*, 69(6):062905.
- [Menold, 2015] Menold, T. (2015). *Einzel-Atom-Detektion in ultrakalten Quantengasen*. Tübingen, Univ., Masterarb., 2015.
- [Mewes et al., 1997] Mewes, M.-O., Andrews, M. R., Kurn, D. M., Durfee, D. S., Townsend, C. G., and Ketterle, W. (1997). Output coupler for bose-einstein condensed atoms. *Phys. Rev. Lett.*, 78:582–585.

- [Milonni, 1994] Milonni, P. W. (1994). *The quantum vacuum: an introduction to quantum electrodynamics*, volume 1.
- [Naraschewski and Glauber, 1999] Naraschewski, M. and Glauber, R. J. (1999). Spatial coherence and density correlations of trapped Bose gases. *Phys. Rev. A*, 59(6):4595–4607.
- [Novoselov, 2011] Novoselov, K. S. (2011). Nobel lecture: Graphene: Materials in the flatland*. *Rev. Mod. Phys.*, 83:837–849.
- [Novoselov et al., 2007] Novoselov, K. S., Jiang, Z., Zhang, Y., Morozov, S. V., Stormer, H. L., Zeitler, U., Maan, J. C., Boebinger, G. S., Kim, P., and Geim, A. K. (2007). Room-temperature quantum hall effect in graphene. *Science*, 315(5817):1379.
- [Nyquist, 1928] Nyquist, H. (1928). Thermal agitation of electric charge in conductors. *Phys. Rev.*, 32:110–113.
- [Obrecht et al., 2007] Obrecht, J. M., Wild, R. J., Antezza, M., Pitaevskii, L. P., Stringari, S., and Cornell, E. A. (2007). Measurement of the temperature dependence of the casimir-polder force. *Phys. Rev. Lett.*, 98:063201.
- [Ott et al., 2003a] Ott, H., Fortágh, J., Kraft, S., Günther, A., Komma, D., and Zimmermann, C. (2003a). Nonlinear dynamics of a Bose-Einstein condensate in a magnetic waveguide. *Phys. Rev. Lett.*, 91(4):040402.
- [Ott et al., 2003b] Ott, H., Fortágh, J., and Zimmermann, C. (2003b). Dynamics of a bose-einstein condensate in an anharmonic trap. *Journal of Physics B: Atomic, Molecular and Optical Physics*, 36(13):2817.
- [Öttl et al., 2005] Öttl, A., Ritter, S., Köhl, M., and Esslinger, T. (2005). Correlations and counting statistics of an atom laser. *Phys. Rev. Lett.*, 95:090404.
- [Öttl et al., 2006] Öttl, A., Ritter, S., Köhl, M., and Esslinger, T. (2006). Hybrid apparatus for Bose-Einstein condensation and cavity quantum electrodynamics: Single atom detection in quantum degenerate gases. *Review of Scientific Instruments*, 77:063118.
- [Phillips, 1998] Phillips, W. D. (1998). Nobel lecture: Laser cooling and trapping of neutral atoms. *Rev. Mod. Phys.*, 70:721–741.
- [Plenio and Knight, 1998] Plenio, M. B. and Knight, P. L. (1998). The quantum-jump approach to dissipative dynamics in quantum optics. *Rev. Mod. Phys.*, 70:101–144.
- [Reichel et al., 1999] Reichel, J., Hänsel, W., and Hänsch, T. W. (1999). Atomic micromanipulation with magnetic surface traps. *Phys. Rev. Lett.*, 83(17):3398–3401.
- [Scheel and Buhmann, 2008] Scheel, S. and Buhmann, S. (2008). Macroscopic quantum electrodynamics-concepts and applications. *Acta Physica Slovaca. Reviews and Tutorials*, 58(5):675–809.

- [Schneeweiss, 2011] Schneeweiss, P. (2011). Ultracold thermal atoms and bose-einstein condensates interacting with a single carbon nanofiber. *Hochschulschrift*.
- [Schneeweiss et al., 2012] Schneeweiss, P., Gierling, M., Visanescu, G., Kern, D., Judd, T., Günther, A., and Fortágh, J. (2012). Dispersion forces between ultracold atoms and a carbon nanotube. *Nature nanotechnology*, 7(8):515–519.
- [Schneider and Schenzle, 1999] Schneider, J. and Schenzle, A. (1999). Output from an atom laser: theory vs. experiment. *Applied Physics B*, 69(5-6):353–356.
- [Schottky, 1918] Schottky, W. (1918). Über spontane Stromschwankungen in verschiedenen Elektrizitätsleitern. *Annalen der Physik*, 362(23):541–567.
- [Seitner et al., 2014] Seitner, M. J., Gajo, K., and Weig, E. M. (2014). Damping of metallized bilayer nanomechanical resonators at room temperature. *Applied Physics Letters*, 105(21).
- [Söding et al., 1999] Söding, J., Guéry-Odelin, D., Desbiolles, P., Chevy, F., Inamori, H., and Dalibard, J. (1999). Three-body decay of a rubidium Bose-Einstein condensate. *Applied Physics B*, 69(4):257–261.
- [Sondhi et al., 1997] Sondhi, S. L., Girvin, S. M., Carini, J. P., and Shahar, D. (1997). Continuous quantum phase transitions. *Rev. Mod. Phys.*, 69:315–333.
- [Steck et al., 1998] Steck, H., Naraschewski, M., and Wallis, H. (1998). Output of a pulsed atom laser. *Phys. Rev. Lett.*, 80:1–5.
- [Stibor et al., 2010] Stibor, A., Bender, H., Kühnhold, S., Fortágh, J., Zimmermann, C., and Günther, A. (2010). Single-atom detection on a chip: from realization to application. *New Journal of Physics*, 12(6):065034.
- [Stibor et al., 2007] Stibor, A., Kraft, S., Campey, T., Komma, D., Günther, A., Fortágh, J., Vale, C. J., Rubinsztein-Dunlop, H., and Zimmermann, C. (2007). Calibration of a single-atom detector for atomic microchips. *Phys. Rev. A*, 76:033614.
- [Stringari, 1996] Stringari, S. (1996). Collective excitations of a trapped bose-condensed gas. *Phys. Rev. Lett.*, 77:2360–2363.
- [Vasyukov et al., 2013] Vasyukov, D., Anahory, Y., Embon, L., Halbertal, D., Cuppens, J., Neeman, L., Finkler, A., Segev, Y., Myasoedov, Y., Rappaport, M. L., Huber, M. E., and Zeldov, E. (2013). A scanning superconducting quantum interference device with single electron spin sensitivity. *Nat Nano*, 8(9):639–644.
- [von Klitzing, 1986] von Klitzing, K. (1986). The quantized hall effect. *Rev. Mod. Phys.*, 58:519–531.

- [Wharam et al., 1988] Wharam, D. A., Thornton, T. J., Newbury, R., Pepper, M., Ahmed, H., Frost, J. E. F., Hasko, D. G., Peacock, D. C., Ritchie, D. A., and Jones, G. A. C. (1988). One-dimensional transport and the quantisation of the ballistic resistance. *Journal of Physics C: Solid State Physics*, 21(8):L209.
- [Wing, 1984] Wing, W. H. (1984). On neutral particle trapping in quasistatic electromagnetic fields. *Progress in Quantum Electronics*, 8(3):181 – 199.
- [Yuan et al., 2002] Yuan, Z., Kardynal, B. E., Stevenson, R. M., Shields, A. J., Lobo, C. J., Cooper, K., Beattie, N. S., Ritchie, D. A., and Pepper, M. (2002). Electrically driven single-photon source. *Science*, 295(5552):102–105.
- [Zaremba et al., 1999] Zaremba, E., Nikuni, T., and Griffin, A. (1999). Dynamics of trapped bose gases at finite temperatures. *Journal of Low Temperature Physics*, 116(3-4):277–345.